

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA  
RECHERCHE SCIENTIFIQUE**

**UNIVERSITE SAAD DAHLAB DE BLIDA  
FACULTE DES SCIENCES DE L'INGENIEUR  
DEPARTEMENT D'AERONAUTIQUE**

049/07



**PROJET DE FIN D'ETUDES EN VU D'OBTENTION  
DE DIPLOME D'INGENIEUR D'ETAT EN AERONAUTIQUE  
OPTION : PROPULSION**

**THEME**

**Etude numérique par la méthode des éléments finis du  
problème de transfert de chaleur lors de soudage TIG et  
comparaison**

**REALISER PAR :**

**ABDELADHIM SAFAN AHMED  
KHODJET-KESBA MOHAMED**

**PROPOSER ET DIRIGER PAR:**

**Mr. AISSANI MOULOUD**

## ملخص

في إطار مشروع بحث حول طريقة اللحام يرتكز عملنا حول تقديم تحسينات علي التقارب لنموذج موجود للحام مزيج الالومنيوم سلسلة T3-2024. النموذج الذي يمثل مصدر طاقة اللحام ، يستعمل توزيع سطحي للتدفق الحراري الأتي من القوس الكهربائي . شكل هذا المصدر المقترح هو مزدوج -بيضي الشكل، وذلك بإجراء تقييم للحقول الحرارية في كل لحظة، من أجل تحديد مدي المناطق الخطرة، و تأثير سرعة اللحام عليها. معاملة الحرارة لهذه المسألة تطبق عليها طريقة العناصر المنتهية، الحسابات المنجزة أخذت بالاعتبار الخواص الفيزيائية والحرارية معتمدة علي الحرارة. النتائج الرقمية المتحصل عليها و التي تستعمل في رسم الدوائر الحرارية للوحة مع مرور الوقت، تقارن مع النتائج التجريبية و الرقمية من أجل اعتمادها (رؤية التحسينات). هذه المقارنة تشير إلي تحسينات جيدة.

## RESUME

Dans le cadre d'un projet de recherche sur le procédé de soudage TIG, s'inscrit notre travail, qui consiste a présenté des améliorations sur la convergence d'un modèle existant de soudage d'alliage Aluminium série 2024-T3. Le modèle simulant la source d'énergie de soudage, utilise une distribution surfacique Gaussienne du flux de chaleur provenant de l'arc électrique. La forme de cette source est supposée bi-elliptique, tout en procédant à l'évaluation des champs thermiques à chaque instant, pour déterminer l'étendu des zones à risque, et l'effet de la vitesse de soudage sur ces dernières. L'équation de chaleur régissent le problème est discrétisée par la méthode des éléments finis, les calculs sont effectués en considérant que les propriétés physiques et thermiques sont dépendante de la température. Les résultats numériques obtenus qui servent aux traçages des cycles thermiques dans la plaque au cours du temps, sont comparés à des résultats expérimentaux et numériques afin de valider (et voir l'amélioration). Cette comparaison indique une bonne amélioration.

## SUMMARY

As part of a research of project on the process of welding TIG our work consists on presenting improvements on the convergence of an existing model of welding Aluminium alloy series 2024-T3. The model simulating the source of energy of welding uses a surface distribution Gaussienn of the heat flow coming from the electric arc. The form of this source is supposed to be Bi-elliptic, while carrying out the evaluation of the thermal fields at every moment, to determine wide zones at the risk, and the effect of the speed of welding on these last. The equation of heat govern the problem is discretized by the finite element method; calculations are carried out by considering that the physical and thermal properties are dependent on the temperature. The numerical results obtained which are used for the tracings of the thermal cycles in the plate in the course of time, are compared with experimental and numerical results in order to validate (and to see the improvement). This comparison indicates a good improvement.



## REMERCIEMENTS

*On remercie Dieu de nous avoir donner la force et le courage à bien finir ce travail.*

*On tient à remercier particulièrement notre promoteur Mr M.AISSANI pour ces conseils et son suivi continu durant notre projet.*

*On adresse également nos remerciements à l'ensemble des enseignant de département d'aéronautique, surtout les membres de jurés qui ont acceptés de juger notre travail.*

*On exprime notre profond regrée suite à la mort de notre ami Tayeb hamida et toutes nos prières pour lui.*

*Enfin, on remercie tous ceux qui nous ont aidés a faire ce travail de prêt ou de loin.*

# DEDICACES

**Je dédie ce travail à :**

Mon père et ma mère qui ont été toujours à  
mes côtés.

Mes frères, ma sœur et bébé.

Surtout ma grand mère que j'aime beaucoup.

Mes amis des 1000 logements et toute la  
promotion 2006-2007

**K.K.MOHAMED**

---

**Je dédie ce travail à :**

Mon père et ma mère qui ont été toujours à  
mes côtés.

Mes frères et ma sœur.

Mes amis et toute la promotion 2006-2007

**A.S.AHMED**

## NOMENCLATURE DES SYMBOLES

symbole	signification	unité
$C_p$	Chaleur massique à pression constante	J/kg K°
$\rho$	Masse volumique	Kg/m <sup>3</sup>
$\sigma$	Constante de stephan-Boltzman	W/m <sup>2</sup> K <sup>4</sup>
$h$	Coefficient de convection	W/m <sup>2</sup> K°
$K$	Conductivité thermique	W/m K°
$Q$	Flux de chaleur par unité de surface	W/m <sup>2</sup>
$I$	Intensité de courant	A
$U$	Tension	V
$T$	Température	C° ou K°
$V$	Vitesse de déplacement de l'arc	mm/s
$\epsilon$	Emissivité	
$X, Y$	Variable indépendant	m
$\Delta t$	Pas temporel	Sec
$t$	Temps	Sec
$\eta$	Rendement	%
$S$	Terme source dans les équation discrétisées	
$S_c, S_p$	Partie constante de la linéarisation du terme source	
$\vec{n}$	Vecteur unitaire de la normale.	
$\Phi_{st}$	flux de chaleur stocké.	W
$\Phi_g$	flux de chaleur généré.	W
$\Phi_e$	flux de chaleur entrant.	W
$\Phi_s$	flux de chaleur sortant.	W
$X$	Variable d'espace dans la direction du flux.	m
$S$	Aire de la section de passage du flux de chaleur	m <sup>2</sup>
$T_p$	Température de surface du solide	°C
$T_\infty$	Température du fluide loin de la surface du solide	°C
$\vec{A}$	Le vecteur l'aire de la surface	
$\Gamma_\Phi$	Le coefficient de diffusion de la grandeur $\Phi$	
$N_{faces}$	Le nombre de faces (interfaces) du volume de contrôle	
$\Phi_f$	La valeur de $\Phi$ transférée par convection à travers l'interface $f$	
$v_f$	Le flux de masse a travers l'interface $f$	
$A_f$	L'aire de l'interface $f$	
$V$	Le volume du volume de contrôle (VC)	m <sup>3</sup>

symbole	signification	unité
$F_i^{(e)}$	Le vecteur force	
$I_{mm}$	Intégral d'inertie	
$L_x$	La longueur de la plaque	(mm)
$L_y$	La largeur de la plaque	(mm)
$E_p$	Epaisseur de la plaque	(mm)
$N_x$	Nombre des nœuds sur l'axe X	
$N_y$	Nombre des nœuds sur l'axe Y	
$V_k$	Vecteur de stockage	
NN	Dimension du vecteur $V_k$	
B	La longueur de la demi bande	



## **LISTE DES FIGURES**

### **CHAPITRE I :**

- FIGURE I.1- les différents procédés du soudage.
- FIGURE I.2- Procédé T.I.G.
- FIGURE I.3- Soudage à l'électrode réfractaire : principe.
- FIGURE I.4- Transmission du flux de chaleur.
- FIGURE I.5- Maillage 1D.
- FIGURE I.6- Soudure du réservoir d'huile du banc d'essai du moteur Artouste.
- FIGURE I.7- Soudure du réservoir de carburant en aluminium du moteur équipant l'hélicoptère MI-8.
- FIGURE I.8- Soudure de la tuyère du banc d'essai du moteur Artouste.
- FIGURE I.9- Soudure sur une chambre de combustion.

### **CHAPITRE II :**

- FIGURE II.1- Bilan d'énergie.
- FIGURE II.2- Schéma du processus de soudage de deux tôles minces.
- FIGURE II.3- Modèle circulaire de source de chaleur Gaussienne.
- FIGURE II.4- Modèle ellipsoïdale de source de chaleur Gaussienne.
- FIGURE II.5- Le modèle bi elliptique de bain de fusion.
- FIGURE II.6- Décomposition de la vitesse dans le cas d'un cordon courbé.

### **CHAPITRE III :**

- FIGURE III.1- Discrétisation d'un domaine irrégulier en élément fini typique.
- FIGURE III.2- Equilibre interne entre les différents éléments du domaine et effet du frontière.
- FIGURE III.3- Élément quadrilatère à 4 nœuds en décomposition.
- FIGURE III.4- Assemblage de deux éléments quadrilatères.
- FIGURE III.5- Illustration des zones A et B.
- FIGURE III.6- Procédure de discrétisation.
- FIGURE III.7- Illustration du domaine à mailler dans le cas d'un cordon courbé.
- FIGURE III.8- Transformation d'un domaine simplement connexe à un rectangle.
- FIGURE III.9- Illustration des frontières du demi plaque pour un cordon courbé.
- FIGURE III.10- Génération des nœuds sur les cotés 1 et 2.
- FIGURE III.11- Génération des nœuds sur le coté 3.
- FIGURE III.12- Discrétisation sur le coté AD.
- FIGURE III.13- Discrétisation en éléments quadrilatère et numérotation des éléments.

### **CHAPITRE IV :**

- FIGURE IV.1- Illustration du stockage en diagonal.
- FIGURE IV.2- Exemple d'une matrice bande.
- FIGURE IV.3- Organigramme du programme principal.

**CHAPITRE V :**

- FIGURE V.1- Dimensions d'une plaque à cordon rectiligne.  
FIGURE V.2- Dimensions de la première plaque à cordon courbé.  
FIGURE V.3- Propriétés physiques de l'aluminium.  
FIGURE V.4- la discrétisation du maillage des deux zones.  
FIGURE V.5- Représentation des isothermes a  $t_0 = 5$ .  
FIGURE V.6- Répartition de champs thermique a  $t_0 = 5$ .  
FIGURE V.7- Représentation des isothermes a  $t_0 = 30$ .  
FIGURE V.8- Répartition de champs thermique a  $t_0 = 30$ .  
FIGURE V.9- Représentation des isothermes a  $t_0 = 50$ .  
FIGURE V.10- Répartition de champs thermique a  $t_0 = 50$ .  
FIGURE V.11- Représentation des isothermes a  $t_0 = 70$ .  
FIGURE V.12- Répartition de champs thermique a  $t_0 = 70$ .  
FIGURE V.13- Représentation des isothermes a  $t_0 = 80$ .  
FIGURE V.14- Répartition de champs thermique a  $t_0 = 80$ .  
FIGURE V.15- Représentation des isothermes a  $t_0 = 100$ .  
FIGURE V.16- Répartition de champs thermique a  $t_0 = 100$ .  
FIGURE V.17- Cycles thermiques aux différentes positions.  
FIGURE V.18- thermocouples collés a la plaque.  
FIGURE V.19- Position d'implantation des thermocouples de la tôle A1.  
FIGURE V.20- Cycle thermique capté par chaque thermocouple.  
FIGURE V.21- Comparaison entre deux cycles numériques.  
FIGURE V.22- Discrétisation du maillage courbé des deux zones.  
FIGURE V.23- Cycles thermiques aux différentes positions.  
FIGURE V.24- Répartition de champs thermique a  $t_0 = 5$ .  
FIGURE V.25- Représentation des isothermes a  $t_0 = 5$  avec les nœuds de calcul.  
FIGURE V.26- Répartition de champs thermique a  $t_0 = 8$ .  
FIGURE V.27- Représentation des isothermes a  $t_0 = 8$  avec les nœuds de calcul.  
FIGURE V.28- Répartition de champs thermique a  $t_0 = 10$ .  
FIGURE V.29- Représentation des isothermes a  $t_0 = 10$  avec les nœuds de calcul.  
FIGURE V.30- Répartition de champs thermique a  $t_0 = 17$ .  
FIGURE V.31- Représentation des isothermes a  $t_0 = 17$  avec les nœuds de calcul.

# Sommaire

	Page
RESUMEE.....	I
REMERCIEMENTS.....	II
DEDICACES.....	III
LISTE DES SYMBOLES.....	IV
LISTE DES FIGURES.....	V
<b>INTRODUCTION GENERALE.....</b>	<b>VI</b>
<b>CHAPITRE I : GENERALITES</b>	
I-1/ HISTORIQUE DU SOUDAGE .....	1
I-2/ DEFINITION DE SOUDAGE .....	2
I-3/ LES DIFFERENTES PROCEDES DE SOUDAGE.....	3
I-4/ SOUDAGE A L'ARC .....	3
I-4-1/ Définition.....	3
I-4-2/ Les principaux procédés à l'arc.....	3
I-4-2-1/ Le soudage à l'électrode enrobée ou "S.A.E.E." .....	3
I-4-2-2/ Le procédé M.I.G / M.A.G.....	3
I-4-2-3/ Le soudage avec une électrode réfractaire.....	3
I-4-2-4/ Le soudage à arc submergé sous flux solide.....	3
I-4-3/ Principe du soudage T.I.G.....	3
I-4-3-1/ Définition.....	3
I-4-3-2/ Les gaz de protection.....	5
I-4-3-3/ Applications.....	5
I-4-3-4/ Avantages et inconvénients du soudage T.I.G.....	6
I-5/ GENERALITES SUR LES TRANSFERT DE CHALEUR.....	6
I-5-1/ Quelques définitions.....	6
I-5-1-1/ Champ de température.....	6
I-5-1-2/ Gradient de température.....	7
I-5-1-3/ Flux de chaleur.....	7
I-5-2/ Formulation d'un problème de transfert de chaleur.....	8
I-5-2-1/ Bilan d'énergie.....	8
I-5-2-2/ Expression des flux d'énergie.....	8
I-5-2-2-1/ Conduction.....	8
I-5-2-2-2/ Convection.....	9
I-5-2-2-3/ Rayonnement.....	10
I-5-2-2-4/ Stockage d'énergie.....	10
I-5-2-2-5/ Génération d'énergie.....	11
I-6/ PRINCIPALES METHODES DE DISCRITISATION.....	11
I-6-1/ Introduction .....	11
I-6-2/ Méthode des différences finies (MDF).....	11
I-6-2-1/ Principe .....	11
I-6-2-2/ Exemple.....	11
I-6-2-3/ Avantages de la méthode.....	12
I-6-2-4/ Inconvénients de la méthode.....	13
I-6-3/ Méthode des volumes finis (MVF).....	13
I-6-3-1/ Principe.....	13
I-6-3-2/ Avantages.....	14

1-6-3-3/ Inconvénient.....	14
1-6-4/ Méthodes spectrales (MS).....	14
1-6-4-1/ Principe.....	14
1-6-4-2/ Avantage.....	15
1-6-4-3/ Inconvénients.....	15
1-6-5/ Méthode des éléments finis (MEF).....	15
1-6-5-1/ Principe mathématique.....	15
1-6-5-2/ Etapes de la mise en œuvre.....	15
1-6-5-3/ Avantages.....	16
1-6-5-4/ Inconvénients.....	16
1-7/ SYNTHÈSE SUR LE MATERIAU ALUMINIUM ET CES ALLIAGES.....	16
1-7-1/ Aluminium.....	16
1-7-2/ Propriétés.....	16
1-7-3/ Alliages d'Aluminium.....	17
1-7-3-1/ Signification des désignations.....	17
1-7-3-2/ Aptitude au soudage.....	19
1-8/ EXEMPLE DE DIFFÉRENTES FORMES DE CORDONS DE SOUDURE APPLIQUÉS EN AÉRONAUTIQUE.....	20

## CHAPITRE II : MODELISATION MATHÉMATIQUE DU SOUDAGE

II-1/ INTRODUCTION.....	22
II-2/ BLAN D'ÉNERGIE.....	22
II-2-1/ Formulation mathématique.....	22
II-2-2/ Les différents cas de la conductivité.....	24
II-3/ ÉTUDE DU PHÉNOMÈNE DE SOUDAGE TIG:.....	25
II-3-1/ Hypothèses simplificatrices.....	25
II-3-2/ Équation régissant la chaleur.....	25
II-4/ SOURCE DE CHALEUR.....	27
II-4-1/ Les différents modèles de source de chaleur surfacique.....	27
II-4-1-a/ Source de chaleur ponctuelle.....	27
II-4-1-b/ Source de chaleur en segment de ligne.....	27
II-4-1-c/ Source de chaleur à distribution Gaussienne.....	27
II-5/ MODELISATION DU TERME SOURCE.....	29

## CHAPITRE III : FORMULATION DE LA MÉTHODE DES ÉLÉMENTS FINIS ET GÉNÉRATION DU MAILLAGE

III.1/ INTRODUCTION.....	31
III-2/ FORMULATIONS VARIATIONNELLE (INTEGRALE).....	31
III-3/ FORMULATION EN ÉLÉMENTS FINIS.....	33
III-4/ FONCTIONS D'INTERPOLATION.....	35
III-4-1/ Série polynomiale.....	35
III-4-2/ Fonctions d'interpolation pour un élément quadrilatère à quatre nœuds.....	36
III-5/ CALCUL DES MATRICES D'ÉLÉMENTS.....	37
III-6/ ASSEMBLAGE DES MATRICES D'ÉLÉMENTS.....	38
III-7/ GÉNÉRATION DE MAILLAGE.....	39
III-7-1/ Aspect de la génération de maillage.....	39
III-7-2/ Génération des nœuds de frontière et les nœuds interne.....	40



III-7-3/ Génération de maillage pour un cordon courbé .....	43
III-7-3-a/ Génération des nœuds sur le contour du domaine .....	44
III-7-3-b/ Génération des nœuds intérieurs du domaine .....	46
III-7-4/ Connexion des éléments du maillage .....	47
 <b>CHAPITRE IV : RESOLUTION NUMERIQUE ET PROGRAMMATION</b>	
IV-1/ INTRODUCTION.....	48
IV-2/ METHODE DE STOCKAGE DES MATRICES BANDES SOUS FORME DE VECTEUR.....	48
IV-2-1/ Stockage en diagonal .....	49
IV-3/ METHODE DE RESOLUTION D'UN SYSTEME D'EQUATIONS LINEAIRE (DECOMPOSITION DE KHALESTKI).....	50
IV-3-1/ Matrice carrée pleine et quelconque.....	50
IV-3-2/ Matrice carrée symétrique et bande.....	51
IV-4/ PROCEDURE DE CALCUL.....	53
 <b>CHAPITRE V : RESULTATS ET DISCUSSION</b>	
V-1/ INTRODUCTION .....	58
V-2/ DONNEES DU PROGRAMME .....	58
V-3/ INTERPRETATION DES RESULTATS NUMERIQUES .....	58
V-3-1/ Cordon rectiligne .....	58
a/ Résultats du maillage .....	60
b/ Résultats numériques .....	60
c/ Comparaison des résultats .....	60
V-3-2/ Cordon courbé .....	61
a/ Résultats du maillage .....	68
b/ Résultats numériques .....	71
 <b>CONCLUSION GENERALE</b> .....	 VII

## INTRODUCTION GENERALE

Les techniques de soudage ont existé depuis nos ancêtres, l'homme a pensé à un moyen pour assembler les métaux et a pu maîtriser au début une méthode qui permet de réaliser la fusion puis solidification du matériau pour obtenir un assemblage permanent et continu en matière qui est connu à nos jours par « soudage ».

Parmi les procédés d'assemblage, le soudage tient une place importante pour des multiples applications dans des secteurs industriels aussi nombreux que variés (aéronautique, nucléaire, naval etc...). La compréhension de ce procédé requiert un investissement à la fois scientifique et technologique.

L'assemblage par soudage a un aspect thermique particulier et très important dans les différentes techniques utilisées, et cela est dû à des changements importants de la température lors de sa réalisation. Il est ainsi réalisé et soumis à des contraintes résiduelles potentiellement dangereuses dans des zones ; Pour réaliser une étude du champ de température dans l'assemblage et maîtriser les zones de risque, on doit connaître les sollicitations imposées et les propriétés thermo physiques du matériaux à souder, qui nous permettent de préciser le comportement physique et mécanique du soudage.

Le soudage TIG (Tungstène Inert Gaz) qui nous intéresse dans notre étude est utilisé pour des réalisations délicates qui requièrent des assemblages de bonne qualité. Il met en jeu un arc électrique entre une électrode réfractaire de tungstène et les pièces à souder dans une veine d'argon. L'arc et la zone fondue sont protégés contre l'oxydation de l'air ambiant par l'atmosphère inertielle. Le soudage TIG est ainsi un procédé de prédilection dans des secteurs aussi variés que l'aéronautique, le nucléaire les industries chimiques et agro-alimentaires... etc. Il est plus particulièrement adapté aux épaisseurs faibles et moyennes, inférieures à 5mm, car les vitesses d'exécution pour les épaisseurs supérieures sont moindres que dans les autres procédés.

La première étape critique, dans l'analyse précise de comportement physique de la soudure, est l'évaluation d'une carte thermique qui détermine le champ de températures dans l'assemblage soudé, et de prédire ainsi les zones à risques à savoir la zone fondue (ZF) et la zone affectée thermiquement (ZAT).

Cette étape nécessite modélisation et établissement des équations différentielles ou dérivées partielles assez complexes. Pour cela, on a choisie la méthode des éléments finis comme méthode numérique pour discrétiser les équations obtenues.

La simulation numérique consiste un recours et un moyen de résolution fiable de ces équations numériquement, et elle permet aussi d'établir les liens de cause à effectuer, le mode opératoire et les caractéristiques résultantes du joint soudé.

Notre travail consiste à étudier numériquement le champ de température lors de soudage de deux plaques minces d'aluminium série 2024-T3 pour deux formes de cordon différentes (rectiligne et courbé) et faire une amélioration de la convergence numérique en tenant compte des variations des propriétés physiques en fonction de la température.

La source de chaleur mobile est assimilée à une source gaussienne ; le problème est bidimensionnel et transitoire et la méthode de résolution numérique est la **méthode des éléments finis**.

Notre travail a été structuré de la manière suivante :

- **INTRODUCTION GÉNÉRALE**
- **Chapitre I** : Présente des généralités sur le soudage, méthodes principales de discrétisation, transferts de chaleur et sur l'aluminium et ces alliages.
- **Chapitre II** : on va présenter la modélisation mathématique du transfert thermique lors d'une opération du soudage T.I.G, tout en tenant compte des conditions limites et des hypothèses appropriés.
- **Chapitre III** : Ce chapitre présente les différentes étapes, et les règles à suivre pour discrétiser l'équation de chaleurs régissant le problème avec la méthode des éléments finis, avec les techniques de génération de maillage.
- **Chapitre IV** : Dans ce chapitre, on explique la méthode qu'on a optée pour la résolution de notre système algébrique obtenu après la discrétisation. On donnera enfin un organigramme général du programme de calcul qu'on a traduit.
- **Chapitre V** : Dans ce dernier, on va présenter les différents résultats qu'on a obtenus avec différentes formes de cordon (rectiligne et courbé) avec leurs interprétations.
- **CONCLUSION GÉNÉRALE** qui clôture le travail.

## CHAPITRE I

### GENERALITES

#### I-1/ HISTORIQUE DU SOUDAGE :

Depuis l'apparition de l'être humain sur terre, ce dernier a toujours essayé de faciliter son existence. Delà, à travers les ères des techniques ont été inventées, pour éliminer les problèmes qui s'imposaient, citant parmi eux la technique d'assemblage qui était un impact à résoudre.

de l'histoire du soudage quelques étapes clés :

- L'origine du soudage remonte à l'âge des métaux :
  - à l'âge de bronze on soudait à la poche
  - à l'âge de fer on soudait à la forge.
- Jusqu'au milieu du 19ème siècle, les procédés de soudage évoluent peu. Vers 1850 on commence à se servir du gaz pour chauffer les métaux à souder.
- Fin 19ème : mise en œuvre de nouveaux procédés :
  - Le soudage oxyacétylénique
  - Le soudage aluminothermique
  - Le soudage à l'arc électrique
  - Le soudage par résistanceCes procédés connaîtront leur essor industriel vers 1920.
- Début du 20ème siècle : le soudage se répand dans tous les secteurs industriels. Le soudage devient indissociable du développement de nombreux secteurs économiques.
- Dans les années trente, le champ d'application du soudage s'élargit : construction navale, automobile, aéronautique.
- Pendant des années, le soudage ne cesse d'évoluer sur le plan technologique.
  - Industrialisation de principes physiques : faisceau d'électrons, soudage au laser et aux ultra-sons
  - Découvertes involontaires : le soudage par explosion et par diffusion
  - Introduction croissante de la micro-électronique dans les équipements de soudage et développement de la robotisation, d'où une amélioration de la qualité et de la productivité.
- Depuis ces dix dernières années, les innovations portent moins sur les procédés eux mêmes, mais sur le matériel de soudage et les matériaux d'apport, ainsi que sur les méthodes et conditions de travail, qui continuent de s'améliorer, notamment en matière d'hygiène et de sécurité.



Au temps actuel, on estime que 60% à 80% de la production mondiale de l'acier est destinée à la fabrication des produits soudés, la technique s'est bien développée car maintenant on peut souder presque tous les métaux et alliages utilisés dans l'industrie moderne de différentes épaisseurs même les plus faibles.

### I-2/ DEFINITION DE SOUDAGE :

Le soudage est une opération de micro métallurgie consistant à exécuter un cordon fondu liant les bords de deux pièces ; il est dit homogène quand ces deux pièces, ainsi que le métal d'apport du joint, ont une composition chimique identique ou voisine, et hétérogène dans les autres cas.

Le soudage nécessite un apport de chaleur. Toutes les sources d'énergie peuvent être utilisées : chimique (flammes), lumineuse (laser), électrique (arc) ou mécanique (friction).

### I-3/ LES DIFFERENTES PROCÉDES DE SOUDAGE :

En général, on peut aisément classer les différents procédés de soudage en fonction des énergies mises en oeuvre comme présenté sur la figure I.1.

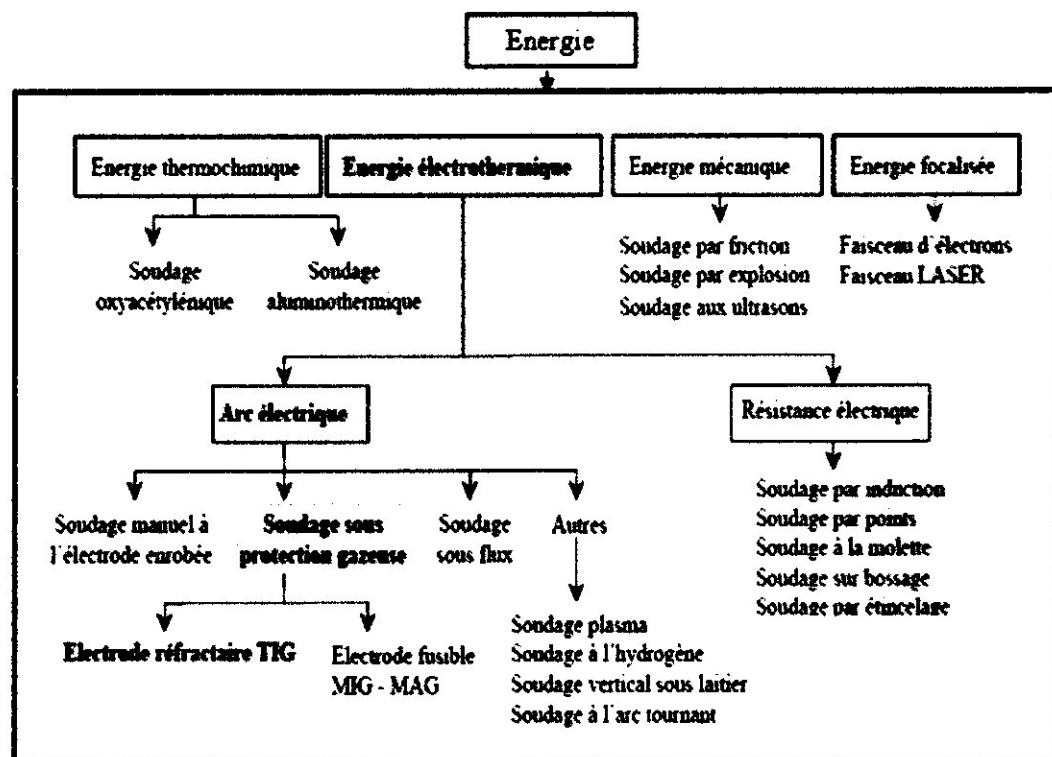


FIG I.1 - les différents procédés du soudage.

Ce sont les procédés de soudage à l'arc qui sont les plus répandus dans l'industrie et tout particulièrement dans la construction métallique. Le choix du procédé le plus adapté dépend de très nombreux paramètres, à la fois techniques et économiques.

## **I-4/ SOUDAGE A L'ARC :**

### **I-4-1/ Définition :**

Le soudage à l'arc est un terme générique au cours duquel un arc électrique est créé entre une électrode et les pièces à assembler afin de conduire à une fusion superficielle et à la formation d'un bain de métal fondu qui se solidifie sans action extérieure.

### **I-4-2/ Les principaux procédés à l'arc :**

Le choix d'un procédé, en vue de l'exécution d'un joint soudé, nécessite la connaissance des principaux procédés et leurs applications générales, ce choix doit répondre aux exigences d'ordre mécanique, métallurgique, économique,....etc.

#### **I-4-2-1/ Le soudage à l'électrode enrobée ou "S.A.E.E" :**

Dans ce procédé, une électrode métallique est enrobée de fondant et reliée à un générateur alternatif ou continu. Le métal à souder est relié à l'autre borne de cette même source de courant. En plaçant la pointe de l'électrode sur le métal puis en retirant, un arc électrique se forme [1].

#### **I-4-2-2/ Le procédé M.I.G / M.A.G :**

Découvert au cours de la Deuxième Guerre mondiale, de l'anglais MIG "Métal Inert Gas" et MAG "Métal Active Gas". Procédés de soudage à l'arc sous protection gazeuse avec fil continu fusible, dans lesquels le bain de fusion et le métal chaud sont protégés de l'air ambiant par une enveloppe de gaz inerte (MIG) ou actif (MAG), canalisée par une buse entourant le fil. Ce procédé est encore appelé "semi-automatique" par les soudeurs.

#### **I-4-2-3/ Le soudage avec une électrode réfractaire :**

L'électrode non consommable est constituée d'une pointe de tungstène portée par une torche dotée d'une arrivée annulaire d'un gaz protecteur. On nomme aussi cette technique Tungstène Inert Gaz «T.I.G».

#### **I-4-2-4/ Le soudage à arc submergé sous flux solide :**

Un flux en poudre est versé en talus autour du fil de l'électrode. L'arc jaillissant à l'intérieur du flux solide en grains est ainsi protégé de l'oxydation et d'un refroidissement trop rapide.

### **I-4-3/ Principe du soudage T.I.G :**

#### **I-4-3-1/ Définition :**

Le terme "TIG" est l'abréviation de « Tungsten Inert Gas » et sert à désigner le procédé de soudage en atmosphère inerte avec électrode de tungstène aussi appelée "G.T.A.W." (gas tungsten arc welding).

Ce procédé utilise un arc électrique entre une électrode réfractaire de tungstène et la pièce à souder. Un gaz inerte protège la zone de métal en fusion contre l'air ambiant durant le soudage. (figure I.2).



Le métal d'apport peut être ou ne pas être utilisé. Lorsque l'on a besoin de métal complémentaire, on utilise une baguette d'apport qui vient alimenter le bain de fusion remplissant ainsi le joint à souder. La technique de soudage utilisée est la même que pour le procédé de soudage oxyacétylénique. Pendant qu'une main tient la torche pour amener le métal de base en fusion, l'autre tient la baguette et alimente le bain de fusion.

