

**UNIVERSITE SAAD DAHLEB DE BLIDA**

Faculté de Technologie

Département de Génie Civil

# **MEMOIRE DE MAGISTER**

Spécialité : Construction

## **ANALYSE GLOBALE DES PRESSIONS SUR LES MURS RIGIDES DE SOUTÈNEMENT PAR LA METHODE DES CARACTERISTIQUES DE CONTRAINTES**

Par

**MEKNACHI Mustapha**

Devant le jury composé de :

Z.ZITOUNI	Maître de conférence, U. de Blida	Président
M A.HAMADOUCHE	Maître de conférence, U. de Boumerdes	Examineur
K.GRINE	Maître de conférence, U. de Blida	Examineur
A.BOUAFIA	Professeur, U. de Blida	Rapporteur

Blida, Septembre 2012

## RESUME

Le calcul et la conception des murs rigides de soutènement doit tenir compte du risque de rupture du sol en remblai ou en déblai, suite aux différents modes de mouvement du mur. Des études récentes ont démontré la possibilité de modélisation du problème de réponse de l'ensemble mur rigide-remblai par éléments finis. Le sujet se propose d'analyser la pression globale agissant sur le mur. L'étude du problème en déformations planes se fait par le biais de la méthode des caractéristiques de contraintes. Un programme en Fortran est écrit pour la mise au point d'une méthode de calcul globale des coefficients de poussée. Une étude paramétrique est menée en analysant l'influence du chargement et des caractéristiques géotechniques ainsi que des caractéristiques géométriques sur cette pression.

**Mots-Clefs :** Mur de soutènement, Méthode des caractéristiques de contrainte, Coefficient de poussée/butée, Fortran.

## ABSTRACT

The calculation and design of rigid retaining walls must consider the risk of soil failure in embankment or excavation, due to different modes of wall movement. Recent studies have demonstrated the possibility of modeling the response problem of all rigid-wall embankment using finite elements. The subject is to analyze the overall pressure acting on the wall. The study of the problem in plane strain is through the method of characteristics of constraints. A Fortran program is written for the development of a method for calculating overall thrust coefficients. A parametric study is conducted by analyzing the influence of loading and geotechnical characteristics and geometric characteristics of this pressure.

**Key words:** Retaining wall, method of stress characteristics, coefficient of thrust / stop, Fortran.

يجب أن حساب وتصميم جامد الجدران الاستنادية النظر في مخاطر الفشل في التربة جسر أو حفر، ويرجع ذلك إلى أنماط مختلفة من حركة جدار. وقد أظهرت الدراسات الحديثة إمكانية نمذجة مشكلة استجابة من جميع جسر جامد الجدران باستخدام العناصر المحدودة. هذا الموضوع هو تحليل شامل ضغط تعمل على الحائط. دراسة مشكلة في سلالة الطائفة من خلال الأسلوب من الخصائص من القيود. يتم كتابة برنامج فورتران لتطوير طريقة لحساب معاملات التوجه العام. وأجريت دراسة بارامترية من خلال تحليل تأثير خصائص التحميل والجيوتقنية والخصائص الهندسية لهذا الضغط.

مفتاح الكلمات: الإبقاء على الجدار، وطريقة خصائص الإجهاد، ومعامل الدفع / توقف، فورتران.

## REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier tout d'abord Dieu tout puissant pour m'avoir préservé, donné la santé et guidé vers la connaissance et le savoir.

Je remercie vivement mes parents et mes frères pour leur soutien et leur encouragement.

Je tiens à adresser tous mes sincères remerciements et profondes reconnaissances à mon promoteur Dr Ali BOUAFIA pour ses conseils et sa patience pour que je puisse arriver au terme de mon mémoire.

Toute ma reconnaissance aux membres de jury pour l'honneur et l'intérêt qu'ils m'ont accordé en acceptant d'évaluer ce travail.

J'exprime ma profonde gratitude et mes remerciements aux enseignants de la graduation et post – graduation pour toutes informations reçues durant les années d'études et qu'ont contribué à ma formation. Je remercie également Dr Z. ZITOUNI et Dr K. GRINE.

Mes remerciements à mon ami et mon frère M. KHOUAOUCI qui a vraiment m'aider et donné beaucoup de leur temps.

Je tiens enfin de remercier mes collègues et mes amis du LHCC Rouïba et plus particulièrement Mr MAKBOUL et mon frère Ali TAZEROUTI pour leurs soutiens et leurs encouragements.

Une pensée sincère à mes amis de la promotion.

## LISTE DES ILLUSTRATIONS GRAPHIQUES ET TABLEAUX

Figure 1.1 : Exemples de murs fonctionnant par poids	13
Figure 1.2 : Exemples de murs fonctionnant par encastrement	13
Figure 1.3 : Exemples de murs fonctionnant par ancrage	13
Figure 1.4 : Mobilisation des pressions en fonction du déplacement	16
Figure 1.5 : Evolution des cercles de Mohr en cas de poussée et de butée	16
Figure 1.6 : Equilibre du coin de COULOMB	17
Figure 1.7 : Equilibre d'un coin quelconque	19
Figure 1.8 : Equilibre de poussée et de butée de RANKINE	20
Figure 1.9 : Diagramme de poussée sur l'écran	22
Figure 1.10 : Cercle de Mohr de poussée et butée pour un sol purement frottant	23
Figure 1.11 : Cercle de poussée et butée pour un sol purement cohérent	24
Figure 1.12 : Cercle de Mohr de poussée et butée pour un sol cohérent et frottant	24
Figure 1.13 : Schémas des coins de poussée et de butée	26
Figure 1.14 : Equilibre de BOUSSINESQ et de RANKINE	27
Figure 1.15 : Pressions des terres exercées sur le mur	33
Figure 1.16 : Surcharges verticales en surface	35
Figure 1.17 : Schéma de calcul de la pression d'un sol purement cohérent	36
Figure 1.18 : systèmes courants de drainage d'un mur de soutènement	38
Figure 2.1 : forces du volume dues à la gravité dans un plan $(x, z)$	47
Figure 2.2 : Représentation de l'état de contrainte d'un point $M(x, z)$	49
Figure 2.3 : Les caractéristiques d'un point P en intersection des lignes de glissements	50
Figure 2.4 : Problème de Cauchy	54
Figure 2.5 : Problème de Goursat	55
Figure 2.6 : Problème mixte	56

Figure 2.7 : Représentation de Mohr-Coulomb d'un milieu purement cohérent	61
Figure 2.8 : Cercle de Mohr pour une facette donnée	61
Figure 2.9 : Représentation des contraintes sur le cercle de Mohr	62
Figure 2.10 : Massif du sol uniformément chargé en équilibre limite	64
Figure 2.11 : Les lignes de glissement sous forme des arcs de cycloïdes	68
Figure 2.12 : Forces du volume dans un plan	72
Figure 2.13 : Calcul des caractéristiques d'un point en intersection des deux lignes de glissements distinct	73
Figure 2.14 : Représentation spatiale des nœuds	75
Figure 2.15 : Massif du sol non pesant en état d'équilibre limite actif sous un chargement uniformément croissant	76
Figure 2.16 : Représentation de la zone en état d'équilibre dans le plan ( $\xi, \eta$ )	77
Figure 2.17 : Représentation des lignes caractéristiques de la zone en équilibre limite actif	78
Figure 2.18 : Massif du sol non pesant en état d'équilibre limite passif sous un chargement uniformément croissant	79
Figure 2.19 : Représentation de la zone en état d'équilibre passif dans le plan ( $\xi, \eta$ )	79
Figure 2.20 : Représentation des lignes caractéristiques de la zone en équilibre limite passif	80
Figure 3.1 : Schéma de calcul du problème	82
Figure 3.2 : Lignes caractéristiques des zones active et passive	85
Figure 3.3 : Schémas de rupture à trois zones	85
Figure 3.4 : Schéma général de calcul	86
Figure 3.5 : Représentation des trois zones dans le plan ( $\xi, \eta$ )	87
Figure 3.6 : Lignes de glissement des trois zones active, passive et de transition	88
Figure 3.7 : Schéma de dépliage dans le plan ( $\xi, \eta$ )	88
Figure 3.8 : Schéma de dépliage dans le plan ( $i, j$ ) avec le sens de calcul	91
Figure 3.9 : Schéma de Cauchy	95
Figure 3.10 : Schéma de Goursat	95
Figure 3.11 : Schéma mixte	96
Figure 3.12 : Pression due à la surcharge $q$ sur un mur vertical	104
Figure 3.13 : Pression due à la surcharge $q$ sur un mur incliné	105
Figure 3.14 : Pression due à la surcharge $q$ appliquée sur une surface inclinée du remblai	106
Figure 3.15 : Pression due au poids des terres sur un mur vertical	107

Figure 3.16 : Pression agissant le long du mur par la méthode de Caquot-Kérisel et le programme ( $\lambda = 0, \alpha = 0, \varphi = 30^\circ, \delta_2/\varphi = 2/3, \gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ )	108
Figure 3.17 : Pression due au poids des terres sur un mur incliné	108
Figure 3.18 : Pression agissant le long du mur par la méthode de Caquot-Kérisel et le programme ( $\lambda = -10, \alpha = 0, \varphi = 30^\circ, \delta_2/\varphi = 0, \gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ )	109
Figure 3.19 : Pression due au poids des terres d'un massif du sol incliné de $\alpha$ par rapport à l'horizontal	110
Figure 3.20 : Pression agissant le long du mur par la méthode de Caquot-Kérisel et le programme ( $\lambda = 0, \alpha = 10, \varphi = 25^\circ, \delta_2/\varphi = 1, \gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ )	111
Figure 3.21 : La pression P exercée sur le mur pour un sol purement cohérent ( $\lambda = 0, \alpha = 0^\circ, \gamma = 20 \text{ kN/m}^3, q = 50 \text{ kPa}, C_u = 100 \text{ kPa}$ )	113
Figure 4.1 : Schéma indiquant les paramètres du problème	116
Figure 4.2 : $K_a$ pour un sol argileux ( $\lambda = 0, \alpha = 0, \delta_2/\varphi = 0$ )	117
Figure 4.3 : $K_a$ pour un sol argileux ( $\lambda = -5^\circ, \alpha = 0, \delta_2/\varphi = 0$ )	117
Figures 4.4 : $K_a$ pour un sol cohérent ( $\lambda = -15^\circ, \alpha = 5^\circ$ )	118
Figure 4.5 : $K_a$ pour un sol cohérent ( $\lambda = -5^\circ, \alpha = 0^\circ$ )	119
Figures 4.6 : $K_a$ pour un sol sableux lâche ( $\lambda = 0^\circ, \alpha = 5^\circ$ )	121
Figures 4.7 : $K_a$ pour un sol sableux lâche ( $\lambda = -5^\circ, \alpha = 0^\circ$ )	122
Figures 4.8 : $K_a$ pour un sol sableux moyennement dense ( $\lambda = -10, \alpha = 5^\circ$ )	123
Figures 4.9 : $K_a$ pour un sol sableux moyennement dense ( $\lambda = -15, \alpha = 0^\circ$ )	124
Figures 4.10 : $K_a$ pour un sol sableux dense ( $\lambda = -15^\circ, \alpha = 10^\circ$ )	125
Figures 4.11 : $K_a$ pour un sol sableux dense ( $\lambda = -20^\circ, \alpha = 5^\circ$ )	126
Figure 4.12 : Exemple de calcul	126
Figure 4.13 : Diagramme de la composante normale des pressions globales le long du mur	128
Figure 4.14 : Diagramme de la composante normale des pressions dues au poids des terres	129

Figure 4.15 : Diagramme de la composante normale des pressions dues à la surcharge uniforme $q$	130
Figure 4.16 : Diagramme de la composante normale des pressions dues à la cohésion	131
Figure 4.17 : Diagramme de la composante normale des pressions globales après superposition des effets le long du mur	131

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1.1 : Expressions des contraintes actives et passives pour les différents types du sol	26
Tableau 3.1 : Pression appliquée sur le mur calculée à l'aide du programme et par la formule de Sokolovski ( $\lambda = 0, \alpha = 0, \varphi = 30^\circ, \delta_2/\varphi = 2/3, q = 50 \text{ kPa}$ )	104
Tableau 3.2 : Pression appliquée sur le mur calculée à l'aide du programme et par la formule de Sokolovski ( $\lambda = -10, \alpha = 0, \varphi = 35^\circ, \delta_2/\varphi = 1, q = 40 \text{ kPa}$ )	105
Tableau 3.3 : Pression appliquée sur le mur calculée à l'aide du programme et par la formule de Sokolovski ( $\lambda = 0, \alpha = 10, \varphi = 30^\circ, \delta_2/\varphi = 0, q = 50 \text{ kPa}$ )	106
Tableau 3.4 : Pression appliquée sur le mur calculée à l'aide du programme et par la formule de Caquot – Kérisel ( $\lambda = 0, \alpha = 0, \varphi = 30^\circ, \delta_2/\varphi = 2/3, \gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ )	107
Tableau 3.5 : Pression appliquée sur le mur calculée à l'aide du programme et par la formule de Caquot – Kérisel ( $\lambda = -10^\circ, \alpha = 0, \varphi = 30^\circ, \delta_2/\varphi = 0, \gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ )	109
Tableau 3.6 : Pression appliquée sur le mur calculée à l'aide du programme et par la formule de Caquot – Kérisel ( $\lambda = 0, \alpha = 10^\circ, \varphi = 25^\circ, \delta_2/\varphi = 1, \gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ )	110
Tableau 3.7 : Pression appliquée sur le mur calculée à l'aide du programme et par la formule de Rankine pour un sol purement cohérent	112
Tableau 4.1 : Valeur de $K_a$ pour un sol argileux ( $\lambda = 0, \alpha = 0, \delta_2/\varphi = 0$ )	116
Tableau 4.2 : Valeur de $K_a$ pour un sol argileux ( $\lambda = -5^\circ, \alpha = 0, \delta_2/\varphi = 0$ )	117
Tableau 4.3 : Valeur de $K_a$ pour un sol cohérent ( $\lambda = -15^\circ, \alpha = 5^\circ$ )	118

Tableau 4.4 : Valeur de $K_a$ pour un sol cohérent ( $\lambda = -5^\circ$ , $\alpha = 0^\circ$ )	119
Tableau 4.5 : Valeur de $K_a$ pour un sol sableux lâche ( $\lambda = 0^\circ$ , $\alpha = 5^\circ$ )	120
Tableau 4.6 : Valeur de $K_a$ pour un sol sableux lâche ( $\lambda = -5^\circ$ , $\alpha = 0^\circ$ )	121
Tableau 4.7 : Valeur de $K_a$ pour un sol sableux moyennement dense ( $\lambda = -10$ , $\alpha = 5^\circ$ )	122
Tableau 4.8 : Valeur de $K_a$ pour un sol sableux moyennement dense ( $\lambda = -15$ , $\alpha = 0^\circ$ )	123
Tableau 4.9 : Valeur de $K_a$ pour un sol sableux dense ( $\lambda = -15^\circ$ , $\alpha = 10^\circ$ )	124
Tableau 4.10 : Valeur de $K_a$ pour un sol sableux dense ( $\lambda = -20^\circ$ , $\alpha = 5^\circ$ )	125
Tableau 4.11 : Pressions globales le long du mur calculées par le programme	127
Tableau 4.12 : Composante normale des pressions calculées	127
Tableau 4.13 : Pression due au poids des terres	129
Tableau 4.14 : Pression due à la cohésion du sol	130
Tableau 4.15 : Pression globales calculées par superposition des effets	131

## TABLE DES MATIERES

RESUME

REMERCIEMENTS

LISTE DES TABLEAUX ET FIGURES

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION GENERALE 10

1. ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

1.1. Introduction 12

1.2. Comportement statique des murs rigides 14

1.3. Méthodes classiques de calcul des murs rigides de soutènement 17

1.4. Calcul des écrans par la méthode des caractéristiques de contrainte 30

1.5. Calcul pratique des coefficients de poussée et de butée 31

2. PRESENTATION DE LA METHODE DES CARACTERISTIQUES DE

CONTRAINTES

2.1. Introduction 39

2.2. Elaboration des équations d'équilibre limite statique 40

2.3. Cas particulier de l'équilibre limite d'un milieu purement cohérent 61

2.4. Quelques exemples simples en milieu non pesant 76

2.5. Conclusion 81

3. PROGRAMMATION DE LA METHODE DES CARACTERISTIQUES DE CONTRAINTES	
3.1. Schéma de dépliage dans le repère ( $\xi, \eta$ ) et Algorithme de calculs	82
3.2. Organigramme général	98
3.3. Présentation du programme	101
3.4. Validation de la programmation (étude des cas particuliers)	103
3.5. Conclusion	113
4. ETUDE PARAMETRIQUE	
4.1. Introduction	114
4.2. Analyse dimensionnelle	114
4.3. Méthodologie de l'analyse dimensionnelle	115
4.4. Théorème des $\pi$ de vashy- Buckingham	115
4.5. Présentation des résultats	116
4.6. Etude comparative à travers un exemple	126
4.7. Conclusion	132
CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES DE RECHERCHE	133
ANEXE 01 : Valeurs de $k_a$ pour un sol argileux saturé (A)	
ANEXE 02 : Valeurs de $k_a$ pour un sol cohérent (B)	
ANEXE 03 : Valeurs de $k_a$ pour un sol pulvérulent (C)	
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES	

## INTRODUCTION GENERALE

Lorsqu'un massif du sol, dans des conditions géométriques données, ne peut présenter une stabilité satisfaisante vis-à-vis du glissement, il doit être retenu par des ouvrages dits ouvrages de soutènement (murs, rideaux, parois,...).

Le dimensionnement d'un mur de soutènement nécessite en première étape la détermination des pressions des terres agissant sur la surface de contact entre le mur et le massif du sol, en se basant sur l'application des théories de poussée et de butée aux calculs des sollicitations exercées à l'ouvrage par le sol.

Dans la pratique, lorsque on veut dimensionner un mur de soutènement, on fait intervenir les méthodes classiques de dimensionnement en se basant sur l'hypothèse de superposition approchée des effets telle que la surcharge appliquée sur la surface de remblai, la cohésion du sol et enfin la poids des terres.

L'objectif de ce travail est de présenter une méthode de calcul globale des forces de poussée qui regroupe les différents effets de problème à étudier à l'aide de la méthode des caractéristiques de contraintes (théorie du champ des lignes de glissement).

Une programmation des équations de cette méthode sera faite par le langage Fortran qui a pour avantage de faire un calcul direct et rapide et d'étudier les différents cas possibles dans la pratique.

On fait une étude paramétrique, pour voir l'effet des paramètres du problème sur les forces de poussée et afin de proposer des coefficients globales de poussée sous forme de tableaux pour un usage pratique.

Pour cela, le travail est subdivisé en quatre chapitres, dont le premier chapitre consiste à donner des généralités sur les méthodes classiques et courantes de détermination des coefficients de poussée et de butée, le deuxième chapitre permet d'expliquer le principe de la méthode des caractéristiques de contrainte pour le cas plan et le troisième chapitre donne la méthodologie de programmation des équations de cette méthode à l'aide de langage Fortran. Enfin, dans le chapitre quatre, une étude paramétrique par la méthode de l'analyse dimensionnelle permet de proposer des coefficients globales de poussée et on terminera par une conclusion générale.

## CHAPITRE 1

### ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

#### 1.1. Introduction :

Tous les ouvrages de soutènement doivent résister à la pression latérale des terres, ce qui nécessite la détermination de la répartition des contraintes auxquelles ils sont soumis ou qu'ils mobilisent [9].

On distingue trois modes principaux de fonctionnement des murs pour la reprise des forces de poussées exercées par le sol, tel que [9] :

- ✓ **Fonctionnement par poids** : la stabilité et la reprise des forces de poussées est assuré essentiellement par le poids du mur. On cite, les murs poids en béton ou en maçonnerie, les murs en gabions, les murs en terre armé et les ouvrages cellulaires couramment utilisés dans les quais portuaires [1], [2].
- ✓ **Fonctionnement par encastrement** : la stabilité (au glissement ou au renversement) est assurée par une largeur suffisante de la semelle du mur. On distingue, les murs cantilevers en béton armé, les parois moulées et les rideaux de palplanches (fonctionnent par encastrement en faisant intervenir la partie fichée du rideau dans le sol [1], [2].
- ✓ **Fonctionnement par ancrage** : l'ancrage du mur dans le sol se fait par des tirants d'ancrage permettant la reprise des poussées.

Pour le critère de classification selon la rigidité du système mur/sol, on distingue :

- **Mur rigide** : on dit qu'un mur est rigide si la surface de contact sol/mur reste plane après chargement. Les murs en béton armé (cantilever, contrefort,...) sont considérés comme rigides [1], [2].

- **Mur flexible** : un mur est dit flexible si la surface de contact sol/mur est déformable. On cite pour cette catégorie, les rideaux de palplanches, les batardeaux, les parois moulées et les murs en terre armée [1], [2].

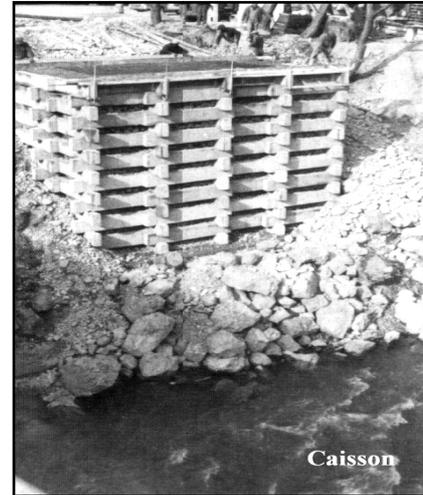
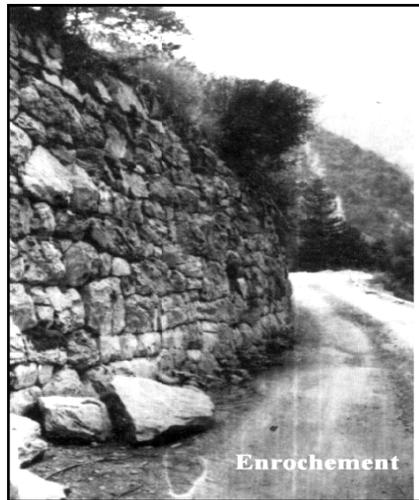


Figure 1.1 : Exemples de murs fonctionnant par poids [2].

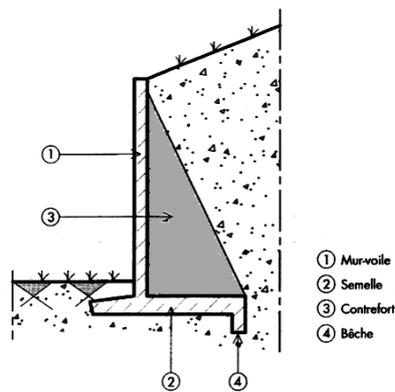


Figure 1.2 : Exemples de murs fonctionnant par encastrement [2].

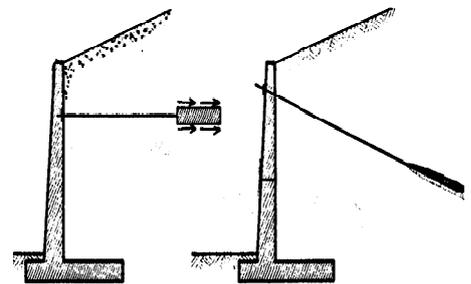


Figure 1.3 : Exemples de murs fonctionnant par ancrage [2].

Le dimensionnement des murs de soutènement se fait en première étape par la détermination des pressions des terres exercées au niveau de la surface de contact, et en deuxième étape par la vérification des critères de stabilité (glissement, renversement, capacité portante du sol à la base du mur,...) [3], [8].

Pour notre cas, on cite en première partie les méthodes courantes d'évaluation des pressions statiques des terres, notamment la méthode de COULOMB et de RANKINE,

ensuite on consacre à la méthode de calcul des pressions globales exercées sur le mur par le biais de la méthode des caractéristiques de contrainte.

### 1.2. Comportement statique des murs rigides :

Le dimensionnement des ouvrages de soutènement, quel que soit leur type, passe par l'application des théories de poussée et de butée aux calculs des sollicitations exercées à l'ouvrage par le terrain. Lorsque l'on dit qu'un sol est soumis à une poussée ou une butée, on a tendance de parler de pression active et de pression passive du sol [6], [9].

La différence entre poussée et butée se trouve dans le sens du mouvement du sol. Les méthodes classiques de dimensionnement nécessitent la détermination des distributions classiques de poussée et de butée, influencées par différents coefficients. Ces méthodes de calcul dites aussi à la rupture sont basées sur des schémas de comportement simplifiés admettant que le sol est en poussée ou en butée limites. Elles sont simples et rapides et fournissent des résultats assez satisfaisants [8], [9].

#### 1.2.1. Etat d'équilibre du sol :

##### 1.2.1.1. Etat initiale (état de repos) :

L'état des contraintes dans le sol n'est pas hydrostatique, la contrainte horizontale ou latérale n'est pas égale à la contrainte verticale. Si on admet que le sol est supposé pesant et homogène, les contraintes verticales et horizontales à une profondeur donnée sont proportionnelles, et on peut les relier par le coefficient des terres au repos  $K_o$  comme suit [5], [9]:

$$\sigma_{ho} = K_o \cdot \sigma_{vo} \quad (1.1)$$

Le coefficient  $K_o$  peut être déterminé expérimentalement, par un essai triaxial, en empêchant toutes déformations latérales. D'autre part, il existe des relations analytiques donnant  $K_o$  en fonction des propriétés du sol. A titre d'exemple, JAKY à proposer, pour les sols pulvérulents et les sols fin normalement consolidé, la relation suivante :

$$K_o = 1 - \sin \varphi' \quad (1.2)$$

MAYNE et KULHAWY [5], proposent l'expression suivante pour les sols sur-consolidés en phase d'expansion seulement :

$$K_o = (1 - \sin \phi') \cdot (\text{OCR})^{\sin \phi'} \quad (1.3)$$

OCR est le taux de sur – consolidation.

#### 1.2.1.2. Equilibre limite de poussée :

Le sol pousse sur l'écran et le met en **poussée**. Le sol se déplacera jusqu'à ce que la contrainte initiale  $\sigma'_{ho}$  diminue, le sol se décomprime, pour atteindre une valeur limite  $\sigma'_a$  (équilibre **actif** ou inférieur) inférieure à  $\sigma'_{ho}$ . Par rapport à l'état initial, la contrainte  $\sigma'_{vo}$  étant constante, la contrainte horizontale  $\sigma'_{ho}$  diminue jusqu'à ce que le cercle de Mohr devienne tangent à la droite de Mohr - COULOMB pour une valeur de  $\sigma'_h = \sigma'_a$ . Le sol est à l'état de poussée ; la contrainte de poussée est reliée à la contrainte verticale  $\sigma'_{vo}$ , dans le cas d'un écran vertical sans frottement sol-écran, par le coefficient de poussée  $K_a$  (**a** comme actif) [7], [9].

$$\sigma'_a = K_a \sigma'_{vo} \quad (1.4)$$

#### 1.2.1.3. Equilibre limite de butée :

L'écran pousse sur le sol et le met en **butée**. Le sol se déplacera jusqu'à ce que la contrainte initiale  $\sigma'_{ho}$  augmente, et il se comprime, pour atteindre une valeur limite  $\sigma'_p$  (équilibre **passif** ou supérieur) supérieure à  $\sigma'_{ho}$ .

Par rapport à l'état initial, la contrainte  $\sigma'_{vo}$  étant constante, la contrainte horizontale  $\sigma'_{ho}$  augmente jusqu'à ce que le cercle de Mohr devient tangent à la droite de Mohr - COULOMB pour une valeur de  $\sigma'_h = \sigma'_p$ . Le sol est à l'état de butée, la contrainte de butée est reliée à la contrainte verticale  $\sigma'_v$ . Dans le cas d'un écran vertical sans frottement sol-écran, par le coefficient de butée  $K_p$  (**p** comme passif) [7], [9].

$$\sigma'_p = K_p \sigma'_{vo} \quad (1.5)$$

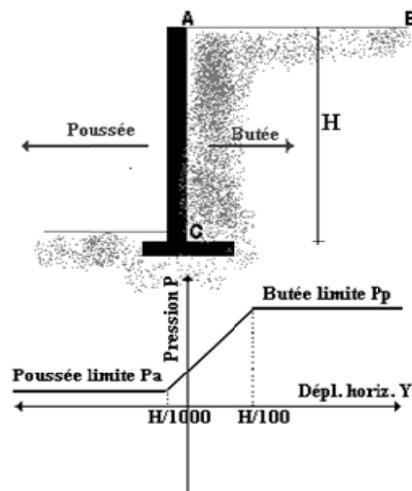
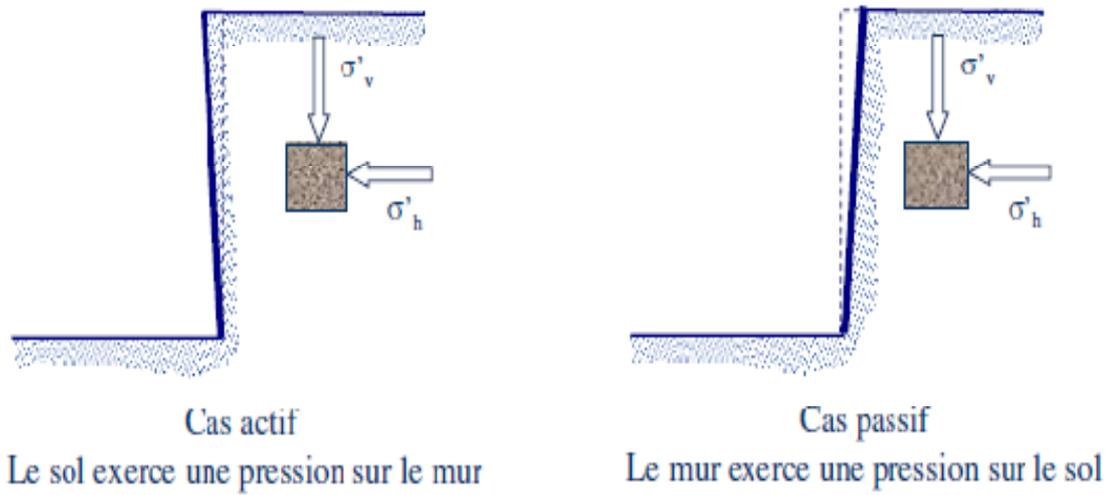


Figure 1.4 : Mobilisation des pressions en fonction du déplacement [2].

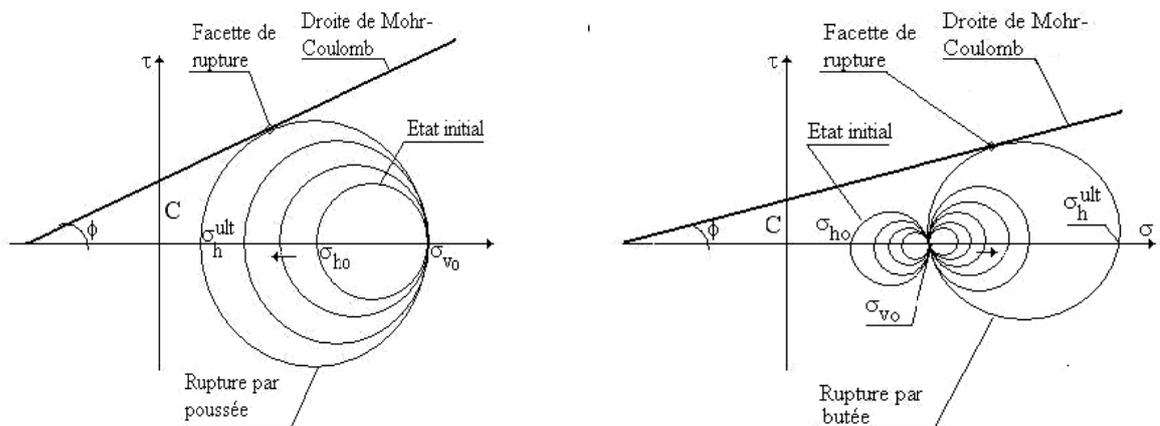


Figure 1.5 : Evolution des cercles de Mohr en cas de poussée et de butée [2].

### 1.3. Méthodes classiques de calcul des murs rigides de soutènement :

Les trois principales méthodes de calcul des murs de soutènement utilisant les hypothèses classiques de poussée et de butée limite sont les suivantes : la méthode de COULOMB, la méthode de RANKINE et la méthode d'équilibre limite [9].

#### 1.3.1. Méthodes de COULOMB (1977) :

- ✓ L'équilibre est global sous forme de l'équilibre d'un prisme,
- ✓ Le frottement mobilisé le long de la surface de glissement est pris en compte,
- ✓ La surcharge et le frottement sont mobilisés à l'interface entre le mur et terrain <cas particulier> ,
- ✓ La méthode est bien adaptée pour le calcul de la poussée aux configurations géométriques et géotechniques complexes,
- ✓ Le parement est vertical et lisse,
- ✓ La rupture se produit sur une surface de glissement critique,
- ✓ L'analyse est effectuée pour une surface de glissement plane,
- ✓ L'hypothèse d'équilibre plastique de la totalité du milieu est considérée [7], [8], [9].

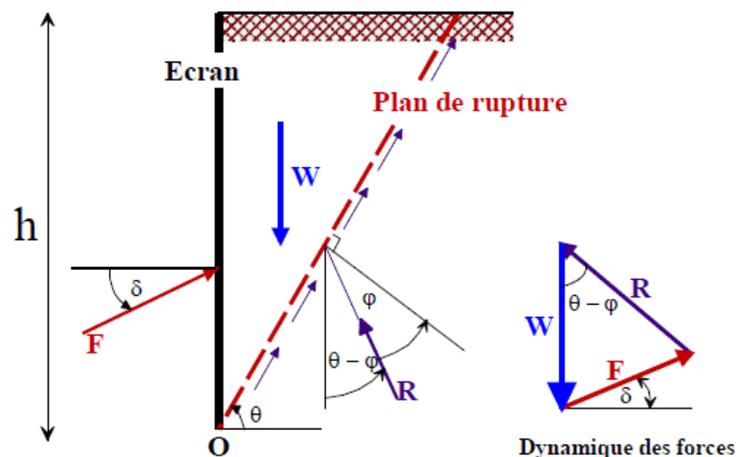


Figure 1.6 : Equilibre du coin de COULOMB [9].

Dans la méthode de COULOMB, la zone de rupture est réduite à un plan. L'hypothèse du plan de rupture est relativement bien vérifiée pour les sols pulvérulents en état de poussée. De plus, lorsque les conditions géométriques ne permettent pas de déterminer

analytiquement la force de poussée ou de butée, on peut utiliser la méthode graphique de CULMANN ou la méthode de Trial Wedge Solution. Afin de résoudre un problème avec ces méthodes, on passe par une procédure graphique qui nous on permet de trouver le plan de rupture le plus défavorable dans le sol. Ces méthodes permettent de prendre en compte toute surcharge ponctuelle appliquée à la surface du sol retenu par le mur [8], [9].

On suppose que la surface de rupture potentielle est un plan (coin de COULOMB) passant par le pied de l'écran et faisant un angle  $\theta$  avec l'horizontale. On fait l'hypothèse que la contrainte de cisaillement  $\tau = \sigma' \text{tg } \varphi'$  est complètement mobilisée le long de ce plan. Le coin de COULOMB se comporte de façon rigide-plastique, ce qui n'est pas le cas généralement surtout si l'écran est de grande hauteur.

La réaction totale du sol  $R$  sur lequel glisse le coin de COULOMB est donc incliné de l'angle  $\varphi$  sur la normale au plan de rupture. Le principe consiste simplement à écrire l'équilibre des forces en présence  $R$ ,  $W$  et  $F_a$ ;  $W$  étant le poids du mur et  $F_a$  la poussée du sol incliné de  $\delta$  sur la normale à l'écran (Fig.1.6) [9].

On détermine ainsi  $F$  en fonction de l'angle  $\theta$ . La méthode de COULOMB consiste à prendre le maximum de  $F(\theta)$  (Maximis) pour calculer la poussée  $F_a$ , ce serait le contraire pour la butée (Minimis). En application de la méthode de COULOMB, on calcule la poussée en supposant que  $\delta = 0$ .

$$F_a = R \sin(\theta - \varphi) \quad (1.6)$$

$$W = R \cos(\theta - \varphi) \quad (1.7)$$

$$F_a = W \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\cos(\theta - \varphi)} = W \text{tg}(\theta - \varphi) \quad (1.8)$$

$$F_a = \frac{1}{2} \gamma h^2 \cotg \theta \text{tg}(\theta - \varphi) \quad (1.9)$$

$$\frac{dF_a}{d\theta} = \frac{1}{2} \gamma h^2 \left[ -\frac{\text{tg}(\theta - \varphi)}{\sin^2 \theta} + \frac{\cotg \theta}{\cos^2(\theta - \varphi)} \right] \quad (1.10)$$

$$\frac{dF_a}{d\theta} = \frac{1}{4} \gamma h^2 \left[ \frac{\sin 2\theta - \sin 2(\theta - \varphi)}{\sin^2 \theta \cos^2(\theta - \varphi)} \right] = 0 \quad (1.11)$$

D'où :

$$K_a = \cotg \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) = \operatorname{tg}^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) \quad (1.12)$$

$$F_a = \operatorname{tg}^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) \gamma \frac{h^2}{2} \quad (1.13)$$

Poncelet a généralisé la méthode de COULOMB à un écran incliné de  $\lambda$  et à un sol surmonté d'un talus d'angle  $\beta$  (Fig.1.7). Par la même procédure, on détermine le coefficient de poussée  $K_a$  [9].

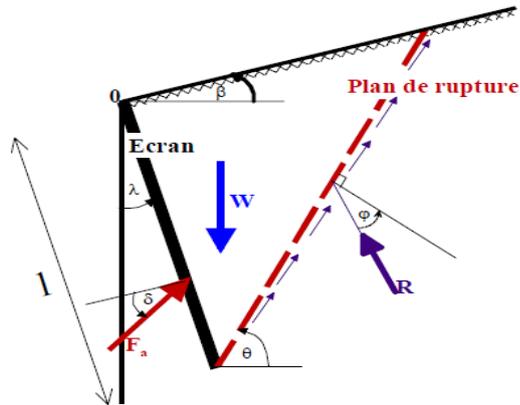


Figure 1.7 : Equilibre d'un coin quelconque [9].

Avec  $\delta$ ,  $\lambda$  et  $\beta$  positifs dans le sens trigonométrique.

$$k_a = \frac{\cos^2(\varphi - \lambda)}{\cos(\lambda + \delta_a) \left[ 1 + \sqrt{\frac{\sin(\varphi + \delta_a) \sin(\varphi - \beta)}{\cos(\lambda + \delta_a) \cos(\beta - \lambda)}} \right]^2} \quad (1.14)$$

$$F_a = \frac{1}{2} k_a \times \gamma \times l^2 \quad (1.15)$$

$$\theta_a = \varphi + \operatorname{arc} \cot g \left[ \operatorname{tg}(\varphi - \lambda) + \frac{1}{\cos(\varphi - \lambda)} \sqrt{\frac{\sin(\delta_a + \varphi) \cos(\beta - \lambda)}{\sin(\varphi - \beta) \cos(\delta_a + \lambda)}} \right] \quad (1.16)$$

La méthode de COULOMB, qui suppose des plans de rupture, n'est pas applicable dans le cas de la butée pour laquelle les surfaces de rupture ne peuvent être assimilées à des plans.



En partant des insuffisances de la théorie de RANKINE, c'est –à-dire du fait des massifs réels limités, des contraintes non principales et des écrans rugueux et non lisses, il y a alors la création de contrainte de cisaillement, et les lignes de glissements ne sont plus des droites. Il est donc souhaitable de bâtir un schéma plus général permettant de prendre en compte le frottement des terres sur l'écran. C'est BOUSSINESQ qui, pour la première fois, en a indiqué les grandes lignes [8, 9].

L'angle  $\delta$ , que fait le vecteur contrainte  $t$  avec la normale à la facette dépend de  $\varphi$ ,  $\lambda$  et  $\beta$ . Il est **constant** quelle que soit la profondeur  $z$  puisqu'il ne dépend pas de  $z$ .

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\sin \varphi \sin(2\lambda + \alpha - \beta)}{1 - \sin \varphi \cos(2\lambda + \alpha - \beta)} \quad (1.17)$$

Avec :

$$\sin \alpha = \frac{\sin \beta}{\sin \varphi} \quad (1.18)$$

En particulier, si l'écran est vertical, le cercle de Mohr montre directement que  $\delta = \beta$ , le vecteur contrainte de poussée est parallèle à la pente. La contrainte  $t_a$  en un point du plan OD (écran) est proportionnelle au rayon polaire  $l$ . La distribution des contraintes est donc triangulaire,  $t_a$  fait un angle  $\delta$  avec la normale à l'écran [9].

$$t_a = \left\{ \frac{\cos(\lambda - \beta) \sin \alpha}{\cos \delta \sin(\alpha + \beta)} [1 - \sin \varphi \cos(2\lambda + \varphi - \beta)] \right\} \gamma \times \ell \quad (1.19)$$

Avec l'inclinaison  $\delta$  par rapport à la normale à l'écran définie plus haut.

$$t_a = K_a \times \gamma \times \ell \quad (1.20)$$

L'inconvénient de la théorie de RANKINE est que l'angle  $\delta$  de la contrainte de poussée avec la normale à l'écran dépend des conditions géométriques mais n'a pas la réalité physique d'un angle de frottement sol-écran [9].

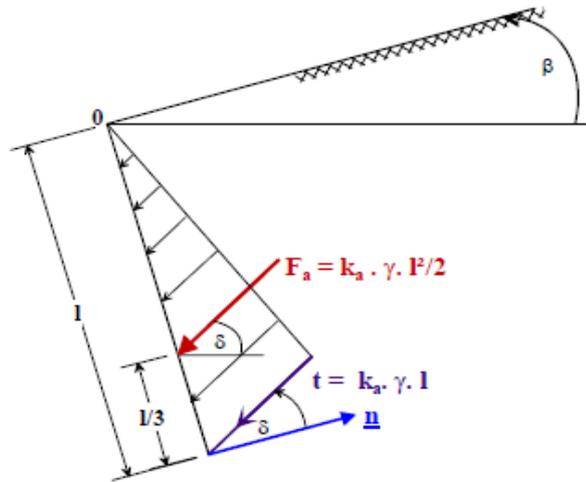


Figure 1.9 : Diagramme de poussée sur l'écran l [9].

La répartition des contraintes de poussée sur l'écran est donc linéaire en fonction de  $l$  ; cette répartition triangulaire donne directement la force de poussée.

$$F_a = K_a \times \gamma \times \frac{\ell^2}{2} \quad (1.21)$$

Dont le point d'application est situé au  $l/3$  à partir de la base de l'écran.

✓ Cas particulier : écran vertical, surface libre horizontale :

Ce cas particulier, mais très fréquent, est beaucoup plus simple à traiter et des calculs rapides permettent de déterminer les coefficients de poussée  $K_a$  et de butée  $K_p$ .

