

**UNIVERSITE SAAD DAHLEB DE BLIDA**

**Faculté de Technologie**

Département d'Aéronautique



Spécialité : Aéronautique

**INVESTIGATION DES INSTABILITES HYDRODYNAMIQUES DES  
JETS LIQUIDES LIBRES**

Par

**Ahmed DAHIA**

Devant le jury composé de :

S.Boukraa	Professeur, USD Blida	Président
Y.BenKhadda	Professeur, USD Blida	Examineur
A. Mataoui-Chabane	Professeur, USTHB Alger	Examineur
T.Rezoug	Professeur, USD Blida	Rapporteur

Blida, Juin 2012

## ملخص

دراسة وتحليل إستقرار قاذف مائع تشكل أهمية كبيرة للكثير من التطبيقات الهندسية وخاصة أنظمة الحقن. الآلية الأساسية المسؤولة عن انكسار القاذف هي عدم الإستقرار المتولد عن الشد السطحي. حيث أن العديد من الآليات تستطيع أن تغير كيفية الإنكسار، الطول التام وتوزيع حجم القطرات. هذه الآليات تحتوي على قوى الديناميكيات الهوائية على سطح القاذف، إنتقال الحرارة أو المادة، إسترخاء توزيع السرعة وشدة الإضطراب.

في هذا الصدد، من أجل دراسة أنظمة إنكسار القاذف تحت تأثير إسترخاء السرعة تم اختيار أربعة أشكال هندسية متقاربة للحاقن. الزوايا المشكلة بين محور التناظر وجدار النافث هم  $0^\circ$ ،  $5^\circ$  و  $8^\circ$ . حيث قطر القذف عند مقطع الخروج هو 0.5م.م.

تمت محاكات آلية الإنكسار لقاذف ماء على أساس نموذج رياضي بواسطة نظام الحساب (Fluent) باستعمال طريقة الأحجام المنتهية. لحساب معادلات Navier-Stokes ومعادلة الإستمرار في شكل هندسي متوازي المحور ببعدين تم استعمال طريقة VOF لاتباع وتشكيل الحد الفاصل لسطح القاذف. طبق نموذج K- $\epsilon$  لمحاكات الإضطراب.

للإقتصار فقط على دراسة النظام للإنكسار الأولي، حيث سرعة القاذف تكون ضعيفة نسبياً (حسب الترتيب، من 1 إلى 2م/ث لنظام مستقر و من 4.5 إلى 20م/ث لنظام مضطرب). علماً أن الشدة القصوى للإضطراب قد حددت بـ 10%.

النتائج تظهر تشكيل الطول التام للقاذف قبل الإنكسار إلى قطرات. هذا الطول يتعلق بتوزيع السرعة والشكل الهندسي للقاذف. القطرات المشكلة منتظمة مع حجم مماثل لقطر القاذف.

عند مخرج النافث المخروطي مع زاوية كبيرة ( $5^\circ$  و  $8^\circ$ )، تتشكل إضطرابات القاذف بسرعة مع قطرات ناتجة أصغر حجماً من قطر القاذف، في حين ان الطول التام للقاذف أكبر مقارنة إلى قاذف ناتج عن زوايا أصغر ( $0^\circ$ ).

بعد دراسة تأثير الإضطراب على التدفق، لوحظ أن هذا الأخير يسهم في إسراع إنكسار القاذف ويزيد بشكل محسوس الطول التام.

**كلمات مفتاحية :** قاذف ماء، إنكسار، حجم المائع، تعدد إنتشار أحجام القطرات.

## RESUME

L'analyse de la stabilité d'un jet liquide constitue une question cruciale pour plusieurs applications technologiques particulièrement pour les systèmes d'injection. Le mécanisme fondamental responsable de la rupture d'un jet liquide est l'instabilité provoquée par la tension de surface. D'autres mécanismes peuvent toutefois modifier le processus de rupture, la longueur intacte et la distribution en taille des gouttes. Ces mécanismes comprennent les forces aérodynamiques, la chaleur ou le transfert de masse sur la surface jet, la relaxation du profil de vitesse et l'intensité de la turbulence

Afin d'étudier certains régimes de break-up sous l'influence du profil de relaxation de vitesse, trois buses de différentes géométries ont été testé dans ce travail. Ces buses ont une forme droite ( $\alpha=0^\circ$ ) et coniques (convergent vers la sortie,  $\alpha=5^\circ, 8^\circ$ ). Le diamètre du jet à la sortie de la buse est de 0,5 mm.

Le processus de rupture du jet d'eau est simulé sur la base d'un modèle mathématique adapté par FLUENT, en utilisant la méthode de volumes finis pour résoudre les équations de Navier-Stokes et l'équation de continuité dans une géométrie axisymétrique à deux dimensions. La méthode VOF (Volume Of Fluid) est utilisée pour la capture et la restructuration de l'interface de la surface libre du jet d'eau. Le modèle de turbulence  $k-\varepsilon$  est appliqué pour simuler le jet turbulent. Afin de se limiter uniquement au premier régime de la rupture, la vitesse du jet doit être relativement faible (de l'ordre de 1m/s à 2m/s pour le laminaire et de 4.5 à 20m/s pour le turbulent), tandis que l'intensité de turbulence maximale considérée est d'environ 10%.

Les résultats montrent la formation d'une longueur intacte du jet avant la rupture en gouttes, cette longueur dépend du profil de vitesse du jet et de la géométrie de la buse. Les gouttes ainsi formées sont uniforme et leur taille est similaire au diamètre de la buse. A la sortie de la buse conique ( $5^\circ$  et  $8^\circ$ ), les instabilités du jet se développent rapidement et la taille des gouttes qui en résulte est plus petite que le diamètre du jet. Cependant, la longueur intacte est plus grande par rapport aux jets issus de la buse à faible angle de contraction ( $0^\circ$ ).

L'effet de la turbulence sur l'écoulement est aussi examiné dans cette étude. Il est à remarquer que la turbulence favorise la rupture du jet à la fin du filet d'eau et d'augmenter sensiblement la longueur continue du jet.

**Mots clés:** Jet d'eau libre – Rupture– Volume Of Fluid – Poly-dispersion en taille des gouttes.

## ABSTRACT

The stability analysis of a liquid jet constitutes a crucial matter for several technological applications. In particular, a good understanding of the jet break-up mechanisms is fundamental for the development of enhanced injection systems. The fundamental mechanism responsible for the break-up of a liquid jet is the instability induced by the surface tension. Other mechanisms, however, can modify the break-up process and alter both the continuous jet length and the size distribution of the drops. These mechanisms include the aerodynamic forces on the jet surface, heat or mass transfer at the jet surface, the relaxation of the velocity profile and the turbulence intensity.

In order to delineate some breakup regimes under the influence of the velocity relaxation profile, a set of four different nozzle geometries is tested in this work. The nozzles are constricted to a conical shape. The angle formed between the jet axis and the nozzle wall is  $0^\circ$ ,  $5^\circ$  and  $8^\circ$  respectively. The jet diameter at the nozzle exit is about 0.5mm.

The breakup process of the water jet is simulated based on a mathematical model implemented in FLUENT. Finite volume formulations are employed to solve the Navier-Stokes and continuity equations in axisymmetrical geometry. The Volume Of Fluid method (VOF) is used to track the free surface of the water jet. The  $k-\varepsilon$  turbulence model is applied to simulate the turbulent jet.

In order to analyze only the first breakup regimes, the considered jet velocity in the laminar regime is within the range of 1m/ to 2m/s whereas, it is greater than 4.5m/s in the turbulent regime. The maximum intensity of turbulence considered in this case is 10%.

**Key word:** Water jet - Break-up - Volume of Fluid – Polydispersion Droplet Size.

## REMERCIEMENTS

Je remercie, en premier lieu, Mon dieu tout puissant de m'avoir aidé. Ce travail ne serait pas aboutit sans sa miséricorde et sa bénédiction.

Je tiens à remercier vivement mon directeur de thèse Mr **Tahar REZOUG**, Professeur USD de Blida et à Madame **Faiza KENDIL**, Maître de recherche B au Centre de Recherche Nucléaire de Birine, pour leur suivi attentif, leur réflexion pertinents et leur rigueur. Je suis très sensible à la confiance qu'ils m'ont témoignée à plusieurs reprises et à leur patience exemplaire qu'ils ont prouvée durant la période de la réalisation de ce travail.

Je tiens à remercier tous les enseignants qui ont assuré l'encadrement de la post-graduation, sans oublier aussi tous les responsables et administratifs du département Aéronautique en particulier et de l'Université Saad Dahleb de Blida pour leur disponibilité et abnégation durant toute la période de la post-graduation.

Qu'il me soit permis aussi d'exprimer ma sincère reconnaissance à Monsieur **Salah BOUKRAA**, Professeur, dont j'ai reçu un enseignant exemplaire et qui m'a fait l'honneur de présider le jury de cette thèse. Je tiens à lui exprimer ma profonde reconnaissance.

Que Monsieur **Younes BENKHEDDA**, Professeur, au département Génie mécanique, USD de Blida, et Madame **Amina MATAOUI**, Professeur, au faculté de physique, Département mécanique de fluides appliquées, USTHB, Alger, soient remerciés pour avoir accepté de participer à ce jury de thèse malgré leurs multiples occupations, qu'ils veuillent trouver ici l'expression de ma gratitude pour l'intérêt qu'ils portent à mon travail.

Ma gratitude va également à notre Direction du Centre de Recherche Nucléaire de Birine, représentée par son Directeur Général Monsieur **A.Kerris**, son Secrétaire Général **H.Benazza**, pour les facilités et les moyens offerts qui m'ont permis de mener à bonne fin ce mémoire.

Cette thèse n'aurait pu aboutir sans la contribution de mes responsables de la Division Réacteur, Messieurs **S.A.Mohamed**, **A.H.Dzanouni** et **Dj. Imessaoudène** au Centre de Recherche Nucléaire de Birine pour leurs compréhensions et leurs soutiens.

Je remercie infiniment mes collègues de travail du CRNB, Messieurs **A. Gheziel**, **Dj.Khalfi**, **L.Benatallah**, **Kh.Aidouni**, **A.Manaa**, **A.Ghadbane**, **A.Mouilhi**, **T.Boukaf**, **B.Rabahi**, **M.Chenane**, **R.Bouamra**...etc, de m'avoir donné le courage et de leur soutien tout au long de ce travail.

De même, je garde une pensée à mes parents qui ont fait de moi tout ce que j'ai et tout ce que je suis.

Par ailleurs, je suis très reconnaissant envers mes frères, mes sœurs et à ma petite famille, particulièrement ma femme, pour son encouragement, son aide et sa patience exemplaire.

De vifs remerciements envers mes camarades du département Aéronautique, particulièrement **L.Belkhiri**, **A.Bentoucha** et **S.Boubeker**, **A.Aida**, **H.Khaoula**, **M.Mechta** qui m'ont toujours apporté leur aide.

Sans oublier de remercier tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin d'achever ce mémoire.

## TABLE DE MATIERES

RESUME	
REMERCIEMENTS	
TABLE DE MATIERES	
LISTE DES ILLUSTRATIONS, GRAPHIQUES ET TABLEAUX	
<b>INTRODUCTION GENERALE</b>	<b>13</b>
<b>CHAPITRE 1 : PHENOMENOLOGIE DE LA RUPTURE DES JETS LIBRES ET ETAT DE L'ART</b>	<b>16</b>
1.1. Introduction	16
1.2. Longueur intacte du jet et régimes de rupture	16
1.3. Paramètres influençant la rupture du jet	21
1.4. Techniques expérimentales utilisées pour la rupture des jets libres	24
1.5. Revue bibliographique des travaux théoriques sur la rupture des jets libres	25
1.6. Conclusion	29
<b>CHAPITRE 2 : MODELISATION DES ECOULEMENTS A INTERFACE ET FORMULATION MATHEMATIQUE</b>	<b>31</b>
2.1. Introduction	31
2.2. Concept d'interface	32
2.3. Notion de la tension de surface	32
2.4. Présentation des différents types des modèles de suivi et capture d'interfaces	34
2.4.1. Méthodes à maillage mobile	34
2.4.2. Méthodes à maillage mixte ou méthodes de suivi de front « front-tracking »	34
2.4.3. Modèles à maillage fixe	35
2.5. Modélisation mathématique par VOF	38
2.5.1. Fonction de couleur	38
2.5.2. Formulation des équations de mouvement	39
2.5.3. Discrétisation de la tension de surface dans les méthodes VOF	40
2.5.4. Modélisation mathématique par VOF	41
2.5.5. Reconstitution d'interface par l'Algorithme CIAM à 2D	44

2.6. Modélisation de la turbulence par $k-\varepsilon$ dédié aux écoulements monophasiques	46
2.6.1. Introduction	46
2.6.2. Formulation des équations de la turbulence	47
2.7. Conclusion	48
<b>CHAPITRE 3 : MODELISATION NUMERIQUE</b>	<b>50</b>
3.1. Introduction	50
3.2. Procédure numérique	50
3.2.1. Méthode des volumes finis	50
3.2.1.1. Principe de la méthode	51
3.2.1.2. Discrétisation des équations de transport	51
3.2.2. Algorithme de résolution du couplage vitesse-Pression	54
3.2.2.1. Equations des vitesses	55
3.2.2.2. Correction des vitesses	55
3.2.2.3. Correction de la pression	56
3.2.3. Algorithme "SIMPLE"	57
3.2.4. Ordre de précision	58
3.2.5. Choix du schéma d'interpolation de la pression	59
3.2.6. Technique de sous-relaxation et stabilité numérique	59
3.3. Description du problème	60
3.3.1. Géométrie	60
3.3.2. Paramètres de la simulation	62
3.3.3. Conditions aux limites	63
3.3.3.1. Entrée	63
3.3.3.2. Paroi solide	63
3.3.3.3. Conditions de sorties (Frontières libres)	64
3.3.3.4. Plan de symétrie	64
3.3.4. Type de maillage utilisé	65
3.3.5. Influence du maillage	66
<b>CHAPITRE 4 : RESULTATS ET DISCUSSIONS</b>	<b>68</b>
4.1. Introduction	68
4.2. Comportement du jet libre	68
4.3. Comparaison des résultats du modèle avec les mesures expérimentale	70
4.4. Evolution de la longueur intacte et courbe de stabilité (buse rectiligne)	73



4.5. Influence de la forme de la buse	74
4.5.1. Evolution de la longueur intacte	74
4.5.2. Evolution des lignes de courant	76
4.5.3. Distribution des gouttes	77
4.6. Influence du profil de relaxation de la vitesse	79
4.6.1. Profil de relaxation pour différentes longueurs d'une buse rectiligne	79
4.6.2. Profil de relaxation pour différentes formes de la buse	82
4.7. Influence de la turbulence	83
4.8. Modélisation des régimes de rupture secondaire	85
4.9. Conclusion	86
<b>CONCLUSION GENERALE</b>	87
APPENDICE. LISTE DES SYMBOLES ET DES ABREVIATIONS	89
BIBLIOGRAPHIE	91
ANNEXE : Communication de participation au colloque international intitulé : « International Symposium on Multiphase Flow and Transport Phenomena (MFTP2012)»-Agadir-Maroc.	96

## LISTE DES ILLUSTRATIONS, GRAPHIQUES ET TABLEAUX

Figure 1: Rupture du jet libre : configuration du jet (phases séparés)	14
Figure 1.1: Simulation d'une rupture d'un jet libre	17
Figure 1.2 : Courbe de stabilité d'un jet liquide cylindrique	17
Figure 1.3 : Allure de la surface d'une colonne liquide perturbée	18
Figure 1.4: Jet Axisymétrique infini	19
Figure 1.5 : Régime de Rayleigh	19
Figure 1.6: Régime de « First wind-induced breakup »	20
Figure 1.7: Régime de « Second wind-induced breakup »	20
Figure 1.8: Régime d'atomisation	21
Figure 1.9 : Visualisation du noyau dense à la sortie de la buse D. Warken & P. Krehl (1990)	21
Figure 1.10: Régime de rupture en fonction de $We_g$	23
Figure 1.11 : Limites qualitatives des régimes de rupture	24
Figure 1.12: Jet d'eau dans l'air à $Re=480$ , $We=7.45$ résolution du maillage: $d_j/D=20$	26
Figure 1.13: Simulation d'un jet d'eau à grande vitesse dans l'air, $d_j/D=20$	27
Figure 1.14: Champs de Vorticité instantané par DNS pour un jet rectangulaire. $Re = 750$	28
Figure 1.15: Ligne de courant instantanées par LES d'un jet rectangulaire à $Re = 75000$ . Mode d'instabilité large	28
Figure 2.1 : Représentation de l'interface d'après A.Toutant	32
Figure 2.2 : Particule fluide sphérique	33

Figure 2.3 : Exemple de schéma mobile des méthodes de suivi Lagrangien de l'interface , Blanco (1995)	34
Figure 2.4 : Exemple de schéma d'un maillage mixte des méthodes de suivi de front	35
Figure 2.5: Exemple de schéma d'un maillage fixe des méthodes de capture de front	36
Figure 2.6 : Exemple de la reconstitution d'interface par la méthode CIAM.	44
Figure 2.7: Coordonnées de l'interface utilisées dans CIAM à deux dimensions	45
Figure 3.1: Domaine d'intégration pour la pression à travers un volume de contrôle	55
Figure 3.2: Schéma représentatif de l'algorithme "SIMPLE"	58
Figure 3.3: Géométrie de la buse d'injection	61
Figure 3.4: Configuration Schématique du maillage et conditions aux limites	65
Figure 3.5: Influence du maillage axial sur l'évolution de la composante longitudinale de la vitesse moyenne	67
Figure 3.6: Influence du maillage radial sur l'évolution de la composante longitudinale de la vitesse moyenne	67
Figure 4.1: Rupture d'un jet d'eau en gouttelettes (simulation CFD-fluent) (Exemple : $U=1.5\text{m/s}$ , buse rectiligne $0^\circ$ )	69
Figure 4.2: Evolution de la fraction volumique de l'eau sur l'axe du jet	69
Figure 4.3: Dispositif expérimental de T.TAKAHASHI (1969)	70
Figure 4.4: Photos de la rupture d'un jet libre dans l'expérience de T.TAKAHASHI	71
Figure 4.5: Comparaison de la longueur intacte simulée avec l'observation expérimentale. $L_{inj}/d_f=0.95$ , $d_j=2.04\text{mm}$ , $U=1.1\text{m/s}$	71
Figure 4.6: Variation de la longueur intacte avec la vitesse du jet $L_{inj}/d_f=0.95$ , $d_j=2.04\text{mm}$	72
Figure 4.7 : Courbe de stabilité d'un jet liquide, Buse droite $\alpha=0^\circ$	73
Figure 4.8 : Courbe de stabilité d'un jet liquide, Buse conique $\alpha=5^\circ$	74

Figure 4.9 : Courbe de stabilité d'un jet liquide, Buse conique $\alpha=8^\circ$	75
Figure 4.10: Evolution des lignes de courant dans le domaine entier de l'écoulement	76
Figure 4.11: Evolution de la vitesse le long de l'axe du jet, $U=1.5\text{m/s}$	76
Figure 4.12: Champ des vecteurs vitesses dans le domaine de l'écoulement	77
Figure 4.13: Rupture du jet en gouttelettes des buses $\alpha=0^\circ$ , $\alpha=5^\circ$ et $\alpha=8^\circ$ (a,c,e) jet laminaire, $U=2\text{m/s}$ (b,d,f) jet turbulent, $U=20\text{m/s}$	78
Figure 4.14: Profil de vitesse pour un écoulement laminaire établi	80
Figure 4.15: Profil de vitesse pour un écoulement laminaire non établi	81
Figure 4.16: Effet de la longueur de la buse sur la rupture du jet	81
Figure 4.17: (a) Profil radial de vitesses à l'intérieur de la buse, $\alpha=5^\circ$ (b) Vecteurs vitesses normalisés	82
Figure 4.18: (a) Profil radial de vitesses à l'intérieur de la buse, $\alpha=8^\circ$ (b) Vecteurs vitesses normalisés	83
Figure 4.19: Ondulations typiques le long d'un jet libre. Configuration $8^\circ$ , $U=7.5\text{m.s}^{-1}$	84
Figure 4.20: Déformation et atomisation des gouttes d'eau après rupture Primaire	85

Tableau 2.1 : Principales méthodes de suivi d'interface	37
Tableau 2.2: Quelques schémas de résolution de l'équation de transport de l'interface dans les méthodes VOF	43
Tableau 2.3: Constantes de la modélisation	48
Tableau 3.1: Facteurs de relaxations (Régime laminaire)	60
Tableau 3.2: Facteurs de relaxations (Régime turbulent)	60
Tableau 3.3: Paramètres de la simulation	62
Tableau 3.4: Caractéristique des fluides	62
Tableau 4.1: Résultats obtenus	79
Tableau 4.2: Effet de la longueur de la buse d'injection sur la rupture du jet	79

## INTRODUCTION GENERALE

L'écoulement des jets liquides est un écoulement à surface libre naturellement instable. Ces instabilités conduisent à la rupture du jet en gouttelettes de tailles diverses.

Cette rupture (Break-up en anglais) est largement répandu dans la nature, tels que l'eau qui s'écoule d'un robinet, la chute d'eau en cascade d'une haute montagne, la pulvérisation, ...etc. L'étude de ses mécanismes suscite un vif intérêt industriel dans les divers domaines tel que : les systèmes d'injection du carburant dans les moteurs Diesel, les turboréacteurs et les moteurs fusés ainsi que l'impression à jet. La compréhension de ce mécanisme, a permis l'amélioration des systèmes d'injection d'urgence (Emergency Core Cooling systems) dans les réacteurs nucléaires de puissance type PWR (Power Water Reactor) [1].

Devant les contraintes de risque, et/ou de préservation de qualité des procédés de fabrication, il est très vite apparu indispensable aux mécaniciens des fluides de comprendre et de caractériser les phénomènes physiques qui se développent à l'interface des deux fluides (liquide du jet – gaz environnant) et qui assurent la coalescence ou rupture d'un filet liquide.

Le mécanisme fondamental responsable de la rupture d'un jet liquide est l'instabilité provoquée par la tension de surface. D'autres mécanismes peuvent toutefois modifier le processus de rupture et la distribution en taille des gouttes. Ces mécanismes comprennent les forces aérodynamiques, la relaxation du profil de vitesse et l'intensité de la turbulence.

Dans la littérature, on trouve que les modes de rupture du jet sont fortement liés :

- Aux caractères du jet tel que : la taille et la configuration de la buse ainsi que la densité, la viscosité et la tension superficielle du liquide,
- A la différence de vitesse  $U_L - U_G$  entre le liquide et le gaz environnant. Cette différence définit et contrôle l'intensité des forces aérodynamiques.

Dans ce contexte, cette présente étude est orientée vers la modélisation de la dynamique des instabilités des jets libres par CFD afin ; d'une part approcher la phénoménologie de la rupture en reproduisant les différents modes de rupture et d'autre part déterminer les limitations du modèle mathématique utilisé et ses lois de fermeture.

Fondamentalement, la simulation des jets liquides nécessite un modèle de transport d'interface d'écoulements à phases séparées parce que chacun des deux fluides (liquide du jet – gaz environnant) se présente sous forme continue dans l'espace, figure 1. En revue de la bibliographie existante, les méthodes de suivi et de capture d'interface sont les méthodes les plus adéquates pour ce type d'étude. A cet effet, le modèle homogène avec capture et reconstitution d'interface (VOF-CIAM) a été choisi.

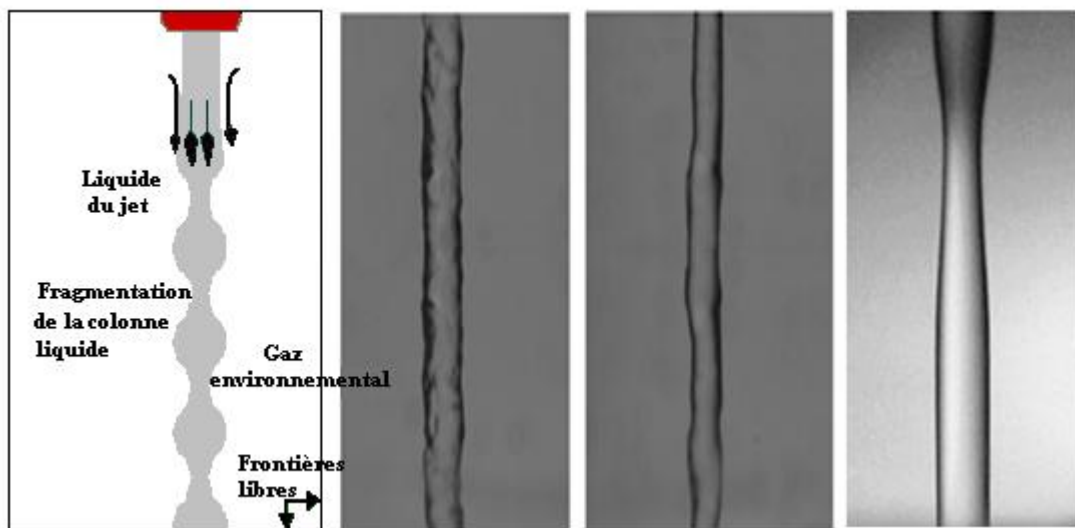


Figure 1: Rupture du jet libre: Configuration du jet (phases séparés)

### Organisation du mémoire

Le mémoire est composé de 4 chapitres, dont le premier est consacré à l'étude de la bibliographie concernant le problème de développement des jets, pour bien situer le présent travail dans le cadre d'un effort portant sur la détermination du modèle le plus adapté à la simulation numérique des jets libres. Cette analyse bibliographique nous a offert la possibilité de comprendre la dynamique de réponse

du jet à la rupture. Un état des lieux des études menées sur la rupture hydrodynamique des jets est présenté également dans ce chapitre.

Le deuxième chapitre de ce document fait un état de l'art sur la modélisation des écoulements diphasiques en présentant un classement des différents types de méthodes de suivi d'interfaces proposées dans la littérature. Ainsi, on traite la formulation mathématique et l'approche adoptée des équations gouvernant l'écoulement.

Dans le troisième, nous présenterons la méthode adoptée pour la simulation numérique par VOF, la modélisation géométrique, la construction du maillage sous GAMBIT ainsi que les conditions aux limites appliquées. La sensibilité des résultats numériques à la finesse du maillage est également traitée dans ce chapitre.

La présentation de tous les résultats et leurs discussions est faite au quatrième chapitre.

La mémoire se termine par une conclusion générale du travail qui synthétise les prédictions numériques obtenus, fait ressortir les acquis de la modélisation proposées et suggère des perspectives futures d'une étude plus approfondie.



**CHAPITRE 1 :**

**PHENOMENOLOGIE DE LA RUPTURE  
DES  
JETS LIBRES ET ETAT DE L'ART**

## CHAPITRE 1 : PHENOMENOLOGIE DE LA RUPTURE DES JETS LIBRES ET ETAT DE L'ART

### 1.1. Introduction

Parmi les divers types d'écoulements en mécanique des fluides, les jets occupent une place importante en raison de leurs intérêts techniques, principalement dans les problèmes de transfert de chaleur et de masse. La configuration des jets libres est particulièrement intéressante, elle constitue l'objet de ce travail. Nous donnons dans la première partie de ce chapitre une brève introduction sur la théorie de la longueur intacte et sur la courbe de stabilité, ainsi nous présenterons les différents régimes de rupture qu'on peut rencontrer. Dans la dernière section de ce chapitre, nous présenterons un état de l'art des travaux antérieurs et une revue bibliographique sur la rupture des différents types de jets libres.

### 1.2. Longueur intacte du jet et régimes de rupture

Il est fréquent de caractériser le comportement d'un jet en mesurant sa longueur de rupture, appelé aussi *longueur intacte*  $L_c$ , en fonction de sa vitesse. Celle-ci est définie comme la longueur de la partie continue du jet, entre la sortie à l'atmosphère et l'endroit où il n'existe plus de liquide continu (Figure 1.1 issue de Lefebvre p.49) [2].