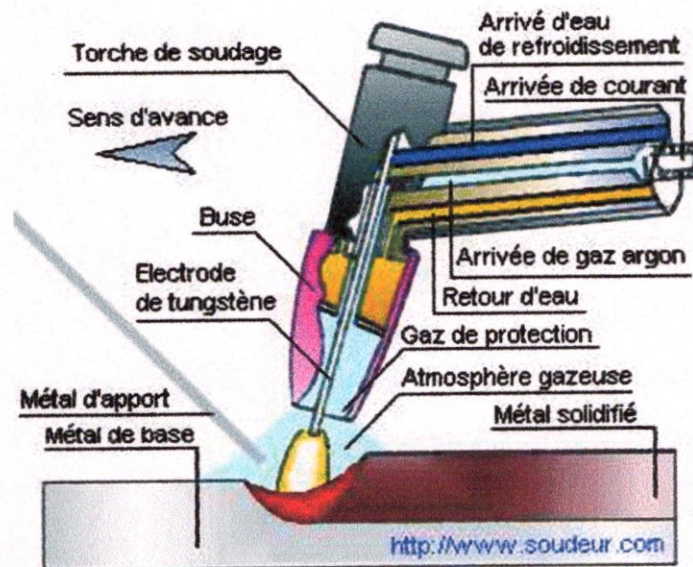


FIG I.2 -Procédé T.I.G.

Le principe de soudage "TIG" est simple, puisque la torche électrique est conçue pour alimenter un jet de gaz inerte (argon, hélium ou un mélange argon- hélium) qui vient envelopper l'arc électrique à la pointe de l'électrode et créer un bouclier gazeux empêchant l'air ambiant de venir en contact avec l'opération de soudure (figure I.3) [2].

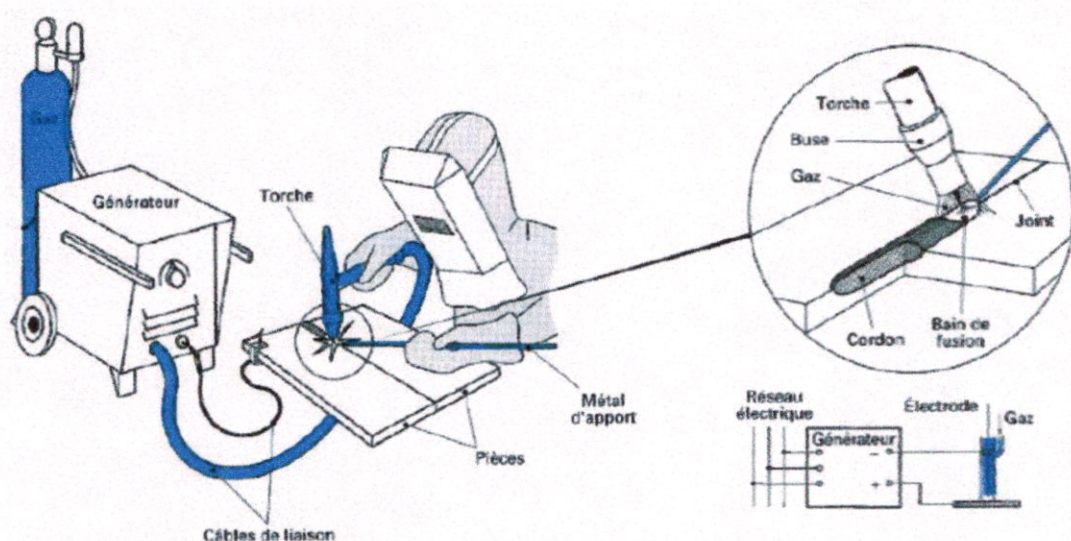


FIG I.3 - Soudage à l'électrode réfractaire : principe.

### I-4-3-2/ Les gaz de protection : [3]

L'argon et l'hélium sont les gaz inertes les plus couramment employés dans le procédé TIG. Cependant, on recommande particulièrement l'argon car il convient à une grande variété de métaux et le débit nécessaire est très inférieur à celui de l'hélium pour un travail donné.

- **L'argon** : est un gaz inerte qui ne s'allume pas, ne nourrit pas la combustion et ne réagit chimiquement à aucun autre élément. Il est sans couleur, sans odeur et il est présent à 0.93% dans l'atmosphère. On l'obtient à partir de la liquéfaction de l'air durant la production de l'oxygène par la distillation fractionnée de l'air liquide. Pour être efficace comme gaz de protection, la pureté de l'argon ne doit pas être inférieure à 99.95% mais on peut en trouver sans trop de difficulté à 99.99%. Un tel degré de pureté impose de ne pas laisser se vider complètement un cylindre d'argon avant d'arrêter de s'en servir.
- **L'hélium (He)** : est un gaz sans couleur, inodore et sans goût. Chimiquement, il est presque entièrement inactif, et il ne brûlera ni n'explosera. L'hélium est le deuxième plus léger élément connu après l'hydrogène. Il peut aussi être le gaz le plus froid, liquéfié à -269°C.

L'hélium est fourni dans des bouteilles ordinaires qui contiennent 8 m<sup>3</sup> à 18 200 kPa. Il possède un degré élevé de tension et fournit plus de chaleur que l'argon pur avec le même courant et la même longueur d'arc. C'est pourquoi, il est préféré pour le soudage de sections épaisses en acier et pour le métal à haute conductivité thermique, tels l'aluminium et le cuivre.

### I-4-3-3/ Applications :

Le procédé de soudage à l'arc au tungstène est surtout utilisé pour le soudage des tôles minces mais plus particulièrement pour tous les métaux difficiles à souder. Parmi ces métaux, mentionnons l'aluminium, le magnésium, l'acier inoxydable, le cuivre et leurs alliages, et les aciers au carbone de différentes épaisseurs.

On emploie le procédé dans la construction aéronautique, pour les ustensiles de cuisine, les blocs-moteurs, les réservoirs, les citernes les carrosseries, les cabines de camions, les téléphériques, dans les industries alimentaires et chimiques pour les échangeurs de chaleur, les pièces décoratives et bien d'autres encore.

L'emploi de gaz onéreux, comme l'argon ou l'hélium, fait que ses applications sont réservées aux métaux et assemblages nobles : aciers inoxydables et réfractaires, alliages de nickel, alliages d'aluminium et de magnésium, de titane, de cuivre, etc.



**I-4-3-4/ Avantages et inconvénients du soudage T.I.G :**

Avantages	Inconvénients
<ul style="list-style-type: none"> <li>- La grande qualité des soudures obtenues par le soudage à l'arc électrique avec électrode réfractaire sous protection gazeuse en fait un procédé idéal pour le soudage de presque tous les métaux.</li> <li>- Il ne requiert que peu et même parfois aucun nettoyage après la soudure.</li> <li>- Le soudage à l'arc électrique avec électrode réfractaire sous protection gazeuse s'exécute facilement dans toutes les positions sans aucune projection de métal.</li> <li>- Les soudures se font sans l'emploi du laitier, éliminant ainsi les inclusions de laitier.</li> <li>- Le chauffage des pièces s'effectue sur une petite surface, le bain de fusion est étroit et la vitesse de soudage, relativement élevée.</li> <li>- En raison du gaz inerte, on peut dire que les émanations de vapeur et de fumée toxique sont éliminées dans la plupart des cas. le dépôt de soudure est très dense et le procédé permet d'exécuter les soudures sans porosité même sur des métaux difficilement soudables, tels les alliages de titane et le zirconium.</li> <li>- Le procédé est idéal aussi pour effectuer des réparations et de petites séries de fabrication de pièces.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Procédé de soudage lent, il nécessite souvent les deux mains du soudeur.</li> <li>- Il n'est pas vraiment avantageux pour le soudage sur tôles épaisses.</li> <li>- Il exige un équipement plus considérable que certains autres procédés.</li> <li>- Équipement coûteux.</li> <li>- Prix élevé de la soudure à cause du gaz de protection et du coût de l'équipement.</li> <li>- Déformations des pièces soudées.</li> <li>- Les soudures TIG souffrent d'une faible pénétration de bain accessible en une seule passe.</li> <li>- L'arc diffus, l'absence de transfert de métal entre l'électrode et la pièce, le comportement mouillant du métal fondu, conduisent à la formation de bains de fusion qui sont larges et peu pénétrés.</li> <li>- Les assemblages d'épaisseurs supérieures à 3mm nécessitent, pour les aciers inoxydables, le zirconium, les alliages de titane et de nickel, des usinages des bords à souder (chanfreins) ainsi que la réalisation avec métal d'apport de passes successives pour venir combler le joint.</li> </ul>

**I-5/ GENERALITES SUR LES TRANSFERT DE CHALEUR : [4]****I-5-1/ Quelques définitions :****I-5-1-1/ Champ de température :**

Les transferts d'énergie sont déterminés à partir de l'évolution dans l'espace et dans le temps de la température :  $T = f(x, y, z, t)$ . La valeur instantanée de la température en tout point de l'espace est un scalaire appelé champ de température. Nous distinguerons deux cas :

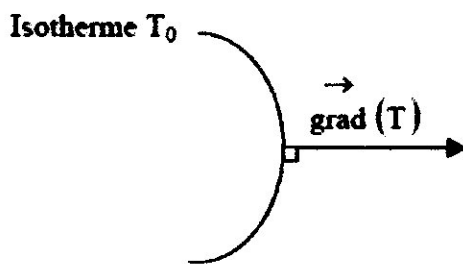
- Champ de température indépendant du temps : le régime est dit permanent ou stationnaire.

- Evolution du champ de température avec le temps : le régime est dit variable ou instationnaire.

### I-5-1-2/ Gradient de température :

Si l'on réunit tous les points de l'espace qui ont la même température, on obtient une surface dite surface isotherme. La variation de température par unité de longueur est maximale le long de la normale à la surface isotherme. Cette variation est caractérisée par le gradient de température :(schéma1).

Schéma 1 :



$$\overrightarrow{\text{grad}} = \vec{n} \frac{\partial T}{\partial n} \quad (\text{I-1})$$

Avec :  $\vec{n}$  Vecteur unitaire de la normale.  
 $\frac{\partial T}{\partial n}$  Dérivée de la température le long de la normale.

### I-5-1-3/ Flux de chaleur :

La chaleur s'écoule sous l'influence d'un gradient de température par conduction des hautes vers les basses températures. La quantité de chaleur transmise par unité de temps (t) et par unité d'aire (S) de la surface isotherme est appelée densité de flux de chaleur :

$$\phi = \frac{1}{S} \frac{\partial Q}{\partial t} \quad (\text{I-2})$$

Où S est l'aire de la surface (m<sup>2</sup>).

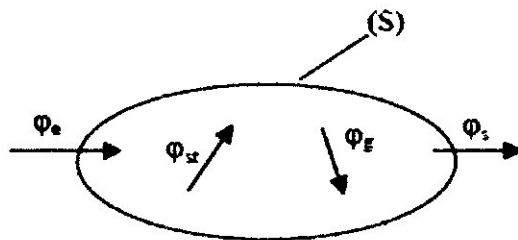
On appelle flux de chaleur la quantité de chaleur transmise sur la surface S par unité de temps :

$$\varphi = \frac{\partial Q}{\partial t} \quad (\text{I-3})$$

**1-5-2/ Formulation d'un problème de transfert de chaleur :****1-5-2-1/ Bilan d'énergie :**

Il faut tout d'abord définir un système (S) par ses limites dans l'espace et il faut ensuite établir l'inventaire des différents flux de chaleur qui influent sur l'état du système et qui peuvent être : (voir schéma 2).

Schéma 2 :



$\varphi_{st}$	flux de chaleur stocké
$\varphi_g$	flux de chaleur généré
$\varphi_e$	flux de chaleur entrant
$\varphi_s$	flux de chaleur sortant

On applique alors la conservation d'énergie pour le système (S) :

$$\varphi_e + \varphi_g = \varphi_s + \varphi_{st} \quad (1-4)$$

**1-5-2-2/ Expression des flux d'énergie :**

Il faut maintenant établir les expressions des différents flux d'énergie. En reportant ces expressions dans le bilan d'énergie, nous obtiendrons l'équation différentielle dont la résolution permettra de connaître l'évolution de la température en chaque point du système.

**1-5-2-2-1/ Conduction :**

C'est le transfert de chaleur au sein d'un milieu solide, sans déplacement de matière, sous l'influence d'une différence de température. La propagation de la chaleur par conduction à l'intérieur d'un corps s'effectue selon deux mécanismes distincts : une transmission par les vibrations des atomes ou molécules et une transmission par les électrons libres.

La théorie de la conduction repose sur l'hypothèse de Fourier : le flux d'énergie est proportionnelle au gradient de température :

$$\vec{\varphi} = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}}(T) \quad (1-5)$$

Ou sous forme algébrique : 
$$\varphi = -\lambda S \frac{\partial T}{\partial x} \quad (I-6)$$

Avec :  $\varphi$  Flux de chaleur transmis par conduction (W)  
 $\lambda$  Conductivité thermique du milieu ( $\text{W m}^{-1} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ )  
 $X$  Variable d'espace dans la direction du flux (m)  
 $S$  Aire de la section de passage du flux de chaleur ( $\text{m}^2$ )

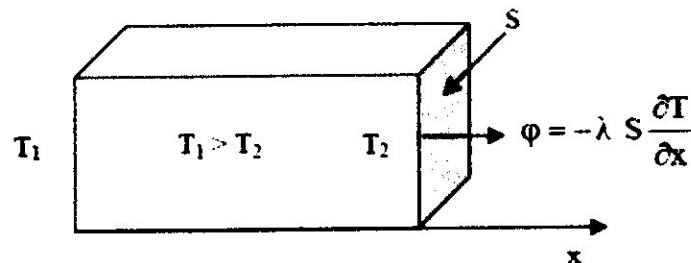


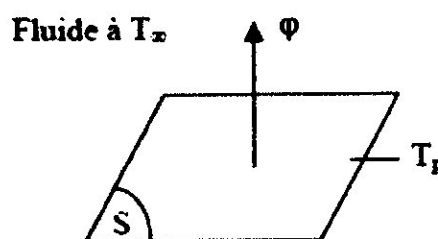
FIG L4 - Transmission du flux de chaleur.

#### 1-5-2-2/ Convection :

C'est le transfert de chaleur entre un solide et un fluide, l'énergie étant transmise par déplacement du fluide : (voir Schéma 3)

Ce mécanisme de transfert est régi par la loi de Newton :

Schéma 3 :



$$\varphi = h S (T_p - T_\infty) \quad (I-7)$$

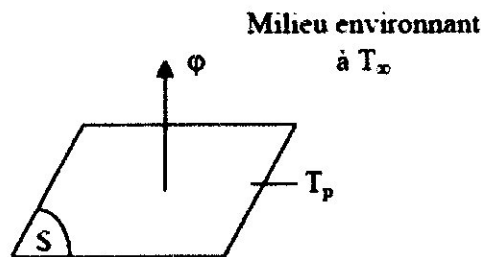
Avec :  $\varphi$  Flux de chaleur transmis par convection (W)  
 $h$  Coefficient de transfert de chaleur par convection ( $\text{W m}^{-2} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ )  
 $T_p$  Température de surface du solide ( $^\circ\text{C}$ )  
 $T_\infty$  Température du fluide loin de la surface du solide ( $^\circ\text{C}$ )  
 $S$  Aire de la surface de contact solide/fluide ( $\text{m}^2$ )

**Remarque :** La valeur du coefficient de transfert de chaleur par convection  $h$  est fonction de la nature du fluide, de sa température, de sa vitesse et des caractéristiques géométriques de la surface de contact solide/fluide.

#### 1-5-2-2-3/ Rayonnement :

C'est un transfert d'énergie électromagnétique entre deux surfaces (même dans le vide). Dans les problèmes de conduction, on prend en compte le rayonnement entre un solide et le milieu environnant (voir schéma 4) et dans ce cas nous avons la relation :

Schéma 4 :



$$\phi = \sigma \xi_P S (T_P^4 - T_\infty^4) \quad (I-8)$$

Avec :	$\phi$	Flux de chaleur transmis par rayonnement	(W)
	$\sigma$	Constante de Stephan	$(5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4})$
	$\xi_P$	Facteur d'émission de surface	(0.82)
	$T_P$	Température de la surface	(K)
	$T_\infty$	Température du milieu environnant la surface	(K)
	$S$	Aire de la surface	(m <sup>2</sup> )

#### 1-5-2-2-4/ Stockage d'énergie :

Le stockage d'énergie dans un corps correspond à une augmentation de son énergie interne au cours du temps d'où (à pression constante) :

$$\phi_{st} = \rho V c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (I-9)$$

Avec :	$\phi_{st}$	Flux de chaleur stocké	(W)
	$\rho$	Masse volumique	(kg m <sup>-3</sup> )
	$V$	Volume	(m <sup>3</sup> )
	$c$	Chaleur massique	(J kg <sup>-1</sup> °C <sup>-1</sup> )
	$T$	Température	(°C)
	$t$	Temps	(s)

$\rho$ ,  $V$  et  $c$  sont supposés constants, le produit  $\rho V c$  est appelé la **capacitance thermique** du corps.

#### I-5-2-2-5/ Génération d'énergie :

Elle intervient lorsqu'une autre forme d'énergie (chimique, électrique, mécanique, nucléaire) est convertie en énergie thermique. Nous pouvons l'écrire sous la forme :

$$\Phi_g = q' \cdot v \quad (I-10)$$

Avec :	$\Phi_g$	Flux d'énergie thermique générée	(W)
	$q'$	Densité volumique d'énergie générée	(W m <sup>-3</sup> )
	$V$	Volume	(m <sup>3</sup> )

### I-6/ PRINCIPALES METHODES DE DISCRETISATION :

#### I-6-1/ Introduction :

Il y a deux grandes familles de méthodes de discrétisation :

- Les méthodes d'approximation des équations. Selon ces méthodes, on cherche une solution exacte des équations approchées car les opérateurs différentiels sont discrétisés sur un maillage (la méthode des différences finies et la méthode des volumes finis) ;
- Les méthodes d'approximation des solutions. Selon ces méthodes on cherche une solution approchée à partir des équations exactes. Les solutions sont écrites comme des séries de fonctions tronquées aux ordres de précisions désirées (les méthodes spectrales et la méthode des éléments finis).

#### I-6-2/ Méthode des différences finies (MDF) :

##### I-6-2-1/ Principe :

Le domaine de calcul est discrétisé en un nombre fini de points sur lesquels on approche les opérateurs de dérivation des équations modèles par des développements en séries de Taylor tronquées à l'ordre de précision choisie.

##### I-6-2-2/ Exemple :

Soit le maillage régulier 1D :



**FIG I.5 - Maillage 1D.**

Où  $\Delta x = x_i - x_{i-1} = x_{i+1} - x_i$

Le développement en série de Taylor, autour du point « i » du maillage, de la variable inconnue, est donné par les relations :

$$\Phi_{i-1} = \Phi_i - \frac{1}{1!} \Delta x \left( \frac{d\Phi}{dx} \right)_i + \frac{1}{2!} (\Delta x)^2 \left( \frac{d^2\Phi}{dx^2} \right)_i - \frac{1}{3!} (\Delta x)^3 \left( \frac{d^3\Phi}{dx^3} \right)_i + O((\Delta x)^4) \quad (I-11)$$

$$\Phi_{i+1} = \Phi_i + \frac{1}{1!} \Delta x \left( \frac{d\Phi}{dx} \right)_i + \frac{1}{2!} (\Delta x)^2 \left( \frac{d^2\Phi}{dx^2} \right)_i + \frac{1}{3!} (\Delta x)^3 \left( \frac{d^3\Phi}{dx^3} \right)_i + O((\Delta x)^4) \quad (I-12)$$

En retenant les premiers deux termes du développement de la relation (I.11), on obtient :

$$\left( \frac{d\Phi}{dx} \right)_i = \frac{\Phi_i - \Phi_{i-1}}{\Delta x} \quad (I-13)$$

Ceci signifie que la dérivée d'ordre 1, au point « i », est approchée par différence finie régressive d'ordre 1. En retenant les premiers deux termes du développement de la relation (I-12) on obtient :

$$\left( \frac{d\Phi}{dx} \right)_i = \frac{\Phi_{i+1} - \Phi_i}{\Delta x} \quad (I-14)$$

Ce qui signifie que la dérivée d'ordre 1, au point « i », est approché par différence finie progressive d'ordre 1.

En soustrayant la relation (I-11) de la relation (I-12) on obtient l'approximation par différences finies centrales d'ordre 2 :

$$\left( \frac{d\Phi}{dx} \right)_i = \frac{\Phi_{i+1} - \Phi_{i-1}}{2\Delta x} \quad (I-15)$$

En additionnant les relations (I-11) et (I-12) on obtient l'approximation de la dérivée de deuxième ordre par différence finie centrées d'ordre 2 :

$$\left( \frac{d^2\Phi}{dx^2} \right)_i = \frac{\Phi_{i-1} - 2\Phi_i + \Phi_{i+1}}{(\Delta x)^2} \quad (I-16)$$

### I-6-2-3/ Avantages de la méthode :

- simplicité de mise en oeuvre ;

- encombrement mémoire raisonnable (matrice de type bande) et temps de calcul raisonnable.

#### I-6-2-4/ Inconvénients de la méthode:

- le principe de conservation n'est pas assuré après la discrétisation ;
- l'apparition d'instabilités numériques ;
- difficulté pour traiter les géométries plus complexes.

#### I-6-3/ Méthode des volumes finis (MVF) :

La méthode a été décrite pour la première fois en 1971 par Patankar et Spalding et publiée en 1980 par Patankar, ils ont prouvé son efficacité dans la résolution des équations fortement couplées et non linéaires, tel que les problèmes rencontrés en transfert de chaleur et mécanique des fluides.

#### I-6-3-1/ Principe :

La méthode des volumes finis est une technique de discrétisation qui convertit les équations de conservation aux dérivées partielles en équations algébriques qui peuvent être résolues numériquement. La technique des volumes de contrôle consiste dans l'intégration des équations aux dérivées partielles sur chaque volume de contrôle pour obtenir les équations discrétisées qui conservent toutes les grandeurs physiques sur un volume de contrôle (VC).

Le principe de discrétisation peut être illustré en considérant l'équation de transport pour une grandeur scalaire  $\Phi$ , valable pour toutes les équations d'écoulement, en régime stationnaire :

$$\oint_A (\rho \Phi \vec{v}) d\vec{A} = \oint_A (\Gamma_\Phi \text{grad} \Phi) d\vec{A} + \int_{VC} S_\Phi dV \quad (I-17)$$

- Où :
- $\rho$  La densité du fluide ;
  - $\vec{v}$  Le vecteur vitesse ( $\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j}$ ) ;
  - $\vec{A}$  Le vecteur l'aire de la surface ;
  - $\Gamma_\Phi$  Le coefficient de diffusion de la grandeur  $\Phi$  ;
  - $\text{grad} \Phi$  Le gradient de  $\Phi$  ( $\text{grad} \Phi = \vec{\nabla} = \frac{\partial \Phi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \Phi}{\partial y} \vec{j}$ ) en 2D ;
  - $S_\Phi$  Le terme source (la source de  $\Phi$  par unité de volume) ;

L'équation (I-17) est appliquée sur chaque volume de contrôle du domaine de calcul. La discrétisation de cette équation donne :

$$\sum_f^{N_{\text{sur}}} \rho_f v_f \Phi_f A_f = \sum_f^{N_{\text{sur}}} \Gamma_\Phi (\nabla \Phi)_n A_f + S_\Phi V \quad (I-18)$$



Où :

$N_{faces}$	Le nombre de faces (interfaces) du volume de contrôle ;
$\Phi_f$	La valeur de $\Phi$ transférée par convection à travers l'interface $f$ ;
$v_f$	Le flux de masse a travers l'interface $f$ ;
$A_f$	L'aire de l'interface $f$ $\left( \overline{A} = \left  A_x \overline{i} + A_y \overline{j} \right  \right)$ en 2D ;
$(\overline{\nabla\Phi})_n$	La valeur de $\overline{\nabla\Phi}$ normal (perpendiculaire) à l'interface $f$ ;
$V$	Le volume du volume de contrôle (VC) ;

Les différentes étapes de la mise en oeuvre sont :

- Le domaine de calcul est discrétisé en un nombre fini de points (les noeuds du maillage), autour desquels on définit des volumes élémentaires (appelés volumes de contrôle) contigus, non juxtaposés et sans discontinuités aux interfaces ;
- Les équations modèles, sous forme conservative, sont intégrées sur chaque volume de contrôle (VC) ;
- Les intégrales sur un volume de contrôle en un noeud donné sont évaluées en approchant la variation de  $\Phi$  par des profils ou des lois d'interpolation entre les noeuds voisins du point considéré ;
- Écriture des équations algébriques en fonction des valeurs de  $\Phi$  aux noeuds du maillage ( $\Phi_i$ ) ;
- Résolution du système algébrique linéaire obtenu.

#### I-6-3-2/ Avantages :

- Préservation du caractère conservatif des équations sur chaque volume de contrôle (continuité des flux aux interfaces), valable pour n'importe quelle finesse du maillage ;
- Mise en oeuvre relativement facile ;
- Applicable aux géométries complexes ;
- Temps de calcul et stockage mémoire raisonnable (matrice de type bande).

#### I-6-3-3/ Inconvénient:

- Moins précis que les méthodes spectrales.

#### I-6-4/ Méthodes spectrales (MS):

##### I-6-4-1/ Principe:

On remplace, dans les équations modèles l'inconnue  $\Phi$  par des développements tronqués sur des bases de fonctions orthogonales (polynômes Chebychev, Legendre, Fourier)

et en utilisant leur propriété d'orthogonalité on se ramène à des systèmes d'équations différentielles ordinaires plus simples à résoudre.

#### I-6-4-2/ Avantage:

- Permet d'obtenir des solutions d'une très grande précision.

#### I-6-4-3/ Inconvénients:

- Formulation mathématique plus complexe et mise en oeuvre très délicate ;
- Difficultés majeures pour traiter les géométries complexes et des conditions aux limites non académiques.

#### I-6-5/ Méthode des éléments finis (MEF) :

##### I-6-5-1/ Principe mathématique:

Le principe mathématique est basé sur les méthodes suivantes :

- Méthodes variationnelles (minimisation d'une fonctionnelle) ;
- Méthodes des résidus pondérés.

Le principe fondamental de la méthode des éléments finis réside dans le découpage du domaine d'étude en domaines élémentaires de dimension finie. Sur chacun de ces domaines, appelés éléments finis, la fonction inconnue est approchée par un polynôme dont le degré peut varier d'une application à l'autre mais reste en général faible. Ces éléments, triangles ou quadrilatères, rectilignes ou curvilignes, doivent réaliser une partition du domaine d'étude (ils sont disjoints et leur union recouvre le domaine tout entier). Cette partition qui est généralement appelée découpage ou discrétisation du domaine doit respecter un certain nombre de règles qui permettent d'assurer un bon déroulement du calcul.

##### I-6-5-2/ Etapes de la mise en oeuvre:

- Discrétisation du domaine en un nombre fini d'éléments ;
- Choix d'un modèle d'interpolation (variation de la variable inconnue sur l'élément) ;
- Intégration et génération des équations modèles sous forme algébrique au niveau local (dans un élément) et détermination des vecteurs et matrices caractéristiques élémentaires ;
- Elaboration de la technique d'assemblage des vecteurs et matrices locaux dans un vecteur global B et une matrice globale A;
- Choix et adaptation de la méthode numérique de résolution du système algébrique  $AX=B$ .

**I-6-5-3/ Avantages:**

- Apte à résoudre tout type d'équation différentielle (linéaire ou non linéaire, dépendant ou indépendant du temps et 1D ou 2D ou 3D) ;
- Bien adapté aux géométries complexes.

**I-6-5-4/ Inconvénients:**

- Formulation mathématique plus compliquée et difficile à mettre en œuvre ;
- Coûteux en stockage mémoire (matrices pleines) et en temps de calcul ;
- Lourd en programmation.

**I-7/ SYNTHÈSE SUR LE MATÉRIAU ALUMINIUM ET CES ALLIAGES :****I-7-1/ Aluminium :**

C'est un métal argenté et malléable. Il est remarquable pour sa résistance à l'oxydation et sa faible densité. En fait, il est très oxydable mais à l'air, il se forme une couche de quelques micromètres d'oxyde d'aluminium ( $Al_2O_3$ ) imperméable qui protège le reste du métal et qui se reforme très rapidement.

L'aluminium est un élément abondant dans la croûte terrestre mais il se trouve rarement sous sa forme pure. C'est le troisième élément le plus abondant dans la croûte terrestre (8 % de la masse) après l'oxygène et le silicium. L'aluminium est très difficile à extraire des roches qui le contiennent et a donc été longtemps très rare et précieux.

**I-7-2/ Propriétés: [5]**

L'aluminium est un métal mou, léger, mais résistant avec un aspect argent-gris mat, dû à une couche mince d'oxydation de 5 à 10 nm qui se forme rapidement quand on l'expose à l'air et qui empêche la corrosion de progresser dans des conditions normales d'exposition chimiques. Ce film se forme spontanément très rapidement quand l'aluminium est mis en contact avec un milieu oxydant comme l'oxygène de l'air. À la différence de la plupart des métaux, il est utilisable même s'il est oxydé en surface. On peut même dire que sans cette couche d'oxyde, il serait impropre à la plupart de ses applications. Il est possible d'augmenter artificiellement l'épaisseur de cette couche d'oxydation par anodisation, ce qui permet d'augmenter la protection et de décorer les pièces en colorant la couche d'oxyde. Contrairement à l'aluminium qui est un très bon conducteur, l'oxyde d'aluminium est un excellent isolant.

L'aluminium a une densité environ trois fois plus faible que celle de l'acier ou du cuivre ; il est malléable, ductile et facilement usiné et moulé. Il possède une excellente résistance à la corrosion et une grande longévité. Il est également non magnétique et ne provoque pas d'étincelles. C'est le deuxième métal le plus malléable et le sixième le plus ductile, grande diffusion de la chaleur, ce qui permet une répartition homogène de la chaleur ainsi qu'un meilleur refroidissement.

**I-7-3/ Alliages d'Aluminium :**

En quantité et en valeur, l'aluminium est le métal le plus utilisé après le fer, grâce à sa légèreté et sa bonne conductivité électrique et thermique. L'aluminium pur est mou et fragile, mais avec des petites quantités de cuivre, magnésium, manganèse, silicium et d'autres éléments, il peut former des alliages aux propriétés variées.

Les alliages d'aluminium sont des alliages à base d'aluminium destinés pour la majorité à être transformés par des techniques de forge (laminage, filage, matriçage, forge, etc.) ou par la technique de fonderie.

**I-7-3-1/ Signification des désignations :**

Conformément aux directives de l'Aluminium Association (Washington DC, USA), les alliages d'aluminium sont désignés à l'aide d'un système numérique de quatre chiffres. Ces quatre chiffres identifiant la composition chimique de l'alliage. Ce groupe de quatre chiffres est parfois suivi d'une lettre indiquant un certain traitement thermique comme T6, T3,.....

- Le premier chiffre indique l'élément d'alliage principal additionné selon le code suivant :

Série	Désignation	Élément d'alliage principal	Phase principale présente dans l'alliage
Série 1000	1XXX	99% d'aluminium au minimum	-
Série 2000	2XXX	Cuivre (Cu)	Al <sub>2</sub> Cu - Al <sub>2</sub> CuMg
Série 3000	3XXX	Manganèse (Mn)	Al <sub>6</sub> Mn
Série 4000	4XXX	Silicium (Si)	-
Série 5000	5XXX	Magnésium (Mg)	Al <sub>3</sub> Mg <sub>2</sub>
Série 6000	6XXX	Magnésium (Mg) et Silicium (Si)	Mg <sub>2</sub> Si
Série 7000	7XXX	Zinc (Zn)	MgZn <sub>2</sub>
Série 8000	8XXX	Autres éléments	-
Série 9000	/	Non utilisé	-

- Le deuxième chiffre indique une variante de l'alliage initial. Souvent il s'agit d'une fourchette plus petite dans un ou plusieurs éléments de l'alliage.

Exemple : la teneur en fer (Fe) des alliages 7075 (maximum 0.50 %) et 7175 (maximum 0.20%)

- Les troisième et quatrième chiffres sont des numéros d'ordre et servent à identifier l'alliage, la seule exception est la série 1000 ces deux chiffres indiquent le pourcentage d'aluminium.

➤ **Série 2000 (aluminium cuivre) :** L'élément d'alliage de la famille 2000 est le cuivre (Cu). ces alliages obtiennent leurs caractéristiques mécaniques par durcissement structural. Ils sont caractérisés par de bonnes caractéristiques mécaniques notamment à l'état trempé revenu ou mûré. C'est grâce à ces caractéristiques mécaniques qu'ils ont été choisis pour les applications aéronautiques. Ils présentent également de bonnes aptitudes de tenue à chaud et pour le décolletage. En revanche, ils ont une résistance à la corrosion faible en atmosphère corrosive du fait de la présence de cuivre.