**Hypothèses :**

$\lambda = \beta = \delta = 0$  (pas de frottement sol-écran)

$\varphi \neq 0, C = 0$

Au repos, point M ( $\sigma'_v, \sigma'_{ho}$ )

Contrainte verticale  $\sigma'_v = \gamma \cdot h$

Contrainte horizontale  $\sigma'_{ho} = K_o \cdot \gamma \cdot h$

Les deux contraintes étant principales, le tracé du cercle de MOHR est immédiat.

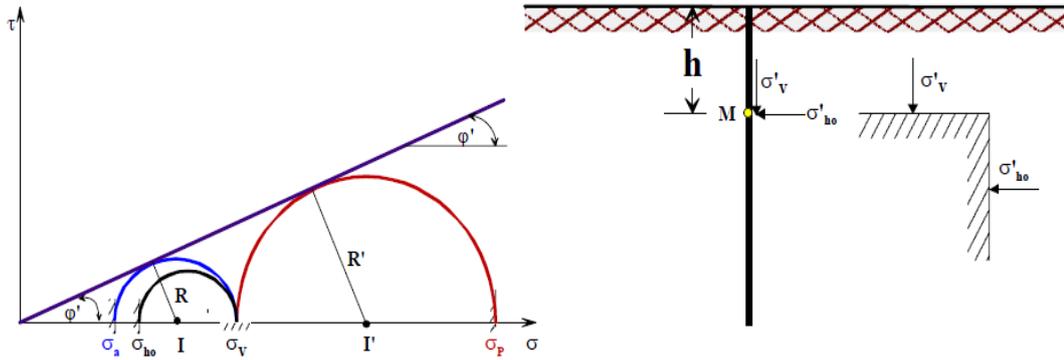


Figure 1.10 : Cercle de Mohr de poussée et butée pour un sol purement frottant [9].

Dans le cas de la poussée, la contrainte  $\sigma'_{ho}$  va diminuer jusqu'à ce que le cercle de MOHR tangente la droite intrinsèque de MOHR-COULOMB : Equilibre plastique inférieur (Fig.1.10).

Dans le cas de la butée, la contrainte  $\sigma'_{ho}$  va augmenter jusqu'à ce que le cercle de MOHR tangente la droite intrinsèque de MOHR-COULOMB : Equilibre plastique supérieur (Fig.1.10) [9].

$$K_a = \frac{\sigma_a}{\sigma_v} \quad \text{et} \quad K_p = \frac{\sigma_p}{\sigma_v} \quad (1.22)$$

### 1. Cas du sol seulement frottant

$$\frac{\sigma_v - \sigma_a}{2} = \frac{(\sigma_v + \sigma_a) \sin \varphi}{2} \quad (1.23)$$

$$\sigma_a = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} \sigma_v \quad (1.24)$$

Généralement, on exprime plutôt  $K_a = \sigma_a/\sigma_v$  en fonction de l'arc moitié  $\varphi/2$ .

$$\sigma_a = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} = \operatorname{tg}^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) \quad (1.25)$$

$\sigma_a$  est perpendiculaire à l'écran.

$$K_a = \operatorname{tg}^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) \quad (1.26)$$

De même :

$$\sigma_p = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \sigma_v \quad (1.27)$$

$$K_p = \frac{1}{K_a} = \operatorname{tg}^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \quad (1.28)$$

2. Cas du sol purement cohérent :

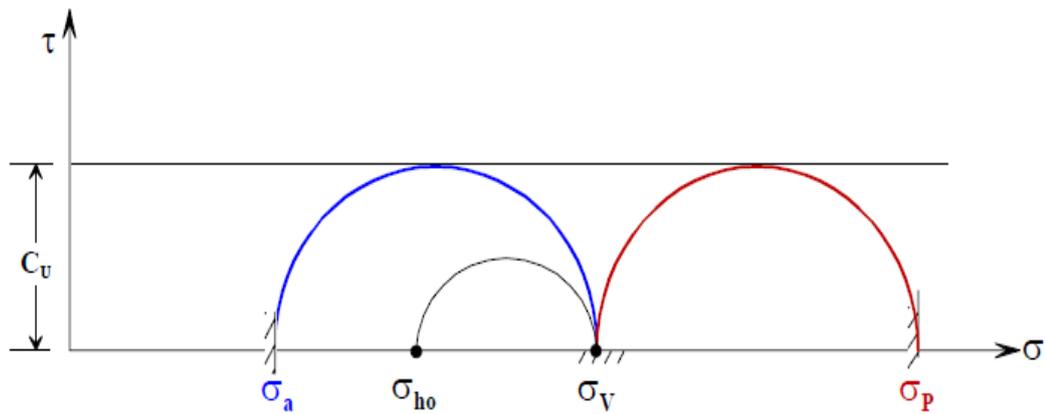


Figure 1.11 : Cercle de poussée et butée pour un sol purement cohérent [9].

$$\sigma_a = \sigma_v - 2C_u \quad (1.29)$$

$$\sigma_p = \sigma_v + 2C_u \quad (1.30)$$

3. Cas du sol frottant et cohérent (sols argileux ou limoneux non saturés à court terme) :

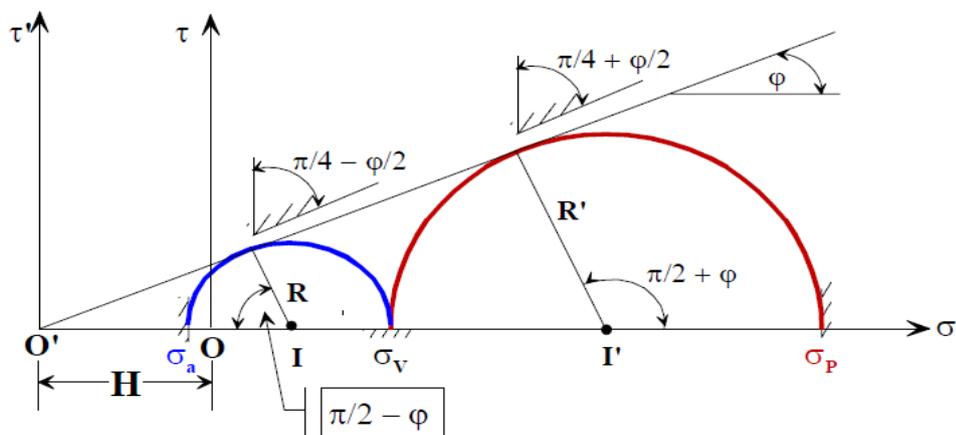


Figure 1.12 : Cercle de Mohr de poussée et butée pour un sol cohérent et frottant [9].

On est ramené au cas du sol frottant si on rajoute une contrainte hydrostatique  $O'O = C/\text{tg}\varphi$  : théorème des états correspondants de CAQOUT.

Directement :

$$\frac{\sigma_v - \sigma_a}{2} = \left( \frac{2C}{2\text{tg}\varphi} + \frac{\sigma_v + \sigma_a}{2} \right) \sin\varphi \quad (1.31)$$

$$\sigma_a = \frac{1 - \sin\varphi}{1 + \sin\varphi} \sigma_v - 2C \frac{\cos\varphi}{1 + \sin\varphi} \quad (1.32)$$

$$\sigma_a = \text{tg}^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) \sigma_v - 2C \text{tg} \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) \quad (1.33)$$

$$\sigma_a = K_a \sigma_v - 2C \text{tg} \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) \quad (1.34)$$

En pesant  $H = C/\text{tg}\varphi$  :

$$\frac{\sigma_a + H}{\sigma_v + H} = K_a \quad (1.35)$$

$$\sigma_a = K_a \sigma_v - H (1 - K_a) \quad (1.36)$$

$$\sigma_a = K_a \sigma_v - 2C \text{tg} \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) \quad (1.37)$$

De même :

$$\sigma_p = K_p \sigma_v + 2C \text{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \quad (1.38)$$

En résumé dans ces hypothèses ( $\lambda = \beta = \delta = 0$ )

Tableau 1.1 : Expressions des contraintes actives et passives pour les différents types du sol [9].

	POUSSEE	BUTEE
Sol frottant $\varphi \neq 0, C = 0$	$\sigma_a = tg^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) \sigma_v$	$\sigma_p = tg^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \sigma_v$
Sol cohérent $\varphi_u = 0, C_u \neq 0$	$\sigma_a = \sigma_v - 2C_u$	$\sigma_p = \sigma_v + 2C_u$
Sol frottant et cohérent $\varphi \neq 0, C \neq 0$	$\sigma_a = tg^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) \sigma_v - 2Ctg \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right)$	$\sigma_p = tg^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \sigma_v + 2Ctg \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)$

Ces différentes formules donnent la répartition des contraintes en fonction de la profondeur. Les tracés des cercles de MOHR permettent de connaître l'allure des lignes de glissement et les coins de poussée et de butée [9].

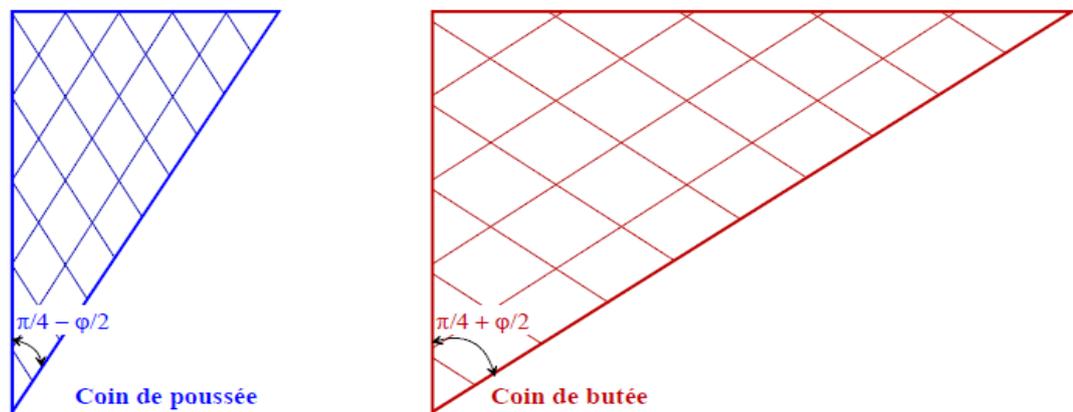


Figure 1.13 : Schémas des coins de poussée et de butée [9].

En effet, la facette sur laquelle se produit l'équilibre de poussée fait  $\frac{1}{2}(\pi/2 - \varphi) = (\pi/4 - \varphi/2)$  (propriété du cercle de Mohr) avec la facette verticale. De même, elle fait  $(\pi/4 + \varphi/2)$  pour l'équilibre de butée. Le coin de butée est beaucoup plus étendu que le coin de poussée [9].

Différents auteurs ont considéré des schémas de rupture plus élaborés et ont proposé des relations afin de trouver des solutions plus exactes. Parmi ces chercheurs, on peut citer Packshaw (1969) qui a considéré une surface de rupture circulaire et CAQOUT et KERISEL (1948) qui ont considéré une surface elliptique [8], [9].

La méthode d'équilibre limite, proposée par BOUSSINESQ, est la plus satisfaisante des méthodes soulignées auparavant. En effet les coefficients de poussée et de butée limite sont déterminés à partir des tables existant dans la littérature. La méthode est adaptée aussi bien aux sols pulvérulents qu'aux sols cohérents à travers le théorème des états correspondants de CAQOUT. Cette méthode nous permet de remplacer un milieu pulvérulent de même forme et de même angle de frottement interne [8], [9].

### 1.3.3. Méthode d'équilibre limite de BOUSSINESQ (1882) :

- ✓ La rugosité de l'écran et l'interaction sol-mur sont prises en compte,
- ✓ Les conditions aux limites à une distance de l'écran sont prises en considération,
- ✓ Le déplacement relatif entre l'écran et le sol est considéré, et par conséquent l'inclinaison de la contrainte sur le mur est introduite,
- ✓ La surface de sol est supposée libre, inclinée et plane,
- ✓ La répartition des contraintes sur l'écran est supposée triangulaire,
- ✓ Le problème se transforme en un système d'équations différentielles non intégrables,
- ✓ Les résultats sont donnés sous forme de table de poussée et de butée,
- ✓ L'influence de l'inclinaison du talus sur la valeur de la poussée et sur celle de la butée est introduite [8], [9].

Dans cet équilibre, BOUSSINESQ considère une première zone où on a l'équilibre de RANKINE se raccordant à une seconde zone où il tient compte des conditions aux limites sur l'écran (Fig.1.14).

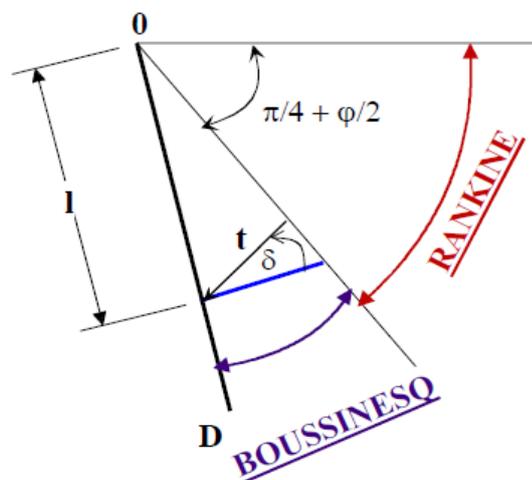


Figure 1.14 : Equilibre de BOUSSINESQ et de RANKINE [9].

Si BOUSSINESQ avait bien posé le problème, il n'a été résolu qu'en 1948 par CAQOUT et KERISEL qui en ont donné la démonstration suivante. On travaillera en coordonnées polaires, pour lesquelles les équations d'équilibre  $\text{div } t + F = 0$  s'écrivent :

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \tau}{r \partial \theta} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = \gamma \cos \theta \quad (1.39)$$

$$\frac{\partial \tau_r}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_\theta}{r \partial \theta} + 2 \frac{\tau}{r} = -\gamma \sin \theta \quad (1.40)$$

$\sigma_r$  : contrainte normale radiale

$\sigma_\theta$  : contrainte normale orthoradiale

$\tau$  : contrainte de cisaillement.

En combinant les équations d'équilibre précédentes et les relations données par le cercle de Mohr des contraintes tangentes aux droites de COULOMB on établit le système des 2 équations différentielles suivantes :

$$\frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + 3\tau = -\gamma r \sin \theta \quad (1.41)$$

$$\frac{\partial \tau}{\partial \theta} + 2(\sigma_r - \sigma_\theta) = -\gamma r \cos \theta \quad (1.42)$$

Avec  $\sigma_\theta = k \sigma_r$

Le système des deux équations différentielles a été intégré par CAQOUT et KERISEL, les calculs étant améliorés par ABSI pour donner des **tables** complètes de **poussée** et **butée** fournissant les coefficients  $\mathbf{K}_a$  et  $\mathbf{K}_p$ . Le problème est déterminé par les conditions aux frontières :

- surface libre : contraintes nulles
- sur l'écran : obliquité imposée  $\delta$  de la contrainte.

Entre la surface libre et la première ligne de glissement on a un équilibre de RANKINE et entre la première ligne de glissement et l'écran un équilibre de BOUSSINESQ.

Le tracé des lignes de glissement montre que les lignes de glissement diffèrent peu de lignes droites dans le cas d'équilibre de poussée, par contre elles s'en éloignent fortement dans le cas d'équilibre de butée [9].

Par ailleurs, Prandtl propose un type particulier d'équilibre formé de familles de ligne de glissement : la première famille est formée d'un faisceau de rayons polaires et la deuxième famille formée de spirales logarithmiques homothétiques. Ceci est connu sous le nom d'équilibre de Prandtl [8], [10].

#### 1.3.4. Méthode de Sokolovski :

- ✓ La méthode est applicable en milieu pulvérulent non pesant,
- ✓ La méthode est basée sur des équations générales de l'équilibre,
- ✓ L'intégration numérique se fait par la méthode des caractéristiques,
- ✓ Les résultats existent sous forme d'abaque pour divers cas de figures,
- ✓ La solution se détermine sous forme d'une zone plastique,
- ✓ Il y'a la possibilité d'apprécier la marge d'erreur introduite par les méthodes approchées évoquées précédemment,
- ✓ Pour chaque cas examiné, les calculs numériques sont assez longs.

Afin d'aborder de manière rigoureuse les problèmes qui ne relèvent ni du schéma de BOUSSINESQ, ni de celui de Prandtl, Sokolovski a mis au point une méthode générale de calcul des zones plastiques en milieu pulvérulent permettant de traiter les problèmes dont la solution peut être présentée sous forme d'une zone plastique. Il donne des équations générales de l'équilibre qui se prêtent fort bien à l'intégration numérique par la méthode des caractéristiques [8].

#### 1.3.5. Avantages et inconvénients des méthodes de calcul classiques :

##### ➤ Avantage :

- Application facile et rapide,
- Bonne adaptation pour le pré-dimensionnement de la fiche,
- Prise en compte d'un coefficient de sécurité [8].

➤ **Inconvénients :**

- Comportement extrêmement simplifié du sol et de la structure,
- Ecran rigide,
- Aucune indication sur les déplacements du terrain,
- Pas d'indication sur les déplacements de l'écran,
- Pas d'interaction sol-structure,
- Limitation des sollicitations et des types de surcharges [8].

1.4. Calcul des écrans par la méthode des caractéristiques de contraintes :

1.4.1. Propriétés des contraintes dans un massif en état d'équilibre limite plan :

Pour le cas de l'équilibre limite plan, on à l'état de contrainte suivant exercé sur une facette donnée :

$\sigma_1$  : contrainte principale majeur (direction  $x_1$ ).

$\sigma_3$  : contrainte principale mineur (direction  $x_3$ ).

$\theta$  : angle de la facette avec la direction de la contrainte principale majeur  $x_1$ .

$\omega$  : angle de la direction principale mineur  $x_3$  avec la facette.

$$\sigma_n = \frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_3) + \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3) \cos 2\omega. \quad (1.43)$$

$$\tau = - \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3) \sin 2\omega. \quad (1.44)$$

La méthode des caractéristiques de contrainte ou bien la théorie du champ des lignes de glissement consiste à calculer les fonctions  $\sigma$  et  $\theta$  sur un facette le long des lignes de glissement. Les caractéristiques (lignes de glissement) font l'angle  $\pm \mu$  avec la direction de la contrainte principale majeure. La méthode est détaillée dans le chapitre 2.

1.4.2. Evaluation de  $\sigma$  et  $\theta$  sur un facette pour un sol cohérent :

$$\theta = (k-1) \pi/4 - \frac{1}{2} (k \cdot \Delta - \delta_1) + n \pi \quad (1.45)$$

$$\sigma = \frac{q' \sin \Delta}{\sin(\Delta - k\delta_1)} = \frac{q'}{\cos \delta_1 - k \cdot \sqrt{\cos^2 \delta_1 - \cos^2 \varphi}} \quad (1.46)$$

$$\delta_1 = \arctg \frac{q \sin \delta}{q \cos \delta + H} \quad (1.47)$$

$$q' = q \frac{\sin \delta}{\sin \delta_1} \quad (1.48)$$

$$\sin \Delta = \frac{\sin \delta_1}{\sin \varphi} \quad (1.49)$$

Avec :

$\delta$  : obliquité de la charge réelle  $q$ .

$\delta_1$  : obliquité de la charge fictive  $q'$ .

En cas de poussée  $k = -1$  et en cas de butée  $k = +1$

#### 1.4.3. Les équations de l'équilibre limite d'un milieu purement cohérent ( $\varphi = 0$ ) :

$$\tau = \pm C \quad (1.50)$$

$$\mu = \pi/4 \quad (1.51)$$

$$\Delta = \arcsin \left( \frac{q}{c} \sin \delta \right) \quad (1.52)$$

$$\sigma = q \cos \delta + kC \cos \Delta \quad (1.53)$$

$$\theta = (k-1) \pi/4 - \frac{1}{2} (k \cdot \Delta) + n \pi \quad (1.54)$$

#### 1.5. Calcul pratique des coefficients de poussée et de butée :

##### 1.5.1. Pression à l'état $K_0$ :

Considérons un mur vertical fixe qui n'effectue aucun déplacement, le sol est en équilibre surabondant, et les contraintes de frottement sol/mur sont nulles. Sur la surface de contact sol/mur, les pressions sont horizontales et égales, à une profondeur donnée, à [1], [2] :

$$P = \sigma_h = K_0 \sigma_v \quad (1.55)$$

Le diagramme de pression des terres au repos est linéaire, et la force résultante  $F_0$  est donnée comme suit :

$$F_0 = \int_0^H p dz = \int_0^H K_0 \sigma_{v0} dz \quad (1.56)$$

En cas d'un sol homogène de poids volumique  $\gamma$ , en contact avec un mur haut de  $H$ , la force  $F_0$  par unité de longueur du mur est égale à :

$$F_0 = K_0 \int_0^H \gamma z dz = K_0 \frac{\gamma H^2}{2} \quad (1.57)$$

Cette force est horizontale et appliquée à  $H/3$  de la base du mur [1], [2].

### 1.5.2. Pressions à l'état limite dans un sol frottant :

Pour le cas des murs non fixes dans un sol frottant ( $\varphi \neq 0$ ), les pressions limites appliquées sur le mur peuvent être déterminées par superposition des effets du poids des terres ( $P_\gamma$ ), de la cohésion du matériau ( $P_c$ ) ainsi que celui de la surcharge ( $P_q$ ) [1], [2] :

$$\bar{P} \approx \bar{P}_\gamma + \bar{P}_c + \bar{P}_q \quad (1.58)$$

En cas de poussée, le déplacement du mur implique une mobilisation des contraintes de cisaillement descendantes, alors qu'en butée, les contraintes de cisaillement plutôt ascendantes.

Plusieurs méthodes sont utilisées pour déterminer la pression  $P_\gamma$  due au poids des terres, notamment celles de COULOMB (1976), RANKINE (1860) et BOUSSINESQ (1882) [1], [2].

#### 1.5.2.1. Calcul de $P_\gamma$ par la méthode de RANKINE :

La méthode suppose que l'obliquité  $\delta$  du vecteur pression est égale à l'inclinaison  $\beta$ , et ignore ainsi l'effet de la rugosité de l'interface sol/mur sur l'inclinaison des pressions.

La pression  $P^\gamma$  exercée sur un mur vertical ( $\lambda=0$ ) par un sol pulvérulent dont la surface est inclinée de  $\beta$  par rapport à l'horizontale, est donnée par [1], [2], [4] :

$$P^\gamma = \sigma_v \cos \beta \frac{\cos \beta \pm \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \varphi}}{\cos \beta \mp \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \varphi}} \quad (1.59)$$

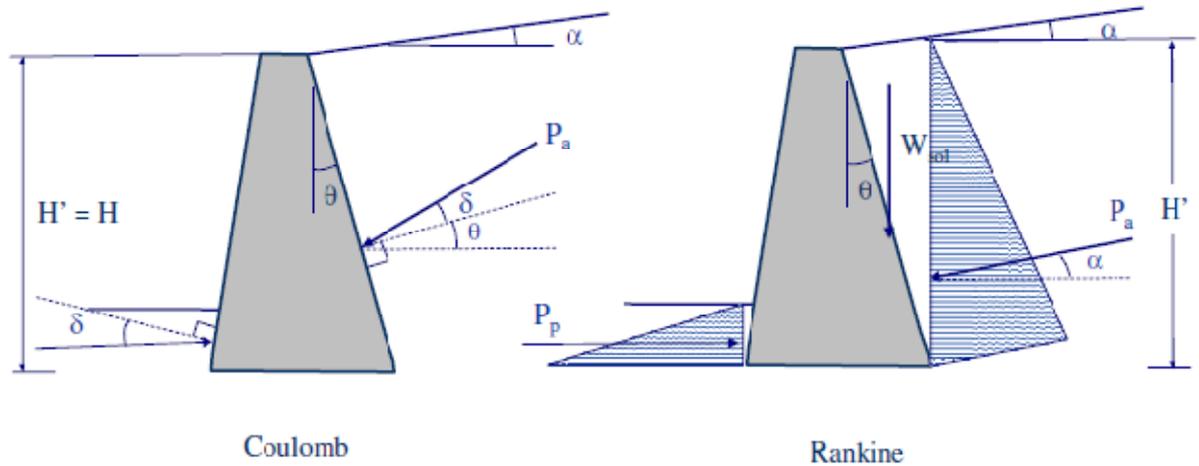


Figure 1.15 : Pressions des terres exercées sur le mur [9].

$$P^y = K^y \sigma_v \quad (1.60)$$

$$K^y = \operatorname{tg}^2 \left( \frac{\pi}{4} \pm \frac{\varphi}{2} \right) \quad (1.61)$$

(Signe + pour la butée et signe – pour la poussée).

#### 1.5.2.2. Calcul de $P_\gamma$ par la méthode de BOUSSINESQ (1882) - Tables de CAQOUT et KERISEL (1948) :

BOUSSINESQ [1] a montré que pour un massif du sol pulvérulent, la pression limite due au poids des terres en un point de l'interface sol/mur, d'abscisse  $x$  par rapport à la tête est :

$$P^y = K^y \gamma x \quad (1.62)$$

Les tableaux en annexes 1, extrait des tables de CAQOUT-KERISEL, permet de déterminer le coefficient de pression des terres  $K^y$ , selon la géométrie du système sol/mur et la rugosité de l'interface sol/mur [1], [2].

Pour le cas d'un sol est homogène, le diagramme de pression  $P^y$  est triangulaire, et la résultante  $F^y$  agit à  $H/3$  à partir de la base du mur, telle que :

$$F^y = \frac{1}{2} K^y \gamma h^2 \quad (1.63)$$

Tel que  $h$  est la longueur de la surface de contact mur/sol, liée à la hauteur du mur par :

$$h = H / \cos \lambda \quad (1.64)$$

On retrouve les mêmes valeurs, données par la méthode de RANKINE, dans le cas particulier d'un mur vertical tel que  $\delta = \beta$ .

#### 1.5.2.3. Calcul de $P_q$ due à une surcharge uniforme $q$ :

Sous une surcharge uniforme «  $q$  », appliquée à la surface d'un massif du sol non cohérent ( $C = 0$ ) et non pesant ( $\gamma = 0$ ), la pression ultime  $P_q$  agissant sur le mur, a été déterminée par Sokolovski (1961) par le biais de la méthode des caractéristiques de contraintes comme suit [1], [2], [10] :

$$P_q = K_q q \quad (1.65)$$

$K_q$  est un coefficient de poussée/butée, fonction de l'inclinaison  $\lambda$  du mur, de l'angle de frottement  $\varphi$ , de l'inclinaison  $\beta$  de la surface du remblai, et de l'angle de frottement  $\delta$  entre le mur et le sol. Il est calculé analytiquement par :

$$K_q = \frac{\cos \delta \mp \sin \varphi \cos \Delta_2}{\cos \alpha \pm \sin \varphi \cos \Delta_1} \exp (\mp 2\psi \operatorname{tg} \varphi) \quad (1.66)$$

$$\psi = \omega - \pi / 2 + \frac{\Delta_1 + \Delta_2 \pm \alpha \mp \delta}{2} \quad (1.67)$$

$$\sin \Delta_1 = \frac{\sin \alpha}{\sin \varphi} \quad \text{et} \quad \sin \Delta_2 = \frac{\sin \delta}{\sin \varphi} \quad (1.68)$$

Le signe supérieur est considéré pour la poussée ( $K_a^q$ ) et le signe inférieur pour la butée ( $K_p^q$ ). On signale que pour la poussée, le sens positif des angles est contraire à celui des aiguilles d'une montre et pour la butée le sens positif est celui des aiguilles d'une montre [2].

#### 1.5.2.4. Calcul de $P_c$ due à la cohésion du sol :

A l'aide du théorème des états correspondants, on prend en considération l'effet de la cohésion dans un massif du sol non pesant et non cohérent soumis à une surcharge  $C/\operatorname{tg} \varphi$  appliquée sur l'interface sol/mur, ainsi que sur la surface du sol. La composante normale de  $P_c$  appliquée au mur est :

$$P_{cn} = \pm \frac{C}{\operatorname{tg} \varphi} (1 - K_q \cdot \cos \delta) \quad (1.69)$$

On considère le signe (+) pour le cas de la poussée et le signe (-) pour le cas de la butée.

Donc on remarque que pour la poussée cette composante fait diminuer la pression globale appliquée par le massif et le fait augmenter en cas de butée [1].

En pratique, on admet que pour les massifs d'une forte cohésion, les forces de poussée étant faibles, par contre ils réagissent par de fortes forces de butée. Donc, un massif de sol cohérent exerce une poussée plus petite que celle d'un massif pulvérulent, et contraire en cas de butée [2].

#### 1.5.2.5. Pressions à l'état limite dans un sol purement cohérent :

Pour le cas d'un sol purement cohérent ( $\varphi=0$ ), le principe de superposition des effets, ainsi que le théorème des états correspondants n'ont pas applicables. De ce fait, on se basant sur la méthode de RANKINE, pour calculer la pression globale appliquée à ce cas [2].

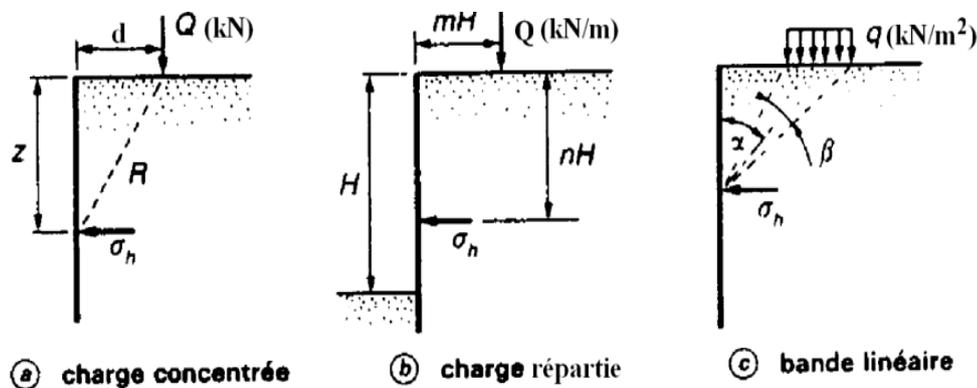


Figure 1.16 : Surcharges verticales en surface [2].

En admettant l'hypothèse des facettes conjuguées, la pression  $P$  exercée par un sol purement cohérent dont la surface est inclinée de  $\beta$  par rapport à l'horizontale, sur un mur vertical, est déterminée à une profondeur donnée par :

$$P_{a,p} = K_{a,p} (\sigma_{v0} + q) \cdot \cos \beta \quad (1.70)$$

$$K_{a,p} = 2 \cos^2 \beta \pm 2 \sqrt{\left(\frac{C}{\sigma_{v0} + q}\right)^2 - \sin^2 \beta \cos^2 \beta} - 1 \quad (1.71)$$

Le signe + et l'indice p correspondent à la butée, et le signe - et l'indice a à la poussée.  $q$  est une pression verticale uniforme appliquée à la surface du remblai.

En cas d'un mur non vertical, le calcul se fait par la méthode de RANKINE, mais d'une manière plus complexe.

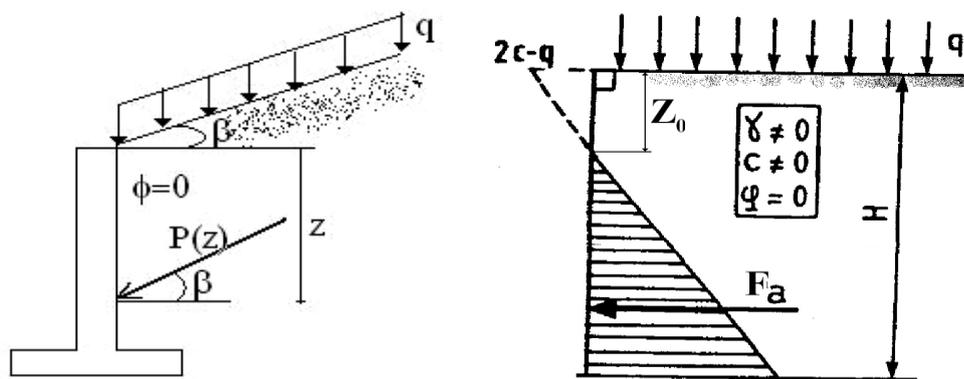


Figure 1.17 : Schéma de calcul de la pression d'un sol purement cohérent [2].

#### 1.5.2.6. Effet de la pression interstitielle :

En admettant le principe des contraintes effectives de TERZAGHI, on montre que le vecteur de pression  $\mathbf{P}$  dû au poids des terres est la somme vectorielle de la pression effective  $\mathbf{P}'$  des grains et celle de l'eau  $\mathbf{u}$ . Cette dernière, étant normale à la surface de contact sol/mur, ne doit pas s'ajouter scalairement à la pression  $\mathbf{P}'$  qui est en général inclinée de  $\delta$ .

$$\vec{P}_\gamma = \vec{P}_\gamma' + \vec{u} \quad (1.72)$$

Pour un sol fin et en absence d'un système de drainage, la pression du sol sur le mur se calcule en tant que contrainte totale, selon l'équation ci-dessus. En présence d'un drain, la surpression interstitielle s'annule et le sol se comporte d'une manière drainée, la pression des terres sur le mur étant plutôt effective ( $P_\gamma'$ ) [2].

Selon SCHLOSSER (1994), un remblai horizontal totalement saturé pousse environ 2.5 fois plus que le même remblai en état sec. Donc pour une raison de dimensionnement d'une part, et de sécurité d'autre part, il faut veiller à annuler l'influence de la pression interstitielle dans les forces de poussée. En pratique, les murs de soutènement sont toujours conçus avec un système de drainage qui permet d'annuler les pressions d'eau sur le mur [1].

La figure ci-dessous illustre quelques exemples courants de systèmes de drainage.

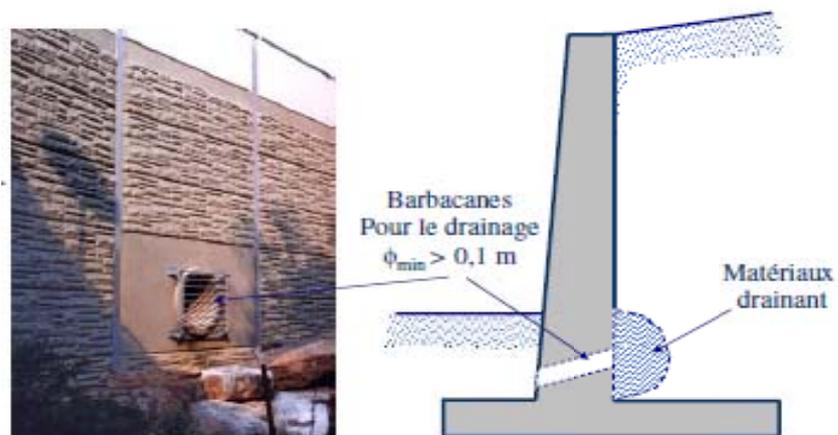
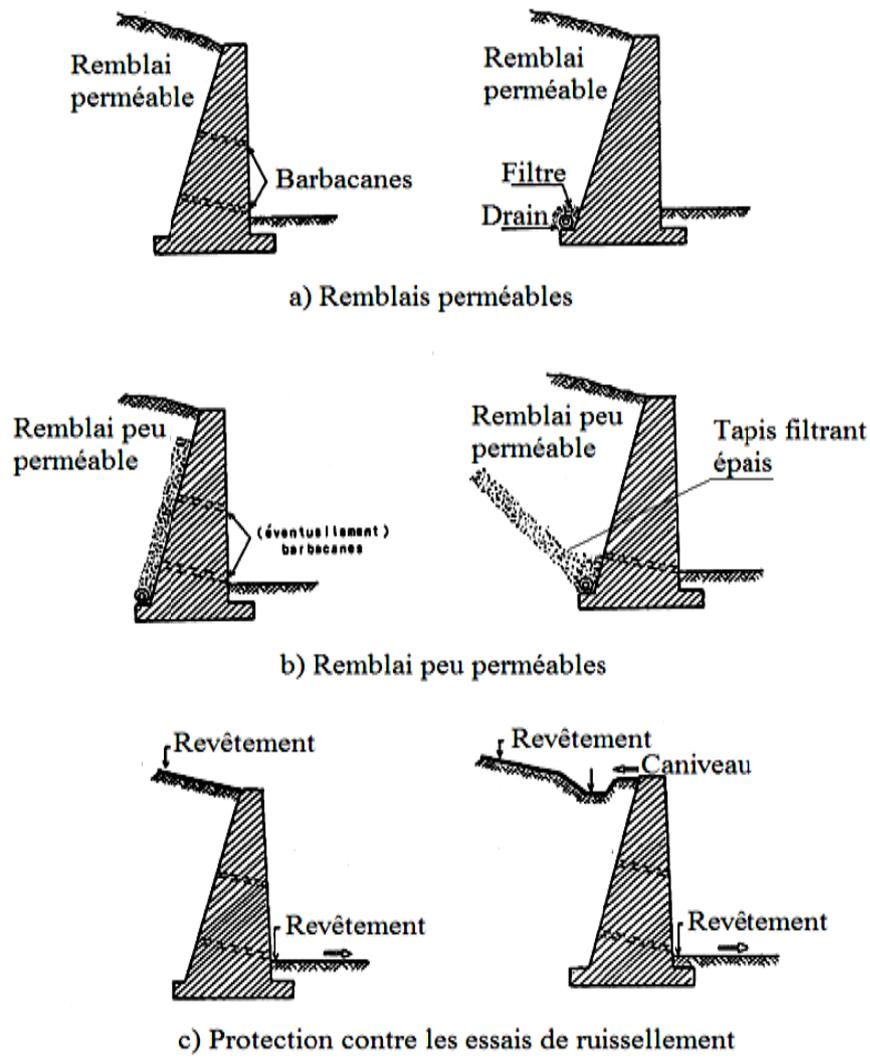


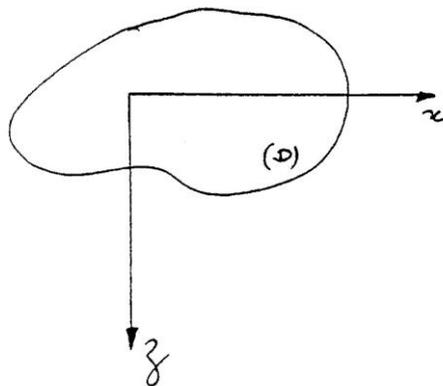
Figure 1.18 : systèmes courants de drainage d'un mur de soutènement [2], [9].

CHAPITRE 2  
PRESENTATION DE LA METHODE DES CARACTERISTIQUES  
DE CONTRAINTES

2.1. Introduction :

L'objectif de ce chapitre est de présenter la méthode des caractéristiques de contraintes dite aussi la théorie du champ des lignes de glissement et qui a pour intérêt de déterminer ou de calculer les paramètres d'équilibre limite ( $\sigma$  et  $\theta$ ) en tout point d'un massif de sol et cela à partir des points connus appartenant aux frontières.

Le calcul se fait à partir des équations différentielles qui seront démontrées d'une manière détaillée à l'aide de la méthode des différences finies dans ce qui suit.



En se basant, sur la méthode des caractéristiques de contraintes ou la théorie de champ de lignes de glissement, on peut calculer les fonctions  $\sigma$  et  $\theta$  sur une facette donnée le long des lignes de glissement (lignes caractéristiques).

Une démonstration détaillée de cette méthode est présentée dans le livre d'Albert MAHE [10].

Nous avons trois inconnues et nous disposons de trois équations, à savoir :

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} = X \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = Z \quad (2.2)$$

$$\sqrt{(\sigma_z - \sigma_x)^2 + 4\tau_{zx}^2} - (\sigma_x + \sigma_z) \sin \varphi - 2C \cos \varphi = 0 \quad (2.3)$$

On peut déterminer  $\sigma_z$ ,  $\sigma_x$  et  $\tau_{zx}$  mais à une constante d'intégration près. Il faudra donc pour résoudre complètement le problème se donner des conditions aux limites du domaine [10].

Le problème se ramène à la détermination de la distribution spatiale de  $\sigma$  et  $\theta$ , soit :

$$\sigma = \sigma(x, z), \quad \theta = \theta(x, z)$$

Pour cela, nous disposons des équations l'équilibre indéfini :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} = X \\ \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = Z \end{array} \right. \quad (2.4)$$

Et des équations de Mohr – Coulomb :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_x = \sigma (1 + \sin \varphi \cos 2\theta) - H \\ \sigma_z = \sigma (1 - \sin \varphi \cos 2\theta) - H \\ \tau_{zx} = -\sigma \sin \varphi \sin 2\theta \end{array} \right. \quad (2.5)$$

Avec :  $H = C/\text{tg } \varphi$  appelée résistance maximale à la traction.

## 2.2. Elaboration des équations d'équilibre limite :

Les équations (2.4) et (2.5) forment un système de cinq équations à cinq inconnues ( $\sigma_x$ ,  $\sigma_z$ ,  $\tau_{zx}$ ,  $\sigma$ ,  $\theta$ ). Ce système peut donc se ramener à un système de deux équations à deux inconnues  $\sigma$  et  $\theta$  [10].