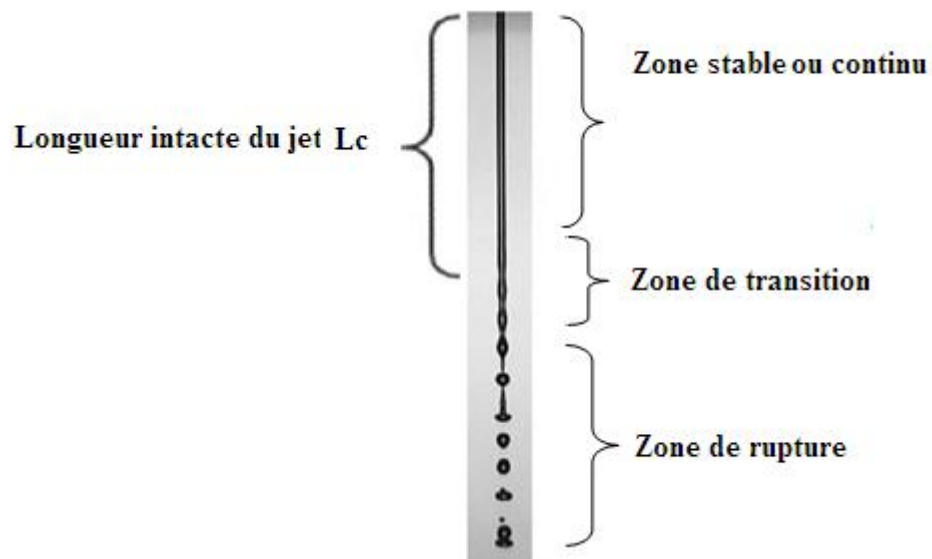


Figure 1.1: Simulation d'une rupture d'un jet liquide [3].

Reitz et Bracco [4] ont analysé la stabilité linéaire des jets liquides à section circulaire, et ont dégagé quatre régimes de rupture. Ces différents régimes peuvent être représentés en traçant la longueur intacte du jet  $L_c$  en fonction de la vitesse d'injection (expérience de Sleuyter, 2004) [5]. Le graphe correspondant est appelé *courbe de stabilité* (Figure 1.2). Ce graphe permet de distinguer aisément les quatre régimes de rupture d'une colonne liquide.

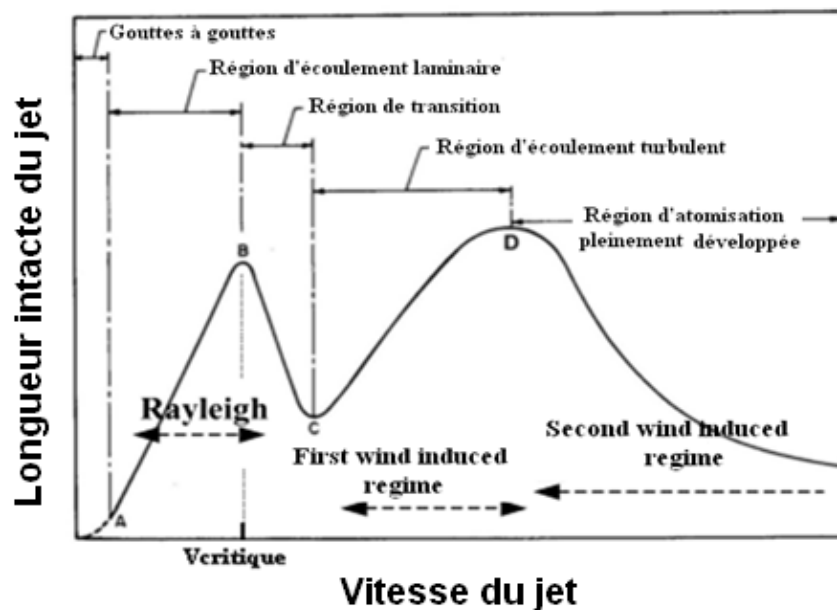


Figure 1.2 : Courbe de stabilité d'un jet liquide cylindrique.

Une très faible vitesse d'injection conduit à la formation de gouttes à la sortie immédiate de l'injecteur, ce régime est communément nommé *régime de goutte à goutte* (A). Au fur et à mesure que la vitesse d'injection croît, Reitz a pu identifier quatre régimes de ruptures :

Le régime de Rayleigh: les forces de tension de surface créent des ondes de surface qui vont en s'amplifiant le long du jet. Lorsqu'elles ont atteint une amplitude suffisante, le jet se casse en son extrémité en des gouttes de diamètre supérieur au diamètre du jet et la longueur de rupture croît linéairement avec la vitesse. C'est le cas d'un jet liquide de faible vitesse se déversant dans un milieu au repos et pour lesquelles les forces aérodynamiques sont négligeables.

Rayleigh, en 1879, a fait la première étude importante sur la stabilité des jets. Il a étudié analytiquement la stabilité temporelle des jets non visqueux au moyen de la théorie linéaire de stabilité, et réalisa le résultat suivant : seules les perturbations axisymétriques (Figure 1.3 et 1.4) avec une longueur d'onde plus grande que la circonférence de la buse (undisturbed nozzle) se développent dans le temps.

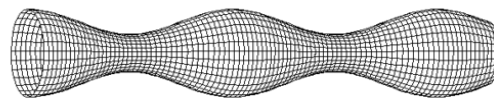


Figure 1.3 : Allure de la surface d'une colonne liquide perturbée.

En négligeant l'effet du fluide ambiant, la viscosité du liquide du jet et la pesanteur, Rayleigh a démontré qu'un jet liquide cylindrique est instable relativement aux perturbations caractérisées par des longueurs d'onde plus grandes que la circonférence du jet [6].

Le modèle général considère pour un jet d'eau, représenté sur le schéma de la figure 1.4 [7], à l'instant  $t$  sortant d'une buse de rayon  $R$  avec une vitesse  $U(0, t)$  uniforme à travers la section de sortie mais périodique d'une valeur moyenne  $U$  est exprimé comme :

$$U(0, t) = U + \Delta U \cdot \sin(2\pi f(t))$$

où :  $U$  est la vitesse moyenne à la sortie de la buse.

$\Delta U$  et  $f(t)$  sont respectivement l'amplitude et la fréquence de modulation.

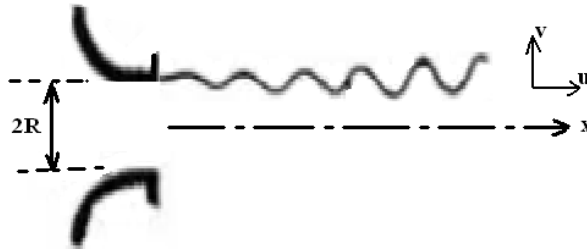


Figure 1.4 : Jet axisymétrique infini.

Le modèle de Rayleigh consiste à imposer, à  $t = 0$ , une perturbation interfaciale avec les nombres de Fourier  $k$  et  $n$  respectivement dans les directions axiales et angulaires.

On détermine l'évolution de cette première perturbation pour un jet non visqueux en utilisant les modes normaux ( $e^{i(z+n)+s(k,n)t}$ ), où  $Z$  est la distance le long de l'axe et  $S(k,n)$  est un nombre complexe.

Rayleigh a établi que seulement les perturbations axisymétriques ( $n=0$ ), avec les longueurs d'onde ( $2\pi a$ ) plus grandes que la circonférence du fil liquide non perturbé ( $2\pi a$ ), se développent dans le temps ( $S_r(k, n=0) > 0$ ). Il remarqua qu'il y'a un maximum dans le taux de croissance à nombre d'onde  $k_{max} = 0.696/a$ .

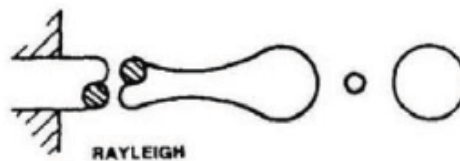


Figure 1.5 : Régime de Rayleigh.

Le régime « first-wind induced break-up »: les forces aérodynamiques commencent à jouer un rôle non négligeable. Les forces de tension ont maintenant une fonction d'atténuation. On observe la formation d'ondes de surface de grande longueur d'onde à la surface du jet, et la rupture aboutit à la formation de gouttes dont le diamètre est de l'ordre de celui du jet et la longueur de rupture décroît avec la vitesse. Ainsi, les régions A et C de la figure 1.2 sont séparées par un point de

vitesse critique où la courbe de stabilité montre un maximum. Dans ce régime, on dit couramment que les processus de rupture commencent être influencés par les forces aérodynamiques (interactions liquide-gaz dues au différentiel de vitesse entre ces deux phases).

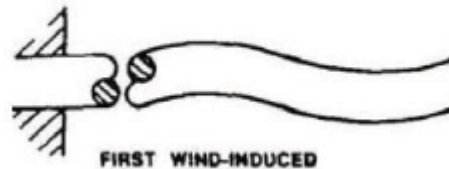


Figure 1.6: Régime de « first wind-induced break-up ».

Le régime « second-wind induced break-up » : des instabilités de petite longueur d'onde se développent à la surface du jet et sont arrachées à cause des forces aérodynamiques dues à la différence de vitesse entre le jet liquide et le gaz environnant. Les gouttes ainsi formées ont d'un diamètre inférieur à celui du jet et les longueurs de rupture étant plus faibles. Dans cette dernière région où le jet est turbulent (région D sur la Figure 1.2), l'action des forces aérodynamiques devient prépondérante.



Figure 1.7: Régime de « second wind-induced break-up ».

Le régime d'atomisation: le jet se fragmente immédiatement à la sortie de l'injecteur, à cause de la très forte différence de vitesse entre le liquide injecté et le gaz. Les gouttes formées ont un diamètre de l'ordre de quelques microns. Actuellement l'atomisation du jet reste un phénomène expliqué théoriquement par les effets aérodynamiques. La critique de cette théorie porte principalement sur le fait que l'amplification de la perturbation initiale requiert un temps fini pour se développer, ce qui impliquerait une longueur intacte de jet à la sortie du nez. Or, lors de l'atomisation d'un jet, un spray divergent est observé directement à la sortie de la buse.

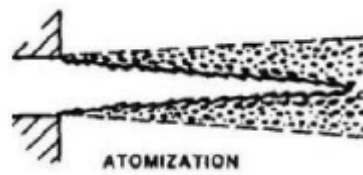


Figure 1.8: Régime d'atomisation.

Des visualisations radiographiques de D. Warken & P. Krehl [8], montrent l'existence d'un noyau "core" liquide à la sortie de l'injecteur. Celui-ci est représenté schématiquement sur la figure 1.9. Néanmoins, l'accès à la structure interne du noyau liquide est difficile, celui-ci étant opaque. Il serait donc certainement plus juste de parler de noyau dense de liquide. Chaves (1998) a montré que ce noyau était certainement composé de liquide et de bulles gazeuses.

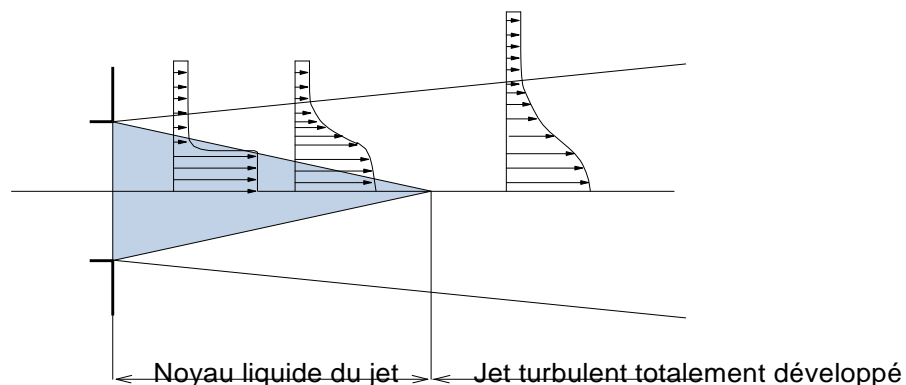


Figure 1.9 : Visualisation du noyau dense à la sortie de la buse  
D. Warken & P. Krehl (1990).

### 1.3. Paramètres influençant la rupture du jet

- DeJuhasz [9] propose que le processus d'atomisation du liquide puisse apparaître à l'intérieur de la buse et que la turbulence du liquide puisse jouer un rôle important dans le processus de la rupture du jet.
- Schweitzer [10] suggère que la composante radiale de la vitesse dans l'écoulement en conduite turbulent peut causer la dislocation immédiate du jet à la sortie du nez. Néanmoins, Bergwerk [11] en constatant que les composantes des vitesses turbulentes ne sont pas suffisantes pour expliquer le phénomène

d'atomisation, émet l'hypothèse que les phénomènes de cavitation dans le nez peuvent créer des fluctuations de pression de larges amplitudes conduisant à l'atomisation. D'autres auteurs tel que Mac Carthy et Molloy (1974) suggèrent que la rupture du jet est dû au réarrangement du profil de vitesse. Rupe [12] a observé qu'un jet laminaire à haute vitesse pouvait être plus instable qu'un jet turbulent pleinement développé. Une autre suggestion est l'accélération brutale subie par le fluide due au changement rapide de conditions aux limites de l'écoulement.

- Drazin et Reid [13] ont effectué une analyse de stabilité des jets plans semblables à celle de Rayleigh pour le jet cylindrique. Ils ont constaté que les jets plans infinis non-visqueux sont toujours stables parce que la tension superficielle a un effet atténuant et force la surface à rétablir de nouveau la forme initiale de la colonne liquide après perturbation.
- Cinnella et al. [14] ont effectué une étape préliminaire importante vers la compréhension des mécanismes de rupture des jets libres non axisymétrique. Ils remarquèrent une réduction significative de la longueur intacte pour les jets carrés. La sensibilité de la longueur intacte au nombre de Weber est également réduite dans ce cas. Ces phénomènes semblent liés à l'apparition d'un écoulement secondaire, dont l'intensité se développe avec la vitesse du jet et favorise son instabilité.
- Sami et Ansari [15] ont étudié les effets de la relaxation de profil de vitesse sur l'instabilité des jets liquides laminaires issus de longues conduites. Ils mettent en évidence que ces effets sont semblables aux effets du mouvement relatif entre le jet et son milieu environnant, c.-à-d. lorsque la vitesse augmente, la longueur du jet (colonne liquide avant la rupture) augmente aussi jusqu'à atteindre un maximum et puis diminue à mesure que la vitesse augmente encore. Cependant l'effet de la relaxation du profil de la vitesse sur la taille des gouttelettes du break-up n'a pas été mesuré.
- La rupture du jet dépend également de la géométrie de la buse. Karasawa et al. [16] ont montré l'effet de la longueur de buse sur le développement des instabilités à la surface liquide du jet. Quand la longueur du jet augmente, la forme de surface du jet, qui était lisse, devient ondulée. Le profil initial de vitesse à la sortie de la buse peut aussi avoir une réelle influence sur la stabilité du jet



liquide et la sensibilité du jet au profil de vitesse est particulièrement vraie pour des écoulements laminaires de faible vitesse. Tandis que l'effet de la turbulence à la sortie du jet sur la taille des gouttelettes a été expérimentalement étudié par Sterling, et Abbott [17].

- Cependant, si la vitesse d'injection joue un rôle primordial dans la rupture d'un jet liquide, d'autres paramètres comme la viscosité  $\mu_l$ , la tension superficielle  $\sigma$  du liquide ou encore les masses volumiques du gaz  $\rho_g$  et du liquide  $\rho_l$ , entrent également en jeu. Afin de prendre en compte ces effets, Faeth [7] propose un classement des régimes de rupture en fonction des nombres sans dimension de Weber du gaz  $We_g$  et d'Ohnesorge  $Oh$ . Ces nombres traduisent respectivement le rapport entre les forces aérodynamiques et la tension de surface, et le rapport des termes dus à l'inertie sur ceux liés aux forces visqueuses. Ils se définissent ainsi :

$$We_g = \frac{\rho_g u^2 d_j}{\sigma} \quad \text{et} \quad Oh = \frac{We_l^{0.5}}{Re_l} = \frac{\mu_l}{\sqrt{\sigma \rho_l d_j}}$$

où  $d_j$  est la taille caractéristique du jet (typiquement le diamètre).

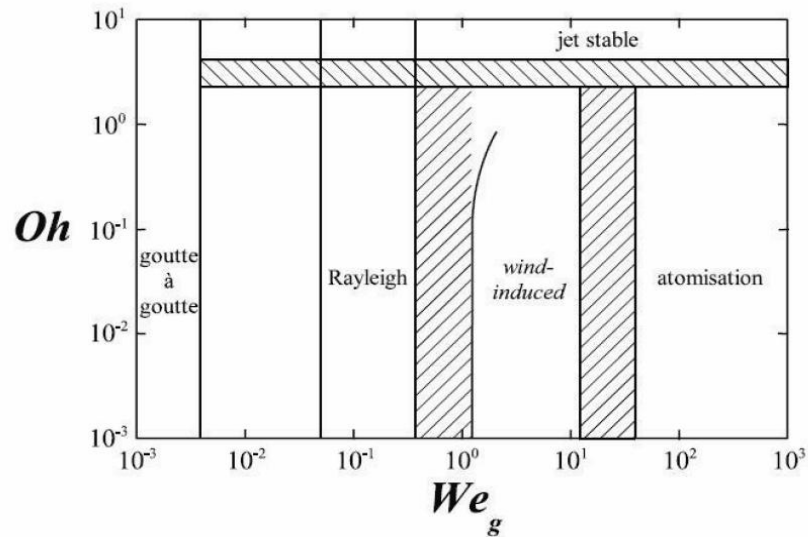


Figure 1.10 : Régime de rupture en fonction de  $We_g$ .

Reitz [4], quant à lui, suggère une représentation, sur la figure 1.11[8], faisant intervenir le rapport des masses volumiques des deux fluides ainsi que les nombres de Reynolds  $Re_L$  et d'Ohnesorge  $Oh$  du liquide.

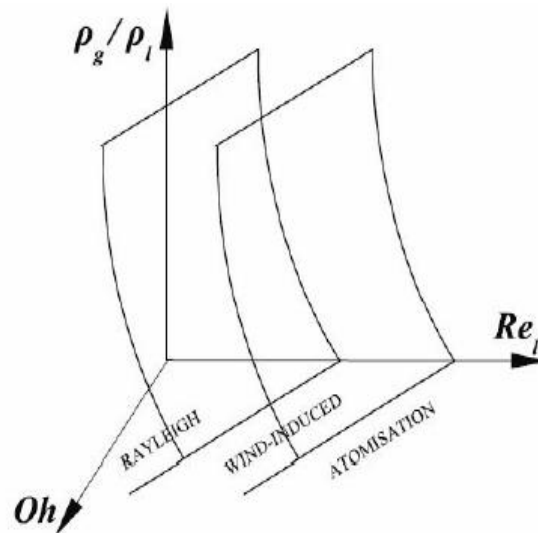


Figure 1.11 : Limites qualitatives des régimes de rupture

Toutefois, il faut noter que les différentes terminologies et classifications utilisées jusqu'ici ne tiennent pas compte de la perturbation initiale (due entre autres à la géométrie interne de l'injecteur) sur le comportement du jet.

#### 1.4. Techniques expérimentales utilisées pour la rupture des jets libres

Un grand nombre d'expériences étudiant la rupture des jets en gouttelettes a été entrepris, habituellement en appliquant des perturbations produites avec différentes techniques :

- Vibrations induites acoustiques
- Vibrations induites électromagnétiques
- Vibrations mécaniquement induites
- Modulation thermique de la tension superficielle

Généralement, une perturbation périodique sinusoïdale de la fréquence  $2\pi f$  est appliquée à la sortie d'un jet en utilisant une vibration acoustique, électromagnétique, ou piézo-électrique ou une aiguille vibrante impactant. Dans toutes les études, la distance entre deux crêtes successives détermine la longueur d'onde des perturbations.

Le taux de croissance (spatial) est mesuré par la longueur de rupture ou par l'amplitude de la perturbation entre la crête et le creux successifs et assumer

une croissance spatiale exponentielle. En outre on suppose que les ondes sont convectées avec la vitesse du jet.

### 1.5. Revue bibliographique des travaux théoriques sur la rupture des jets libres

Mise à part les travaux expérimentaux cités au début de ce chapitre, nous discuterons ci-contre quelques travaux théoriques plus récents étudiés moyennant des méthodes numériques plus élaborées.

Parmi ces travaux, on trouve celles élaborés par Sou et Tomiyama [18] qui ont étudié l'effet de l'écoulement turbulent cavitant sur un orifice d'atomisation. Une simulation numérique basée sur une méthode numérique hybride bidirectionnelle considérant la combinaison de la méthode de suivi de bulles et de suivi d'interfaces (two way coupling). Cette méthode a permis d'examiner les effets de la cavitation sur la déformation du jet. Cette simulation hybride a permis d'établir les points suivants :

- La méthode donne de bonnes prédictions pour les distributions de la pression et des bulles à la sortie du jet, la relation entre la pression d'injection, le débit du liquide, et le comportement des bulles de cavitation (exemple la formation du vortex de la cavitation et le collapse dans la région de la réentrée d'écoulement)
- Le collapse du nuage des bulles augmente la déformation du jet liquide.
- Les vortex générés à la sortie du jet jouent un rôle plus important dans la déformation que les forces interfaciales agissant sur le jet liquide.

Des investigations numériques ont été effectuées par Ibrahim [19] sur l'évolution des perturbations asymétriques sur un jet liquide visqueux dans un gaz non visqueux. Il trouve que les perturbations asymétriques sont pertinentes aux nombres de Weber élevés. L'étude de sensibilité au rapport de densité liquide/gaz et au nombre d'Ohnesorge a été étudiée.

D'autre part, Furlani [20] a étudié l'effet de la tension superficielle sur la rupture du jet et la formation de gouttelettes. La tension superficielle a été localement modulée en chauffant la surface du jet à la sortie de son orifice circulaire. Une expression analytique du rayon du jet en fonction du temps a été obtenue. Cette expression a permis une analyse paramétrique rapide de

l'instabilité du jet (formation de gouttelettes) en fonction du rayon de jet et de sa vitesse, de la viscosité du liquide, de la densité, et de la tension superficielle.

Pan et Suga [21] ont utilisé des simulations numériques directes (DNS) pour simuler des jets d'eau dans l'air. La méthode Level-Set pour la capture d'interface liquide/gaz a été adoptée dans cette étude. Le nombre de Reynolds à la sortie du jet s'étend de 480 à 15000, nombre de Weber de 3 à 10000. Le rapport de densité de liquide/gaz était 816.

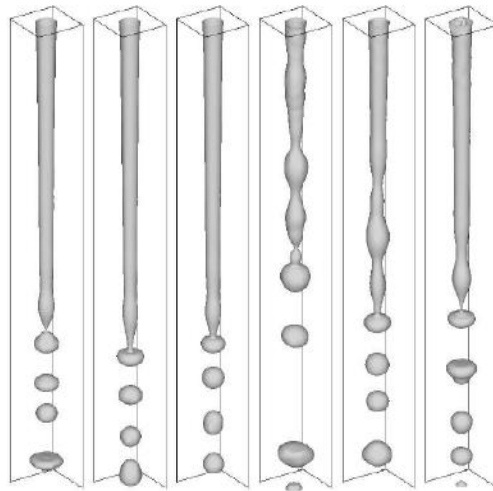


Figure 1.12 : Jet d'eau dans l'air à  $Re=480$ ,  $We=7.45$   
résolution du maillage:  $d_j/D=20$ .

Les caractéristiques dynamiques de l'écoulement du jet et de la rupture primaire sont raisonnablement reproduites par la simulation. La simulation numérique confirme également les effets de la pesanteur et les forces de tension superficielle sur le processus de break-up aux faibles nombres de Reynolds relatif.

Ils observent également que la vitesse radiale induite durant la relaxation du profil de la vitesse axiale, mène à la rupture des jets de grande vitesse (Figures 1.13 et 1.14).

L'étude confirme l'observation expérimentale des jets laminaires à grande vitesse. Ces jets sont plus sujets aux instabilités et aux ruptures que les turbulents pleinement développés. Cependant, la relaxation de profil de vitesse avec des effets de turbulence doit être étudiée d'avantage.

Demuren et Wilson, 1999 ont étudié les champs complexes de vorticité des lignes de courant dans l'évolution des jets non circulaires. Des mécanismes de génération de la ruture sont étudiés par l'approche statistique (RANS), Large Eddy simulation (LES) et par la simulation numérique directe(DNS) des jets rectangulaires laminaires et turbulents. Des interactions complexes de vortex sont reproduites par la DNS dans les jets laminaires, mais commutation d'axe (axis switching) est observée seulement pour le mode simple d'instabilité présent dans la couche de mélange entrante.

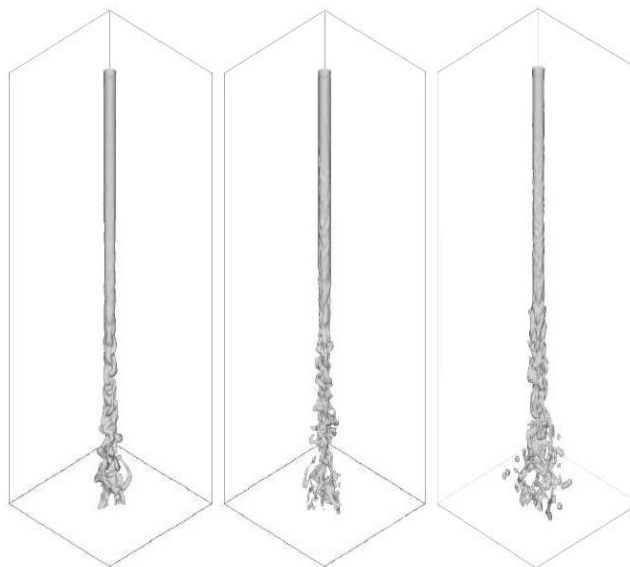


Figure 1.13 : Simulation des jets d'eau à grande vitesse dans l'air,  $d_j/D=20$   
 $Re= 5\ 10^3, We=1110$     $Re= 10^4, We=4439$     $Re= 1.5\ 10^4, We=9988$ .

Lorsque plusieurs modes d'instabilité sont présents, les structures des vortex ne sont pas cohérentes et aucune commutation d'axe ne se produit. Les calculs par RANS ne reproduisent également aucune commutation d'axe. D'autre part, par la méthode LES, les jets turbulents, à nombre de Reynolds élevé, produisent une commutation d'axe-même pour des cas avec plusieurs modes d'instabilité dans la couche de mélange.



Figure 1.14 : Champs de Vorticité instantané par DNS pour un jet rectangulaire  $Re = 750$   
(a, b) mode d'instabilité fondamentale (c, d) mode d'instabilité large.

Des simulations tridimensionnelles des jets laminaires et turbulents avec la section transversale rectangulaire ont été effectuées. Aux faibles nombres de Reynolds, on a appliqué la méthode DNS, tandis que pour les grands nombres Reynolds, la méthode LES ou RANS était utilisée. La figure 1.15 montre les champs de vorticité instantanée pour les jets rectangulaires pour les faibles nombre de Reynolds ( $= 750$ ) respectivement le long de l'axe principal et secondaire.

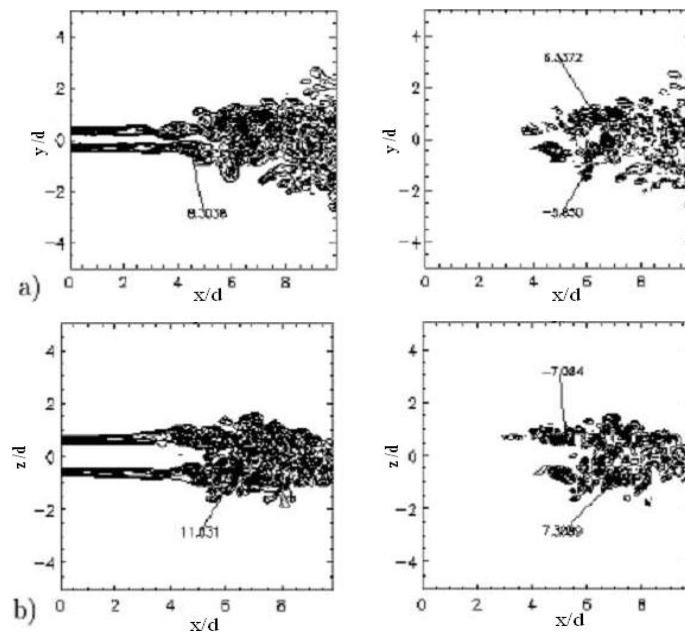


Figure 1.15 : Ligne de courant instantanées par LES d'un jet rectangulaire à  
 $Re = 75000$  Mode d'instabilité large  
a) axe secondaire b) axe principale.