Ces alliages ont de nombreuses applications en aéronautique et en mécanique. En général, ils sont utilisés pour des pièces soumises à des contraintes.

L'alliage traditionnel 2014 a des applications importantes dans les domaines de l'armement (chars, missiles, obus...), de la mécanique (poutrelles), de l'aéronautique [structure des avions militaires (Mirage, Jaguar)].

L'alliage 2017 également très connu sous la dénomination Duralumin, peut être considéré comme étant à l'origine du développement de l'aluminium dans l'aviation et également du développement de l'aviation elle-même. Il est toujours très utilisé à l'Etat T4 dans les domaines les plus variés.

L'alliage 2024 (on l'utilise beaucoup en aéronautique) a de meilleures caractéristiques mécaniques grâce à un taux plus élevé en magnésium. Il présente une bonne tenue à la ténacité et à la propagation de criques (fissures).

L'alliage 2618, mis au point à l'origine par Rolls-Royce sous la dénomination RR58 pour les pièces matricées de réacteurs (disques et aubes de compresseur), a reçu depuis des applications dans les domaines les plus variés. Son utilisation la plus spectaculaire concerne l'avion commercial supersonique Concorde dans lequel il intervient pour 75 % de la masse de la structure.

➤ **Série 7000 (aluminium zinc) :** L'élément d'alliage de cette série est le zinc (Zn). Globalement, ils ont de très bonnes caractéristiques mécaniques ; ce sont les alliages d'aluminium à haute résistance. Malheureusement ces très bonnes caractéristiques mécaniques sont obtenues au détriment de la résistance à la corrosion. Pour retrouver une bonne résistance à la corrosion, il faut effectuer ce qui est appelé un sur-revenu ou revenu à double palier (T7). Ce traitement se paie par une baisse des caractéristiques mécaniques.

Ces alliages se divisent en deux groupes : les 7000 avec addition de cuivre et les 7000 sans addition de cuivre.

- **Les alliages 7000 avec cuivre :** Ce sont eux qui ont les meilleures résistances mécaniques (à l'état T6). Le sur-revenu fait baisser les caractéristiques mécaniques d'environ 20 %. L'alliage le plus connu de ce groupe est le 7075 utilisé en aéronautique, armement, sport.

L'alliage 7055 nouvellement homologué en 1991 est annoncé pour applications en aéronautique sous forme de tôles minces et épaisses et de profilés. Du fait de sa composition relativement chargée en zinc, cuivre et magnésium, a faible teneur en

impuretés fer et silicium, avec présence de zirconium mais sans chrome ni manganèse, il doit présenter un bon compromis résistance mécanique / ténacité.

• **Les alliages 7000 sans cuivre** : En les comparant avec les alliages avec cuivre, ils ont de moins bonnes caractéristiques mécaniques mais une meilleure résistance à la corrosion. Certains comme le 7020 présentent également de bonnes aptitudes à la soudure.

L'alliage représentatif est l'alliage **7020** ; il se caractérise par :

- une bonne aptitude a la déformation a chaud par filage en particulier ;
- une faible vitesse critique de trempe qui autorise, après mise en solution, le refroidissement à l'air si l'épaisseur ne dépasse pas 10 a 12 mm ;
- une bonne soudabilité opératoire et métallurgique : la zone adoucie par la chaleur lors du soudage se rendurcit ensuite spontanément par simple séjour a la température ambiante, ce qui permet d'obtenir sur l'état brut de soudage des caractéristiques mécaniques élevées;
- une résistance à la corrosion et aux agents atmosphériques satisfaisante.

### I-7-3-2 /Aptitude au soudage : [6]

➤ **Alliages sans durcissement structural (1000 - 3000 - 5000)** : Ils sont parfaitement soudables, les caractéristiques du joint sont sensiblement égales aux caractéristiques mécaniques minimales du métal à l'état 0. Sur un produit écroui un martelage du cordon permet de lui donner une résistance proche de l'état écroui.

➤ **Alliages à durcissement structural avec cuivre (2000, 7075, 7049)** : Ils sont impropres au soudage à l'arc ou à la flamme. La présence de cuivre provoque l'apparition de fissures lors de la solidification.

Le 2024 n'est pas soudable. Tous les autres peuvent être soudés avec différents degrés de succès, bien que l'aluminium ait la réputation d'être un peu plus difficile à souder en raison de l'absence de changement de couleur à l'approche de la température de fusion. En d'autres termes, il peut être solide à un instant pour soudain entrer en fusion, laissant un trou.

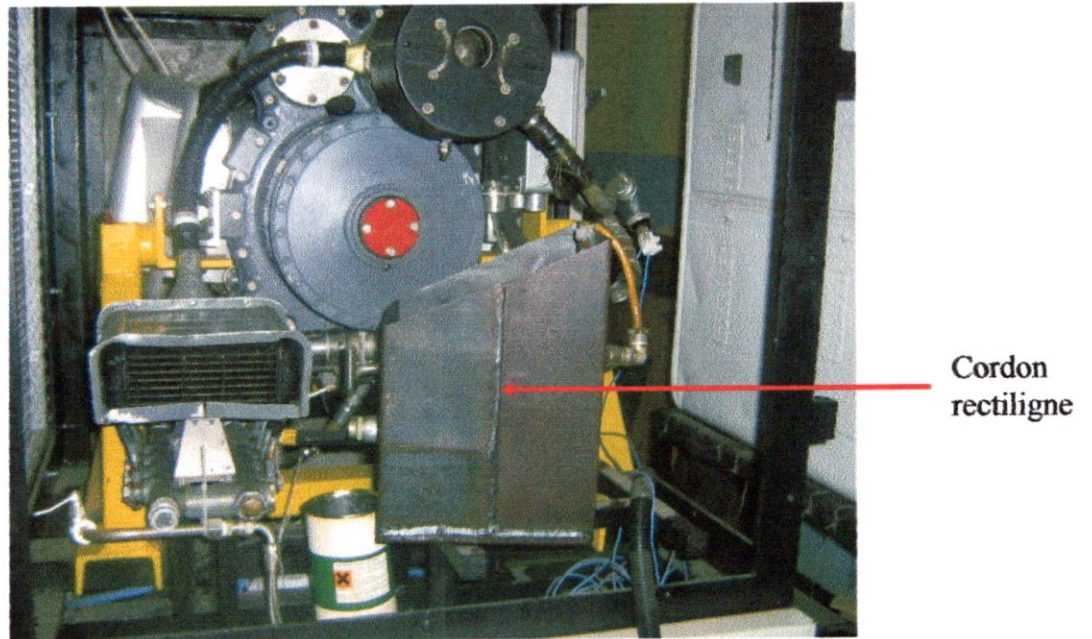
➤ **Alliages à durcissement structural exempts de cuivre (6000 - 7000)** : Ils sont soudables mais perdent une partie de leurs caractéristiques mécaniques dans la zone soudée.

Pour le 6000, on peut effectuer un nouveau traitement thermique pour retrouver les caractéristiques originelles, mais cela n'est pas toujours possible ...

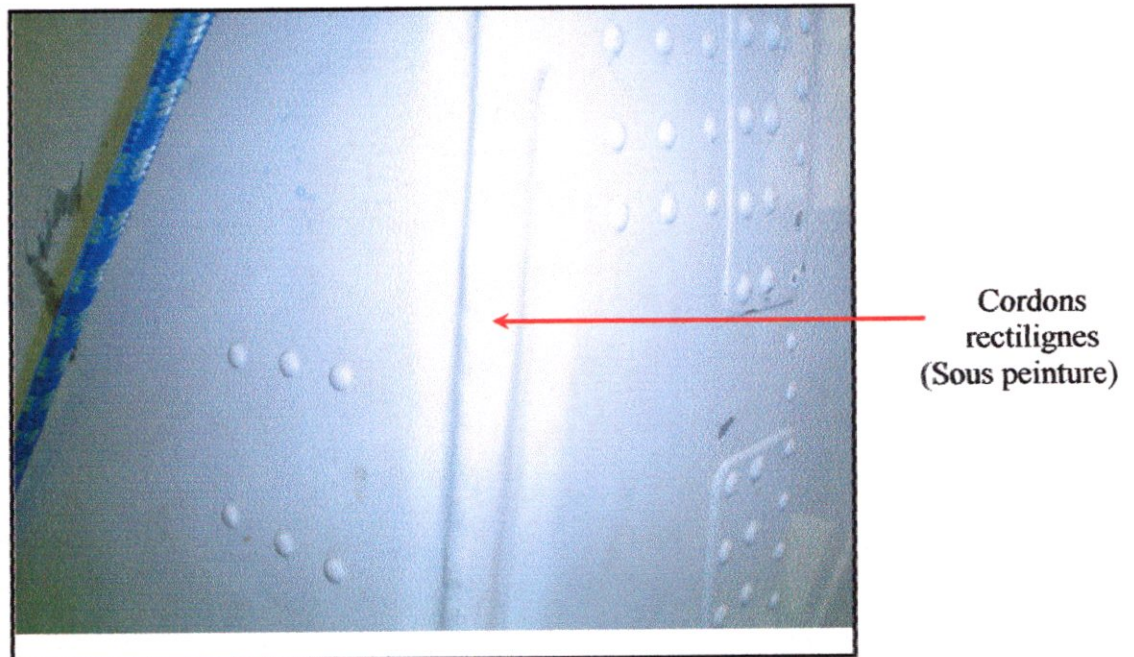
Pour les 7000, une maturation après soudage permet de retrouver une partie importante des caractéristiques mécaniques.



**I-8/ EXEMPLE DE DIFFERENTES FORMES DE CORDONS DE SOUDURE  
APPLIQUES EN AERONAUTIQUE (atelier de propulsion D A B ) :**

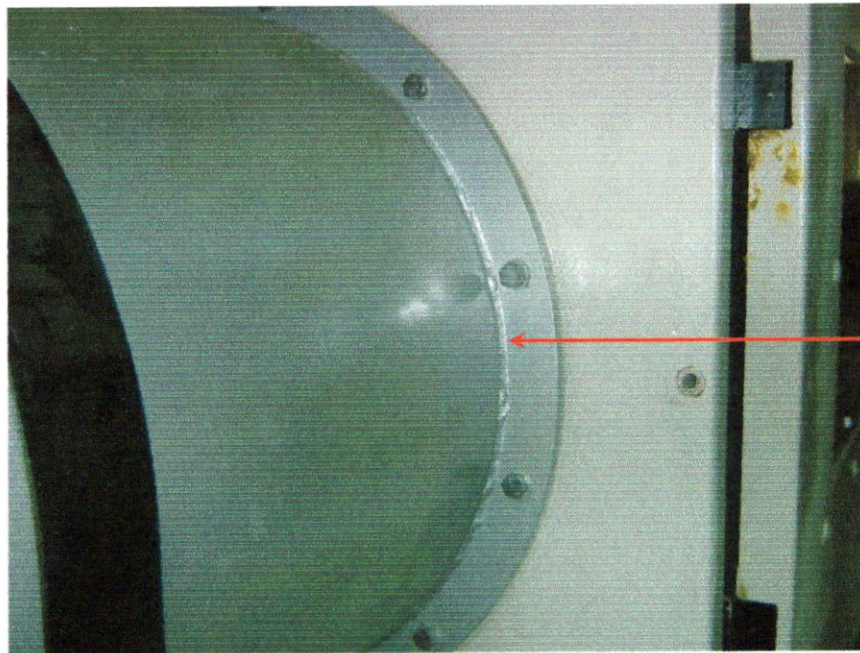


**FIGL6- Soudure du réservoir d'huile du banc d'essai du moteur Artouste.**



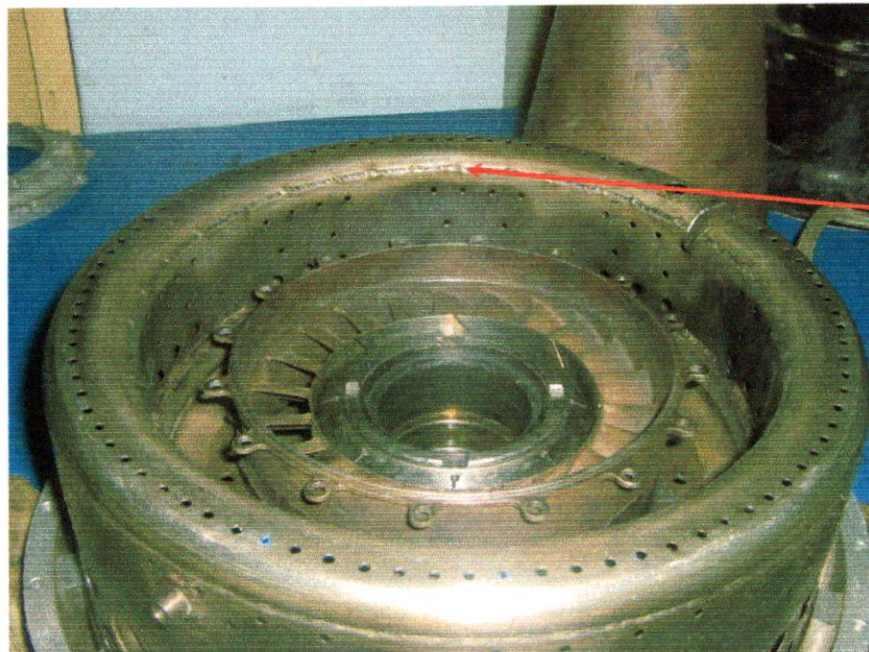
**FIG I.7- Soudure du réservoir de carburant en aluminium du moteur équipant l'hélicoptère MI-8.**





Cordon de  
soudure pour  
une géométrie  
circulaire

**FIG I.8- Soudure de la tuyère du banc d'essai du moteur Artouste.**



Cordon de  
soudure  
circulaire

**FIG I.9- Soudure sur une chambre de combustion**



## CHAPITRE II

### MODELISATION MATHÉMATIQUE DU SOUDAGE

#### II-1/ INTRODUCTION :

Dans ce chapitre on se base sur l'étude de transfert thermique lors d'une opération de soudage (TIG), en considérant le cas bidimensionnel instationnaire d'un assemblage de deux plaques métalliques minces.

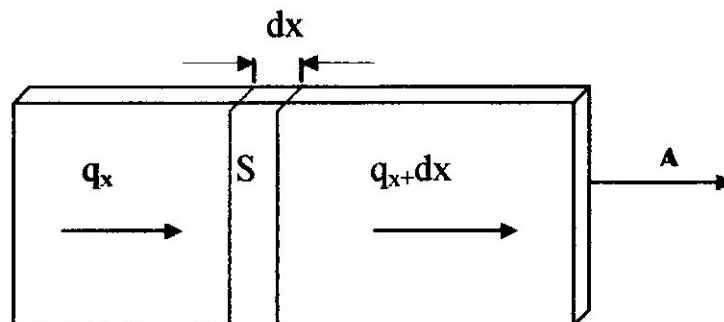
En effet, notre modèle mathématique est obtenu à partir d'un bilan énergétique, effectué sur un volume de contrôle élémentaire de la plaque métallique considéré.

#### II-2/ BLAN D'ENERGIE : [7]

##### II-2 -1/ Formulation mathématique :

Le bilan d'énergie appliqué sur le volume de contrôle  $dV$  (Figure II.1) est donné par l'équation suivante :

La variation d'énergie interne = (énergie entrante+ énergie produite par la source) - énergie sortante



**FIGII-1 - Bilan d'énergie.**

On a :

$$\Delta E_{\text{interne}} = q_x + SdV - q_{x+dx} \quad (\text{II-1})$$

Où :  $dV = Adx$   
 S : Source d'énergie.  
 A : Section d'aire.

Donc l'équation (II.1) devient :

$$\Delta E_{\text{interne}} = q_x + SA dx - q_{x+dx} \quad (\text{II-2})$$

En remplaçant chaque terme de l'équation (II.2) par son expression énergétique on obtient l'équation du transfert d'énergie :

On a :

$$\Delta E_{\text{intense}} = mC_p \frac{\partial T}{\partial t} = \rho V C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \rho A C_p \frac{\partial T}{\partial t} dx \quad (\text{II-3})$$

Avec  $\rho$  : la densité volumique

$C_p$  : la chaleur spécifique

Alors

$$\rho A C_p \frac{\partial T}{\partial t} dx = q_x + S A dx - q_{x+dx}$$

$$\begin{aligned} \rho A C_p \frac{\partial T}{\partial t} dx &= q_x + S A dx - \left( q_x + \left( \frac{\partial q_x}{\partial x} \right) dx \right) \\ &= S A dx - \frac{\partial q_x}{\partial x} dx \\ &= S A dx + A dx \frac{\partial}{\partial x} \left( K \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right) \end{aligned}$$

$$\text{Avec : } q = -KA \frac{dT}{dx}$$

$K$  : la conductivité thermique.

Dans la direction (OX) on aura :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = S + \frac{\partial}{\partial x} \left( K \frac{\partial T}{\partial x} \right)$$

Dans la direction (OY) on aura :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = S + \frac{\partial}{\partial y} \left( K \frac{\partial T}{\partial y} \right)$$

Dans la direction (OZ) on aura :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = S + \frac{\partial}{\partial z} \left( K \frac{\partial T}{\partial z} \right)$$

Finalement, pour les coordonnées cartésiennes on obtient :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = S + \frac{\partial}{\partial x} \left( K \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K \cdot \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (\text{II-4})$$

De la même façon pour les coordonnées cylindriques on aura :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( K \cdot \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \left( \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \right) + S \quad (\text{II-5})$$

Dans le cas général on a :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = -\text{div} \left( -K \cdot \overrightarrow{\text{grad} T} \right) + S \quad (\text{II-6})$$

**Remarque :** Si  $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$  ; le régime est dit permanent.

### II-2-2/ Les différents cas de la conductivité :

Généralement la conductivité K est fonction de la température,  $K = f(T)$ , dans ce cas la, l'équation de chaleur est de type non linéaire.

\* Si  $K = \text{cst} \Rightarrow \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = K \nabla^2 T + S$

Dans le cas ou les milieux sont :

- Homogène : K est indépendant de la position.
- Isotrope : K est un scalaire indépendant de la direction.
- Anisotrope : K est un tenseur.

On va donner quelques valeurs de la conductivité K dans différents milieux : [15]

➤ Pour les solides :

1. les Métaux Pur  $K = 15 \text{ à } 340 \frac{\text{Kcal}}{\text{h.m.C}^\circ}$
2. Alliages :  $K = 12 \text{ à } 104 \frac{\text{Kcal}}{\text{h.m.C}^\circ}$
3. Solides non métalliques :  $K = 0.3 \text{ à } 0.2 \frac{\text{Kcal}}{\text{h.m.C}^\circ}$
4. Solides isolant :  $K = 0.53 \text{ à } 0.8 \frac{\text{Kcal}}{\text{h.m.C}^\circ}$

➤ Pour les liquides :  $K = 0.075 \text{ à } 0.8 \frac{\text{Kcal}}{\text{h.m.C}^\circ}$

➤ Pour les gaz :  $K = 6.10^{-4} \text{ à } 0.15 \frac{\text{Kcal}}{\text{h.m.C}^\circ}$

\* Si :  $K = f(T) \Rightarrow \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( K \overrightarrow{\text{grad} T} \right) = \frac{\partial K}{\partial x} \overrightarrow{\text{grad} T} + K \frac{\partial (\overrightarrow{\text{grad} T})}{\partial x} + S$

On obtient par la suite, pour une direction (OX) :

$$\frac{\partial K}{\partial x} = \frac{\partial K}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial K}{\partial T} \overline{\text{grad}T} = \frac{dK}{dT} \overline{\text{grad}T}$$

Finalement on obtient :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{dK}{dT} \left( \overline{\text{grad}T} \right) + K \nabla T + S \quad (\text{II-7})$$

### II-3/ ETUDE DU PHENOMENE DE SOUDAGE TIG:

#### II-3-1/ Hypothèses simplificatrices : [8]

La répartition de la température au cours du soudage est basée sur la résolution de l'équation fondamentale régissant l'écoulement de la chaleur par conduction dans un solide. Pour modéliser le processus, il est important de noter et d'évoquer les hypothèses suivantes :

- Le régime est transitoire et bidimensionnelle (x, y, t).
- La direction de soudage s'effectue selon l'axe 'y'.
- Les propriétés thermiques (K et  $\rho C_p$ ) du matériau sont fonction de la température.
- Considération du changement de phases dans les métaux à souder.
- L'écoulement du bain de fusion est négligeable.
- Les déperditions calorifiques par convection et rayonnement à travers les surfaces libres et les frontières de la pièce sont considérées.
- La source de chaleur est mobile et répartit selon une distribution surfacique Gaussienne de la forme  $S(x, y, t, T)$ , où nous verrons par la suite sa configuration géométrique et la méthode de sa linéarisation.

#### II-3-2/ Equation régissant la chaleur :

Après avoir fait le bilan énergétique et les calculs nécessaires en considérant les hypothèses précédente, l'équation finale de la conduction de chaleur (bidimensionnel) dans les deux plaques métalliques (figure II.2) à souder s'écrit comme suit : [9]

$$\rho C_p(T) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{K(T) \cdot \partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{K(T) \cdot \partial T}{\partial y} \right) + S(x, y, t) \quad (\text{II-8})$$

Avec :

T : la température.

t : le temps.

$\rho$  : la densité du matériau à souder.

$C_p$  : la chaleur spécifique du matériau.

K : la conductivité thermique du matériau

S : la chaleur générée ou absorbée par unité de temps.

La résolution de cette équation différentielle (II-8) nécessite la détermination des conditions aux limites et initiale, pour bien poser le problème et avoir une solution unique.

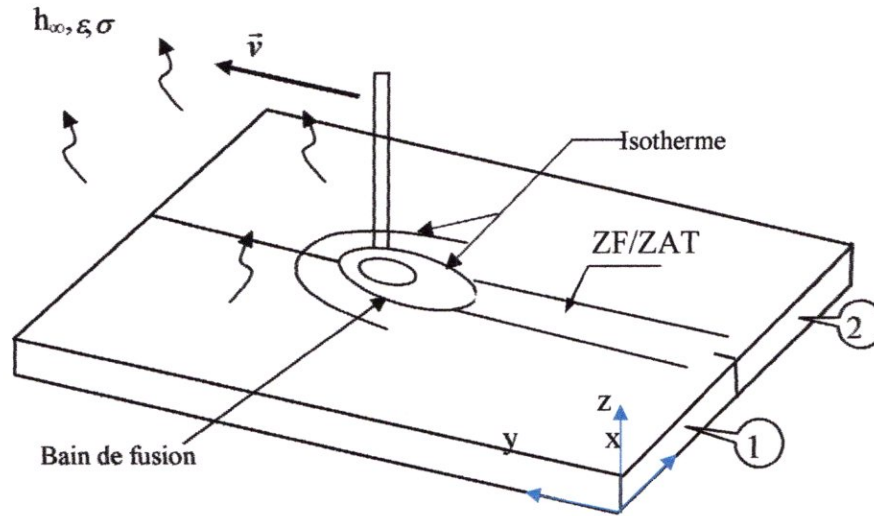


FIG II.2 -Schéma du processus de soudage de deux tôles minces.

Dans cette application, nous considérons les conditions suivantes :

➤ **Condition initiale :**

Les deux plaques à souder sont à une température  $T_0$  égale à la température ambiante ( $T_0 = 300\text{K}$ )

➤ **Conditions aux limites :**

La détermination des conditions aux limites est faite à partir des équations de transfert du flux de chaleur par convection et par rayonnement avec le milieu environnant, qui sont données comme suit :

\* Aux frontières, on a le flux de chaleur  $q_n$  donné par :

$$q_n = h_\infty (T - T_\infty) + \sigma \varepsilon (T^4 - T_\infty^4) \quad (\text{II-9})$$

Avec :

$H$  : coefficient de convection  $h=10(\text{W}/\text{m}^2)$ .

$T$  : température de bord de l'assemblage ( $^\circ\text{K}$ ).

$T_\infty$  : température ambiante, ( $^\circ\text{K}$ ).

$\varepsilon$  : émissivité thermique égale à 0.82.

$\sigma$  : constante de STEPHAN BOLTZMAN égale à  $5.66.10^{-8} \text{ W}/\text{m}^2.\text{K}^4$

Au plan de symétrie d'assemblage, le flux de chaleur  $q_n$  est nul :

$$q_n = 0 \quad (\text{II-10})$$

Tel que le flux est donné par l'équation de Fourier :  $q_n = -K\vec{\nabla}T$

#### **II-4/ SOURCE DE CHALEUR :**

##### **II-4-1/ Les différents modèles de source de chaleur surfacique :**

Il existe trois modèles de représentation de la source de chaleur, qui sont ponctuelle, en segment de ligne, et a distribution Gaussienne.

##### **II-4-1-a/ Source de chaleur ponctuelle : [11]**

L'énergie électrique délivrée par l'arc est assimilée à une source de chaleur ponctuelle mobile avec une vitesse constante  $V$ . l'expression d'énergie est donnée par :

$$Q = \eta UI$$

Avec :

$\eta$  : Le rendement thermique de l'arc, (de 0.5 à 0.9) .

$U$  : La tension de soudage [Volt].

$I$  : Courant de soudage [Ampère].

##### **II-4-1-b/ Source de chaleur en segment de ligne : [10]**

Dans ce modèle, la source de chaleur est composée de segments de lignes, chaque segment correspond à la direction du transfert thermique dans le bain de fusion. Par exemple, le transfert thermique dans la direction de pénétration (profondeur) dû au jet de plasma est approximativement exprimé avec un segment de chaleur dans la direction de l'écoulement (oz) dans le bain de fusion. Les longueurs des segments de lignes de chaleur sont déterminées en se basant sur les observations expérimentales de la forme géométrique du bain de fusion.

##### **II-4-1-c/ Source de chaleur a distribution Gaussienne : [10]**

D'après la recherche bibliographique on retrouve deux solutions pour la source de chaleur a distribution Gaussienne qui permettent d'étudier l'influence des paramètres opératoires et géométriques sur la morphologie du cordon de soudure.

**A- Circulaire :** Sa formulation est un volume gaussien de révolution de type :

$$q = q_{\max} e^{-kr^2} \quad (\text{II-11})$$

Lorsque  $k$  tend vers 0 on retrouve le cas de la source ponctuelle.

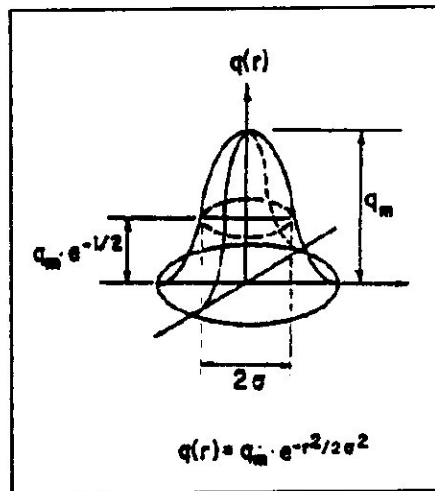


FIG II.3 - modèle circulaire de source de chaleur Gaussienne.

**A- Bi elliptique :** Sa formulation est basée sur la considération d'une distribution volumique de la source de chaleur dans le joint soudé. Cette source de chaleur s'apparente à la forme du bain de fusion qui se déplace sous l'électrode et nous considérons qu'il s'agit d'une forme ellipsoïdale [12].

L'expression mathématique qui décrit cette forme est la suivante dans le cas 3D cartésienne :

$$q(x, y, z) = \frac{3\sqrt{3}}{abc\pi\sqrt{\pi}} e^{-\frac{3x^2}{a^2}} e^{-\frac{3y^2}{b^2}} e^{-\frac{3z^2}{c^2}} \quad (\text{II-12})$$

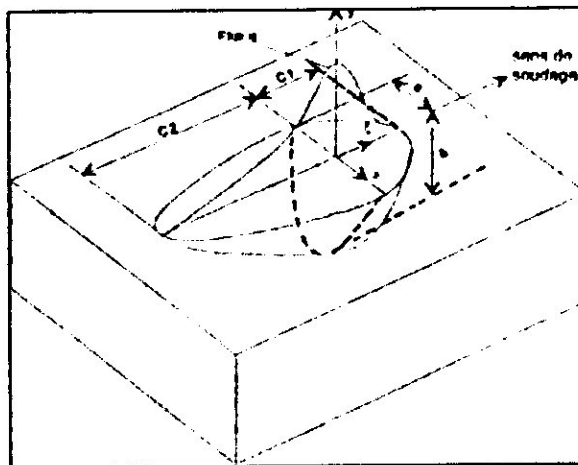


FIG II.4 - modèle ellipsoïdale de source de chaleur Gaussienne [12].

**II.5/ MODELISATION DU TERME SOURCE : [9]**

Dans notre travail on va prendre comme source, le modèle bi - elliptique à distribution Gaussienne. La terme source « S » s'écrit comme suit :

➤ Pour le métal de base il représente l'énergie échangée :

$$S = 2h_{\infty}(T - T_{\infty}) + 2\sigma\varepsilon(T^4 - T_{\infty}^4) \quad (\text{II-13})$$

➤ Pour la zone qui contient le bain de fusion (au niveau du cordon) :

$$S = h_{\infty}(T - T_{\infty}) + \sigma\varepsilon(T^4 - T_{\infty}^4) + q_0 e^{-f(x,y,t)} \quad (\text{II-14})$$

On remarque que le terme source est non linéaire, donc on doit le représenté sous la forme linéaire càd :

$$S = S_c + S_p T \quad , \quad S_c \text{ et } S_p \quad \text{des constantes} \quad (\text{II-15})$$

En utilisant la méthode de tangente pour la linéarisation du terme source on aura :

$$S = \bar{S}^* + \left( \frac{dS}{dT} \right)^* (T - T^*) \Rightarrow S_c = \bar{S}^* - \left( \frac{dS}{dT} \right)^* T^* \quad \text{et} \quad S_p = \left( \frac{dS}{dT} \right)^*$$

Avec : l'indice (\*) représente les paramètre calculé au cours de l'itération précédente. Après identification nous trouvons :

$$\text{Au niveau du métal de base :} \quad \begin{cases} S_c = 2(h_{\infty}T_{\infty} + 3\sigma\varepsilon T^{*4} + \sigma\varepsilon T_{\infty}^4) \\ S_p = -2(h_{\infty} + 4\sigma\varepsilon T^{*3}) \end{cases} \quad (\text{II-16})$$

$$\text{Au niveau de cordon de soudure :} \quad \begin{cases} S_c = (h_{\infty}T_{\infty} + 3\sigma\varepsilon T^{*4} + \sigma\varepsilon T_{\infty}^4) + q_0 e^{-f(x,y,t)} \\ S_p = -(h_{\infty} + 4\sigma\varepsilon T^{*3}) \end{cases} \quad (\text{II-17})$$

Pour le modèle de bain de fusion bi elliptique (Figure II.3) la fonction  $f(x,y,t)$  est définie par [8]:

$$f(x,y,t) = -3 \left( \frac{x^2}{b^2} + \frac{(y-vt)^2}{a^2} \right) \quad (\text{II-18})$$

Avec  $q_0$  de l'expression de la source de chaleur (II.17) est donné par [8]:



$$q_0 = 6 \frac{Q}{\pi (r_x (r_{yav} + r_{yar}))} \tag{II-19}$$

Avec :  $Q = \eta . I . U$  Et  $\begin{cases} r_{yav} = r_y \\ r_{yar} = r_y \end{cases}$

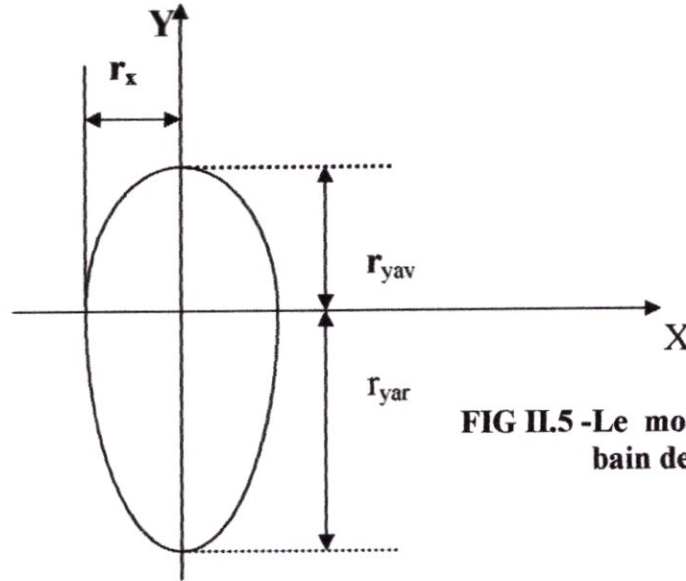


FIG II.5 -Le modèle bi elliptique de bain de fusion.