Substituons le système (2.5) dans le système (2.4) :

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = \frac{\partial \sigma}{\partial x} (1 + \sin \varphi \cos 2\theta) - 2\sigma \sin \varphi \sin 2\theta \frac{\partial \theta}{\partial x}$$

$$\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} = -\frac{\partial \sigma}{\partial z} \sin \varphi \sin 2\theta - 2\sigma \sin \varphi \cos 2\theta \frac{\partial \theta}{\partial z}$$

$$\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} = - \frac{\partial \sigma}{\partial x} \sin \varphi \sin 2\theta - 2\sigma \sin \varphi \cos 2\theta \frac{\partial \theta}{\partial x}$$

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = \frac{\partial \sigma}{\partial z} (1 - \sin \varphi \cos 2\theta) + 2\sigma \sin \varphi \sin 2\theta \frac{\partial \theta}{\partial z}$$

On a donc :

$$\begin{cases} (1 + \sin \varphi \cos 2\theta) \frac{\partial \sigma}{\partial x} - \sin \varphi \sin 2\theta \frac{\partial \sigma}{\partial z} - 2\sigma \sin \varphi (\sin 2\theta \frac{\partial \theta}{\partial x} + \cos 2\theta \frac{\partial \theta}{\partial z}) = X \\ - \sin \varphi \sin 2\theta \frac{\partial \sigma}{\partial x} + (1 - \sin \varphi \cos 2\theta) \frac{\partial \sigma}{\partial z} - 2\sigma \sin \varphi (\cos 2\theta \frac{\partial \theta}{\partial x} - \sin 2\theta \frac{\partial \theta}{\partial z}) = Z \end{cases} \quad (2.6)$$

Transformons ces équations en utilisant l'angle  $2\mu$  :

$$2\mu = \frac{\pi}{2} - \varphi$$

Soit  $\sin \varphi = \cos 2\mu$

$$\begin{cases} (1 + \cos 2\mu \cos 2\theta) \frac{\partial \sigma}{\partial x} - \cos 2\mu \sin 2\theta \frac{\partial \sigma}{\partial z} - 2\sigma \cos 2\mu (\sin 2\theta \frac{\partial \theta}{\partial x} + \cos 2\theta \frac{\partial \theta}{\partial z}) = X \\ - \cos 2\mu \sin 2\theta \frac{\partial \sigma}{\partial x} + (1 - \cos 2\mu \cos 2\theta) \frac{\partial \sigma}{\partial z} - 2\sigma \cos 2\mu (\cos 2\theta \frac{\partial \theta}{\partial x} - \sin 2\theta \frac{\partial \theta}{\partial z}) = Z \end{cases} \quad (2.7)$$

Multiplions la première de ces équations par  $\sin(\theta \pm \mu)$  et la seconde par  $\cos(\theta \pm \mu)$  et additionnons. Effectuons, en premier, le calcul du coefficient de  $\frac{\partial \sigma}{\partial x}$

$$\begin{aligned} & (1 + \cos 2\mu \cos 2\theta) \sin(\theta \pm \mu) - \cos 2\mu \sin 2\theta \cos(\theta \pm \mu) \\ &= \sin(\theta \pm \mu) - \cos 2\mu (\sin 2\theta \cos(\theta \pm \mu) - \cos 2\theta \sin(\theta \pm \mu)) \\ &= \sin(\theta \pm \mu) - \cos 2\mu \sin(\theta \mp \mu) \\ &= \sin \theta \cos \mu \pm \sin \mu \cos \theta - \cos 2\mu \sin \theta \cos \mu \pm \cos 2\mu \sin \mu \cos \theta \\ &= \sin \theta \cos \mu (1 - \cos 2\mu) \pm \sin \mu \cos \theta (1 + \cos 2\mu) \\ &= \sin \theta \cos \mu 2\sin^2 \mu \pm \sin \mu \cos \theta 2\cos^2 \mu \\ &= \sin 2\mu (\sin \theta \sin \mu \pm \cos \theta \cos \mu) \\ &= \pm \sin 2\mu (\cos \theta \cos \mu \pm \sin \theta \sin \mu) \\ &= \pm \cos \varphi \cos(\theta \mp \mu) \end{aligned}$$

➤ Coefficient de  $\frac{\partial \sigma}{\partial z}$

$$\begin{aligned}
 & - \cos 2\mu \sin 2\theta \sin (\theta \pm \mu) + (1 - \cos 2\mu \cos 2\theta) \cos (\theta \pm \mu) \\
 & = \cos (\theta \pm \mu) - \cos 2\mu (\sin 2\theta \sin (\theta \pm \mu) + \cos 2\theta \cos (\theta \pm \mu)) \\
 & = \cos (\theta \pm \mu) - \cos 2\mu \cos (\theta \mp \mu) \\
 & = \cos \theta \cos \mu \mp \sin \theta \sin \mu - \cos 2\mu \cos \theta \cos \mu \mp \cos 2\mu \sin \theta \sin \mu \\
 & = \cos \theta \cos \mu (1 - \cos 2\mu) \mp \sin \theta \sin \mu (1 + \cos 2\mu) \\
 & = \cos \theta \cos \mu 2\sin^2 \mu \mp \sin \theta \sin \mu 2\cos^2 \mu \\
 & = \sin 2\mu (\sin \theta \cos \mu \mp \sin \mu \cos \theta) \\
 & = \mp \sin 2\mu (\sin \theta \cos \mu \mp \sin \mu \cos \theta) \\
 & = \mp \cos \varphi \sin (\theta \mp \mu)
 \end{aligned}$$

➤ Coefficient de  $\frac{\partial \theta}{\partial x}$

$$\begin{aligned}
 & - 2\sigma \cos 2\mu \sin 2\theta \sin (\theta \pm \mu) - 2\sigma \cos 2\mu \cos 2\theta \cos (\theta \pm \mu) \\
 & = - 2\sigma \sin \varphi (\sin 2\theta \sin (\theta \pm \mu) + \cos 2\theta \cos (\theta \pm \mu)) \\
 & = - 2\sigma \sin \varphi \cos (\theta \mp \mu)
 \end{aligned}$$

➤ Coefficient de  $\frac{\partial \theta}{\partial z}$

$$\begin{aligned}
 & - 2\sigma \cos 2\mu \cos 2\theta \sin (\theta \pm \mu) + 2\sigma \cos 2\mu \sin 2\theta \cos (\theta \pm \mu) \\
 & = 2\sigma \sin \varphi (\sin 2\theta \cos (\theta \pm \mu) - \cos 2\theta \sin (\theta \pm \mu)) \\
 & = 2\sigma \sin \varphi \sin (\theta \mp \mu)
 \end{aligned}$$

Les équations (2.4) deviennent donc :

$$\begin{aligned}
 & \pm \cos \varphi \cos (\theta \mp \mu) \frac{\partial \sigma}{\partial x} \mp \cos \varphi \sin (\theta \mp \mu) \frac{\partial \sigma}{\partial z} - 2\sigma \sin \varphi \cos (\theta \mp \mu) \frac{\partial \theta}{\partial x} + 2\sigma \sin \varphi \sin (\theta \mp \mu) \frac{\partial \theta}{\partial z} \\
 & = X \sin (\theta \pm \mu) + Z \cos (\theta \pm \mu)
 \end{aligned}$$

Divisons les deux membres de ces équations par  $\pm \cos \varphi \cos (\theta \mp \mu)$  :

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} - \operatorname{tg} (\theta \mp \mu) \frac{\partial \sigma}{\partial z} \mp 2 \sigma \operatorname{tg} \varphi \frac{\partial \theta}{\partial x} \pm 2 \sigma \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} (\theta \mp \mu) \frac{\partial \theta}{\partial z} = \pm \frac{X \sin (\theta \pm \mu) + Z \cos (\theta \pm \mu)}{\cos \varphi \cos (\theta \mp \mu)} \quad (2.8)$$

### 2.2.1. Intégration des équations :

Introduisons les dérivées totales  $d\sigma$  et  $d\theta$ , on a les relations mathématiques :

$$\begin{cases} d\sigma = \frac{\partial \sigma}{\partial x} dx + \frac{\partial \sigma}{\partial z} dz \\ d\theta = \frac{\partial \theta}{\partial x} dx + \frac{\partial \theta}{\partial z} dz \end{cases} \quad (2.9)$$

On a donc finalement, le système suivant :

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma}{\partial x} - \operatorname{tg} (\theta - \mu) \frac{\partial \sigma}{\partial z} - 2 \sigma \operatorname{tg} \varphi \frac{\partial \theta}{\partial x} + 2 \sigma \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} (\theta - \mu) \frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{X \sin (\theta + \mu) + Z \cos (\theta + \mu)}{\cos \varphi \cos (\theta - \mu)} \\ \frac{\partial \sigma}{\partial x} - \operatorname{tg} (\theta + \mu) \frac{\partial \sigma}{\partial z} + 2 \sigma \operatorname{tg} \varphi \frac{\partial \theta}{\partial x} - 2 \sigma \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} (\theta + \mu) \frac{\partial \theta}{\partial z} = - \frac{X \sin (\theta - \mu) + Z \cos (\theta - \mu)}{\cos \varphi \cos (\theta + \mu)} \\ \frac{\partial \sigma}{\partial x} dx + \frac{\partial \sigma}{\partial z} dz = d\sigma \\ \frac{\partial \theta}{\partial x} dx + \frac{\partial \theta}{\partial z} dz = d\theta \end{cases} \quad (2.10)$$

En faisant :

$$A = \frac{X \sin (\theta + \mu) + Z \cos (\theta + \mu)}{\cos \varphi \cos (\theta - \mu)}$$

$$B = - \frac{X \sin (\theta - \mu) + Z \cos (\theta - \mu)}{\cos \varphi \cos (\theta + \mu)}$$

Soit le système sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} 1 & - \operatorname{tg} (\theta - \mu) & - 2 \sigma \operatorname{tg} \varphi & 2 \sigma \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} (\theta - \mu) \\ 1 & - \operatorname{tg} (\theta + \mu) & 2 \sigma \operatorname{tg} \varphi & - 2 \sigma \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} (\theta + \mu) \\ dx & dz & 0 & 0 \\ 0 & 0 & dx & dz \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial \sigma}{\partial x} \\ \frac{\partial \sigma}{\partial z} \\ \frac{\partial \theta}{\partial x} \\ \frac{\partial \theta}{\partial z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A \\ B \\ d\sigma \\ d\theta \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

Si un système d'équations aux dérivées partielles est de Cramer, le déterminant de la matrice des coefficients est différent de zéro. Par contre, un système d'équations aux dérivées partielles du second ordre admet deux familles de courbes le long desquelles le déterminant de la matrice des coefficients est nul. Ces courbes sont appelées caractéristiques [10].

Les équations aux dérivées partielles du second ordre sont classées en trois groupes suivant que leurs caractéristiques soient réelles ou non :

- ✓ Double famille de caractéristiques complexes : équation elliptique.
- ✓ Double famille de caractéristiques réelles : équation hyperbolique.
- ✓ Simple famille de caractéristiques réelle : équation parabolique.

Donc pour que le système (2.11) ne soit pas de Cramer et possède des caractéristiques, il faut que le déterminant de la matrice des coefficients soit nul. Si ces caractéristiques sont réelles, le système est hyperbolique [10].

Pour que le système soit possible quand le déterminant de la matrice des coefficients est nul, il est nécessaire que le déterminant de la matrice associée, obtenue en remplaçant une colonne de la matrice des coefficients par la matrice colonne des seconds membres, soit aussi nulle [10].

Calculons le déterminant de la matrice des coefficients :

$$\Delta = \begin{pmatrix} 1 & -\operatorname{tg}(\theta - \mu) & -2\sigma \operatorname{tg} \varphi & 2\sigma \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg}(\theta - \mu) \\ 1 & -\operatorname{tg}(\theta + \mu) & 2\sigma \operatorname{tg} \varphi & -2\sigma \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg}(\theta + \mu) \\ dx & dz & 0 & 0 \\ 0 & 0 & dx & dz \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

$$= -dx^2 4\sigma \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg}(\theta - \mu) \operatorname{tg}(\theta + \mu) - dx dz 2\sigma \operatorname{tg} \varphi (\operatorname{tg}(\theta + \mu) + \operatorname{tg}(\theta - \mu)) - dx dz 2\sigma \operatorname{tg} \varphi (\operatorname{tg}(\theta - \mu) + \operatorname{tg}(\theta + \mu)) - dz^2 4\sigma \operatorname{tg} \varphi$$

$$= -4\sigma \operatorname{tg} \varphi [\operatorname{tg}(\theta - \mu) \operatorname{tg}(\theta + \mu) dx^2 + (\operatorname{tg}(\theta + \mu) + \operatorname{tg}(\theta - \mu)) dx dz + dz^2]$$

Ecrivons que ce déterminant est nul :

$$\Delta = \left(\frac{dz}{dx}\right)^2 + (\operatorname{tg}(\theta + \mu) + \operatorname{tg}(\theta - \mu)) \frac{dz}{dx} + \operatorname{tg}(\theta - \mu) \cdot \operatorname{tg}(\theta + \mu) = 0$$

$$\text{Ce qui donne } \left( \frac{dz}{dx} + \operatorname{tg}(\theta + \mu) \right) \cdot \left( \frac{dz}{dx} + \operatorname{tg}(\theta - \mu) \right) = 0$$

Par suite le déterminant des coefficients du système est nul si :

$$\frac{dz}{dx} = -\operatorname{tg}(\theta + \mu) \quad \text{ou} \quad \frac{dz}{dx} = -\operatorname{tg}(\theta - \mu) \quad (2.13)$$

Ces équations, sous forme différentielles, représentent donc les tangentes aux courbes caractéristiques. Le système (2.11) possède donc des caractéristiques réelles. Il est hyperbolique. On désignera, par la suite, par :

$$m^+ : \text{les caractéristiques vérifiant } \frac{dz}{dx} = -\operatorname{tg}(\theta + \mu)$$

$$m^- : \text{les caractéristiques vérifiant } \frac{dz}{dx} = -\operatorname{tg}(\theta - \mu)$$

La méthode des caractéristiques consiste à calculer les fonctions  $\sigma$  et  $\theta$  le long des caractéristiques  $m^+$  et  $m^-$ . Pour cela, nous avons noté que pour que le système soit possible, les déterminants des matrices associées doivent être nuls [10].

Calculons un de ces déterminants :

$$\begin{pmatrix} 1 & -\operatorname{tg}(\theta - \mu) & -2\sigma \operatorname{tg} \varphi & A \\ 1 & -\operatorname{tg}(\theta + \mu) & 2\sigma \operatorname{tg} \varphi & B \\ dx & dz & 0 & d\sigma \\ 0 & 0 & dx & d\theta \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

$$\begin{aligned} &= dx (d\sigma (\operatorname{tg}(\theta + \mu) - \operatorname{tg}(\theta - \mu)) + dz (B - A)) + dx^2 ((B - A) \operatorname{tg}(\theta - \mu) + A (\operatorname{tg}(\theta - \mu) - \operatorname{tg}(\theta + \mu)) - 2\sigma \operatorname{tg} \varphi d\theta (2 dz + dx (\operatorname{tg}(\theta + \mu) + \operatorname{tg}(\theta - \mu)))) \\ &= dx d\sigma (\operatorname{tg}(\theta + \mu) - \operatorname{tg}(\theta - \mu)) - 2\sigma \operatorname{tg} \varphi d\theta (2 dz + dx (\operatorname{tg}(\theta + \mu) + \operatorname{tg}(\theta - \mu))) - A (dx dz + dx^2 \operatorname{tg}(\theta - \mu) - dx^2 \operatorname{tg}(\theta - \mu) + dx^2 \operatorname{tg}(\theta + \mu)) + B (dx dz + dx^2 \operatorname{tg}(\theta - \mu)). \end{aligned}$$

Ecrivons que le déterminant  $\Delta_2$  est nul le long d'une caractéristique  $m^+$  soit :

$$\frac{dz}{dx} = -\operatorname{tg}(\theta + \mu) \text{ et remplacions } -\operatorname{tg}(\theta + \mu) \text{ par } \frac{dz}{dx} \text{ dans le déterminant } \Delta_2, \text{ on obtient :}$$

$$\Delta_2 = 0 = -dx d\sigma \left( \frac{dz}{dx} + tg(\theta - \mu) \right) - 2\sigma tg\varphi d\theta (2dz + dx \left( -\frac{dz}{dx} + tg(\theta - \mu) \right)) \\ - A \left( dx dz - dx^2 \frac{dz}{dx} \right) + B(dx dz + dx^2 tg(\theta - \mu))$$

$$\Delta_2 = 0 = -dx d\sigma \left( \frac{dz}{dx} + tg(\theta - \mu) \right) - 2\sigma tg\varphi d\theta dx \left( \frac{dz}{dx} + tg(\theta - \mu) \right) \\ + B dx^2 \left( \frac{dz}{dx} + tg(\theta - \mu) \right)$$

Or  $\frac{dz}{dx} + tg(\theta - \mu) \neq 0$ , parce que les caractéristiques sont distinctes.

Donc pour que  $\Delta_2$  soit nul, sur  $m^+$ , on doit avoir :  $d\sigma + 2\sigma tg\varphi d\theta = B dx$

Maintenant, écrivons que le déterminant  $\Delta_2$  est nul le long d'une caractéristique  $m^-$ , en remplaçant :  $-tg(\theta + \mu)$  par  $\frac{dz}{dx}$  dans le déterminant  $\Delta_2$ . On obtient :

$$\Delta_2 = 0 = dx d\sigma \left( \frac{dz}{dx} + tg(\theta + \mu) \right) - 2\sigma tg\varphi d\theta (2dz + dx \left( -\frac{dz}{dx} + tg(\theta + \mu) \right)) \\ - A(dx dz + dx^2 tg(\theta + \mu)) + B(dx dz + dx^2 \frac{dz}{dx})$$

Or  $\frac{dz}{dx} + tg(\theta + \mu) \neq 0$ , les caractéristiques étant distinctes.

Donc pour que  $\Delta_2$  soit nul, sur  $m^-$ , on doit avoir :  $d\sigma - 2\sigma tg\varphi d\theta = A dx$

On a finalement :

✓ Sur une caractéristique  $m^+$  :

$$\begin{cases} dz = -dx tg(\theta + \mu) \\ d\sigma + 2\sigma tg\varphi d\theta = B dx = -dx \frac{X \sin(\theta - \mu) + Z \cos(\theta - \mu)}{\cos\varphi \cos(\theta + \mu)} \end{cases}$$

✓ Sur une caractéristique  $m^-$  :

(2.15)

$$\begin{cases} dz = -dx tg(\theta - \mu) \\ d\sigma - 2\sigma tg\varphi d\theta = A dx = dx \frac{X \sin(\theta + \mu) + Z \cos(\theta + \mu)}{\cos\varphi \cos(\theta - \mu)} \end{cases}$$

Considérons le cas où les seules forces de volume sont celles dues à la gravité.

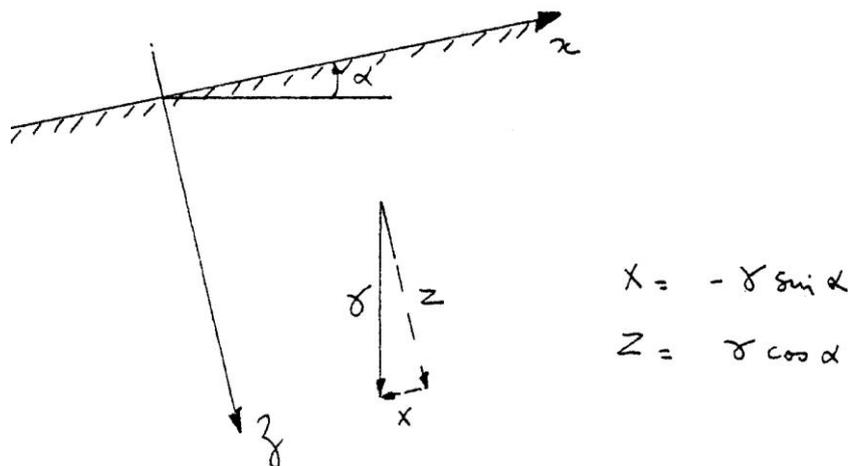


Figure 2.1 : forces du volume dues à la gravité dans un plan  $(x, z)$  [10].

Dans ce cas :

$$B dx = - dx \frac{-\gamma \sin \alpha \sin(\theta - \mu) + \gamma \cos \alpha \cos(\theta - \mu)}{\cos \varphi \cos(\theta + \mu)}$$

$$B dx = -\gamma dx \frac{\cos \alpha \cos(\theta - \mu) - \sin \alpha \sin(\theta - \mu)}{\cos \varphi \cos(\theta + \mu)} = -\gamma dx \frac{\cos(\alpha + \theta - \mu)}{\cos \varphi \cos(\theta + \mu)}$$

Or :

$$\begin{aligned} \cos(\alpha + \theta - \mu) &= \cos[(\theta + \mu) + (\alpha - 2\mu)] = \cos\left[(\theta + \mu) + (\alpha + \varphi) - \frac{\pi}{2}\right] \\ &= \sin[(\theta + \mu) + (\alpha + \varphi)] = \sin(\alpha + \varphi) \cos(\theta + \mu) + \sin(\theta + \mu) \cos(\alpha + \varphi) \end{aligned}$$

Donc :

$$B dx = -\frac{\gamma}{\cos \varphi} [\sin(\alpha + \varphi) dx + \cos(\alpha + \varphi) \operatorname{tg}(\theta + \mu) dx]$$

Or sur une caractéristique  $m^+$ ,

$$\frac{dz}{dx} = -\operatorname{tg}(\theta + \mu)$$

Donc :

$$B dx = -\frac{\gamma}{\cos \varphi} [\sin(\alpha + \varphi) dx - \cos(\alpha + \varphi) dz]$$

De même :

$$A dx = dx \frac{-\gamma \sin \alpha \sin(\theta + \mu) + \gamma \cos \alpha \cos(\theta + \mu)}{\cos \varphi \cos(\theta - \mu)}$$

$$A dx = \gamma dx \frac{\cos(\alpha + \theta + \mu)}{\cos \varphi \cos(\theta - \mu)}$$

Or :

$$\begin{aligned} \cos(\alpha + \theta + \mu) &= \cos[(\theta - \mu) + (\alpha + 2\mu)] = \cos\left[(\theta - \mu) + (\alpha - \varphi) + \frac{\pi}{2}\right] \\ &= \sin[(\theta - \mu) + (\alpha - \varphi)] = -\sin(\alpha - \varphi) \cos(\theta - \mu) + \sin(\theta - \mu) \cos(\alpha - \varphi) \end{aligned}$$

Soit :

$$A dx = -\frac{\gamma}{\cos \varphi} [\sin(\alpha - \varphi) dx + \cos(\alpha - \varphi) \operatorname{tg}(\theta - \mu) dx]$$

Or sur une caractéristique  $m^-$ , nous avons :

$$\frac{dz}{dx} = -\operatorname{tg}(\theta - \mu)$$

Donc :

$$A dx = -\frac{\gamma}{\cos \varphi} [\sin(\alpha - \varphi) dx - \cos(\alpha - \varphi) dz]$$

On a donc, si  $X = -\gamma \sin \alpha$ ,  $Z = \gamma \cos \alpha$

✓ Sur une caractéristique  $m^+$

$$\begin{cases} dz = -dx \operatorname{tg}(\theta + \mu) \\ d\sigma + 2\sigma \operatorname{tg} \varphi d\theta = -\frac{\gamma}{\cos \varphi} [\sin(\alpha + \varphi) dx - \cos(\alpha + \varphi) dz] \end{cases}$$

✓ Sur une caractéristique  $m^-$

(2.16)

$$\begin{cases} dz = -dx \operatorname{tg}(\theta - \mu) \\ d\sigma - 2\sigma \operatorname{tg} \varphi d\theta = -\frac{\gamma}{\cos \varphi} [\sin(\alpha - \varphi) dx - \cos(\alpha - \varphi) dz] \end{cases}$$

Si  $\alpha = 0$ , (massif horizontal), les équations deviennent :

✓ Sur une caractéristique  $m^+$

$$\begin{cases} dz = - dx \operatorname{tg} (\theta + \mu) \\ d\sigma + 2\sigma \operatorname{tg} \varphi d\theta = \gamma (dz - \operatorname{tg} \varphi dx) \end{cases}$$

✓ Sur une caractéristique  $m^-$

(2.17)

$$\begin{cases} dz = - dx \operatorname{tg} (\theta - \mu) \\ d\sigma - 2\sigma \operatorname{tg} \varphi d\theta = \gamma (dz + \operatorname{tg} \varphi dx) \end{cases}$$

Les caractéristiques font l'angle  $\pm \mu$  avec la direction de la contrainte principale majeure. Elles coïncident donc avec les lignes de glissement théoriques. En tout point  $M(x, z)$ , il y'a deux caractéristiques, la contrainte fictive sur une facette tangente à une caractéristique est portée par la tangente à l'autre caractéristique [10].

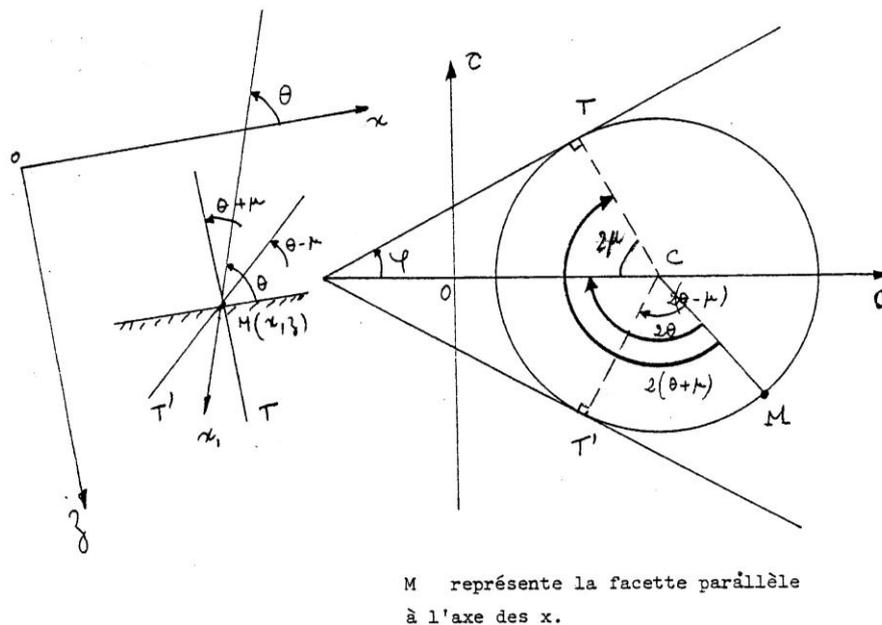


Figure 2.2 : Représentation de l'état de contrainte d'un point  $M(x, z)$  [10].

## 2.2. Résolution par la méthode des différences finies :

La détermination de la distribution spatiale de  $\sigma$  et  $\theta$  à partir des équations (2.16) ne peut se faire, généralement, de façon analytique et l'on a recours au calcul numérique faisant appel à la méthode des différences finies [10].

Supposons que l'on connaisse  $x$ ,  $z$ ,  $\sigma$  et  $\theta$  sur une courbe (T) du plan  $(x, z)$  et que la fonction  $\Phi(\sigma, \theta)$  soit dérivable le long de (T), c'est-à-dire que les dérivées partielles de  $\sigma$  et  $\theta$  par rapport à  $x$  et  $z$  existent et soient définies. Supposons également qu'en tout point de la courbe (T) existent deux caractéristiques réelles distinctes  $m^+$  et  $m^-$  [10].

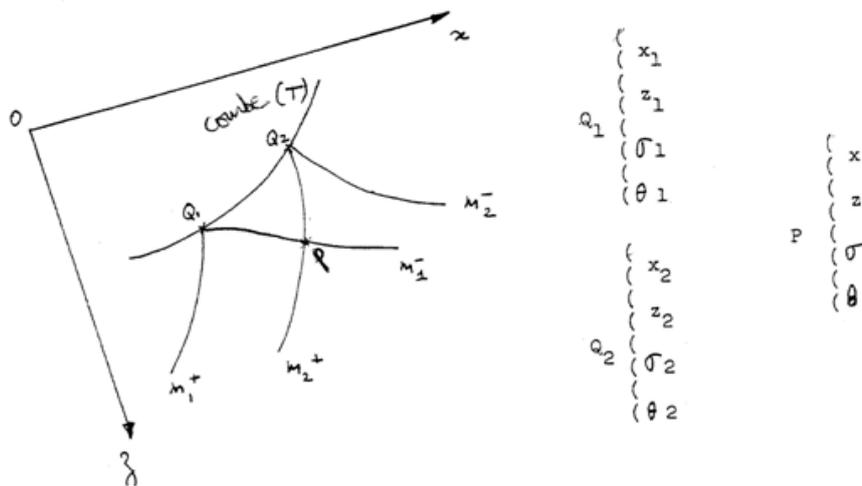


Figure 2.3 : Les caractéristiques d'un point P en intersection des lignes de glissements [10].

Soit un point P voisin de la courbe (T) et situé à l'intersection de la caractéristique  $m_2^+$  issue  $\sigma$  du point  $Q_2$  et  $m_1^-$  issue du point  $Q_1$ . La méthode des différences finies permet de donner une approximation des valeurs des  $x$ ,  $z$ ,  $\sigma$  et  $\theta$  au point P, en substituant :

- |                                                        |                                              |
|--------------------------------------------------------|----------------------------------------------|
| $dx$ le long de $m_1^-$ par $x - x_1$ ,                | le long de $m_2^+$ par $x - x_2$ .           |
| $dz$ le long de $m_1^-$ par $z - z_1$ ,                | le long de $m_2^+$ par $z - z_2$ .           |
| $d\sigma$ le long de $m_1^-$ par $\sigma - \sigma_1$ , | le long de $m_2^+$ par $\sigma - \sigma_2$ . |
| $d\theta$ le long de $m_1^-$ par $\theta - \theta_1$ , | le long de $m_2^+$ par $\theta - \theta_2$ . |

Considérons les équations (2.16) :

Le long de la caractéristique  $m^-_1$ , on peut écrire :

$$\begin{cases} z - z_1 = - (x - x_1) \operatorname{tg} (\theta^*_1 - \mu) \\ (\sigma - \sigma_1) - 2\sigma^*_1 \operatorname{tg} \varphi (\theta - \theta_1) = -\frac{\gamma}{\cos \varphi} [\sin(\alpha - \varphi) \cdot (x - x_1) - \cos(\alpha - \varphi) \cdot (z - z_1)] \end{cases} \quad (2.18)$$

Le long de la caractéristique  $m^+_2$ , on peut écrire :

$$\begin{cases} z - z_2 = - (x - x_2) \operatorname{tg} (\theta^*_2 + \mu) \\ (\sigma - \sigma_2) + 2\sigma^*_2 \operatorname{tg} \varphi (\theta - \theta_2) = -\frac{\gamma}{\cos \varphi} [\sin(\alpha + \varphi) \cdot (x - x_2) - \cos(\alpha + \varphi) \cdot (z - z_2)] \end{cases} \quad (2.19)$$

On a donc un système de quatre équations à quatre inconnues  $x$ ,  $z$ ,  $\sigma$  et  $\theta$ .

On a :

$$z = z_1 - (x - x_1) \operatorname{tg} (\theta^*_1 - \mu) = z_2 - (x - x_2) \operatorname{tg} (\theta^*_2 + \mu)$$

$$x[\operatorname{tg}(\theta^*_1 - \mu) - \operatorname{tg}(\theta^*_2)] = z_1 - z_2 + x_1 \operatorname{tg}(\theta^*_1 - \mu) - z_2 \operatorname{tg}(\theta^*_2 + \mu)$$

$$x = \frac{(z_1 - z_2) + x_1(\theta^*_1 - \mu) - z_2 \operatorname{tg}(\theta^*_2 + \mu)}{\operatorname{tg}(\theta^*_1 - \mu) - \operatorname{tg}(\theta^*_2 + \mu)}$$

$$z = z_1 - (x - x_1) \operatorname{tg}(\theta^*_1 - \mu)$$

On a aussi :

$$\sigma = \sigma_1 + 2\sigma^*_1 \operatorname{tg} \varphi (\theta - \theta_1) - \frac{\gamma}{\cos \varphi} [(x - x_1) \sin(\alpha - \varphi) - (z - z_1) \cos(\alpha - \varphi)]$$

$$\sigma = \sigma_2 - 2\sigma^*_2 \operatorname{tg} \varphi (\theta - \theta_2) - \frac{\gamma}{\cos \varphi} [(x - x_2) \sin(\alpha + \varphi) - (z - z_2) \cos(\alpha + \varphi)]$$

Posons :

$$a = -\frac{\gamma}{\cos \varphi} [(x - x_1) \sin(\alpha - \varphi) - (z - z_1) \cos(\alpha - \varphi)]$$

$$b = -\frac{\gamma}{\cos \varphi} [(x - x_2) \sin(\alpha + \varphi) - (z - z_2) \cos(\alpha + \varphi)]$$

Alors :

$$\sigma_1 + 2\sigma_1^* \operatorname{tg} \varphi (\theta - \theta_1) + a = \sigma_2 - 2\sigma_2^* \operatorname{tg} \varphi (\theta - \theta_2) + b$$

$$\theta(2\sigma_1^* \operatorname{tg} \varphi + 2\sigma_2^* \operatorname{tg} \varphi) = \sigma_2 - \sigma_1 + 2\operatorname{tg} \varphi (\sigma_2^* \theta_2 + \sigma_1^* \theta_1) + b - a$$

$$\theta = \frac{\sigma_2 - \sigma_1 + 2\operatorname{tg} \varphi (\sigma_1^* \theta_1 + \sigma_2^* \theta_2) + (b - a)}{2\operatorname{tg} \varphi (\sigma_1^* + \sigma_2^*)}$$

Donc :

$$\sigma = \frac{\sigma_1 2\operatorname{tg} \varphi (\sigma_1^* + \sigma_2^*) + 2\sigma_1^* \operatorname{tg} \varphi [\sigma_2 - \sigma_1 + 2\operatorname{tg} \varphi (\sigma_1^* \theta_1 + \sigma_2^* \theta_2)]}{2\operatorname{tg} \varphi (\sigma_1^* + \sigma_2^*)}$$

$$+ \frac{(b - a) - \theta_1 2\operatorname{tg} \varphi (\sigma_1^* + \sigma_2^*) + a 2\operatorname{tg} \varphi (\sigma_1^* + \sigma_2^*)}{2\operatorname{tg} \varphi (\sigma_1^* + \sigma_2^*)}$$

$$\sigma = \frac{\sigma_1 \sigma_2^* + \sigma_1^* \sigma_2 + 2\operatorname{tg} \varphi \sigma_1^* \sigma_2^* (\theta_2 - \theta_1) + b \sigma_1^* + a \sigma_2^*}{\sigma_1^* \cdot \theta_2^*}$$

Donc, au point P, on a :

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \frac{(z_1 - z_2) + x_1(\theta_1^* - \mu) - x_2 \operatorname{tg}(\theta_2^* + \mu)}{\operatorname{tg}(\theta_1^* - \mu) - \operatorname{tg}(\theta_1^* + \mu)} \\ z = z_1 - (x - x_1) \operatorname{tg}(\theta_1^* - \mu) \\ \sigma = \frac{\sigma_1 \sigma_2^* + \sigma_1^* \sigma_2 + 2\operatorname{tg} \varphi \sigma_1^* \sigma_2^* (\theta_2 - \theta_1) + b \sigma_1^* + a \sigma_2^*}{\sigma_1^* \cdot \theta_2^*} \\ \theta = \frac{\sigma_2 - \sigma_1 + 2\operatorname{tg} \varphi (\sigma_1^* \theta_1 + \sigma_2^* \theta_2) + (b - a)}{2\operatorname{tg} \varphi (\sigma_1^* + \sigma_2^*)} \end{array} \right.$$

Avec :

$$a = -\frac{\gamma}{\cos \varphi} [(x - x_1) \sin(\alpha - \varphi) - (z - z_1) \cos(\alpha - \varphi)]$$

$$b = -\frac{\gamma}{\cos \varphi} [(x - x_2) \sin(\alpha + \varphi) - (z - z_2) \cos(\alpha + \varphi)]$$

(2.20)

Il faut noter que les valeurs de  $x$ ,  $z$ ,  $\sigma$ ,  $\theta$  constituent seulement une première approximation, car dans les équations (2.18) et (2.19) apparaissent non seulement les termes de  $dx$ ,  $dz$ ,  $d\sigma$  et  $d\theta$  mais également les fonctions  $\sigma$  et  $\theta$ . Pour la première approximation, nous avons pris les valeurs de  $\sigma$  et  $\theta$  aux points connus Q1 et Q2 (valeurs marquées d'un astérisque) [10].

Pour l'approximation suivante, on remplacera :

$$\begin{aligned}\sigma_1^* &= \frac{\sigma_1 + \sigma}{2}, & \theta_1^* &= \frac{\theta_1 + \theta}{2} \\ \sigma_2^* &= \frac{\sigma_2 + \sigma}{2}, & \theta_2^* &= \frac{\theta_2 + \theta}{2}\end{aligned}$$

Deux à trois approximations successives sont généralement suffisantes pour une très bonne convergence, c'est-à-dire pour que la variation de la fonction soit négligeable entre deux approximations successives [10].

Si dans le plan  $(x, z)$ , nous désignons par l'indice  $i$ , les caractéristiques  $m^+$  et par l'indice  $j$  les caractéristiques  $m^-$ , l'intersection d'une caractéristique  $m^+$  ( $i$ ) avec une caractéristique  $m^-$  ( $j$ ) donne le point nodal  $\lambda(i, j)$  [10].

Le long d'une caractéristique  $m^+$ ,  $i$  sera constant, seul  $j$  variera et le long d'une caractéristique  $m^-$ ,  $j$  sera constant, seul  $i$  variera.

Considérons le point nodal P à l'intersection de  $m^+$  ( $i$ ) et  $m^-$  ( $j$ ),  $\lambda(i, j)$ .

Q1 : point nodal  $\lambda(i - 1, j)$ .

Q2 : point nodal  $\lambda(i, j - 1)$ .

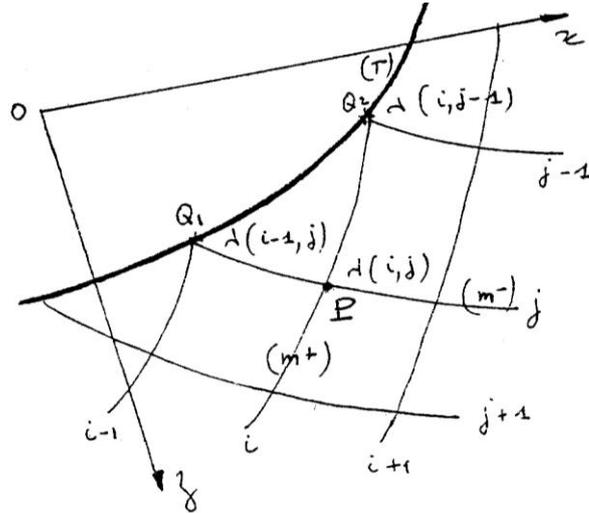


Figure 2.4 : Problème de Cauchy [10].

Les relations (2.20) deviennent :

$$\left\{ \begin{array}{l}
 x(i, j) = \frac{z(i-1, j) - z(i, j-1) + x(i-1, j) \operatorname{tg}[\theta^*(i-1, j) - \mu] - x(i, j-1) \operatorname{tg}[\theta^*(i, j-1) + \mu]}{\operatorname{tg}[\theta^*(i-1, j) - \mu] - \operatorname{tg}[\theta^*(i, j-1) + \mu]} \\
 z(i, j) = z(i-1, j) - [x(i, j) - x(i-1, j)] \cdot \operatorname{tg}[\theta^*(i-1, j) - \mu] \\
 a = -\frac{\gamma}{\cos \varphi} \{ [x(i, j) - x(i-1, j)] \sin(\alpha - \varphi) - [z(i, j) - z(i-1, j)] \cos(\alpha - \varphi) \} \\
 b = -\frac{\gamma}{\cos \varphi} \{ [x(i, j) - x(i, j-1)] \sin(\alpha + \varphi) - [z(i, j) - z(i, j-1)] \cos(\alpha + \varphi) \} \\
 \sigma = \frac{\sigma(i-1, j) \cdot \sigma^*(i, j-1) + \sigma^*(i-1, j) \cdot \sigma(i, j-1)}{\sigma^*(i-1, j) + \sigma^*(i, j-1)} \\
 \sigma = \sigma + \frac{2 \operatorname{tg} \varphi \sigma^*(i-1, j) \sigma^*(i, j-1) [\theta(i, j-1) - \theta(i-1, j)] + b \sigma^*(i-1, j) + a \sigma^*(i, j-1)}{\sigma^*(i-1, j) + \sigma^*(i, j-1)} \\
 \theta = \frac{\sigma(i, j-1) - \sigma(i-1, j) + 2 \operatorname{tg} \varphi [\sigma^*(i-1, j) \theta(i-1, j) + \sigma^*(i, j-1) \theta(i, j-1)] + b - a}{2 \operatorname{tg} \varphi [\sigma^*(i-1, j) + \sigma^*(i, j-1)]}
 \end{array} \right. \quad (2.21)$$

Pour les approximations suivantes, on remplace :

$$\sigma^*(i-1, j) = \frac{\sigma(i-1, j) + \sigma(i, j)}{2} ; \quad \sigma^*(i, j-1) = \frac{\sigma(i, j-1) + \sigma(i, j)}{2}$$

$$\theta^*(i-1, j) = \frac{\theta(i-1, j) + \theta(i, j)}{2} ; \quad \theta^*(i, j-1) = \frac{\theta(i, j-1) + \theta(i, j)}{2}$$

Le problème précédent est le schéma général connu sous le nom de problème de Cauchy. La courbe (T) n'est pas une caractéristique et toutes les valeurs de  $x$ ,  $z$ ,  $\sigma$  et  $\theta$  sont connues en tout point de (T), ainsi que les dérivées partielles de  $\sigma$  et  $\theta$  par rapport à  $x$  et  $z$  [10].

On définit deux autres types de problèmes connus sous le nom de : problème de Goursat et problème mixte. Dans le problème de Goursat, toutes les valeurs de  $x$ ,  $z$ ,  $\sigma$  et  $\theta$  sont connues sur deux caractéristiques  $m^+$  et  $m^-$ . On commence par calculer les valeurs au point P, point le plus voisin de l'intersection des deux caractéristiques connues. Le problème se ramène donc au problème de Cauchy [10].

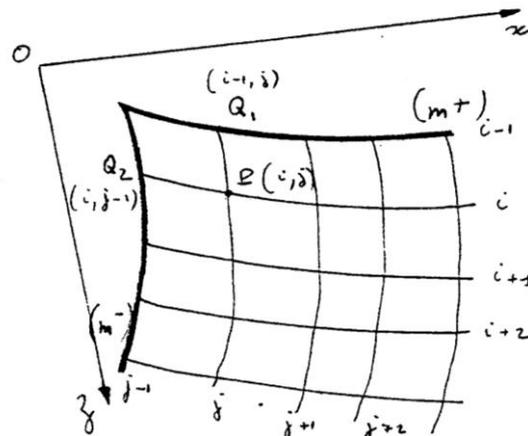


Figure 2.5 : Problème de Goursat [10].

Dans le problème mixte, toutes les valeurs de  $x$ ,  $z$ ,  $\sigma$  et  $\theta$  sont connues sur une caractéristique  $m^+$  (ou  $m^-$ ) et seulement deux des quatre quantités  $x$ ,  $z$ ,  $\sigma$  et  $\theta$  sont connues sur une courbe (T) qui n'est pas une caractéristique [10].

Examinons le cas où la caractéristique connue est une caractéristique  $m^+$ . On commence par calculer le point P ( $i$ ,  $j$ ) issu de Q ( $i - 1$ ,  $j$ ). PQ est donc une caractéristique  $m^-$ .

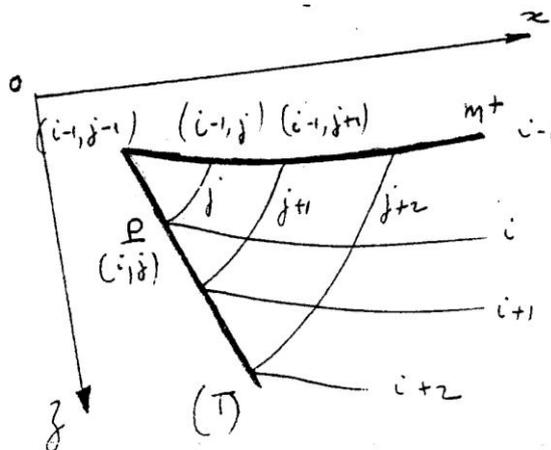


Figure 2.6 : Problème mixte [10].