On observe une tendance vers la bifurcation du jet avec l'addition du mode subharmonique.

La figure 1.15 montre les lignes de courant instantanées par la méthode LES des jets rectangulaires au nombre de Reynolds élevé ( $= 75.000$ ), avec des instabilités en mode large, respectivement le long de l'axe principale et secondaire. Il n'y a aucune vorticité perceptible pour les deux premiers diamètres, et l'évolution est tout à fait différentes de ceux du jet laminaire: on observe une expansion du jet sur le plan de l'axe secondaire. On conclut que l'origine de l'écoulement secondaire est due aux conditions initiales à la sortie du jet. Les mécanismes non visqueux, qui peuvent être expliqués par l'évolution des anneaux de vortex sont responsables de la déformation des jets laminaires avec le mode discret. Les jets laminaires normaux évoluent d'une façon normale (sans  v nements marquants) de la section transversale rectangulaire à une section circulaire. Dans les jets turbulents, la vorticité des lignes de courant est générée par des termes incluant les dérivés secondaires du tenseur de contrainte de Reynolds et les tensions de cisaillements. Les mécanismes non visqueux ne jouent aucun rôle. Ces résultats sont confirmés par des calculs de RANS avec l'ASM.

## 1.6. Conclusion

Bien qu'une quantité énorme d'investigations aient été effectuées jusqu'ici pour comprendre les mécanismes liés aux instabilités des jets libres. Une approche capable de décrire le phénomène tenant compte de tous les paramètres qui régissent la rupture d'un jet (la pesanteur, la viscosité du liquide et du milieu gazeux environnant, les écoulements internes dans la buse, la turbulence, la relaxation de profil de vitesse, l'axisymétrie) semble encore inachevée.

La plupart des résultats réalisés sont basés sur des modèles analytiques ou semi-analytiques. L'utilisation des simulations de CFD montre des résultats prometteurs. Une modélisation par la méthode VOF sera proposée dans cette étude afin d'essayer de reproduire quelques phénomènes de rupture des jets libres.

Dans le chapitre suivant, nous décrirons précisément les équations régissant la technique de suivi et de capture d'interface, pour le traitement numérique au sein du code de calcul.



## **CHAPITRE 2 :**

# **MODELISATION DES ECOULEMENTS A INTERFACE ET FORMULATION MATHEMATIQUE**

## CHAPITRE 2 : MODELISATION DES ECOULEMENTS A INTERFACE ET FORMULATION MATHEMATIQUE

### 2.1. Introduction

La configuration adoptée, dans cette étude, dispose de deux phases : l'air autour du jet représentant la phase gazeuse et la colonne liquide du jet représentant la phase liquide. L'écoulement ainsi produit est instationnaire car la colonne liquide subit des instabilités et des déformations qui peuvent conduire à sa rupture. Un modèle diphasique instationnaire (bi ou tridimensionnel) est l'outil le mieux adapté pour représenter cet écoulement.

La littérature propose plusieurs approches de modélisation diphasique telles que l'approche lagrangienne-eulérienne, l'approche eulérienne à deux fluides ainsi que l'approche de mélange nommée aussi *modèle de suivi et de capture d'interface*.

Dans cette étude, la description explicite de l'interface est nécessaire pour permettre la reproduction de la rupture de la colonne d'eau. Par conséquent, l'approche lagrangienne-eulérienne et l'approche eulérienne à deux fluides sont écartées dans cette étude car elles ne permettent pas de représenter les changements de topologie.

Dans ce chapitre, on dressera un panorama sur les principaux modèles de suivi et de capture d'interface proposés dans la littérature. L'objectif étant l'aide au choix d'une méthode capable de prendre en charge les phénomènes de rupture d'un jet liquide libre.

Avant d'entamer la méthodologie de chacun de ces modèles, nous présentons succinctement une définition claire de l'interface sur la base de laquelle nous définissons les caractéristiques physiques de ces deux liquides et leurs interfaces (exemple : la tension de surface).

## 2.2. Concept d'interface

Physiquement, c'est une zone de faible épaisseur, où les grandeurs physiques subiront une discontinuité ou un saut. A l'échelle moléculaire, une interface liquide-gaz correspond à une zone de transition où la densité passe progressivement d'une valeur moyenne dans le liquide à une valeur moyenne dans le gaz. La taille de la zone de transition est de l'ordre de quelques libre parcours moyens des molécules. En général, on utilise cette notion d'interface pour évoquer la surface de séparation qui existe entre deux phases (au sens thermodynamique du terme), c'est une surface à travers laquelle les propriétés des fluides changent brutalement. L'interface a alors pour origine la discontinuité des forces intermoléculaires entre deux phases. Pour un mélange eau-air, la densité peut varier d'un facteur 1000 entre deux cellules adjacentes [22]. Ce saut de densité, qui est présent aussi près des bulles d'air et des gouttelettes d'eau, présente un défi de stabilité numérique, lors de la résolution des équations de l'écoulement due à la présence de la densité dans plusieurs termes des équations de Navier-Stokes. En effet, les phénomènes physiques intervenant dans cette zone doivent être bien connus, pour prédire correctement les conditions de saut et la vitesse de propagation de l'interface.

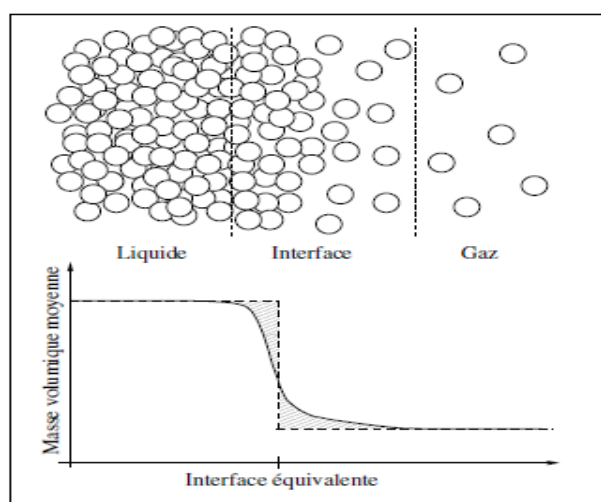


Figure 2.1 : Représentation de l'interface d'après A.Toutant [23].

## 2.3. Notion de tension de surface

La *tension de surface* est la tension qui existe à la surface de séparation de deux phases. On la définit comme la force qu'il faut appliquer à l'unité de longueur

le long d'une ligne perpendiculaire à la surface d'un liquide en équilibre pour provoquer l'extension de cette surface, ou comme le travail exercé par cette force par unité de surface.

L'action de la tension de surface a été mise en évidence en premier lieu par Plateau [24]. Ces tensions sont dues aux forces cohésives qui existent entre molécules voisines d'une phase condensée, et tend à minimiser l'aire de l'interface entre ces molécules et celles d'une autre phase. Ainsi, elle s'oppose à la déformation de l'interface. Cette force est à l'origine des phénomènes capillaires, qui commencent à être très importants à partir de l'échelle millimétrique.

On peut formaliser cette propriété de la manière suivante : il existe une différence de pression entre le liquide et le gaz, égale à la *courbure moyenne* de la surface  $k_i$  multipliée par un coefficient  $\sigma$ , appelé *coefficient de tension de surface*, dépendant des deux fluides en présence. La pression la plus forte règne dans le fluide dont la surface est convexe (voir figure 2.2).

$$P_{int} - P_{ext} = k_i \sigma \quad (2.1)$$

L'équation (2.1) s'appelle équation de Laplace,  $k_i$  est la courbure moyenne de la surface, c'est-à-dire la somme des deux courbures principales :

$$k_i = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (2.2)$$

Si la pression est uniforme à l'intérieur et à l'extérieur d'une goutte, le saut de pression est constant sur la surface et, par conséquent, la courbure l'est. La force qui en résulte est orientée du gaz vers le liquide. Une tension de surface élevée implique une forte résistance au mélange.

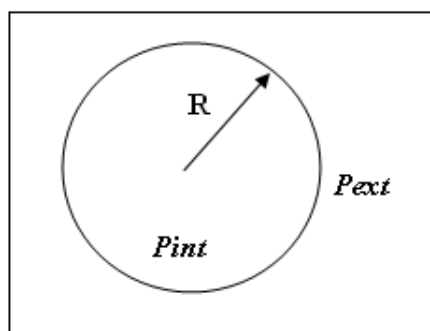


Figure 2.2 : Particule fluide sphérique.

## 2.4. Présentation des différents types des modèles de suivi et de capture d'interfaces

La résolution des équations de transport pour un écoulement diphasique est commune aux différents modèles, ceux-ci diffèrent par la description de l'interface. On peut distinguer trois types de méthodes suivant le type de maillage qu'elles utilisent :

### 2.4.1. Méthodes à maillage mobile

Ces méthodes sont dites aussi méthodes lagrangiennes car l'écoulement est traité dans un maillage qui se déforme pour poursuivre l'évolution de l'interface. Ce type de méthodes montre des résultats précis dans la modélisation des écoulements simples (exemple : travaux de Blanco (1995), figure 2.3, pour étudier les modes des oscillations d'une bulle soumise à un champ acoustique). Cependant, la possibilité d'employer ces méthodes est fortement remise en cause quand il s'agit de traiter des écoulements avec changement de topologie (cas de la majorité des écoulements à interfaces déformables).

Ces méthodes ont été utilisées pour la première fois par Ryskin et Lian [25] et plus récemment, par Legendre [26].

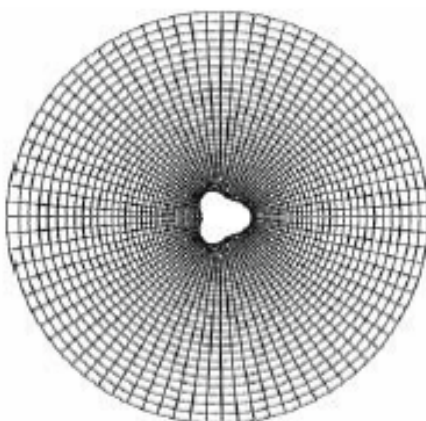


Figure 2.3 : Exemple de schéma mobile des méthodes de suivi Lagrangien de l'interface Blanco (1995) [27].

### 2.4.2. Méthodes à maillage mixte ou méthodes de suivi de front « front-tracking »

Ces méthodes utilisent deux types différents de maillage : un maillage fixe pour les grandeurs volumiques et un maillage mobile, moyennant des marqueurs pour

représenter les interfaces. Ces marqueurs sont liés par des segments qui forment la trame du maillage mobile, Unverdi [28], figure 2.4. A chaque pas de temps, l'information concernant la position des points et la séquence selon laquelle ils sont reliés et stockés. Les points sont ensuite advectés selon l'équation d'évolution de l'interface (vitesse locale). Un système d'interpolation et d'extrapolation permet d'échanger des informations entre les deux maillages, ce qui, les rend moins précises par rapport aux méthodes à maillage mobile. L'avantage de cette méthode est de pouvoir résoudre les structures de l'interface à l'échelle de sous-maille, mais ceci nécessite des capacités de stockage importantes.

La répartition des points situés à l'interface peut être problématique car un segment peut être construit avec beaucoup de points, laissant un autre segment avec une résolution insuffisante. Dans certains écoulements, la surface de l'interface peut augmenter ou diminuer (interface stretching). Il est donc nécessaire d'être capable de rajouter ou retirer des points sur l'interface. Cet inconvénient est commun aux méthodes à maillage mobile. A l'heure actuelle, on n'a pas trouvé une meilleure façon de manipuler la variation de la longueur de l'interface.

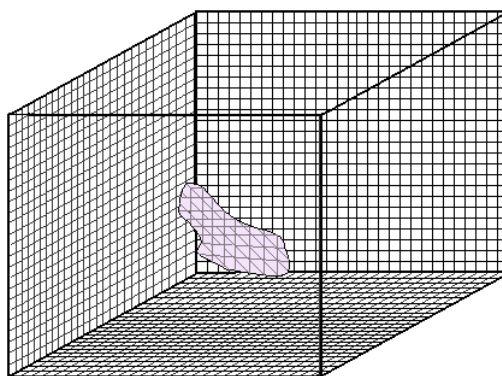


Figure 2.4 : Exemple de schéma d'un maillage mixte des méthodes de suivi de front.

Pour cela, ces méthodes se limitent à des écoulements où les interfaces sont peu déformées car la gestion des ruptures et de reconnexions des interfaces peut être également problématique, Duquennoy [29].

### 2.4.3. Méthodes à maillage fixe

On les appelle également les méthodes de suivi en volume car leur principe de base est de conserver le volume de chacune des phases de l'écoulement. Ce suivi en

volume est effectué dans le maillage fixe. Seul un maillage Eulérien, discrétisant l'ensemble du domaine physique, est considéré pour résoudre les équations d'évolution des deux fluides et celle des interfaces (formalisme mono-fluide [29]), figure 2.5. On distingue deux types de représentation et de capture d'interfaces suivant que l'on utilise :

- Une fonction de couleur valant 0 dans une phase et 1 dans l'autre, ce sont les méthodes de Volume Of Fluid (VOF) [30].
- Une fonction de distance signée s'annulant à l'interface, ce sont les méthodes Level-set [31] [32].

Un des avantages de ces méthodes est de permettre naturellement les phénomènes de rupture et de coalescence alors que les méthodes de suivi de front nécessitent des algorithmes complexes. Toutefois, cet avantage dans l'algorithmique de VOF et Level-Set ne doit pas nous faire oublier que la vraie difficulté de la prise en compte des phénomènes de rupture et de coalescence est l'élaboration d'un critère physique adéquat.

Une difficulté conceptuelle de ces méthodes est l'étalement de l'interface sur plusieurs mailles (interfaces diffuses) et la non-conservation de la masse. La plupart des méthodes numériques de capture d'interface rencontrent ce problème même si c'est pour des raisons différentes : Sussman et al. [33] l'évoquent pour les méthodes Level-Set, Renardy et al. [34] pour les méthodes VOF.

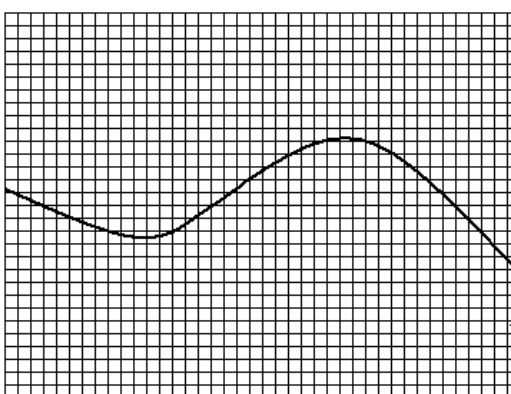


Figure 2.5: Exemple de schéma d'un maillage fixe des méthodes de capture de front.

Le tableau 2.1 : ci-contre représente un petit récapitulatif des principales méthodes utilisées pour le suivi d'interface.

Tableau 2.1: Principales méthodes de suivi d'interface

Méthode	Principe	Avantages	Inconvénients	Types d'algorithme
Suivi d'interface	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Maillage mobile</li> <li>• Description explicite de l'interface</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Très précise</li> <li>• Résous les structures de l'interface à l'échelle de la sous-maille</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Difficile à mettre en œuvre</li> <li>• Nécessitent d'énorme moyen de calculs</li> <li>• Incapable de simuler plusieurs inclusions ou des changements de topologie</li> </ul>	Interface tracking [28].
Suivi de front	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Maillage mixte</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Précision de la position et l'orientation de l'interface</li> <li>• Résoudre les structures de l'interface à l'échelle de sous-maille</li> <li>• Evaluation précise des contributions visqueuse et capillaire</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Difficultés pour traiter les ruptures et les reconnections</li> <li>• Problème d'une répartition adéquate marqueur d'interface</li> <li>• Nombre fixe de marqueurs (difficulté de rajout ou de suppression de marqueur suite à une fragmentation ou connexion d'interfaces</li> </ul>	The Point-Set Method : Front –Tracking without connectivity. D.J Torres and JU Brackbill [35].
Capture d' interface	<ul style="list-style-type: none"> <li>• L'interface maillage fixe</li> <li>• Description implicite de l'interface</li> <li>• Couplées à des algorithmes de reconstitution d'interfaces</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Facile à mettre en œuvre</li> <li>• Bonne appréciation de la courbure d'une interface</li> <li>• Permet de simuler simplement les changements de topologie (rupture ou coalescence, transition d'un écoulement à phase dispersée)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Les structures de l'écoulement plus petit que la taille de la cellule ne sont pas prises en compte d'aucune manière</li> <li>• Les déformations importantes de l'interface ne sont pas reproduites</li> <li>• Non conservation de la masse</li> </ul>	VOF Level-Set



Les méthodes de capture d'interface peuvent s'avérer les plus adéquates pour les essais de modélisation de la rupture des jets libres.

Dans ce qui suit, nous exposerons les différentes approches de modélisation par VOF choisie pour reproduire l'écoulement du jet libre.

## 2.5. Modélisation mathématique par VOF

La méthode VOF est une méthode Eulérienne où le fluide s'écoule à travers un maillage de calcul fixe ou d'une grille de cellules. Celle-ci est largement appliquée à l'étude de phénomènes complexes comme la rupture et la coalescence [35] ou encore la cavitation [36].

Cette méthode présente beaucoup d'avantages ; Elle assure une bonne conservation de la masse de chacune des espèces et les changements topologiques s'effectuent de façon implicite. Elles nécessitent cependant un schéma numérique conservatif pour le transport du taux de présence pour limiter la diffusion numérique et empêcher les oscillations liées à la variation brutale du taux de présence à la traversée des interfaces.

En contre partie, les inconvénients de cette méthode sont principalement les difficultés de la modélisation des structures de taille inférieure à la maille et la lourdeur des algorithmes de reconstitution de l'interface [37].

La méthode VOF utilise le concept de transport d'un champ scalaire pour le traitement des ruptures et connexions de l'interface. Ce scalaire est capable de respecter facilement cette propriété du fait de sa nature implicite [38]. Nous présentons dans ce qui suit les détails de cette fonction.

### 2.5.1. Fonction de couleur

On définit de façon triviale une fonction caractéristique continue dite de couleur  $\varphi$  appelée aussi « taux de présence » afin de déterminer la position d'une interface dans le temps. Cette fonction est singulière à l'interface. Elle représente pour chaque cellule la fraction volumique occupée par l'un des deux fluides.

$$\begin{aligned}
\varphi(x, t) &= 1 \text{ dans le fluide "Liquide"} \\
\varphi(x, t) &= 0 \text{ dans le fluide "Gaz"} \\
\rho(x, t) &= \rho_L \varphi(x, t) + (1 - \varphi(x, t)) \rho_G \\
\mu(x, t) &= \mu_L \varphi(x, t) + (1 - \varphi(x, t)) \mu_G
\end{aligned} \tag{2.3}$$

L'équation 2.3 est advectée passivement par le champ de la vitesse locale de l'écoulement suivant l'équation 2.4, elle est solution d'une équation de transport équivalente à l'équation de conservation de la masse. La formulation conservative de l'équation de transport de la fonction couleur sera donc :

$$\partial_t \varphi + \nabla \cdot (u \varphi) = 0 \tag{2.4}$$

Lorsque l'interface coupe une cellule, la valeur de  $\varphi$  est telle que  $0 < \varphi < 1$ .

### 2.5.2. Formulation des équations de mouvement

Toutefois, dans la majorité des cas, l'Eq.(2.4) n'est pas discrétisée directement car la fonction couleur est discontinue et le traitement numérique de l'advection d'une discontinuité est un problème délicat en plus des problèmes éventuels de conservation de la masse. Sous l'effet de la diffusion numérique, la discontinuité se lisse avec le temps. Pour contourner ce problème, on préfère souvent reconstruire l'interface afin de construire des flux numériques grâce à des considérations géométriques locales assurant ainsi la conservation de la masse. Au delà de ce choix, il est de toute manière nécessaire dans bien des situations de calculer la normale à l'interface pour appliquer des conditions de saut dans le système de coordonnées associé. Les algorithmes de reconstruction approchent l'interface de manière linéaire, à l'intérieur de chaque cellule. On s'assure dans tous les cas que le volume défini par le segment de droite correspond au volume donné par la fonction couleur.

Après introduction de la fonction couleur  $\varphi$  dans l'équation (2.4), on obtient le système d'équations suivant:

$$\begin{aligned}
\nabla \cdot u &= 0 \\
\rho \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \nabla(\rho u u) &= \rho g + \nabla P + \nabla(\mu(\nabla u + \nabla^T u)) + F_{SV} \\
\frac{\partial \varphi(x,t)}{\partial t} + u \nabla \varphi &= 0
\end{aligned} \tag{2.5}$$

$F_{SV}$  représente la force singulière de la tension de surface.

### 2.5.3. Discrétisation de la tension de surface dans les méthodes VOF

L'introduction d'une force singulière telle que la tension de surface dans les équations du mouvement pose un problème numérique puisqu'il n'est pas possible de la traiter directement, les points discrets représentant l'interface étant différents des points de discrétisation du champ hydrodynamique sur grille fixe. La méthode Continuum Surface Force (CSF), Brackbill et al. [35], s'appuie sur une régularisation de cette force grâce à une formulation volumique approchant la formulation surfacique originale en utilisant le théorème de divergence. La force volumique ainsi obtenue est répartie ou étalée suivant plusieurs cellules voisines de l'interface, suivant les points discrets correspondant au champ hydrodynamique.

Si l'on considère la force surfacique  $F_S$  s'exprimant en tout point  $x_I$  d'une interface  $I$ , alors on peut définir une force volumique  $F_{SV}$  en tout point  $x$  de l'espace de calcul de la manière suivante :

$$F_{SV} = \int_I F_S(x) \delta(x - x_I) dI \tag{2.6}$$

$\delta(x - x_I)$  est une fonction de Dirac.

On calcule l'intégrale volumique de  $F_V$  suivant l'espace de calcul  $\Omega$  :

$$\begin{aligned}
\int_{\Omega} F_{SV}(x) d\Omega &= \int_{\Omega} \left( \int_I F_S(x) \delta(x - x_I) dI \right) d\Omega \\
&= \int_I F_S(x) \left( \int_{\Omega} \delta(x - x_I) d\Omega \right) dI \\
&= \int_I F_S(x) dI
\end{aligned} \tag{2.7}$$

Dans la méthode VOF, cette force est formulée comme suit :

$$F_{SV} = -\sigma \operatorname{div} \left( \frac{\vec{\nabla} \varphi}{|\nabla \varphi|} \right) \nabla \varphi = -\sigma k_i \nabla \varphi \quad (2.8)$$

Ainsi, la force singulière de la tension de surface  $F_{SV}$  dans l'équation de quantité de mouvement (Eq. 2.5) s'écrit en fonction de la tension de la surface libre de l'eau  $\sigma$  :

$$F_{SV} = \sigma \frac{\rho k_i \nabla \varphi}{\frac{1}{2}(\rho_G + \rho_L)} \quad (2.9)$$

Avec:  $\nabla \varphi$  et  $k_i$  sont respectivement, le gradient et la courbure de l'interface. Ils sont déterminés par ce qui suit:

$$k_i = \nabla n, \quad n = \frac{\vec{\nabla} \varphi}{|\nabla \varphi|} \quad (2.10)$$

$n$  est la normale à l'interface dans chaque cellule, elle est définie comme le gradient du champ de la fraction volumique.

$\rho$  est la densité volumique moyenne.

$\varphi_L$  est la fraction volumique de la phase liquide,  $\rho_L$  sa densité et  $\rho_G$  est la densité de l'air.

#### 2.5.4. Reconstitution de l'interface dans les méthodes VOF

Il s'agit de résoudre l'équation différentielle hyperbolique qui régit le transport de la fraction volumique de phase. L'utilisation du schéma First Up-Wind pour la résolution de cette équation cause de sérieux problèmes de diffusion numérique et l'utilisation des schémas d'ordre supérieur (exemple : schéma QUICK) entraîne des oscillations numériques. Pour cela, on trouve dans la littérature plusieurs schémas d'interpolation proposés pour contourner ce problème.

Les algorithmes de reconstruction de l'interface ont fait l'objet d'améliorations successives au fil des deux dernières décennies de développement des méthodes VOF. Les algorithmes initiaux étaient relativement

rudimentaires, comme la méthode SLIC (Simple Line interface Connection) développée par Noh et Woodward [39] où l'interface se compose de segments de droite qui sont construits de manière parallèle ou verticale aux axes de l'écoulement [30] [39] [40], les plus récents sont plus sophistiqués et beaucoup plus précis.

Le tableau 2.2 ci-dessous présente quelques méthodes les plus fréquemment utilisés pour la résolution de l'équation différentielle de transport de l'interface.

Nous détaillons par la suite la méthode de reconstitution d'interface par le schéma PLIC (Piecewise Linear interface Connection) ou CIAM (Calcul d'Interface affiné par Morceaux) introduite par Youngs [42] et développée par Li [43]. Cette méthode est utilisée dans ce présent travail pour produire l'écoulement d'un jet libre infini. Ce choix est justifié par le pas de temps de calcul raisonnablement élevé et la possibilité de réalisation des calculs sur un maillage structuré et une précision acceptable concernant la conservation de la masse, Gopala [44].

Tableau 2.2: Quelques schémas de résolution de l'équation de transport de l'interface dans les méthodes VOF [41].

Méthode	Principe	Avantages	Inconvénients
FCT (Flux Corrected Transport) ( <i>Boris &amp; Book 1973, Zalesak 1979, DeVore 1998</i> )	Flux ( $F=U*\Delta t*\phi$ ) U est la vitesse, $\Delta t$ est le pas de temps et $\phi$ la fraction volumique) Combinaison du schéma d'interpolation up-wind et down-wind	Facilement étendu aux écoulements tridimensionnels par la méthode Direction Split Techniques	- La méthode a du mal à conserver les fronts raides dès que les écoulements sont fortement non uniformes - Elle crée des oscillations non physiques et d'importantes diffusion numérique en cas de vorticité élevée.
CICSAM (Compressive Interface Capturing Scheme for Arbitrary Meshing) <i>Ubbink 1997</i>	Principe des schémas de flux (donneur-accepteur). Elle utilise l'approximation des diagrammes normalisés de Léonard (1988)	- Ne pose pas de problèmes de conservation de la masse. - Appliqué pour tous les types d'écoulements - Appliquée pour tous les types de maillage	- Nécessite des échelles temporelles très fines - Nécessite que le nombre CFL < 0.01 pour le maintien de la structure et de la forme de l'interface.
Schéma Inter-Gamma Differencing <i>Rusche (2002)</i>	Elle utilise également l'approximation des diagrammes normalisés de Léonard (1988)	- Ne pose pas de problèmes de conservation de la masse. - Appliquée même pour les écoulements à forte vorticité - Appliquée pour un maillage arbitraire	- Nécessite des échelles temporelles très fines - Le nombre CFL doit être infinitésimal
PLIC (Piecewise Linear Interface Connection) ou CIAM (Calcul d'Interface Affine par Morceaux)	L'interface est un ensemble de segments droits séparant les phases en présence à 2D ou des plans à 3D	- Problème de conservation de la masse se pose faiblement par rapport au cas de CFT - Peut être utilisée pour les grandes échelles temporelles si CFL < 1	- Utilisée uniquement pour le maillage structuré - La difficulté de raccordement des segments d'interfaces appartenant aux différentes cellules voisines.