L'équation (II-18) n'est valable que dans le cas d'un cordon rectiligne, car la vitesse  $V$  est suivant l'axe Y.

Dans le cas d'un cordon courbé (figure.II-6), la vitesse  $V$  a deux composantes  $V_x$  et  $V_y$  donc l'équation (II-18) devient :

$$f(x, y, t) = -3 \left( \frac{(x - v_x t)^2}{b^2} + \frac{(y - v_y t)^2}{a^2} \right) \tag{II-20}$$

Avec :  $v_x = \| \vec{v} \| . \cos \alpha$  et  $v_y = \| \vec{v} \| . \sin \alpha$

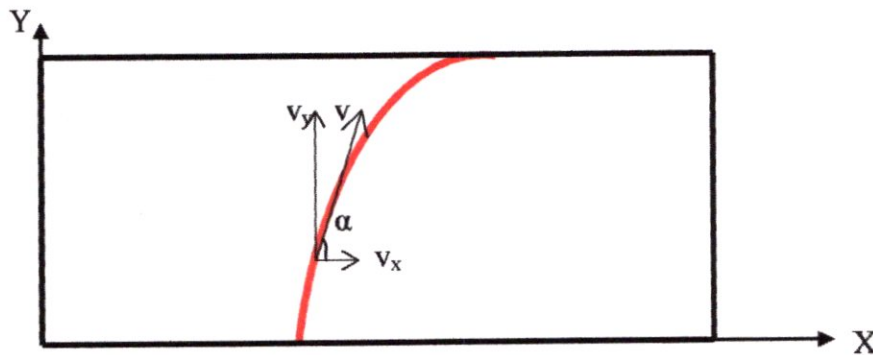


FIG II.6- Décomposition de la vitesse dans le cas d'un cordon courbé.

**Remarque :** Dans le cas où la fonction de la courbe (Figure II.6), est de type  $ax+b$ , les deux composantes de la vitesse restent constantes le long du cordon ; c'est-à-dire ;  $\sin \alpha$  et  $\cos \alpha$  sont constant dans chaque point.

**CHAPITRE III****FORMULATION DE LA METHODE DES ELEMENTS FINIS ET  
GENERATION DU MAILLAGE****III-1/ INTRODUCTION :**

Les équations du phénomène thermique sont modélisés par des équations différentielles aux dérivées partielles de type non linéaire, et pour beaucoup de problèmes, n'existe pas de méthodes analytiques qui conduisent à la solution exacte de ces équations. Donc on fait appel aux méthodes numériques, en choisissant la méthode qui convient mieux au problème traité.

Le principe des méthodes numériques est de remplacer le système d'équations différentielles complexes par un système d'équations algébriques discrétisés.

Plusieurs techniques de résolution numérique sont disponibles et largement utilisées vu leur succès. Citant les méthodes des Différences finies, des Volumes finis et celle des Eléments finis.

La méthode des Eléments finis est reconnue par sa puissance à la résolution des problèmes très compliqués et qui permette une bonne représentation de la géométrie, Delà on a opté pour son utilisation dans notre développement.

Le but de ce chapitre est d'exposer la formulation de la méthode des EF et son développement pour la discrétisation de l'équation de la chaleur afin de procéder par la suite à la résolution numérique.

**III-2/ FORMULATIONS VARIATIONNELLE (INTEGRALE) :**

Le problème que nous allons considérer, dans cette formulation après l'étude mathématique effectuée, c'est la résolution d'une équation différentielle partielle de transfert de chaleur en 2D avec un terme de source ayant une fonction gaussienne et avec des conditions aux limites du 3<sup>ème</sup> type (de *Cauchy*) c. à. d la loi d'échange aux frontières est connue et non linéaire.

Alors, reprenons l'équation (II-4) du problème thermique (2-D) qui s'écrit :

$$\rho C p \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) - S = 0 \quad (\text{III-1})$$

Réécrivant le terme de dérivation de Température par rapport au temps en différence fini [9] :

$$\frac{\partial T}{\partial t} \Big|_{i+1} = \frac{T(i+1) - T(i)}{\Delta t} \text{ Et il sera abrégé par : } \frac{T - T^0}{\Delta t}$$

tel que :

T : est la température à l'instant actuelle.

T<sup>0</sup> : est la température à l'instant précédente.

Donc (III-1) devient :

$$\rho \frac{C_p}{\Delta t} T - \frac{\partial}{\partial x} \left( K \frac{\partial T}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( K \frac{\partial T}{\partial y} \right) - (S + T^0 \cdot \rho \frac{C_p}{\Delta t}) = 0 \quad (\text{III-2})$$

➤ En multipliant l'équation (III-2) par une fonction test  $N(x, y)$  et puis intégrant sur un domaine  $(\Omega)$  qui a la frontière  $(\Gamma)$ , (l'axe  $y$  est la direction de soudage).

Choissant les fonctions  $N(x, y)$  de tel sort qu'elles ont le nombre de termes égale au nombre de nœuds du domaine  $(\Omega)$ . (Puisque le degré de liberté égale à 1 par nœud). [14]

On aura :

$$\iint_{\Omega} \frac{\rho C_p}{\Delta t} T N_i d\Omega - \iint_{\Omega} N_i \left[ (kT_x)_x + (kT_y)_y \right] d\Omega - \iint_{\Omega} \left[ S + \frac{\rho C_p}{\Delta t} T^0 \right] N_i d\Omega = 0 \quad (\text{III-3})$$

On note :

$$F_1 = K \frac{\partial T}{\partial x} = (KT_x)$$

$$F_2 = K \frac{\partial T}{\partial y} = (KT_y)$$

Nous développons le deuxième terme de l'équation (III-3), en utilisant les identités suivantes :

$$\begin{cases} N_i \frac{\partial(F_1)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} (N_i F_1) - \frac{\partial N_i}{\partial x} F_1 \\ N_i \frac{\partial(F_2)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} (N_i F_2) - \frac{\partial N_i}{\partial y} F_2 \end{cases} \quad (\text{III-4})$$

Puis, appliquant le théorème de « Green » sur les composantes de l'opérateur gradient pour un contour fermé, on trouve :

$$\left\{ \iint_{\Omega} \frac{\partial}{\partial x} (N_i F_1) dx dy = \oint_{\Gamma_e} N_i F_1 n_x ds \right. \quad (\text{III-5a})$$

$$\left\{ \iint_{\Omega} \frac{\partial}{\partial y} (N_i F_2) dx dy = \oint_{\Gamma_e} N_i F_2 n_y ds \right. \quad (\text{III-5b})$$

Tel que : «  $ds$  » est la longueur d'arc infinitésimale le long du contour  $\Gamma$ .

Et  $n_x$  et  $n_y$  sont les composantes du vecteur unité normale  $\vec{n}$  sur la frontière  $\Gamma$ .

$$\vec{n} = n_x \cdot \vec{i} + n_y \cdot \vec{j} \quad (\text{III-6})$$

En suite, en substituant les équations (III-5a) et (III-5b) dans l'équation (III-3) on obtient :

$$\iint_{\Omega} \frac{\rho C_p}{\Delta t} T.N_i .d\Omega + \iint_{\Omega} \left[ \frac{\partial N_i}{\partial x} (F_1) + \frac{\partial N_i}{\partial y} (F_2) \right] .d\Omega - \iint_{\Omega} \left( S + \frac{\rho C_p}{\Delta t} T^0 \right) .N_i .d\Omega - \int_{\Gamma} N_i .(n_x.F_1 + n_y.F_2) .ds = 0 \quad (III-7)$$

Notant d'après (III-6)  $q_n = n_x.F_1 + n_y.F_2$  (III-8)

➤ La forme variationnelle devient :

$$\iint_{\Omega} \frac{\rho C_p}{\Delta t} T.N_i .d\Omega + \iint_{\Omega} \left[ \frac{\partial N_i}{\partial x} (F_1) + \frac{\partial N_i}{\partial y} (F_2) \right] .d\Omega - \iint_{\Omega} \left( S + \frac{\rho C_p}{\Delta t} T^0 \right) .N_i .d\Omega - \int_{\Gamma} N_i .q_n .ds = 0 \quad (III-9)$$

Cette équation variationnelle forme la base du modèle de l'élément fini de l'équation (III-1).

**III-3/ FORMULATION EN ELEMENTS FINIS :**

Supposant que (T) est approximée par l'expression dans un domaine (Ωe) avec 'n' noeuds [14] :

$$T(x, y, t) = \sum_{j=1}^n N_j(x, y) T_j(t) = [N] \{T\} \quad (III-10)$$

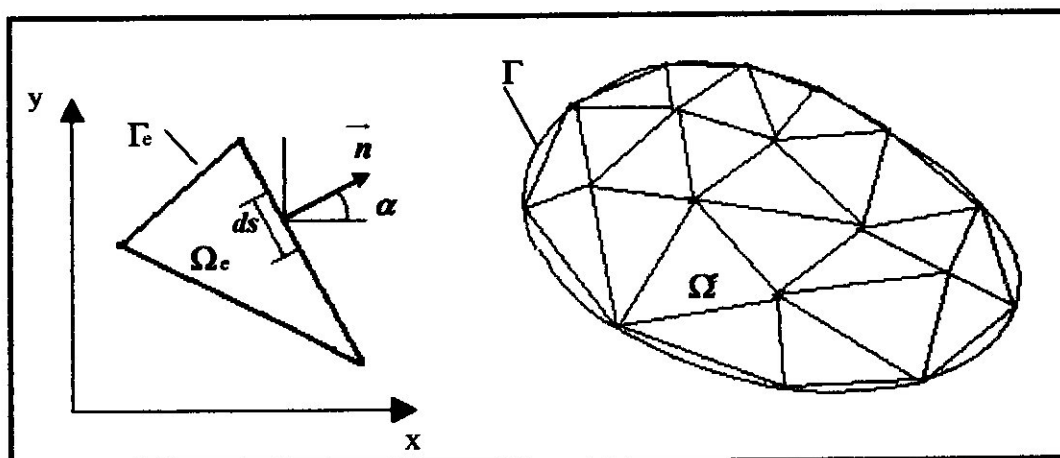
Où N<sub>j</sub> sont les valeurs de (N) au point (x<sub>i</sub>, y<sub>j</sub>) tel que la fonction 'N' a la propriété :

N(x<sub>i</sub>, y<sub>j</sub>) = δ<sub>ij</sub>      Avec : δ<sub>ij</sub> est le symbole de Kronecher.

Et T<sub>j</sub> sont les valeurs des températures inconnues aux noeuds considérées tel que elles dépendent du temps (t).

Ainsi que le terme source S s'écrit d'après (II.15)

$$S = S_c + S_p T$$



**FIG III.1 - Discrétisation d'un domaine irrégulier en élément fini typique.**

Substituant l'équation (III-10) dans la forme variationnelle (III-9). Nous obtenons :

$$\sum_{j=1}^n \iint_{\Omega_e} \left( \frac{\rho C_p}{\Delta t} - S_p \right) T_j N_j N_i d\Omega + \sum_{j=1}^n \left\{ \iint_{\Omega_e} \left[ \frac{\partial N_i}{\partial x} \left( \frac{\partial N_j}{\partial x} \right) + \frac{\partial N_i}{\partial y} \left( \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) \right] d\Omega \right\} K T_j - \iint_{\Omega_e} \left( S_c + \frac{\rho C_p}{\Delta t} T^0 \right) N_i d\Omega - \oint_{\Gamma_e} N_i q_n ds = 0 \quad (III-11)$$

Avec :  $i=1, \dots, n$  ( $n=4$  pour notre cas)

$$\text{Autrement : } \sum_{j=1}^n K_{ij}^{(e)} T_j^{(e)} = F_i^{(e)}$$

Tel que :

$$\begin{cases} k_{ij}^{(e)} = \iint_{\Omega_e} \left[ \frac{\partial N_i}{\partial x} \left( \frac{\partial N_j}{\partial x} \right) + \frac{\partial N_i}{\partial y} \left( \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) \right] K d\Omega + \iint_{\Omega_e} N_i N_j \left( \frac{\rho C_p}{\Delta t} - S_p \right) d\Omega \\ F_i^{(e)} = \iint_{\Omega_e} N_i \left( S_c + \frac{\rho C_p}{\Delta t} T^0 \right) d\Omega + \oint_{\Gamma_e} N_i q_n ds \end{cases} \quad (III-12)$$

Avec Le second terme de  $F_i^{(e)}$  dans l'équation (III-12) qui représente l'intégrale sur la frontière  $\Gamma_e$ .

\* Calculons les  $k_{ij}^{(e)}$  :

$$k_{ij}^{(e)} = \iint_{\Omega_e} \left[ \frac{\partial N_i}{\partial x} \left( \frac{\partial N_j}{\partial x} \right) + \frac{\partial N_i}{\partial y} \left( \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) \right] k d\Omega + \iint_{\Omega_e} N_i N_j \left( \frac{\rho C_p}{\Delta t} - S_p \right) d\Omega \quad (III-13)$$

$$\text{On pose : } [K_{ij}^{(e)}] = K [S^{11}] + K [S^{22}] + [S^{33}] \quad (III-14)$$

$$\text{Tel que : } \begin{cases} S_{ij}^{11} = \iint_{\Omega_e} \frac{\partial N_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial N_j}{\partial x} dx dy \\ S_{ij}^{22} = \iint_{\Omega_e} \frac{\partial N_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial N_j}{\partial y} dx dy \\ S_{ij}^{33} = \iint_{\Omega_e} N_i N_j \cdot \left( \frac{\rho C_p}{\Delta t} - S_p \right) dx dy \end{cases} \quad (III-15)$$

\* Calcul de  $F_i^{(e)}$  :

$$F_i^{(e)} = \iint_{\Omega_e} N_i \left( S_c + \frac{\rho C_p}{\Delta t} T^0 \right) d\Omega + \oint_{\Gamma_e} N_i q_n ds \quad (III-16)$$

Dans notre problème la valeur de  $\rho C_p$  a été évalué en fonction de la température de l'itération précédente. Donc la valeur de la variable  $\left[ \left( S_c + \frac{\rho C_p}{\Delta t} T^0 \right) \right]$  est considérée comme une constante (Cst) par rapport à la température.

$$\iint_{\Omega_e} N_i \left( S_c + \frac{\rho C_p}{\Delta t} T^0 \right) d\Omega = \iint_{\Omega_e} N_i (Cst) d\Omega \quad (\text{III-17})$$

On a aussi :

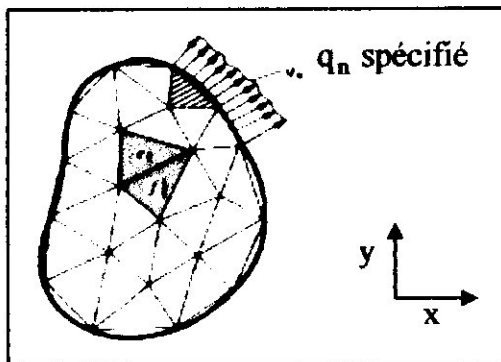
$$\oint_{\Gamma_e} N_i \cdot q_n \cdot ds = \oint_{\Gamma_e} k \cdot \frac{\partial T}{\partial n} \cdot N_i \cdot ds$$

La frontière  $\Gamma_e$  se compose par des cotes (AB) qui sont des cotes internes, donc leur sommes s'annulent entre chacun deux éléments adjacents et les cotes (CD) sont des cotes qui coïncident avec les frontières globales du domaine, donc le gradient  $\frac{\partial T}{\partial n}$  est imposé par les conditions aux limites.

Avec  $q_n = h(T_\infty - T_i) + \epsilon \cdot \sigma (T_\infty^4 - T_i^4)$

Vu la forte non linéarité, on a opté pour le calcul de cette partie de  $q_n$ , par une température déjà calculée c.a.D  $T^*$ , donc :

$$\oint_{\Gamma_e} q_n \cdot N_i \cdot ds = \oint_{\Gamma_e} q_n^* \cdot N_i \cdot ds = \oint_{\Gamma_e} [ h(T_\infty - T_i^*) \cdot N_i + \epsilon \sigma (T_\infty^4 - T_i^{*4}) ] N_i \cdot ds \quad (\text{III-18})$$



**FIG III.2 - Equilibre interne entre les différents éléments du domaine et effet du frontière.**

**Remarque :** pour simplifier l'écriture on a noté dans la suite  $q_n^*$  par  $q_n$ .

### III-4/ FONCTIONS D'INTERPOLATION :

#### III-4-1/ Série polynomiale :

Dans notre problème, l'examen de l'équation formant le modèle de l'élément fini (III-11) et les matrices d'éléments finis (III-12), montre que la frontière «T» doit être au moins une fonction bilinéaire en x et y et linéaire en temps, comme elle est approximée dans l'expression (III-10).

Donc l'écriture de cette expression sous forme polynomiale sera : [14]

$$T(x, y, t) = c_1 + c_2x + c_3y + c_4xy \quad (\text{III-19})$$

Avec les «  $C_i$  » dépend du temps.

### III-4-2/ Fonctions d'interpolation pour un élément quadrilatère à quatre nœuds :

En utilisant l'approximation polynomiale bilinéaire (III-19) pour la variable  $T$ , on obtient le système suivant (III-20) pour un élément quadrilatère à quatre nœuds.

$$\text{On a } \begin{cases} T_1 = T(x_1, y_1, t) = C_1 + C_2x_1 + C_3y_1 + C_4x_1y_1 \\ T_2 = T(x_2, y_2, t) = C_1 + C_2x_2 + C_3y_2 + C_4x_2y_2 \\ T_3 = T(x_3, y_3, t) = C_1 + C_2x_3 + C_3y_3 + C_4x_3y_3 \\ T_4 = T(x_4, y_4, t) = C_1 + C_2x_4 + C_3y_4 + C_4x_4y_4 \end{cases} \quad (\text{III-20})$$

$$\text{En posant : } \{T\} = \begin{Bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{Bmatrix} ; \{C\} = \begin{Bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{Bmatrix} ; [H] = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & x_1y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & x_2y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & x_3y_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & x_4y_4 \end{bmatrix}$$

$$\text{On aura : } \{T\} = [H]\{C\}$$

$$\text{Alors : } \{C\} = [H]^{-1}\{T\}$$

$$\text{Posons : } [L] = [H]^{-1}$$

$$\text{Tel que : } [L] = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} & L_{14} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} & L_{24} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} & L_{34} \\ L_{41} & L_{42} & L_{43} & L_{44} \end{bmatrix}$$

$$\text{On aura : } \{C\} = [L]\{T\}$$

Alors, l'équation (III-20) dans la forme générale  $(x, y, t)$  sera :

$$T(x, y, t) = [g][L]\{T\} \quad \text{Tel que, on note : } [1 \ x \ y \ xy] = [g] \quad (\text{III-21})$$

De la, en utilisant l'équation (III-10) et (III-21) on obtient les fonctions d'interpolations  $N_i$  :

$$[N] = [g][L]$$



Elles peuvent s'écrire donc sous la forme :

$$[N(x, y)] = [1 \quad x \quad y \quad xy] \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} & L_{14} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} & L_{24} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} & L_{34} \\ L_{41} & L_{42} & L_{43} & L_{44} \end{bmatrix} \text{ ou } [L] \cdot [g]^t \quad (\text{III-22})$$

$$\begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} & L_{14} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} & L_{24} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} & L_{34} \\ L_{41} & L_{42} & L_{43} & L_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ x \\ y \\ xy \end{bmatrix} \text{ Donc } \begin{Bmatrix} N_1(x, y) \\ N_2(x, y) \\ N_3(x, y) \\ N_4(x, y) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} L_{11} + L_{12}x + L_{13}y + L_{14}xy \\ L_{21} + L_{22}x + L_{23}y + L_{24}xy \\ L_{31} + L_{32}x + L_{33}y + L_{34}xy \\ L_{41} + L_{42}x + L_{43}y + L_{44}xy \end{Bmatrix} \quad (\text{III-23})$$

**III-5/ CALCUL DES MATRICES D'ELEMENTS :**

Le calcul des matrices dans les équations (III-14) et (III-16) donne en utilisant la fonction d'interpolation développée dans le paragraphe précédent :

$$\left\{ \begin{array}{l} S_{ij}^{11} = L_{2i}L_{2j} \int_{\Omega} dx dy + (L_{2i}L_{4j} + L_{2j}L_{4i}) \int_{\Omega} y dx dy + L_{4i}L_{4j} \int_{\Omega} y^2 dx dy \\ S_{ij}^{22} = L_{3i}L_{3j} \int_{\Omega} dx dy + (L_{3i}L_{4j} + L_{3j}L_{4i}) \int_{\Omega} x dx dy + L_{4i}L_{4j} \int_{\Omega} x^2 dx dy \\ S_{ij}^{33} = \left( \frac{\rho C_p}{\Delta t} - S_p \right) (L_{1i}L_{1j} \int_{\Omega} dx dy + (L_{1i}L_{2j} + L_{1j}L_{2i}) \int_{\Omega} x dx dy + (L_{1i}L_{3j} + L_{1j}L_{3i}) \int_{\Omega} y dx dy \\ (L_{1i}L_{4j} + L_{1j}L_{4i} + L_{2i}L_{2j} + L_{2j}L_{2i} + L_{3i}L_{3j} + L_{3j}L_{3i}) \int_{\Omega} x.y dx dy + L_{1i}L_{2j} \int_{\Omega} x^2 dx dy + (L_{1i}L_{4j} + L_{1j}L_{4i}) \int_{\Omega} x^2.y dx dy \\ L_{1i}L_{3j} \int_{\Omega} y^2 dx dy + (L_{1i}L_{4j} + L_{1j}L_{4i}) \int_{\Omega} x.y^2 dx dy + L_{1i}L_{4j} \int_{\Omega} x^2.y^2 dx dy \end{array} \right. \quad \uparrow \quad (\text{III-24})$$

Et notant  $I_{mn} = \int x^m.y^n dx dy$  qui seront calculer par la suite

De l'équation (III-19), on aura :

$$K_{ij} = \left( K L_{2i}L_{2j} + K L_{3i}L_{3j} + \left( \frac{\rho C_p}{\Delta t} - S_p \right) L_{1i}L_{1j} \right) I_{00} + \left( K L_{2i}L_{4j} + K L_{2j}L_{4i} + \left( \frac{\rho C_p}{\Delta t} - S_p \right) L_{1i}L_{3j} \right) I_{01} \\ + \left( K L_{3i}L_{4j} + K L_{4i}L_{3j} + \left( \frac{\rho C_p}{\Delta t} - S_p \right) L_{1i}L_{2j} \right) I_{10} + (K L_{4i}L_{4j}) I_{02} + (K L_{4i}L_{4j}) I_{20} + \\ \left( \frac{\rho C_p}{\Delta t} - S_p \right) L_{1i}L_{4j} I_{11} \quad \uparrow \quad (\text{III-25a})$$

Et :

$$F_i^{(e)} = (Sc + \frac{\rho C_p}{\Delta t} T^0) \cdot \left[ L_{i1} \iint_{\Omega_e} dx \cdot dy + L_{i2} \iint_{\Omega_e} x \cdot dx \cdot dy + L_{i3} \iint_{\Omega_e} y \cdot dx \cdot dy + L_{i4} \iint_{\Omega_e} x \cdot y \cdot dx \cdot dy \right] + L_{i1} \oint_{\Gamma_e} q_n \cdot ds$$

$$+ L_{i2} \oint_{\Gamma_e} q_n \cdot x \cdot ds + L_{i3} \oint_{\Gamma_e} q_n \cdot y \cdot ds + L_{i4} \oint_{\Gamma_e} q_n \cdot xy \cdot ds \quad \uparrow \quad \text{(III-25b)}$$

$$F_i^{(e)} = (Sc + \frac{\rho C_p}{\Delta t} T^0) \cdot [L_{i1} I_{00} + L_{i2} I_{10} + L_{i3} I_{01} + L_{i4} I_{11}] + L_{i1} \oint_{\Gamma_e} q_n \cdot ds + L_{i2} \oint_{\Gamma_e} q_n \cdot x \cdot ds + L_{i3} \oint_{\Gamma_e} q_n \cdot y \cdot ds$$

$$+ L_{i4} \oint_{\Gamma_e} q_n \cdot xy \cdot ds \quad \uparrow \quad \text{(III-25c)}$$

Pour calculer les intégrales  $I_{mn}$  on divise l'élément quadrilatère à quatre nœuds en deux éléments triangulaires comme l'indique la figure ci-dessous [Figure III-3] pour simplifier les calculs [14].

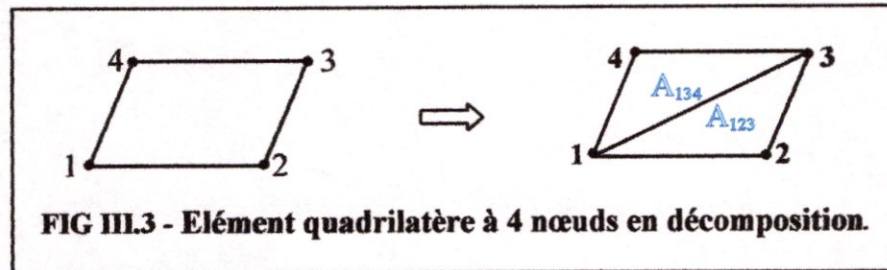


FIG III-3 - Élément quadrilatère à 4 nœuds en décomposition.

Donc, les intégrales concernant l'élément quadrilatère sont comme suit [14] :

$$I_{00} = \int_{\Omega} dx \cdot dy = A_{123} + A_{134}$$

$$I_{10} = \int_{\Omega} x \cdot dx \cdot dy = A_{123} \bar{x}_{123} + A_{134} \bar{x}_{134}$$

$$I_{01} = \int_{\Omega} y \cdot dx \cdot dy = A_{123} \bar{y}_{123} + A_{134} \bar{y}_{134} \quad \text{(III-26)}$$

$$I_{20} = \int_{\Omega} x^2 \cdot dx \cdot dy = \frac{A_{123}}{12} (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 9 \bar{x}_{123}^2) + \frac{A_{134}}{12} (x_1^2 + x_3^2 + x_4^2 + 9 \bar{x}_{134}^2)$$

$$I_{02} = \int_{\Omega} y^2 \cdot dx \cdot dy = \frac{A_{123}}{12} (y_1^2 + y_2^2 + y_3^2 + 9 \bar{y}_{123}^2) + \frac{A_{134}}{12} (y_1^2 + y_3^2 + y_4^2 + 9 \bar{y}_{134}^2)$$

$$I_{11} = \int_{\Omega} xy \cdot dx \cdot dy = \frac{A_{123}}{12} (x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3 + 9 \bar{x}_{123} \bar{y}_{123}) + \frac{A_{134}}{12} (x_1 y_1 + x_3 y_3 + x_4 y_4 + 9 \bar{x}_{134} \bar{y}_{134})$$

\*  $\Omega_e$ : surface limitée par un quadrilatère.

\*  $A_{123}, A_{134}$  : les surfaces des triangles 123 et 134.

### III-6/ASSEMBLAGE DES MATRICES D'ELEMENTS :

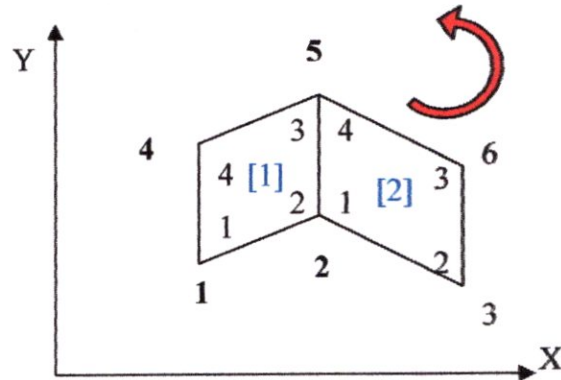
L'assemblage est une opération qui consiste à construire la matrice globale  $[K]$  et le vecteur global  $\{F\}$  à partir des matrices élémentaires  $[K^{(e)}]$  et des vecteurs élémentaires  $\{F^{(e)}\}$  des éléments finis du domaine complet.

Dans notre cas on prend comme exemple l'assemblage de deux matrices d'éléments finis ; leur maillage est construis par deux éléments quadrilatère (voir figure III-4)

Soient  $K_{ij}^{(1)}$  et  $K_{ij}^{(2)}$  ( $i, j = 1,2,3,4$ ) les coefficients des matrices de rigidité correspondant à ces éléments.

A partir de maillage, nous notons la correspondance entre les valeurs globales et les valeurs nodales d'éléments.

**FIGIII.4 - Assemblage de deux éléments quadrilatères.**



Pour l'élément (1) :

$$[K^{(1)}] = \begin{bmatrix} k_{11}^{(1)} & k_{12}^{(1)} & k_{13}^{(1)} & k_{14}^{(1)} \\ k_{21}^{(1)} & k_{22}^{(1)} & k_{23}^{(1)} & k_{24}^{(1)} \\ k_{31}^{(1)} & k_{32}^{(1)} & k_{33}^{(1)} & k_{34}^{(1)} \\ k_{41}^{(1)} & k_{42}^{(1)} & k_{43}^{(1)} & k_{44}^{(1)} \end{bmatrix}$$

pour l'élément (2) :

$$[K^{(2)}] = \begin{bmatrix} k_{11}^{(2)} & k_{12}^{(2)} & k_{13}^{(2)} & k_{14}^{(2)} \\ k_{21}^{(2)} & k_{22}^{(2)} & k_{23}^{(2)} & k_{24}^{(2)} \\ k_{31}^{(2)} & k_{32}^{(2)} & k_{33}^{(2)} & k_{34}^{(2)} \\ k_{41}^{(2)} & k_{42}^{(2)} & k_{43}^{(2)} & k_{44}^{(2)} \end{bmatrix}$$

La matrice assemblée sera :

	1	2	3	4	5	6
1	$k_{11}^{(1)}$	$k_{12}^{(1)}$	0	$k_{14}^{(1)}$	$k_{13}^{(1)}$	0
2	$k_{21}^{(1)}$	$k_{22}^{(1)} + k_{11}^{(2)}$	$k_{12}^{(2)}$	$k_{24}^{(1)}$	$k_{23}^{(1)} + k_{14}^{(2)}$	$k_{13}^{(2)}$
3	0	$k_{21}^{(2)}$	$k_{22}^{(2)}$	0	$k_{24}^{(2)}$	$k_{23}^{(2)}$
4	$k_{41}^{(1)}$	$k_{42}^{(1)}$	0	$k_{44}^{(1)}$	$k_{43}^{(1)}$	0
5	$k_{31}^{(1)}$	$k_{32}^{(1)} + k_{41}^{(2)}$	$k_{42}^{(2)}$	$k_{34}^{(1)}$	$k_{33}^{(1)} + k_{44}^{(2)}$	$k_{43}^{(2)}$
6	0	$k_{31}^{(2)}$	$k_{32}^{(2)}$	0	$k_{34}^{(2)}$	$k_{33}^{(2)}$

**III-7/ GENERATION DE MAILLAGE :**

**III-7-1/ Aspect de la génération de maillage :**

La génération de maillage est une partie importante de la modélisation et calcul par la méthode des éléments finis. Pour cela, le développement des méthodes de discrétisation





rapides et efficaces est l'objectif principal de cette procédure.

Alors, il existe plusieurs types du domaine selon la forme de sa frontière, ainsi qu'il existe plusieurs méthodes ou techniques de génération de maillage, selon le degré de complexité du même domaine, mais le maillage doit toujours vérifier les conditions suivantes :

- Une adaptation aux frontières, et aux conditions aux limites.
- Une adaptation aux propriétés des différentes régions du domaine physique.
- Une bonne régularité.

Pour cela, on va adapter une technique [14], qui sera décrit dans les paragraphes suivants, ainsi que la procédure de connexion.