Et l'on peut écrire :

$$\begin{cases} dz = -dx \operatorname{tg}(\theta - \mu) \\ d\sigma - 2\sigma \operatorname{tg}\varphi d\theta = -\frac{\gamma}{\cos\varphi} [\sin(\alpha - \varphi)dx - \cos(\alpha - \varphi)dz] \end{cases}$$

Soit en différences finies :

$$\begin{cases} z(i, j) - z(i-1, j) = -[x(i, j) - x(i-1, j)] \operatorname{tg}[\theta^*(i-1, j) - \mu] \\ \sigma(i, j) - \sigma(i-1, j) - 2\sigma^*(i-1, j) \operatorname{tg}\varphi [\theta(i, j) - \theta(i-1, j)] \\ = -\frac{\gamma}{\cos\varphi} \{ [x(i, j) - x(i-1, j)] \sin(\alpha - \varphi) - [z(i, j) - z(i-1, j)] \cos(\alpha - \varphi) \} \end{cases} \quad (2.22)$$

Si par exemple  $z(i, j)$  et  $\theta(i, j)$  sont connus en tout point de (T), on a :

$$\begin{cases} x(i, j) = \frac{z(i-1, j) - z(i, j)}{\operatorname{tg}\left[\frac{\theta(i, j) + \theta(i-1, j)}{2} - \mu\right]} + x(i-1, j) \\ \sigma(i, j) = \sigma(i-1, j) + 2\sigma^*(i-1, j) \operatorname{tg}\varphi [\theta(i, j) - \theta(i-1, j)] \\ - \frac{\gamma}{\cos\varphi} \{ [x(i, j) - x(i-1, j)] \sin(\alpha - \varphi) - [z(i, j) - z(i-1, j)] \cos(\alpha - \varphi) \} \end{cases} \quad (2.23)$$

Si la caractéristique connue est une caractéristique  $m^-$ , le problème est le même, en partant des équations (2.19). Le calcul de P se fait alors à l'intersection de (T) avec une caractéristique  $m^+$ .

### 2.2.3. Etude de la stabilité et de la convergence de solution numérique :

La convergence et la stabilité du schéma aux différences finies de la méthode des caractéristiques n'ont pas fait jusqu'à présent l'objet d'une étude mathématique approfondie.

En effet, le problème est complexe du fait de la non-linéarité des équations et du choix du quadrillage retenu qui est celui des caractéristiques, c'est-à-dire un quadrillage mobile, lui-même une inconnue du problème. Il est évident que la précision du calcul doit dépendre du quadrillage [10]. Examinons le problème de Cauchy, c'est-à-dire où  $x$ ,  $z$ ,  $\sigma$  et  $\theta$  sont connues en tout point d'une courbe (T). On appellera  $h$  le pas d'intégration. Pour un problème déterminé, on procèdera de la façon suivante :

#### a) Etude de la stabilité :

Soit  $\lambda$  la solution obtenue pour un pas d'intégration  $h$  donné et soit  $\lambda_c$  la solution obtenue pour un pas d'intégration  $h + dh$ .

On dit que le calcul est stable si  $|\lambda_c - \lambda|$  reste inférieur à une valeur  $\varepsilon$  donnée petite.

Soit  $\lambda_c \rightarrow \lambda$  quand  $dh \rightarrow 0$ .

#### b) Etude de la convergence :

Soit  $\lambda_e$ , la solution exacte, inconnue. Soit  $\lambda$ , la solution obtenue avec un pas d'intégration de  $h$ . On dit que la solution est convergente si  $|\lambda - \lambda_e| \rightarrow 0$  quand  $h \rightarrow 0$ .

Dans un problème déterminé, on procèdera de la façon suivante :

- Pour  $h$  donné, on examinera la stabilité.
- On examinera ensuite la convergence en faisant tendre  $h$  vers 0, ceci dans la limite des possibilités de l'ordinateur.

#### 2.2.4. Les variables de Sokolovski :

En sol considéré non pesant, les équations sur les caractéristiques deviennent :

$$\begin{cases} dz = -dx \operatorname{tg} (\theta \pm \mu) \\ d\sigma \pm 2\sigma \operatorname{tg} \varphi d\theta = 0 \end{cases}$$

Introduisons une nouvelle fonction  $\chi$  due à Sokolovski :

$$\chi = \frac{1}{2} \operatorname{cotg} \varphi \log \frac{\sigma}{\sigma_0}$$

$\sigma_0$  : constante arbitraire ayant la dimension d'une contrainte. On obtient donc :

$$d\chi = \frac{1}{2} \operatorname{cotg} \varphi \frac{d\sigma}{\sigma}$$

Or :

$$\frac{d\sigma}{2\sigma \operatorname{tg} \varphi} = \mp d\theta \quad \rightarrow \quad d\chi = \mp d\theta$$

Ce qui nous donne par intégration ;  $\chi$  et  $\theta$  fonctions indépendantes :

$$\chi \pm \theta = \text{constante}$$

Si nous introduisons les variables indépendantes :

$$\xi = \chi + \theta \quad \text{et} \quad \eta = \chi - \theta.$$

Les équations des caractéristiques peuvent s'écrire :

$$\frac{\partial z}{\partial \xi} = -\frac{\partial x}{\partial \xi} \operatorname{tg} (\theta - \mu); \quad \frac{\partial z}{\partial \eta} = -\frac{\partial x}{\partial \eta} \operatorname{tg} (\theta + \mu)$$

Un tel choix de variables indépendantes est, bien sûr, admissible seulement si  $\xi$  et  $\eta$  sont variables dans le domaine d'intégration. L'avantage de ce changement de variables est, que dans le plan ( $\xi, \eta$ ), les caractéristiques sont des segments de droites parallèles aux axes  $\eta$  et  $\xi$ .

Les caractéristiques  $m^+$  sont donc représentées par des droites :  $\xi = \text{constante}$ , et les caractéristiques  $m^-$  par des droites :  $\eta = \text{constante}$  [10].

✓ Solutions particulières :

Il existe des solutions particulières où  $\xi = \text{constante}$ ,  $\eta = \text{constante}$  ou  $\xi$  et  $\eta = \text{constantes}$ .  
On appelle généralement ces solutions les intégrales des équations de l'équilibre limite.

Examinons séparément ces solutions :

a)  $\xi = \xi_0 = \text{constante}$  ;  $\eta$  variable.

Or  $\xi = \chi + \theta$ ,  $\eta = \chi - \theta$ , donc  $\chi = \xi - \theta = \eta + \theta$  et  $2\theta = \xi - \eta$

Donc si  $\xi = \text{constante}$ ,  $\theta$  est une fonction de  $\eta$  seulement. Par suite, à chaque valeur particulière de  $\eta$  (c'est-à-dire sur chaque caractéristique  $m^-$ ) correspond une valeur de  $\theta$ .

Par suite le long d'une caractéristique  $m^-$  on a :

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta = \text{constante} \\ dz = -dx \operatorname{tg} (\theta - \mu) \end{array} \right.$$

Or encore  $z$  et  $x$  variables indépendantes :

$$x \sin (\theta - \mu) + z \cos (\theta - \mu) = \text{constante}, \quad \theta = \text{constante}.$$

Cette famille de caractéristique  $m^-$  est donc constituée de droites  $\theta = \text{constante}$ .

Connaissant  $\theta$  et  $\xi_0$  on déduit  $\chi = \xi_0 - \theta$ .

Or :

$$\chi = \frac{1}{2} \operatorname{cotg} \varphi \log \frac{\sigma}{\sigma_0} \quad \text{soit} \quad \sigma = \sigma_0 \exp (2 \operatorname{tg} \varphi \chi)$$

Donc :

$$\sigma = \sigma_0 \exp [2 \operatorname{tg} \varphi (\xi_0 - \theta)] = C \exp (-2 \operatorname{tg} \varphi \theta)$$

Donc  $\sigma$  est fonction des constantes arbitraires  $\xi_0$  ou  $C$  et de  $\theta$  et par suite  $\sigma$  est constante le long d'une caractéristique  $m^-$ . La famille de caractéristiques  $m^+$  peut être trouvée par intégration de l'équation :

$$\frac{dz}{dx} = -\operatorname{tg} (\theta + \mu)$$

b)  $\eta = \eta_0 = \text{constante}$  ;  $\xi$  variable :

$$\text{Or } 2\theta = \xi - \eta.$$

Donc  $\theta$  est une fonction de la variable  $\xi$  seulement et par suite sur une caractéristique donnée  $m^+$  (correspondant à  $\xi$  donnée),  $\theta$  est une constante. Par suite, le long d'une caractéristique  $m^+$  on peut écrire :

$$\begin{cases} \theta = \text{constante} \\ dz = -dx \operatorname{tg}(\theta + \mu) \end{cases}$$

Où

$$x \sin(\theta + \mu) + z \cos(\theta + \mu) = \text{constante}$$

D'autre part :

$$\sigma = \sigma_0 \exp(2 \operatorname{tg} \varphi \chi) = \sigma_0 \exp[2 \operatorname{tg} \varphi (\eta_0 + \theta)]$$

$$\text{Donc : } \sigma = C \exp(2 \operatorname{tg} \varphi \theta) = \text{constante}$$

La famille de caractéristiques  $m^-$  peut être trouvée par intégration de l'équation :

$$\frac{dz}{dx} = -\operatorname{tg}(\theta - \mu)$$

c)  $\eta = \eta_0 = \text{constante}$  ;  $\xi = \xi_0 = \text{constante}$  :

$$\xi_0 = \chi + \theta, \quad \eta_0 = \chi - \theta, \quad \text{donc } \chi = (\xi_0 + \eta_0) / 2 = \text{constante.}$$

$$\sigma = \text{constante, donc } \theta = (\xi_0 - \eta_0) / 2 = \text{constante.}$$

Par suite les deux familles de caractéristique consistent en deux réseaux de lignes parallèles faisant entre elles l'angle  $2\mu$ . Sur ces lignes  $\theta$  et  $\sigma$  sont constants.

## 2.3. Cas particulier de l'équilibre limite d'un milieu purement cohérent :

### 2.3.1. Propriétés des contraintes en un point :

#### ✓ Loi de Coulomb :

L'enveloppe des cercles de Mohr de rupture définit la courbe intrinsèque du sol. Dans le cas d'un milieu purement cohérent, cette courbe est constituée de deux droites parallèles et l'équation de Coulomb devient :

$$\tau = \pm C$$

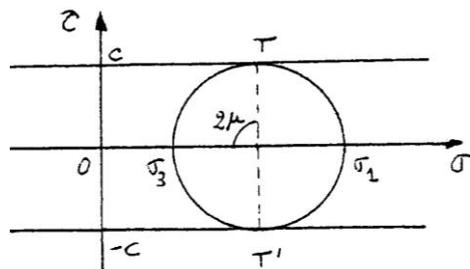


Figure 2.7 : Représentation de Mohr-Coulomb d'un milieu purement cohérent [10].

T et T' sont les points représentatifs des deux facettes sur lesquelles s'exercent les contraintes critiques OT et OT'.

Ces facettes sont les facettes ou directions de glissement. Elles font l'angle  $\mu$  avec la direction de la contrainte principale majeure  $X_1$ . Donc  $\mu = \pi/4$

### 2.3.2. Quelques définitions :

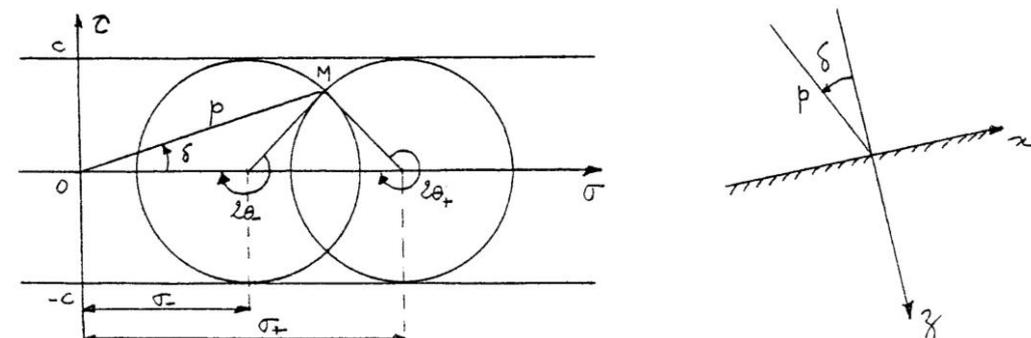


Figure 2.8 : Cercle de Mohr pour une facette donnée [10].

$$\begin{cases} \sigma_z = P \cos \delta \\ \tau_{zx} = P \sin \delta \end{cases} \quad (2.24)$$

Avec :

$P$  : contrainte réelle d'obliquité  $\delta$

$\sigma^-$  ( $\sigma^+$ ) : contrainte moyenne fictive, état actif (état fictif)

$\theta^-$  ( $\theta^+$ ) : angle de la facette sur laquelle s'exerce la contrainte  $P$  avec la direction de la contrainte principale majeure  $X_1$ , état actif (état passif).

Appelons  $\Delta$ , l'angle défini par :

$$\sin \Delta = \frac{\tau_{zx}}{C} \quad \text{avec } |\Delta| \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\text{Donc } \sin \Delta = \frac{P}{C} \sin \delta$$

Nous voyons immédiatement que  $|\sin \Delta| \leq 1$  soit :  $\frac{P}{C} \sin \delta \leq 1$

$$\text{D'où } P \leq \left| \frac{C}{\sin \delta} \right|$$

Si cette relation n'est pas satisfaite, l'équilibre est impossible.

### 2.3.3. Différents aspect de la loi de Coulomb :

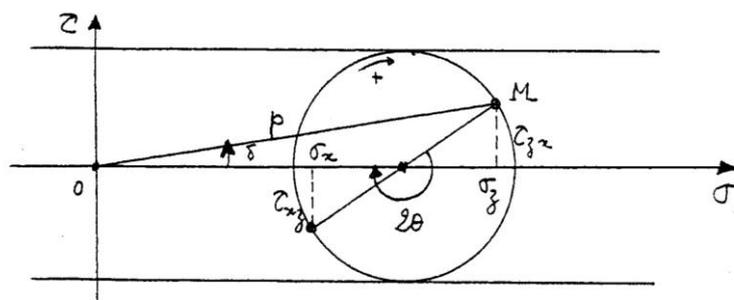


Figure 2.9 : Représentation des contraintes sur le cercle de Mohr [10].

On peut écrire la loi de Coulomb sous la forme :

$$\begin{cases} \frac{1}{4} (\sigma_z - \sigma_x)^2 + \tau_{zx}^2 = C^2 \\ \sigma_z = \frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_x) - \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3) \cos 2\theta \\ \tau_{zx} = -\frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3) \sin 2\theta \end{cases} \quad (2.25)$$

D'où :

$$\begin{cases} \sigma_z = \sigma - C \cos 2\theta \\ \sigma_x = \sigma + C \cos 2\theta \\ \tau_{zx} = -C \sin 2\theta \end{cases} \quad (2.26)$$

#### 2.3.4. Etude de $\sigma$ et $\theta$ sur une facette :

$$\sigma_z = P \cos \delta = \sigma - C \cos 2\theta$$

$$\tau_{zx} = P \sin \delta = -C \sin 2\theta$$

Or par définition  $P \sin \delta = C \sin \Delta$

$$\text{D'où } \sin 2\theta = -\sin \Delta$$

$$\text{Soit } \theta = (k-1)\frac{\pi}{4} - k\frac{\Delta}{2} + n\pi$$

Avec :

$k = -1$  état actif.  $k = +1$  état passif.

$$\text{Et } \Delta = \arcsin\left(\frac{P}{C} \sin \delta\right)$$

$$\sigma = P \cos \delta + C \cos 2\theta, \text{ D'où } \sigma = P \cos \delta + k C \cos \Delta$$

### 2.3.5. Les équations de l'équilibre indéfini :

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} = X \\ \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} - \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = Z \end{cases} \quad (2.27)$$

X et Z étant les forces de volume.

Si le massif est horizontal et si les forces de volume sont seulement la pesanteur :

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} - \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = \gamma \end{cases} \quad (2.28)$$

### 2.3.6. Etude d'un massif en équilibre limite dans le cas d'une charge uniforme sur une surface libre faisant l'angle $\alpha$ avec l'horizontale :

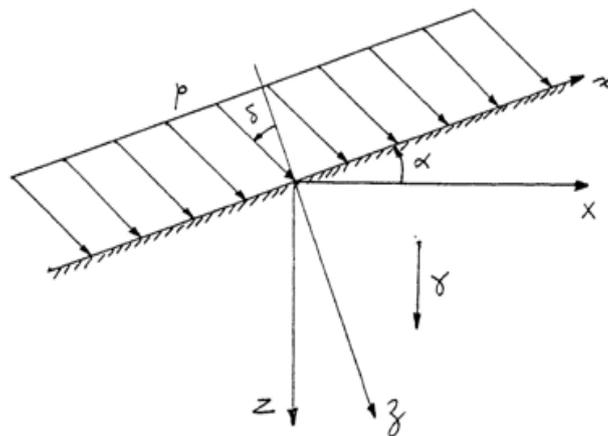


Figure 2.10 : Massif du sol uniformément chargé en équilibre limite [10].

L'état des contraintes au sein du massif est indépendant de x. on a donc :

$$\begin{cases} \sigma_z = \gamma z \cos \alpha + P \cos \delta \\ \tau_{zx} = -\gamma z \sin \alpha + P \sin \delta \end{cases} \quad (2.29)$$

Sur une facette parallèle à l'axe des x et à la profondeur z, l'obliquité  $\delta_z$  de la contrainte  $P(z)$  est donnée par :

$$\operatorname{tg} \delta_z = \frac{P \sin \delta - \gamma z \sin \alpha}{P \cos \delta + \gamma z \cos \alpha}$$

$$\sin \Delta_z = \frac{\tau_{zx}}{C} = \frac{P}{C} \sin \delta - \frac{\gamma z}{C} \sin \alpha = \sin \Delta - \frac{\gamma z}{C} \sin \alpha$$

$$\text{Avec } |\Delta| \leq \frac{\pi}{2}$$

Discutons les conditions d'existence de l'équilibre limite.

a) Les conditions d'équilibre limite doivent être respectées pour  $z = 0$ , donc :

$$P \leq \left| \frac{C}{\sin \delta} \right|$$

b) Si cette première condition est vérifiée, il faut que :

$$|\sin \Delta_z| = \left| \frac{P}{C} \sin \delta - \frac{\gamma z}{C} \sin \alpha \right| \leq 1$$

$$\frac{C + P \sin \delta}{\gamma \sin \alpha} \geq z \geq - \frac{C - P \sin \delta}{\gamma \sin \alpha}$$

✓ **Si  $\alpha > 0$  :**

$$\frac{C + P \sin \delta}{\gamma \sin \alpha} = z_1 > 0$$

$$- \frac{C - P \sin \delta}{\gamma \sin \alpha} = z_2 < 0$$

L'équilibre limite sera possible pour :

$$0 \leq z \leq z_1 = z_r = \frac{C + P \sin \delta}{\gamma \sin \alpha}$$

✓ **Si  $\alpha < 0$  :**

$$z_1 < 0, \quad z_2 > 0$$

L'équilibre limite sera possible pour :

$$0 \leq z \leq z_2 = z_r = - \frac{C - P \sin \delta}{\gamma \sin \alpha}$$

Cherchons la ligne  $z = z_0$ , où  $\tau_{zx} = 0$ , soit  $\Delta_z = 0$

Donc  $P \sin \delta = \gamma z \sin \alpha$

$$z = z_0 = \frac{P \sin \delta}{\gamma \sin \alpha} = \frac{C \sin \Delta}{\gamma \sin \alpha}$$

Désignons par  $h$  le domaine  $z_0 \leq z \leq z_r$

$$\text{Où } 0 \leq |\Delta_z| \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \quad h = z_r - z_0 = \frac{C}{\gamma \sin \alpha}$$

$$\text{Si } \alpha < 0, \quad h = -\frac{C}{\gamma \sin \alpha}$$

$$\text{Donc } h = \left| \frac{C}{\gamma \sin \alpha} \right|$$

Dans la zone en état d'équilibre limite :

$$\sin \Delta_z = \sin \Delta - \frac{\gamma z}{C} \sin \alpha$$

$$z = \frac{C}{\gamma} \frac{\sin \Delta - \sin \Delta_z}{\sin \alpha}$$

$$\text{Or } \sin \Delta_z = -\sin 2\theta, \quad \forall k = \pm 1$$

$$\text{Dans le cas où } \alpha > 0, \quad z - z_0 = h \sin 2\theta$$

Les équations des lignes de glissement sous forme différentielle sont :

$$\frac{dz}{dx} = -tg \left( \theta \pm \frac{\pi}{4} \right) \quad (2.30)$$

Or :

$$\frac{dz}{d\theta} = 2h \cos 2\theta \quad (2.31)$$

Soit :

$$\frac{dx}{d\theta} = \frac{dx}{dz} \frac{dz}{d\theta} = - \frac{2h \cos 2\theta}{\operatorname{tg} \left( \theta \pm \frac{\pi}{4} \right)} = 2h (\sin 2\theta \pm 1) \quad (2.32)$$

Les équations des lignes de glissement sont donc :

$$z = z_0 + h \sin 2\theta$$

$$x = h (-\cos 2\theta \mp 2\theta) + k$$

Les lignes de glissement sont donc des arcs de cycloïdes.

Examinons le cas  $\alpha > 0$ ,  $\delta > 0$ , état actif ( $k = -1$ )

$$z_0 = \frac{P \sin \delta}{\gamma \sin \alpha} > 0$$

$$z_1 = \frac{C + P \sin \delta}{\gamma \sin \alpha} > 0$$

$$z_2 = - \frac{C - P \sin \delta}{\gamma \sin \alpha} < 0$$

$$\text{Pour : } z = z_0, \quad \Delta_z = 0, \quad \theta = -\frac{\pi}{2} + n\pi$$

$$\text{Pour : } z = z_1, \quad \Delta_z = -\frac{\pi}{2}, \quad \theta = -\frac{3\pi}{4}$$

$$\text{Pour : } z = z_2, \quad \Delta_z = \frac{\pi}{2}, \quad \theta = -\frac{\pi}{4}$$

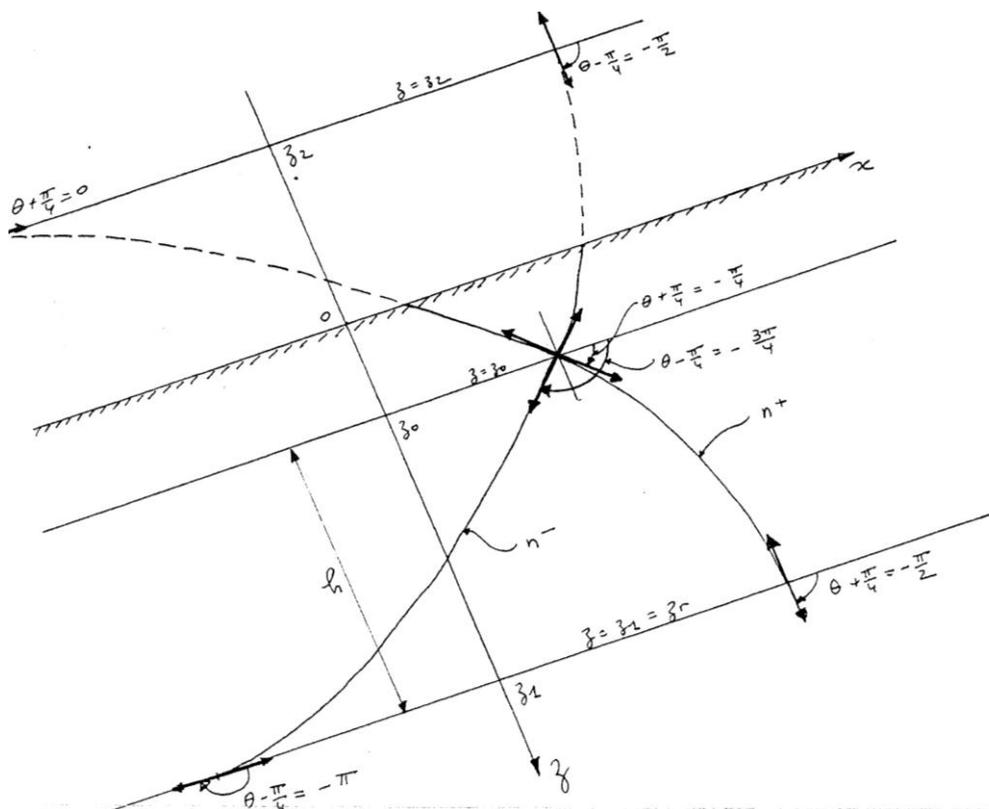


Figure 2.11 : Les lignes de glissement sous forme des arcs de cycloïdes [10].

### 2.3.7. Les équations de l'équilibre plan :

Nous avons :

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_z}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} = X(x, z) \\ \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = Z(x, z) \end{cases} \quad (2.33)$$

$$\begin{cases} \sigma_z = \sigma - C \cos 2\theta \\ \sigma_x = \sigma + C \cos 2\theta \\ \tau_{zx} = -C \sin 2\theta \end{cases} \quad (2.34)$$

En substituant (2.34) dans (2.33), on obtient :

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} - 2C \sin 2\theta \frac{\partial \theta}{\partial x} - 2C \cos 2\theta \frac{\partial \theta}{\partial z} = X(x, z)$$

$$- 2C \cos 2\theta \frac{\partial \theta}{\partial x} + 2C \sin 2\theta \frac{\partial \theta}{\partial z} + \frac{\partial \sigma}{\partial z} = Z(x, z)$$

Multiplions la première de ces équations par  $\sin(\theta \pm \frac{\pi}{4})$  et la seconde par  $\cos(\theta \pm \frac{\pi}{4})$  et additionnons :

$$\begin{aligned} \sin(\theta \pm \frac{\pi}{4}) \frac{\partial \sigma}{\partial x} - 2C \frac{\partial \theta}{\partial x} \left[ \sin 2\theta \sin(\theta \pm \frac{\pi}{4}) + \cos 2\theta \cos(\theta \pm \frac{\pi}{4}) \right] \\ + \cos(\theta \pm \frac{\pi}{4}) \frac{\partial \sigma}{\partial z} - 2C \frac{\partial \theta}{\partial z} \left[ \cos 2\theta \sin(\theta \pm \frac{\pi}{4}) - \sin 2\theta \cos(\theta \pm \frac{\pi}{4}) \right] \end{aligned}$$

$$= X \sin(\theta \pm \frac{\pi}{4}) + Z \cos(\theta \pm \frac{\pi}{4})$$

$$\sin(\theta \pm \frac{\pi}{4}) \frac{\partial \sigma}{\partial x} - 2C \frac{\partial \theta}{\partial x} \cos(\theta \mp \frac{\pi}{4}) + \cos(\theta \pm \frac{\pi}{4}) \frac{\partial \sigma}{\partial z} + 2C \frac{\partial \theta}{\partial z} \sin(\theta \mp \frac{\pi}{4})$$

$$= X \sin(\theta \pm \frac{\pi}{4}) + Z \cos(\theta \pm \frac{\pi}{4})$$

Or :

$$\cos(\theta \mp \frac{\pi}{4}) = \pm \sin(\theta \pm \frac{\pi}{4})$$

$$\sin(\theta \mp \frac{\pi}{4}) = \mp \cos(\theta \pm \frac{\pi}{4})$$

D'où :

$$\operatorname{tg}(\theta \pm \frac{\pi}{4}) \frac{\partial \sigma}{\partial x} + \frac{\partial \sigma}{\partial z} \mp 2C \operatorname{tg}(\theta \pm \frac{\pi}{4}) \frac{\partial \theta}{\partial x} \mp 2C \frac{\partial \theta}{\partial z} = X \operatorname{tg}(\theta \pm \frac{\pi}{4}) + Z$$

Soit :

$$\begin{pmatrix} \operatorname{tg}(\theta + \frac{\pi}{4}) & 1 & -2C \operatorname{tg}(\theta + \frac{\pi}{4}) & -2C \\ \operatorname{tg}(\theta - \frac{\pi}{4}) & 1 & 2C \operatorname{tg}(\theta - \frac{\pi}{4}) & 2C \\ dx & dz & 0 & 0 \\ 0 & 0 & dx & dz \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial \sigma}{\partial x} \\ \frac{\partial \sigma}{\partial z} \\ \frac{\partial \theta}{\partial x} \\ \frac{\partial \theta}{\partial z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X \operatorname{tg}(\theta + \frac{\pi}{4}) + Z \\ X \operatorname{tg}(\theta - \frac{\pi}{4}) + Z \\ d\sigma \\ d\theta \end{pmatrix}$$

Si le système est de Cramer, le déterminant de la matrice des coefficients est différent de 0.

$$\Delta = \frac{4C}{dx^2} \left[ \frac{dz}{dx} \operatorname{tg} \left( \theta - \frac{\pi}{4} \right) + \frac{dz}{dx} \operatorname{tg} \left( \theta + \frac{\pi}{4} \right) - 1 - \left( \frac{dz}{dx} \right)^2 \operatorname{tg} \left( \theta + \frac{\pi}{4} \right) \operatorname{tg} \left( \theta - \frac{\pi}{4} \right) \right]$$

$$\text{Or : } \operatorname{tg} \left( \theta + \frac{\pi}{4} \right) \operatorname{tg} \left( \theta - \frac{\pi}{4} \right) = -1$$

D'où :

$$\Delta = \frac{4C}{dx^2} \left[ \frac{dz}{dx} + \operatorname{tg} \left( \theta + \frac{\pi}{4} \right) \right] \left[ \frac{dz}{dx} + \operatorname{tg} \left( \theta - \frac{\pi}{4} \right) \right]$$

Le déterminant est nul pour :

$$\frac{dz}{dx} = -\operatorname{tg} \left( \theta + \frac{\pi}{4} \right) \quad \text{ou} \quad \frac{dz}{dx} = -\operatorname{tg} \left( \theta - \frac{\pi}{4} \right)$$

Ce sont les équations des lignes de glissement. Le système d'équation est hyperbolique et admet une double famille de caractéristiques réelles. Il est néanmoins nécessaire que le déterminant de la matrice associée, obtenue en remplaçant une colonne de la matrice des coefficients par la matrice colonne des seconds membres, soit nul sur des lignes caractéristiques [10].

$$\Delta_2 = \begin{pmatrix} \operatorname{tg} \left( \theta + \frac{\pi}{4} \right) & 1 & a & -2C \\ \operatorname{tg} \left( \theta - \frac{\pi}{4} \right) & 1 & b & 2C \\ dx & dz & d\sigma & 0 \\ 0 & 0 & d\theta & dz \end{pmatrix}$$

Avec :

$$\begin{cases} a = X \operatorname{tg} \left( \theta + \frac{\pi}{4} \right) + Z \\ b = X \operatorname{tg} \left( \theta - \frac{\pi}{4} \right) + Z \end{cases}$$

$$\Delta_2 = -d\theta dx 4C + 2C d\theta dz \left[ tg\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) + tg\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) \right] + a dz \left[ dz tg\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) - dx \right] \\ - dz b \left[ dz tg\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) - dx \right] + dz d\sigma \left[ tg\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) - tg\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) \right]$$

✓ Sur une caractéristique  $n^+$  :

$$\frac{dz}{dx} = -tg\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Delta_2 = -4C \frac{dx}{dz} dz d\theta + 2C d\theta dz \left[ -\frac{dz}{dx} + tg\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) \right] + a dz^2 \left[ tg\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) - \frac{dx}{dz} \right] \\ - b dz^2 \left[ tg\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) - \frac{dx}{dz} \right] + dz d\sigma \left[ -\frac{dz}{dx} - tg\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) \right]$$

$$\text{Or : } tg\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) tg\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) = -1$$

D'où :

$$\frac{dx}{dz} = tg\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Delta_2 = -2C dz d\theta \left[ tg\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) + \frac{dz}{dx} \right] + b dz^2 \left[ \frac{dz}{dx} + tg\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) \right] - dz d\sigma \left[ tg\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) + \frac{dz}{dx} \right]$$

Nous somme sur une caractéristique  $n^+$ ,

$$\frac{dz}{dx} \neq -tg\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\text{D'où : } \Delta_2 = 0, \text{ alors } d\sigma + 2C d\theta = b dz$$

✓ Sur une ligne caractéristique  $n^-$  :

$$\frac{dz}{dx} = -tg\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Delta_2 = -4C \frac{dx}{dz} d\theta dz + 2C d\theta dz \left[ tg\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) - \frac{dz}{dx} \right] + a dz^2 \left[ -\frac{dz}{dx} - \frac{dx}{dz} \right] \\ - b dz^2 \left[ tg\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) - \frac{dx}{dz} \right] + dz d\sigma \left[ tg\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) + \frac{dz}{dx} \right]$$

Or :

$$\frac{dx}{dz} = \operatorname{tg}\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Delta_2 = -2Cdzd\theta \left[ \operatorname{tg}\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) + \frac{dz}{dx} \right] - a dz^2 \left[ \frac{dz}{dx} + \operatorname{tg}\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) \right] + dz d\sigma \left[ \operatorname{tg}\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) + \frac{dz}{dx} \right]$$

Nous sommes sur une caractéristique  $n^-$ , donc :

$$\frac{dz}{dx} = -\operatorname{tg}\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$$

D'où :  $\Delta_2 = 0$ , donc  $d\sigma - 2Cd\theta = a dz$

✓ Sur une caractéristique  $n^+$

$$\begin{cases} \frac{dz}{dx} = -\operatorname{tg}\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) \\ d\sigma + 2Cd\theta = \left( X \operatorname{tg}\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) + Z \right) dz = X dx + Z dz \end{cases} \quad (2.35)$$

✓ Sur une caractéristique  $n^-$

$$\begin{cases} \frac{dz}{dx} = \operatorname{tg}\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) \\ d\sigma - 2Cd\theta = \left( X \operatorname{tg}\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) + Z \right) dz = X dx + Z dz \end{cases} \quad (2.36)$$

Considérons le cas où les seules forces de volume sont celles dues à la pesanteur :

$$X = -\gamma \sin \alpha$$

$$Z = \gamma \cos \alpha$$

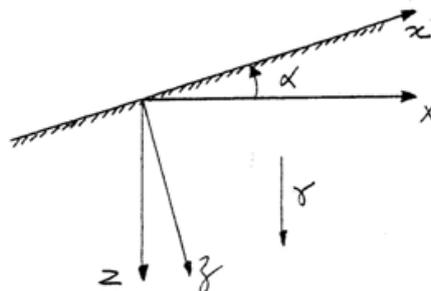


Figure 2.12 : Forces du volume dans un plan [10].

Dans ce cas :

✓ Sur une caractéristique  $n^+$

$$\begin{cases} \frac{dz}{dx} = -tg\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) \\ d\sigma + 2Cd\theta = \gamma (\cos \alpha dz - \sin \alpha dx) \end{cases} \quad (2.37)$$

✓ Sur une caractéristique  $n^-$

$$\begin{cases} \frac{dz}{dx} = -tg\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) \\ d\sigma - 2Cd\theta = \gamma (\cos \alpha dz - \sin \alpha dx) \end{cases} \quad (2.38)$$

Si  $\alpha = 0$  :

✓ Sur une caractéristique  $n^+$

$$\begin{cases} \frac{dz}{dx} = -tg\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) \\ d\sigma + 2Cd\theta = \gamma dz \end{cases} \quad (2.39)$$

✓ Sur une caractéristique  $n^-$

$$\begin{cases} \frac{dz}{dx} = -tg\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) \\ d\sigma - 2Cd\theta = \gamma dz \end{cases} \quad (2.40)$$

2.3.8. Résolution par la méthode des différences finies :

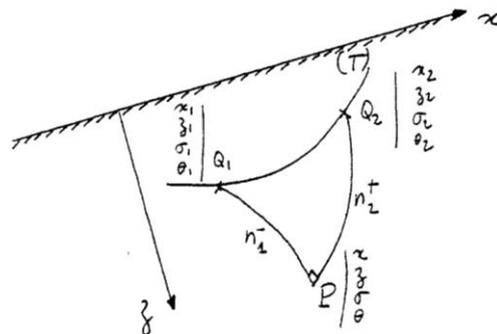


Figure 2.13 : Calcul des caractéristiques d'un point en intersection des deux lignes de glissements distinct [10].

Considérons un point P voisin de la courbes (T) et situé à l'intersection de la caractéristique  $n_2^+$  issue du point  $Q_2$  et  $n_1^-$  issue du point  $Q_1$ . La méthode des différences finies permet d'écrire :

✓ Sur une caractéristique  $n_2^+$

$$\left\{ \begin{array}{l} z - z_2 = -(x - x_2) \operatorname{tg} \left( \theta_2^* + \frac{\pi}{4} \right) \\ (\sigma - \sigma_2) + 2C (\theta - \theta_2) = X (x - x_2) + Z (z - z_2) \end{array} \right. \quad (2.41)$$

✓ Sur une caractéristique  $n_1^-$

$$\left\{ \begin{array}{l} z - z_1 = -(x - x_1) \operatorname{tg} \left( \theta_1^* - \frac{\pi}{4} \right) \\ (\sigma - \sigma_1) - 2C (\theta - \theta_1) = X (x - x_1) + Z (z - z_1) \end{array} \right. \quad (2.42)$$

On obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \frac{z_1 - z_2 + x_1 \operatorname{tg} \left( \theta_1^* - \frac{\pi}{4} \right) - x_2 \operatorname{tg} \left( \theta_2^* + \frac{\pi}{4} \right)}{\operatorname{tg} \left( \theta_1^* - \frac{\pi}{4} \right) - \operatorname{tg} \left( \theta_2^* + \frac{\pi}{4} \right)} \\ z = z_1 - (x - x_1) \operatorname{tg} \left( \theta_1^* - \frac{\pi}{4} \right) \\ \sigma = \frac{1}{2} [\sigma_2 + \sigma_1 + 2C (\theta_2 - \theta_1) + X (2x - x_2 - x_1) + Z (2z - z_2 - z_1)] \\ \theta = \frac{1}{4C} [\sigma_2 - \sigma_1 + 2C (\theta_2 + \theta_1) + X (x_1 - x_2) + Z (z_1 - z_2)] \end{array} \right. \quad (2.43)$$

$\theta$  ne dépend que des valeurs des variables aux points  $Q_1$  et  $Q_2$ . On recommencera par calculer  $\theta$ , puis on posera :

$$\theta_1^* = \frac{\theta + \theta_1}{2}, \quad \theta_2^* = \frac{\theta + \theta_2}{2}$$

On obtient donc avec un seul calcul par point :

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta = \frac{1}{4C} [\sigma_2 - \sigma_1 + 2C (\theta_2 + \theta_1) + X (x_1 - x_2) + Z (z_1 - z_2)] \\ x = \frac{z_1 - z_2 + x_1 \operatorname{tg} \left( \frac{\theta + \theta_1}{2} - \frac{\pi}{4} \right) - x_2 \operatorname{tg} \left( \frac{\theta + \theta_2}{2} + \frac{\pi}{4} \right)}{\operatorname{tg} \left( \frac{\theta + \theta_1}{2} - \frac{\pi}{4} \right) - \operatorname{tg} \left( \frac{\theta + \theta_2}{2} + \frac{\pi}{4} \right)} \\ z = z_1 - (x - x_1) \operatorname{tg} \left( \frac{\theta + \theta_1}{2} - \frac{\pi}{4} \right) \\ \sigma = \frac{1}{2} [\sigma_2 + \sigma_1 + 2C (\theta_2 - \theta_1) + X (2x - x_2 - x_1) + Z (2z - z_2 - z_1)] \end{array} \right. \quad (2.44)$$

En désignant par l'indice  $i$  les caractéristiques  $n^+$  et par l'indice  $j$  les caractéristiques  $n^-$ , on obtient :

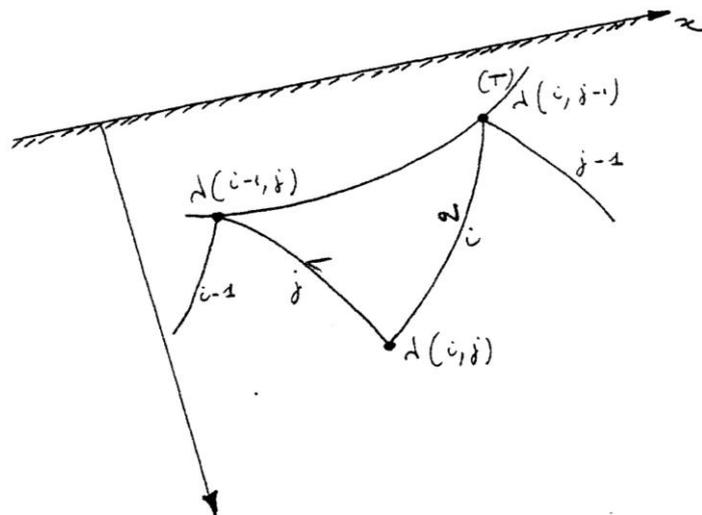


Figure 2.14 : Représentation spatiale des nœuds [10].

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \theta(i, j) = \frac{1}{4c} [\sigma(i, j - 1) - \sigma(i - 1, j) + 2C [\theta(i, j - 1) + \theta(i - 1, j)] + X[x(i - 1, j) - \\
 \quad x(i, j - 1)] + Z[z(i - 1, j) - z(i, j - 1)]] \\
 \\
 x(i, j) \\
 = \frac{z(i - 1, j) - z(i, j - 1) + x(i - 1, j) \operatorname{tg} \left( \frac{\theta(i, j) + \theta(i - 1, j)}{2} - \frac{\pi}{4} \right) - x(i, j - 1) \operatorname{tg} \left( \frac{\theta(i, j) + \theta(i, j - 1)}{2} + \frac{\pi}{4} \right)}{\operatorname{tg} \left( \frac{\theta(i, j) + \theta(i - 1, j)}{2} - \frac{\pi}{4} \right) - \operatorname{tg} \left( \frac{\theta(i, j) + \theta(i - 1, j)}{2} + \frac{\pi}{4} \right)} \\
 \\
 z(i, j) = z(i - 1, j) - [x(i, j) - x(i - 1, j)] \operatorname{tg} \left( \frac{\theta(i, j) + \theta(i - 1, j)}{2} - \frac{\pi}{4} \right) \quad (2.45) \\
 \\
 \sigma(i, j) = \frac{1}{2} [\sigma(i, j - 1) + \sigma(i - 1, j) + 2C \{ \theta(i, j - 1) - \theta(i - 1, j) \} \\
 \quad + X \{ 2x(i, j) - x(i, j - 1) - x(i - 1, j) \} \\
 \quad + Z \{ 2z(i, j) - z(i, j - 1) - z(i - 1, j) \}]
 \end{array} \right.$$

#### 2.4. Quelques exemples simples en milieu non pesant ( $\gamma = 0$ ) :

##### 2.4.1. Charge uniformément croissante – Massif horizontal en état d'équilibre limite actif sous la charge :

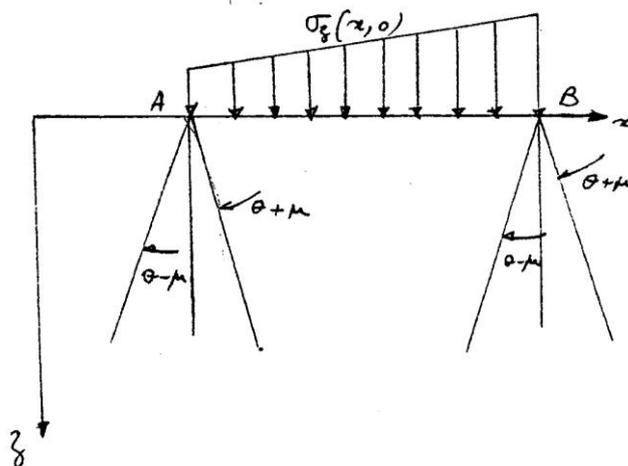


Figure 2.15 : Massif du sol non pesant en état d'équilibre limite actif sous un chargement uniformément croissant [10].