### 2.5.5. Reconstitution d'interface par l'Algorithme CIAM à 2D

En modélisation bidimensionnelle, l'interface n'est pas construite comme une ligne horizontale ou verticale mais comme une ligne droite avec une pente constante. Dans ce cas, CIAM fonctionne en deux étapes : Dans un premier temps, les segments d'interfaces sont reconstruits dans chaque cellule de la zone interfaciale, à partir des valeurs de la fonction taux de présence et des ses gradients. La difficulté de cette étape de reconstruction réside dans le raccordement des segments d'interfaces appartenant aux différentes cellules voisines. Dans un second temps, les segments sont transportés en résolvant l'équation d'évolution du taux de présence [41].

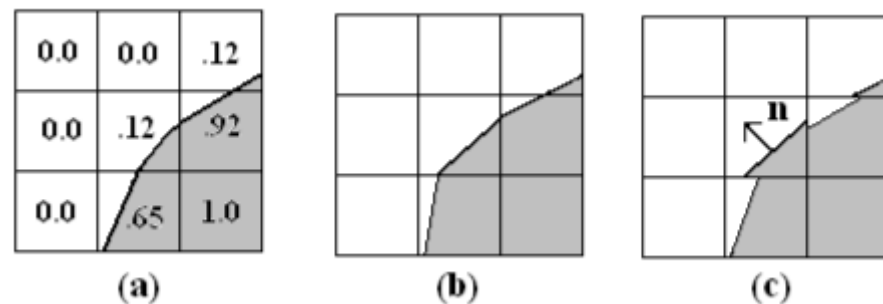


Figure 2.6 : Exemple de la reconstitution d'interface par la méthode CIAM

(a) Interface réelle et fractions volumiques correspondantes. (b) Reconstitution idéale de l'interface. (c) Reconstitution par CIAM [43].

L'extension de cette approche à des écoulements tridimensionnels n'est pas directe, car l'on ne doit plus alors raccorder des segments mais des plans entre les cellules voisines. Il est de plus nécessaire d'effectuer une grande quantité de tests logiques pour déterminer la position et l'orientation exacte de ces plans.

Une reconstruction « idéale » pourrait être une série de segments qui se raccordent entre les cellules, mais ceci impose trop de contraintes sur l'algorithme de reconstruction. Donc CIAM calcule d'abord une approximation de la direction normale  $n$  de l'interface. Le vecteur normal est déterminé via le gradient de la fraction volumique dans les cellules avoisinantes.

La figure 2.6c montre une interface réelle approchée par une ligne droite perpendiculaire au vecteur normal à l'interface dans chaque cellule.

Une simple différence finie centrée en huit points de la fraction volumique permet d'obtenir de bons résultats [45]. La position du segment est alors ajustée pour que la fraction volumique soit égale à la valeur prescrite. Voyons de plus en détail le cheminement de la méthode, toujours en 2D : on considère une cellule carrée d'arrêt  $h$  unité dont l'origine est de  $(0,0)$ . Le segment de direction normale  $(m,n)$  appartient à l'ensemble de droites parallèles d'équation :

$$mx + ny = \xi \quad (2.11)$$

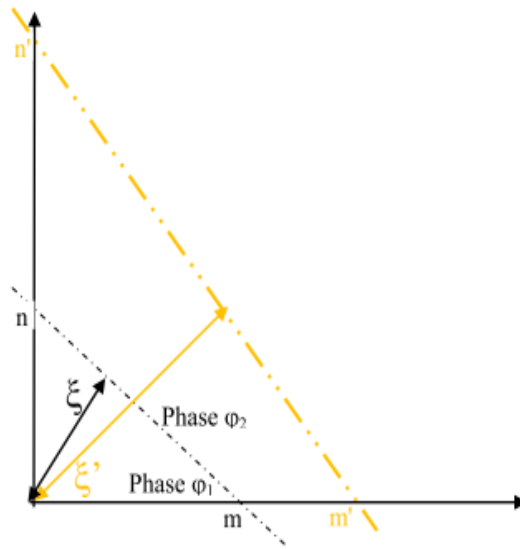


Figure 2.7: Coordonnées de l'interface utilisées dans CIAM à deux dimensions.

$\xi$  est un paramètre à déterminer permet de fixer une droite, figure 2.7. Il représente la plus petite distance à l'origine. Après quelques opérations de symétrie, il peut être supposé que  $0 < m \leq n$ . Les deux segments de direction normale  $(m,n)$  qui passent par le point  $(0,1)$  ou  $(1,0)$  donnent lieu à deux fractions volumiques critiques  $\alpha_1 = m/2n$  et  $\alpha_2 = 1 - \alpha_1$  qui induisent trois formules pour  $\xi$  :

$$\begin{cases} \xi = \sqrt{2cmn} \text{ si } 0 \leq \varphi \leq \varphi_1 \\ \xi = (2cn + m)/2 \text{ si } \varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2 \\ \xi = m + n - \sqrt{2(1-c)mn} \text{ si } \varphi_2 \leq \varphi \leq 1 \end{cases} \quad (2.12)$$



L'interface est donc reconstruite. Il faut maintenant l'advecter par une méthode lagrangienne, dans laquelle la vitesse sur l'interface est calculée par interpolation linéaire. Soit "A" un point dans la cellule indexée  $i, j$  dont les coordonnées normalisées par  $h$  sont  $(x, y) \in [0,1]^2$ . Les interpolations de la vitesse sont :

$$\begin{cases} u = (1 - x)u_{i-\frac{1}{2},j} + xu_{i+\frac{1}{2},j} \\ v = (1 - y)v_{i,j-\frac{1}{2}} + yv_{i,j+\frac{1}{2}} \end{cases} \quad (2.13)$$

Les nouvelles coordonnées de "A" sont alors :

$$\begin{cases} x' = \left(1 - u_{i-\frac{1}{2},j} \frac{\Delta t}{h} + u_{i+\frac{1}{2},j} \frac{\Delta t}{h}\right) x + u_{i-\frac{1}{2},j} \frac{\Delta t}{h} \\ y' = \left(1 - v_{i,j-\frac{1}{2}} \frac{\Delta t}{h} + v_{i,j+\frac{1}{2}} \frac{\Delta t}{h}\right) y + v_{i,j-\frac{1}{2}} \frac{\Delta t}{h} \end{cases} \quad (2.14)$$

$\Delta t$  est le pas de temps. La nouvelle équation de l'interface  $m'x + n'y = \xi'$  est alors :

$$\begin{cases} m' = m / \left(1 - u_{i-\frac{1}{2},j} \frac{\Delta t}{h} + u_{i+\frac{1}{2},j} \frac{\Delta t}{h}\right) \\ n' = n / \left(1 - v_{i,j-\frac{1}{2}} \frac{\Delta t}{h} + v_{i,j+\frac{1}{2}} \frac{\Delta t}{h}\right) \\ \xi' = \xi + m' u_{i-\frac{1}{2},j} \frac{\Delta t}{h} + n' v_{i,j+\frac{1}{2}} \frac{\Delta t}{h} \end{cases} \quad (2.15)$$

Le champ de fraction volumique est alors recalculé à partir de ces nouvelles équations d'interface [46].

## 2.6. Modélisation de la turbulence par $k-\varepsilon$ dédié aux écoulements monophasique

### 2.6.1. Introduction

La modélisation de la turbulence en écoulement diphasique est encore en voie de développement. On distingue une grande variété d'échelles depuis l'échelle du système, passant par l'échelle des inclusions jusqu' à l'échelle de Kolmogorov.

Lors de la simulation de ces écoulements, de nombreux phénomènes physiques doivent être pris en compte. Cependant, il est difficile de distinguer les effets de la modélisation de l'interface de celle de la modélisation de la turbulence.

On propose, dans cette étude, d'utiliser un modèle de turbulence simple, à savoir le modèle  $k$ - $\varepsilon$  standard à deux équations. Comme le système d'équation considéré est appliqué à un mélange homogène, l'application de ce modèle à notre cas sera considéré sans introduction de termes source, ni modification des constantes empiriques. Ainsi, on peut examiner, approximativement, comment la présence de la turbulence modifie la structure d'une interface en agissant sur le champ de vitesse moyen et fluctuant.

Nous détaillons dans ce qui suit, Le modèle à deux équations  $k$ - $\varepsilon$  tel qu'il est utilisé dans la modélisation diphasique.

### 2.6.2. Formulation des équations de la turbulence

Le modèle le plus couramment utilisé en raison de sa mise en œuvre est le modèle de type énergie-dissipation ( $k$ - $\varepsilon$ ) proposé par Jones et Launder [47]. Ce modèle repose sur un schéma de type viscosité tourbillonnaires EVM (Eddy Viscosity Model), dans lequel les composantes du tenseur de Reynolds  $-\rho\overline{u_j u_j}$  sont reliées aux gradients moyens de la vitesse en faisant intervenir une viscosité turbulente  $\nu_t$  (pour le champ dynamique).

La viscosité et la diffusivité turbulente sont liées aux échelles caractéristiques de la turbulence, à savoir l'énergie cinétique de la turbulence et son taux de dissipation. Le flux de chaleur nécessite l'introduction d'une constante empirique: il s'agit du nombre de Prandtl de turbulence. Pour les champs dynamiques, la formulation de Boussinesq donne:

$$\overline{u_j u_j} = \frac{2}{3} k \delta_{ik} - \nu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.16)$$

Les propriétés de la turbulence sont donc représentés par l'énergie cinétique de la turbulence  $k$  et son taux de dissipation  $\varepsilon$  dont les évolutions sont calculés à partir de deux équations de transport. De plus, les expressions des

termes de diffusion sont légèrement modifiées en introduisant une hypothèse de diffusion en gradient pour la diffusion turbulente de  $k$  et celle de  $\varepsilon$ . on obtient les équations de transport modélisées de  $k$  et de  $\varepsilon$ , *Lauder (1975)*:

$$\frac{dk}{dt} = \nu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] - \varepsilon \quad (2.17)$$

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = c_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \nu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - c_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] \quad (2.18)$$

La viscosité dynamique turbulente  $\mu_t$  est calculée en combinant les variables  $k$  et  $\varepsilon$  par l'équation suivante :

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (2.19)$$

D'où :

$$\nu_t = \frac{\mu_t}{\rho} \quad (2.20)$$

$C_\mu$ ,  $C_\varepsilon$ ,  $C_{\varepsilon 1}$  et  $C_{\varepsilon 2}$  sont les constants du modèle  $k$ - $\varepsilon$  standard.  $\sigma_k$  et  $\sigma_\varepsilon$  sont les nombres de Prandtl turbulent, respectivement pour  $k$  et  $\varepsilon$  [49], [50]. Les valeurs de ces constantes empiriques sont données dans le tableau indiqué ci-dessous.

Tableau 2.3: Constantes de modélisation dans  $k$ - $\varepsilon$ .

$C_\mu$	$C_\varepsilon$	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	$\sigma_k$	$\sigma_\varepsilon$
0.09	0.15	1.44	1.92	1.0	1.3

## 2.7. Conclusion

Les sections précédentes ont permis de faire un choix du modèle approprié permettant l'étude du phénomène de rupture d'un jet liquide libre.

Dans les méthodes à maillage mobile, les frontières représentent les interfaces remises à jour à chaque pas de temps. Cependant, l'utilisation de ce

type de méthodes est compromise quand il s'agit de traiter des écoulements à interfaces fortement déformables pouvant conduire à des phénomènes de rupture ou de reconnexion d'interfaces, comme c'est le cas de notre étude.

Dans les méthodes à un maillage fixe, les interfaces se déplacent librement et le maillage n'assure plus explicitement la séparation entre les fluides. De plus, la rupture ou reconnexion de l'interface peuvent être traités facilement en les associant à d'autres algorithmes de reconstitution de l'interface. Pour cette raison, nous avons adopté cette approche de modélisation.

Dans cette étude la méthode à un maillage fixe par VOF est utilisée. La reconstitution de l'interface par CIAM (Calcul d'Interface affiné par Morceaux) est considéré pour reproduire la topologie des gouttes d'eau après la rupture de la colonne liquide.

**CHAPITRE 3 :**  
**MODELISATION NUMERIQUE**

## **CHAPITRE 3 : MODELISATION NUMERIQUE**

### 3.1. Introduction

Ce chapitre est consacré à la description de la méthode numérique utilisée. Il s'agit de la méthode des volumes finis pour résoudre le système d'équation aux dérivées partielles moyennant le schéma d'interpolation « First Order Upwind scheme ». Nous décrivons ci-contre le schéma de couplage vitesse-pressure appliquée à des vitesses qui sont définies aux nœuds d'un volume de contrôle ordinaire.

Les paramètres de la simulation et la modélisation géométrique du problème sont également reportés dans ce chapitre.

Le poste de travail utilisé pour ces simulations est un PC doté d'un microprocesseur Pentium 4HT avec une fréquence d'horloge de 2,2 GHz et de 2 Go de mémoire vive.

### 3.2. Procédure numérique

#### 3.2.1. Méthode des volumes finis

La méthode des volumes finis appliquée à la résolution des équations de Navier-stokes a été systématiquement utilisée. Cette méthode a été développée par Patankar au début des années soixante-dix et a acquis ses titres de noblesse dans les années quatre vingt grâce à la diffusion du logiciel *Teach* dans de nombreuses universités. Aujourd'hui cette méthode est pratiquement devenue standard international et sert de base numérique à la plupart des logiciels commerciaux récents. Cette méthode possède des qualités qui font d'elle l'une des

plus adaptées à l'étude des écoulements turbulents. En effet, elle est robuste et surtout facile à mettre en œuvre.

### 3.2.1.1. Principe de la méthode

La méthode des volumes finis consiste à diviser le domaine de calcul en un nombre fini de volume de contrôle, entourant chaque point appelé « nœud ». Les équations aux dérivées partielles sont intégrées sur chaque volume de contrôle exprimant ainsi le principe de conservation. Il existe deux méthodes pour placer le réseau de points et leurs volumes de contrôle associés. La première technique consiste à définir d'abord la grille de points, puis placer les faces des volumes à mi-distance de deux nœuds consécutifs. Dans la seconde technique, on commence par la définition des volumes de contrôle, puis on place les nœuds associés aux centres des volumes.

### 3.2.1.2. Discrétisation des équations de transport

Nous intéresserons dans ce paragraphe à la discrétisation des équations qui gouvernent notre problème. Les équations de conservation peuvent s'écrire sous la forme suivante :

$$\frac{\partial}{\partial x}(r\rho U\Phi) + \frac{\partial}{\partial r}(r\rho V\Phi) - \frac{\partial}{\partial x}\left(r\Gamma_{\Phi}\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial r}\left(r\Gamma_{\Phi}\frac{\partial\Phi}{\partial r}\right) = rS_{\Phi} \quad (3.1)$$

Toutes les équations gouvernantes dans notre problème peuvent s'écrire alors sous la forme suivante :

$$\frac{\partial}{\partial x}(r\rho U\Phi) + \frac{\partial}{\partial r}(r\rho V\Phi) - \frac{\partial}{\partial x}\left(r\Gamma_{\Phi}\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial r}\left(r\Gamma_{\Phi}\frac{\partial\Phi}{\partial r}\right) = rS_{\Phi} \quad (3.2)$$

Intégrons l'équation (3.2) sur un volume de contrôle de la figure (3.1) :

$$\iint_w^e \frac{\partial}{\partial x} \left[ r\rho U\Phi - r\Gamma_{\Phi} \frac{\partial\Phi}{\partial x} \right] dxdr + \iint_w^e \frac{\partial}{\partial r} \left[ r\rho V\Phi - r\Gamma_{\Phi} \frac{\partial\Phi}{\partial r} \right] dxdr = \int_V rS_{\Phi} dV \quad (3.3)$$

Ce qui donne après intégration :

$$\left[ r\rho U\Phi - r\Gamma_\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial x} \right]_w^e \Delta r + \left[ r\rho V\Phi - r\Gamma_\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial x} \right]_n^s \Delta r = \int_V rS_\Phi dv \quad (3.4)$$

L'intégration du terme source  $\int_V rS_\Phi dv$  est obtenue en supposant que  $S_\Phi$  est uniforme sur le volume de contrôle. Il est approximé par la forme linéaire suivante :

$$\overline{S_\Phi} = \int_V rS_\Phi dv \cong S_P\Phi + S_U \quad (3.5)$$

Généralement les termes sources dans les équations discrétisées pour différentes variables n'ont pas de formes linéaires de l'équation (3.5), ils nécessitent un réarrangement pour avoir la forme désirée.

Les dérivées premières de la variable  $\Phi$  se résument après discrétisation à des valeurs de  $\Phi$  au niveau des nœuds :

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial\Phi}{\partial x} \right|_e &= \frac{\Phi_E - \Phi_P}{\delta x_e} & ; & & \left. \frac{\partial\Phi}{\partial x} \right|_w &= \frac{\Phi_P - \Phi_W}{\delta x_w} \\ \left. \frac{\partial\Phi}{\partial r} \right|_n &= \frac{\Phi_N - \Phi_P}{\delta r_n} & ; & & \left. \frac{\partial\Phi}{\partial r} \right|_s &= \frac{\Phi_P - \Phi_S}{\delta r_s} \end{aligned}$$

En utilisant la notation  $F$ ,  $D$  et  $J$ , représentant respectivement les termes de convection, de diffusion et de flux total, on a alors :

$$\begin{aligned} F_e &= (\rho U)_e r_e \Delta r & D_e &= \left( \frac{\Gamma_\Phi}{\delta x} \right)_E r_e \Delta r & j_e &= F_e \Phi_e - D_e (\Phi_E - \Phi_P) \\ F_w &= (\rho U)_w r_w \Delta r & D_w &= \left( \frac{\Gamma_\Phi}{\delta x} \right)_w r_w \Delta r & j_w &= F_w \Phi_w - D_w (\Phi_P - \Phi_W) \\ F_n &= (\rho U)_n r_n \Delta r & D_n &= \left( \frac{\Gamma_\Phi}{\delta r} \right)_n r_n \Delta r & j_n &= F_n \Phi_n - D_n (\Phi_N - \Phi_P) \\ F_s &= (\rho U)_s r_s \Delta r & D_s &= \left( \frac{\Gamma_\Phi}{\delta r} \right)_s r_s \Delta r & j_s &= F_s \Phi_s - D_s (\Phi_P - \Phi_S) \end{aligned} \quad (3.6)$$



L'équation du flux total s'écrit sous la forme finale suivante :

$$j_e - j_w + j_n - j_s = S_p \Phi - S_U \quad (3.7)$$

En remplaçant  $\Phi$  par 1 et  $S_\phi$  par 0 dans l'équation (3.2), on obtient l'équation de continuité. Son intégration sur le volume de contrôle conduit à l'équation (3.8) :

$$F_e - F_w + F_n - F_s = 0 \quad (3.8)$$

Nous avons maintenant tous les éléments pour discrétiser complètement l'équation (3.7). Multiplions l'équation (3.8) par  $\Phi_p$  et soustrayons celle-ci à l'équation (3.7), on obtient :

$$(J_e - F_e \Phi_p) - (J_w - F_w \Phi_p) + (J_n - F_n \Phi_p) - (J_s - F_s \Phi_p) = S_p \Phi + S_U \quad (3.9)$$

Les expressions entre parenthèses dans l'équation précédente seront réécrite comme suit [50]:

$$\begin{cases} J_e - F_e \Phi_p = a_E (\Phi_E - \Phi_p) & J_w - F_w \Phi_p = a_W (\Phi_W - \Phi_p) \\ J_n - F_n \Phi_p = a_N (\Phi_N - \Phi_p) & J_s - F_s \Phi_p = a_S (\Phi_S - \Phi_p) \end{cases} \quad (3.10)$$

En substituant ces expressions dans l'équation (3.9), l'équation générale discrétisée devient :

$$a_p \Phi_p = a_E \Phi_E + a_W \Phi_W + a_N \Phi_N + a_S \Phi_S + b \quad (3.11)$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} a_E = D_e A(|Pe_e|) + \max[-F_e, 0] \\ a_W = D_w A(|Pe_w|) + \max[-F_w, 0] \\ a_N = D_n A(|Pe_n|) + \max[-F_n, 0] \\ a_S = D_s A(|Pe_s|) + \max[-F_s, 0] \\ a_p = a_E + a_W + a_N + a_S - S_p \\ b = S_U \end{cases} \quad (3.12)$$

$Pe_m$  est le nombre de *Peclet* défini par  $Pe_m = \frac{F_m}{D_m}$  ( $m=e,w,n,s$ ). Il représente le rapport des termes de convection et de diffusion.  $A(|Pe_e|)$  est une fonction qui caractérise le schéma d'interpolation choisi.

### 3.2.2. Algorithme de résolution du couplage Vitesse-Pression

Un des problèmes rencontrés lors de la résolution des équations de Navier-Stokes concerne le traitement du couplage entre vitesse et pression. Les équations de quantités de mouvement sont couplées entre elles par l'intermédiaire d'un champ de pression. Cette difficulté provient de l'absence d'équations explicites qui gouvernent le champ de pression, elle consiste en effet dans la détermination de la pression sous la contrainte de la relation de conservation de la masse.

La solution consiste à découpler les deux variables vitesse et pression par un algorithme et à résoudre un système approché puis le corriger via l'équation de continuité.

Il existe à présent un nombre importants d'algorithmes pour traiter ce couplage, on peut citer SIMPLE (Semi Implicit Method for Pressure Linked Equations) développée dans les années 70, PUMPIN (1979), SIMPLER (1980), SIMPLEST (1980), PISO (1982), SIMPLEC (1984) [51]. Malgré plusieurs comparaisons de ces différents algorithmes, aucun consensus n'apparaît clairement quant à la supériorité de l'un ou de l'autre, particulièrement lorsqu'il s'agit d'étudier des écoulements turbulents complexes. D'après une étude comparative effectuée par Huang et Leschziner [52]. Il semble que *SIMPLER* et *PISO* soient plus performants (en terme de convergence de la solution et de la stabilité des calculs numériques) que l'algorithme initial SIMPLE mais l'amélioration diminue lorsque l'écoulement étudié est plus complexe. Comme l'écoulement étudié dans ce travail est d'une complexité suffisante à déprécier les améliorations apportées en utilisant PISO (Pressure-Implicit with Splitting of Operators). Nous avons retenu l'algorithme SIMPLE pour la résolution du couplage vitesse-pression.

### 3.2.2.1. Equations des vitesses

Considérons les équations des composantes de la vitesse discrétisées sur la cellule de la figure (3.4) en « e » et « n ».

$$\begin{cases} a_e U_e = A_e (P_P - P_E) + b + \sum_i a_i U_i \\ a_n U_n = A_n (P_N - P_N) + b + \sum_i a_i V_i \end{cases} \quad (3.13)$$

$b$  est le terme source comprenant les termes autres que la pression,  $A_e$  et  $A_n$  sont les aires à travers lesquelles s'exercent les forces de pression et l'indice  $i$  représente les nœuds voisins du nœud considéré.

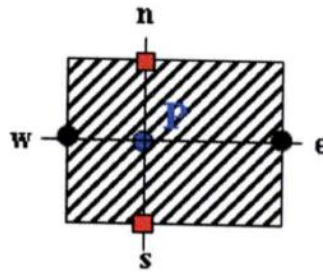


Figure 3.1 : Domaine d'intégration pour la pression à travers un volume de contrôle [53].

### 3.2.2.2. Correction des vitesses

Pour résoudre ce problème, on introduit la correction de vitesse de la façon suivante : si on note par la solution approchée de la pression et celle de la vitesse par  $P^*$ ,  $U^*$ ,  $V^*$  et les corrections respectives par  $P'$ ,  $U'$ ,  $V'$ , la solution exacte sera :

$$P = P^* + P'$$

$$U = U^* + U'$$

$$V = V^* + V'$$

Lorsqu'on résout les équations de quantité de mouvement en substituant  $P^*$ , on déduit une solution approchée des composantes de la vitesse :

$$\begin{cases} a_e U_e^* = A_e (P_p^* - P_E^*) + b + \sum_i a_i U_i^* \\ a_n V_e^* = A_n (P_p^* - P_N^*) + b + \sum_i a_i V_i^* \end{cases} \quad (3.14)$$

En retranchant la solution approchée de la solution exacte, on obtient une équation pour la correction de vitesse :

$$\begin{cases} a_e U'_e = A_e (P'_p - P'_E) + b + \sum_i a_i U'_i \\ a_n V'_e = A_n (P'_p - P'_N) + b + \sum_i a_i V'_i \end{cases} \quad (3.15)$$

Pour des raisons de convergence de calcul, on néglige dans les équations précédentes l'effet de la correction des vitesses des nœuds voisins, ce qui donne la forme simplifiée suivante :

$$\begin{cases} U_e = U_e^* + \frac{A_e}{a_e} (P'_p - P'_E) \\ V_n = V_e^* + \frac{A_n}{a_n} (P'_p - P'_N) \end{cases} \quad (3.16)$$

### 3.2.2.3. Correction de la pression

L'intégration de l'équation de continuité à travers le volume de contrôle représenté sur la figure 3.4 donne l'équation (3.17) suivante :

$$[(r\rho U)_e - (r\rho U)_w] \Delta r + [(r\rho U)_n - (r\rho U)_s] \Delta x = 0 \quad (3.17)$$

En substituant U et V dans cette équation par leurs expressions respectives de l'équation (3.16), on déduit l'équation régissant P' :

$$a_p P'_E = a_E P'_E + a_W P'_W + a_N P'_N + a_S P'_S + b'_p \quad (3.18)$$

$$\begin{cases} a_e = \rho + \frac{A_E}{a_E} \Delta r \\ a_w = \rho + \frac{A_W}{a_W} \Delta r \\ a_n = \rho + \frac{A_N}{a_N} \Delta X \\ a_s = \rho + \frac{A_S}{a_S} \Delta X \\ a_p = a_E + a_W + a_N + a_S \\ b'_p = (\rho U * A)_w - (\rho U * A)_e + (\rho V * A)_s - (\rho V * A)_n \end{cases} \quad (3.19)$$

Le terme  $b'_p$  représente le terme négatif de l'équation de continuité dans la solution approchée de la vitesse ( $U^*, V^*$ ) au lieu de la solution ( $U, V$ ). Si ce terme est nul alors le champ de vitesse vérifie l'équation de continuité. Alors aucune

correction n'est nécessaire ni pour la pression ni pour la vitesse. Donc le terme  $b'_p$  joue le rôle de terme « source de masse » que la correction de pression, en jonction avec celle de la vitesse, doit s'annuler.

### 3.2.3. Algorithme "SIMPE"

Cet algorithme stipule l'existence d'une relation entre les vitesses corrigées et les pressions corrigées, en vue de vérifier l'équation de conservation de la masse. Les étapes de cet algorithme sont les suivants :

- 1-Estimation du champ de pression  $P^*$ ,
- 2-Calcul du champ de vitesse, équation (3.14),
- 3-Résolution de l'équation de correction de la pression, équation (3.18),
- 4-Calcul du champ de pression corrigé  $P=P^*+P'$ ,
- 5-Calcul du champ de vitesse corrigé (U,V) en utilisant la correction de la pression par la relation de l'équation (3.16),
- 6-Calcul des autres variables,
- 7-Prendre la nouvelle valeur estimée de la pression  $P^*$  ( $P^*=P$ ) et reprendre les étapes des calculs à compter de la deuxième opération. Cette procédure sera répétée jusqu'à obtention de la convergence.