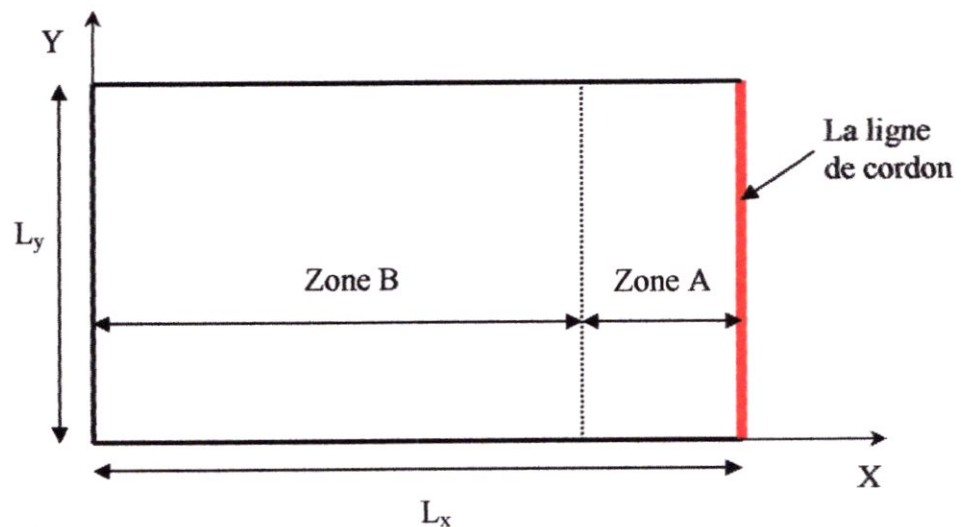
### III-7-2/ Génération des noeuds de frontière et les noeuds interne :

Dans notre problème de soudage on a deux plaques rectangulaires, comme cité en paravent, on va appliquer la discrétisation géométrique sur une seul plaque vue la symétrie.

En effet, vu le gradient important de la température au niveau du cordon et sa zone proche de lui d'une part, et d'autre part le faible gradient dans le reste da la plaque, il est convenable de discrétisé le domaine en deux zones différentes tel que la première au niveau du cordon soit très fine et la seconde soit grosse.

Les dimensions de chaque plaque de l'aluminium 2024-T3 (matériaux aéronautique) sont :

- La longueur :  $L_x = 80\text{mm}$
- La largeur :  $L_y = 40\text{mm}$
- Epaisseur :  $E_p = 1.92\text{mm}$



**FIG III.5 - Illustration des zones A et B.**

Donc on suit les étapes suivantes pour chaque zone (soit A ou B) :

On a quatre cotés qui sont respectivement AB, CD, BD et AC. Alors : [14]

- le côté AB du domaine joue le rôle de la partie basse du rectangle.
- Le côté CD est celui de la partie haute du rectangle.
- Les cotés AC et BD sont ceux de la partie gauche et droite respectivement du rectangle.

Pour ce rectangle, considérons la subdivision par  $N_x$  et  $N_y$  nœuds sur l'axe horizontal des  $x$  et vertical des  $y$  respectivement. Par analogie, les cotés AB et CD du domaine seront subdivisés en  $N_x$  nœuds et les cotés AC et BD seront subdivisés en  $N_y$  nœuds. Pour cela, on procède à la génération suivant deux étapes principales. La première étape c'est la génération des nœuds de frontière de chaque cotés puis l'étape de génération des nœuds internes.

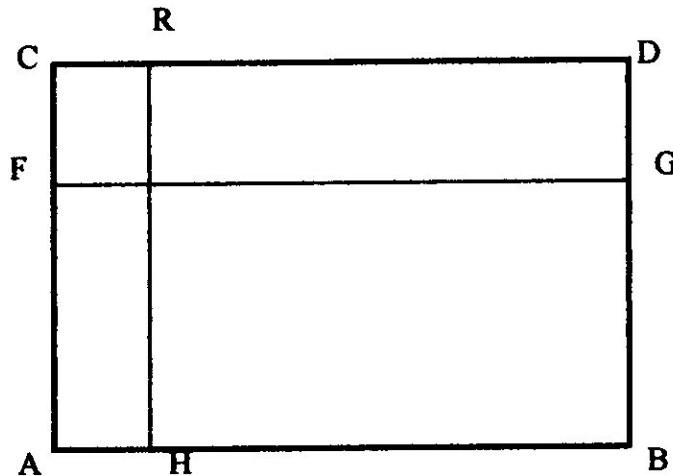


FIG III.6 - Procédure de discrétisation.

#### A- Les nœuds de frontière

##### \* Sur les cotés AB et CD :

Pour simplifier, on choisit un pas constant de subdivision sur les cotés AB et CD. On obtient, par conséquent  $(N_x - 1)$  sous intervalles. La longueur de chaque intervalle est donnée par :

$$\Delta x_{AB} = \frac{|x_B - x_A|}{(N_x - 1)} \quad (\text{III-27})$$

Les abscisses des points de ce côté sont données par :

$$x_{AB}(i) = x_A + (i-1)\Delta x_{AB} \quad i=1, 2, 3, \dots, N_x \quad (\text{III-28})$$

Avec :  $i=1$  ;  $x_{AB}(i=1) = x_A$   
 $i=N_x$  ;  $x_{AB}(i=N_x) = x_B$

Les ordonnées des points sont données par :

$$y_{AB}(i) = F_{AB}(x_{AB}(i)) = 0 \quad i=1, 2, 3, \dots, N_x \quad (\text{III-29})$$

Où  $F_{AB}(x)$  : La fonction du coté AB qui représente l'équation d'une droite donnée en coordonnées cartésiennes.

Concédons le coté CD et par analogie avec le coté AB, on aura le changement de A par C, B par D et  $f_{AB}(x)$  par  $f_{CD}(x)$ .

**\* Sur les contours AC et BD :**

La génération des nœuds sur les contours AC et BD se fait de la même démarche que celle des cotés AB et DC. On peut suivre exactement la démarche précédente pour les cotés AB et DC. On trouve :

$$\Delta y_{AC} = \frac{|y_C - y_A|}{(N_y - 1)} \quad (\text{III-30})$$

$$\left. \begin{aligned} y_{AC}(j) &= y_A + (j-1)\Delta y_{AC} \\ x_{AC}(j) &= F_{AC}^{-1}(y_{AC}(j)) = 0 \end{aligned} \right\} \quad j=1, 2, 3, \dots, N_y \quad (\text{III-31})$$

Avec :  $F_{AC}^{-1}(y)$  : la fonction inverse du coté AC.

## B- Les nœuds internes

**\* La détermination des abscisses :**

En divisant le coté AB en  $N_x$  points dont ceux des extrémités sont inclus. On obtient par conséquent des intervalles égaux  $(N_x-1)$  dont la longueur de chaque intervalle est

$\Delta x = \frac{x_A - x_B}{(N_x - 1)}$ , l'abscisse de chaque point sur cet intervalle est obtenu par :

$$x_i = x_F + (i-1)\Delta x \quad i=1, 2, 3, \dots, N_x \text{ avec} \quad (\text{III-32})$$

En faisant varier le point F sur le coté AB et de même pour le point G du coté CD. Les abscisses des nœuds internes sont données par :



$$\left. \begin{aligned} \Delta x(j) &= \frac{x_{\text{coté } BD}(j) - x_{\text{coté } AC}(j)}{(N_x - 1)} \\ x(i) &= x_{\text{coté } AC}(j) + (i-1)\Delta x(j) \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} i=1, 2, 3, \dots, N_x \\ j=1, 2, 3, \dots, N_y \end{array} \quad \text{(III-33)}$$

**\* La détermination des ordonnées :**

En divisant le coté AC en  $N_y$  points on obtient par conséquent  $(N_y-1)$  intervalles dont la longueur de chaque intervalle est  $\Delta y = \frac{y_R - y_H}{(N_y - 1)}$ , l'ordonnée de chaque nœuds est donné par :

$$y_j = y_H + (j-1)\Delta y \quad j = 1, 2, 3, \dots, N_y \quad \text{(III-34)}$$

En faisant varier maintenant le point R sur le coté AC et le point H sur le coté BD. Les ordonnées du nœuds internes sont données par :

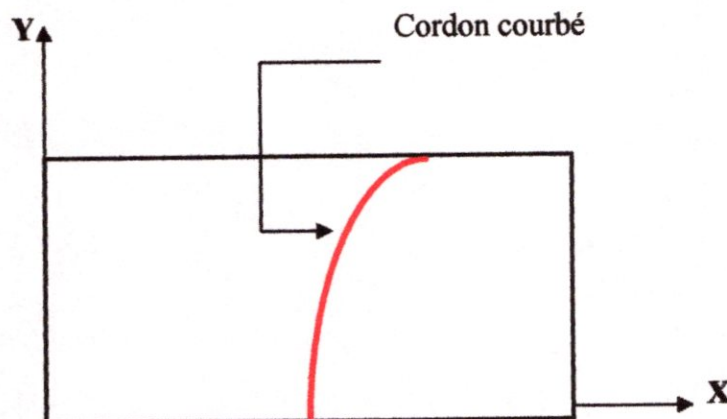
$$\Delta y(i) = \frac{y_{\text{coté } CD}(i) - y_{\text{coté } AB}(i)}{(N_y - 1)} \quad i=1, 2, 3, \dots, N_x \quad \text{(III-35)}$$

$$y(j) = y_{\text{coté } AB}(i) + (j-1) \cdot \Delta y(i) \quad j = 1, 2, 3, \dots, N_y$$

Finalement, les relations (III-33) et (III-35) déterminent rapidement les positions des nœuds internes du maillage qui représentent les sommets des éléments finis obtenus.

**III-7-3/ Génération de maillage pour un cordon courbé : [14]**

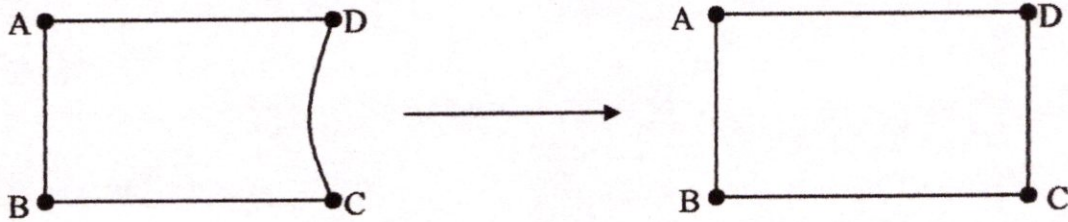
Dans le cas d'un cordon courbé, la géométrie à mailler est une région simplement connexe (Figure III.7), c'est-à-dire, que toutes les courbes reliant deux points quelconques sont conciliables (ou réductible) par variation continue. Ou bien en d'autre terme, tout contour fermé dans cette région peut être réduit à un point par déformation continue sans jamais quitter la région.



**FIG III.7 - Illustration du domaine à mailler dans le cas d'un cordon courbé.**



Le maillage d'un domaine simplement connexe dont la forme générale est donnée par (Figure III.7), il est intéressant d'appliquer l'idée de génération de maillage dans les régions rectangulaires (Figure III.8).



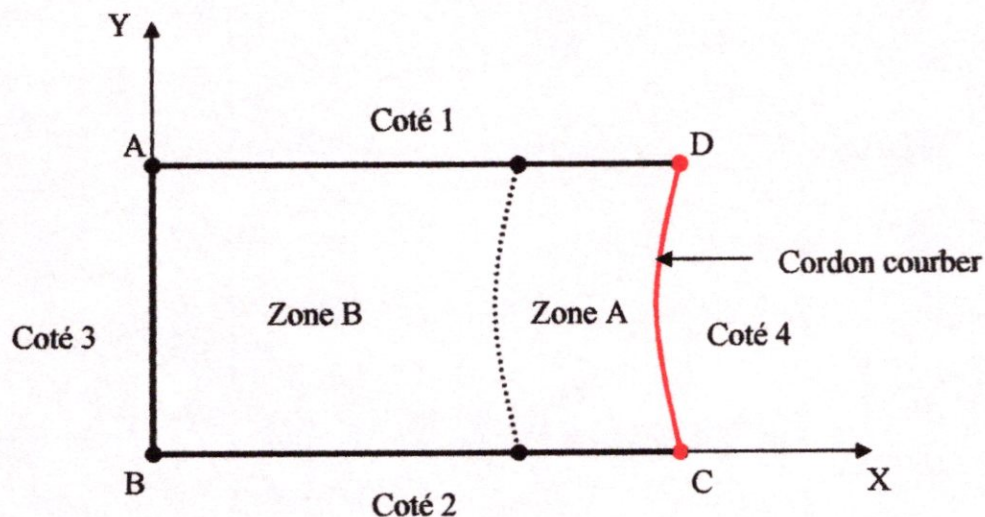
**FIG III.8 - Transformation d'un domaine simplement connexe à un rectangle.**

Après la transformation du domaine des quatre côtés qui sont respectivement AB, BC, CD et DA, en faisant des transformations continue à le côté CD, on peut la rendre une ligne droite comme la montre la figure précédente.

Pour le rectangle dans la (Figure III.8), considérons la subdivision par  $N_x$  et  $N_y$  nœuds sur l'axe horizontal des x et vertical des y respectivement. Par analogie, les cotés AB et CD du domaine seront subdivisés en  $N_y$  nœuds et les cotés AD et BC seront subdivisés en  $N_x$  nœuds.

Le procédé de génération de maillage se fait suivant deux étapes principales, la première étape c'est la génération des nœuds de frontière de chaque côtés puis l'étapes de génération de nœuds internes.

### III-7-3-a/ Génération des nœuds sur le contour du domaine :

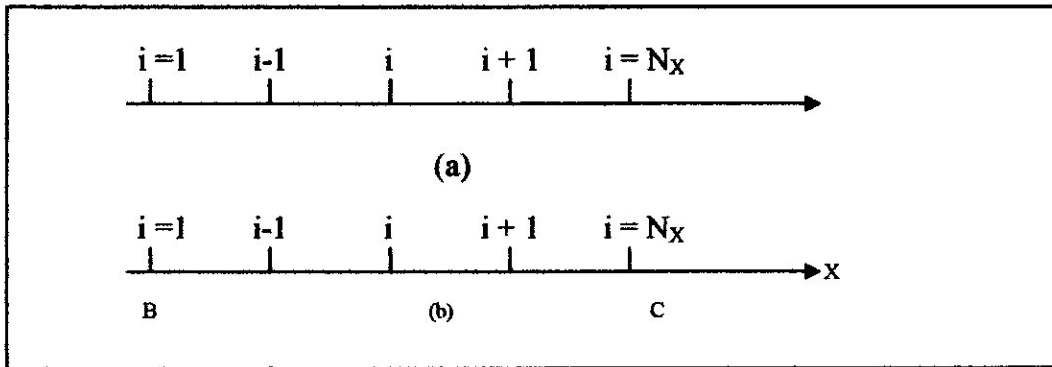


**FIG III.9 - Illustration des frontières du demi plaque pour un cordon courbé.**

Pour le domaine à mailler (Figure.III.9), on a un seul côté qui est courbé donc la génération des nœuds sur le contour se fait comme suit :

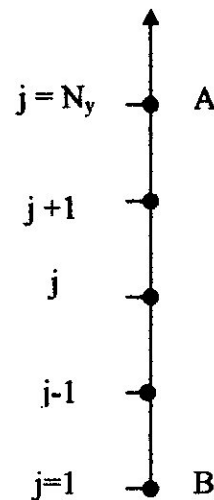
\* Pour les cotés 1 et 2, c à d BC et AD, on remarque que  $Y_A$  et  $Y_D$  sont égaux, donc on va divisé le segment  $[X_A, X_D]$  en  $N_X$  nœuds dont les points A et D sont inclus voir (Figure.III.10.a).

\* De même, on remarque que  $Y_B$  et  $Y_C$  sont égal, donc on va divisé le segment  $[X_B, X_C]$  en  $N_X$  nœuds dont les points B et C sont inclus voir (Figure.III.10.b).



**FIG III.10 : Génération des nœuds sur les cotés 1 et 2.**

\* De même pour le coté AB, on remarque que  $X_A$  et  $X_B$  sont égal, donc on va divisé le segment  $[Y_A, Y_B]$  en  $N_Y$  nœuds dont les points A et B sont inclus voir (Figure.III.11).



**FIG III.11 : Génération des nœuds sur le coté 3.**

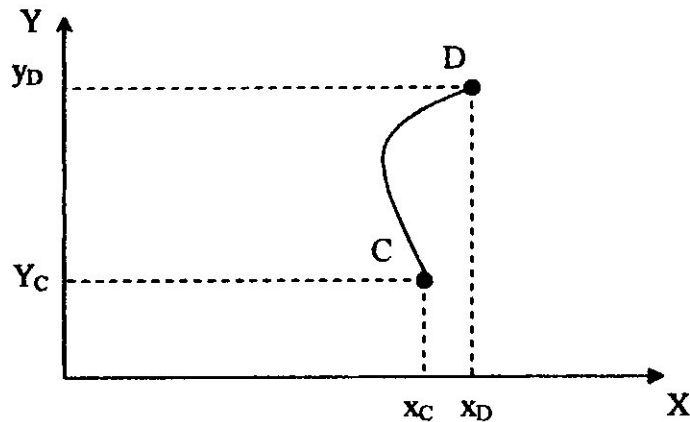
\* Pour le coté 4, on suppose que la fonction du coté CD choisie est univoque en  $y$ , c'est-à-dire, pour chaque valeur de «  $y$  » il y a une image sur les cotés AB et BC.

La génération des nœuds sur ce coté se fait, soit en choisissant les  $X_i$  et déterminer les  $Y_i$ , soit en choisissant les  $Y_i$  et déterminer par la suite les  $X_i$ . Pour cela, on calcule les deux valeurs,  $X_{dis} = |x_A - x_B|$  et  $Y_{dis} = |y_A - y_B|$ , on calcule par la suite le  $\text{Max}(X_{dis}, Y_{dis})$ , si il est

égal à  $Y_{dis}$ , on choisit les  $Y_i$  ensuite on détermine les  $X_i$  en utilisant la fonction qui passe par les deux points C et D.

Exemple :

On prend une fonction  $f(y)$  pour le côté CD, mais à condition qu'elle soit univoque (Figure.III.12).



FIGIII.12 - Discretisation sur le côté AD.

Les coordonnées de chaque nœuds sur le côté 4 est donnée par :

$$\begin{cases} y_{CD}(j) = y_C + (j-1)\Delta y_{CD} \\ x_{CD}(j) = F_{Cd}^{-1}(y_{CD}(j)) \end{cases} \quad j = 1, 2, \dots, N_y$$

Ou :  $F_{CD}^{-1}$  la fonction inverse du côté CD,  $\Delta y_{CD} = \frac{|y_D - y_C|}{(N_y - 1)}$  et  $N_y$  : nombres de nœuds sur CD.

### III-7-3-b/ Génération des nœuds intérieurs du domaine :

Après la détermination des nœuds dans le contour du domaine, on va citer la procédure à suivre pour la génération des nœuds internes du domaine.

Chaque nœud est caractérisé par deux valeurs  $(x, y)$  qui permettent de déterminer sa position dans le domaine.

La procédure qu'on a suivie, est divisée en deux étapes :

- \* La première étape consiste à déterminer les ordonnées  $y_i$  de tout les points, et cela par une interpolation entre les cotés haut et bas du domaine.
- \* La seconde étape consiste à déterminer les abscisses  $x_i$  de ces nœuds par une interpolation entre les cotés gauche et droite du domaine.

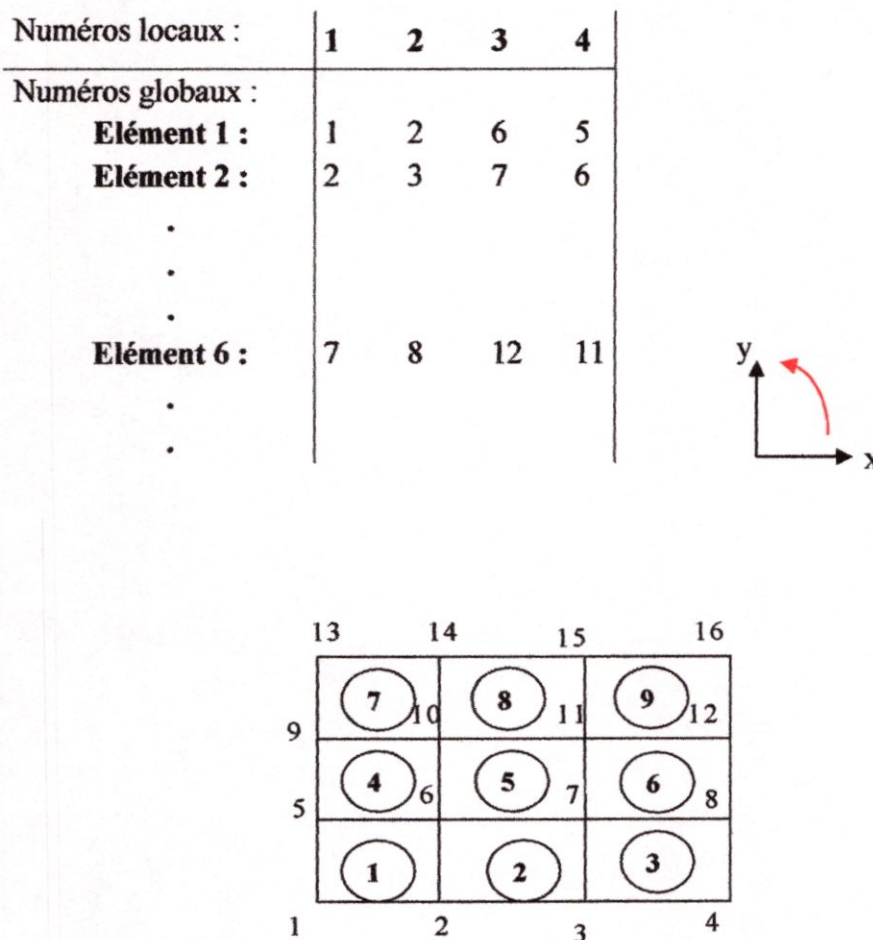


Comme le nombre de nœuds sur le coté haut et bas égal à  $N_x$  nœuds, alors, chaque nœuds d'un coté sera relié avec un nœud de l'autre coté par une courbe qui contient  $N_y$  nœuds dont les extrémités sont inclus, et ainsi de suite jusqu'à la génération complète de grille de maillage.

### III-7-4/ Connexion des éléments du maillage :

Pour faire l'assemblage des matrices élémentaires, on doit avoir préalablement une connexion entre ces différents éléments finis, c'est à dire la correspondance entre les numéros globaux des nœuds et les numéros locaux de chaque élément.

Pour cela, on donnera dans la suite, un exemple de numérotation d'un maillage rectangulaire de dimensions  $N_x \cdot N_y = 4 \times 4$  ; qui a des éléments quadrilatères en totale '9', où la numérotation interne des éléments est faite dans la direction anti-horaire [14].



**FIG III.13 - Discrétisation en éléments quadrilatère et numérotation des éléments.**

**CHAPITRE IV****RESOLUTION NUMERIQUE ET PROGRAMMATION****IV-1/ INTRODUCTION :**

Cette partie consiste à résoudre le problème numériquement. Pour cela, on a suivi et appliqué la méthode de stockage bande dans un vecteur  $\{V\}$  une colonne représentant la matrice de rigidité fictive, qui donne l'équivalence de la matrice  $[K]$ , tel qu'on suit une procédure de récurrence la plus efficace et moins d'opérations pour la programmation. Puisque le travail avec la méthode des éléments finis a été abouté à des matrices  $[K]$  symétriques et bande. Ces deux propriétés ont conduit à stocker la partie supérieure (ou inférieure) de la matrice, en éliminant les zéros qui se trouvent à l'extérieure de la bande.

En résumé, à chaque fois qu'on se positionne sur une case de la matrice  $K(i, j)$  la méthode donne sa position dans le vecteur  $\{V_k\}$  à base d'une formule de stockage qui sera donnée par la suite.

- Si on se trouve au-dessus de la diagonale (partie supérieure) et à l'extérieure de la bande, le calcul sera ignoré puisque cette case est réellement nulle.
- Si on se trouve au-dessous de la diagonale (partie inférieure) il suffit uniquement d'utiliser la propriété de la symétrie ( $K(i, j) = K(j, i)$ ) et le traitement se fait comme étant une case  $K(i, j)$ .

On passe à la résolution du système d'équations obtenu en utilisant une méthode directe : de *Khalestki*, où on l'a adaptée pour des matrices bandes et symétriques en gagnant assez de mémoire et d'opérations de calcul.

En fin, la procédure générale du calcul et les étapes principales du programme sont exposées à la fin du chapitre.

**IV-2/ METHODE DE STOCKAGE DES MATRICES BANDES SOUS FORME DE VECTEUR :**

Considérons une matrice  $[K]$  d'ordre  $(N \times N)$  symétrique et bande avec la largeur de la demi-bande est  $B$ . Le problème est de savoir stocker les cases de cette matrice dans un vecteur  $\{V_k\}$ . Il est parfois difficile de faire une équivalence entre une case de la matrice  $[K]$  et la case du vecteur, ce qui a supposé plusieurs formes de stockages vers un vecteur. Ces formes de stockages sont différentes suivant la manière de stockage et la formule de récurrence convenable.

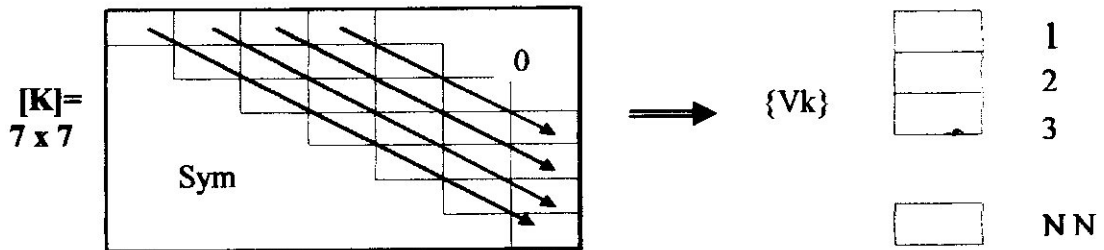
Ils existent plusieurs formes de stockage sont : le stockage en colonne, en diagonal, en ligne, en ligne de serpent, en escalier... (existe d'autres) [14].

Alors, on va opter pour une forme de stockage qui est le stockage en diagonal, en prenant une matrice  $[K]$  d'ordre  $(7 \times 7)$  symétrique et sa bande  $B$  qui est égale à 4, et cela pour fixer les idées.



**IV-2-1/ Stockage en diagonal: [14]**

La méthode de stockage choisie est représentée par la direction des flèches. C'est-à-dire diagonal par diagonal, comme le montre la figure (IV-1) :



**FIG IV.1- Illustration du stockage en diagonal.**

Vk(1) = K(1,1)	Vk(2) = K(2,2)	Vk(3) = K(3,3)	Vk(4) = K(4,4)
Vk(5) = K(5,5)	Vk(6) = K(6,6)	Vk(7) = K(7,7)	Vk(8) = K(1,2)
Vk(9) = K(2,3)	Vk(10) = K(3,4)	Vk(11) = K(4,5)	Vk(12) = K(5,6)
Vk(13) = K(6,7)	Vk(14) = K(1,3)	Vk(15) = K(2,4)	Vk(16) = K(3,5)
Vk(17) = K(4,6)	Vk(18) = K(5,7)	Vk(19) = K(1,4)	Vk(20) = K(2,5)
Vk(21) = K(3,6)	Vk(22) = K(4,7)		

On, peut remarquer pour cet exemple, que la dimension nécessaire du vecteur {Vk} est égal à 22, c'est-à-dire  $NN=22$ .

Si on veut généraliser à une matrice [K] d'ordre (N x N) symétrique, la dimension du vecteur {Vk} doit être égale à :

$$NN = 1 + 2 + 3 + \dots + B + (N - B)B = \sum_{i=1}^{i=B} i + B(N - B)$$

Comme  $\sum_{i=1}^{i=B} i = \frac{B(B+1)}{2}$  somme d'une suite arithmétique de raison unité ! Donc :

$$NN = \frac{B(2N - B + 1)}{2} \tag{IV-1}$$

Les éléments de la bande supérieure de la matrice [K] seront transférés diagonalement dans le vecteur {Vk} par :  $Vk(L) = K(i,j)$

Tel que 
$$L = \sum_{p=1}^{p=j-i} (N + 1 - p) + i = \frac{1}{2} (j - i)(2N - j + i + 1) + i \tag{IV-2}$$

$$\text{Avec } \begin{cases} j = 1, 2, 3, \dots, B \\ i = 1, 2, 3, \dots, B \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} j = B+1, B+2, \dots, N \\ i = j - B, j - B + 1, \dots, j \end{cases}$$

### IV-3/ METHODE DE RESOLUTION D'UN SYSTEME D'EQUATIONS LINEAIRE (DECOMPOSITION DE KHALESTKI) :

Après avoir remplie et stocké la matrice de rigidité  $[K]$  globale et le vecteur  $\{F\}$ , et afin de déterminer le vecteur solution  $\{T\}$ , on est amené à résoudre le système d'équations suivant :

$$[K] \{T\} = \{F\} \quad (\text{IV-3})$$

On a adapté une méthode principale pour la résolution numérique du système (IV-3).

C'est une méthode directe caractérisée par un nombre d'opérations fini et limité donc résolvant des systèmes à taille moyenne ou modérée.

Supposons dans la première étape que la matrice  $[K]$  est quelconque mais carrée et pleine. Nous présenterons l'algorithme de résolution de cette matrice [14], ensuite nous déduirons l'algorithme de résolution pour une matrice symétrique et Bande.

Pour cela, on a choisi la méthode de **KHALESTKI** comme méthode de résolution.

#### IV-3-1/ Matrice carrée pleine et quelconque :

Mettons la matrice  $[K]$  sous la forme d'un produit de deux matrices, l'une triangulaire inférieure  $[L] = [L_{ij}]$  et l'autre triangulaire supérieure  $[H] = [H_{ij}]$  à diagonale unité.

C'est à dire que:  $[K] = [L] [H]$

$$\text{Où : } [L] = \begin{bmatrix} L_{11} & & & & \\ L_{21} & L_{22} & & & 0 \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} & & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \\ L_{n1} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & L_{nm} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad [H] = \begin{bmatrix} 1 & H_{12} & H_{13} & \cdot & \cdot & H_{1n} \\ & 1 & H_{23} & \cdot & \cdot & H_{2n} \\ & & 1 & \cdot & \cdot & H_{3n} \\ & & & \cdot & \cdot & \cdot \\ & & & & \cdot & \cdot \\ 0 & & & & & \cdot \\ & & & & & & 1 \end{bmatrix}$$

Les éléments  $L_{ij}$  et  $H_{ij}$  se calculent par les formules suivantes :

$$\left. \begin{aligned}
 L_{11} &= K_{11} \quad , \quad H_{ij} = K_{ij}/L_{11} \quad j = 2,3,\dots,n \\
 L_{ij} &= K_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} L_{ik} H_{kj} \quad j = 1,2,3,\dots,i \\
 H_{ij} &= \frac{1}{L_{ii}} \left( K_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} L_{ik} H_{kj} \right) \quad j = i+1, i+2, i+3,\dots,n
 \end{aligned} \right\} i = 2,3,\dots,n \quad (IV-4)$$

Donc, on aura deux systèmes d'équations à matrice triangulaire.

$$[K] \cdot \{T\} = \{F\} \Rightarrow [L] \cdot [H] \cdot \{T\} = \{F\}$$

On pose  $[H] \cdot \{T\} = \{Y\}$  (IV-5)

Alors  $[L] \cdot \{Y\} = \{F\}$  (IV-6)

La résolution de système (IV-6) en suite (IV-5) se fait par les procédures suivantes :

$$\left\{ \begin{aligned}
 Y_1 &= \frac{F_1}{L_{11}} \\
 Y_i &= \frac{1}{L_{ii}} \left( F_i - \sum_{k=1}^{i-1} L_{ik} Y_k \right) \quad i = 2,3,\dots,n
 \end{aligned} \right. \quad (IV-7)$$

Et  $\left\{ \begin{aligned} T_n &= Y_n \\ T_i &= Y_i - \sum_{k=i+1}^{k=n} H_{ik} T_k \quad i = n-1, n-2, \dots, 3, 2, 1 \end{aligned} \right.$  (IV-8)

**IV-3-2/ Matrice carrée symétrique et bande :**

Comme la matrice  $[K]$  de notre problème est symétrique et bande, nous extrairons à partir des formules (IV-7) et (IV-8) l'algorithme pour des matrices symétriques et bandes et cela en éliminant les opérations sur les zéros. La matrice  $[K]$  est de la forme générale suivante :

$$[K] = \begin{pmatrix}
 K_{11} & & & & & \\
 K_{21} & K_{22} & & & & \\
 K_{31} & K_{32} & K_{33} & & & \\
 \cdot & \cdot & & & & \\
 K_{B1} & K_{B2} & \cdot & & & \\
 0 & 0 & K_{B+1,2} & K_{ii} & & \\
 \cdot & \cdot & 0 & \cdot & & \\
 \cdot & \cdot & & K_{B+i-1,i} & & \\
 0 & 0 & 0 & 0 & K_{nn} & 
 \end{pmatrix} \quad (IV-9)$$

Avec :  $n$  L'ordre de la matrice  
 $B$  La largeur de la demi-bande.