Etat actif ( $k = -1$ ) :

Pour  $z = 0$ ,  $\delta = 0$  ;  $\Delta = 0$ .

$$\theta = -\frac{\pi}{2} + n\pi; \quad \sigma = \frac{\sigma_z(x, 0) + H}{1 + \sin \varphi}$$

Passons aux variables de Sokolovski ( $\xi$  et  $\eta$ )

$$\xi = \chi + \theta, \quad \eta = \chi - \theta, \text{ donc } 2\theta = \xi - \eta$$

En tout point de AB on est en présence de deux caractéristiques. La zone en état d'équilibre limite, nécessairement limitée, est un domaine compris entre la caractéristique  $m^+$  ( $\xi$ ) issue de A et la caractéristique  $m^-$  ( $\eta$ ) issue de B.

Représentons AB dans le plan ( $\xi, \eta$ )

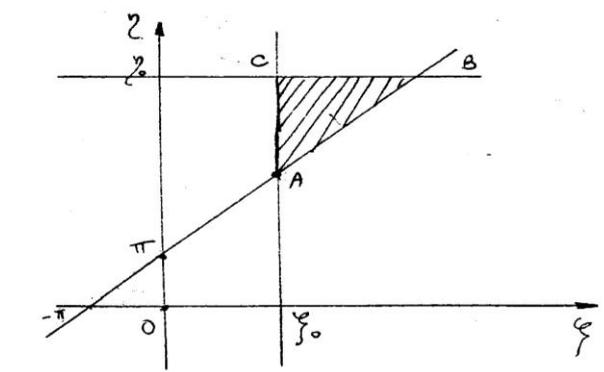


Figure 2.16 : Représentation de la zone en état d'équilibre dans le plan ( $\xi, \eta$ ) [10].

On a :

$$\chi = \frac{1}{2} \cotg \varphi \log \frac{\sigma}{\sigma_0}, \text{ donc } \sigma = \sigma_0 \exp (2 \operatorname{tg} \varphi \chi)$$

$$\text{Or : } 2\chi = \xi + \eta, \text{ donc } \sigma = \sigma_0 \exp (\operatorname{tg} \varphi (\xi + \eta))$$

De A vers B,  $\sigma$  augmente, donc  $\xi + \eta$  augmente, donc B se trouve au-dessus de A. De A est issue une caractéristique  $\xi = \xi_0$ , et de B une caractéristique  $\eta = \eta_0$ . Ce qui nous donne le point C.

Passons au plan  $(x, z)$  :

Suivant AC :

$\xi = \xi_0$ ,  $\eta$  croît.

Or :  $2\theta = \xi - \eta$ , alors  $\theta$  décroît, donc  $\theta + \mu$  décroît. D'où la concavité de AC.

Suivant BC :

$\eta = \eta_0$ ,  $\xi$  décroît.

Or :  $2\theta = \xi - \eta$ , donc  $\theta$  décroît, alors  $\theta - \mu$  décroît. D'où la concavité de BC.

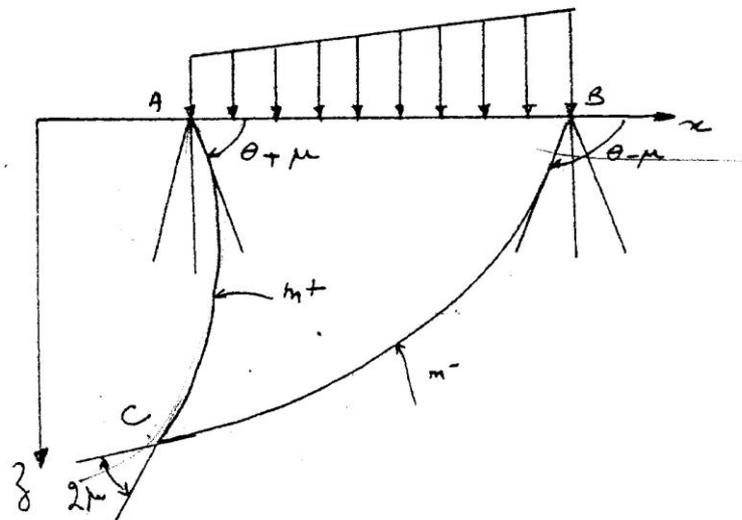


Figure 2.17 : Représentation des lignes caractéristiques de la zone en équilibre limite actif [10].

Le triangle curviligne ABC représente le problème de Cauchy et en tout point intérieur à ce domaine, on peut définir  $(x, z, \sigma, \theta)$ .

2.4.2. Charge uniformément croissante – Massif horizontal en état d'équilibre limite passif sous la charge :

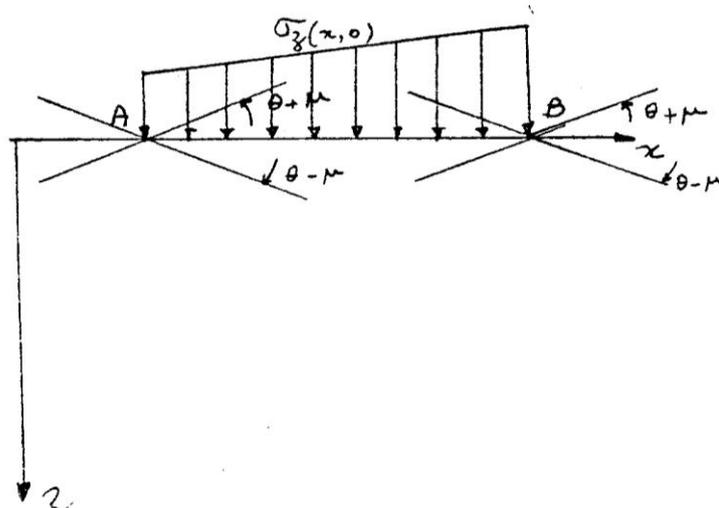


Figure 2.18 : Massif du sol non pesant en état d'équilibre limite passif sous un chargement uniformément croissant [10].

Etat passif ( $k = +1$ ) :

Pour  $z = 0$ ,  $\delta = 0$  ;  $\Delta = 0$ .

$$\theta = 0 + n\pi; \quad \sigma = \frac{\sigma_z(x, 0) + H}{1 - \sin \varphi}$$

Représentons AB dans le plan  $(\xi, \eta)$

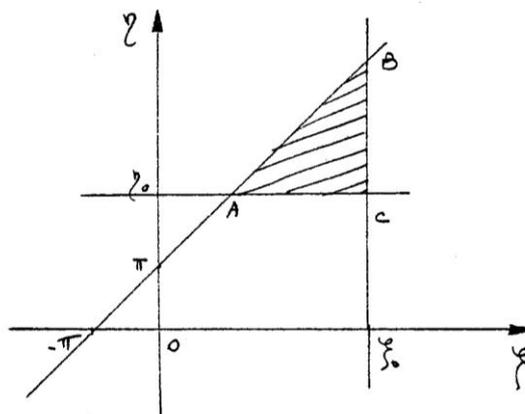


Figure 2.19 : Représentation de la zone en état d'équilibre passif dans le plan  $(\xi, \eta)$  [10].

$$\sigma = \sigma_0 \exp(\operatorname{tg} \varphi (\xi + \eta))$$

De A vers B :

$\sigma$  croît, donc B se trouve au-dessus de A.

De A est issue une caractéristique  $m^-$  ( $\eta = \eta_0$ ) et de B une caractéristique  $m^+$  ( $\xi = \xi_0$ ). Ce qui nous donne le point C.

Passons au plan  $(x, z)$  :

Suivant AC,  $\eta = \eta_0$ ,  $\xi$  croît.

Or :  $2\theta = \xi - \eta$ , donc  $\theta$  croît, alors  $\theta - \mu$  décroît.

Suivant BC :

$\xi = \xi_0$ ,  $\eta$  décroît.

Or :  $2\theta = \xi - \eta$ , alors  $\theta$  croît, donc  $\theta + \mu$  croît. D'où la concavité de AC et BC.

Sur le graphe :

$$Z = 0, \quad \theta = -\pi$$

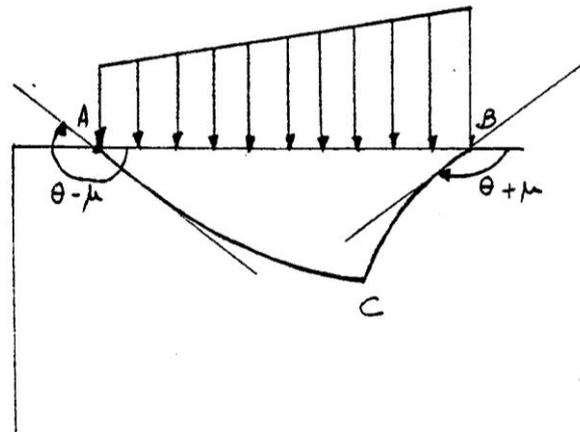


Figure 2.20 : Représentation des lignes caractéristiques de la zone en équilibre limite passif [10].

Le triangle curviligne ABC représente le problème de Cauchy et en tout point intérieur à ce domaine, on peut définir  $(x, z, \sigma, \theta)$ .

### 2.5. Conclusion :

La méthode des caractéristiques de contraintes ou bien la théorie des champs de lignes de glissement permet de déterminer les caractéristiques limites  $\sigma$  et  $\theta$  en tout points d'un massif du sol en équilibre limite. Une programmation des équations d'équilibre limite permet de calculer ces caractéristiques à un pas d'intégration près en effectuant des itérations à l'aide de la méthode des différences finie.

CHAPITE 3  
PROGRAMMATION DE LA METHODE DES CARACTERISTIQUES DE  
CONTRAINTES

3.1. Schéma de dépliage dans le repère  $(\xi, \eta)$  et algorithme de calcul :

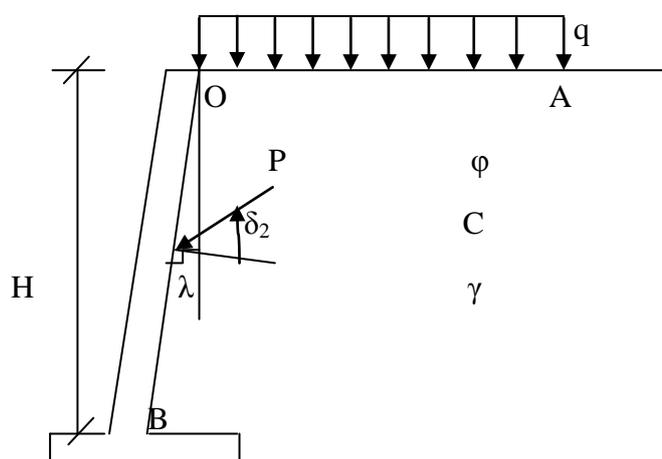


Figure 3.1 : Schéma de calcul du problème.

On se propose dans ce chapitre de déterminer la pression  $P$ , à une profondeur donnée, exercée par le massif du sol sur un mur rigide de soutènement à l'aide de la méthode dite des caractéristiques de contraintes.

Il s'agit d'un équilibre limite plan pour lequel la valeur de pente détermine les schémas de rupture. Une programmation de cette méthode est faite à l'aide du langage FORTRAN.

Le programme ainsi développé est traité selon un tel schéma de rupture dite schéma de Saut de PRANDTL ( $\theta_{OA} - \theta_{OB} \geq 0$ ) c'est-à-dire il y'a une discontinuité du paramètre  $\theta$  et le massif du sol se subdivise ainsi en trois zones :

- Zone en état actif juste au dessous de la surface du remblai,
- Zone en état passif liée à la pente,
- Zone neutre intermédiaire des deux premières.

### 3.1.1. Calcul des paramètres $\sigma$ et $\theta$ sur la surface du remblai (OA) :

#### A) Sol pulvérulent :

Sur la surface OA :

$\left\{ \begin{array}{l} \text{Charge réelle } q \text{ d'obliquité } \delta \\ \text{Charge fictive } q' \text{ d'obliquité } \delta_1 \end{array} \right.$

$$\delta_1 = \arctg \frac{q \sin \delta}{q \cos \delta + H}$$

$$q' = q \frac{\sin \delta}{\sin \delta_1}$$

$$\sin \Delta_1 = \frac{\sin \delta_1}{\sin \varphi}$$

$$\sigma_{OA} = \frac{q' \sin \Delta_1}{\sin(\Delta_1 - k\delta_1)} = \frac{q'}{\cos \delta_1 - k \cdot \sqrt{\cos^2 \delta_1 - \cos^2 \varphi}}$$

$$\theta_{OA} = (k-1) \pi/4 - 1/2 (k \cdot \Delta_1 - \delta_1) + n \pi$$

Avec :  $H = C/\text{tg}\varphi$

En cas de poussée  $k = -1$

En cas de butée  $k = +1$

Pour une charge normale et en cas de poussée :

$$\sigma_{OA} = \frac{q'}{1 + \sin \varphi}$$

B) Sol purement cohérent :

$$\Delta = \arcsin\left(\frac{q}{C} \sin \delta\right)$$

$$\sigma_{OA} = q \cos \delta + kC \cos \Delta$$

$$\theta_{OA} = (k-1) \pi/4 - 1/2 (k \cdot \Delta) + n \pi$$

3.1.2. Calcul des paramètres  $\sigma$  et  $\theta$  sur l'écran (OB) :

A) Sol pulvérulent :

$$\theta_{OB} = \lambda - \alpha - \pi/2 + (k-1) \pi/4 - 1/2 (k \cdot \Delta_2 - \delta_2) + n \pi$$

Avec :

$$\Delta_2 = \arcsin \frac{\sin \delta_2}{\sin \varphi}$$

$\delta_2$  : obliquité de la contrainte fictive sur l'écran.

$\delta_2 = \varphi$  pour un écran parfaitement rugueux.

$\delta_2 = 0$  pour un écran parfaitement lisse (la contrainte est normal à la surface du mur, pas de cisaillement).

En général,  $\delta_2 \leq \varphi$

D'où :

$$\sigma_{OB} = \frac{p' \sin \Delta_1}{\sin(\Delta_2 - k\delta_2)} = \frac{p'}{\cos \delta_2 - k \cdot \sqrt{\sin^2 \varphi - \sin^2 \delta_2}}$$

B) Sol purement cohérent :

$$\sigma_{OB} = p \cos \delta + kC \cos \Delta$$

$$\theta_{OB} = \lambda - \alpha - \pi/2 + (k-1) \pi/4 - 1/2 (k \cdot \Delta) + n \pi$$

### 3.1.3. Mise en évidence de la singularité au point O :

En cas de poussée :

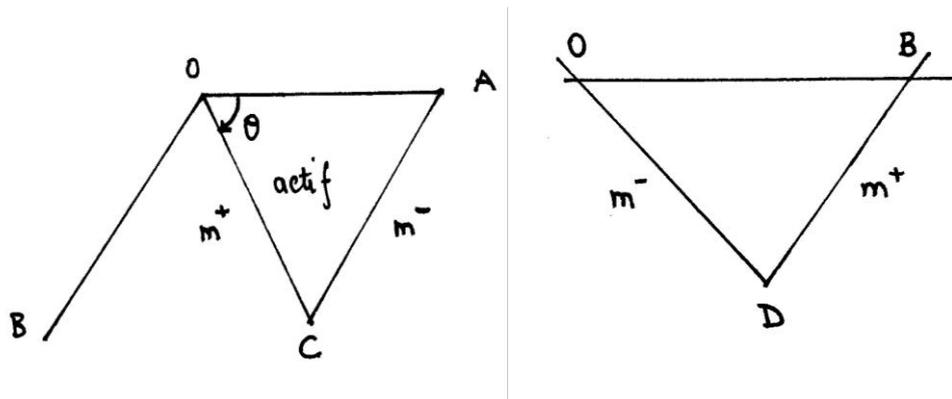


Figure 3.2 : Lignes caractéristiques des zones active et passive [18].

Superposition des deux schémas :

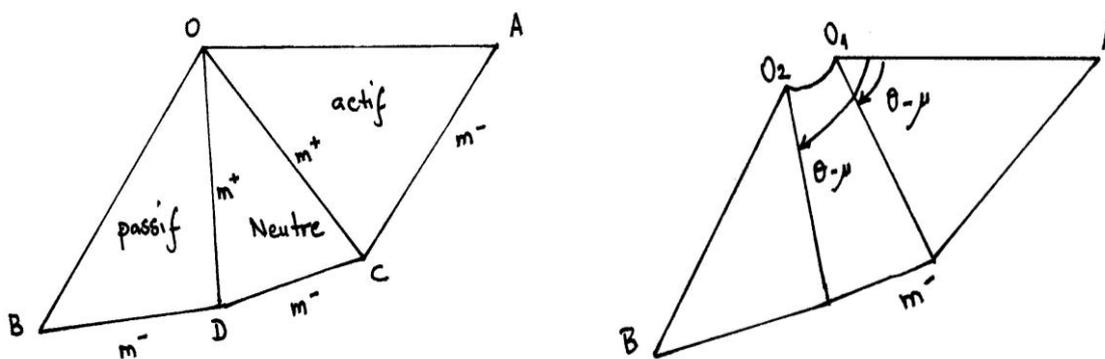


Figure 3.3 : Schémas de rupture à trois zones [18].

Théoriquement, sur le point O,  $\theta_{OA} = \theta_{OB}$ . Mais en réalité il existe deux valeurs distinctes. Le passage de la singularité au point O se fera par une ligne de glissement  $m^-$  (même catégorie que la ligne de glissement AB).

### 3.1.4. Etude du Saut de PRANDTL : (cas du sol non pesant) :

➤ Cas de la poussée :

P(x) croissante de O vers A :

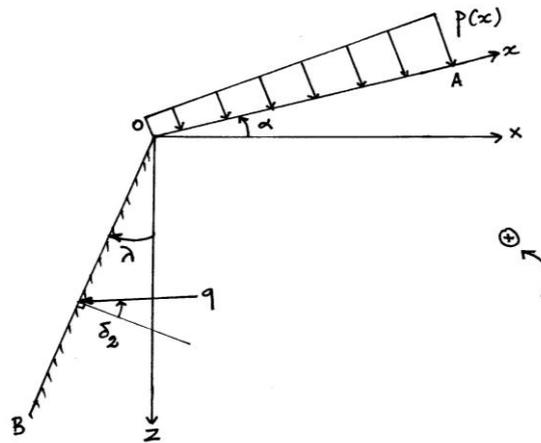


Figure 3.4 : Schéma général de calcul.

### 3.1.4.1. Calcul de $\sigma$ et $\theta$ sur OA et OB :

✓ Sur la surface libre OA, on a :

$$\sigma_{OA} = \frac{p'(x) \cdot \sin \Delta_1}{\sin(\Delta_1 + \delta_1)}$$

$$\theta_{OA} = -\pi/2 + 1/2 (\Delta_1 + \delta_1) + n \pi.$$

✓ Sur la surface OB :

$$\theta_{OB} = -\pi/2 + \lambda - \alpha - 1/2 (\Delta_2 - \delta_2) + n \pi.$$

$$\sigma_{OB} = \frac{q' \sin \Delta_2}{\sin(\Delta_2 - \delta_2)}$$

Calcul de  $\theta_{OA} - \theta_{OB}$  :

$$\theta_{OA} - \theta_{OB} = -\pi/2 + 1/2 (\Delta_1 + \delta_1) - \pi/2 + \lambda - \alpha - 1/2 (\Delta_2 - \delta_2).$$

$\theta_{OA} - \theta_{OB} \geq 0$ , si on est dans le saut de PRANDTL et on aura :

$$\lambda - \alpha - 1/2 (\Delta_1 + \delta_1 + \Delta_2 - \delta_2) \leq 0.$$

**Exemple :** Charge normale et rugosité nulle :  $\delta_1 = 0$ ,  $\delta_2 = 0$  ( $\delta = 0$ ).

$$\lambda - \alpha \leq 0.$$

**Problème de poussée :**

Dans le plan  $\eta$  et  $\xi$  :

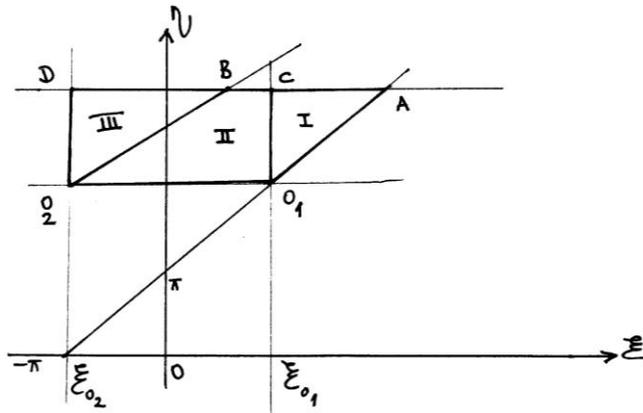


Figure 3.5 : Représentation des trois zones dans le plan  $(\xi, \eta)$ .

De  $O_1$  vers  $A$ , supposant que  $\theta_{OA}$  constante, donc  $\xi - \eta = 2\theta = \text{cte.}$

De  $O_1$  vers  $A$ , donc  $P$  augmente et  $\sigma$  augmente.

$\chi = \frac{1}{2} \cotg \varphi \log \sigma/\sigma_0$  ( $\chi$  augmente).

$$2\chi = \xi + \eta.$$

De  $O_1$  vers  $O_2$  : ligne caractéristique  $m^-$ , alors  $\theta$  diminue (hypothèse de saut de *PRANDTL*).

**Sur  $OB$  :**  $\theta_{OB} = f(\delta_2, \Delta_2, \lambda, \alpha)$ .

$\theta_{OB}$  constante,  $\xi - \eta = 2\theta_{OB} = \text{cte.}$

Dans le plan  $(x,z)$  :

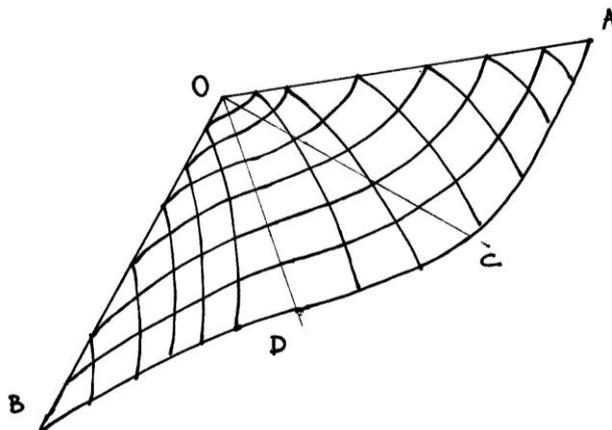


Figure 3.6 : Lignes de glissement des trois zones active, passive et de transition [18].

De  $O_1$  vers C :  $\xi = \text{cte}$ ,  $\xi - \eta = 2\theta$ , donc  $\eta$  augmente et  $\theta$  diminue.

De A vers C :  $\eta = \text{cte}$ ,  $\xi$  diminue.  $\xi - \eta = 2\theta$ , donc  $\theta$  diminue.

De C vers D :  $\eta = \text{cte}$ ,  $\xi$  et  $\theta$  diminue.

De  $O_2$  vers D : même concavité que de  $O_1$  vers C.

De D vers B :  $\eta = \text{cte}$ ,  $\xi$  et  $\theta$  augmente.

✓ Schéma de dépliage :

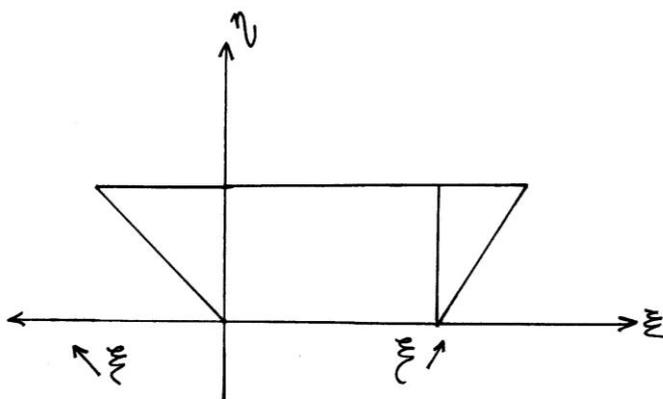


Figure 3.7 : Schéma de dépliage dans le plan  $(\xi, \eta)$ .

### 3.1.4.2/ Calcul de q au point O<sub>2</sub>:

De O<sub>1</sub> vers O<sub>2</sub> : même ligne caractéristique m<sup>-</sup> (en effet le milieu est non pesant  $\implies \eta = \text{cte}$ ), or  $\eta = \chi - \theta = \text{cte}$ .

$$\chi_{O1} - \theta_{O1} = \chi_{O2} - \theta_{O2} \implies \chi_{O2} = \chi_{O1} + \theta_{O2} - \theta_{O1}.$$

$$\text{Or : } \chi = \frac{1}{2} \cotg \varphi \log \sigma / \sigma_0 \implies \frac{1}{2} \cotg \varphi \log (\sigma_{O2} / \sigma_0) = \frac{1}{2} \cotg \varphi \log (\sigma_{O1} / \sigma_0) + \theta_{O2} - \theta_{O1}.$$

$$\text{Log } \sigma_{O2} / \sigma_{O1} = 2 \operatorname{tg} \varphi (\theta_{O2} - \theta_{O1}).$$

$$\sigma_{O2} = \sigma_{O1} \exp (2 \operatorname{tg} \varphi (\theta_{O2} - \theta_{O1})).$$

$$\text{Or : } \sigma_{O2} = q' \frac{\sin \Delta_2}{\sin (\Delta_2 - \delta_2)}$$

$$q' = p' \frac{\sin \Delta_1}{\sin \Delta_2} \frac{\sin (\Delta_2 - \delta_2)}{\sin (\Delta_1 + \delta_1)} \exp (2 \operatorname{tg} \varphi (\theta_{O2} - \theta_{O1}))$$

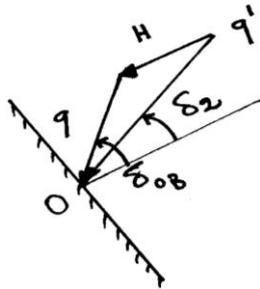
$$\theta_{O2} - \theta_{O1} = \lambda - \alpha - \frac{1}{2} (\Delta_1 + \delta_1 + \Delta_2 - \delta_2).$$

$$\sin \Delta \frac{\sin \delta'}{\sin \varphi}$$

$$\text{Donc, } q' = p' \frac{\sin \Delta_1}{\sin \Delta_2} \frac{\sin (\Delta_2 - \delta_2)}{\sin (\Delta_1 + \delta_1)} \exp (\operatorname{tg} \varphi (2\lambda - 2\alpha - \Delta_1 - \delta_1 - \Delta_2 + \delta_2)).$$

On peut écrire donc,  $q' = K_a^p \cdot p'$

$K_a^p$  : coefficient de poussée des terres dans le cas d'un milieu non pesant et uniformément chargé.



$$q' \sin \delta_2 = q \sin \delta_{OB}$$

$$q' \cos \delta_2 = q \cos \delta_{OB} + H$$

$$\text{Donc, } \delta_{OB} = \arctg \frac{q' \sin \Delta_2}{q' \cos \Delta_2 - H}$$

$$q = q' \frac{\sin \delta_2}{\sin \delta_{OB}}$$

### 3.1.5. Saut de PRANDTL (milieu pesant chargé) :

➤ Calcul de  $\sigma$  et  $\theta$  sur OA et OB :

- Dans le cas d'un milieu non pesant ( $\gamma = 0$ ) :
  - Domaine en état d'équilibre limite dans le plan ( $\xi, \eta$ ).
  - Tracer les lignes de glissement dans le plan ( $x, z$ ).
- Préparation du calcul numérique.
  - Dépliage du plan  $\xi, \eta$
  - Passage au plan I, J
  - Calcul de tous les points.

➤ Calcul des efforts sur OB :

#### Cas de la poussée :

$\sigma$  et  $\theta$  sur OA :

$$\theta_{OA} = (k-1) \pi/4 - 1/2 (k \cdot \Delta_1 - \delta_1) + n \pi, \quad \text{avec } k = -1.$$

$$\sigma_{OA} = \frac{p' \sin \Delta_1}{\sin(\Delta_1 - k \delta_1)}$$

$\sigma$  et  $\theta$  sur OB :

$$\theta_{OB} = -\pi/2 + \lambda - \alpha + (k-1) \pi/4 - 1/2 (k \cdot \Delta_2 - \delta_2) + n \pi, \quad \text{avec } K = +1.$$

$$\sigma_{OB} = \frac{q' \sin \Delta_2}{\sin(\Delta_2 - k \delta_2)}$$

### Schéma de dépliage :

Plan I, J : I lignes caractéristiques ( $m^+$ ) et J lignes caractéristiques ( $m^-$ )

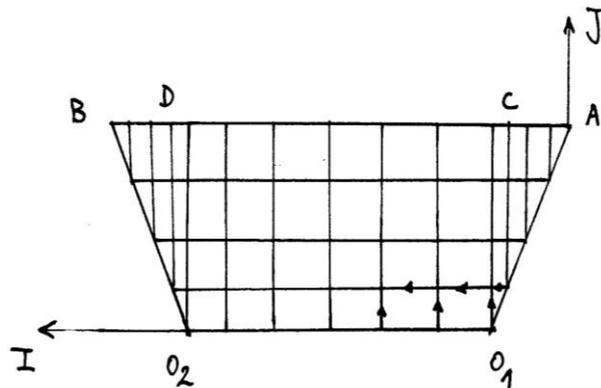


Figure 3.8 : Schéma de dépliage dans le plan (i, j) avec le sens de calcul.

- 1) Maillage à deux paramètres :  $OA/N_1-1$ .
- 2) Nombre d'intervalles sur  $O_1O_2$  ( $N_2$ ).

### Calcul numérique :

- 1) Entrer les valeurs sur  $O_1A$  :  $\sigma_{0A}$  et  $\theta_{0A}$ 
  - On connaît  $\sigma$  et  $\theta$  au point  $O_1$ .
  - On connaît  $\theta$  au point  $O_2$ .
- 2) Au point  $O_2$ , on peut calculer  $\sigma_{02}$ .

### 3.1.6. Méthodologie de calcul :

Il s'agit de suivre l'enchaînement logique suivant :

- a) Calcul des paramètres d'équilibre limite  $\sigma$  et  $\theta$  sur la surface du remblai.
- b) Calcul des paramètres d'équilibre limite  $\sigma$  et  $\theta$  sur la portion fictive  $O_1 O_2$  afin de donner au paramètre  $\theta$  une variation continue.
- c) Calcul des paramètres d'équilibre limite  $\sigma$  et  $\theta$  en tout point du massif.
- d) Dédire les paramètres  $\sigma$  et  $\theta$  sur l'écran.
- e) Détermination de la charge de poussée exercée par le massif du sol sur le mur.

### 3.1.6.1. Calcul des paramètres $\sigma$ et $\theta$ de discontinuité sur $O_1 O_2$ :

On fait répartir uniformément la variation de  $\theta$  de  $\theta_{O_1}$  à  $\theta_{O_2}$ . On discrétisera  $[\theta_{O_1}, \theta_{O_2}]$  en un nombre d'intervalles fictives :

$$\Delta\theta = \frac{\theta_{O_1} - \theta_{O_2}}{N_2}$$

✓ Sol pulvérulent :

Sur  $O_1 O_2$  : ligne caractéristique  $m^-$  :

$$d\sigma - 2\sigma \operatorname{tg}\varphi d\theta = 0$$

$$\frac{d\sigma}{\sigma} = 2 \operatorname{tg}\varphi d\theta, \text{ donc } \sigma = \sigma_{O_1} \exp [2 \operatorname{tg}\varphi (\theta - \theta_{O_1})]$$

$$\text{Avec : } \theta = \theta_{O_1} - k \Delta\theta$$

✓ Sol purement cohérent :

$$d\sigma - 2C d\theta = 0, \text{ donc } d\sigma = 2C d\theta$$

$$\text{Alors } \sigma = \sigma_{O_1} + 2C (\theta - \theta_{O_1}).$$

### 3.1.6.2. Calcul d'un point du massif en équilibre limite :

Un point M en équilibre limite appartient à deux lignes de glissement éventuelles  $m^-$  et  $m^+$ , où :

En  $m^-$  :

$$\begin{cases} d\sigma - 2\sigma \operatorname{tg}\varphi d\theta = \frac{\gamma}{\cos\varphi} (\cos\varphi dz + \sin\varphi dx) \\ \frac{dz}{dx} = -\operatorname{tg}(\theta - \mu) \end{cases}$$

En  $m^+$  :

$$\begin{cases} d\sigma + 2\sigma \operatorname{tg}\varphi d\theta = -\frac{\gamma}{\cos\varphi} (\sin\varphi dx - \cos\varphi dz) \\ \frac{dz}{dx} = -\operatorname{tg}(\theta + \mu) \end{cases}$$

Avec :  $\mu = \pi/4 - \varphi/2$

On dispose ainsi d'un système de quatre équations à quatre inconnus :  $\sigma$ ,  $\theta$ ,  $x$  et  $z$  au point M.

### 3.1.7 Algorithme de calculs :

#### 3.1.7.1. Calcul des paramètres des points sur la surface $O_1A$ :

Soit  $\Delta x$  le pas de discrétisation de la surface du remblai,  $\Delta x = L / (N_1 - 1)$ . Donc  $N_1 = (L / \Delta x) + 1$  est le nombre de points à considérer sur la surface  $O_1A$ . Pour une surface inclinée de  $\alpha$  par rapport à l'horizontale :

$$X(i, j) = (j - 1) \Delta x \cos \alpha$$

$$Z(i, j) = -x(i, j) \operatorname{tg} \alpha$$

Calcul de  $\sigma(i, j)$  suivant que  $\varphi = 0$  et  $\varphi \neq 0$ .

#### 3.1.7.2. Calcul des paramètres de la portion fictive $O_1O_2$ :

Soit  $\Delta\theta$  le pas de discrétisation du Saut de discontinuité, donc :

$$\Delta\theta = (\theta_{O_1} - \theta_{O_2}) / (N_2 - 1)$$

$N_2$  est le nombre de points de la portion fictive, soit :

Pour :  $i = N_1$  à  $N_1 + N_2 - 1$  et  $j = 1$ .

$$\theta(i, j) = \theta_{O_1} - (i - N_1) \Delta\theta$$

$$x(i, j) = z(i, j) = 0$$

✓ Si  $\varphi = 0$  :

$$\sigma(i, j) = \sigma_{O1} + 2C [\theta(i, j) - \theta_{O1}(i, j)]$$

$$\sigma(i, j) = \sigma_{O1} + 2C [\theta_{O1}(i, j) - (i - N_1) \Delta\theta - \theta_{O1}(i, j)]$$

$$\sigma(i, j) = \sigma_{O1} + 2C [-(i - N_1) \Delta\theta]$$

✓ Si  $\varphi \neq 0$  :

$$\sigma(i, j) = \sigma_{O1} \exp [2 \operatorname{tg} \varphi (\theta(i, j) - \theta_{O1}(i, j))]$$

$$\sigma(i, j) = \sigma_{O1} \exp [2 \operatorname{tg} \varphi (-(i - N_1) \Delta\theta)]$$

### 3.1.7.3. Calcul d'un point du massif en équilibre limite :

Il s'agit de résoudre les systèmes suivants :

✓ Si  $\varphi \neq 0$  :

$$\begin{cases} d\sigma \pm 2\sigma \operatorname{tg} \varphi d\theta = \mp \frac{\gamma}{\cos \varphi} (\sin \varphi dx \mp \cos \varphi dz) \\ \frac{dz}{dx} = -\operatorname{tg}(\theta \pm \mu) \end{cases}$$

✓ Si  $\varphi = 0$  :

$$\begin{cases} d\sigma \pm 2C d\theta = \gamma dz \\ \frac{dz}{dx} = -\operatorname{tg}(\theta \pm \mu) \end{cases}$$

Dans lequel on remplace :

➤ Sur une ligne caractéristique  $m^-$  :

$$dx = x(i, j) - x(i-1, j)$$

$$dz = z(i, j) - z(i-1, j)$$

$$d\sigma = \sigma(i, j) - \sigma(i-1, j)$$

$$d\theta = \theta(i, j) - \theta(i-1, j)$$

➤ Sur une ligne caractéristique  $m^+$  :

$$dx = x(i, j) - x(i, j-1)$$

$$dz = z(i, j) - z(i, j-1)$$

$$d\sigma = \sigma(i, j) - \sigma(i, j-1)$$

$$d\theta = \theta(i, j) - \theta(i, j-1)$$

Le cheminement du calcul sera comme suit :

a) Schéma de Cauchy sur la surface active :

La courbe (T) est totalement définie.

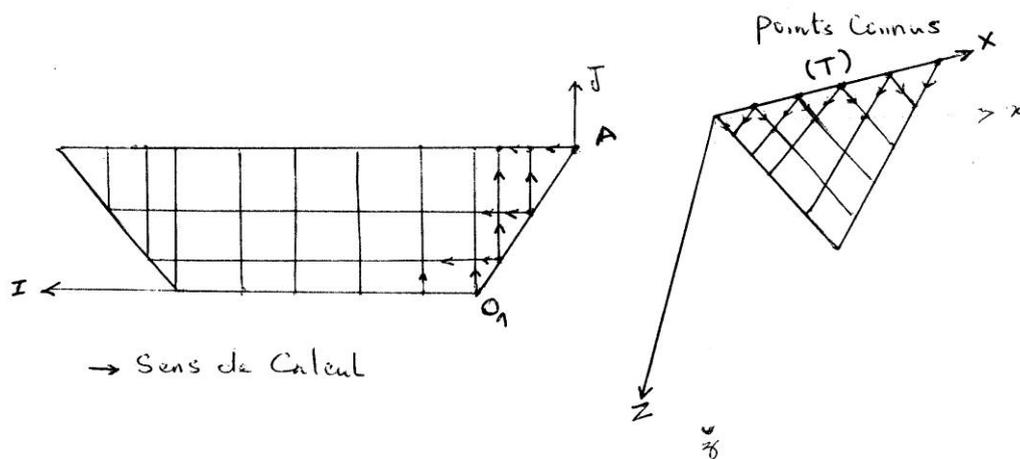


Figure 3.9 : Schéma de Cauchy [18].

b) Schéma de Goursat en zone neutre :

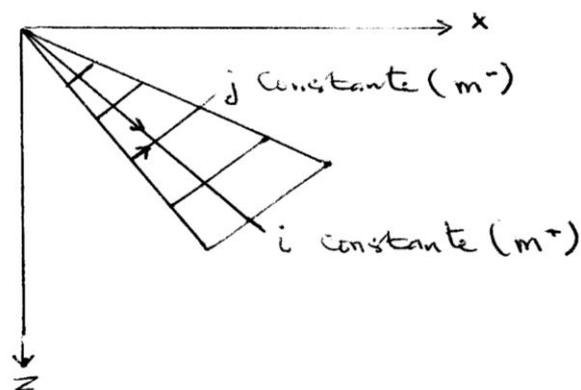


Figure 3.10 : Schéma de Goursat [18].

c) Schéma mixte en zone passive :

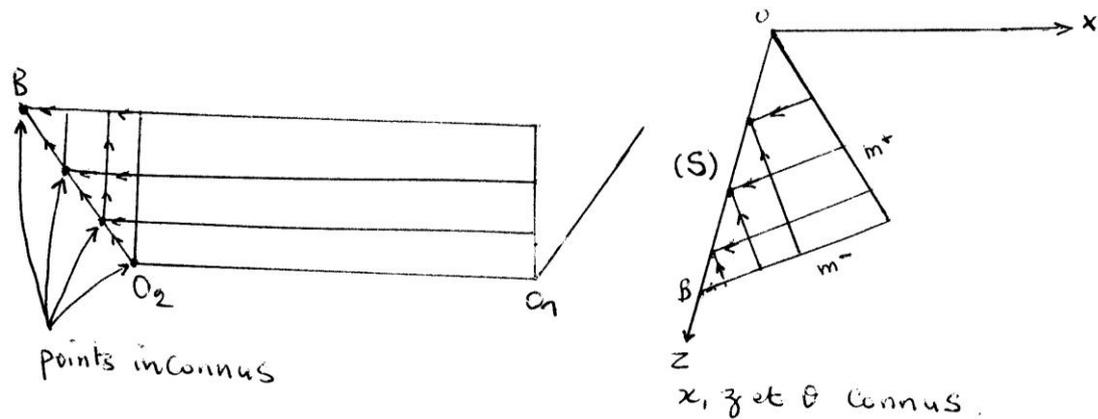


Figure 3.11 : Schéma mixte [18].