Le schéma représentatif de ce processus itératif est le suivant:

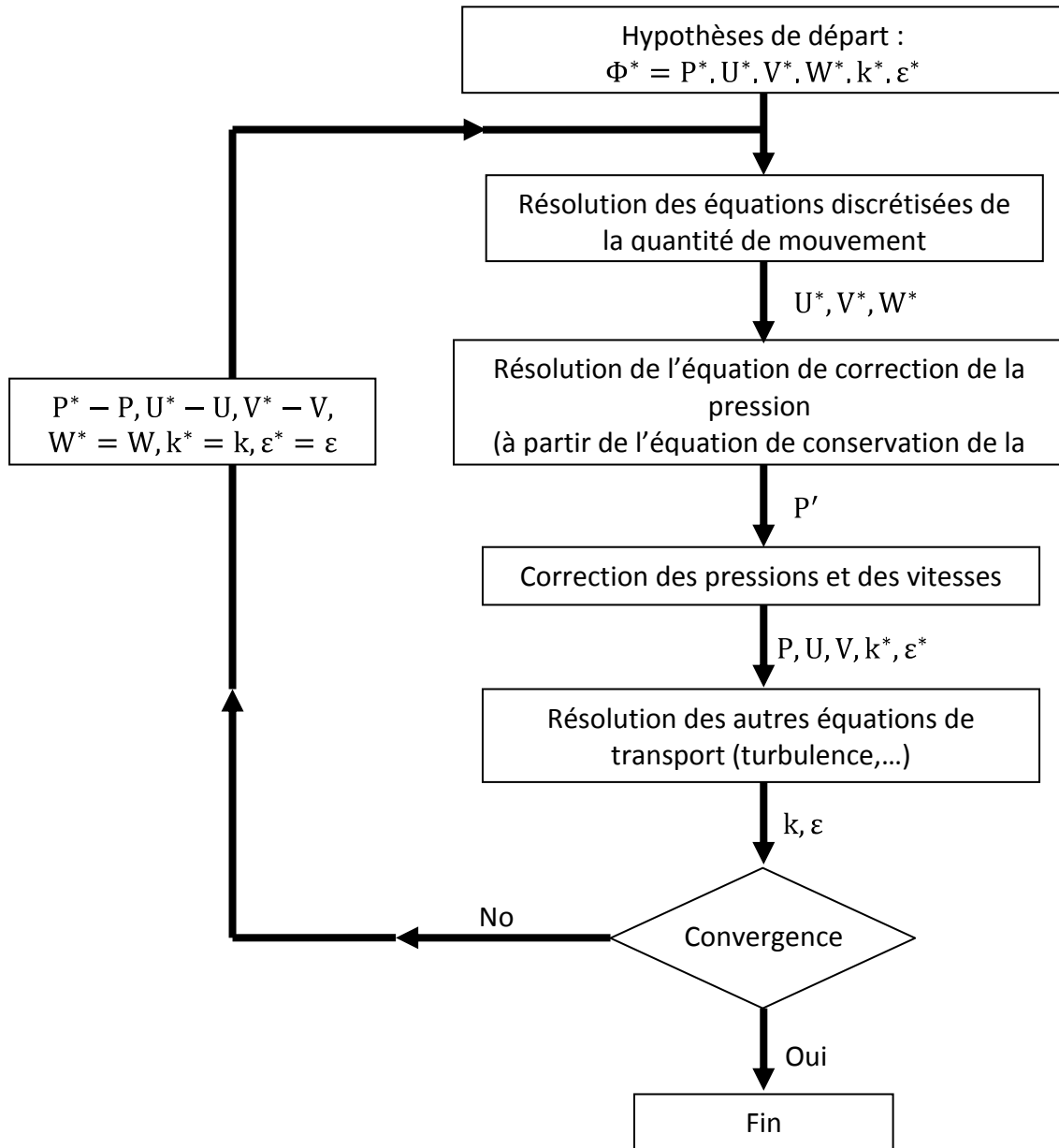


Figure 3.2: Schéma représentatif de l'algorithme "SIMPLE", [54].

#### 3.2.4. Ordre de précision

Fluent offre deux modes de calcul : le mode « simple précision » et le mode « double précision ». Dans le mode « double précision », les nombres à virgule flottante en utilisant 64bits, alors que le mode « simple précision » utilise une représentation à 32bits. Le revers de cette précision est que le premier mode requiert beaucoup plus de mémoires. En outre le mode « double précision »

est préconisé, entre autres, pour les écoulements impliquant des longueurs d'échelles très disparates [55], c'est le mode qu'on va utiliser.

### 3.2.5. Choix du schéma d'interpolation de la pression

Dans la plupart des cas, le schéma « Standard » est acceptable, pour des écoulements spécifiques, on a choisi le schéma PRESTO (Pressure Staggering Option) qui est approprié pour les écoulements tourbillonnaires à grande vitesse de rotation ou les écoulements fortement courbés.

### 3.2.6. Technique de sous-relaxation et stabilité numérique

La technique de sous relaxation est très recommandée pour les équations non linéaires et couplées ; afin de contrôler la convergence de la procédure numérique et diminuer les variations des variables dépendantes d'une itération à l'autre. En effet, les variations brutales qui se produisent souvent au cours des premières itérations sont très déstabilisantes. Dans le but d'augmenter la stabilité du calcul, nous avons introduit des paramètres de sous relaxations pour différentes variables  $U, V, P, T, k, \varepsilon$  et pour la viscosité turbulente  $\nu_t$ .

La sous relaxation peut être écrit sous la forme générale suivante :

$$\Phi^{K+1} = \Phi^K + \beta(\Phi^* - \Phi^K) \quad (3.20)$$

Où :  $\Phi^K$  : Valeur de la variable  $\Phi$  à l'itération  $k$ .

$\Phi^{K+1}$  : Valeur de la variable  $\Phi$  à l'itération  $k+1$ .

$\Phi^*$  : Valeur de la variable  $\Phi$  calculée au cours de l'itération  $k+1$ .

$\beta$  est le coefficient de sous relaxation dont la valeur est compris entre 0 et 1.

Les valeurs de  $\beta$  apparaissent dans les différentes équations ne sont pas nécessairement les mêmes pour toutes les variables, elles sont choisies de manière à ce que la convergence soit satisfaite.

Le code de calcul offre les meilleures valeurs des facteurs de relaxation pour une large gamme d'écoulements. Néanmoins, si on voit qu'au cours du calcul les résidus commencent à s'amplifier, il est préférable de réduire ces derniers.

Par contre, si on observe une convergence très lente mais sûre là, on pourra les augmenter prudemment, surtout le facteur de relaxation lié à l'équation de continuité.

Pour la présente étude, nous avons opté les valeurs suivantes qui permettent une bonne convergence (voir tableaux 3.1 et 3.2) :

Tableau 3.1: Facteurs de relaxations (Régime laminaire)

Pressure	Density	Body forces	Momentum
0.3	1	1	0.7

Tableau 3.2: Facteurs de relaxations (Régime turbulent)

Pressure	Density	Body forces	Momentum	Turbulent kinetic energy	Turbulent dissipation rate	Turbulent viscosity
0.3	1	1	0.7	0.8	0.8	1

### 3.3. Description du problème

#### 3.3.1. Géométrie

La buse avec sa forme tubulaire est la pièce maîtresse initiant le processus de rupture. Sa fonction est de former un système liquide à partir de l'écoulement circulant à l'intérieur. Sa géométrie interne, associée aux propriétés physiques du liquide injecté, conditionne l'écoulement qui se développe au sein même de la buse. Cet écoulement détermine les caractéristiques du système liquide libre ainsi formé transmises en aval de l'écoulement, le champ de vitesses et les conditions initiales en sortie de la buse, donc il va fortement influencer les mécanismes de rupture en gouttes. La géométrie de l'injecteur conditionne donc la nature laminaire ou turbulente du jet.



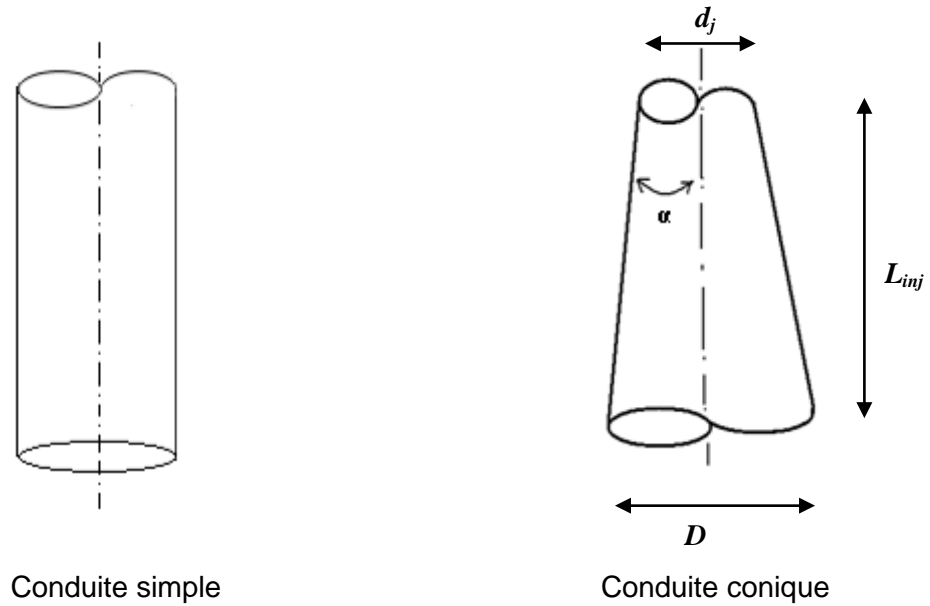


Figure 3.3 : Géométrie de la buse d'injection.

La forme de la buse (Figure 3.6) comprenant notamment un écoulement tubulaire (dont le but est de générer un jet cylindrique), est caractérisée d'une conduite verticale simple dans le cas de la configuration à  $0^\circ$  et d'un convergent pour le cas des buses  $5^\circ$  et  $8^\circ$ . La présence du convergent permet d'obtenir un profil de vitesses plat après l'injection du jet et présente une vitesse moyenne identique [38]. Une autre caractéristique importante de la géométrie du tube va maintenant déterminer la structure de l'écoulement en sortie de la buse, Il s'agit du rapport  $L_{inj}/d_j$  de la longueur de la buse sur son diamètre. Plus ce rapport est grand, plus les contraintes de cisaillements dues aux interactions pariétales vont être subies longtemps par le liquide injecté (sur une plus longue distance).

Le jet est donc vertical, le sens de l'écoulement coïncide avec son axe de symétrie. Le même axe coïncide avec la direction de la gravité.

Le domaine de calcul ainsi choisi est de l'ordre de plusieurs centaines de millimètres de hauteur et dizaines de millimètres de largeur. Par conséquent, les dimensions du domaine sont respectivement 250mm x 10mm, dans les sens axial et radial.

### 3.3.2. Paramètres de la simulation

On considère un jet d'eau axisymétrique vertical de densité  $\rho_L$ , qui se déverse dans l'air au repos, sortant d'une buse circulaire de diamètre  $d=0.5\text{mm}$  à une vitesse variable  $U_i$ . L'écoulement étant laminaire puis turbulent, il a fallu également spécifier des conditions aux limites pour les quantités turbulentes.

Les six points de fonctionnement ici étudiés, qui sont caractérisés par les vitesses d'injections imposés à la sortie de chaque buse sont présentés dans le tableau suivant:

Tableau 3.3: Paramètres de la simulation

Liquide	Vitesse d'injection: $U_i$ ( $m.s^{-1}$ )	Reynolds : Re	Weber: We
L'eau	1	449.10	6.7904
	1.5	748.65	15.278
	2	898.20	27.160
	4.5	2245.00	137.507
	7.5	3743.25	381.963
	20	11227.5	2716.19

On note, d'autre part, que conformément au modèle, les deux fluides utilisés possèdent les caractéristiques suivantes :

Tableau 3.4: Caractéristique des fluides

Phase	Densité ( $kg/m^{-3}$ )	Viscosité ( $Kg\ m^{-1}\ s^{-1}$ )	Tension de surface ( $N\ m^{-1}$ )
Liquide	997	$1.2\ 10^{-3}$	0.0735
Gaz	1.225	$1.831\ 10^{-5}$	

Les simulations numériques sont effectuées en utilisant le code CFD « Fluent » avec des stratégies de résolutions les plus connues dans l'utilisation de la méthode VOF [56]. Elles englobent :

- Utilisation du schéma de la fraction volumique "Reconstruction géométrique";
- Solveur: "Pressure based";
- VOF Algorithme : "explicite";

- "Courant number" est fixé par défaut à "0.25".
- Les calculs ont été effectués pour des pas de temps uniformes inférieurs à  $10^{-6}$ s.
- Les résidus de toutes les variables calculées sont supérieurs ou égal à  $10^{-7}$ .

### 3.3.3. Conditions aux limites

Il existe quatre différents types de conditions aux limites autour du domaine de calcul:

#### 3.3.3.1. Entrée

La condition d'entrée d'eau dans le jet est très importante dans la prédiction de la vitesse moyenne sur l'axe de symétrie ainsi que les forces de cisaillement. Dans ce travail, on propose un profil de vitesse uniforme, une vitesse radiale nulle, une énergie cinétique de la turbulence  $k_{entrée}$  et un taux de dissipation  $\varepsilon_{entrée}$ . Les conditions d'entrée sont donc:

$$U = U_{entrée}, V=0, W=0, k = k_{entrée} = 1.5(U_{entrée} \cdot l)^2, \varepsilon = \varepsilon_{entrée} = (C_\mu)^{\frac{3}{4}} \frac{(k_{entrée})^{\frac{3}{2}}}{l} \quad (3.21)$$

$l$  représente l'échelle de longueur pour la turbulence à l'entrée. Celle-ci est prise égale à 1/2 du diamètre de la conduite du jet.

L'intensité de la turbulence  $I$ , est supposée de l'ordre de 10% de la vitesse moyenne à l'entrée. L'intensité turbulente est définie comme le rapport  $\frac{U'}{U}$ . Sur les faces libres du domaine (haut, bas et latéral), l'intensité est prise égale à 3%.

#### 3.3.3.2. Paroi Solide

Dans le régime laminaire, on assure la condition de non glissement sur toutes les parois solides ( $U=V=W=0$ ). Au régime turbulent, cette condition ne suffit pas. La présence d'une paroi rigide et les conditions d'adhérence à la paroi provoquent une augmentation des effets visqueux. Donc une fonction de paroi standard pour les régions immédiatement voisine à la paroi est utilisée.

### 3.3.3.3. Conditions de sorties (Frontières libres)

La sortie du fluide constitue une frontière libre. C'est une zone d'entraînement où la composante U de la vitesse moyenne est déterminée à partir de l'équation de continuité. Pour les autres variables, on impose un gradient nul dans la direction radiale. On considère alors des conditions de sortie non établies « Pressure-Outlet boundary ».

$$\left. \frac{\partial V}{\partial y} \right|_{y=10} = \left. \frac{\partial k}{\partial y} \right|_{y=10} = \left. \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right|_{y=10} = 0 \quad (3.22)$$

### 3.3.3.4. Axe de Symétrie

La condition de symétrie est attribuée à l'axe de symétrie xy qui résulte du découpage en 1/2 du domaine de calcul. Nous avons estimé que ce découpage permet de réduire le temps de calcul lorsque nous raffinons le maillage durant la réalisation de ce travail.

La condition de symétrie se résume comme suit :

- zéro pour la vitesse normale à l'axe de symétrie,
- zéro pour les gradients de toutes variables au niveau de l'axe de symétrie.

$$\left. \frac{\partial U}{\partial r} \right|_{r=0} = \left. \frac{\partial k}{\partial r} \right|_{r=0} = \left. \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \right|_{r=0} = 0 \quad (3.23)$$

La figure 3.7 représente schématiquement le système étudié et les paramètres géométriques considérés dans la présente étude.

### 3.3.4. Type de maillage utilisé

Les simulations sont bidimensionnelles axisymétriques. Elles sont réalisées sur un maillage quadratique, voir figure 3.7.

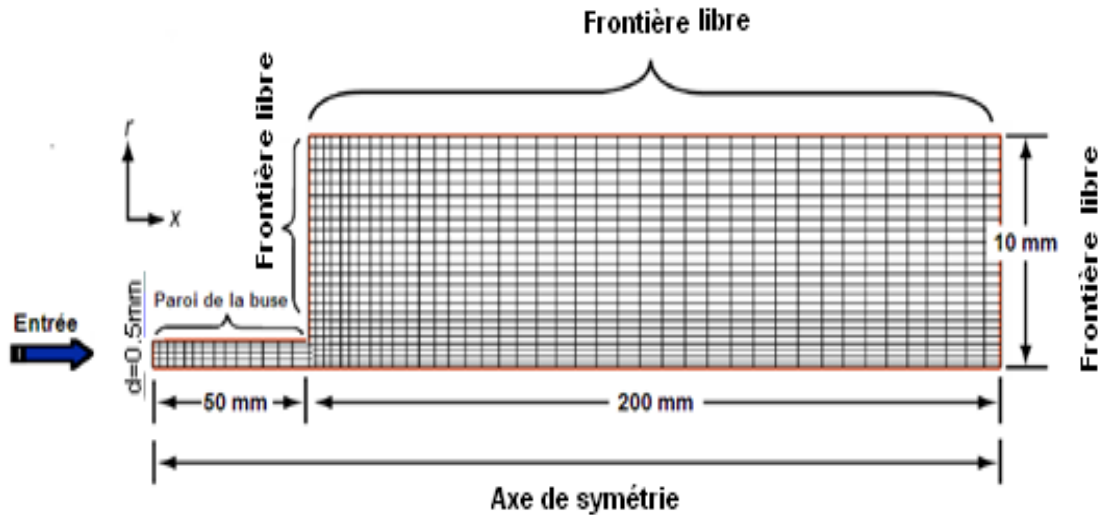


Figure 3.4 : Configuration schématique du maillage et conditions aux limites.

La géométrie définie précédemment est importée sous GAMBIT afin de générer le maillage. Le maillage choisi est structuré. Il comporte environ 24000 cellules de forme "Quadratique" car ce type de maille est particulièrement adapté à ce genre de géométrie [35].

Le système est raffiné à l'intérieur de la buse et nous avons considéré une grille serrée près de la sortie d'injection. Dans cette région, les mailles sont approximativement de l'ordre de 0.05 mm x 0.05mm. Cette dimension de mailles a été choisie dans le but de bien reproduire les phénomènes qui peuvent intervenir dans cette zone.

Afin de réduire le temps de calcul, les mailles, situées loin de la buse, sont plus large, soit de l'ordre de 0.3 mm x 0.3mm.

### 3.3.5. Influence du maillage

Tout calcul appuyé sur la base d'un code numérique doit être indépendant de la taille des cellules de son maillage de manière à donner des résultats reproductibles.

Nous étudions dans cette section la sensibilité des résultats numériques obtenus à la finesse du maillage (la taille de cellules). A cet effet, une étude comparative a été menée pour différents maillages en vue de déterminer le plus adéquat.

Cette étude est basée sur les simulations réalisées avec huit grilles de mailles différentes du domaine rectangulaire à 2D.

Les figures 3.5 et 3.6 représentent l'influence des maillages dans la direction axiale et radiale du domaine de calcul sur l'évolution de la composante longitudinale de la vitesse moyenne.

Nous avons fixé, initialement, 33 mailles dans la direction radiale. Le maillage axial a été varié de 600 à 700 mailles. Ainsi le nombre de 670 mailles dans la direction axiale semble plus adéquat car il permet une reproduction de l'évolution de la vitesse quasi similaire que ceux des mailles plus raffinées, voir figure 3.5.

En seconde étape, une évolution de la vitesse axiale pour différent maillages radiales a été étudiée. Dans ce cas le nombre de mailles dans le sens axial est maintenu constant à 670 mailles et le maillage radial de 50 mailles a été retenu, voir figure 3.6.

Finalement, le maillage de 670x50 a été adopté pour toutes les simulations de la présente étude.

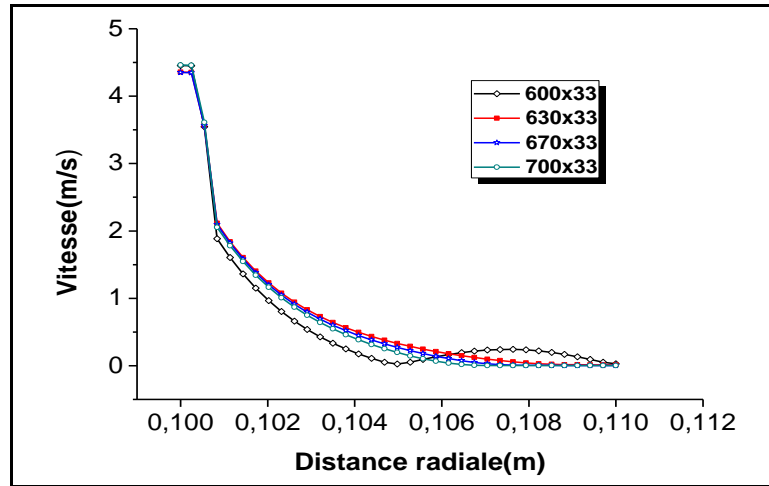


Figure 3.5 : Influence du maillage axiale sur l'évolution de la composante longitudinale de la vitesse moyenne.

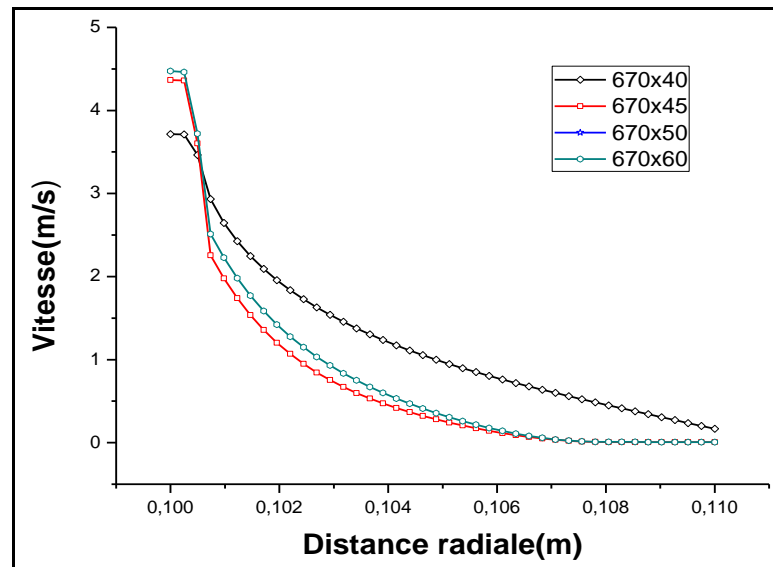


Figure 3.6 : Influence du maillage radial sur l'évolution de la composante longitudinale de la vitesse moyenne.

# **CHAPITRE 4 :**

# **RESULTATS ET DISCUSSIONS**



## CHAPITRE 4 : RESULTATS ET DISCUSSIONS

### 4.1. Introduction

Nous présentons dans ce chapitre les résultats obtenus par la simulation numérique d'un jet d'eau évoluant dans une ambiance d'air au repos. On s'intéresse au comportement du jet dans une gamme de vitesses allant de 1 à 20m/s. Les buses du jet considérées sont de forme droite ou conique convergente.

Nous soulignerons ici la diversité des paramètres et donc la difficulté d'une parfaite maîtrise de leur influence séparée. Nous tenterons, donc, d'analyser cet écoulement en cernant l'influence isolé de quelques paramètres.

Dans la première partie de ce chapitre, on étudie l'évolution de la longueur intacte en fonction de la vitesse. Une comparaison du modèle étudié avec les mesures de Reitz et Bracco [4] sont proposés.

Nous discutons dans la partie suivante l'influence de la géométrie de la buse sur la rupture du jet en considérant les points suivants :

- La forme de la buse droite et conique avec un angle de contraction  $\alpha$  de l'ordre de  $5^\circ$  et  $8^\circ$ .
- La longueur de la buse

Dans la dernière section de ce chapitre, on considère l'influence des paramètres de l'écoulement sur la rupture du jet tel que :

- Influence du profil de relaxation de la vitesse
- Influence de la turbulence

### 4.2. Comportement du jet libre

Les simulations par VOF/CIAM reproduisent la rupture du jet libre pour les vitesses relativement faibles ( $U \sim 1.5\text{m/s}$  en régime laminaire). L'étude montre une

rupture du filet d'eau du jet à partir d'une longueur intacte estimée à 18mm depuis la sortie de la buse. Les gouttelettes, ainsi formées, sont de taille supérieure au diamètre  $d_j$  de la buse, soit  $\approx 1.9d_j$ , voir figure 4.1. Ce régime correspond au premier mode de rupture ou régime de Rayleigh. Cette rupture est principalement due à la force de tension de surface. Celle-ci crée des ondes de surface qui se développent en s'amplifiant le long du jet. Lorsqu'elles atteignent une amplitude suffisante, à son extrémité, le jet se casse en gouttes de diamètre supérieur au diamètre du jet.

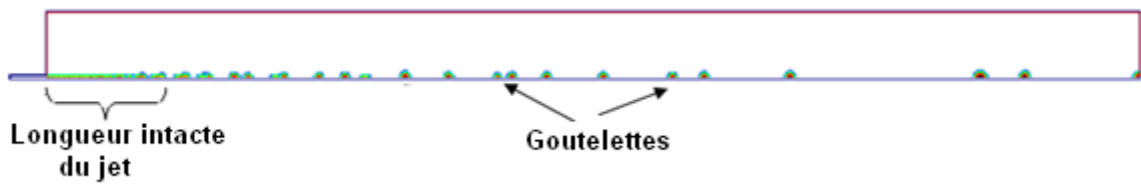


Figure 4.1 : Rupture d'un jet d'eau en gouttelettes (simulation CFD-fluent).

(Exemple :  $U=1.5\text{m/s}$ , buse rectiligne  $0^\circ$ ).

Le graphe suivant décrit la distribution de la fraction volumique d'eau le long de l'axe de symétrie. La rupture a lieu à la position où cette fraction volumique s'annule. Le diamètre de la goutte est donc représenté par l'épaisseur du pic. Une longueur intacte du jet depuis la sortie de la buse jusqu'à l'apparition du premier pic peut être facilement identifiée à partir de cette courbe, point A de la figure 4.2.

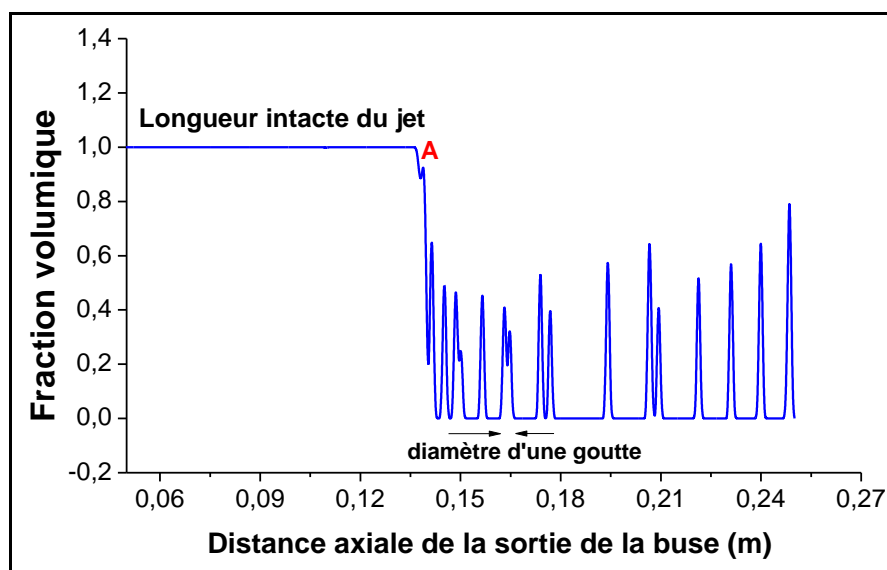


Figure 4.2 : Evolution de la fraction volumique de l'eau sur l'axe du jet.

### 4.3. Comparaison des résultats du modèle avec les mesures expérimentales

Une étude comparative de la mesure de la longueur intacte du jet de Teruo TAKAHASHI (1969), avec les calculs est effectuée pour différentes vitesses d'injection. Nous présentons ci-contre le dispositif expérimental de T.TAKAHASHI (1969) utilisé dans la comparaison, figure 4.4.