**Remarque :**

La matrice  $[L]$  qui vient de la décomposition de la matrice  $[K]$  possède la même structure que  $[K]$  sauf qu'elle est triangulaire.

Après l'élimination des opérations sur les Zéros (les éléments à l'extérieure de la bande), la formule de décomposition devient :

$$\begin{cases} L_{ii} = K_{ii} & i = 1, 2, \dots, B \\ L_{ij} = K_{ij} - \sum_{r=1}^{r=j-1} L_{ir} \frac{L_{jr}}{L_{rr}} & \dots \dots \dots \begin{cases} i = 2, 3, \dots, B \\ j = 2, 3, \dots, i \end{cases} \\ L_{ij} = K_{ij} - \sum_{r=i-B+1}^{r=j-1} L_{ir} \frac{L_{jr}}{L_{rr}} & \dots \dots \dots \begin{cases} i = B+1, B+2, \dots, n \\ j = i-B+1, \dots, i \end{cases} \end{cases} \quad (IV-10)$$

De la même manière les formules (IV-7), et (IV-8) deviennent de la forme suivante :

$$\begin{cases} Y_1 = F_1 / L_{11} \\ Y_i = \frac{1}{L_{ii}} \left( F_i - \sum_{r=1}^{r=i-1} L_{ir} Y_r \right) & i = 2, 3, \dots, B \\ Y_i = \frac{1}{L_{ii}} \left( F_i - \sum_{r=i-B+1}^{r=i-1} L_{ir} Y_r \right) & i = B+1, \dots, n \end{cases} \quad (IV-11)$$

Et  $\begin{cases} T_n = Y_n \end{cases} \quad (IV-12a)$

$$\begin{cases} \begin{cases} T_i = Y_i - \frac{1}{L_{ii}} \sum_{r=i+1}^{r=n} L_{ir} T_r \\ T_i = Y_i - \frac{1}{L_{ii}} \sum_{r=i+1}^{r=i+B-1} L_{ir} T_r \end{cases} & \begin{matrix} i = n-1, n-2, \dots, n-B+1 \\ i = n-B, n-B-1, \dots, 3, 2, 1 \end{matrix} \end{cases} \quad (IV-12b)$$

Pour voir exactement la forme interne de la matrice (IV-9), considérant un exemple avec lequel :  $n = 12$ ,  $B = 5$  (voir figure suivante : Fig IV-2).

$K_{11}$												
$K_{21}$	$K_{22}$											
$K_{31}$	$K_{32}$	$K_{33}$										
$K_{41}$	$K_{42}$	$K_{43}$	$K_{44}$							Sym		
$K_{51}$	$K_{52}$	$K_{53}$	$K_{54}$	$K_{55}$								
	$K_{62}$	$K_{63}$	$K_{64}$	$K_{65}$	$K_{66}$							
		$K_{73}$	$K_{74}$	$K_{75}$	$K_{76}$	$K_{77}$						
			$K_{84}$	$K_{85}$	$K_{86}$	$K_{87}$	$K_{88}$					
				$K_{95}$	$K_{96}$	$K_{97}$	$K_{98}$	$K_{99}$				
	0				$K_{10,6}$	$K_{10,7}$	$K_{10,8}$	$K_{10,9}$	$K_{10,10}$			
						$K_{11,7}$	$K_{11,8}$	$K_{11,9}$	$K_{11,10}$	$K_{11,11}$		
							$K_{12,8}$	$K_{12,9}$	$K_{12,10}$	$K_{12,11}$	$K_{12,12}$	

FIG IV.2- Exemple d'une matrice bande.

**IV-4/ PROCEDURE DE CALCUL :**

Dans cette partie, on donne une description grossière du programme de calcul à partir de l'organigramme de la figure (IV-3).

Alors, après la déclaration des différentes variables et constantes utilisés dans le programme (partie déclaration), l'appelle au sous programme INPUT permet d'introduire les différentes paramètres caractérisant le problème : la température initiale ; la température ambiante ; coefficient de convection h ; émissivité thermique ; constante de STEPHANE BOLTZMAN. les subdivisions  $N_x$  et  $N_y$  seront entrées à la fin de cette subroutine. Puis l'appelle au sous programme de la géométrie qui permet de générer le maillage c à d de discrétiser le domaine afin d'obtenir les coordonnées géométrique nodales (positions des nœuds).

La subroutine CONNECT permet de faire la connexion entre les éléments finis en fonction de leur numérotation locale et globale.

Le réarrangement des nœuds du domaine dans un ordre d'affichage convenable permet le traçage et la représentation de maillage grâce à la subroutine MESH.

Les conditions aux limites qui ferment notre système d'équation, on l'appelle le sous programme **CONDLIMIT** qui permet de déterminer les différents arrêts des éléments de la frontière globale qui permis de calculer le paramètre  $F_i^{(e)}$  de l'équation (III-12).

On fait l'initialisation de tous les vecteurs nécessaires aux stockages et à la résolution de notre système d'équation a qui on doit aboutir en utilisant la subroutine **INITIAL**.

Nous passons à une étape importante dans le programme c'est le remplissage des matrices et des vecteurs élémentaires, ainsi que leurs assemblages dans la matrice globale et du vecteur global. Pour cela, nous appelons la subroutine **ELMQUADRI**.

En premier lieu le remplissage des matrices élémentaires se fait par la formule de la fonction d'interpolation montrée au chapitre III où on utilise la subroutine **REMPCOFFH** pour le calcul des coefficients de la matrice [H].

Puis le calcul de son inverse [L] par **INVMAT** ainsi le calcul de  $I_{mn}$  et les surfaces élémentaires afin d'avoir les coefficients finaux  $k_{ij}^{(e)}$  et  $F_i^{(e)}$  en utilisant les sous programmes **CALCAFE**, **SOMAK**, **INTGRAL** au temps de fois que nécessaire.

Puis l'appelle à la subroutine **ASSEMBAND** qui permet de remplir les vecteurs qui servent à la résolution du système d'équations du problème selon le stockage bande en diagonal.

Une fois la matrice de rigidité globale et le vecteur force global sont obtenus, nous passons à une phase très importante c'est la résolution du système  $[K]\{T\} = \{F\}$ , nous obtenons donc les températures dans tous les points du maillage considéré.

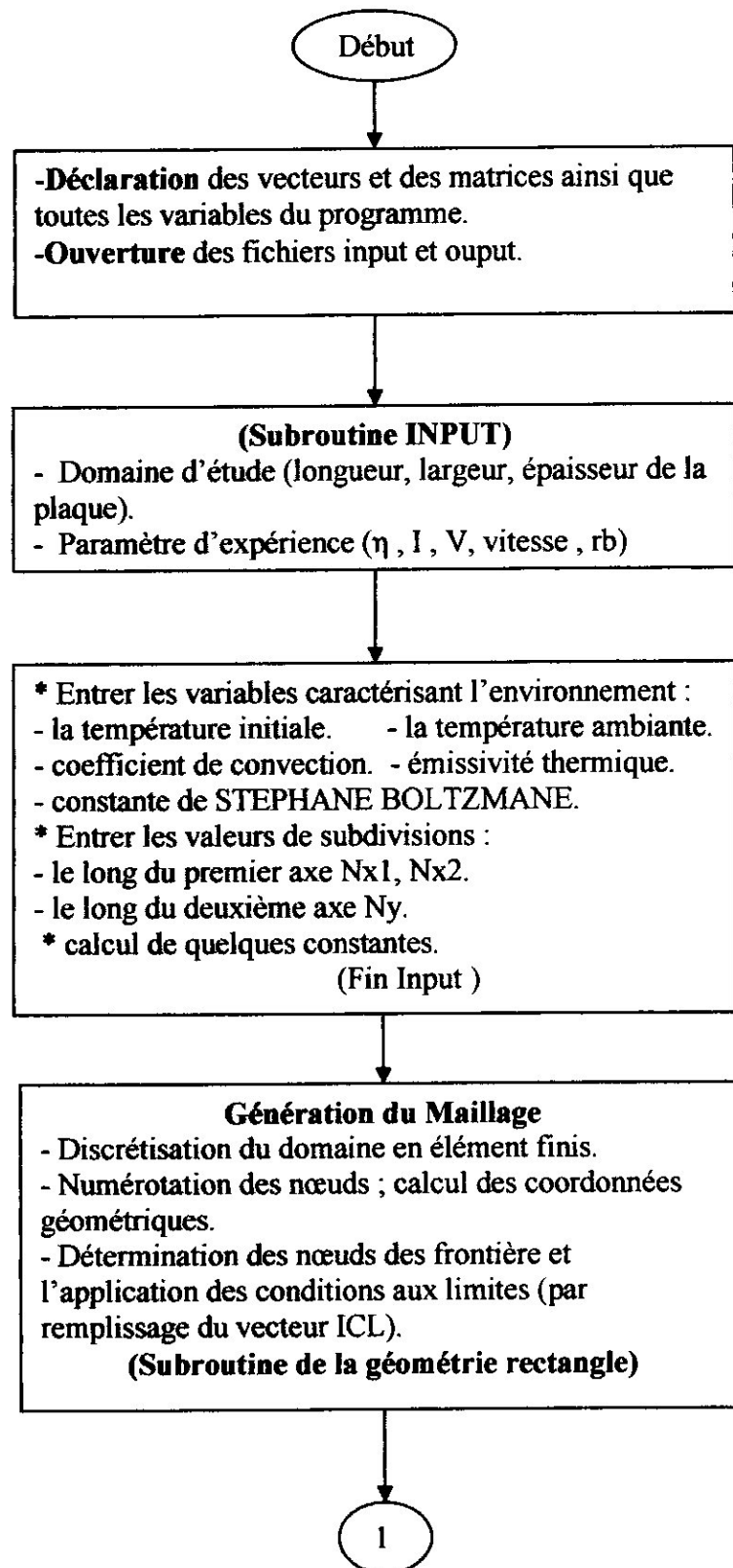
A fin de tester la convergence du calcul, on compare les résultats de la température actuelle avec celle calculé précédemment. Si la différence max est inférieure a «  $\epsilon = 10^{-2}$  » alors on passe à l'étape suivante.

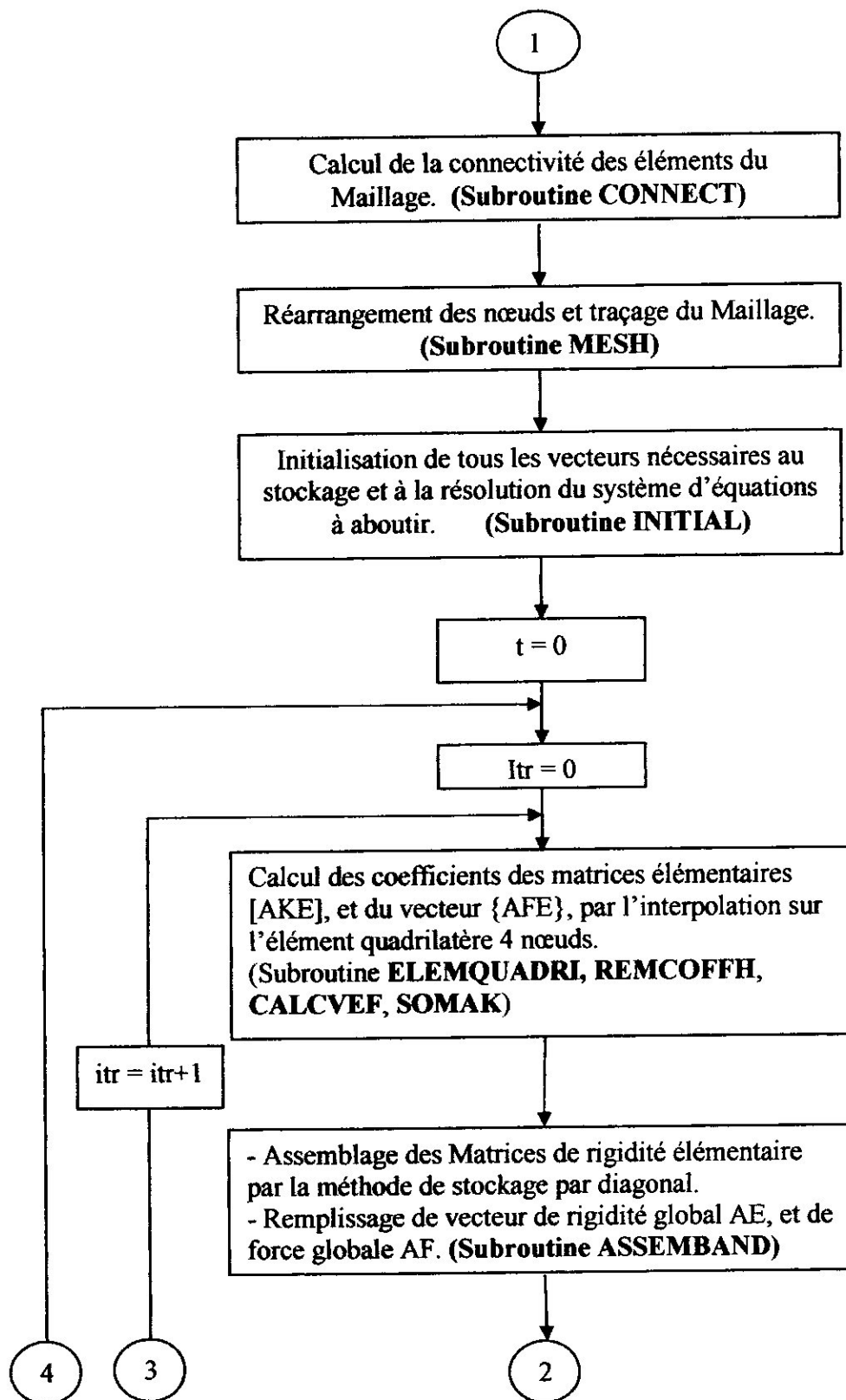
Dans cette étape, on teste la valeur du temps « t » de soudage par rapport au temps final. Si ce dernier n'est pas atteint, on incrémente ce compteur du temps par :  $t = t + \Delta t$  et on refait le calcul de le début jusqu'à la fin du temps de soudage.

Et à la fin, on affiche les résultats obtenus par la subroutine **AFFICHAGE**.



ORGANIGRAMME DU  
PROGRAMME PRINCIPAL





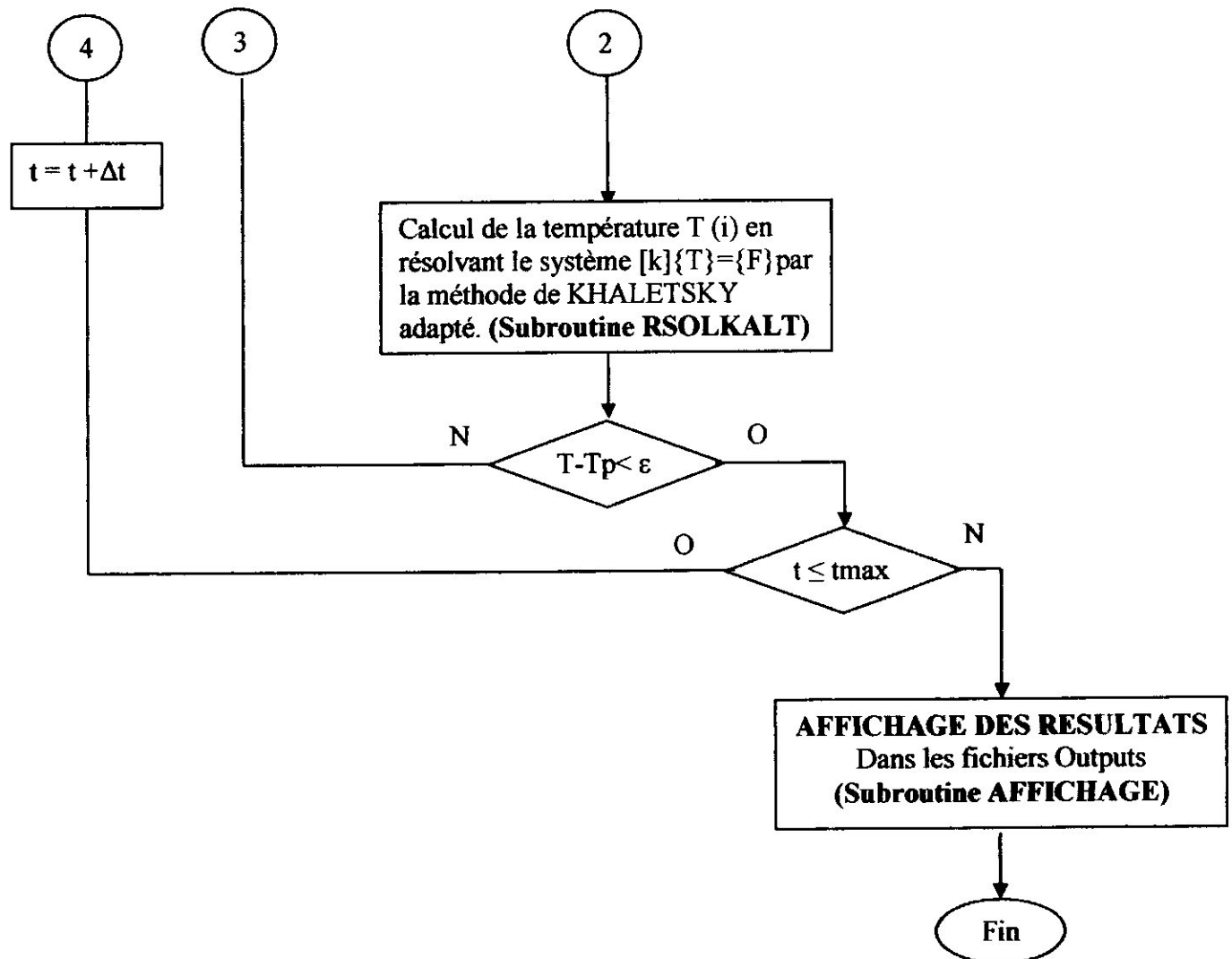


FIG IV.3- Organigramme du programme principal.

## CHAPITRE V

### RESULTATS ET DISCUSSION

#### V-1/ INTRODUCTION :

Après l'amélioration du programme de calcul utilisant la méthode des éléments finis, basé sur un élément quadrilatère à 4 nœuds, en programmant la technique numérique de KHALESTKI pour la résolution du système d'équations algébriques, et après plusieurs testes de convergence, nous procédons à la représentation des résultats du programme de calcul.

Les résultats numériques obtenus représentent la distribution de la température dans une seule plaque, au cours du temps lors du soudage, de chaque assemblage (cordon rectiligne et courbé). Pour bien valider et interpréter ces résultats, nous les avons comparés avec des résultats expérimentaux et numériques antérieurs calculer par d'autre méthode numérique.

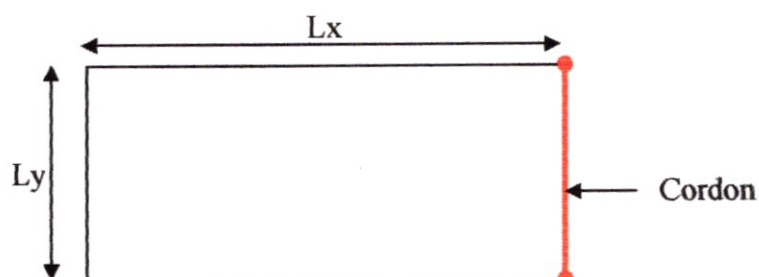
Dans la suite, nous présentons les données du programme, puis les résultats obtenus et leurs interprétations.

#### V-2/ DONNEES DU PROGRAMME :

➤ Les données du programme d'exécution sont tabulées dans le tableau ci-dessous selon le type du cordon réalisé. Le matériau des deux plaques à assembler est l'alliage d'aluminium série 2024-T3

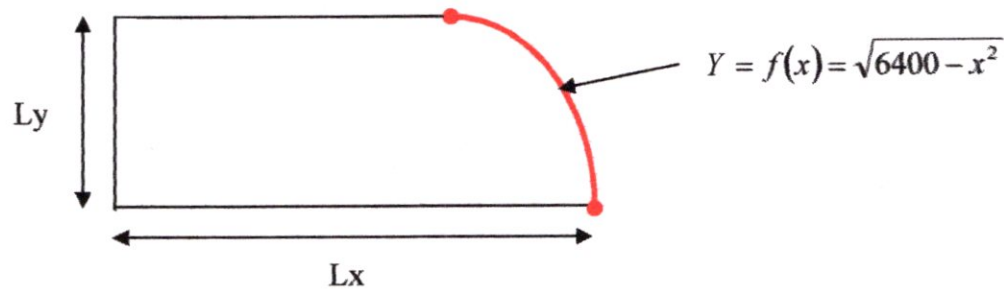
	Tension du courant (Volts)	Intensité du courant (Ampère)	Temps du Soudage (seconde)	Débit du gaz de protection (L /min)	Gaz utilisé	Type du Cordon	Vitesses (mm/s)
Plaque N°1	15	56	68.70	11	Argon	Rectiligne	1.166
Plaque N°2	15	36	37.96	9	Argon	Courbé	2.2

➤ Les dimensions de l'une des plaques du premier assemblage à cordon rectiligne sont :  $L_y = 80$  mm (largeur),  $L_x = 40$  mm (longueur),  $E_p = 1.92$  mm (épaisseur de la pièce). (voir figure V.1)



**FIG V.1 - Dimensions d'une plaque à cordon rectiligne.**

➤ Les dimensions de la première plaque pour le second assemblage à cordon courbé sont :  $L_y = 80$  mm (largeur),  $L_x = 185$  mm (longueur),  $E_p = 1$  mm (épaisseur de la pièce) (voir figure V.2)



**FIG V.2 - Dimensions de la première plaque à cordon courbé.**

➤ La composition chimique : Dans le tableau ci-dessous, on va présenter la composition chimique de l'aluminium série 2024-T3 utilisé dans le procédé du soudage (facture d'achat d'air Algérie le 31 janvier 2007 , Al 2024 T3).

Si	Mn	Cr	V	MG
0.11	0.58	0.02	0.02	1.31
Ti	Cu	Fe	Zn	Autres
0.04	4.32	0.31	0.10	0.06

Dans le cadre de l'exécution du programme, les propriétés physiques des plaques d'aluminium 2024-T3 en fonction de la température sont montrées par les graphes (figure V.3) et les formules suivantes : [13]

➤ La conductivité thermique :

Pour  $273 \text{ °k} \leq T \leq 373 \text{ °k}$

$$K = 0.04T + 225.08 \quad (\text{W/m.k})$$

Pour  $373 \text{ °k} < T \leq 933 \text{ °k}$

$$K = -0.05709T + 265.71257 \quad (\text{W/m.k})$$

Pour  $933 \text{ °k} < T \leq 1473 \text{ °k}$

$$K = 0.03021T + 62.54267 \quad (\text{W/m.k})$$

Pour  $T > 1473 \text{ °k}$

$$K = 0.0166T + 82.2282 \quad (\text{W/m.k})$$



➤ La chaleur massique :

Pour  $298 \text{ °k} \leq T \leq 800 \text{ °k}$

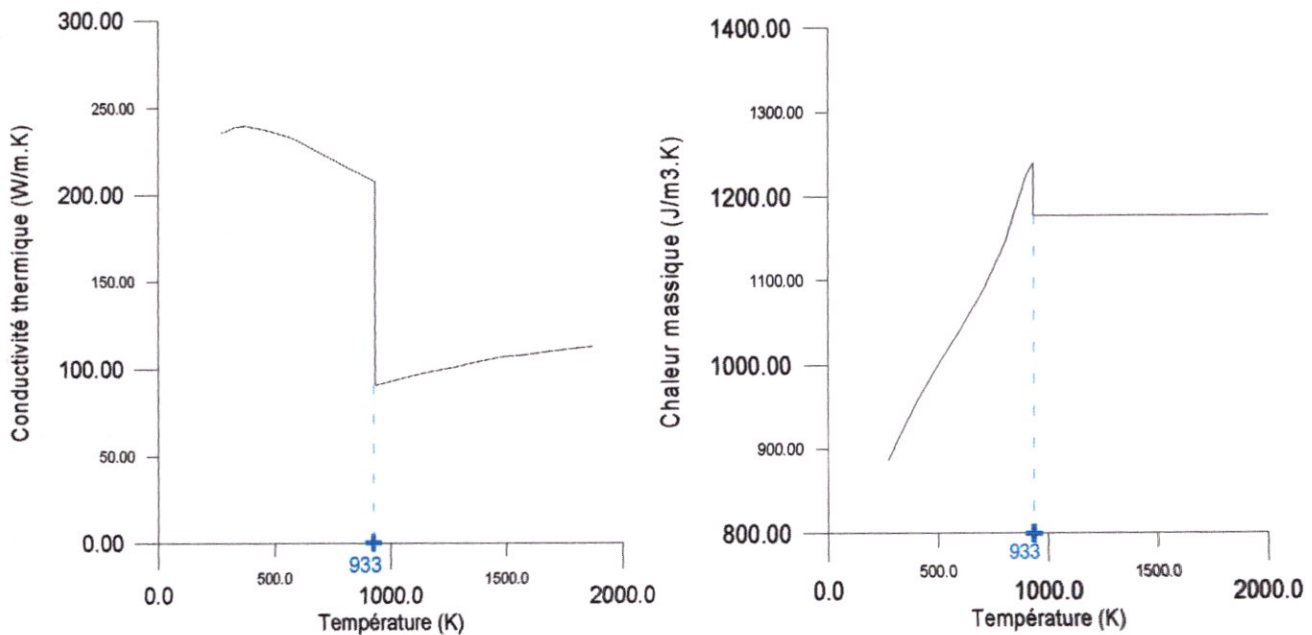
$$C_p = 0.48406T + 762.376 \quad (\text{J/m}^3 \text{ k})$$

Pour  $800 \text{ °k} < T \leq 933 \text{ °k}$

$$C_p = 0.72932T + 569.612 \quad (\text{J/m}^3 \text{ k})$$

Pour  $T > 933 \text{ °k}$

$$C_p = 1177 \quad (\text{J/m}^3 \text{ k})$$



**FIG V.3 -Propriétés physiques du l'aluminium.**

### **V-3/ INTERPRETATION DES RESULTATS NUMERIQUES :**

#### **V-3-1/ Cordon rectiligne :**

##### **a/ Résultats du maillage :**

Une fois le maillage et le pas temporel sont choisis d'une manière optimale en fonction des nombres de subdivision sur l'axe (ox) et l'axe (oy) ( $nx1, nx2, ny$ ), on passe à l'exécution du programme.

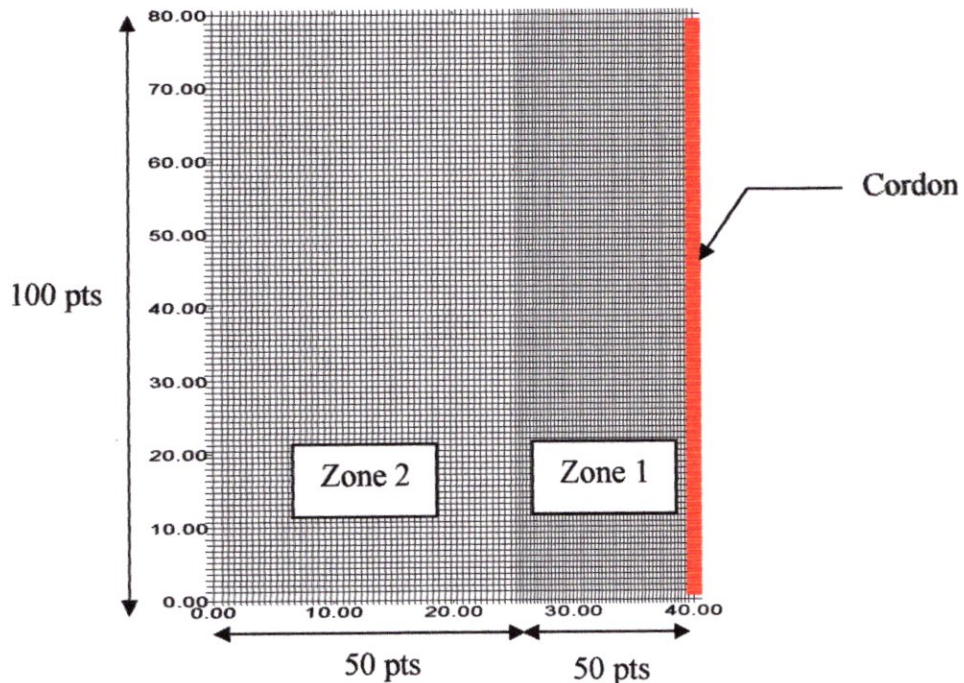
Les résultats sont récapitulés dans la suite :



La figure V-4 représente le maillage qu'on a opté (50+50) points suivant l'axe (ox) et 100 points suivant l'axe (oy) pour la détermination des champs thermiques dans la première plaque à chaque instant.

Donc : - Le nombre total de nœud est :  $(50 + 50) \times 100 = 10000$  nœuds.

- Le nombre total d'élément est :  $99 \times 99 = 9801$  éléments.



**FIG V.4 - la discrétisation du maillage des deux zones.**

### **b/ Résultats numériques :**

Les figures (V.5), (V.7), (V.9), (V.11), (V.13), et (V.15) représentent la répartition de la température par les contours isothermes.

La première chose qu'on observe, est que le réseaux de ces isothermes est plus dense en amont de la source de chaleur et elles sont de plus en plus dispersive au fur et à mesure qu'on s'éloigne en aval de l'arc.

Ceci peut être justifier par le fait que la chaleur a eu suffisamment de temps pour se propager par conduction dans les différentes directions de l'assemblage, mais pas suffisant vers l'avant vu que l'arc électrique se déplace en avant (oy).

Les figures (V.6), (V.8), (V.10), (V.12), (V.14), et (V.16) représentent la répartition du champ de la température par des surfaces dans la première plaque, elles montrent aussi les positions par les piques et le déplacement de la source de chaleur (déplacement de l'arc électrique).

Pas du temps  $t_0 = 5$   
 Temps = 3.43sec

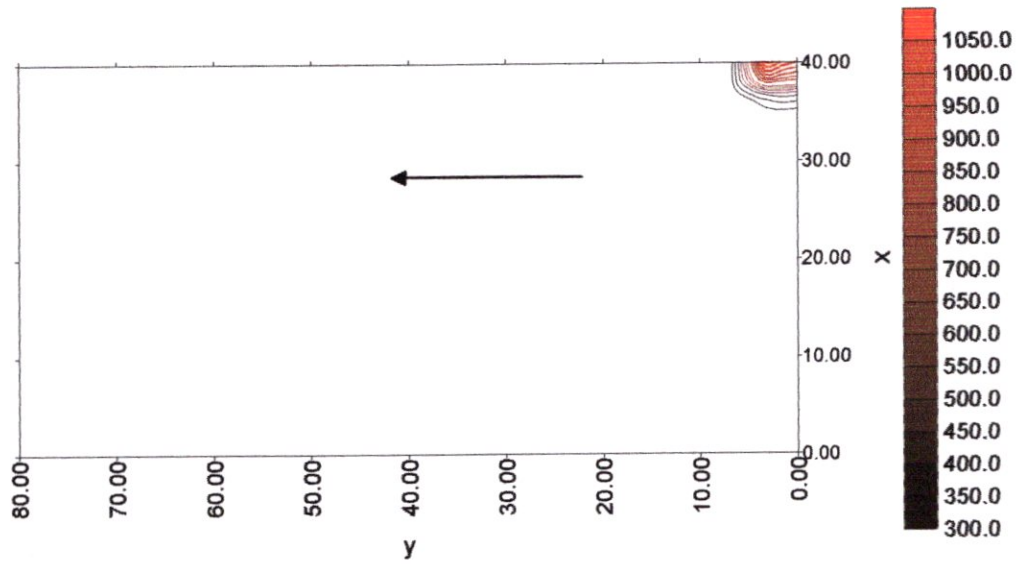


FIG V.5 - Représentation des isothermes a  $t_0 = 5$ .