Le point M se trouve sur la surface (S) est une  $m^-$ , donc :

✓ Si  $\varphi \neq 0$  :

$$\begin{cases} d\sigma - 2\sigma \operatorname{tg} \varphi \, d\theta = \frac{\gamma}{\cos \varphi} (\sin \varphi \, dx + \cos \varphi \, dz) \\ dz = -dx \operatorname{tg} (\theta - \mu) \end{cases}$$

✓ Si  $\varphi = 0$  :

$$\begin{cases} d\sigma - 2C \, d\theta = -\gamma \, dz \\ dz = -dx \operatorname{tg} \left( \theta - \frac{\pi}{4} \right) \end{cases}$$

3.1.7.4. Calcul de la charge P agissant sur le mur :

✓ Si  $\varphi \neq 0$  :

$$\sigma(i, j) = \frac{P'(i, j) \sin \Delta_2}{\sin(\Delta_2 - k\delta_2)} = \frac{P'(i, j)}{\cos \delta_2 - k\sqrt{\sin^2 \varphi - \sin^2 \delta_2}}$$

$$P'(i, j) = \sigma(i, j) [\cos \delta_2 - k\sqrt{\sin^2 \varphi - \sin^2 \delta_2}]$$

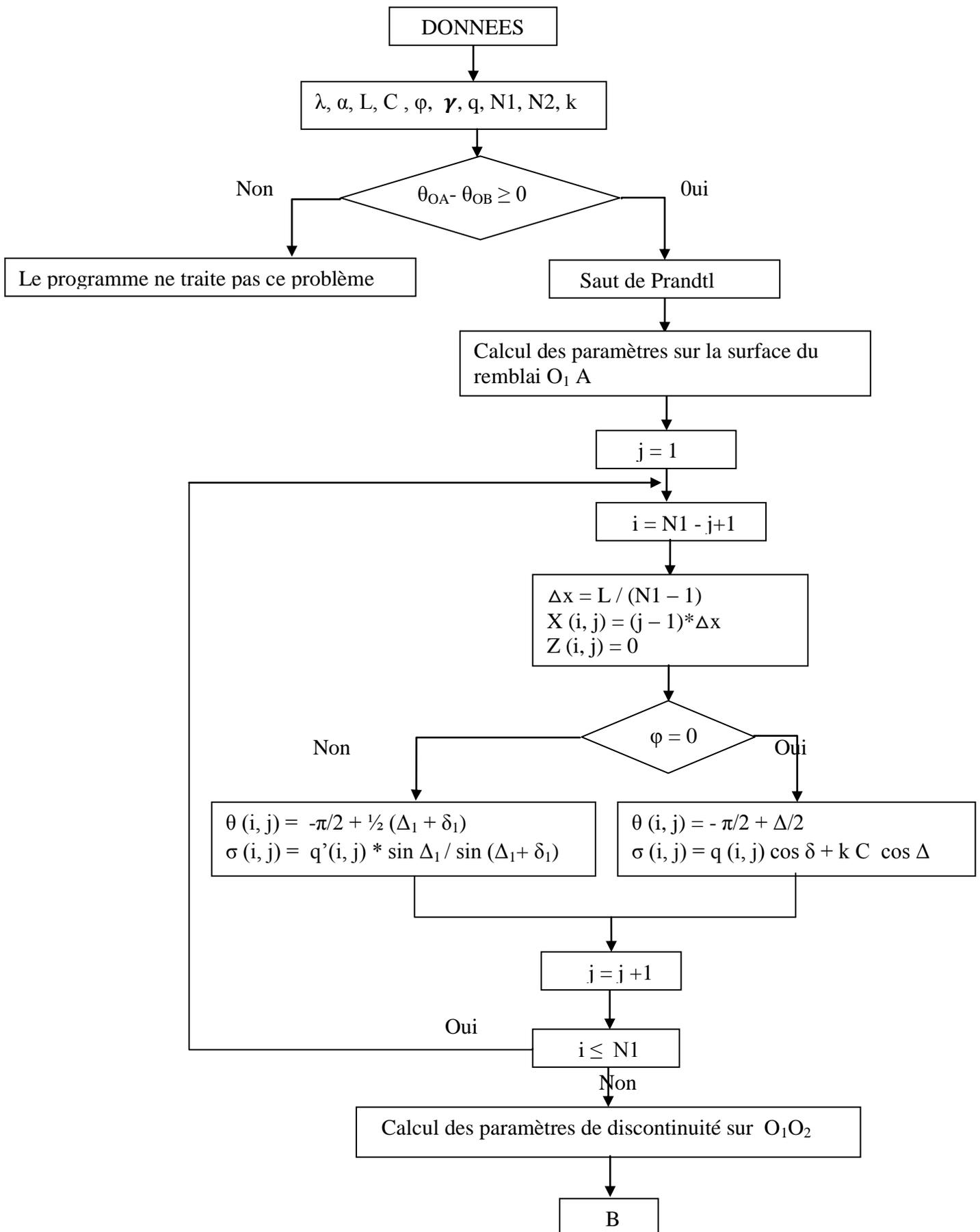
$$\text{Donc : } P(i, j) = P'(i, j) - \frac{C}{\text{tg } \varphi}$$

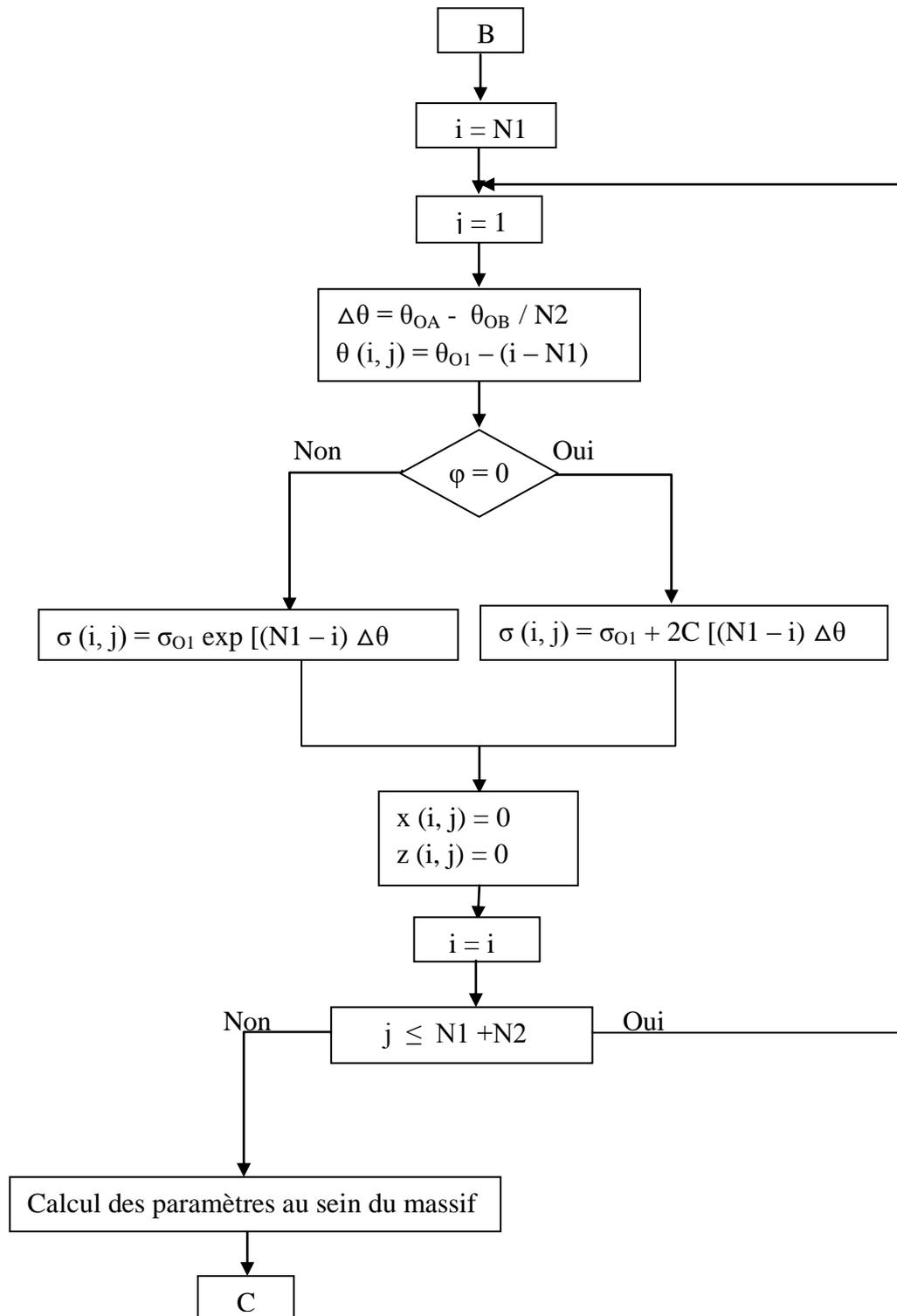
✓ Si  $\varphi = 0$ :

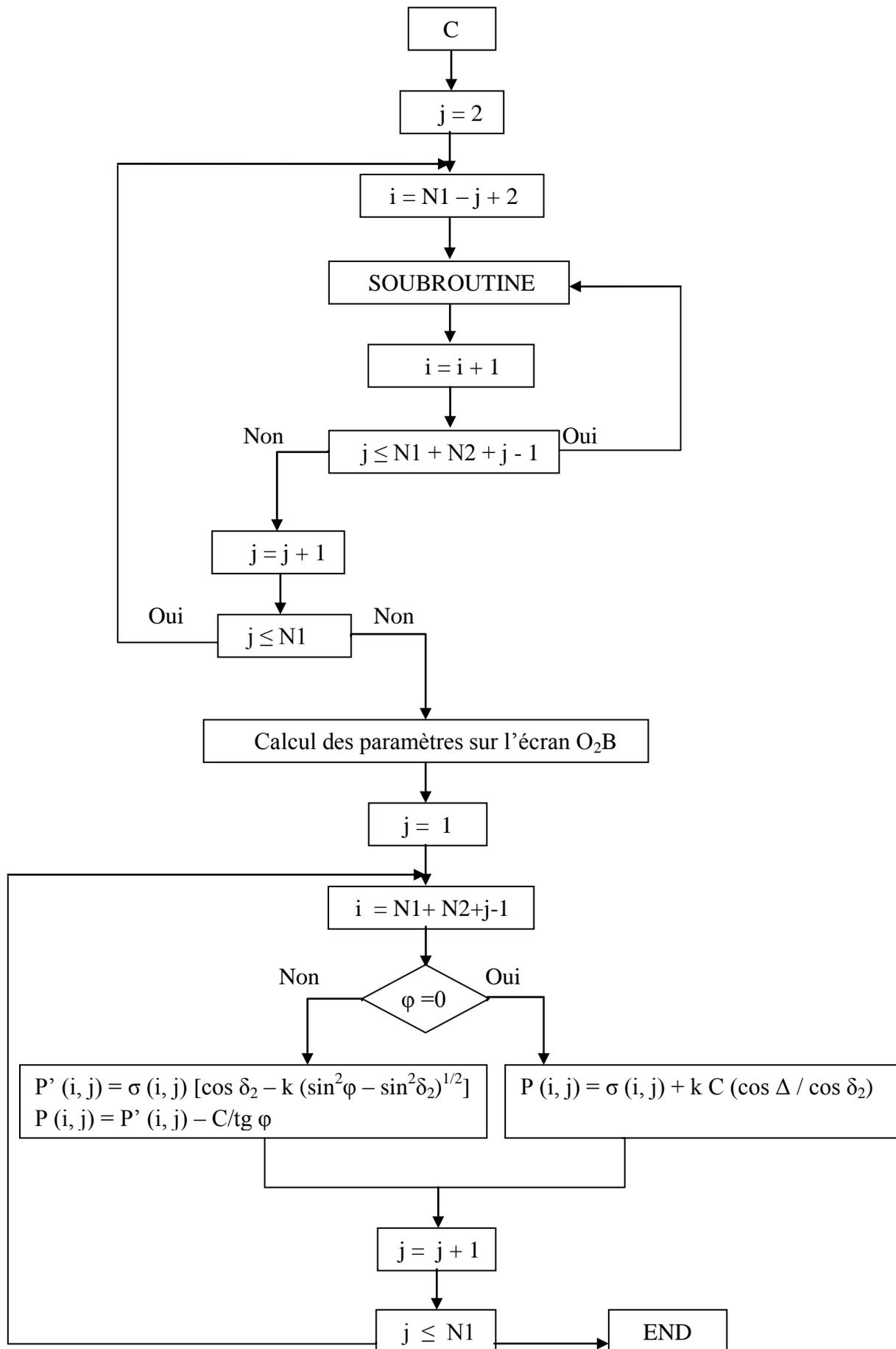
$$\sigma(i, j) = P(i, j) \cos \delta + k C \cos \Delta$$

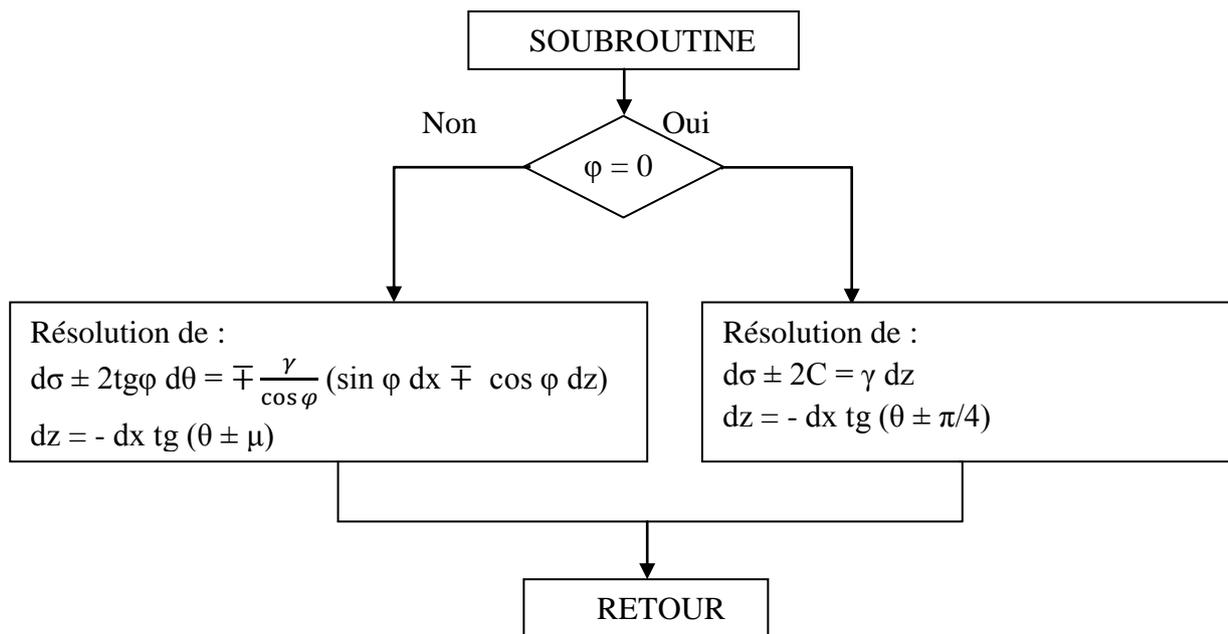
$$\text{Donc : } P(i, j) = \frac{\sigma(i, j) - k C \cos \Delta}{\cos \delta}$$

### 3.2. Organigramme général :









### 3.3. Présentation du programme :

#### 3.3.1. Présentation du langage FORTRAN :

En Novembre 1954, l'informatique commence à prendre de l'ampleur. Jusqu'alors, les langages de programmation sont restés proches du langage machine. La compagnie International Business Machines publie la description d'un langage de programmation évolué appelé alors système de FORMula TRANslator (traducteur d'équations). Ce nouveau langage, plus condensé, avait pour vocation d'ouvrir l'utilisation des ordinateurs aux scientifiques. C'est en 1956 qu'est apparu le premier manuel de référence de chez IBM. Evidemment, ce langage était appelé à évoluer. C'est ainsi que, successivement, sont apparus :

- 1957 : FORTRAN II.
- 1958 : FORTRAN III (Resté plus ou moins confidentiel).
- 1962 : FORTRAN IV (Il aura régné 16 ans).
- 1978 : FORTRAN V (Normalisation ANSI et AFNOR).

Durant toute cette évolution FORTRAN a respecté toutes les anciennes normes de manière à assurer une transplantation rapide des anciens programmes sur les nouveaux compilateurs.

On trouve le langage FORTRAN sous différents systèmes d'exploitation comme MS-DOS (ordinateurs compatibles IBM PC), UNIX (mini ordinateurs et gros systèmes), WINDOWS

95, ainsi que WINDOWS NT. Ces deux derniers systèmes d'exploitation offrent les possibilités de travail jusqu'alors disponibles uniquement sous des systèmes comme UNIX.

### 3.3.2. Elaboration d'un programme :

Un programme Fortran nécessite trois types de fichiers pour son élaboration :

- Les fichiers source (extension .FOR, .F90 sous MS-D OS ou WINDOWS, .f sous UNIX)
- Les fichiers objet (extension .OBJ sous MS-DOS, .o sous UNIX)
- Le fichier exécutable (extension .EXE sous MS-DOS ou WINDOWS, définie par l'utilisateur sous UNIX).

Le programmeur écrit le fichier source à l'aide d'un éditeur de texte de son choix. Il s'agit d'un texte clair, contenant toutes les instructions du programme. Ce fichier peut être envoyé sur une imprimante ou affiché sur l'écran. C'est ce que fait l'éditeur de texte.

Le fichier source doit ensuite être compilé, c'est à dire traduit en langage machine. C'est le rôle du compilateur. Chaque langage possède d'ailleurs un compilateur propre. Le fichier obtenu après compilation est un fichier objet, pas encore exécutable. Le fichier objet possède la particularité de pouvoir être relié à d'autres fichiers du même genre si l'utilisateur le désire.

Le compilateur traduit les instructions qui ont été tapées par le programmeur et produit, si aucune erreur n'a été faite, en langage machine. La traduction est placée dans un fichier **objet** dont le nom est identique à celui du fichier source, mais dont l'extension est cette fois **.OBJ** sous DOS.

Un programme comporte généralement plusieurs modules. Ces modules peuvent figurer dans un même fichier ou dans des fichiers différents. Lorsque les modules figurent dans des fichiers individuels, il est possible, et c'est même fortement conseillé, de les réutiliser dans d'autres programmes.

Un ensemble de modules doit, pour pouvoir être exécuté, comporter un programme principal. Le programme principal peut faire appel à des procédures et à des fonctions qui peuvent faire de même. Un module comporte différentes parties :

- ✓ L'entête ou le nom du module. En FORTRAN on peut trouver :
  - **PROGRAM** *nom du programme* pour le programme principal
  - **SUBROUTINE** (*Liste de paramètres*) pour un sous-programme
  - **FUNCTION** (*Liste de paramètres*) pour une fonction
- ✓ Les déclarations des paramètres, s'il y a lieu
- ✓ Les déclarations des variables
- ✓ Les initialisations et déclarations particulières. Cette section est un peu particulière et sera traitée en fin de manuel.
- ✓ Les instructions exécutables. C'est la traduction en langage (FORTRAN) de l'algorithme.
- ✓ l'instruction FIN de module. En FORTRAN, il s'agit de **END**.

Le programme ainsi créé en langage Fortran 90 est constitué d'un programme principal formé de 308 lignes avec un sous programme (subroutine). La subroutine appelée Talus1 est formée de 208 lignes dont elle est écrite pour le calcul des paramètres d'équilibre limite au sein du massif du sol. Le nombre des variables utilisé à cet effet est de huit variables, telle que leur taille est de l'ordre de 300.

Afin de mettre en marche le programme, on à utilisé six (06) boucles do et onze (11) tests logiques.

### 3.4. Validation de la programmation (étude des cas particuliers) :

#### 3.4.1. Cas d'un sol pulvérulent non pesant uniformément surchargé :

Pour le cas d'un sol pulvérulent non pesant, on fait une comparaison avec la pression donnée par la méthode de Sokolovski :

$$P = K^q q$$

$K^q$  : coefficient de poussée/butée

q : surcharge appliquée sur la surface du remblai.

a)  $\lambda = 0, \alpha = 0, \varphi = 30^\circ, \delta_2/\varphi = 2/3, q = 50 \text{ kPa}$  :

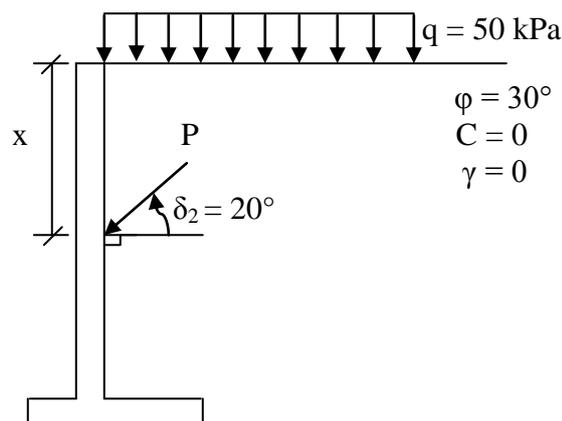


Figure 3.12 : Pression due à la surcharge q sur un mur vertical.

D'après la formule déterminée par Sokolovski (1961) :

$$K_q = \frac{\cos \delta \mp \sin \varphi \cos \Delta_2}{\cos \alpha \pm \sin \varphi \cos \Delta_1} \exp(\mp 2\psi \operatorname{tg} \varphi)$$

$$\psi = \omega - \pi / 2 + \frac{\Delta_1 + \Delta_2 \pm \alpha \mp \delta}{2}$$

$$\sin \Delta_1 = \frac{\sin \alpha}{\sin \varphi} \quad \text{et} \quad \sin \Delta_2 = \frac{\sin \delta}{\sin \varphi}$$

Le coefficient  $k_a^q$  vaut : 0,304. Les résultats du calcul sont représentés sur le tableau suivant :

Tableau 3.1 : Pression appliquée sur le mur calculée à l'aide du programme et par la formule de Sokolovski ( $\lambda = 0, \alpha = 0, \varphi = 30^\circ, \delta_2/\varphi = 2/3, q = 50 \text{ kPa}$ ).

X (m)	P données par le programme (kPa)	P données par la formule de Sokolovski (kPa)
0.00	15.19814	15,20000
0.705	15.19814	
0.13717	15.19814	
2.0385	15.19814	
2.7053	15.19814	
3.3721	15.19814	
4.0389	15.19814	
4.7057	15.19814	
5.0391	15.19814	

b)  $\lambda = -10, \alpha = 0, \varphi = 35^\circ, \delta_2/\varphi = 1, q = 40 \text{ kPa}$  :

D'après la formule donnée ci-dessus, le coefficient  $k_a^q$  vaut : 0,208.

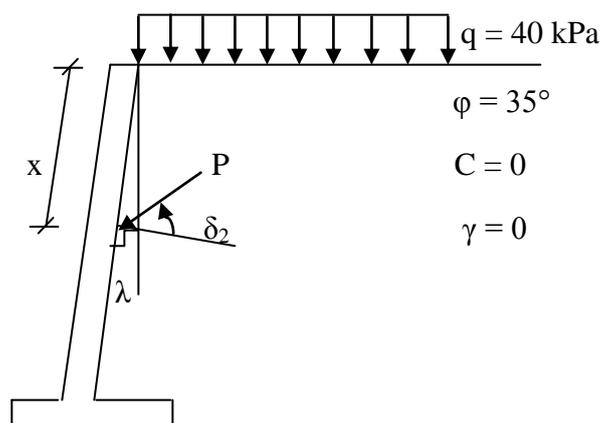


Figure 3.13 : Pression due à la surcharge  $q$  sur un mur incliné.

Tableau 3.2 : Pression appliquée sur le mur calculée à l'aide du programme et par la formule de Sokolovski ( $\lambda = -10, \alpha = 0, \varphi = 35^\circ, \delta_2/\varphi = 1, q = 40 \text{ kPa}$ ).

X (m)	P données par le programme (kPa)	P données par la formule de Sokolovski (kPa)
0.00	8.31456	8,32000
1.0150	8.31456	
1.7298	8.31456	
2.4404	8.31456	
3.1506	8.31456	
3.8608	8.31456	
4.5710	8.31456	
5.2813	8.31456	

c)  $\lambda = 0, \alpha = 10, \varphi = 30^\circ, \delta_2/\varphi = 0, q = 50 \text{ kPa}$  :

D'après ces paramètres, le coefficient  $k_a^q$  vaut : 0,407. Les résultats du calcul sont représentées sur le tableau suivant :

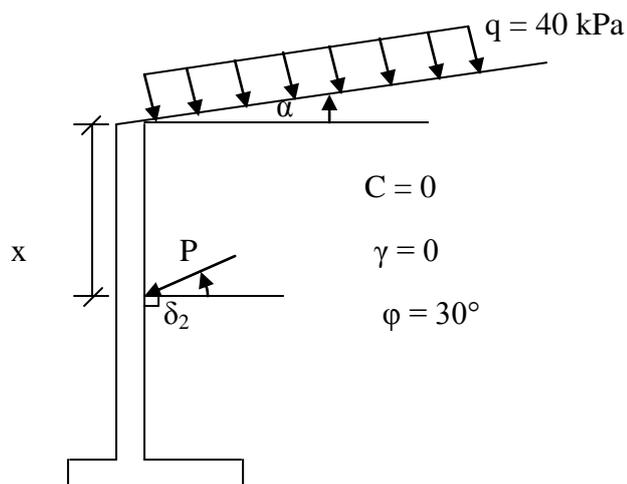


Figure 3.14 : Pression due à la surcharge  $q$  appliquée sur une surface inclinée du remblai.

Tableau 3.3 : Pression appliquée sur le mur calculée à l'aide du programme et par la formule de Sokolovski ( $\lambda = 0$ ,  $\alpha = 10$ ,  $\varphi = 30^\circ$ ,  $\delta_2/\varphi = 0$ ,  $q = 50$  kPa).

X (m)	P données par le programme (kPa)	P données par la formule de Sokolovski (kPa)
0.00	20.34728	20.35000
0.5512	20.34728	
1.0530	20.34728	
1.5546	20.34728	
2.05629	20.34728	
2.55795	20.34728	
3.05961	20.34728	
3.56127	20.34728	
4.06292	20.34728	
4.56458	20.34728	
5.06624	20.34728	

### 3.4.2/ Cas d'un sol pulvérulent pesant non surchargé :

Pour le cas d'un sol pulvérulent pesant non surchargé, on fait une comparaison avec la pression donnée par la méthode de Caquot - Kérisel :

$$P = K_a^\gamma \gamma x$$

$K_a^\gamma$  : coefficient de poussée due au poids des terres dépend de ( $\lambda$ ,  $\alpha$  et  $\delta_2$ ).

$\gamma$  : poids volumique du sol ( $\text{kN/m}^3$ ).

$x$  : abscisse d'application de la pression  $P$  sur le mur.

a)  $\lambda = 0, \alpha = 0, \varphi = 30^\circ, \delta_2/\varphi = 2/3, \gamma = 20 \text{ kN/m}^3$  :

D'après ces caractéristiques, le coefficient  $k_a^\gamma$  vaut : 0,300.

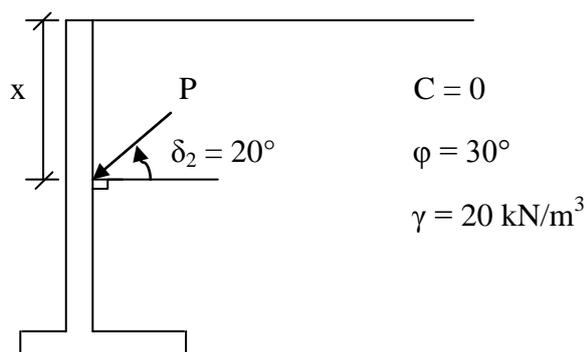


Figure 3.15 : Pression due au poids des terres sur un mur vertical.

Tableau 3.4 : Pression appliquée sur le mur calculée à l'aide du programme et par la formule de Caquot – Kérisel ( $\lambda = 0, \alpha = 0, \varphi = 30^\circ, \delta_2/\varphi = 2/3, \gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ ).

X (m)	P données par le programme (kPa)	P donnée par la formule de Caquot - Kérisel (kPa)
0.00	0.00	0.00
0.5740742	3,43985261	3,4444
0.9982317	5,98140435	5,9894
1.440358	8,63062514	8,6421
1.902743	11,4012361	11,4165
2.333745	13,9838	14,0025
2.770168	16,5988467	16,6210
3.211900	19,2457048	19,2714
3.709802	22,2291336	22,2588
4.117111	24,6697291	24,7027
4.623131	27,701801	27,7388
5.047436	30,2442365	30,2846
5.509580	33,0134034	33,0575
5.969308	35,7680935	35,8158
6.422973	38,4864542	38,5378
6.855025	41,0753098	41,1302
7.314426	43,8280406	43,8866
7.783985	46,6416381	46,7039
8.230892	49,3195049	49,3854
8.668850	51,9437492	52,0131

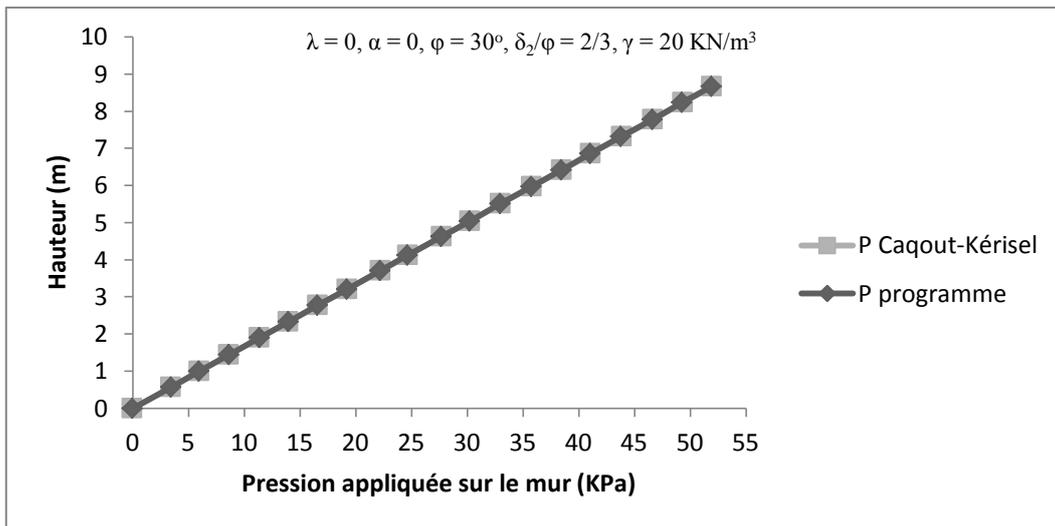


Figure 3.16 : Pression agissant le long du mur par la méthode de Caquot-Kérisel et le programme ( $\lambda = 0, \alpha = 0, \varphi = 30^\circ, \delta_2/\varphi = 2/3, \gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ ).

b)  $\lambda = -10^\circ, \alpha = 0, \varphi = 30^\circ, \delta_2/\varphi = 0, \gamma = 20 \text{ kN/m}^3$  :

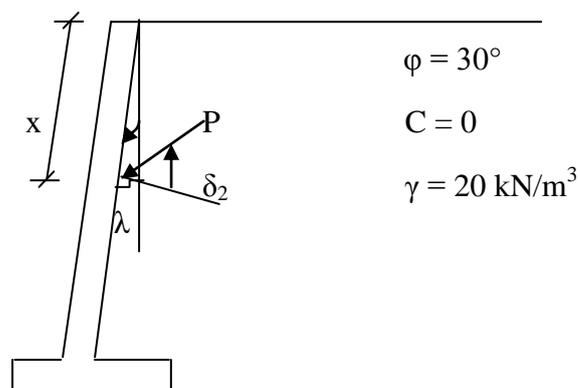


Figure 3.17 : Pression due au poids des terres sur un mur incliné.

Selon ces caractéristiques du mur, le coefficient  $k_a^\gamma$  vaut : 0,265.

Les résultats sont donnés sur le tableau suivant :

Tableau 3.5 : Pression appliquée sur le mur calculée à l'aide du programme et par la formule de Caquot – Kérisel ( $\lambda = -10^\circ$ ,  $\alpha = 0$ ,  $\varphi = 30^\circ$ ,  $\delta_2/\varphi = 0$ ,  $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ ).

X (m)	P données par le programme (kPa)	P donnée par la formule de Caquot - Kérisel (kPa)
0.000000	0,0000	0,000
0.5528498	2,9297	2,930
0.9836035	5,2127	5,213
1.423741	7,5448	7,545
1.882457	9,9768	9,977
2.320636	12,2984	12,299
2.758631	14,6186	14,620
3.201347	16,9666	16,967
3.697277	19,5945	19,595
4.107159	21,7664	21,767
4.612595	24,4458	24,446
5.036400	26,6914	26,692
5.505407	29,1687	29,178
5.966285	31,6168	31,621
6.418928	34,0132	34,020
6.848608	36,2966	36,297
7.304194	38,7105	38,711
7.779543	41,2306	41,231
8.223392	43,5836	43,584
8.659720	45,8952	45,896

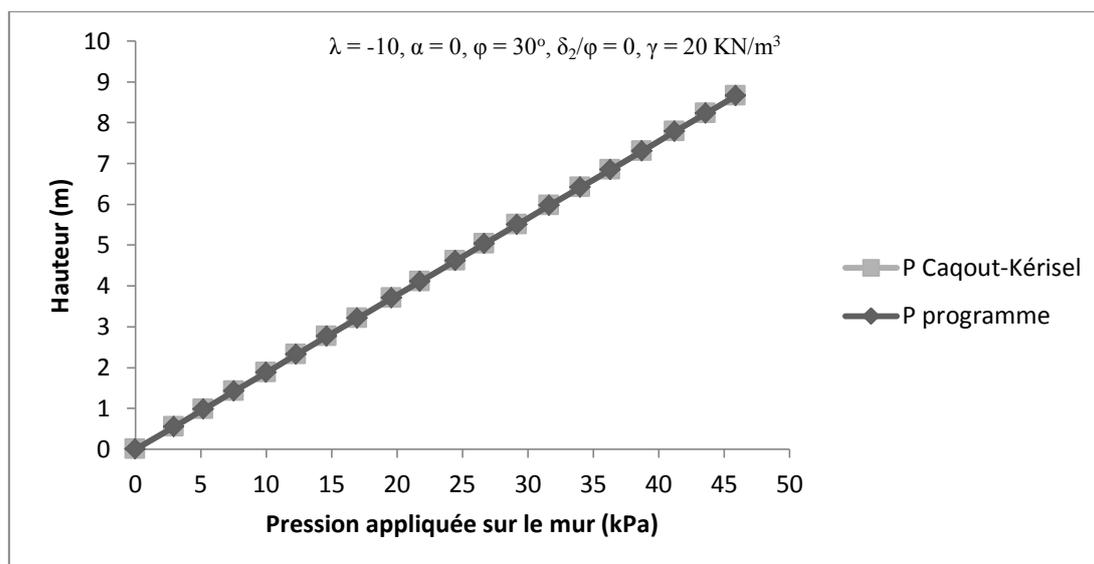


Figure 3.18 : Pression agissant le long du mur par la méthode de Caquot-Kérisel et le programme ( $\lambda = -10^\circ$ ,  $\alpha = 0$ ,  $\varphi = 30^\circ$ ,  $\delta_2/\varphi = 0$ ,  $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ ).

c)  $\lambda = 0, \alpha = 10^\circ, \varphi = 25^\circ, \delta_2/\varphi = 1, \gamma = 20 \text{ kN/m}^3$  :

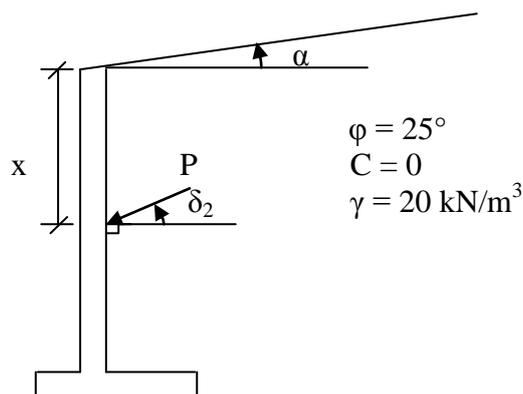


Figure 3.19 : Pression due au poids des terres d'un massif du sol incliné de  $\alpha$  par rapport à l'horizontal.

Tenant compte des données du problème, le coefficient  $k_a^\gamma$  vaut : 0,428.

Tableau 3.6 : Pression appliquée sur le mur calculée à l'aide du programme et par la formule de Caquot – Kérisel ( $\lambda = 0, \alpha = 10^\circ, \varphi = 25^\circ, \delta_2/\varphi = 1, \gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ ).

X (m)	P données par le programme (kPa)	P données par la formule de Caquot - Kérisel (kPa)
0.000000	0.00	0,0000
0.7346594	3,80700501	3,8937
1.116034	5,78328819	5,9150
1.471028	7,6228671	7,7964
1.864279	9,66069378	9,8807
2.283737	11,8343251	12,1038
2.694567	13,9632462	14,2812
3.046982	15,7894607	16,1490
3.447172	17,8632453	18,2700
3.862808	20,0170711	20,4729
4.161507	21,5649293	22,0560
4.628591	23,9853586	24,5315
4.929160	25,5429071	26,1245
5.455731	28,271598	28,9154
5.766022	29,879526	30,5599
6.251694	32,3962783	33,1340
6.678357	34,607246	35,3953
7.015151	36,3525125	37,1803

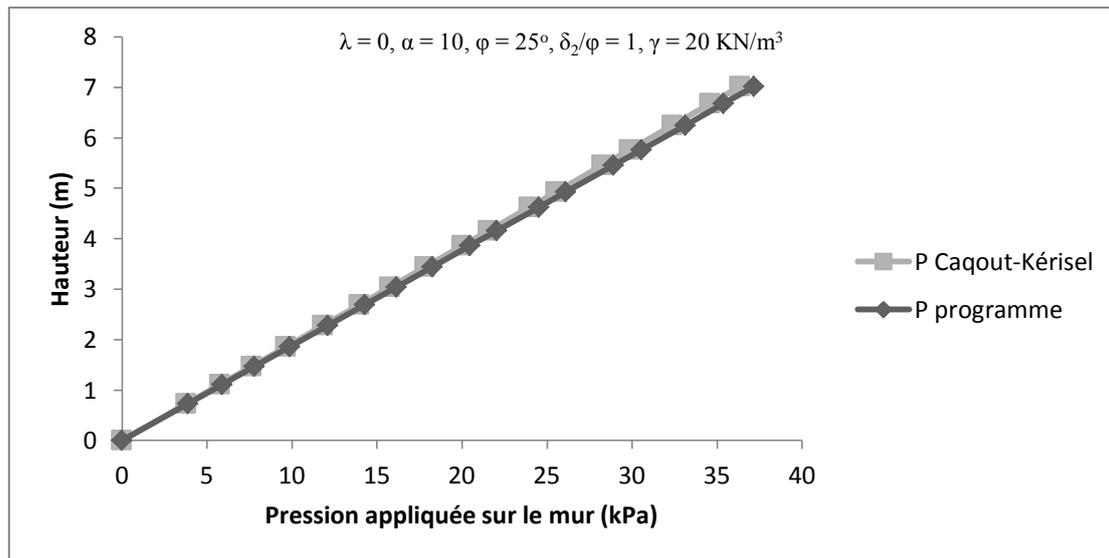


Figure 3.20 : Pression agissant le long du mur par la méthode de Caquot-Kérisel et le programme ( $\lambda = 0$ ,  $\alpha = 10$ ,  $\varphi = 25^\circ$ ,  $\delta_2/\varphi = 1$ ,  $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ ).

En comparant les résultats du programme avec les résultats exacts donnés par Caquot-Kérisel (1948), on remarque une très légère différence, et cela de fait que les résultats exposés sont fournis par deux méthode numérique différentes d'où l'impossibilité de trouver les mêmes valeurs (nombre d'intervalle de discrétisation, le type de compilateur du langage Fortran et la précision sont pas les mêmes).

### 3.4.3/ Cas d'un sol purement cohérent :

Pour le cas d'un sol purement cohérent ( $\varphi = 0$ ,  $C_u = 100 \text{ kPa}$ ) [1] derrière un mur, on calcule une pression globale en se basant sur la méthode de Rankine appliquée à ce cas.

La pression  $P_\gamma$  exercée par un sol purement cohérent dont la surface du remblai est inclinée de  $\alpha$  par rapport à l'horizontale, sur un mur vertical, est déterminée à une profondeur donnée par :

$$P_{a,p} = K_{a,p} (\sigma_{v0} + q) \cdot \cos \alpha$$

$$K_{a,p} = 2 \cdot \cos^2 \alpha \pm 2 \sqrt{\left(\frac{C}{\sigma_{v0} + q}\right)^2 - \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha - 1}$$

Le signe + correspond à la butée (indice p) et le signe - à la poussée (indice a).

$\lambda = 0$ ,  $\alpha = 0^\circ$ ,  $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ ,  $q = 50 \text{ kPa}$ ,  $C_u = 100 \text{ kPa}$  :

Tableau 3.7 : Pression appliquée sur le mur calculée à l'aide du programme et par la formule.

X (m)	P données par le programme en ca de poussée (kPa)	P données par la formule (kPa)
0.00	-50.00	-50.00
0.2631579	-44.736840	-44,736842
0.5263158	-39.473690	-39,473684
0.7894737	-34.210530	-34,210526
1.052632	-28.947370	-28,94736
1.315789	-23.684210	-23,68422
1.578947	-18.421050	-18,42106
1.842105	-13.157890	-13,1579
2.105263	-7.894737	-7,89474
2.368421	-2.631580	-2,63158
2.631579	2.631577	2,63158
2.894737	7.894737	7,89474
3.157895	13.157890	13,1579
3.421053	18.421050	18,42106
3.684211	23.684210	23,68422
3.947369	28.947370	28,94738
4.210526	34.210530	34,21052
4.473684	39.473690	39,47368
4.736842	44.736840	44,73684
5.00	49.999990	50.00

On remarque que selon cette méthode, la pression  $P(z)$  devient négative sur une certaine profondeur  $z_0$  égale à  $(2C/\gamma - q/\gamma)$  (pour notre cas  $z_0 = 2.50 \text{ m}$ ). Cette zone de traction est à éliminer dans la détermination des pressions agissant sur le mur, du fait que le sol résiste mal à la traction.

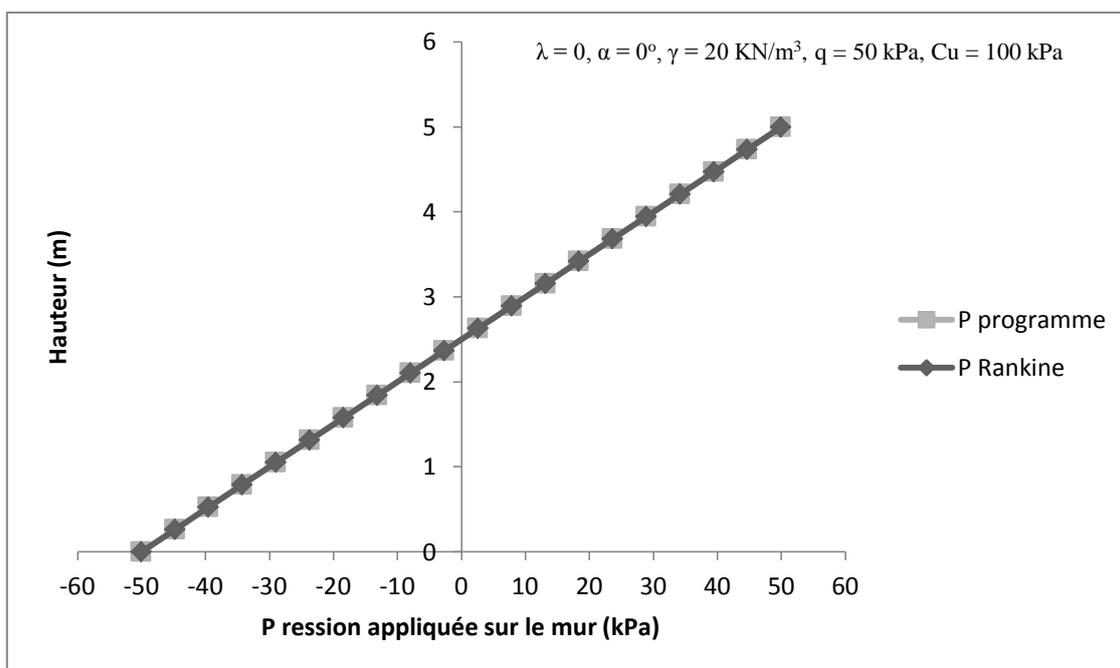


Figure 3.21 : La pression  $P$  exercée sur le mur pour un sol purement cohérent ( $\lambda = 0$ ,  $\alpha = 0^\circ$ ,  $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ ,  $q = 50 \text{ kPa}$ ,  $C_u = 100 \text{ kPa}$ ).