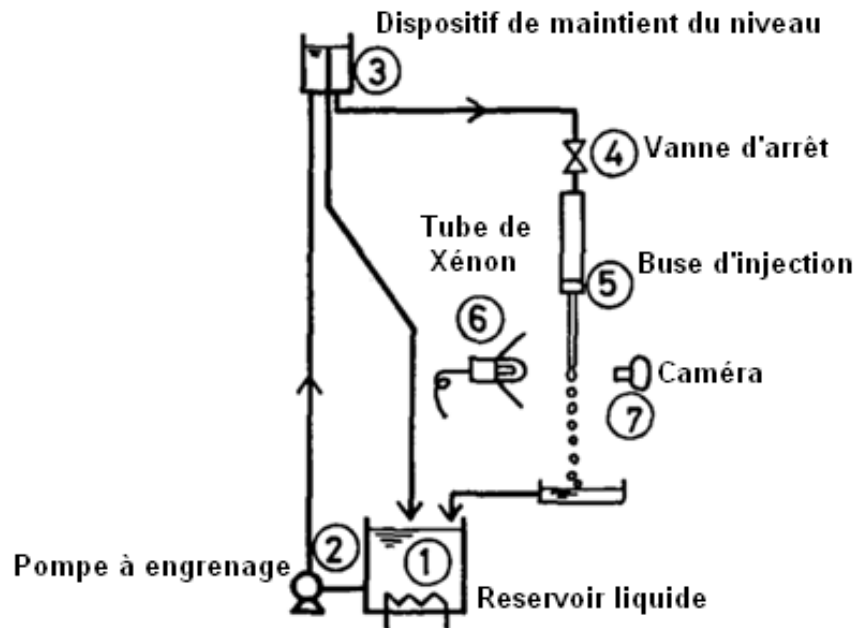


Figure 4.3 : Dispositif expérimental de T.TAKAHASHI (1969) [57].

L'eau est alimenté du réservoir n°1 par une pompe à engrenage (2) vers un dispositif de maintien de niveau (3) et passe ensuite vers la buse d'injection (5) via la vanne (4). Après l'injection, l'eau rejoint le réservoir n°1 pour être recirculée une autre fois. Les prises de photos effectuées par une camera, ont révélés des modes de rupture en fonction de la vitesse d'injection, voir figure 4.4.

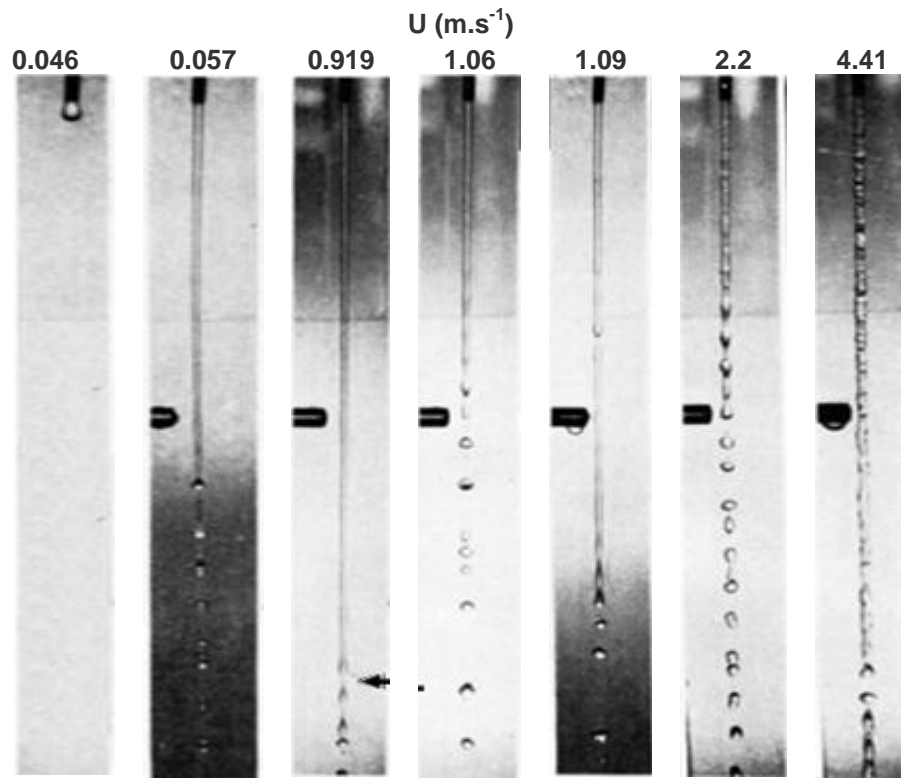


Figure 4.4 : Photos de la rupture d'un jet libre dans l'expérience de T. TAKAHASHI(1969).

Dans le régime laminaire, la modélisation de la rupture par VOF/CIAM est compatible avec les observations expérimentales aussi bien pour la taille des gouttes que pour la longueur intacte, voir figure 4.5 et figure 4.6 pour  $U < 1.25$ .

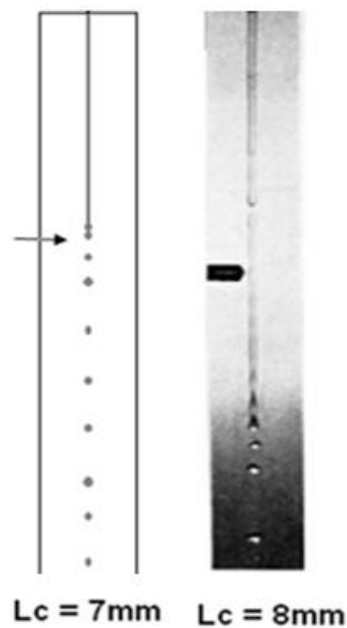


Figure 4.5 : Comparaison de la longueur intacte simulée avec l'observation expérimentale

$$L_{inj}/d_j = 0.95, d_j = 2.04\text{mm}, U = 1.1\text{m/s}$$

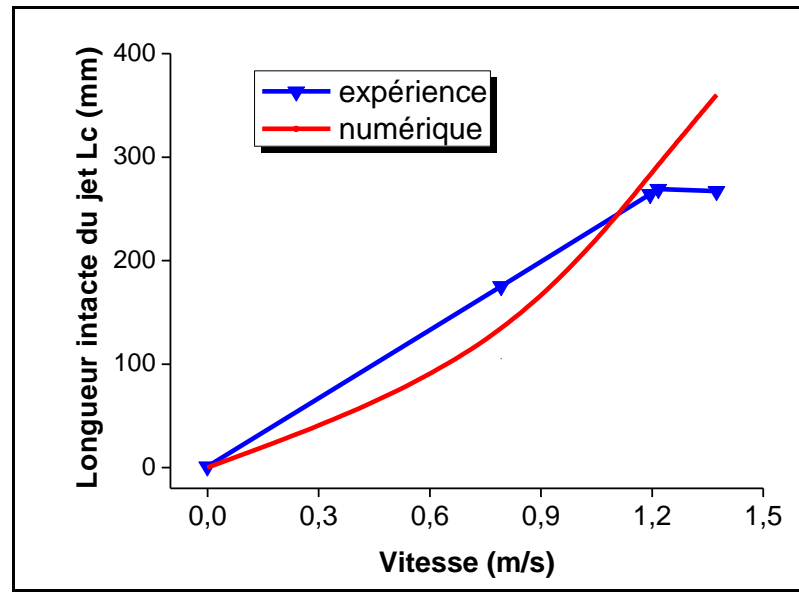


Figure 4.6 : Variation de la longueur intacte avec la vitesse du jet  
 $L_{inj}/d_j=0.95$ ,  $d_j=2.04\text{mm}$ .

En s'approchant de la zone de transition (laminaire-turbulent), les longueurs intactes sont légèrement surestimées. En effet, la modélisation par VOF/CIAM est effectuée avec une vitesse relative (air-eau) nulle. Or, cette vitesse relative, interprétant l'effet des forces aérodynamiques, est à l'origine de la modification de la longueur intacte en régime turbulent, [58].

Seule la comparaison qualitative des résultats numériques pour le cas du régime turbulent est effectuée et cela pour les raisons suivantes :

- La modélisation de la turbulence utilisée dans cette étude est celle dédiée aux écoulements monophasiques [50]. Cette approximation ne permet pas une comparaison qualitative des résultats présentés.
- Les données expérimentales telles que l'intensité de l'énergie cinétique de la turbulence à l'entrée et l'état interne de la buse (rugosité et défaut de surface) ne sont pas reportées dans l'article [57]. Ainsi les données manquantes, pour la simulation, sont prises en utilisant des données courantes (exemple l'intensité de la turbulence à l'entrée de la buse est prise égale à 10%)

La comparaison de l'expérience avec les mesures expérimentales, pour le régime turbulent, montre l'existence des vitesses critiques à partir desquelles on

observe un changement dans l'évolution de la longueur intacte. Cependant, la comparaison quantitative présente une discordance en termes de valeurs de  $L_c$  en régime pleinement turbulent.

#### 4.4. Evolution de la longueur intacte et courbe de stabilité (buse rectiligne)

L'augmentation progressive de la vitesse entraîne un allongement de la longueur intacte jusqu'à une valeur critique (vitesse critique) dépendant des paramètres de l'écoulement et des paramètres géométriques de la buse.

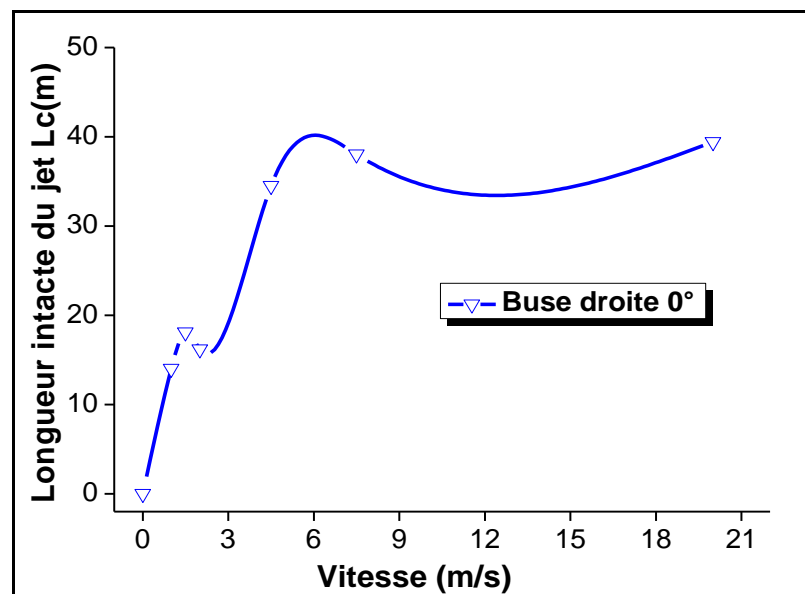


Figure 4.7: Courbe de stabilité d'un jet liquide  
Buse droite  $\alpha=0^\circ$ .

Expérimentalement, les faibles vitesses (régime rampant) conduisent à la formation de gouttes à la sortie immédiate de l'injecteur. Cette gamme de vitesse n'est pas étudiée dans ce présent travail.

Au fur et à mesure que la vitesse d'injection augmente ( $U \approx 1 \text{ m.s}^{-1}$ ), une longueur intacte (nommée aussi longueur de rupture) commence à se distinguer (voir figure 4.1), c'est le début de la deuxième région appelée *régime de Rayleigh* [59]. Dans cette région, la longueur intacte croît linéairement avec la vitesse ( $U \approx 1-1.5 \text{ m.s}^{-1}$ ) et n'est pas influencée par la relaxation du profil de vitesse. Ainsi la rupture est totalement pilotée par les forces capillaires ou de

tension de surface (théorie de Rayleigh); C'est *l'instabilité capillaire* où ces forces amplifient les perturbations initiales le long du jet [60].

Lorsque la vitesse varie de 2.5m/s à 7.5m/s, figure 4.7, l'allongement de la longueur intacte qui se produit, en augmentant la vitesse, est prévisible car la tension superficielle a maintenant un effet atténuant. Elle force la surface à rétablir de nouveau la forme initiale de la colonne liquide après perturbation [61].

Dans ce qui suit, on effectue une étude de sensibilité de l'écoulement aux paramètres géométriques en étudiant l'influence de la forme de la buse (buse droite et conique) ainsi que sa longueur sur la rupture.

#### 4.5. Influence de la forme de la buse

##### 4.5.1. Evolution de la longueur intacte

On remarque qu'une buse conique contractée d'un angle  $\alpha=5^\circ$ , figure 4.8, modifie significativement le comportement du jet. Elle montre une longueur de rupture sans cesse croissante avec la vitesse, apparemment sans point de vitesse critique comme prédit par Smith et Moss [59].

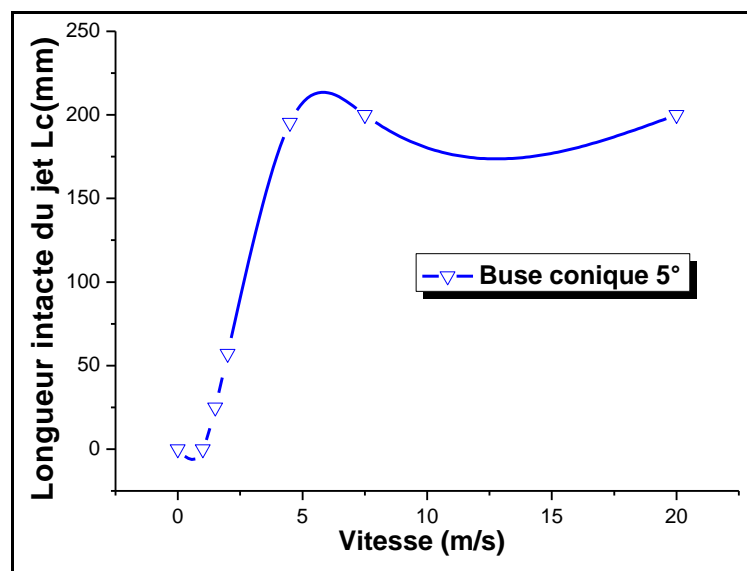


Figure 4.8 Courbe de stabilité d'un jet liquide cylindrique  
Buse conique  $\alpha=5^\circ$ .

La rupture du jet commence à se distinguer plus loin en aval de la sortie d'injection avec une longueur intacte,  $L_c$ , plus importante (exemple ; à  $U=2\text{m/s}$ ,  $L_c=124.14\text{mm}$  respectivement pour  $8^\circ$ ), voir figure 4.9.

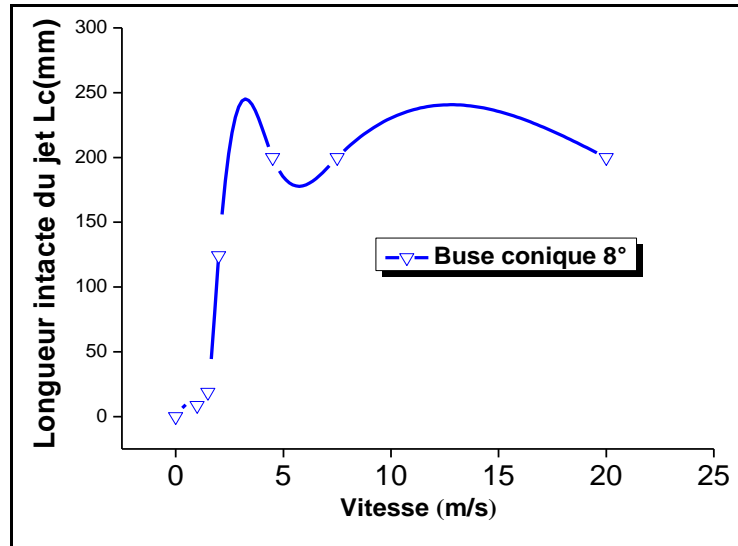


Figure 4.9: Courbe de stabilité d'un jet liquide cylindrique  
Buse conique  $\alpha=8^\circ$ .

Dans la zone de transition,  $U > 2\text{m.s}^{-1}$ , la longueur intacte décroît avec la vitesse du jet. Les deux régions (croissance puis décroissance) sont séparées par des points d'inflexions qui représentent des vitesses critiques où la courbe de stabilité montre un maximum (voir figure 1.2, chapitre1). Ce point critique est déduit par interpolation. Il est à noter que la position de ce point critique change avec la longueur de la conduite de la buse. Il dépend fortement des conditions initiales d'injections [62].

Au delà de  $U \approx 4.5\text{m.s}^{-1}$ , le jet est considéré turbulent. Dans ce cas, la longueur intacte croît de nouveau. La rupture du jet est influencée par la vitesse relative entre ces deux phases, il s'agit du régime appelé "first wind induced break-up".

Après le deuxième point de la vitesse critique présenté dans les trois configurations (voir figures 4.7, 4.8 et 4.9), la longueur intacte décroît puis se met de nouveau à croître, on est dans le régime "second wind induced break-up". Nous pouvons donc supposer que la partie décroissante de la courbe de stabilité



peut être liée à l'intervention de la turbulence dans le processus de rupture qui joue un rôle non négligeable [58].

#### 4.5.2. Evolution des lignes de courants

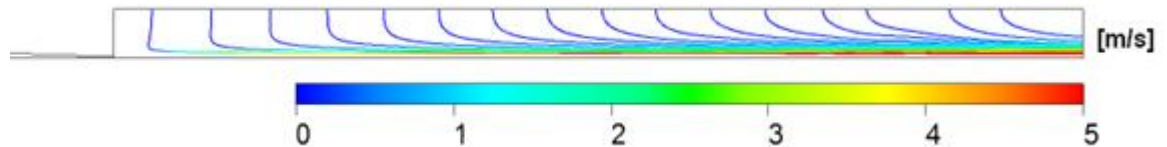


Figure 4.10: Evolution des lignes de courant dans le domaine entier de l'écoulement.

La figure 4.10 montre des lignes de courant entrantes. L'air environnant, initialement au repos, est entraîné par le jet d'eau. Cet écoulement d'air autour du jet réduit la vitesse relative entre la phase liquide et la phase gazeuse.

La figure 4.11 représente la vitesse du jet le long de l'axe de symétrie. Le pic de vitesse le long de l'axe représente la vitesse de la goutte d'eau et donc la vitesse du jet après la rupture. Cette remarque est expérimentalement observée [4]. Bien que la vitesse relative à l'interface air-eau, soit considérée nulle dans le modèle adopté, cette approximation n'a pas affecté les cellules loin de l'interface.

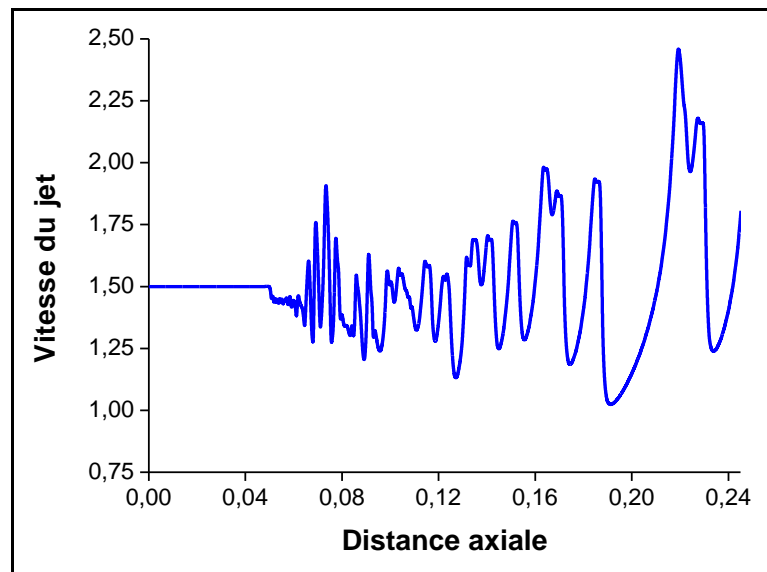


Figure 4.11: Evolution de la vitesse le long de l'axe du jet,  $U=1.5\text{m/s}$ .

La figure 4.12 montre la direction et l'intensité des vecteurs vitesses dans tout le domaine de calcul. Elle décrit l'évolution de la vitesse dans la goutte d'eau et autour de celle-ci.

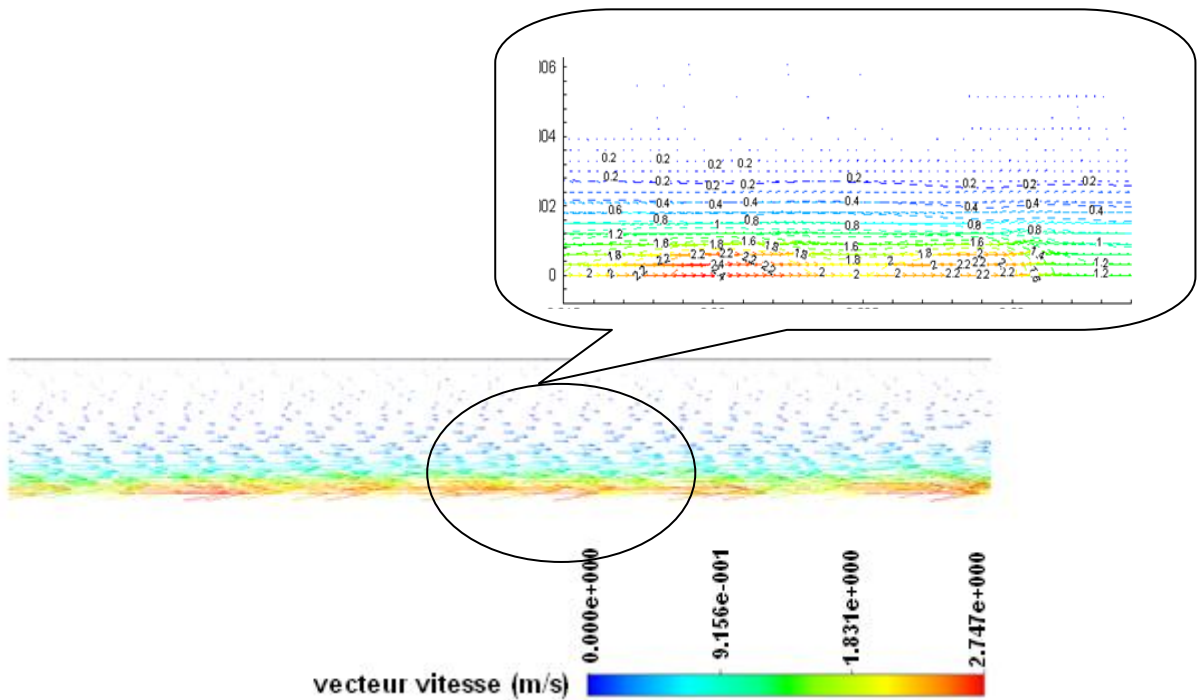


Figure 4.12: Champ des vecteurs vitesses dans le domaine de l'écoulement.

#### 4.5.3. Distribution des gouttes

La répartition des gouttes pour les trois configurations de la buse ( $\alpha=0^\circ$ ,  $5^\circ$  et  $8^\circ$ ) est présentée dans la figure 4.13. Globalement, la distribution des gouttes d'eau est non-uniforme le long de l'axe de symétrie et la distance entre deux gouttes successives augmente lorsque la vitesse du jet liquide augmente.

La figure 4.13f montre une longueur intacte supérieure à la dimension du domaine de calcul ( $L_c > 200\text{mm}$ ).

Une taille de goutte inférieure au diamètre du jet n'a pas été observée dans tout les cas simulés. Ce cas correspond aux régimes de rupture supérieurs (second wind induced break-up et le régime d'atomisation) qui ne peut être décrit par ce modèle.

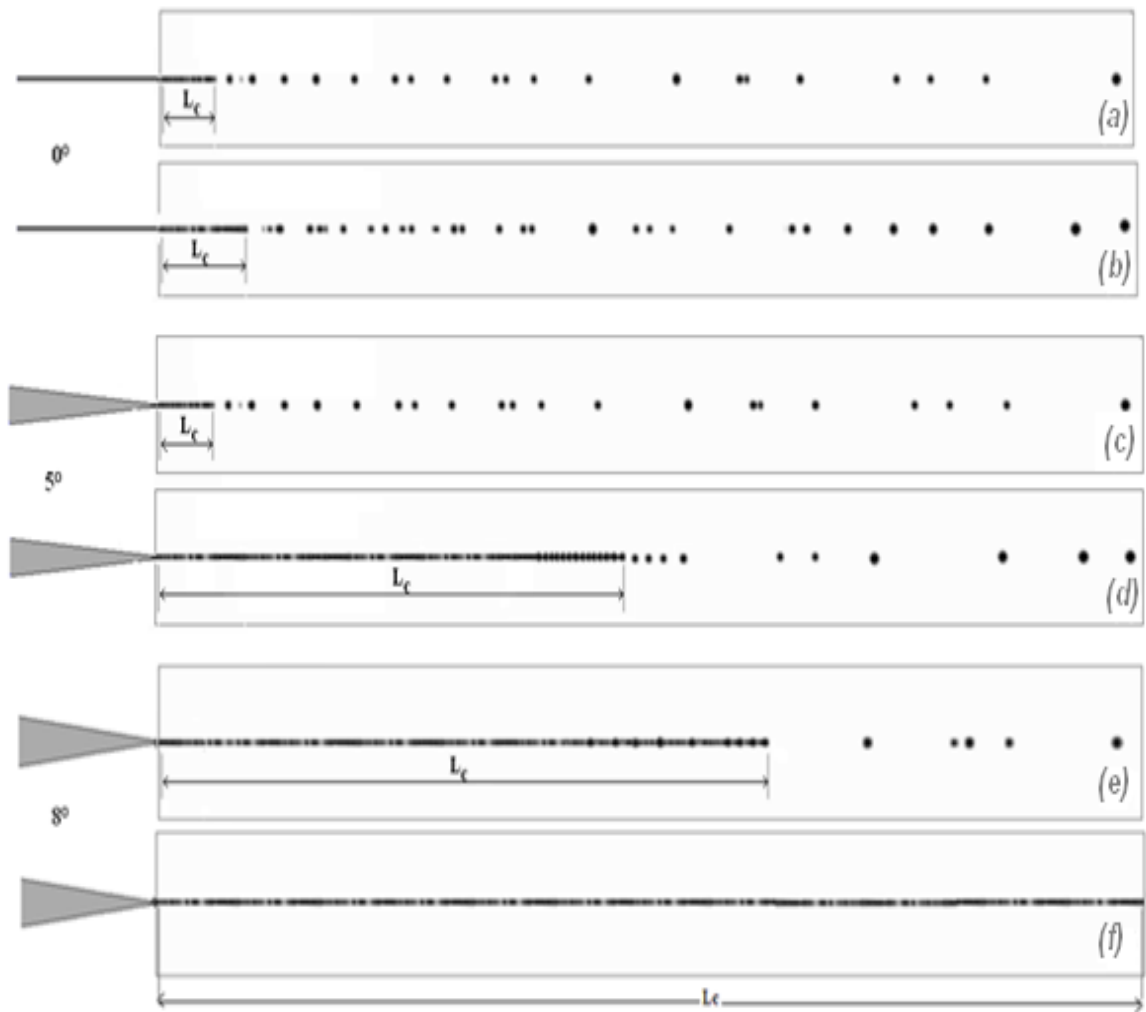


Figure 4.13 : Rupture du jet en gouttelettes des buses  $\alpha=0^\circ$ ,  $\alpha=5^\circ$  et  $\alpha=8^\circ$   
 (a,c,e) jet laminaire,  $U=2\text{m/s}$  (b,d,f) jet turbulent,  $U=20\text{m/s}$ .

Le tableau 4.1 suivant récapitule l'ensemble des résultats obtenus pour l'estimation de la longueur intact du jet des différentes simulations réalisées dans cette présente étude.