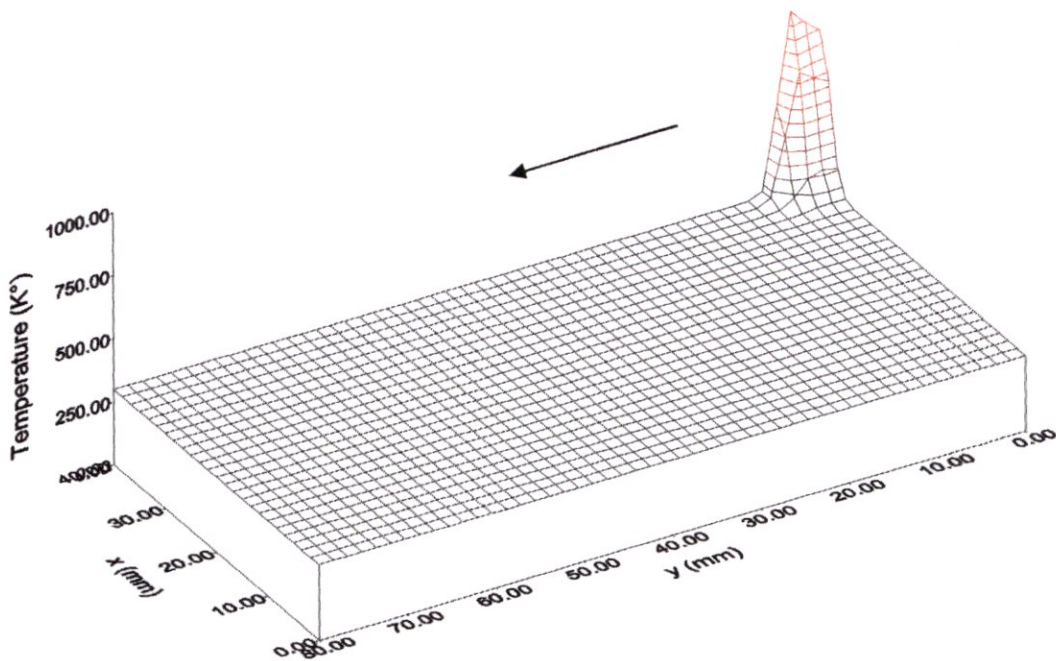


FIG V.6- Répartition de champs thermique a  $t_0 = 5$ .

Pas du temps  $t_0 = 30$   
 Temps = 20.58 sec

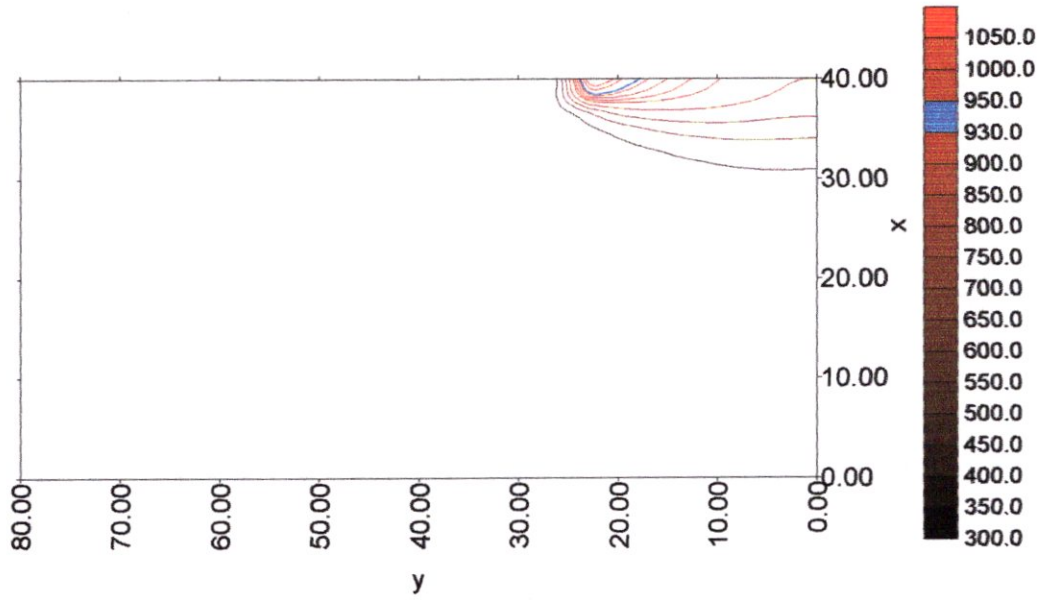


FIG V.7 - Représentation des isothermes a  $t_0 = 30$ .

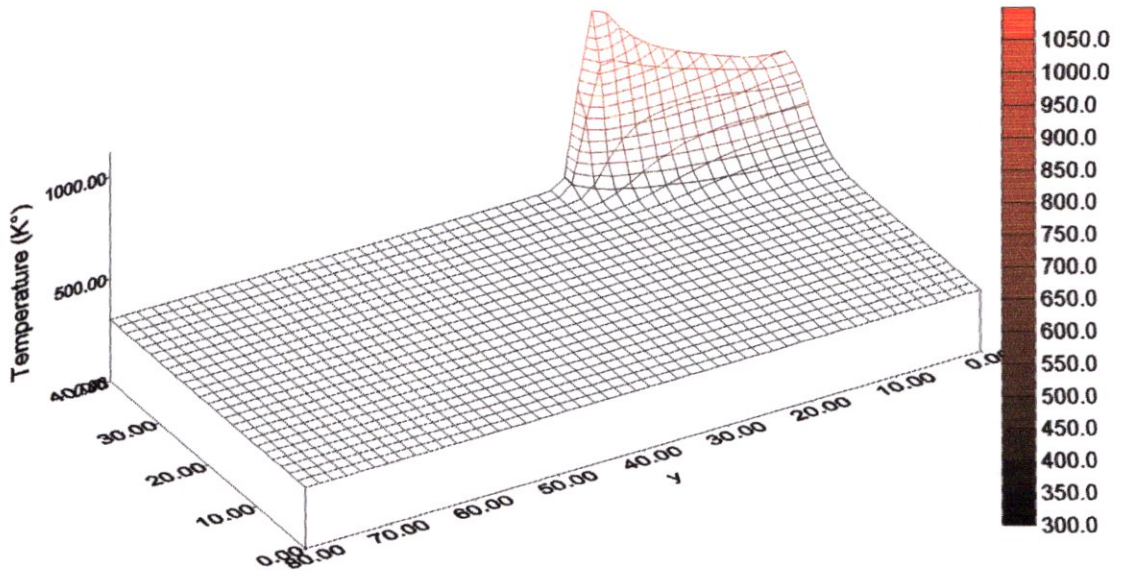


FIG V.8 - Répartition de champs thermique a  $t_0 = 30$ .



Pas du temps  $t_0 = 50$   
 Temps = 34.30 sec

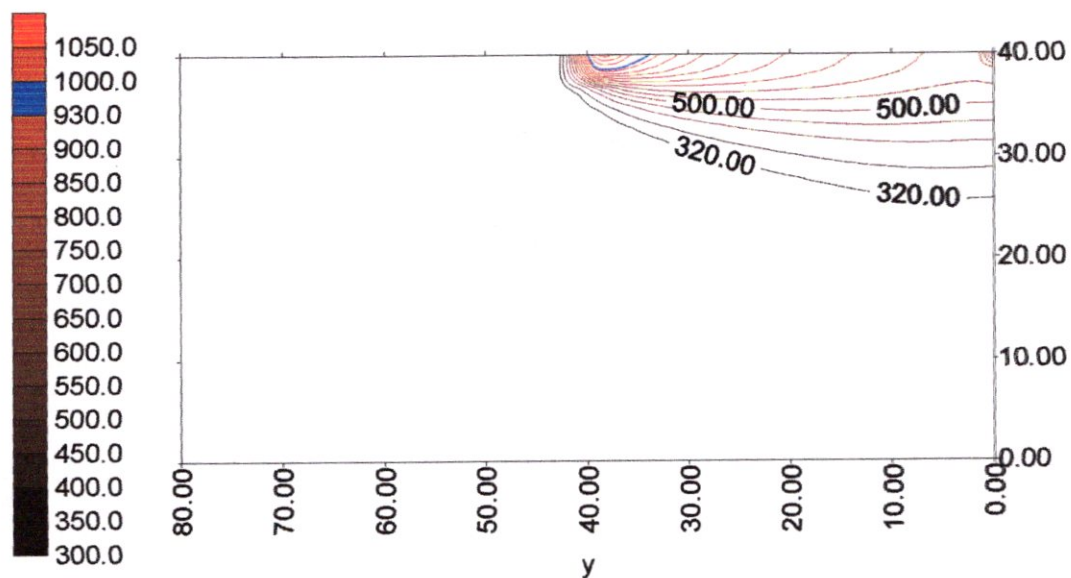


FIG V.9- Représentation des isothermes a  $t_0 = 50$ .

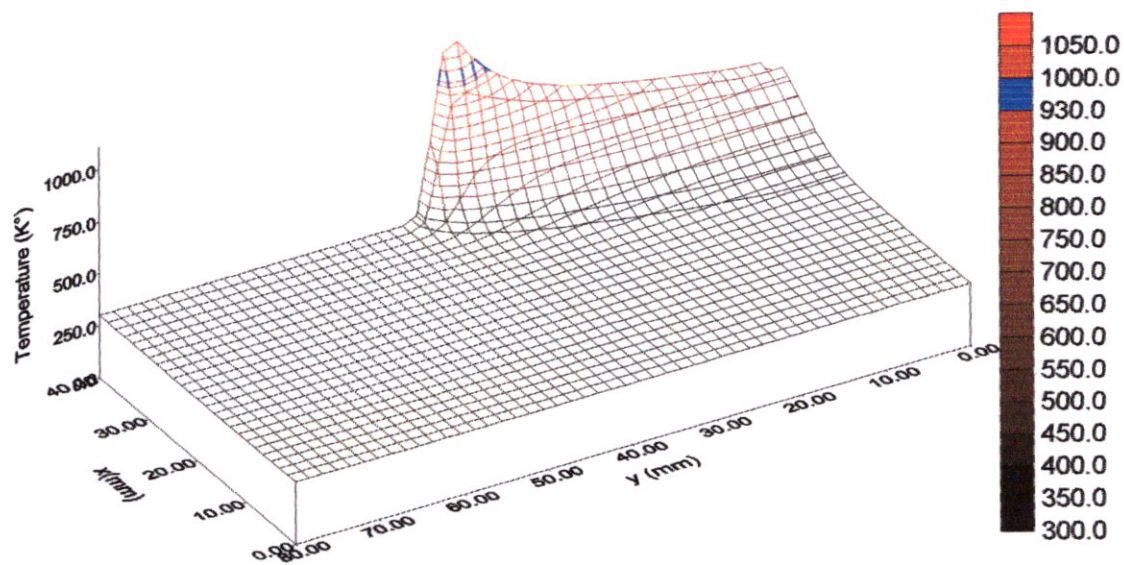


FIG V.10- Répartition de champs thermique a  $t_0 = 50$ .

Pas du temps  $t_0 = 70$   
 Temps = 48.02 sec

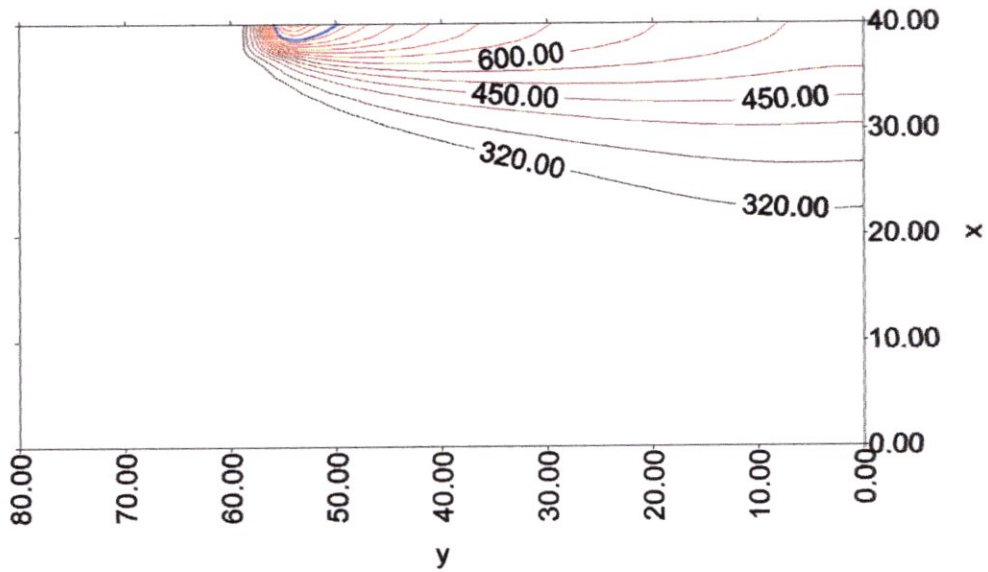


FIG V.11- Représentation des isothermes a  $t_0 = 70$ .

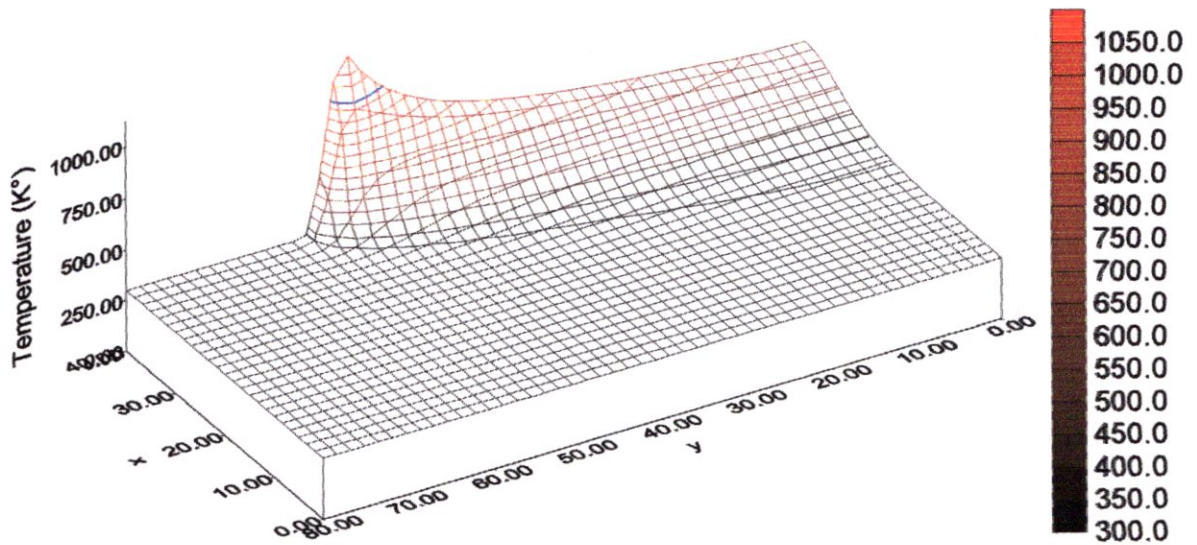


FIG V.12- Répartition de champs thermique a  $t_0 = 70$ .

Pas du temps  $t_0 = 80$   
 Temps = 54.88 sec

ZF (933°k): 2mm  
 ZAT (775°K) : 3mm

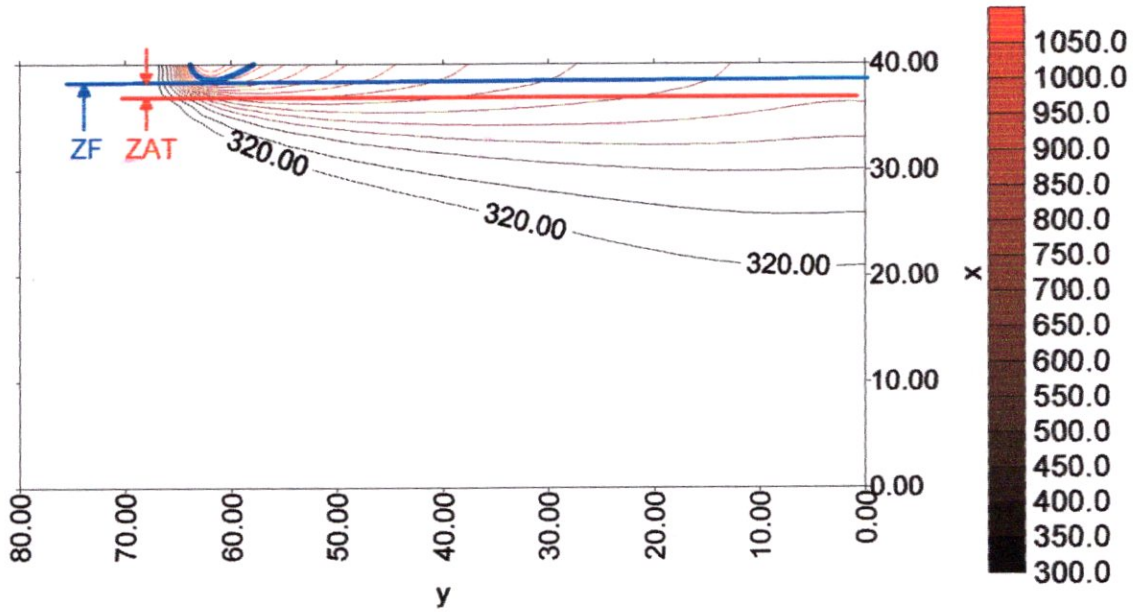


FIG V.13- Représentation des isothermes a  $t_0= 80$ .

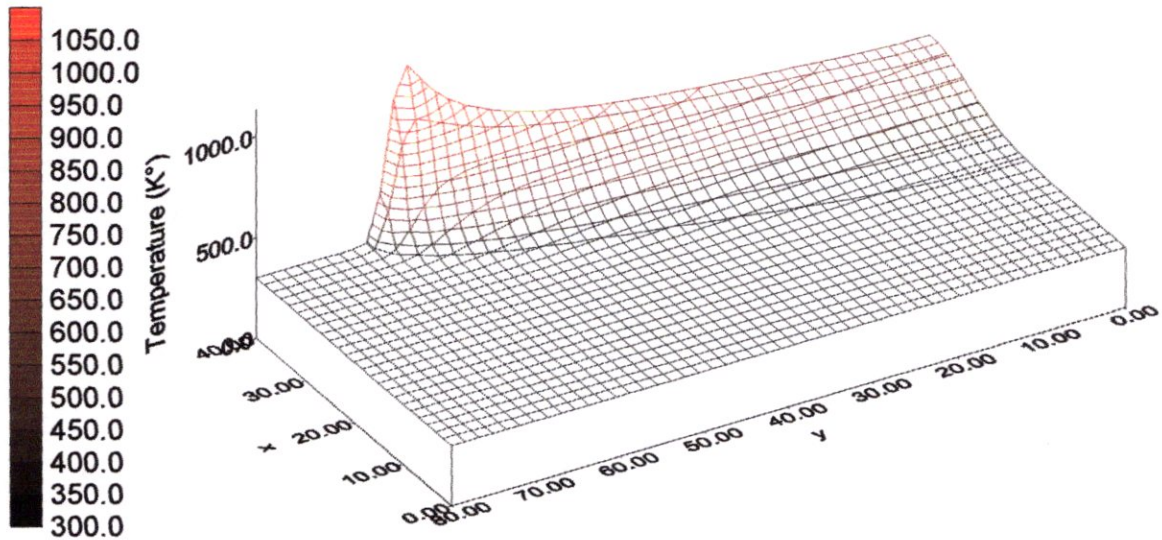
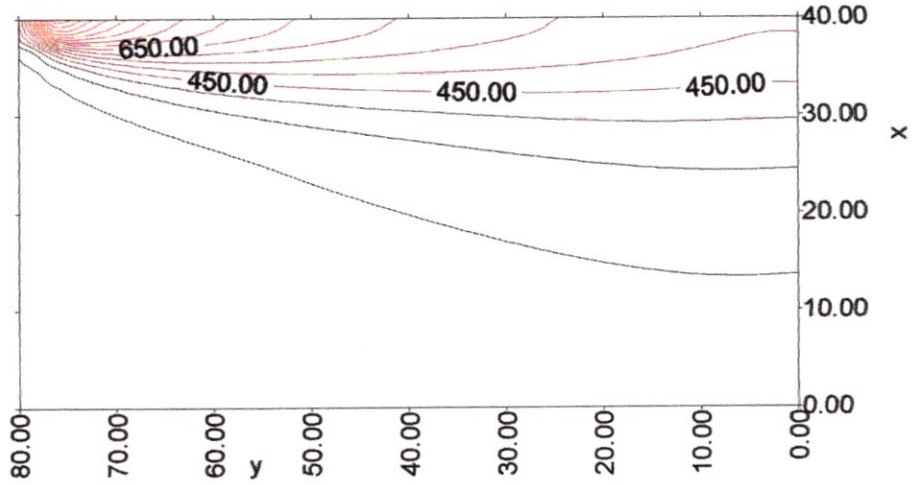


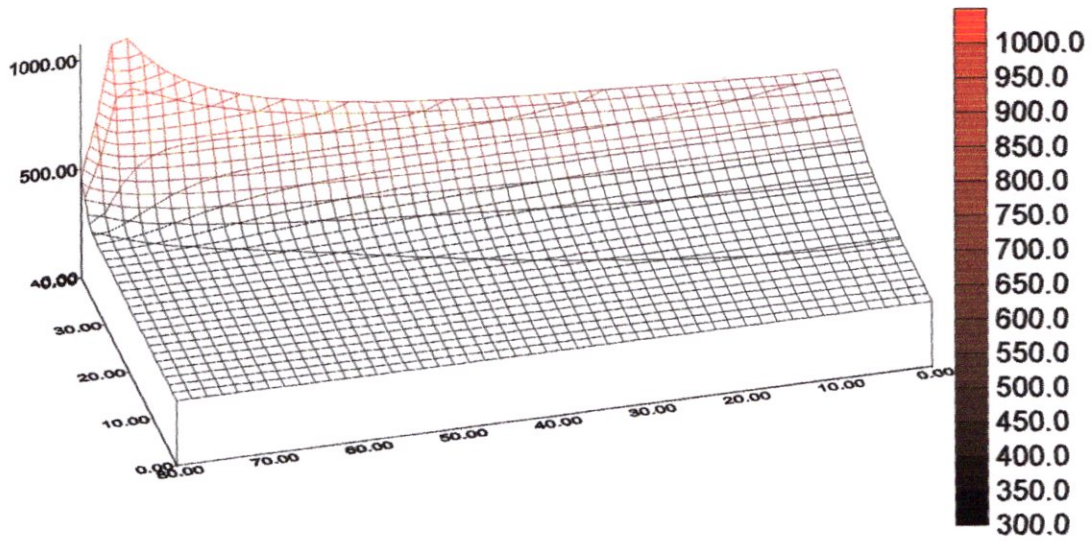
FIG V.14- Répartition de champs thermique a  $t_0= 80$ .



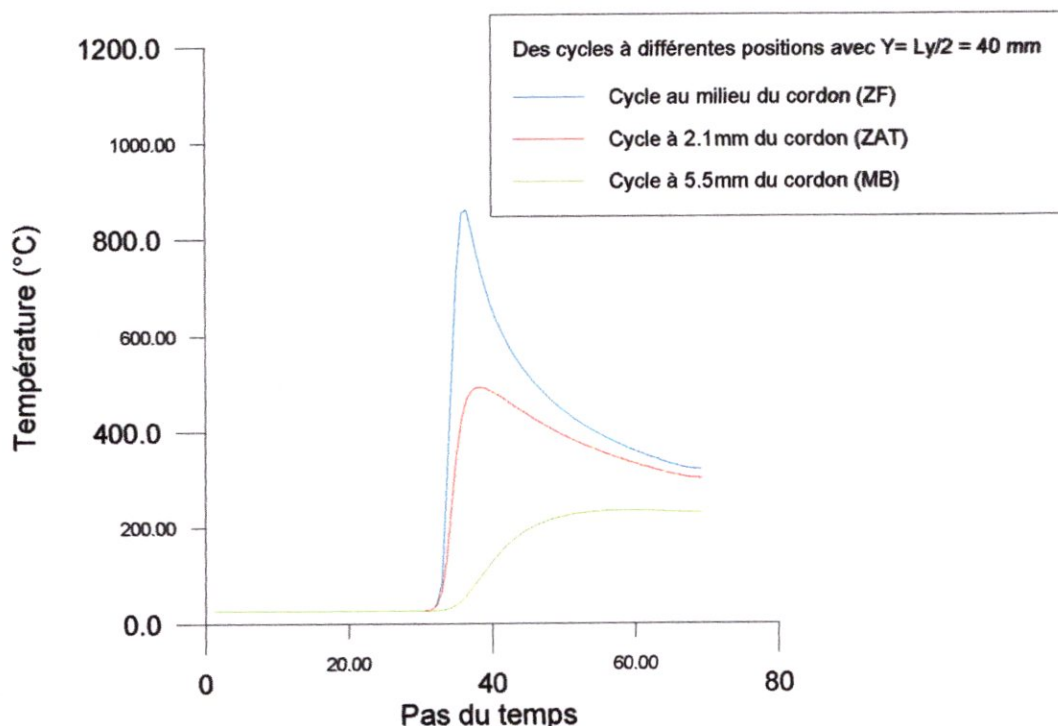
Pas du temps  $t_0 = 100$   
 Temps = 68.61 sec



**FIG V.15- Représentation des isothermes a  $t_0= 100$ .**



**FIG V.16- Répartition de champs thermique a  $t_0 = 100$ .**



**FIG V.17-Cycles thermiques aux différentes positions.**

La figure V.17 montre des cycles thermiques à différentes positions tel que le premier cycle correspond au point qui se situe au milieu du cordon.

On constate dans ce cycle un grand pic ( $\approx 860 \text{ }^\circ\text{C}$ ) vu que ce point se trouve au milieu de la zone fondue (surchauffé).

Le deuxième cycle correspond à un point qui se trouve à 2.1 mm du cordon.

On constate dans ce cycle un pic moins grand que le premier cycle ( $\approx 492 \text{ }^\circ\text{C}$ ) puisqu'il se trouve dans la zone affectée thermiquement (ZAT).

Le troisième cycle correspond à un point qui se trouve à 5.5 mm du cordon.

On constate pour ce cycle un pic beaucoup moins aigu que le précédent cycle ( $\approx 234 \text{ }^\circ\text{C}$ ) vu que son point de mesure se trouve dans le métal de base (MB), où il a subi un léger échauffement.

On remarque aussi que les pics sont écartés l'un de l'autre dans l'axe du temps, ceci est dû à l'effet du déplacement de la chaleur dans le sens transversal qui nécessite un certain temps pour son déplacement.

#### **c/ Comparaison des résultats :**

Les résultats qui ont été enregistrés expérimentalement au centre de soudage et contrôle (CSC, Alger, 2007) sont présentés dans la suite pour la comparaison.

La figure V.18 montre les différents thermocouples collés à la plaque A1 pour l'enregistrement de la température.

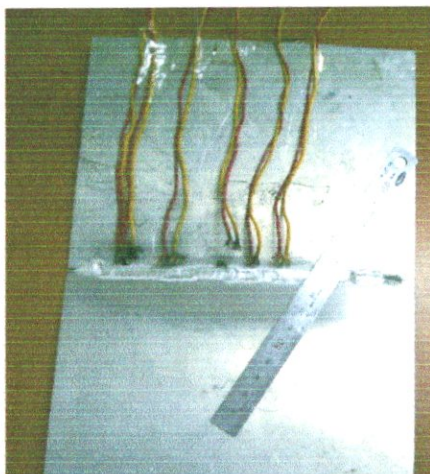


FIG V.18- thermocouples collés a la plaque.

La figure (V.19) représente les coordonnées de chaque thermocouple implanté dans la plaque. Les températures captés par chaque thermocouples sont tracés sur le graphe ci-dessous (figure V. 20).

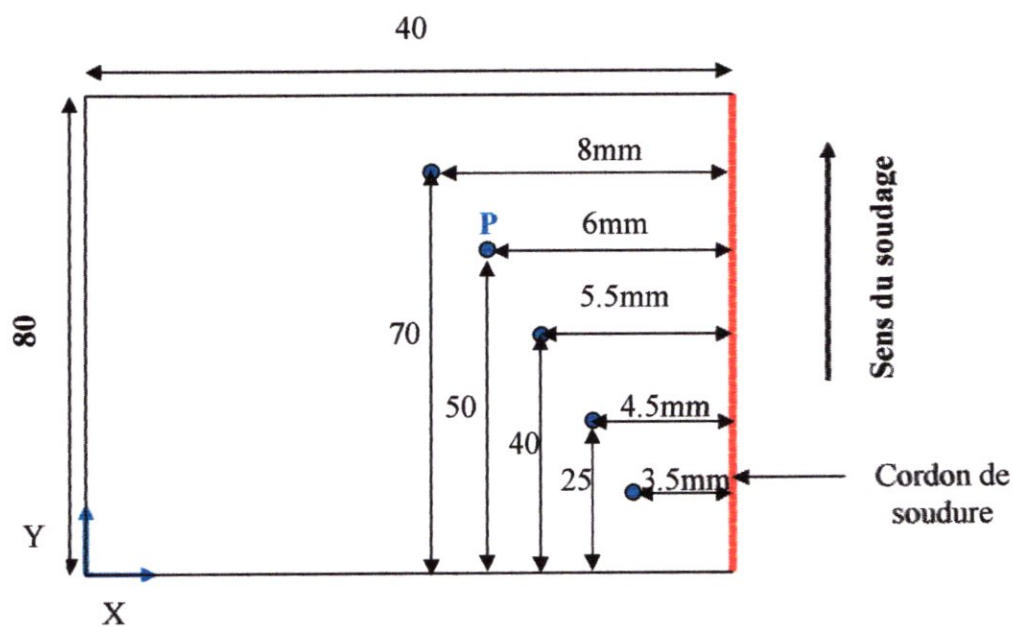


FIG V.19 -Position d'implantation des thermocouples de la tôle A1.



On constat que les pics des thermocouples sont écartés l'un par rapport a l'autre dans l'axe du temps a cause du déplacement de la chaleur dans le sens de soudage.

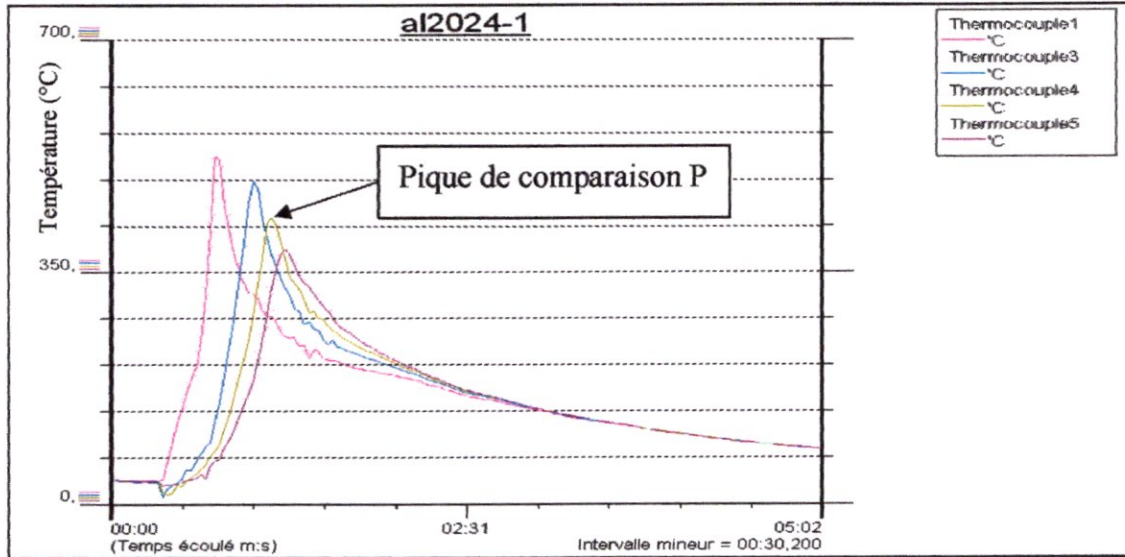


FIG V.20 -Cycle thermique capté par chaque thermocouple.