### 3.5. Conclusion :

Le programme en langage Fortran ainsi écrit pour la résolution des équations de l'équilibre limite permet de calculer la pression globale de poussée exercée sur le mur, selon un schéma de rupture à trois zones à savoir la zone active, neutre et passive, en commençant le calcul par la zone active située au dessous de la surface du remblai. Le calcul est mené graduellement avec des itérations jusqu'à la surface de contact sol/mur.

La validation du programme a été faite avec des solutions exactes des cas particuliers données par Sokolovski (sol pulvérulent non pesant), Caquot-Kérisel (sol pulvérulent non surchargé) et Rankine (sol purement cohérent), dont on remarque une bonne superposition des résultats.

## CHAPITRE 04

### ETUDE PARAMETRIQUE

#### 4.1. Introduction :

L'objectif de ce chapitre est de proposer des valeurs du coefficient global de poussée sous forme de tableaux pour les différents types du sol, en fonction du chargement et à des profondeurs données sur le mur, ainsi que pour les différents types de géométrie du mur et cela pour un usage pratique à l'aide d'une analyse dimensionnelle.

#### 4.2. Analyse dimensionnelle :

L'objectif d'un travail de recherche sur un phénomène physique donné est d'obtenir une formulation de la loi décrivant le phénomène. Cette loi décrit en fait la manière dont varient une ou plusieurs grandeurs physiques  $x_i$  ( $i = 1, N$ ) en fonction des autres grandeurs. Il est nécessaire que la fonction  $f$  respecte l'homogénéité dimensionnelle (condition de Fourier) « Tous les termes d'une équation doivent avoir les mêmes dimensions » [17].

L'analyse dimensionnelle a comme objectifs :

- 1) Etude de l'homogénéité dimensionnelle d'une équation,
- 2) Conversion des unités des grandeurs  $x_i$  d'un système d'unité à l'autre,
- 3) Mise au point de la formulation  $f$  de la loi, si l'équation est a priori inconnue on utilise le Théorème des  $\pi$  de Vashy-Buckingham pour dégager une forme générale de l'équation  $f$  [17].

#### 4.3. Méthodologie de l'analyse dimensionnelle :

- Choix des grandeurs clefs,
- Analyse dimensionnelle. Il s'agit de trouver le nombre minimum de variables, rassemblées sous forme de groupement sans dimension lors d'une étude de la fonction  $f$ . on utilise pour cela le Théorème des  $\pi$  [17].

#### 4.4. Théorème des $\pi$ de vashy- Buckingham :

Il s'agit d'une conséquence du Théorème de Federman. Soit  $f(x_1, x_2, \dots, x_N) = 0$  une équation dimensionnellement homogène et soit  $K$  le nombre de grandeurs fondamentales (masse, longueur, temps, ...). On montre que l'équation  $\emptyset$  qui dépend de  $(N, K)$  grandeurs sous dimensions appelés termes en  $\pi$ .  $f(x_1, x_2, \dots, x_N) = 0 \iff \emptyset(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{N-K}) = 0$ . Chaque terme en  $\pi$  s'écrit sous forme d'un monôme des  $K$  grandeurs fondamentales [17].

Soit la fonction :  $f(C, \varphi, \gamma, P, x, H, \lambda, \alpha, \delta_2, q) = 0$ .

En appliquant le théorème des  $\pi$ , on écrit que :

$$\Phi\left(\frac{x}{H}, \frac{P}{\gamma H}, \frac{q}{C}, \alpha, \delta_2, \varphi, \lambda\right) = 0.$$

Etudions le cas de la poussée (cas très fréquent en pratique), avec les cas suivants à traiter :

- $\lambda = 0, 5, 10, 15$  et  $20^\circ$ ,
- $\alpha = 0, 5$ , et  $10^\circ$ ,
- $\varphi$  :
  - ✓ Sol argileux saturé :  $\varphi = 0$ ,
  - ✓ Sol cohérent (limon, sable argileux, argile sableuse, ...) :  $\varphi = 15^\circ$ ,
  - ✓ Sol pulvérulent (sableux) :  $\varphi = 30, 35$  et  $40^\circ$ ,
- $\delta_2/\varphi = 0, 2/3$  et  $1$  : selon la rugosité du mur,
- $x/H = 0, 0.25, 0.5, 0.75$  et  $1$ ,
- $q/C \leq q_L/3 = 5, 14/3$ . Donc on prend  $q/C = 0, 0.5, 1$  et  $1.5$ ,
- si  $C = 0$ , on prend  $q/\gamma H$ .

#### 4.5. Présentation des résultats :

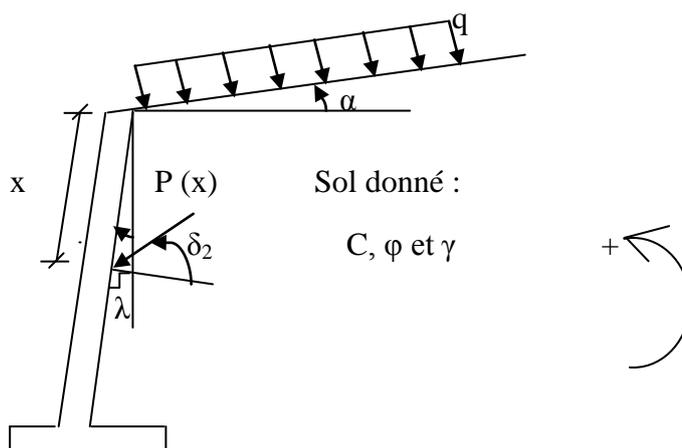


Figure 4.1 : Schéma indiquant les paramètres du problème.

##### A) Sol argileux saturé :

##### 1) $\lambda = 0, \alpha = 0, \varphi = 0, \delta_2/\varphi = 0$ :

On note  $K_a = P/\gamma H$  et on l'adopte « Coefficient de poussée global ». Dans ce qui suit, on présente un résultat typique et regroupe le reste en annexe 1.

La connaissance de  $K_a$  permet de calculer directement la pression de poussée à une profondeur donnée :  $P(x) = K_a \cdot \gamma \cdot H$ . Tel que  $x$  l'abscisse du point étudié le long du mur.

On rappelle que la pression  $P$  ainsi calculée est une pression globale qui résulte des différents effets mécaniques tels que la surcharge  $q$ , la cohésion  $C$  du sol et le poids du sol.

Couramment, on calcul les pressions sur un mur par superposition des effets, en menant un calcul « local » de la pression due à chaque effet :

$$P \approx P^\gamma + P^q + P^c.$$

Tableau 4.1 : Valeur de  $K_a$  pour un sol argileux ( $\lambda = 0, \alpha = 0, \delta_2/\varphi = 0$ )

$x/H$	$q/C = 0$	$q/C = 0.5$	$q/C = 1$	$q/C = 1.5$
0.25	-0.150	-0.05	0.05	0.150
0.5	0.100	0.200	0.300	0.400
0.75	0.350	0.450	0.550	0.650
1	0.600	0.700	0.800	0.900

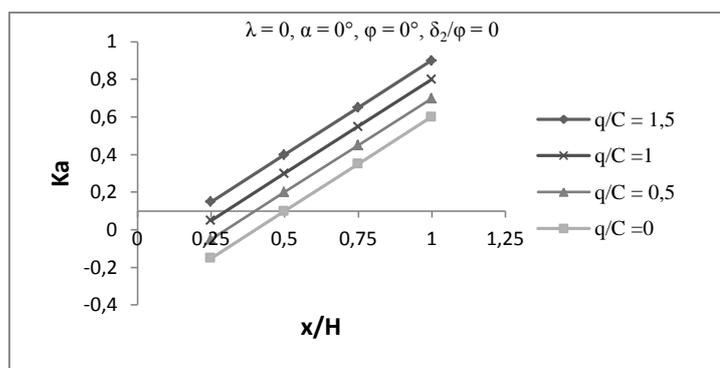


Figure 4.2 :  $K_a$  pour un sol argileux ( $\lambda = 0$ ,  $\alpha = 0$ ,  $\delta_2/\varphi = 0$ ).

2)  $\lambda = -5^\circ$ ,  $\alpha = 0$ ,  $\varphi = 0$ ,  $\delta_2/\varphi = 0$  :

Tableau 4.2 : Valeur de  $K_a$  pour un sol argileux ( $\lambda = -5^\circ$ ,  $\alpha = 0$ ,  $\delta_2/\varphi = 0$ )

$x/H$	$q/C = 0$	$q/C = 0.5$	$q/C = 1$	$q/C = 1.5$
0.25	-0.149	-0.05	0.050	0.150
0.5	0.101	0.200	0.300	0.400
0.75	0.351	0.450	0.550	0.650
1	0.601	0.700	0.800	0.900

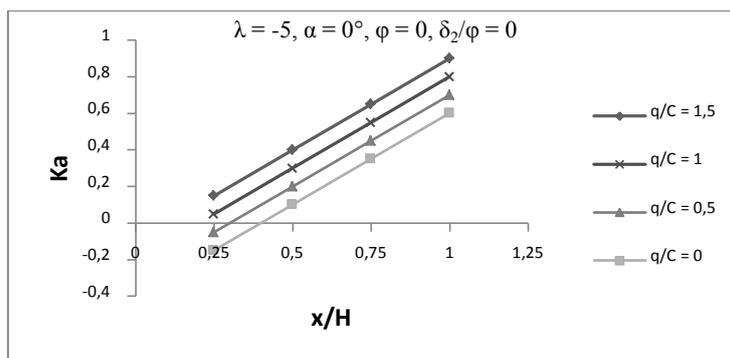


Figure 4.3 :  $K_a$  pour un sol argileux ( $\lambda = -5^\circ$ ,  $\alpha = 0$ ,  $\delta_2/\varphi = 0$ )

La variation de coefficient de poussée  $K_a$  est linéaire et croissante avec la profondeur le long de la surface de contact mur/sol pour un même état de chargement (rapport  $q/C$ ) quelque soit la géométrie du système remblai/mur. En augmentant la surcharge, le coefficient de poussée  $K_a$  augmente aussi d'une manière uniforme.

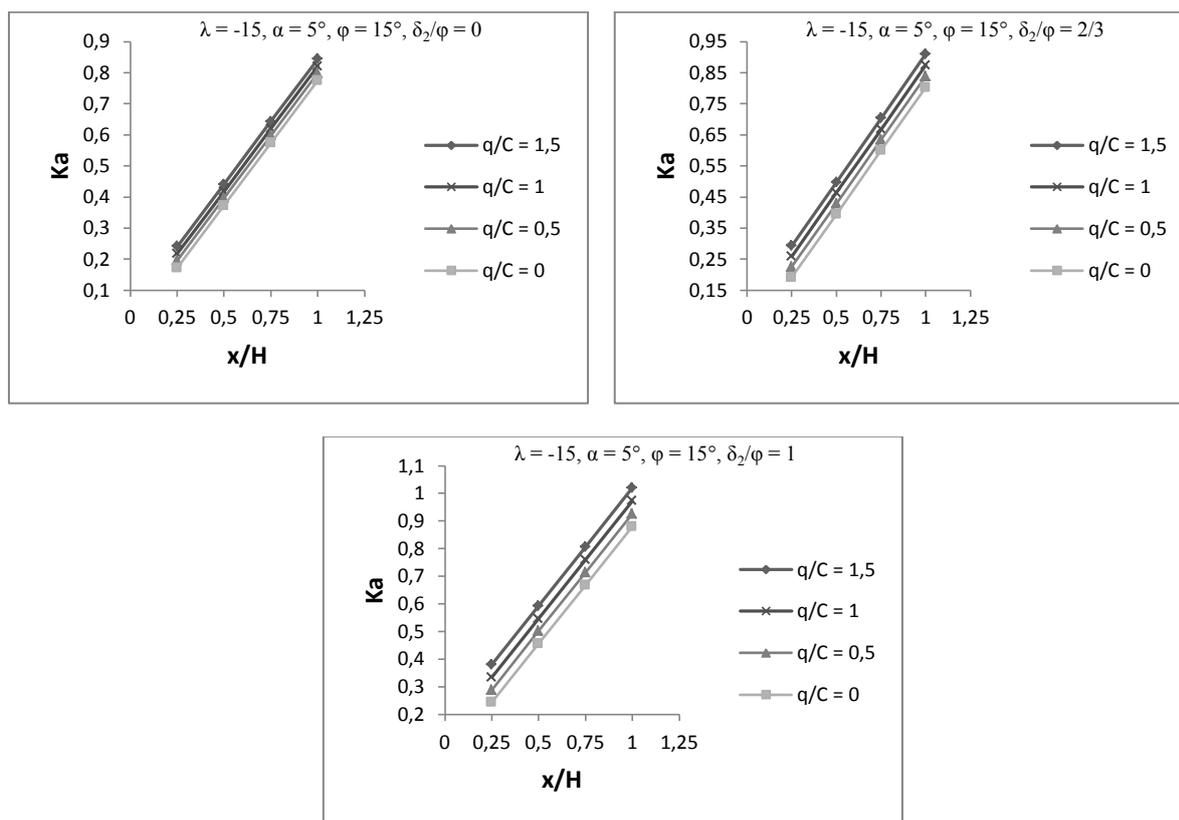
Donc, on peut conclure que les forces de poussée augmentent linéairement avec la profondeur et avec la surcharge  $q$ , pour le cas d'un milieu purement cohérent supposé homogène.

B) Sol cohérent :

Pour le cas d'un sol cohérent (limon, sable argileux, argile sableuse,...), on prend à titre d'application un angle de frottement  $\varphi = 15^\circ$ . On cite ci-dessous un résultat de calcul à titre indicative, le reste des résultats pour ce type du sol est récapitulé en annexe 2.

1)  $\lambda = -15^\circ, \alpha = 5^\circ$  :Tableau 4.3 : Valeur de  $K_a$  pour un sol cohérent ( $\lambda = -15^\circ, \alpha = 5^\circ$ )

$\delta_2/\varphi$	$x/H$	$q/C = 0$	$q/C = 0.5$	$q/C = 1$	$q/C = 1.5$
0	0.25	0,172	0,195	0,218	0,241
	0.5	0,372	0,395	0,418	0,441
	0.75	0,574	0,597	0,62	0,643
	1	0,775	0,798	0,821	0,844
2/3	0.25	0,191	0,225	0,259	0,293
	0.5	0,395	0,429	0,463	0,497
	0.75	0,600	0,634	0,668	0,704
	1	0,802	0,838	0,874	0,910
1	0.25	0,243	0,289	0,335	0,381
	0.5	0,455	0,501	0,547	0,593
	0.75	0,668	0,714	0,76	0,806
	1	0,88	0,926	0,973	1,021

Figures 4.4 :  $K_a$  pour un sol cohérent ( $\lambda = -15^\circ, \alpha = 5^\circ$ ).

2)  $\lambda = -5^\circ, \alpha = 0^\circ$  :

Tableau 4.4 : Valeur de  $K_a$  pour un sol cohérent ( $\lambda = -5^\circ, \alpha = 0^\circ$ )

$\delta_2/\varphi$	$x/H$	$q/C = 0$	$q/C = 0.5$	$q/C = 1$	$q/C = 1.5$
0	0.25	0,159	0,176	0,193	0,21
	0.5	0,357	0,374	0,391	0,408
	0.75	0,555	0,572	0,589	0,606
	1	0,756	0,773	0,79	0,807
2/3	0.25	0,174	0,200	0,225	0,251
	0.5	0,375	0,401	0,427	0,453
	0.75	0,576	0,602	0,629	0,654
	1	0,780	0,808	0,836	0,864
1	0.25	0,209	0,239	0,268	0,299
	0.5	0,414	0,445	0,474	0,504
	0.75	0,619	0,648	0,679	0,709
	1	0,824	0,853	0,884	0,913

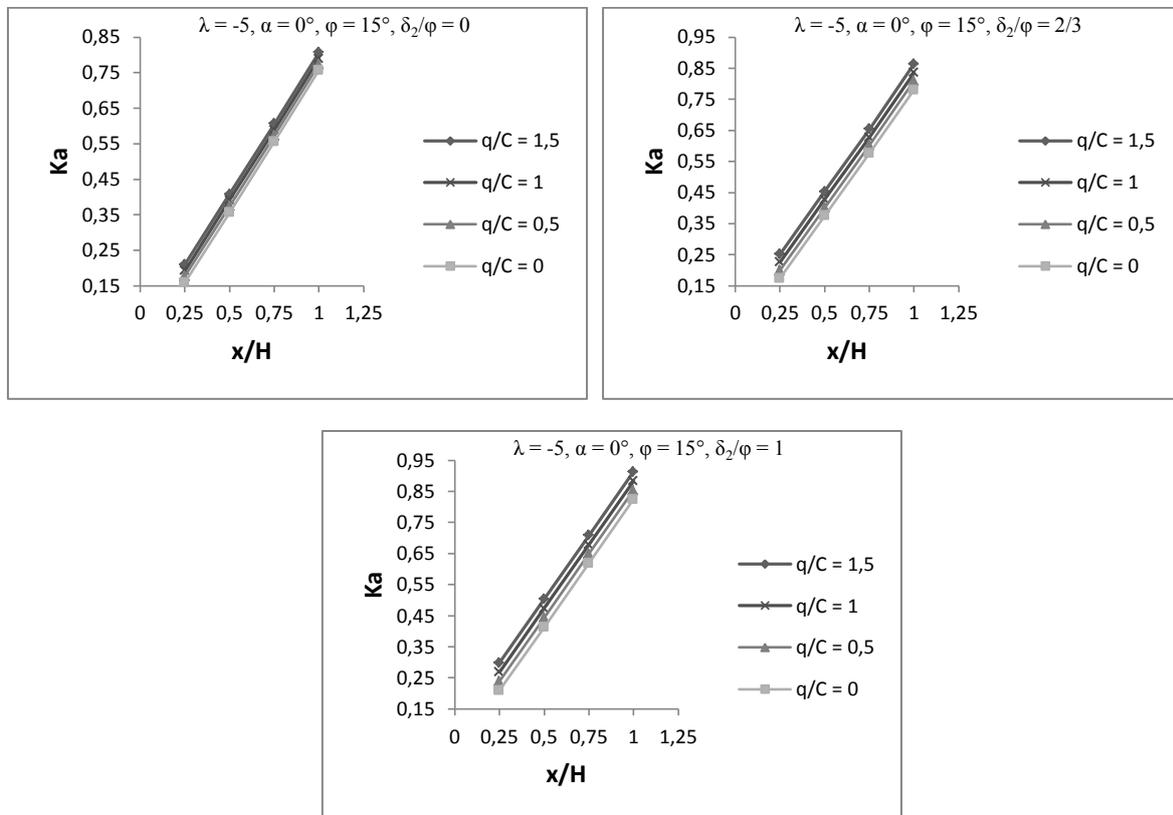


Figure 4.5 :  $K_a$  pour un sol cohérent ( $\lambda = -5^\circ, \alpha = 0^\circ$ )

Supposant que le sol est homogène, le coefficient  $K_a$  varie linéairement avec la profondeur et augmente peu avec la surcharge. Pour un même état de chargement (rapport  $q/C$ ), les valeurs de  $K_a$  augmentent peu avec la rugosité du mur et lorsque la surface de contact sol/mur est lisse, l'augmentation de  $K_a$  en fonction de rapport  $q/C$  est très peu.

### 3) Sol pulvérulent :

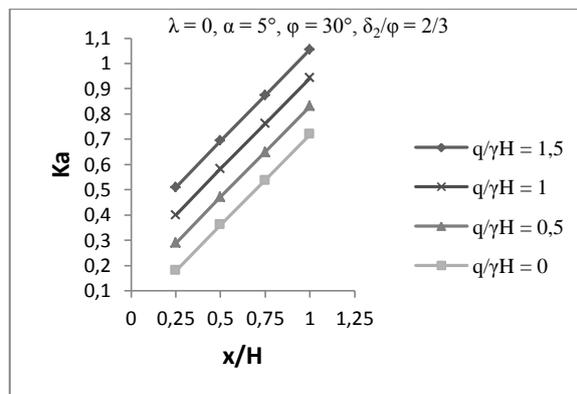
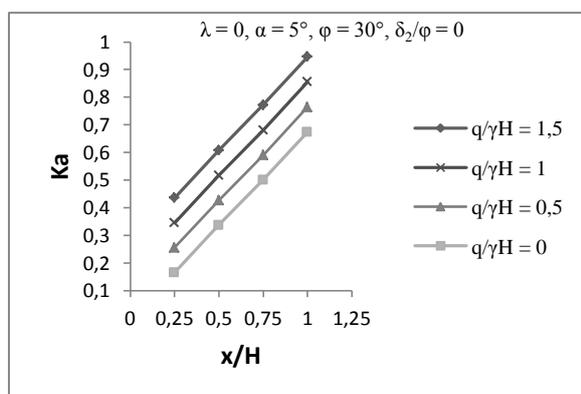
Pour un sol pulvérulent ( $C = 0$ ), on utilise le terme en  $\pi$  :  $q/\gamma H$  et on fait varier l'angle de frottement selon la densité du matériau. Pour chaque état de densité du sol étudié, on présente un résultat typique de calcul et on regroupe le reste des résultats en annexe 3.

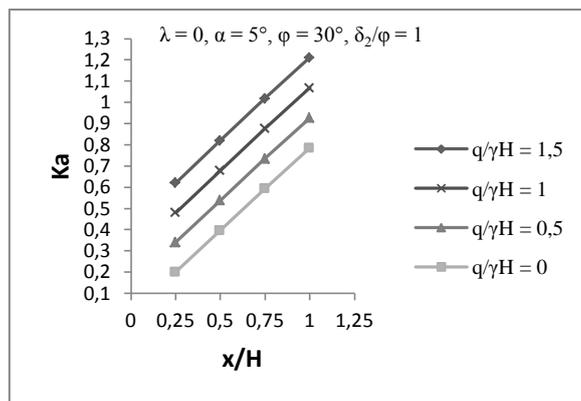
#### C-1/ Sol sableux lâche ( $\varphi = 30^\circ$ ) :

##### 1) $\lambda = 0^\circ, \alpha = 5^\circ$ :

Tableau 4.5 : Valeur de  $K_a$  pour un sol sableux lâche ( $\lambda = 0^\circ, \alpha = 5^\circ$ )

$\delta_2/\varphi$	$x/H$	$q/\gamma H = 0$	$q/\gamma H = 0.5$	$q/\gamma H = 1$	$q/\gamma H = 1.5$
0	0.25	0,166	0,256	0,346	0,436
	0.5	0,337	0,427	0,517	0,608
	0.75	0,501	0,591	0,681	0,772
	1	0,674	0,765	0,856	0,947
2/3	0.25	0,180	0,290	0,400	0,510
	0.5	0,361	0,472	0,583	0,694
	0.75	0,537	0,649	0,761	0,873
	1	0,719	0,831	0,943	1,055
1	0.25	0,201	0,341	0,481	0,621
	0.5	0,397	0,538	0,679	0,820
	0.75	0,593	0,735	0,877	1,019
	1	0,785	0,927	1,069	1,211



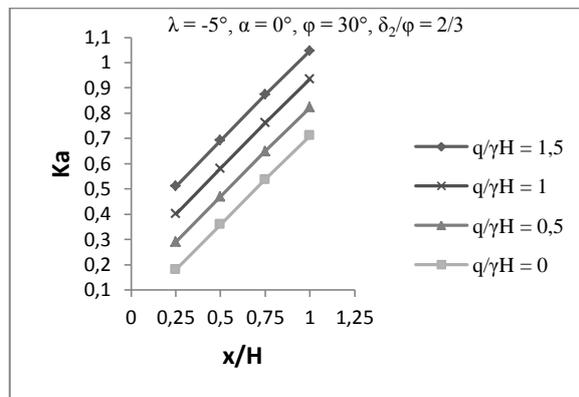
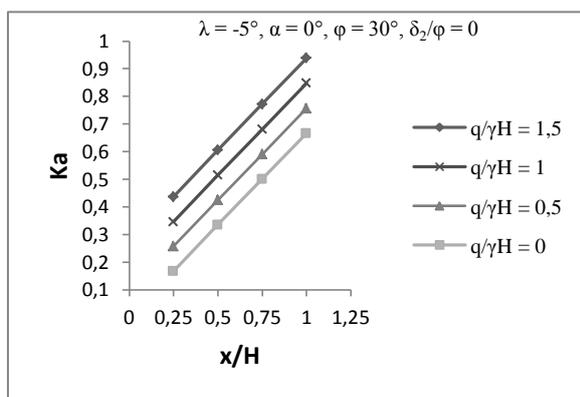


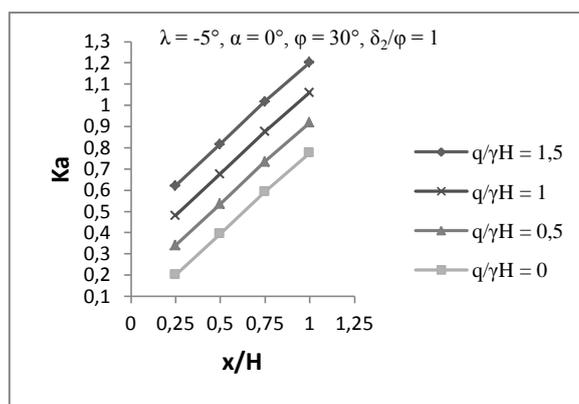
Figures 4.6 :  $K_a$  pour un sol sableux lâche ( $\lambda = 0^\circ, \alpha = 5^\circ$ )

2)  $\lambda = -5^\circ, \alpha = 0^\circ$  :

Tableau 4.6 : Valeur de  $K_a$  pour un sol sableux lâche ( $\lambda = -5^\circ, \alpha = 0^\circ$ )

$\delta_2/\varphi$	$x/H$	$q/\gamma H = 0$	$q/\gamma H = 0.5$	$q/\gamma H = 1$	$q/\gamma H = 1.5$
0	0.25	0,167	0,257	0,347	0,437
	0.5	0,335	0,425	0,515	0,606
	0.75	0,501	0,591	0,681	0,772
	1	0,666	0,757	0,848	0,939
2/3	0.25	0,181	0,291	0,401	0,511
	0.5	0,359	0,470	0,581	0,692
	0.75	0,537	0,649	0,761	0,873
	1	0,711	0,823	0,935	1,047
1	0.25	0,202	0,342	0,482	0,622
	0.5	0,395	0,536	0,677	0,818
	0.75	0,593	0,735	0,877	1,019
	1	0,777	0,919	1,061	1,203





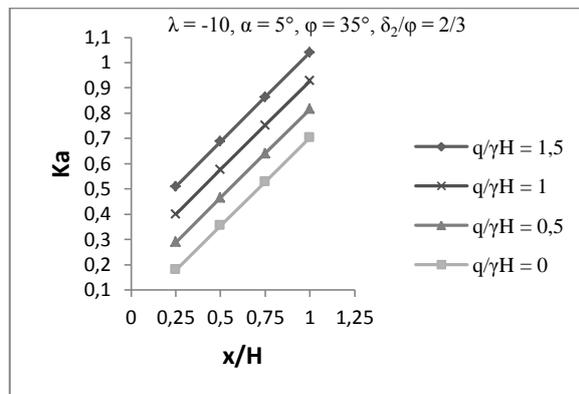
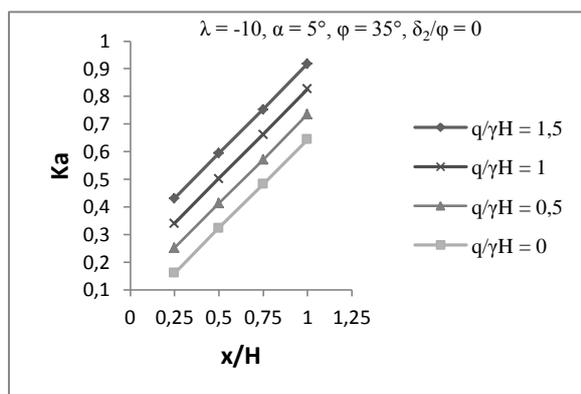
Figures 4.7 :  $K_a$  pour un sol sableux lâche ( $\lambda = -5^\circ$ ,  $\alpha = 0^\circ$ )

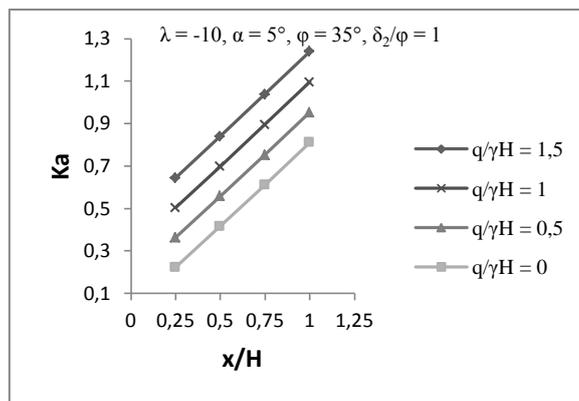
C-2/ Sol moyennement dense  $\phi = 35^\circ$  :

1)  $\lambda = -10^\circ$ ,  $\alpha = 5^\circ$  :

Tableau 4.7 : Valeur de  $K_a$  pour un sol sableux moyennement dense ( $\lambda = -10$ ,  $\alpha = 5^\circ$ )

$\delta_2/\phi$	$x/H$	$q/\gamma H = 0$	$q/\gamma H = 0.5$	$q/\gamma H = 1$	$q/\gamma H = 1.5$
0	0.25	0,161	0,251	0,341	0,431
	0.5	0,323	0,413	0,503	0,594
	0.75	0,482	0,572	0,662	0,753
	1	0,644	0,735	0,827	0,919
2/3	0.25	0,180	0,290	0,400	0,510
	0.5	0,355	0,466	0,577	0,688
	0.75	0,528	0,640	0,752	0,864
	1	0,704	0,816	0,928	1,040
1	0.25	0,224	0,364	0,504	0,645
	0.5	0,417	0,558	0,699	0,841
	0.75	0,611	0,753	0,895	1,038
	1	0,811	0,953	1,096	1,240



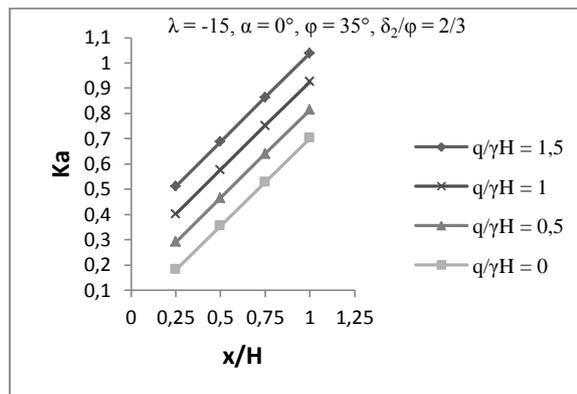
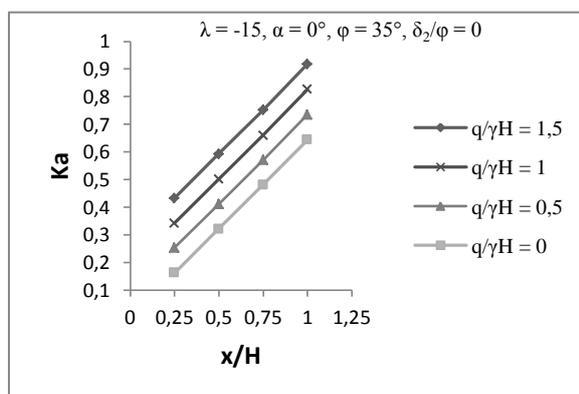


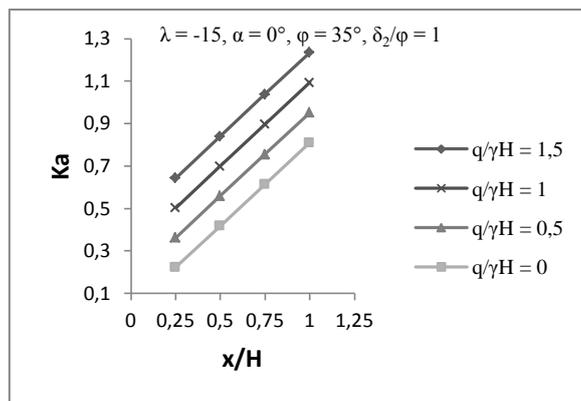
Figures 4.8 :  $K_a$  pour un sol sableux moyennement dense ( $\lambda = -10, \alpha = 5^\circ$ ).

2)  $\lambda = -15^\circ, \alpha = 0^\circ$  :

Tableau 4.8 : Valeur de  $K_a$  pour un sol sableux moyennement dense ( $\lambda = -15, \alpha = 0^\circ$ )

$\delta_2/\varphi$	$x/H$	$q/\gamma H = 0$	$q/\gamma H = 0.5$	$q/\gamma H = 1$	$q/\gamma H = 1.5$
0	0.25	0,163	0,253	0,343	0,433
	0.5	0,322	0,412	0,502	0,593
	0.75	0,481	0,571	0,661	0,752
	1	0,644	0,735	0,827	0,919
2/3	0.25	0,182	0,292	0,402	0,512
	0.5	0,355	0,466	0,577	0,688
	0.75	0,528	0,640	0,752	0,864
	1	0,702	0,814	0,926	1,038
1	0.25	0,223	0,363	0,503	0,643
	0.5	0,418	0,559	0,700	0,841
	0.75	0,613	0,755	0,897	1,039
	1	0,810	0,952	1,094	1,236





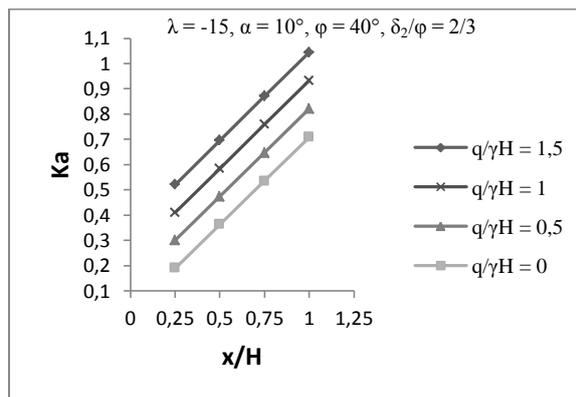
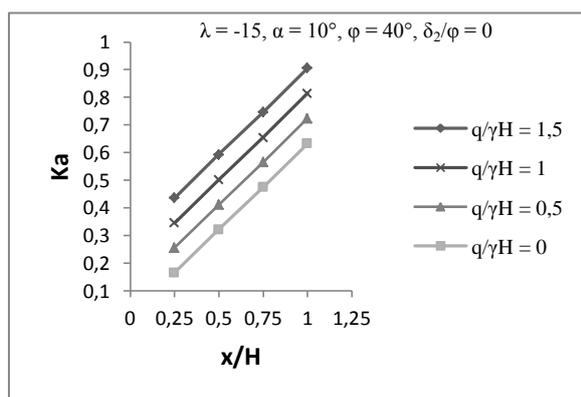
Figures 4.9 :  $K_a$  pour un sol sableux moyennement dense ( $\lambda = -15, \alpha = 0^\circ$ )

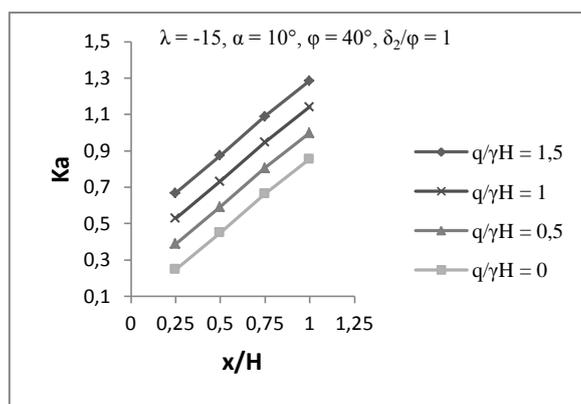
C-3/ Sol sableux dense :

1)  $\lambda = -15^\circ, \alpha = 10^\circ :$

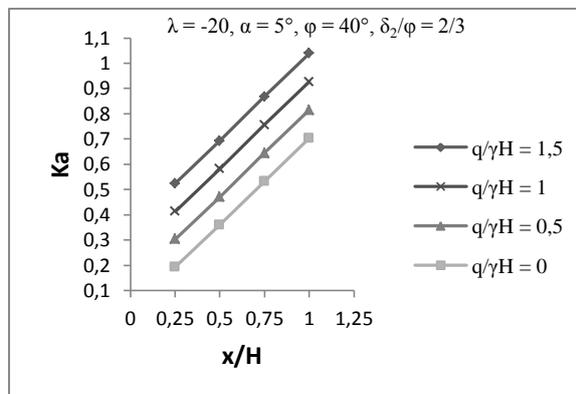
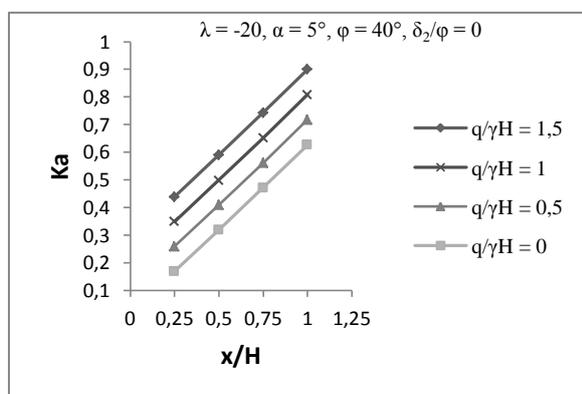
Tableau 4.9 : Valeur de  $K_a$  pour un sol sableux dense ( $\lambda = -15^\circ, \alpha = 10^\circ$ )

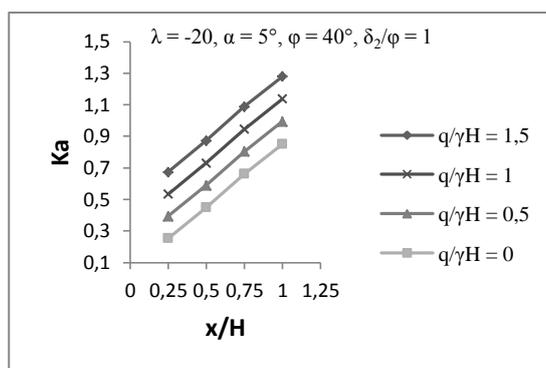
$\delta_2/\varphi$	$x/H$	$q/\gamma H = 0$	$q/\gamma H = 0.5$	$q/\gamma H = 1$	$q/\gamma H = 1.5$
0	0.25	0,166	0,256	0,346	0,436
	0.5	0,322	0,412	0,502	0,593
	0.75	0,475	0,565	0,655	0,746
	1	0,633	0,724	0,815	0,906
2/3	0.25	0,191	0,301	0,411	0,521
	0.5	0,363	0,474	0,585	0,696
	0.75	0,535	0,647	0,759	0,871
	1	0,709	0,821	0,933	1,045
1	0.25	0,249	0,389	0,529	0,669
	0.5	0,451	0,592	0,733	0,875
	0.75	0,664	0,806	0,948	1,090
	1	0,856	0,999	1,142	1,285



Figures 4.10 :  $K_a$  pour un sol sableux dense ( $\lambda = -15^\circ, \alpha = 10^\circ$ )2)  $\lambda = -20^\circ, \alpha = 5^\circ$  :Tableau 4.10 : Valeur de  $K_a$  pour un sol sableux dense ( $\lambda = -20^\circ, \alpha = 5^\circ$ )

$\delta_2/\varphi$	$x/H$	$q/\gamma H = 0$	$q/\gamma H = 0.5$	$q/\gamma H = 1$	$q/\gamma H = 1.5$
0	0.25	0,169	0,259	0,349	0,439
	0.5	0,319	0,409	0,499	0,590
	0.75	0,472	0,562	0,652	0,743
	1	0,627	0,718	0,809	0,900
2/3	0.25	0,194	0,304	0,414	0,524
	0.5	0,360	0,471	0,582	0,693
	0.75	0,532	0,644	0,756	0,868
	1	0,703	0,815	0,927	1,039
1	0.25	0,252	0,392	0,532	0,672
	0.5	0,448	0,589	0,730	0,872
	0.75	0,661	0,803	0,945	1,087
	1	0,850	0,993	1,136	1,279





Figures 4.11 :  $K_a$  pour un sol sableux dense ( $\lambda = -20^\circ$ ,  $\alpha = 5^\circ$ )

Pour le cas d'un sol pulvérulent, quel que soit l'état de densité du sol, les valeurs de  $K_a$  augmentent en profondeur. En augmentant la rugosité du mur,  $K_a$  augmente, de même en augmentant la surcharge appliquée sur le remblai, ce coefficient de poussée augmente.

Pour la même géométrie du système sol/mur et pour le même état de chargement ainsi que pour la même rugosité du mur, le coefficient  $K_a$  augmente tout en augmentant la densité du sol.

Donc, on peut conclure que lorsqu'on augmente l'état de densité du matériau ( $\phi$ ), les forces de poussée agissant sur le mur augmentent.

#### 4.6. Etude comparative à travers un exemple :

Effectuant une étude comparative du calcul de la pression globale  $P(x)$ , exercée sur mur d'un sol cohérent, à l'aide du programme et par la méthode traditionnelle de superposition des effets mécaniques tels que la surcharge  $q$ , la cohésion  $C$  du sol et le poids du sol  $\gamma$ . A cet effet, on prend un exemple du calcul dont les données du problème sont représentées sur la figure suivante :

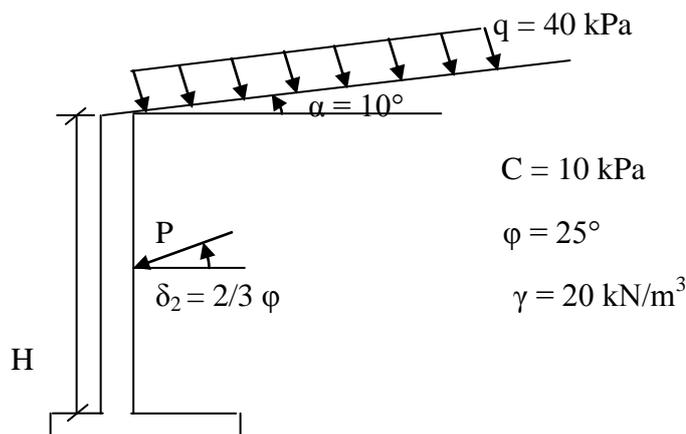


Figure 4. 12 : Exemple de calcul.