Tableau 4.1: Résultats obtenus

Angle de contraction de la buse	Paramètres de l'écoulement		Régime	Longueur intacte du jet (mm)
	Reynolds	Weber		
$\alpha=0^\circ$	Re =449.10,	We= 6.79	Laminaire	14
	Re =748.65,	We=15.27		18.1
	Re =898.20,	We= 27.16		16.2
	Re =2245.00,	We= 137.50	Turbulent	34.5
	Re =3743.25,	We= 381.96		38.05
	Re =11227.5,	We=2716.19		39.43
$\alpha=5^\circ$	Re =449.10,	We= 6.79	Laminaire	16.10
	Re =748.65,	We=15.27		71.14
	Re =898.20,	We= 27.16		87.24
	Re =2245.00,	We= 137.50	Turbulent	195.27
	Re =3743.25,	We= 381.96		> 200mm
	Re =11227.5,	We=2716.19		> 200mm
$\alpha=8^\circ$	Re =449.10,	We= 6.79	Laminaire	8.46
	Re =748.65,	We=15.27		18.72
	Re =898.20,	We= 27.16		124.14
	Re =2245.00,	We= 137.50	Turbulent	>200mm
	Re =3743.25,	We= 381.96		>200mm
	Re =11227.5,	We=2716.19		>200mm

#### 4.6. Influence du profil de relaxation de la vitesse

##### 4.6.1. Profil de relaxation pour différentes longueurs d'une buse rectiligne

Pour voir l'effet de la relaxation des profils de vitesse sur la rupture, des tests de calculs ont été effectués sur cinq (05) buses de longueurs différentes, (voir tableau 4.2).

Tableau 4.2: Effet de la longueur de la buse d'injection sur la rupture, U=1.5m/s.

$L_{inj}$ (mm)	$L_c$ (mm)
10	51.38
20	81.45
30	83.87
40	84.00
50	18.10

Ces tests de calculs sont effectués à une vitesse du jet relativement faible (soit  $U=1.5\text{m/s}$ ). Pour des longueurs de la conduite de la buse allant de 10 à 40 mm, les résultats numériques montrent que la longueur intacte du jet augmente lorsque la longueur de la buse augmente. Cette remarque est également reportée par l'expérience de Karasawa(1992) [16]. A  $L_{inj}= 50\text{mm}$ , celle-ci décroît, voir figure 4.16. On estime que l'effet de la croissance puis la décroissance de la longueur intacte en fonction de la longueur de la buse est dû à l'état de l'écoulement interne du jet.

En effet, La longueur de la buse conditionne la rupture du jet à cause du développement du profil de vitesse le long de la conduite du jet.

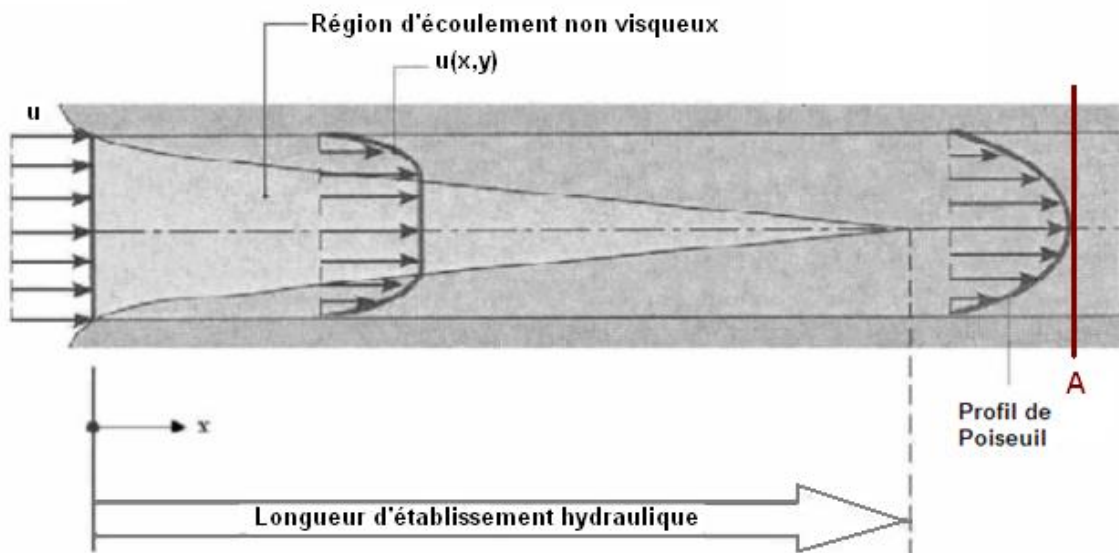


Figure 4.14 : Profil de vitesse pour un écoulement laminaire établi.

Lorsque le jet quitte la buse en ayant un profil relativement parabolique, (section A de la figure 4.14), il se libère des contraintes pariétales. Ainsi le profil de vitesse relativement parabolique de l'écoulement s'aplatit. Cette modification du profil, accompagnée d'une redistribution de l'énergie, contribue de manière significative au développement des perturbations sur la surface externe du jet. Les ligaments formés se fractionnent, en effet, sous l'action des instabilités aérodynamiques. Ce fait explique la rupture du jet qui s'effectue à de courte distance en aval de l'injection (petites valeurs de  $L_c$ , voir tableau 4.2).

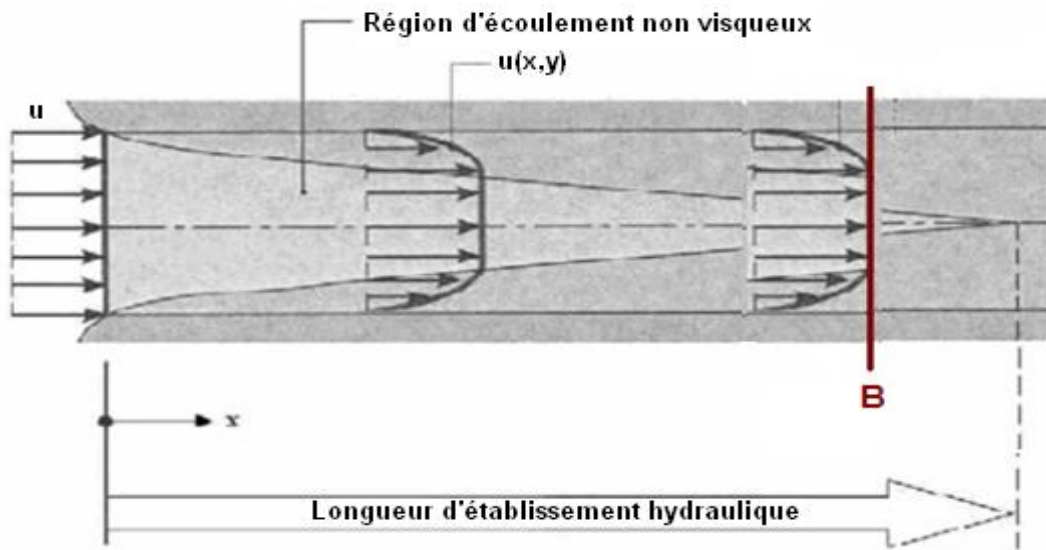


Figure 4.15 : Profil de vitesse pour un écoulement laminaire non établi.

Par contre lorsque le jet quitte la buse en ayant un profil plat (section B de la figure 4.15), le réarrangement du profil de vitesse à l'aval de l'injection n'est pas très accentué et le développement des perturbations s'effectue plus en l'aval. Ce qui explique l'obtention des valeurs de  $L_c$  plus importante (voir tableau 4.2).

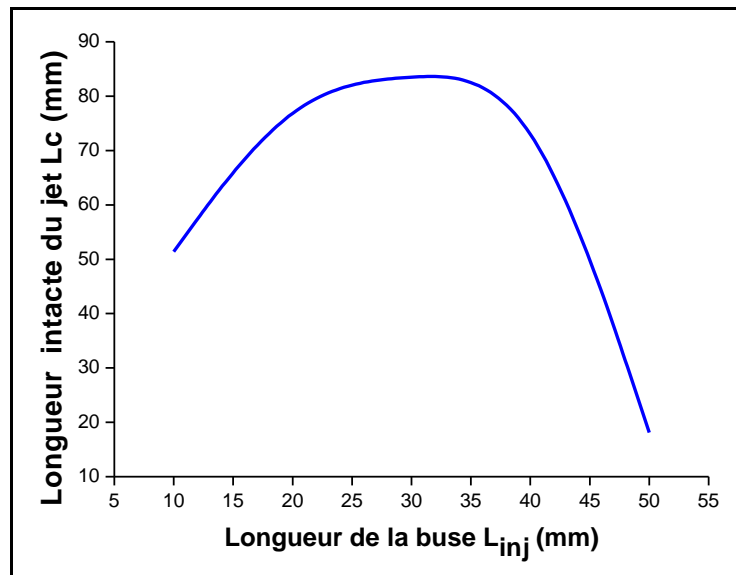


Figure 4.16: Effet de la longueur de la buse sur la rupture du jet.

#### 4.6.2. Profil de relaxation pour différentes formes de la buse

Les profils de vitesse à l'intérieur de la buse sont également étudiés pour des buses coniques de 5 et 8° d'angle de contraction ainsi que pour une buse droite.

Dans le cas des buses coniques, le profil de vitesse à la sortie de l'injecteur dépend aussi bien de la longueur de la buse que de l'angle de contraction  $\alpha$ .

Les profils de vitesse illustrés dans les figures 4.17 et 4.18 montre l'évolution radiale de la vitesse d'un écoulement dans un diffuseur conique. A l'angle de 5° aucune zone de recirculation n'a été observée, ce résultat est compatible avec les études sur les écoulements en conduite avec singularités, [63] [64].

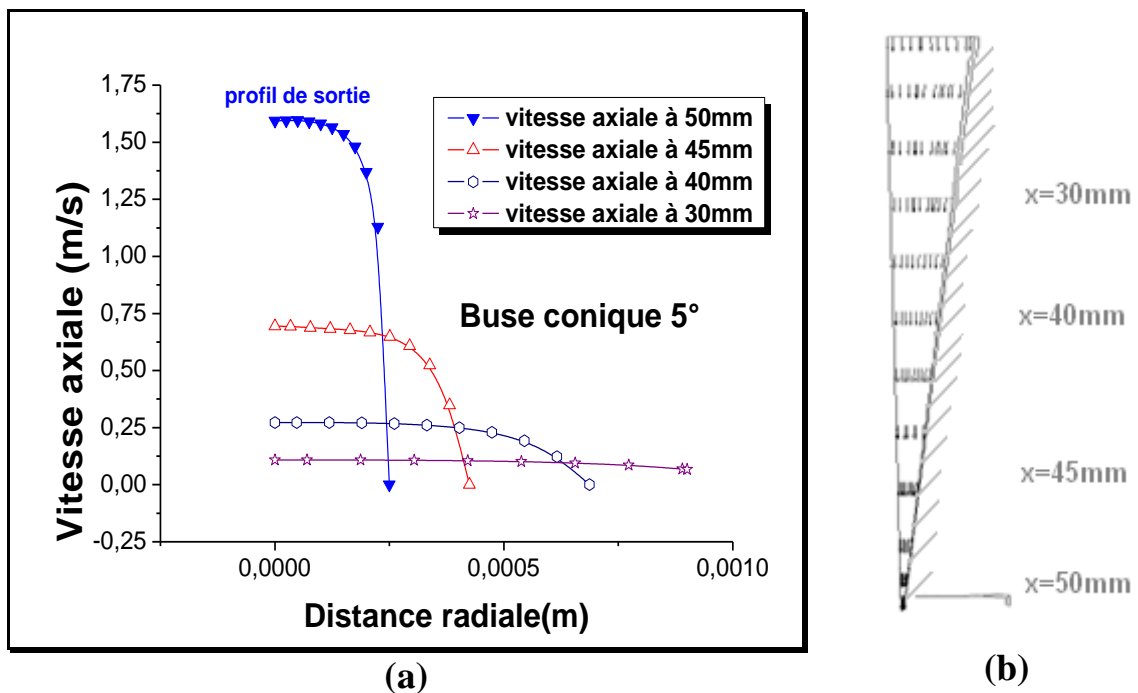


Figure 4.17: (a) Profil radial de vitesses à l'intérieur de la buse,  $\alpha=5^\circ$   
 (b) Vecteurs vitesses normalisés.

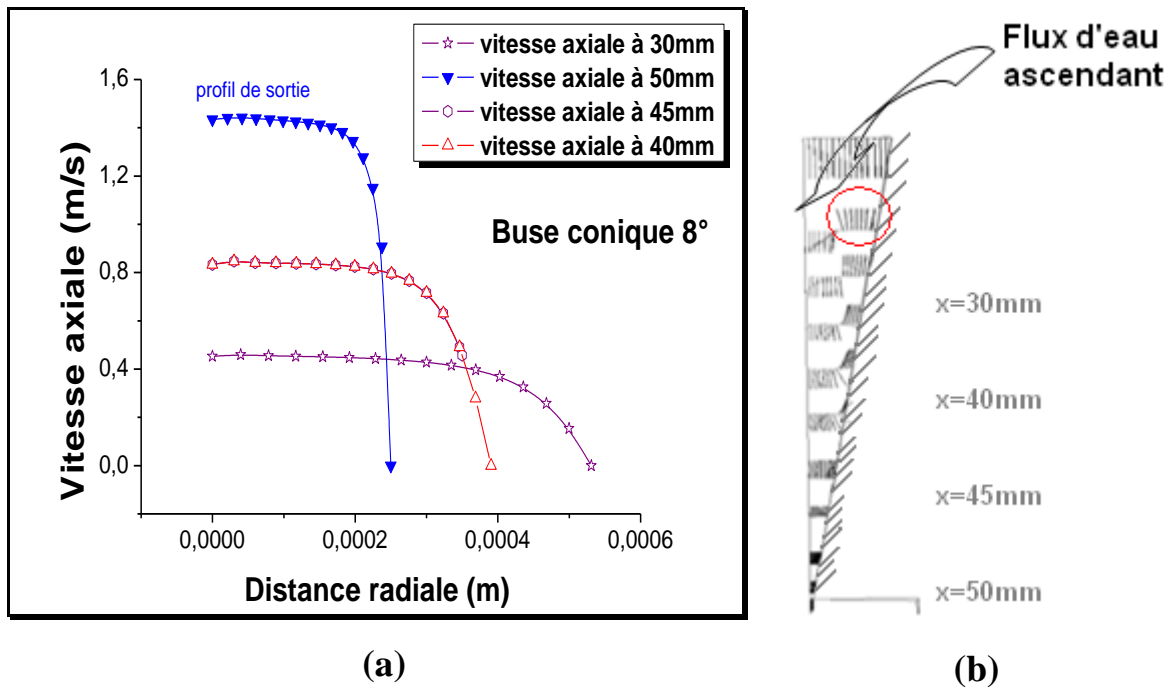


Figure 4.18 : (a) : Profil radial de vitesses à l'intérieur de la buse  $\alpha=8^\circ$ ,  
(b) : Vecteurs vitesses normalisés.

La buse conique  $8^\circ$  (Figure 4.18b) montre un flux d'eau ascendant, ceci pour satisfaire la conservation de la masse [65]. Ce flux assure la séparation de l'écoulement d'eau de la paroi de la buse par formation d'un écoulement de retour. Par conséquent, un tel effet n'a pas été observé dans la buse  $\alpha=5^\circ$  ayant un cône moins étroit où l'eau à proximité de la paroi est entraînée par le jet, on obtient ainsi un mouvement vers le bas (descendant), figure 4.17b.

L'état du profil de la vitesse à la sortie de la buse affecte la rupture du jet. Cet effet peut être montré à la figure 4.13 de la section précédente.

#### 4.7. Influence de la turbulence

En régime laminaire, les tensions de surface créent une onde de surface qui s'amplifie le long du jet et favorise sa rupture. Il s'agit d'une perturbation de grande longueur d'onde. L'introduction de la turbulence a la tendance à atténuer cette onde de surface car son rôle est de perturber d'avantage l'interface liquide/gaz par des perturbations de petite longueur d'onde, [66]. Ce qui explique l'augmentation de la longueur intacte  $L_C$  du jet.



Bien que le modèle de turbulence adopté soit dédié aux écoulements monophasiques et non adapté aux écoulements diphasiques, le résultat obtenu est compatible avec les observations expérimentales qui prévoient l'augmentation de la longueur intacte du jet en régime turbulent, voir courbe de stabilité, chapitre 1 figure 1.2.

Lorsque le jet est turbulent, figure 4.19, l'instabilité de surface (grande longueur d'onde dû à tension de surface) se trouve modifier suite à l'association de la composante de l'énergie cinétique de la turbulence à l'écoulement. Comme le modèle VOF/CIAM ne résoud pas la structure des gouttes d'eau à l'échelle de sous-maille, il n'est pas possible de décrire, par ce modèle les instabilités de petites longueurs d'ondes. Ainsi, les résultats de la simulation montrent uniquement un jet saccadé puis l'apparition des premières gouttes du break-up à l'extrémité du jet [35]. Aucune rupture secondaire n'a pu être reproduite numériquement.

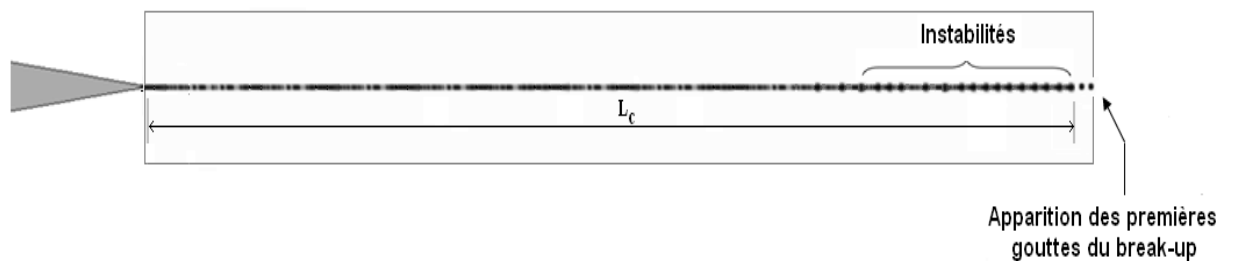


Figure 4.19 : Ondulations typiques le long d'un jet libre  
Configuration  $8^\circ$ ,  $U=7.5\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

Une étude de sensibilité à l'intensité de la turbulence à l'entrée,  $I$ , est effectuée pour les valeurs de 3%, 10%, 18% et 25%. La vitesse du jet est fixée à  $U=4.5\text{m/s}$ . Aucun changement significatif dans la variation de la longueur intacte n'a été remarqué, soit  $L_c > 200\text{mm}$ . En effet la structure fine de la surface du jet n'est pas correctement reproduite par le modèle VOF. Celui-ci ne décrit pas la structure de l'interface (air-eau) à l'échelle de sous-maille. On note également que le modèle  $k-\varepsilon$  nécessite une adaptation aux écoulements à interfaces.

#### 4.8. Modélisation des régimes de rupture secondaire

Nous avons effectué plusieurs essais de modélisation des régimes de rupture secondaire (le régime second-wind induced break-up) afin de pouvoir aboutir à l'atomisation. Les résultats de ces essais ne sont pas satisfaisants. La simulation nécessite une modélisation plus élaborée pour tenir compte des points suivants :

- Lorsqu'on dépasse les premiers régimes de rupture en augmentant la vitesse d'injection, la rupture est principalement engendrée par les forces aérodynamiques. Celles-ci se manifestent par une importante vitesse relative de l'eau par rapport à celle de l'air. Cette vitesse relative n'est pas considérée dans le modèle puisque le fluide est supposé homogène (la vitesse relative entre les phases est nulle).
- La densité volumique du mélange est pondérée par la fraction volumique convectée par l'écoulement à l'interface).
- Le modèle ne reproduit pas les déformations substantielles des gouttes d'eau. Ce qui ne permet pas de tenir compte explicitement d'importants gradients de pression à proximité des fortes courbures des gouttes primaires, figure 4.20. Il est donc impossible de reproduire, par ce modèle, la rupture secondaire des gouttes primaires issues de la première rupture du filet d'eau.



Figure 4.20 : Déformation et atomisation des gouttes d'eau après rupture primaire [66].

#### 4.8. Conclusion

Après la présentation des différents résultats évoqués ci-dessus, on remarque que :

- Dans le régime laminaire, la modélisation de la rupture par VOF/CIAM est compatible avec les observations expérimentales aussi bien pour la taille des gouttes que pour la longueur intacte. Elle retrace qualitativement l'allure de la courbe de stabilité du jet liquide libre recommandé par Sleuyter (2004) et identifier par Ritz et Bracco.
- Les résultats numériques montrent que la longueur intacte du jet augmente lorsque la longueur de la buse augmente. Ainsi, La longueur de la buse conditionne la rupture du jet à cause du développement du profil de vitesse le long de la conduite. l'augmentation progressive de la vitesse entraîne un allongement de la longueur intacte jusqu'à une valeur critique.
- La turbulence a pour rôle de perturber d'avantage l'interface liquide/gaz par des perturbations de petite longueur d'onde. Ce qui explique l'augmentation de la longueur intacte  $L_C$  du jet. Dans ce régime, seulement une comparaison qualitative des résultats numériques a été faite.

Par conséquent, aucun des mécanismes précédents ne peut expliquer à lui seul la rupture d'un jet libre. C'est plutôt une combinaison de ces divers facteurs qui contribue au processus de rupture (Reitz et Bracco [4]).

La modélisation VOF/CIAM nécessite cependant des améliorations fondamentales dans la modélisation de l'interface pour une description plus fine des discontinuités des constantes physiques et grandeurs dynamiques au niveau de celle-ci.

## CONCLUSION GENERALE

Dans cette étude, l'analyse de l'écoulement d'un jet d'eau libre moyennant une méthode de calcul de transport d'interface par capture, a été abordée. Son objectif consiste à :

- Comprendre les mécanismes de rupture d'un jet d'eau dans une configuration axisymétrique bidimensionnelle en régime laminaire et turbulent. Ce jet, issu d'une buse circulaire, est injecté dans l'air au repos.
- Examiner l'efficacité du modèle diphasique de transport d'interface par capture (Volume Of Fluid) pour décrire la dynamique de la rupture du jet.

La simulation numérique moyennant le Solveur de Fluent.Inc a été portée sur trois configurations de buses circulaires de forme coniques afin d'étudier l'influence de la géométrie de la buse sur le phénomène de rupture. Les angles formés entre l'axe du jet et la paroi de la tuyère sont respectivement: 0 °, 5 ° et 8 °. Le diamètre de sortie du jet est maintenu fixe. Il est de l'ordre de 0,5 mm. L'influence de la géométrie, du taux de l'énergie cinétique de la turbulence ainsi que la relaxation du profil de vitesse a été également considérée.

Les résultats obtenus sont analysés et confrontés aux résultats bibliographiques existants. Ces résultats se résument comme suit :

- La méthode VOF permet de reproduire les premiers régimes de rupture du jet. La taille des gouttes obtenue, dans ce régime, est en compatibilité aux observations expérimentales (régime de Rayleigh).
- L'augmentation progressive de la vitesse du jet provoque une augmentation de la longueur intacte  $L_c$ . Ces résultats retracent l'allure des courbes de stabilité des jets liquides libres. Celles-ci décrivent l'évolution de la longueur intacte du jet en fonction de la vitesse.
- Comme il a été observé dans les expériences présentes dans la bibliographie, l'introduction de la turbulence dans l'écoulement modifie le mode de rupture par rapport à celui observé en régime laminaire.

On note, cependant, que le modèle de transport d'interface par capture (VOF/CIAM) possède des limitations dans la reproduction de la rupture secondaire. Nous avons effectués plusieurs essais pour la modélisation de cette rupture afin de pouvoir aboutir à l'atomisation. Les résultats de ces essais ne sont pas satisfaisant.

Ces limitations se résument aux points suivants :

- Lorsqu'on dépasse le premier régime de rupture (régime de Rayleigh) en augmentant par exemple la vitesse d'injection, la rupture sera engendré principalement par les forces aérodynamiques. Celles-ci ne sont pas explicitement décrites dans le modèle.
- Le fluide est homogène, la vitesse relative entre les phases est nulle et la densité volumique du mélange est pondérée par la fraction volumique des deux phases convectée par l'écoulement.
- Le modèle ne reproduit pas les déformations substantielles des gouttes d'eau que provoquent les forces aérodynamiques [66], ce qui ne permet pas de tenir compte explicitement des forts gradients de pression à proximité des fortes courbures des gouttes.

Comme perspective, les améliorations du modèle sont nécessaires pour tenir compte de la turbulence à l'interface eau-air. Pour des débits très élevé, l'élaboration d'une méthode plus élaborée qui tient compte de la vitesse relative devra être examinée.

## APPENDICE

### LISTE DES SYMBOLES ET DES ABREVIATIONS

$P$	: Pression	
$\rho$	: Densité	Kg.m <sup>-3</sup>
$\mu$	: Viscosité dynamique du liquide	Kg.m.s <sup>-1</sup>
$\sigma$	: Tension de surface	
$U$	: Composante axiale de la vitesse moyenne du jet	m.s <sup>-1</sup>
$V$	: Composante radiale de la vitesse moyenne du jet	m.s <sup>-1</sup>
$R$	: Rayon	m
$L_C$	: Longueur intacte	mm
$L_{inj}$	: Longueur de la buse d'injection	mm
$l$	: Echelle de longueur pour la turbulence à l'entrée	
$I$	: Intensité de la turbulence	
$Re$	: Nombre de Reynolds	
$We$	: Nombre de Weber	
$Oh$	: Nombre d' Ohnesorge	
$d_j$	: Diamètre d'injection ou la taille caractéristique du jet	mm
$r_g$	: Rayon des gouttes	mm
$r_j$	: Rayon de sortie de la buse d'injection	mm
$\lambda$	: Longueur d'onde	
$C$	: Fraction volumique de la fonction convectée par l'écoulement	
$p$	: Pression fluctuante	Pas
$\Delta t$	: Pas de temps	s
$\varepsilon$	: Taux de dissipation de l'énergie cinétique $k$	
$k$	: Energie cinétique turbulente	m <sup>2</sup> .s <sup>-2</sup>
$k_i$	: Courbure de l'interface	
$u_i, u_j$	: Composante i,j des vitesses fluctuantes en notation tensorielle	
$\overline{u_i u_j}$	: Tenseur de Reynolds des composantes i,j.	
$\alpha$	: Angle de contraction	
$A$	: Aire	m <sup>2</sup>
$n$	: La normale à l'interface	
$t$	: temps	s
$\Delta u$	: Amplitude de modulation	
$F_s$	: Force surfacique	
$F_{sv}$	: Force singulière de la tension de surface	

$f(t)$  : Fréquence de modulation  
 $\Phi$  : Variable de sous-relaxation  
 $\beta$  : Coefficient de sous relaxation  
 $\delta$  : Symbole de kronecker  
 $\nabla\varphi$  : Gradient de l'interface  
 $x$  : Un point de l'espace de calcul  
 $\sigma_k$  : Nombre de Prandtl pour  $k$   
 $\sigma_\varepsilon$  : Nombre de Prandtl pour  $\varepsilon$   
 $C_\varepsilon, C_\mu$  : Constantes du modèle  $k$ - $\varepsilon$

### Indices et exposants

$L$  : Liquide  
 $G$  : Gaz  
 $t$  : Turbulente  
 $\sim$  : Valeur instantanée des variables  
 $E, e$  : Indice du plan Est  
 $W, w$  : Indice du plan West  
 $N, n$  : Indice du plan Nord  
 $S, s$  : Indice du plan Sud  
 $int$  : Interne  
 $ext$  : Externe

# ANNEXE

**Communication de participation au colloque international intitulé :  
«International Symposium on Multiphase Flow and Transport  
Phenomena (MFTP2012)».  
22-25 Avril 2012. Agadir-Maroc.**



# CFD SIMULATION OF THE PRIMARY BREAK UP OF A VERTICAL LAMINAR AND TURBULENT WATER JET

A. Dahia<sup>1§</sup>, F. Zidouni Kendil<sup>1</sup>, T. Rezoug<sup>2</sup>, A. S. Bousbia<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Nuclear Research Center of BIRINE, P.O. Box 180, 17200 Ain-Oussara, Algeria

<sup>2</sup>Aeronautic Sciences Laboratory, Department of Aeronautical, B.P.270, Blida University, Algeria

<sup>3</sup>Department of Mechanical and Nuclear Engineering, University of Pisa, Pisa, Italy

<sup>§</sup> Correspondence author. Email: dahia\_univ@yahoo.fr

**ABSTRACT** The fundamental mechanism responsible for the breakup of a liquid jet is the instability induced by the surface tension. Other mechanisms, however, can modify the breakup process. These mechanisms include the aerodynamic forces on the jet surface, the relaxation of the velocity profile and the turbulence intensity in the jet,..etc.