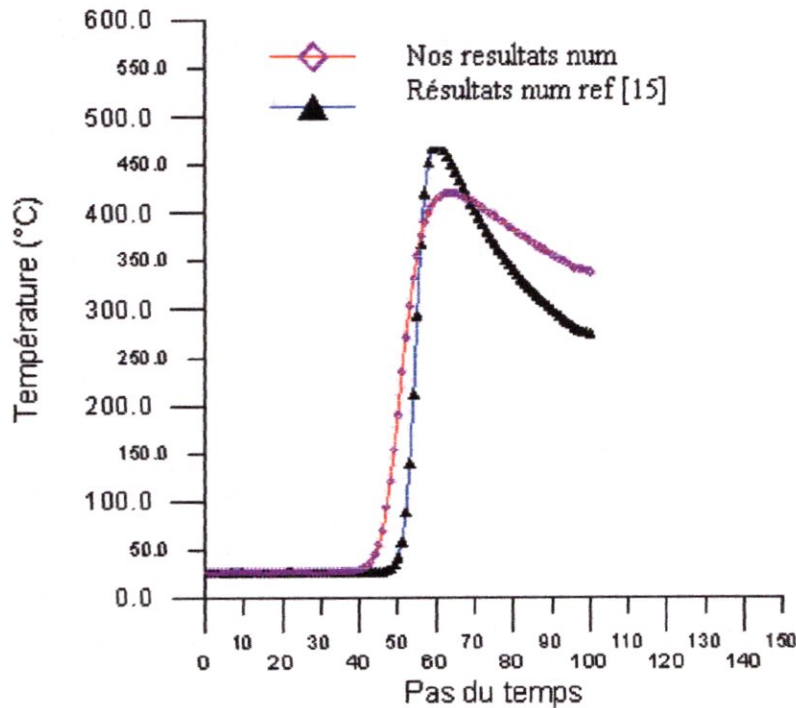


FIG V.21 -Comparaison entre deux cycles numériques.

La figure (V.21) montre une comparaison entre le cycle thermique déjà obtenu (référence [15] par la méthode des volumes finis) et nos résultats numériques.

On constat que nos résultats présentent une amélioration en comparant avec ceux de l'expérimental du point 4 (courbe verte) et ceux du référence [15] (courbe noir), tel que notre valeur du pique est de l'ordre de  $420\text{ }^{\circ}\text{C}$ , cependant l'expérience a donnée :  $430\text{ }^{\circ}\text{C}$  et la référence [15] :  $470\text{ }^{\circ}\text{C}$ ).

Cela, prouve que les résultats obtenus par la méthode des éléments finis sont bien meilleurs que ceux obtenus par la méthode des volumes finis.

### V-3-2/ Cordon courbé :

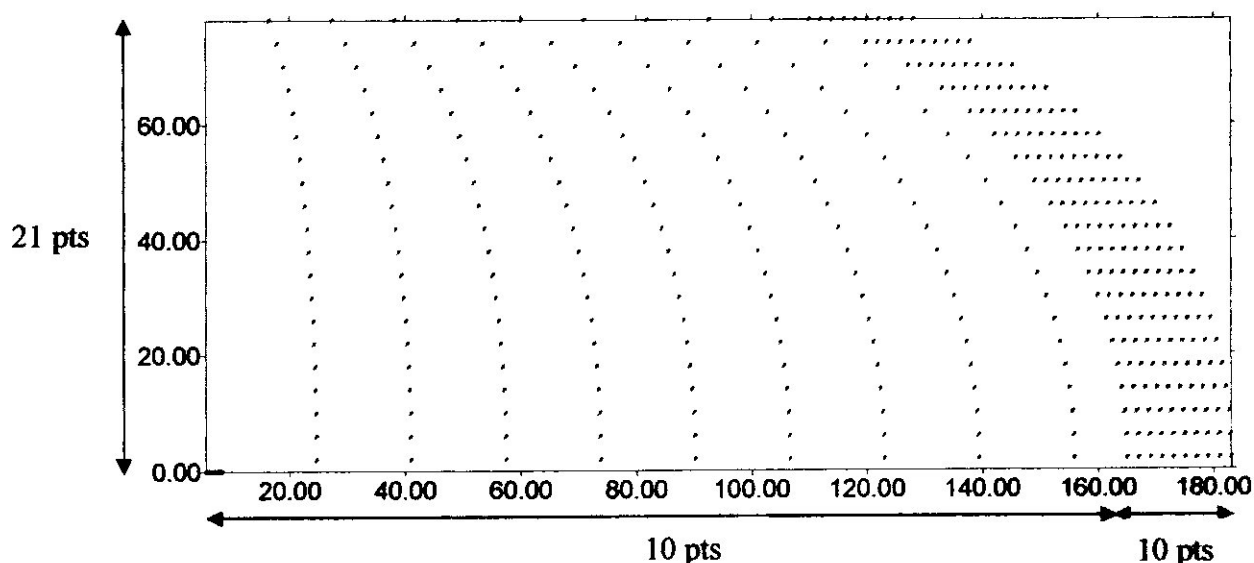
#### a/ Résultats du maillage :

De la même façon que le cordon rectiligne on a choisi un maillage et un pas temporel d'une manière optimale, où on a constaté une difficulté pour la génération et le traçage de maillage, ainsi qu'une difficulté majeure lors de l'exécution (problème de convergence).

La figure V-22 représente les points de calcul du maillage courbé de (10 + 10) points suivant l'axe (ox) et 21 points suivant l'axe (oy) pour la détermination des champs thermiques dans la deuxième plaque à chaque instant.

Donc : - Le nombre total de nœud est :  $(10 + 10) \times 21 = 420$  nœuds.

- Le nombre total d'élément est :  $(19 \times 20) = 380$  éléments.



**FIG V-22 - Discrétisation du maillage courbé des deux zones.**

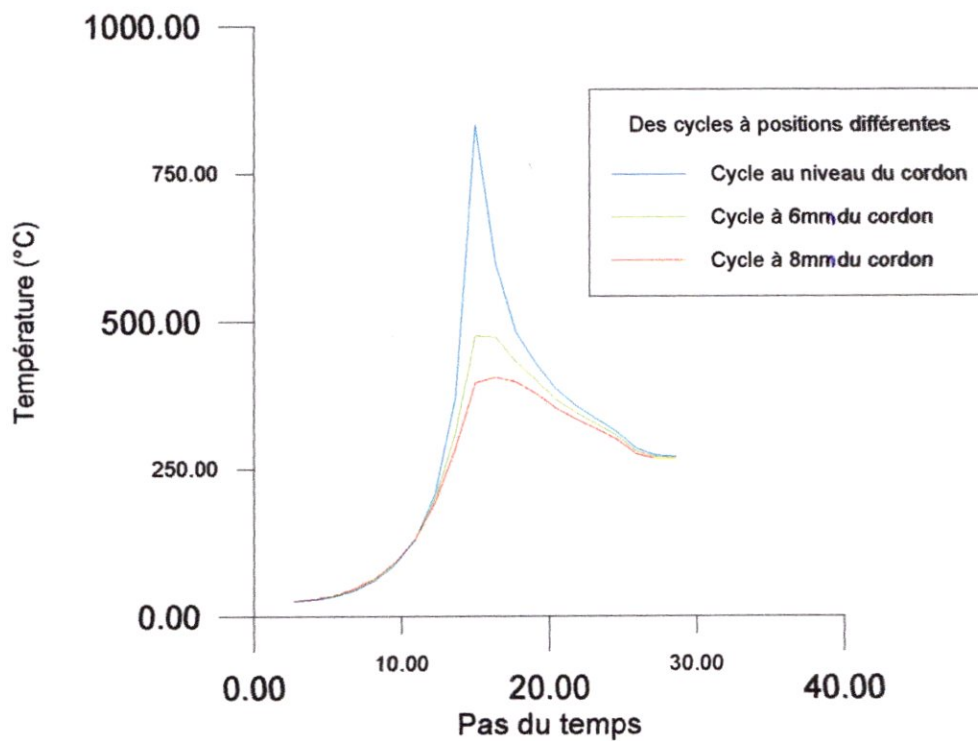
#### b/ Résultats numériques :

Les figures (V.25), (V.27), (V.29), (V.31), (V.13), et (V.15) représentent la répartition de la température par les contours isothermes dans la plaque, elles représentent aussi le

déplacement de la source de chaleur, en suivant la fonction de la ligne de soudage (courbé).

On remarque clairement que les contours isothermes sont plus denses en amont de la source de chaleur et elles sont de plus en plus dispersive au fur et à mesure qu'on s'éloigne de la source vers l'aval de la torche. Ceci peut être justifié par le fait que la chaleur a eu suffisamment de temps pour se propager par conduction dans les différentes directions de l'assemblage.

Mais en dehors de la zone maillée (points bleus), il n'y a pas de calcul mais le logiciel de graphisme montre certaines interpolations des isothermes qui ne sont pas considérables.

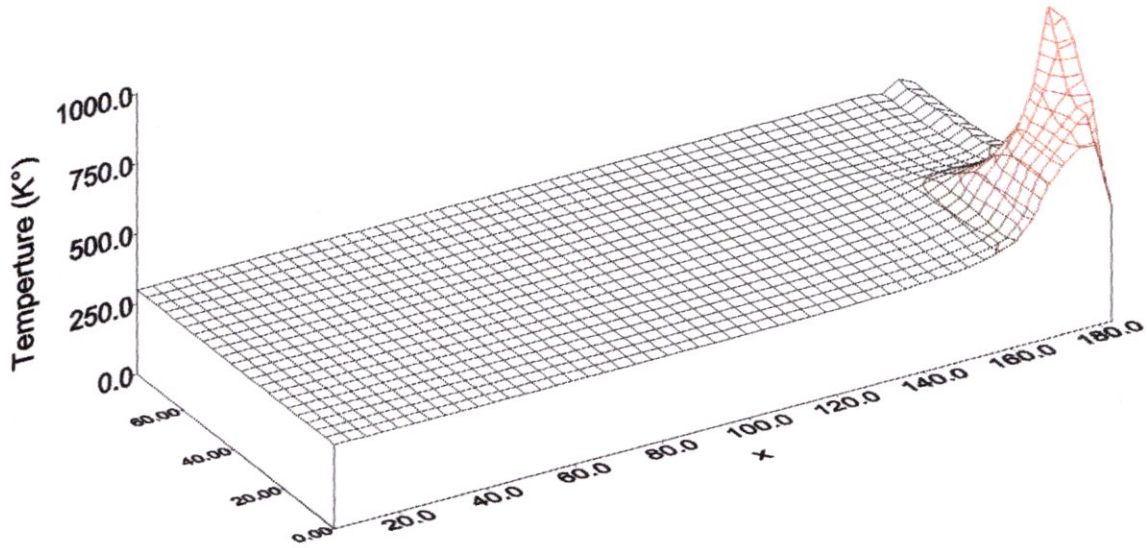


**FIG V.23-Cycles thermiques aux différentes positions.**

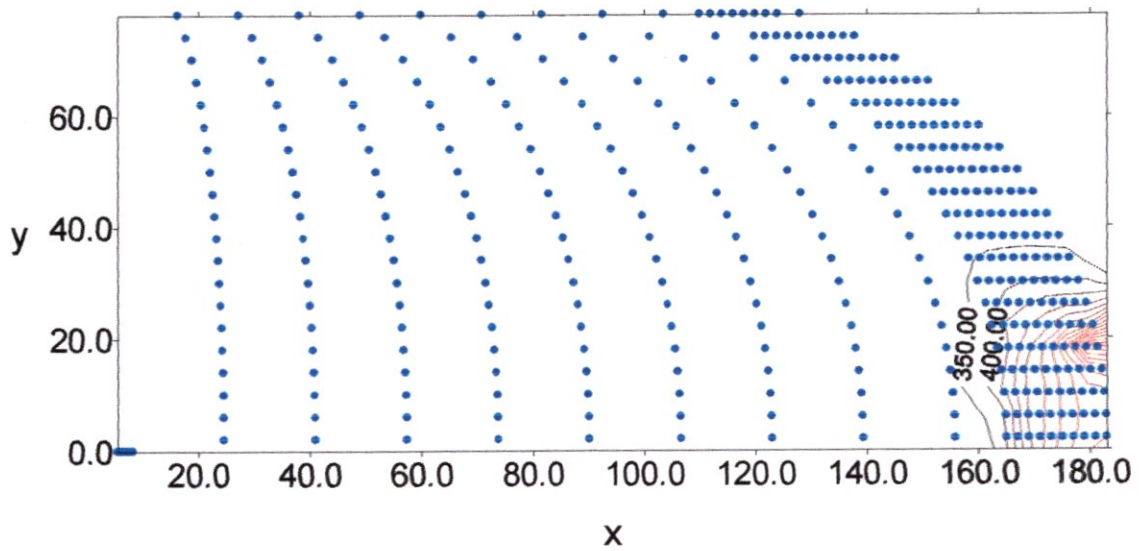
Les cycles thermiques de la figure V.23 montrent un échauffement rapide jusqu'au pic, en suite un refroidissement rapide (pour les pics élevés) suivi d'un autre, à une vitesse plus ou moins rapide en diminution vers les températures ambiantes.



Pas du temps  $t_0 = 5$   
 Temps = 3.43 sec



**FIG V.24- Répartition de champs thermique a  $t_0 = 5$ .**



**FIG V.25- Représentation des isothermes a  $t_0 = 5$  avec les nœuds de calcul.**

Pas du temps  $t_0=8$   
 Temps = 5.48 sec

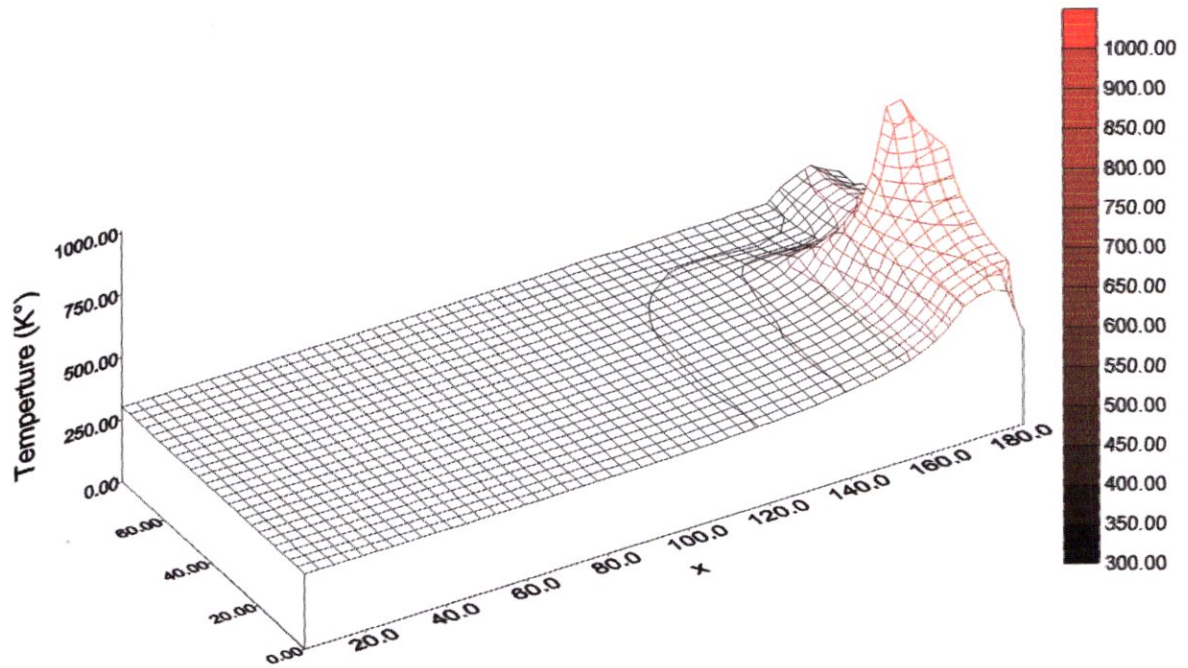


FIG V.26- Répartition de champs thermique a  $t_0=8$ .

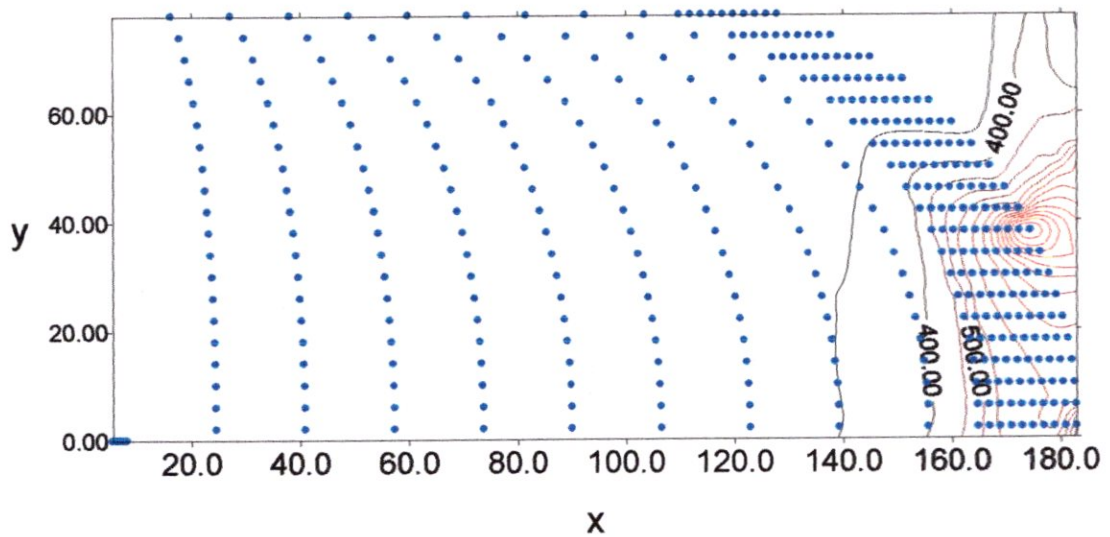


FIG V.27- Représentation des isothermes a  $t_0=8$  avec les nœuds de calcul.

Pas du temps  $t_0=10$   
 Temps = 6.86 sec

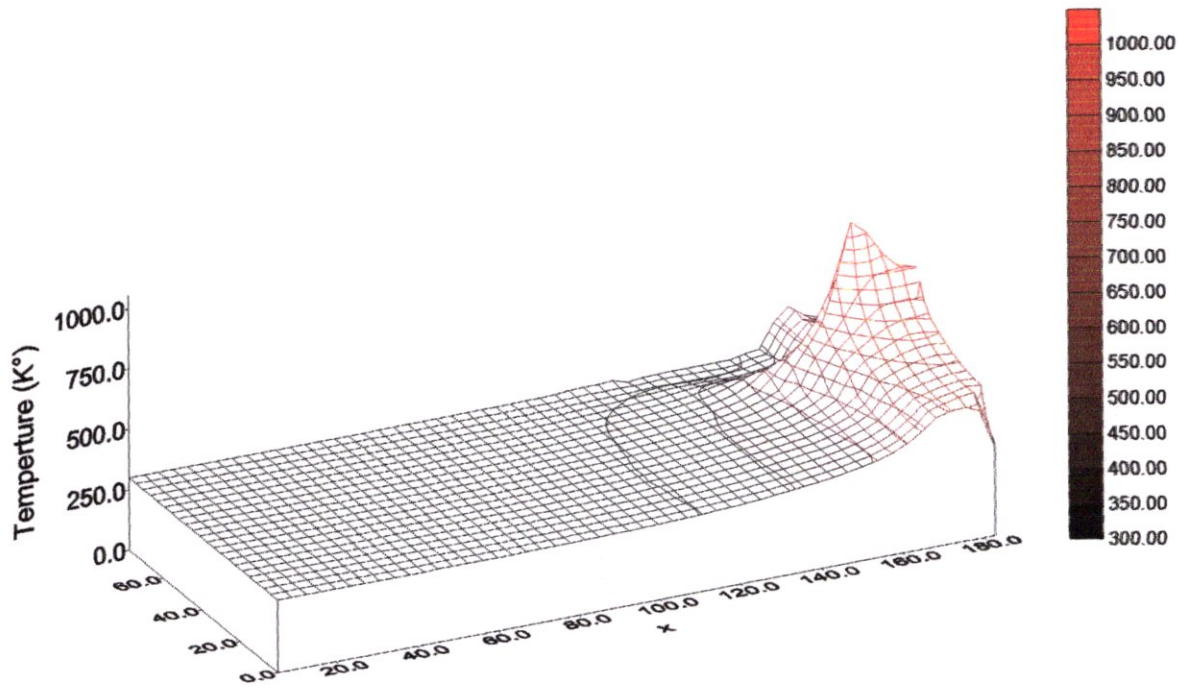


FIG V.28- Répartition de champs thermique a  $t_0=10$ .

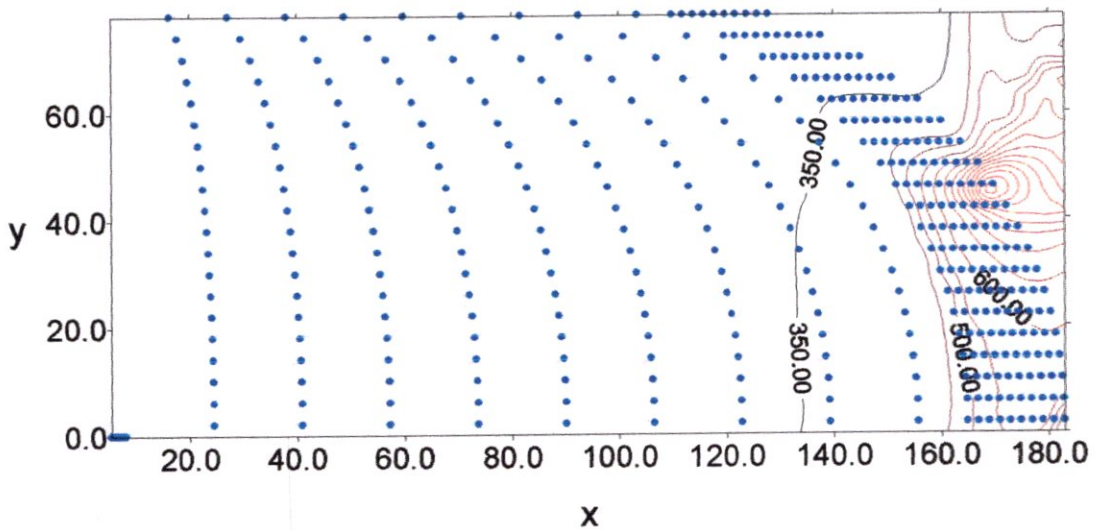
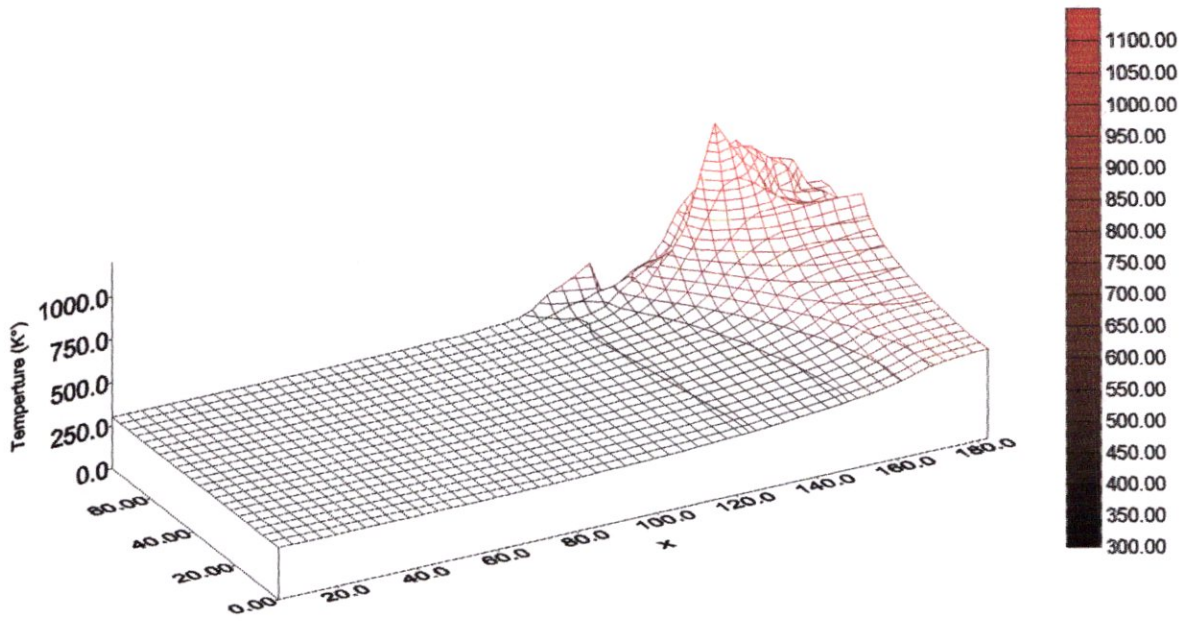


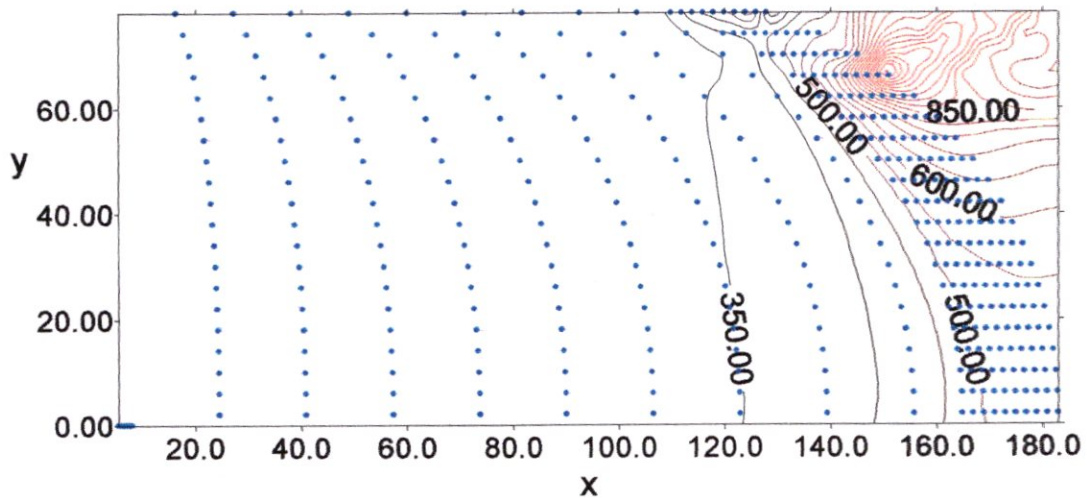
FIG V.29- Représentation des isothermes a  $t_0=10$  avec les nœuds de calcul.



Pas du temps  $t_0=17$   
 Temps = 11.66 sec



**FIG V.30- Répartition de champs thermique a  $t_0=17$ .**



**FIG V.31 - Représentation des isothermes a  $t_0=17$  avec les nœuds de calcul.**

## Conclusion Générale

L'objectif principal de notre travail était la simulation numérique du procédé de soudage TIG pour deux cordons de soudure de différentes formes, des tôles d'aluminium série 2024-T3 en utilisant la méthode des éléments finis. Tel qu'on a pris dans notre modélisation un bain de fusion de forme bi elliptique et avec des propriétés physiques du matériau dépendantes de la température.

On a constaté, après cette étude, que le soudage TIG réalise des assemblages de qualité, grâce à une très bonne protection gazeuse de la zone fondue et de l'arc, ainsi qu'à un bon rendement. Ce procédé connaît une large gamme d'utilisation tel que les industries aéronautique, chimique, pétrochimique, agroalimentaire ou nucléaire, mais cette excellence se fait au détriment de sa productivité et de cordon soudé fortement pénétrants, ceci mène dans des nombreux cas, à usiner les bords à souder et à effectuer plusieurs passes avec métal d'apport pour réaliser le cordon souhaité.

Ce travail nous a permis de modéliser un problème thermique de soudage par la méthode des éléments finis où on a programmé la méthode de KHALETSKY (méthode directe) qui permet de résoudre le système algébrique obtenu après la discrétisation par la méthode des éléments finis. Ainsi que, on a utilisé un stockage "type diagonal" de la matrice de rigidité dans un vecteur pour gagner un espace de mémoire et alléger les calculs.

Nos résultats montrent des champs thermiques et des isothermes aux plusieurs instants pour les deux formes de cordon traité (cordon rectiligne et cordon courbé), où on constate une répartition de la température sur toute la plaque soudé qui montre les pics de température et la position de l'arc à chaque instant. Tandis que les isothermes montrent des lignes condensées en amont de source et ils sont de plus en plus écartés en aval.

On a remarqué que nos résultats numériques illustrent une amélioration par rapport à la référence.

## Conclusion

---

On peut conclure que les températures atteignent leur pique lors du passage de la source de chaleur plus précisément dans les points situés au centre de la source. Et au fur et à mesure qu'on s'éloigne de la source de la chaleur, la température diminue d'une manière rapide, ensuite un refroidissement plus au moins plus lent, qui est prouvé par le cycle thermique.

En perspective, On propose une simulation du même procédé en utilisant la méthode des éléments finis, avec d'autres formes de cordon de soudure et d'autres matériaux.



# Liste des références

- [1] : R.Varizllag “Soudage : élément de conception et de réalisation“ 2<sup>ème</sup> édition DUNOD 1987.
- [2] : ROLAND. CASES Soudage a l’arc,“Technique d’ingénieur 2000“ partie B7730.
- [3] : PIERRE DAIGLE Le procédé T.I.G, Centre de formation professionnelle de l’outawais.
- [4] : Yves Jannot “Cours de transfert thermique“, année 2003 (Internet)
- [5] : <http://fr.wikipedia.org/wiki/Aluminium>.
- [6] : [http://foxpapa.com/article.php3?id\\_article=536&var\\_recherche=Aluminium](http://foxpapa.com/article.php3?id_article=536&var_recherche=Aluminium).
- [7] : R.BAUS, W.Chapeau “Application du soudage à la construction”.éditeur Eyrolles N°3343, 3<sup>ème</sup> trimestre 1979.
- [8] : M.AISSANI, H.MAZA et BELKASSA: “Simulation du phénomène transitoire du transfère de chaleur lors du soudage TIG des tôles minces et pipelines avec confrontation expérimentale”. J.phys. IV.France 124 (2005), pp 213-220.
- [9] : M.AISSANI, H.MAZA et B.BELKASSA et Y. BENKHEDA: «Calcul théorique d’énergie par un modèle de source a distribution gaussienne du soudage TIG des tôles minces d’acier austénitique 304 la méthode des éléments finis».proceeding du 5<sup>ème</sup> journée de mécanique D’EMP Le 23-28/03/2006.(Bordjel-Bahri. Alger).
- [10] : M. Choi -R. Greif and M. Salcudean “A study of the heat transfer during arc welding wich applications to pure metals or alloys and low or high boiling temperature materials “. Numerical heat transfer, Vol 11, pp.477-489, (1987).
- [11] : ROSENTHAL .D: “Mathematical theory of heat distribution during welding and cutting”, Welding Journal (1947), 20May, PP.220\_s to 234\_s.
- [12] : EGAR. T.W and TSAI.N.S.J “Temperature fields produced by travelling distributed heat source “welding journal 1983 62/ 12, pp. 220\_s to 234\_s.
- [13] : ROGER DEVELAY “Données numériques sur l’aluminium non allié”, Technique d’ingénieur - partie M443.
- [14] : M.AISSANI “Calcul des paramètres d’écoulement dans les conduites à sections complexes par la méthode des éléments finis“, Thèse de magister, D.A.B, Algérie,juillet 2002.
- [15] : S BENAZZOUZ, R OUCHEBER “ Etude de l’effet de l’inclinaison d’une soudure par TIG sur la répartition du champ thermique d’un assemblage en matériaux aéronautique“ Mémoire de fin d’étude, Département d’aéronautique, université de Blida (juin 2006).