In order to delineate some breakup regimes under the influence of the velocity relaxation profile and turbulence, a set of two different nozzle geometries is simulated. The nozzles have conical shape. The used angle formed between the jet axis and the nozzle wall is  $0^\circ$  and  $8^\circ$  respectively. The jet diameter at the nozzle exit is about 0.5mm. The considered jet velocity in the laminar regime is within the range of 1 to 2m/s, whereas, it is greater than 4.5m/s up to 20m/s in the turbulent regime. The maximum turbulence intensity considered in this case is 10%.

The breakup process of the water jet is simulated based on a mathematical model implemented in FLUENT. Finite volume formulations are employed to solve the Navier-Stokes and continuity equations in axisymmetric geometry. The Volume Of Fluid method (VOF) is used to track free surface of the water jet. The surface tension is considered using a continuous surface force method (CSF). The k-epsilon turbulence model is applied to simulate the turbulent jet.

The jet behaves differently in each simulated case. We noticed different intact jet lengths and the distance between the successive drops. These two parameters depend on the flow regime (laminar and turbulent) and the shape of the nozzle. A poly-dispersion in drop size is also observed.

The turbulent flow favors the jet breakup at the end of the water trickle and increases substantially the intact jet length. This observation is qualitatively in good agreement with the experimental results present in the bibliography.

When the jet exits from a conical nozzle ( $8^\circ$ ), the jet instabilities grow rapidly and the resulting drop size are in the same order of the jet diameter. However, the intact jet length is larger in comparison to jets issuing from straight nozzles ( $0^\circ$ ) in the turbulent regime.

Qualitatively, the predicted flow patterns match well the data from experimental measurements reported in the literature, whereas improvement of model is needed.

## NOMENCLATURE

$u$	flow velocity
$\mu$	dynamic viscosity
$\mu_L$	water dynamic viscosity
$\mu_G$	air dynamic viscosity
$\mu_t$	turbulent viscosity
$\sigma$	tension of free surface
$\rho$	volume-average density

$\rho_L$  water density  
 $\rho_G$  air density  
 $d_j$  water jet diameter at the nozzle outlet  
 $d_d$  drop diameter after breakup  
 $We_L$  Weber number based on water density  
 $Re_L$  Reynolds number based on water density  
 $L_c$  intact jet length  
 $\varphi$  volume fraction  
 $F_{sv}$  equivalent volume force  
 $k_i$  surface curvature  
 $n$  interface normal vector

## INTRODUCTION

The transformation of a liquid into drops in a gaseous surrounding is of great importance in many industrial processes. This phenomenon is known as “breakup”. It is largely used to cool products at high temperature in the modern industry such as the cooling in the industry of glass and the accelerate control cooling equipment (ACC) of the steel plates and sheets hot rolled in the process of rolling to obtain better mechanical properties. Thus, a good comprehension of breakup mechanism is fundamental in nuclear industry for the development of improved injection system (ECCS: Emergency Core Cooling systems) in PWR (Pressurized Water Reactor); in the aircraft industry such as in turbojets and rocket motors combustion; in the drug company or agriculture; the impression with link jet and pulverization.

The liquid jet breakup studies have established that the breakup proprieties are influenced by an unusually large number of parameters including nozzle flow effects resulting from the jet velocity profile relaxation and turbulence at the nozzle exit.

The linear stability theory has provided qualitative description of breakup phenomena and predicted the existence of various breakup regimes. The case of a round liquid jet breakup injected into stagnant gas is shown in (Fig. 1). Four main regimes have been identified that correspond to different combinations of liquid inertia, surface tension, and aerodynamic forces acting on the jet. These have been named respectively: the Rayleigh regime, first and second wind-induced regimes and the atomization regime (Reitz & Bracco 1986).

Rayleigh (1879) showed that the jet breakup is the consequence of hydrodynamic instability. Neglecting the ambient fluid, the viscosity of the liquid jet and gravity, he demonstrated that a circular cylindrical liquid jet is unstable with respect with disturbances of wavelength larger than the circumference (Chauhan & al 2003). Breakup occurs many nozzle diameters downstream of the nozzle and formed droplets have diameters larger than the jet diameter (Fig 1a).

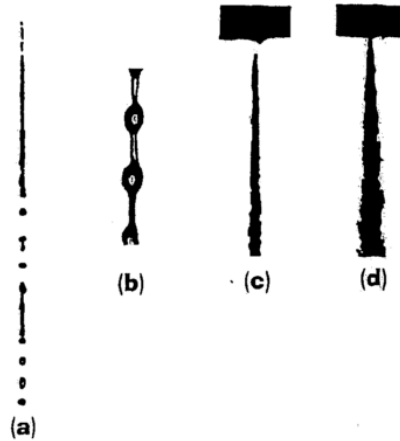


Fig. 1: Different regime of breakup of a liquid jet.  
 (a) Rayleigh regime. (b) First wind-induced regime.  
 (c) second wind-induced regime. (d) Atomization regime. Reitz & Bracco (1986).

Rayleigh's work was continued by Chandrasekhar (1961) who proposed a theory for the breakup of viscous liquid jets in vacuum. In the Rayleigh breakup mode, droplets pinch off the nozzle and have diameters greater than the jet itself. Water jet intact length increases by increasing the jet velocity beyond the Rayleigh regime. In this regime drops are pinched off from the end of the continuous portion of the jet. The water jet has an axi-symmetric wavy appearance with long breakup length. This region is called the first wind-induced breakup region (Fig 1b). In the first wind-induced regime, the formed droplets have a diameter close to the jet diameter and the process of droplet formation occurs at distances far downstream of the nozzle. Water jets with higher Reynolds numbers breakup closer to the nozzle exit. They show unsteady breakup and produce droplets that tend to be smaller. This region is called the second wind-induced breakup region (Fig 1c). Finally, at very high Reynolds numbers, water jets turn into spray right at the nozzle outlet. This region is called the atomization region (Fig 1d). Lin and Reitz (1998) have proposed these expressions for different breakup regimes.

Sami an Ansari (1981), studies the effect of the velocity profile relaxation on the instability of laminar liquid jet casts from tubes. They found substantial evidence to indicate that the result of the velocity profile relaxation is similar to the result of relative motion between the jet and its ambient gaz. Karasawa et al (1992) clearly showed the effect of the nozzle length on the development of instabilities on the liquid jet surface. The initial velocity profile at the nozzle exit can thus have a real influence on the liquid jet stability and the sensitivity of the jet velocity profile is particularly true for laminar flows.

In this paper, computer simulations using the volume of fluid (VOF) numerical technique are reported. This method has an advantage of being conceptually simple, reasonably accurate and phenomena such as interface breakup and coalescence are inherently included.

Over the years a number of different techniques to implement the VOF method have been devised. Flux-corrected transport (FCT) by Boris and al, Lagrangian piecewise linear interface construction (L-PLIC) by Van Wachem and Shouten (2007), Compressive interface capturing scheme for arbitrary meshes (CICSAM) by Ubbink (1997 ) and Inter-gamma scheme by Jasak and Weller. PLIC-VOF method is used to simulate the flow numerically, which is based on piecewise linear interface construction. This method is simple and extremely inexpensive.

In this work, we focus on the effects of nozzle geometry and turbulence on the water jet breakup. We try to delineate some breakup under the influence of the velocity relaxation profile and flow regime, namely “turbulent and laminar flow”.

## MATHEMATICAL MODELING

**Momentum and Continuity Equation** The breakup process of the water jet is simulated based on a mathematical model implemented in FLUENT. Finite volume formulations are employed to solve the Navier-Stokes and continuity equations in axisymmetrical geometry.

$$\begin{cases} \text{div } u = 0 \\ \rho \frac{\partial u}{\partial t} + (u \cdot \nabla)u = -\nabla P + \nabla(\mu(\nabla u + \nabla^T u)) + F_{SV} + \rho g \end{cases} \quad (1)$$

The treatment of the surface tension force  $F_{SV}$  as a singularity within a cell causes numerical problems associated with the pressure calculation at the exact interface boundary. In order to circumvent this problem, Blackbill and al. (1992) have developed a method referred to as the continuum surface force (CSF) method. This method replaces the need to know the exact location of the free surface by converting the surface tension into an equivalent volume force, which is added to the Navier-stokes equations as an additional body force. This force has smoothed properties and acts only in a finite transition region across the interface which contains the interfacial and their immediate neighboring cells. It is determined by the following expression:

$$F_{SV} = \sigma \frac{\rho_L k_i \nabla \varphi}{\frac{1}{2}(\rho_G + \rho_L)} \quad (2)$$

Equations [1, 2] are solved by finite volume formulations. The simulation is realized using the Fluent code.

Where;  $\nabla \varphi$  and  $k_i$  are defined as the gradient and the curvature of the  $i$ th phase flow on the surface, respectively;  $\sigma$  is the tension of free surface (of water, in this case) and  $\rho$  is the volume-average density of the surface.

$\varphi_L$  is the volume fraction of the medium (water, in this case) in the calculation cell,  $\rho_L$  is its density and  $\rho_G$  is the air density.

The surface curvature  $k_i$  and  $\nabla \varphi$  are determined by:

$$k_i = \nabla n \quad \text{and} \quad n = \frac{\nabla \varphi}{|\nabla \varphi|} \quad (3)$$

Where  $n$  is the interface normal vector.

**Surface Tracking Model** The Volume Of Fluid method (VOF) is used to track the free surface of the water jet. The interface is implicitly defined by void volume fraction  $\varphi$  that defines density of the mixture using the following expression:

$$\begin{cases} \varphi(x, t) = 1 \text{ in water} \\ \varphi(x, t) = 0 \text{ in air} \\ \rho(x, t) = \rho_L \varphi(x, t) + \rho_G \varphi(x, t) \\ \mu(x, t) = \mu_L \varphi(x, t) + \mu_G \varphi(x, t) \end{cases} \quad (4)$$

The interface surface is determined by solving the continuity equation for the volume fraction of each phase. For the  $i_{th}$  phase, this expression has the following form:

$$\frac{\partial \varphi_i}{\partial t} + u \nabla \varphi_i = 0 \quad (5)$$

The VOF method relies two fluids (or phases) which are not interpenetrating. In each control volume, the volume fractions of all phases sum to unity. The proprieties appearing in the transport equation are determined by the presence of the phase's components in each control volume.

**Turbulence Modeling** The two equations model k- $\epsilon$  is the first-order model based on the generalized Boussinesq hypothesis applied to simulate the turbulent jet and used assuming the following equation:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k - \rho \epsilon \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \epsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \epsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} G_k - C_{2\epsilon} \rho \frac{\epsilon^2}{k} \quad (7)$$

The eddy viscosity  $\mu_t$  is calculated by combining k and  $\epsilon$ :

$$\mu_t = \rho C_\mu k^2 / \epsilon \quad (8)$$

$G_k$  is the turbulence generation by average velocity gradient, given by the following expression:

$$G_k = \rho \overline{u_i' u_i'} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad (9)$$

$C_{1\epsilon}$ ,  $C_{2\epsilon}$ ,  $C_\mu$  and  $C_{3\epsilon}$  are the empirical constants.  $\sigma_k$  and  $\sigma_\epsilon$ : Prandtl Numbers for k and  $\epsilon$  respectively. These constants  $C_{1\epsilon}$ ,  $C_{2\epsilon}$ ,  $C_{3\epsilon}$ ,  $\sigma_k$  and  $\sigma_\epsilon$  are similar to those used in a single phase flow where:  $C_{1\epsilon} = 1.44$ ,  $C_{2\epsilon} = 1.92$ ,  $C_{3\epsilon} = 0.09$ ,  $\sigma_k = 1.0$ ,  $\sigma_\epsilon = 1.3$

No source term in the kinetic and dissipation rate calculation is introduced in the following simulation. The calculation is similar to the single phase turbulence calculation.

## NUMERICAL SETTING

**Geometry and Grid Arrangement** A set of two different nozzle geometries is tested in this work. The nozzles are constricted to a conical shape. The angle formed between the jet axis and the nozzle walls are  $0^\circ$  and  $8^\circ$ , respectively. The jet diameter at the nozzle exit is about 0.5mm. The considered jet velocity in the laminar regime is within the range of 1 to 2m/s, whereas, it is greater than 4.5m/s in the turbulent regime. The maximum turbulence intensity considered in this case is 10%.

The jet is issuing along the x axis (figure 2). The 2D axisymmetrical calculations were performed.

The physical domain of 250mm x 10mm in the axial and radial directions respectively is discretized into a structured quadratic grid. The cell size is about 0.3mm x 0.3mm. The grid points are clustered near the nozzle exit and the center line in order to capture well the breakup phenomena. The smallest cell in this region is about 0.05mm x 0.05mm.

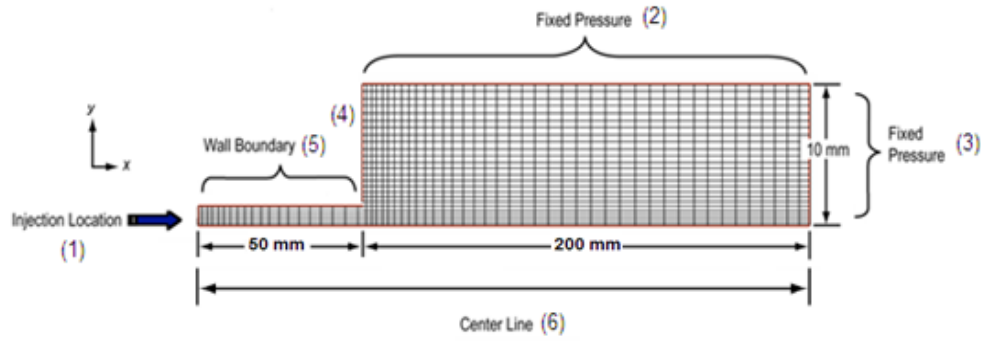


Fig. 2. Geometry and grid arrangement

**Boundary Conditions** The condition of the nozzle is important in predicting centerline velocity and shear stress and the breakup process. The following boundary conditions were used for the calculation domain boundaries denoted by numbers in Fig. 2:

Boundary (1): a uniform velocity profile is considered. The imposed inlet velocity boundary conditions at the nozzle are expressed by: Velocity-inlet. The water volume fraction is set equal to 1.

Boundary (2, 3, 4): A fixed pressure boundary condition has been adopted for the free boundary of the calculation domain and set to the atmospheric pressure.

Boundary (5): represents the nozzle wall. No slip boundary conditions were imposed. For the evaluation of the wall effect on turbulence, the logarithmic near wall function approach has been used to model the wall bounded turbulent flows.

Boundary (6): Is the symmetry axis. The symmetry boundary condition is set as:

- Zero normal velocity at a symmetry axis, and
- Zero normal gradients of all variables at a symmetry axis.

## RESULTS AND COMMENTS

**Global Flow Jet Behavior** In the laminar regime ( $u=1\text{m/s}$ ), the figure shows approximately uniform drops size in the order of two jet diameter ( $d_d = 2d_j$ ). These observations are similar to those observed in the first Rayleigh regime. However, the distance between two successive droplets increases and becomes non uniform as the jet moves forward (see figure 3 and 4 ).

The turbulent jet is noticeably different. One remarks that the intact jet length is stretched and the distance between two successive droplets is not uniform. A multi-dimension drop size is observed along the jet axis (see figure 3 and 4 ). The growth of the intact jet length according to the intensity of turbulence is also noticed in the experimental tests present in the literature. However, the small waves existing on the turbulent jet surface and secondary breakup jet could not be reproduced, in the simulation, because the scale of the simulation is large (meso-scale simulation).

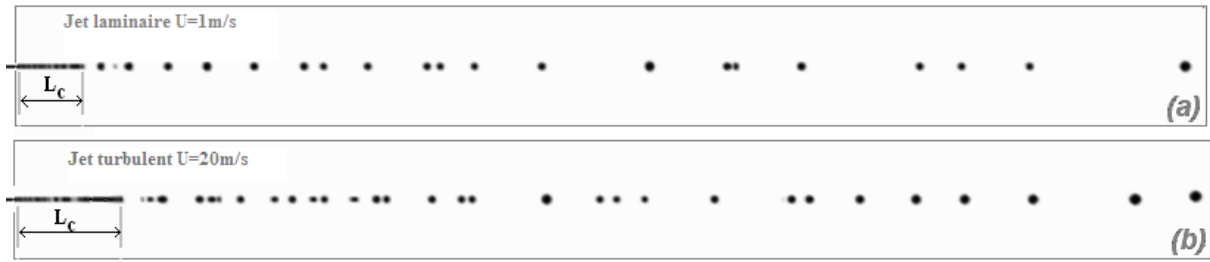


Fig. 3: Jet break up for 0° nozzle (a) laminar jet, 1m/s (b) turbulent jet, 20m/s

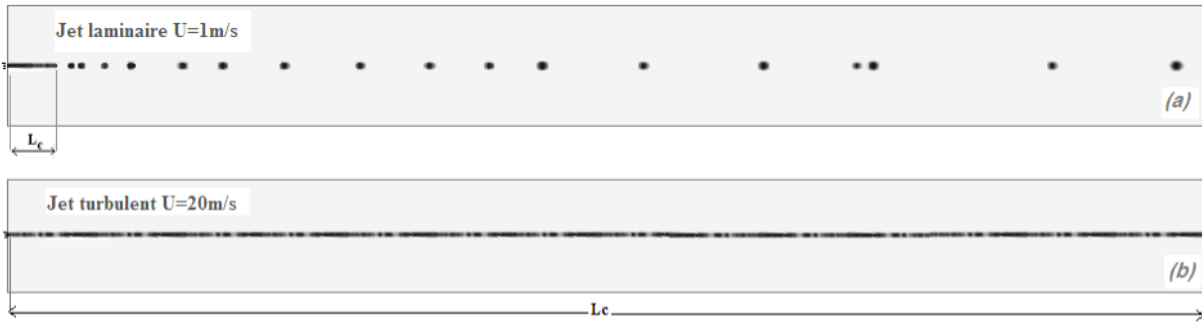


Fig. 4: Jet break up for 8° nozzle (a) laminar jet, 1m/s (b) turbulent jet, 20m/s

The flow patterns are substantially modified by the nozzle shape, figure 4, this is principally shown by the modification of the velocity relaxation profile at the jet exit, figure 5. The velocity profile modify tremendously the break up regime (ex.  $L_c > 200\text{mm}$  at  $U > 4.5\text{m/s}$ ) (8°Nozzle, table 1).

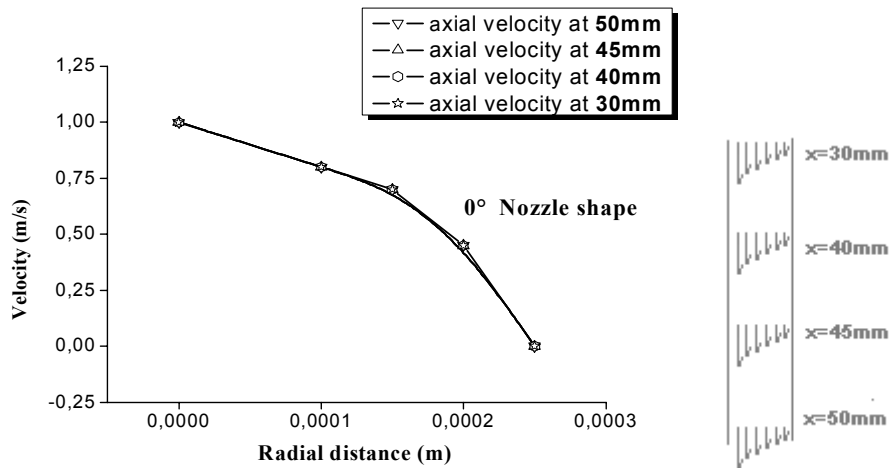


Fig. 5: Velocity profile evolution with radial distance

0° nozzle shape.

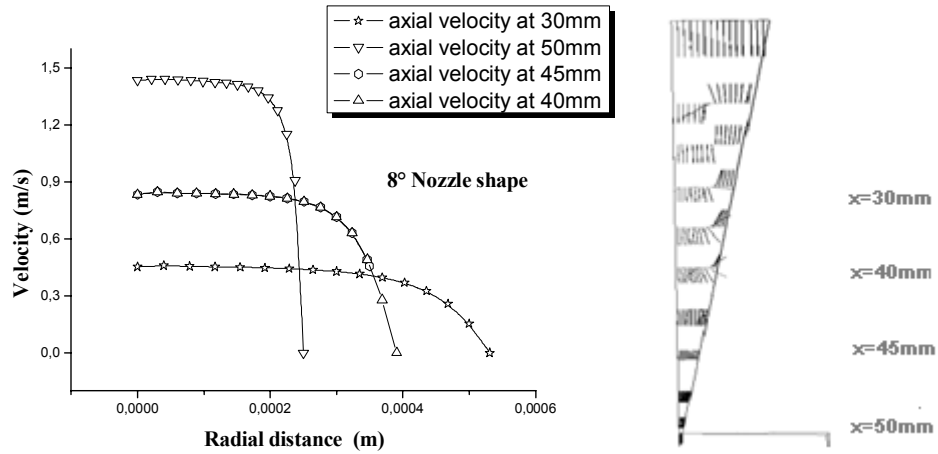


Fig. 6: Velocity profile evolution with radial distance  
8° nozzle shape.

**Intact Jet Length Evolution** In laminar regime, the intact jet length increases with the jetting velocity, then it decreases when the jetting velocity exceeds a critical velocity. This critical velocity is deduced by interpolation, figure 7 and 8.

In the decreasing intact jet length region, figure 8, the liquid jet is evolving in the transient laminar to turbulent flow.

As the jet flow reaches a fully turbulent regime, in case of straight jet nozzle, the intact length increases with velocities.

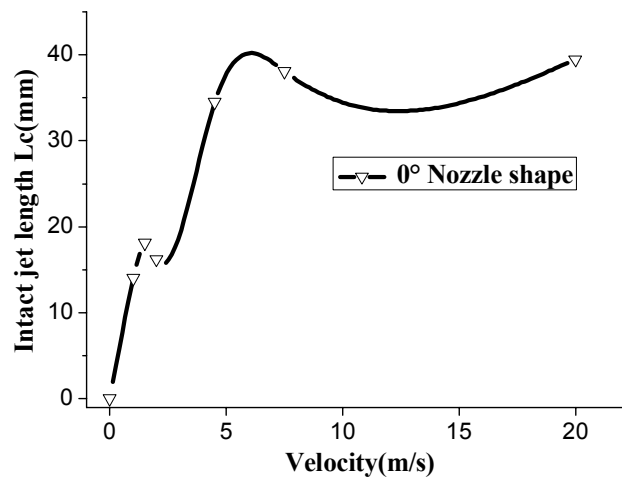


Fig. 7: Stability curve of a cylindrical liquid jet for a 0° nozzle shape.



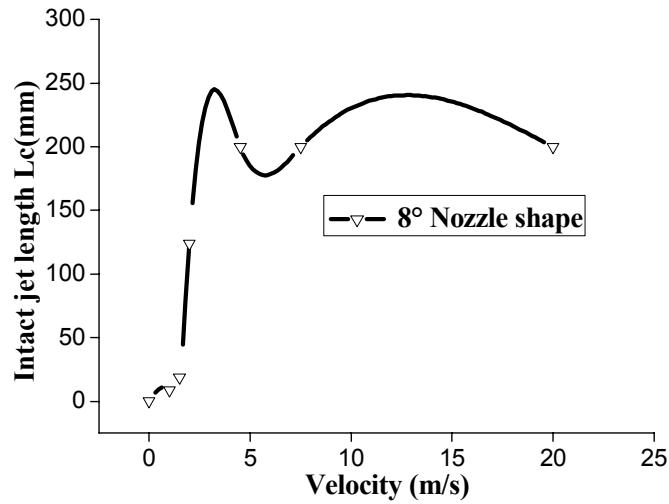


Fig. 8: Stability curve of a cylindrical liquid jet for a 8° nozzle shape.

Table 1  
Evolution of the intact jet length  $L_c$  with jet velocity

		Velocity (m/s)	Lc(mm)	
			0° Nozzle	0° Nozzle
Laminar	1	14	8.46	
	1.5	18.1	18.72	
	2	16.2	124.14	
Turbulent	4.5	34.50	>200	
	7.5	38.02	>200	
	20	39.43	>200	

## CONCLUSION

Numerical simulations are carried out to describe the first jet breakup regime. Interface tracking is assured by the VOF method to capture accurately the sharp discontinuities for pressure, density and viscosity.

The first breakup regimes are qualitatively well reproduced and the evolution of the intact jet length is consistent with literature results namely standard stability curve of the liquid jets.

Nevertheless at higher velocity the secondary drop break-up cannot be correctly described by this model due to the following reasons:

- The used fluid model is homogeneous; no relative velocity between the two phases is considered and the density of the mixture is weighted by the volume fraction of the two phases in each cell.
- The model cannot reproduce the substantial deformations of the water drops generated by the aerodynamic forces. So it is not possible to consider explicitly strong gradients of pressure near these curves that causes the pulverization of the jet namely secondary breakup.
- The  $k-\epsilon$  model is not so precise in reproducing this kind of phenomena. The introduction of the turbulence in the simulation illustrates significant differences in comparison to the laminar regimes.

As a perspective, improvements of the model are needed to take into account the turbulence at the water-air interface and the difference of velocities of the two fluids at the interface. For high flow rate, more elaborated method that taking into account the relative velocity should be tested. The interface can also be tracked instead of captured.

## REFERENCES

- Hirt, C.W. and Nichols, S. D. [1981], Volume of Fluid (VOF) method for dynamics of free boundaries., *J. Comput. Phys.* 39, pp 201-225.
- Sallam, K.A., Dai Z., Faeth G.M. [2002], Liquid breakup at the surface of turbulent round liquid jets in still gases, *International Journal of Multiphase Flow* 28 427–449.
- Sleuyter, [2004], Stability of Flashing and non-flashing Liquid Jets, Master Thesis university of Eindhoven (2004).
- Dai, Z., Chou, W.H., Faeth, G.M. [1998], Drop formation due to turbulent primary breakup at the free surface of plane liquid wall jet. *Phys. Fluids* 10, 1147–1157.
- Reitz, R.D. and Bracco, F.V. [1986], Mechanisms of breakup of round liquid jets. *The encyclopaedias of fluid mechanics*, 233-249.
- Lin, S.P. and Reitz, R.D. [1998], Drop and spray formation from a liquid jet., *Ann. Rev. Fluid Mech.* 85–105.
- Faeth, G.M., [1990], Structure and atomization properties of dense turbulent sprays, In: Twenty-third Symposium (International) Combustion, Orléans university, France.
- Schweitzer, P.H. [1937], Mechanism of disintegration of liquid jets, *J. Appl. Phys.* 8:513–521.
- Sami, S., and Ansari, H. [1981], Governing Equations in a Modulated Liquid Jet , *Proceeding of the First U S. Water Jet Conference*, April 7-9,.
- Tafreshi, H.V. and Pourdeyhimi. B. [2003], The effects of nozzle geometry on waterjet breakup at high Reynolds numbers. Springer-Verlag.
- Brackbill, J.U., Kothe, D.B. , Zemach, C. [1992], A continuum method for modeling surface tension, *J. Comput. Phys.* 100 pp335–354.
- Vinay, R. , Berend, G.M van Wachem, [2007], Volume of fluid methods for immiscible-fluid and free-surface flows, *Chemical engineering journal*.
- Ubbink O. [1997], Numerical prediction of two fluid systems with sharp interfaces, PhD thesis, Imperial College of science, technology and medicine.