#### 4.6.1. Calcul de la pression globale directement par le programme :

En introduisant les paramètres du problème dans le programme, on abouti aux résultats représentés dans le tableau suivant :

Tableau 4.11 : Pressions globales le long du mur calculées par le programme.

x (m)	P programme (kPa)
0	44,8538956
2,748673	69,2034181
2,929363	70,802868
3,213952	73,3204719
3,617083	76,8865509
4,06023	80,8055987
4,535432	85,0132217
5,09772	89,985382
5,775503	96,0942919
6,351904	101,63512

Introduisant l'angle  $\delta_2$ , on calcul la composante normale de la pression globale  $P_n$ , tel que :

$$P_n = P \cos \delta_2.$$

Tableau 4.12 : Composante normale des pressions calculées.

x (m)	$P_n$ programme (kPa)
0	42,969561
2,748673	66,2961479
2,929363	67,8284041
3,213952	70,2402423
3,617083	73,6565084
4,06023	77,4109151
4,535432	81,4417737
5,09772	86,2050511
5,775503	92,0573227
6,351904	97,3653779

On remarque que le diagramme des pressions varie linéairement avec la profondeur et a la forme d'un trapèze.

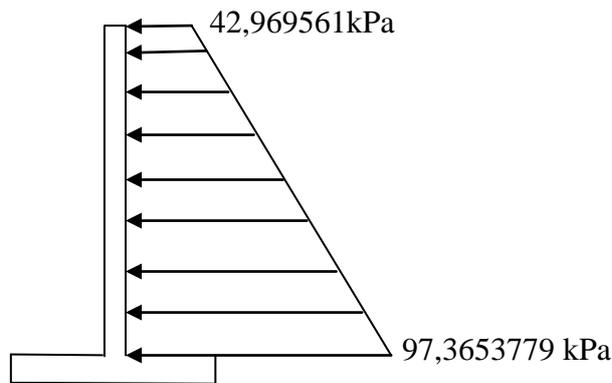


Figure 4.13 : Diagramme de la composante normale des pressions globales le long du mur.

#### 4.6.2. Calcul de la pression globale par la méthode de superposition des effets :

Les pressions ultimes agissant sur le mur pour un sol frottant ( $\varphi \neq 0$ ), peuvent être déterminées par superposition approchée des effets séparés du poids des terres ( $P_\gamma$ ), de la cohésion du sol ( $P_c$ ) ainsi que celui de la surcharge ( $P_q$ ) :

$$P \approx P_\gamma + P_c + P_q$$

##### 1) Calcul de $P^\gamma$ par la méthode de Caquot-Kérisel :

Comme nous avons vu au chapitre 1, la pression due au poids des terres en un point de l'interface sol/mur, d'abscisse  $x$  par rapport à la tête du mur est :

$$P_\gamma = K_a^\gamma \gamma x$$

Tenant compte des données de l'exemple,  $K_a^\gamma = 0,442$ . La pression  $P_\gamma$  est inclinée de  $\delta_2$  par rapport à la normale de l'interface sol mur, donc la composante normale est :

$$P_n^\gamma = P_\gamma \cos \delta_2.$$

Considérons un sol homogène, le diagramme des pressions est triangulaire. Les résultats de calcul sont donnés dans le tableau suivant :

Tableau 4.13 : Pression due au poids des terres.

x (m)	$P_n^y$ (kPa)
0	0
2,748673	23,2774869
2,929363	24,8076831
3,213952	27,2177613
3,617083	30,6317274
4,06023	34,3845741
4,535432	38,4088827
5,09772	43,1706901
5,775503	48,9105817
6,351904	53,7919069

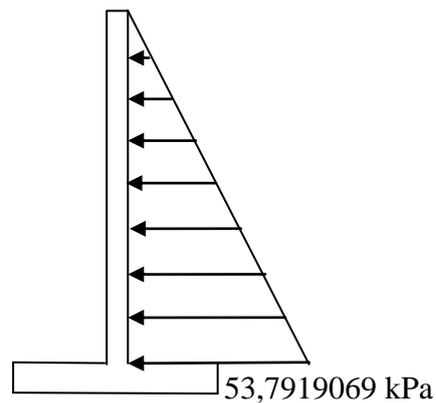


Figure 4.14 : Diagramme de la composante normale des pressions dues au poids des terres.

2) Calcul de  $P_q$  due à la surcharge uniforme  $q$  :

D'après Sokolovski (1961), la pression ultime  $P_q$  d'un sol non cohérent non pesant est :

$$P_q = K_a^q q.$$

Avec :

$$K_a^q = \frac{\cos \delta_2 - \sin \varphi \cos \Delta_2}{\cos \delta + \sin \varphi \cos \Delta_1} \exp(-2\psi \operatorname{tg} \varphi)$$

$$\psi = \omega - \pi/2 + (\Delta_1 + \Delta_2 + \delta - \delta_2)/2$$

$$\sin \Delta_1 = \frac{\sin \delta}{\sin \varphi} \quad \text{et} \quad \sin \Delta_2 = \frac{\delta_2}{\sin \varphi}$$

Après calcul, on trouve  $K_a^q = 0,34489$ . D'où  $P_q = 13,7956$  kPa le long de la surface de contact sol/mur à n'importe quelle abscisse  $x$ . Cette pression est inclinée de l'angle  $\delta_2$  par rapport à la normale du mur, donc la composante normale est  $P_{qn} = 13,216041$  kPa.

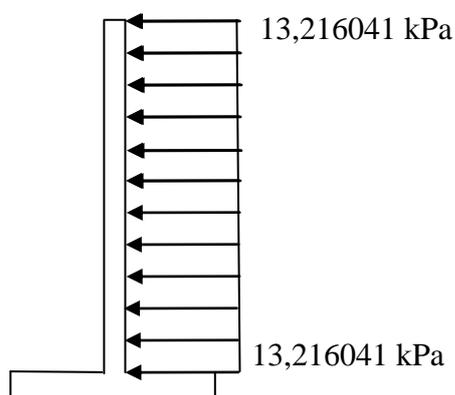


Figure 4.15 : Diagramme de la composante normale des pressions dues à la surcharge uniforme  $q$ .

### 3) Calcul de $P_c$ :

A l'aide du théorème des états correspondants appliqué à un massif du sol non pesant non cohérent, la composante de la pression  $P_c$  normale au mur est telle que :

$$P_{cn} = C/\text{tg } \varphi (1 - K_a^q \cos \delta_2).$$

Les résultats de calcul sont regroupés dans le tableau suivant :

Tableau 4.14 : Pression due à la cohésion du sol.

x (m)	$P_{cn}$ (kPa)
0	28,719216
2,748673	28,719216
2,929363	28,719216
3,213952	28,719216
3,617083	28,719216
4,06023	28,719216
4,535432	28,719216
5,09772	28,719216
5,775503	28,719216
6,351904	28,719216

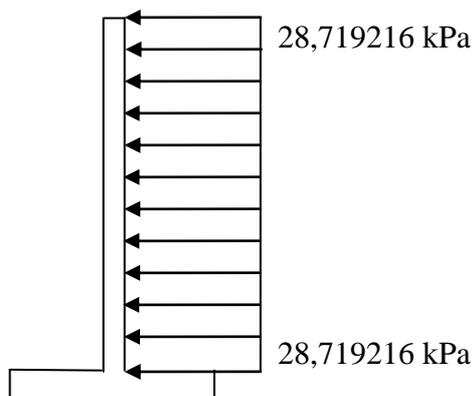


Figure 4.16 : Diagramme de la composante normale des pressions dues à la cohésion.

4) Calcul de la composante normale de la pression globale P :

Après superposition des effets, on récapitule les résultats de calcul de la pression globale dans le tableau suivant :

Tableau 4.15 : Pression globales calculées par superposition des effets.

x (m)	$P_n$ par superposition des effets (kPa)
0	41,935241
2,748673	65,2127279
2,929363	66,7429241
3,213952	69,1530023
3,617083	72,5669684
4,06023	76,3198151
4,535432	80,3441237
5,09772	85,1059311
5,775503	90,8458227
6,351904	95,7271479

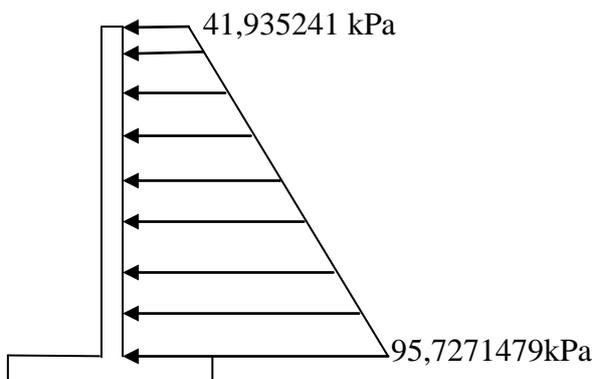


Figure 4.17 : Diagramme de la composante normale des pressions globales après superposition des effets le long du mur.

Comparant les deux méthodes de calcul de la pression globale exercée sur le mur et la force résultante de ces forces, on remarque une légère différence de l'ordre de 2 kPa au maximum. Avec l'avantage que la méthode de calcul de pressions globales par le programme est rapide et directe sans séparé les effets mécaniques (poids des terres, cohésion et surcharge).

#### 4.7. Conclusion :

Pour le calcul des pressions agissant sur un mur de soutènement, on utilise couramment la méthode de superposition des effets mécaniques, afin de prendre en compte séparément la surcharge  $q$  appliquée sur la surface du remblai, la cohésion  $C$  du sol et enfin le poids du sol soutenu par le mur.

Le programme ainsi écrit permet de calculer la pression globale directement sans séparer les différents effets. L'étude paramétrique représentée dans ce chapitre a permis de proposer des coefficients globales de poussée pour différents types de sol, à partir de laquelle, on peut calculer la pression globale exercée sur le mur en multipliant ce coefficient par  $\gamma H$ .

## CONCLUSION ET PERSPECTIVE DE RECHERCHE

Le dimensionnement des murs de soutènement, quel que soit leur type, passe par l'application des théories de poussée et de butée aux calculs des sollicitations exercées à l'ouvrage par le sol. Les méthodes classiques nécessitent la détermination des distributions classiques de poussée et de butée, influencée par différents coefficients. Ces méthodes de calcul dites aussi à la rupture sont basées sur des schémas de comportement simplifiés admettant que le sol est en poussée ou en butée limite.

L'application de la méthode des caractéristiques de contraintes (théorie du champ des lignes de glissement) a permis de déterminer les paramètres d'équilibre limite d'un massif de sol et donc les forces de poussée exercées par ce massif sur un mur de soutènement.

La programmation de cette méthode en cas de poussée (cas très fréquent en pratique) a l'aide du langage Fortran a été faite afin de permettre un calcul direct et rapide des forces de poussée, alors un calcul global qui tient en compte les différents effets du problème à étudier à savoir l'effet de la surcharge  $q$  appliquée sur la surface de remblai, la cohésion  $C$  du sol et enfin l'effet de poids des terres derrière le mur.

L'étude paramétrique par le théorème des  $\pi$  de Vashy-Bekingham nous a permis de proposer des coefficients de poussée globale sous forme de tableaux qui ont un usage pratique, tel que à partir de ces coefficients, on peut calculer la pression globale de poussée  $P(x)$  exercée par le sol sur le mur en les multipliant par le facteur  $\gamma.H$  ( $P(x) = K_a \cdot \gamma.H$ ) d'une part et de l'autre part de voir l'influence des caractéristiques du sol à savoir son état de densité

( $\varphi$ ) et du mur tel que sa rugosité ainsi que l'amplitude de chargement du remblai sur ces coefficients.

Enfin on préconise de pousser cette analyse pour l'étude du comportement sismique des murs de soutènement par cette méthode en tenant compte les composantes horizontales et verticales de l'accélération sismique.

ANNEXE 1 :

VALEURS DE  $K_a$  POUR UN SOL ARGILEUX SATURE (A)

1)  $\lambda = 0, \alpha = 5, \varphi = 0, \delta_2/\varphi = 0$  :

Tableau A.1 : Valeur de  $K_a$  pour un sol argileux ( $\lambda = 0, \alpha = 5, \varphi = 0, \delta_2/\varphi = 0$ )

x/H	q/C = 0	q/C = 0.5	q/C = 1	q/C = 1.5
0.25	-0.162	-0.059	0.044	0.147
0.5	0.091	0.194	0.297	0.400
0.75	0.346	0.449	0.552	0.655
1	0.604	0.707	0.810	0.913

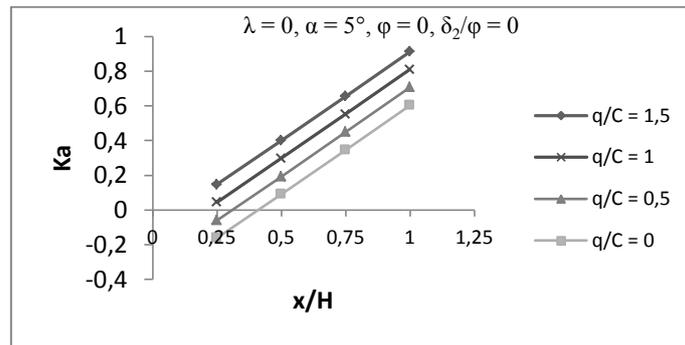


Figure A.1 :  $K_a$  pour un sol argileux ( $\lambda = 0, \alpha = 5, \delta_2/\varphi = 0$ )

2)  $\lambda = 0, \alpha = 10^\circ, \varphi = 0, \delta_2/\varphi = 0$  :

Tableau A.2 : Valeur de  $K_a$  pour un sol argileux ( $\lambda = 0, \alpha = 10, \varphi = 0, \delta_2/\varphi = 0$ )

x/H	q/C = 0	q/C = 0.5	q/C = 1	q/C = 1.5
0.25	-0.203	-0.09	0.024	0.137
0.5	0.056	0.169	0.283	0.397
0.75	0.326	0.439	0.553	0.667
1	0.612	0.725	0.839	0.952

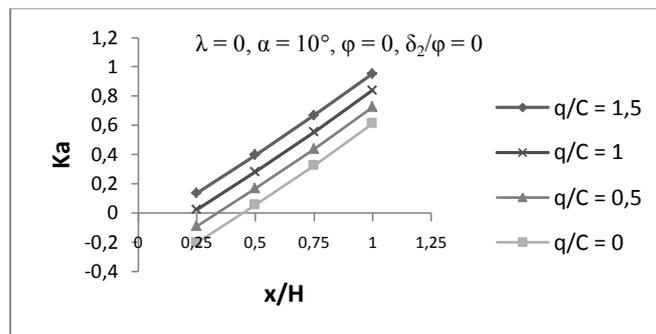


Figure A.2 :  $K_a$  pour un sol argileux ( $\lambda = 0, \alpha = 10, \delta_2/\varphi = 0$ )

3)  $\lambda = -5^\circ, \alpha = 5^\circ, \varphi = 0, \delta_2/\varphi = 0$  :

Tableau A.3 : Valeur de  $K_a$  pour un sol argileux ( $\lambda = -5^\circ, \alpha = 5^\circ, \delta_2/\varphi = 0$ )

x/H	q/C = 0	q/C = 0.5	q/C = 1	q/C = 1.5
0.25	-0.162	-0.059	0.044	0.147
0.5	0.091	0.194	0.297	0.400
0.75	0.346	0.449	0.545	0.655
1	0.604	0.707	0.810	0.913

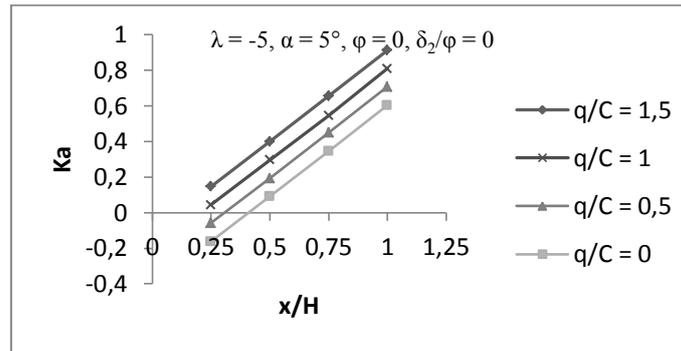


Figure A.3 :  $K_a$  pour un sol argileux ( $\lambda = -5^\circ, \alpha = 5^\circ, \delta_2/\varphi = 0$ )

4)  $\lambda = -5^\circ, \alpha = 10^\circ, \varphi = 0, \delta_2/\varphi = 0$  :

Tableau A.4 : Valeur de  $K_a$  pour un sol argileux ( $\lambda = -5^\circ, \alpha = 10^\circ, \delta_2/\varphi = 0$ )

x/H	q/C = 0	q/C = 0.5	q/C = 1	q/C = 1.5
0.25	-0.203	-0.089	0.024	0.138
0.5	0.057	0.170	0.283	0.397
0.75	0.327	0.440	0.553	0.667
1	0.612	0.726	0.839	0.953

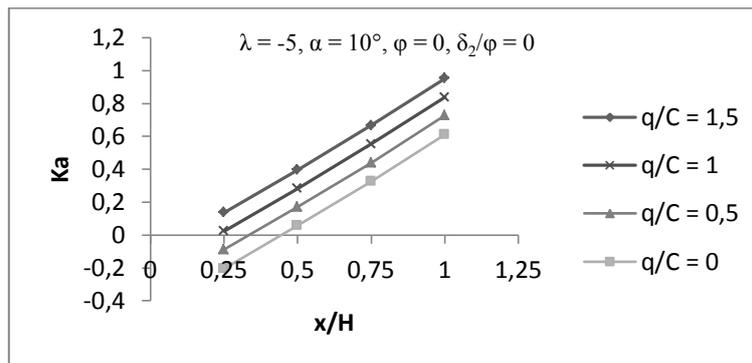


Figure 4.4 : Valeur de  $K_a$  pour un sol argileux ( $\lambda = -5^\circ, \alpha = 10^\circ, \delta_2/\varphi = 0$ )

5)  $\lambda = -10^\circ, \alpha = 0^\circ, \varphi = 0, \delta_2/\varphi = 0$  :

Tableau 4.5 : Valeur de  $K_a$  pour un sol argileux ( $\lambda = -10^\circ, \alpha = 0^\circ, \delta_2/\varphi = 0$ )

x/H	q/C = 0	q/C = 0.5	q/C = 1	q/C = 1.5
0.25	-0.149	-0.049	0.051	0.150
0.5	0.101	0.201	0.301	0.400
0.75	0.351	0.451	0.551	0.650
1	0.601	0.701	0.801	0.900

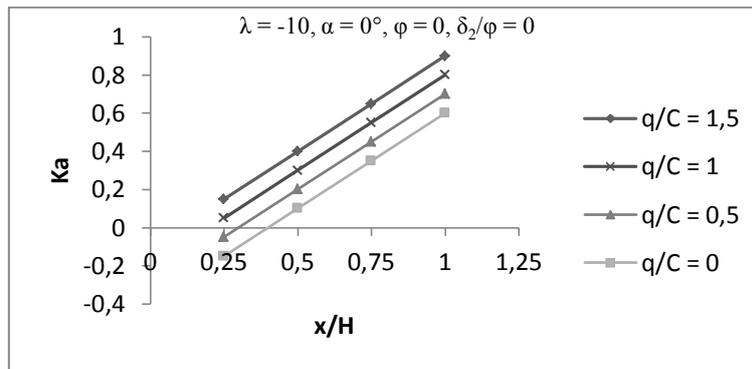


Figure 4.5 :  $K_a$  pour un sol argileux ( $\lambda = -10^\circ, \alpha = 0^\circ, \delta_2/\varphi = 0$ )

6)  $\lambda = -10^\circ, \alpha = 5^\circ, \varphi = 0, \delta_2/\varphi = 0$  :

Tableau 4.6 : Valeur de  $K_a$  pour un sol argileux ( $\lambda = -10^\circ, \alpha = 5^\circ, \varphi = 0, \delta_2/\varphi = 0$ )

x/H	q/C = 0	q/C = 0.5	q/C = 1	q/C = 1.5
0.25	-0.161	-0.058	0.045	0.148
0.5	0.092	0.195	0.297	0.400
0.75	0.347	0.450	0.552	0.655
1	0.604	0.707	0.810	0.913

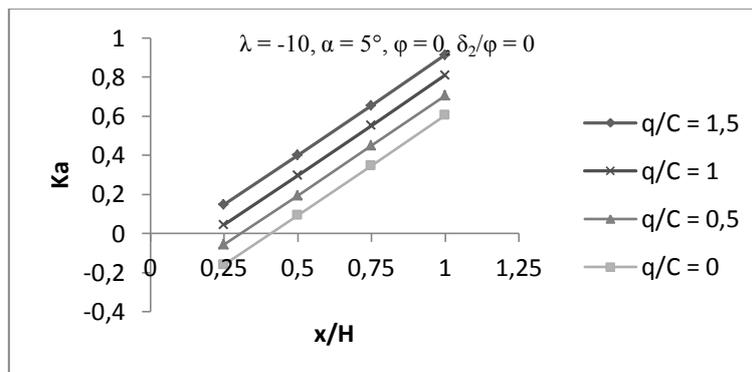


Figure 4.6 :  $K_a$  pour un sol argileux ( $\lambda = -10^\circ, \alpha = 5^\circ, \delta_2/\varphi = 0$ )

7)  $\lambda = -10^\circ, \alpha = 10^\circ, \varphi = 0, \delta_2/\varphi = 0$  :

Tableau 4.7 : Valeur de  $K_a$  pour un sol argileux ( $\lambda = -10^\circ, \alpha = 10^\circ, \varphi = 0, \delta_2/\varphi = 0$ )

x/H	q/C = 0	q/C = 0.5	q/C = 1	q/C = 1.5
0.25	-0.202	-0.089	0.025	0.138
0.5	0.057	0.171	0.284	0.397
0.75	0.327	0.441	0.554	0.667
1	0.613	0.726	0.840	0.953

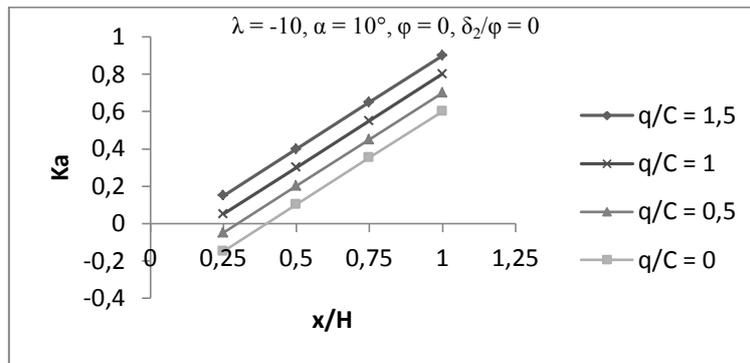


Figure 4.7 :  $K_a$  pour un sol argileux ( $\lambda = -10^\circ, \alpha = 10^\circ, \delta_2/\varphi = 0$ )

8)  $\lambda = -15^\circ, \alpha = 0^\circ, \varphi = 0, \delta_2/\varphi = 0$  :

Tableau 4.8 : Valeur de  $K_a$  pour un sol argileux ( $\lambda = -15^\circ, \alpha = 0^\circ, \varphi = 0, \delta_2/\varphi = 0$ )

x/H	q/C = 0	q/C = 0.5	q/C = 1	q/C = 1.5
0.25	-0.148	-0.049	0.051	0.150
0.5	0.102	0.201	0.301	0.400
0.75	0.352	0.451	0.551	0.650
1	0.602	0.701	0.801	0.900

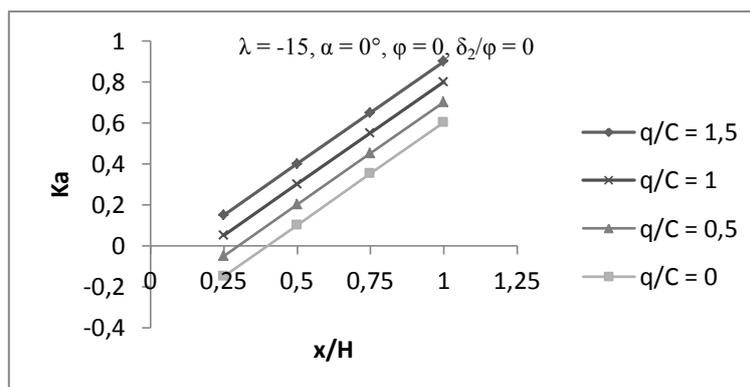


Figure 4.8 :  $K_a$  pour un sol argileux ( $\lambda = -15^\circ, \alpha = 0^\circ, \delta_2/\varphi = 0$ )

9)  $\lambda = -15^\circ, \alpha = 10^\circ, \varphi = 0, \delta_2/\varphi = 0$  :

Tableau 4.9 : Valeur de  $K_a$  pour un sol argileux ( $\lambda = -15^\circ, \alpha = 10^\circ, \varphi = 0, \delta_2/\varphi = 0$ )

x/H	q/C = 0	q/C = 0.5	q/C = 1	q/C = 1.5
0.25	-0.201	-0.088	0.025	0.138
0.5	0.058	0.171	0.284	0.398
0.75	0.328	0.441	0.554	0.668
1	0.614	0.727	0.840	0.954

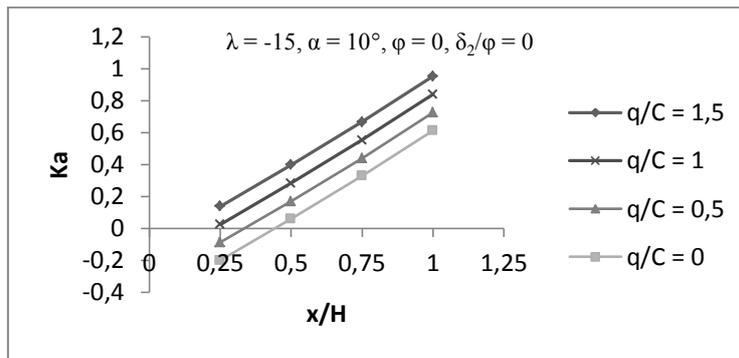


Figure 4.9 :  $K_a$  pour un sol argileux ( $\lambda = -15^\circ, \alpha = 10^\circ, \delta_2/\varphi = 0$ )

10)  $\lambda = -20^\circ, \alpha = 0^\circ, \varphi = 0, \delta_2/\varphi = 0$  :

Tableau 4.10 : Valeur de  $K_a$  pour un sol argileux ( $\lambda = -20^\circ, \alpha = 0^\circ, \delta_2/\varphi = 0$ )

x/H	q/C = 0	q/C = 0.5	q/C = 1	q/C = 1.5
0.25	-0.148	-0.048	0.051	0.151
0.5	0.116	0.216	0.315	0.415
0.75	0.352	0.452	0.551	0.651
1	0.602	0.702	0.801	0.901

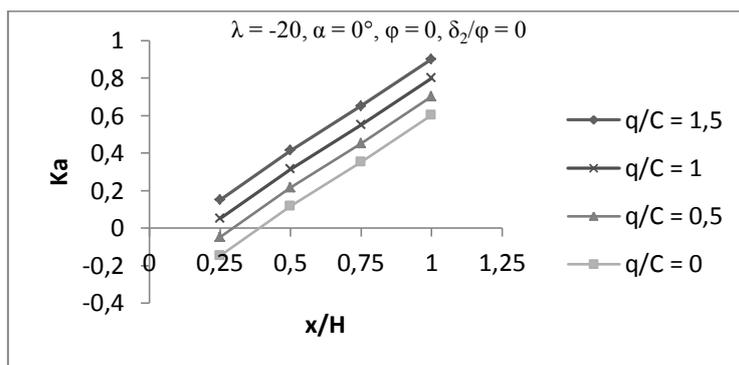


Figure 4.10 :  $K_a$  pour un sol argileux ( $\lambda = -20^\circ, \alpha = 0^\circ, \delta_2/\varphi = 0$ )

11)  $\lambda = -20^\circ, \alpha = 5^\circ, \varphi = 0, \delta_2/\varphi = 0$  :

Tableau 4.11 : Valeur de  $K_a$  pour un sol argileux ( $\lambda = -20^\circ, \alpha = 5^\circ, \delta_2/\varphi = 0$ )

x/H	q/C = 0	q/C = 0.5	q/C = 1	q/C = 1.5
0.25	-0.160	-0.057	0.046	0.148
0.5	0.093	0.196	0.298	0.401
0.75	0.348	0.451	0.553	0.656
1	0.606	0.708	0.811	0.914

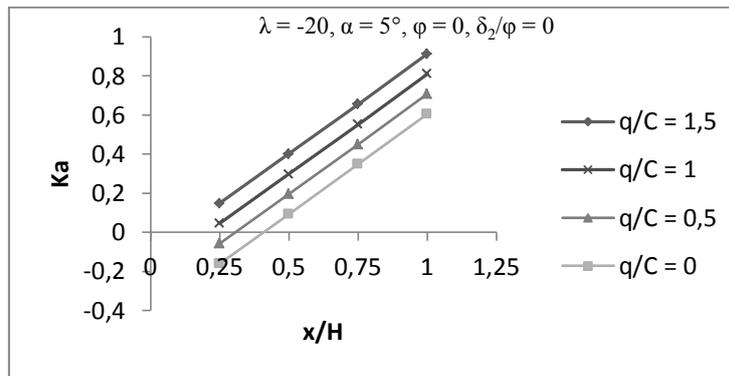


Figure 4.11 :  $K_a$  pour un sol argileux ( $\lambda = -20^\circ, \alpha = 5^\circ, \delta_2/\varphi = 0$ )

12)  $\lambda = -20^\circ, \alpha = 10^\circ, \varphi = 0, \delta_2/\varphi = 0$  :

Tableau 4.12 : Valeur de  $K_a$  pour un sol argileux ( $\lambda = -20^\circ, \alpha = 10^\circ, \delta_2/\varphi = 0$ )

x/H	q/C = 0	q/C = 0.5	q/C = 1	q/C = 1.5
0.25	-0.201	-0.087	0.026	0.139
0.5	0.059	0.172	0.285	0.398
0.75	0.375	0.488	0.601	0.715
1	0.615	0.728	0.841	0.954

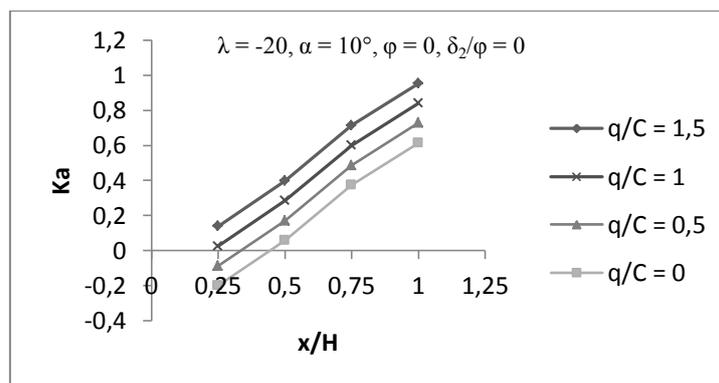


Figure 4.12 : Valeur de  $K_a$  pour un sol argileux ( $\lambda = -20^\circ, \alpha = 10^\circ, \delta_2/\varphi = 0$ )

ANNEXE 2 :

VALEUR DE  $K_a$  POUR UN SOL COHERENT (B)

1)  $\lambda = 0, \alpha = 0$  :

Tableau B.1 : Valeur de  $K_a$  pour un sol cohérent ( $\lambda = 0, \alpha = 0$ )

$\delta_2/\varphi$	x/H	q/C = 0	q/C = 0.5	q/C = 1	q/C = 1.5
0	0.25	0,160	0,164	0,169	0,173
	0.5	0,359	0,363	0,367	0,371
	0.75	0,557	0,561	0,565	0,569
	1	0,758	0,761	0,766	0,769
2/3	0.25	0,170	0,177	0,186	0,198
	0.5	0,372	0,379	0,388	0,399
	0.75	0,573	0,580	0,589	0,599
	1	0,777	0,783	0,792	0,802
1	0.25	0,203	0,220	0,228	0,251
	0.5	0,416	0,422	0,425	0,464
	0.75	0,621	0,649	0,654	0,657
	1	0,826	0,857	0,861	0,864

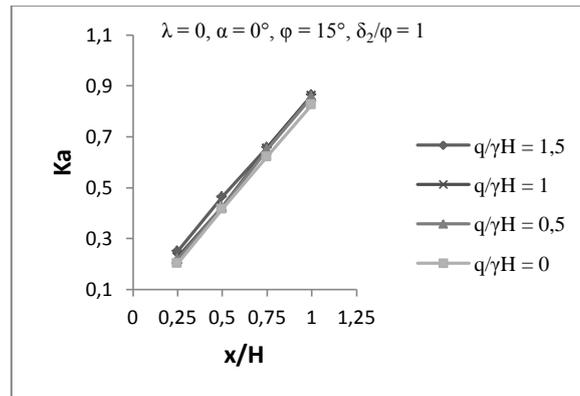
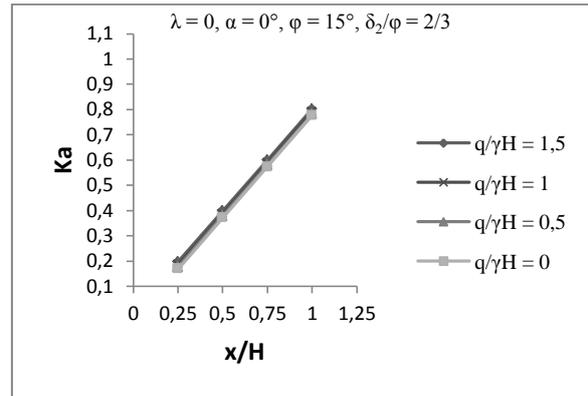
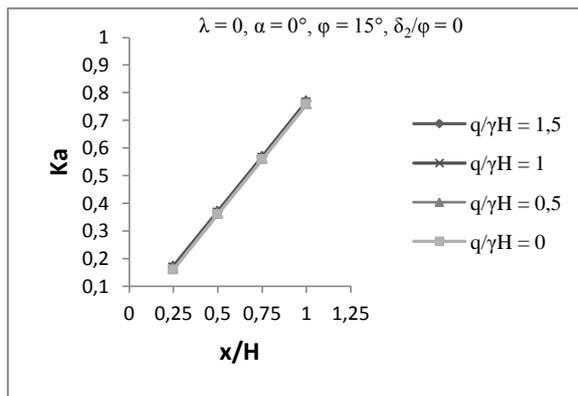


Figure B.1 :  $K_a$  pour un sol cohérent ( $\lambda = 0, \alpha = 0$ )

2)  $\lambda = 0, \alpha = 5^\circ$  :

Tableau B.2 : Valeur de  $K_a$  pour un sol cohérent ( $\lambda = 0, \alpha = 5^\circ$ )

$\delta_2/\varphi$	$x/H$	$q/C = 0$	$q/C = 0.5$	$q/C = 1$	$q/C = 1.5$
0	0.25	0,162	0,195	0,228	0,261
	0.5	0,363	0,396	0,429	0,463
	0.75	0,563	0,596	0,629	0,662
	1	0,764	0,797	0,830	0,864
2/3	0.25	0,174	0,21	0,246	0,282
	0.5	0,376	0,412	0,448	0,484
	0.75	0,579	0,615	0,651	0,688
	1	0,784	0,82	0,855	0,891
1	0.25	0,209	0,228	0,247	0,266
	0.5	0,431	0,452	0,472	0,491
	0.75	0,639	0,671	0,703	0,734
	1	0,844	0,878	0,912	0,947

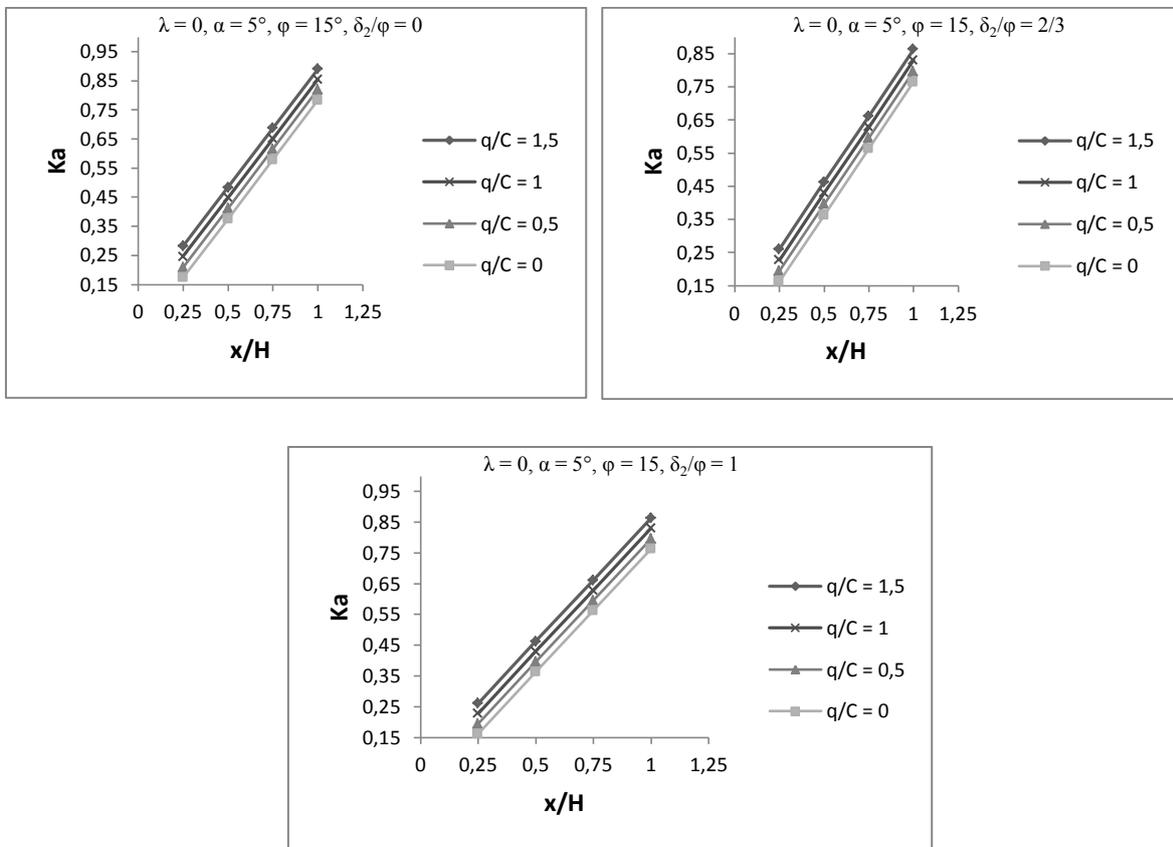


Figure B.2 :  $K_a$  pour un sol cohérent ( $\lambda = 0, \alpha = 5^\circ$ )

3)  $\lambda = 0^\circ, \alpha = 10^\circ$  :

Tableau B.3 : Valeur de  $K_a$  pour un sol cohérent ( $\lambda = 0, \alpha = 10$ )

$\delta_2/\varphi$	$x/H$	$q/C = 0$	$q/C = 0.5$	$q/C = 1$	$q/C = 1.5$
0	0.25	0,121	0,150	0,179	0,208
	0.5	0,320	0,349	0,378	0,407
	0.75	0,520	0,549	0,578	0,607
	1	0,722	0,751	0,781	0,809
2/3	0.25	0,182	0,215	0,248	0,281
	0.5	0,396	0,429	0,462	0,495
	0.75	0,611	0,644	0,677	0,71
	1	0,827	0,86	0,893	0,926
1	0.25	0,214	0,258	0,302	0,346
	0.5	0,456	0,501	0,546	0,591
	0.75	0,675	0,721	0,767	0,813
	1	0,896	0,942	0,988	1,034

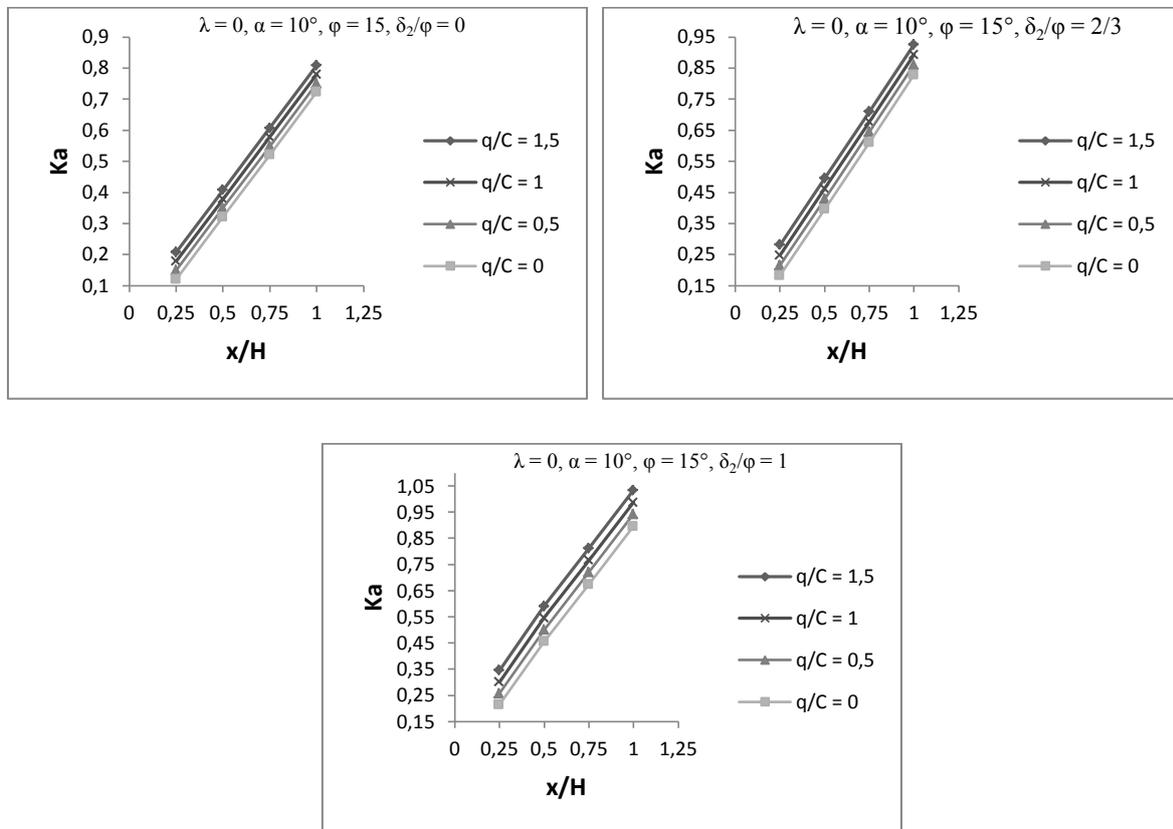
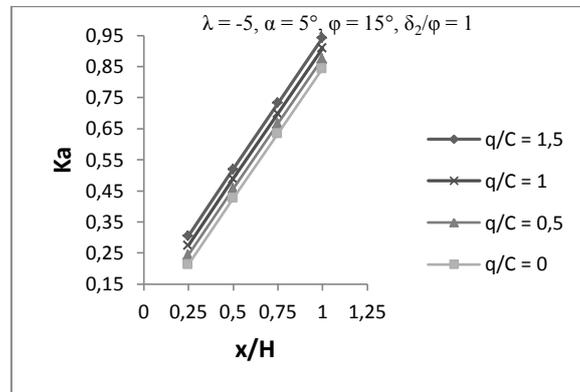
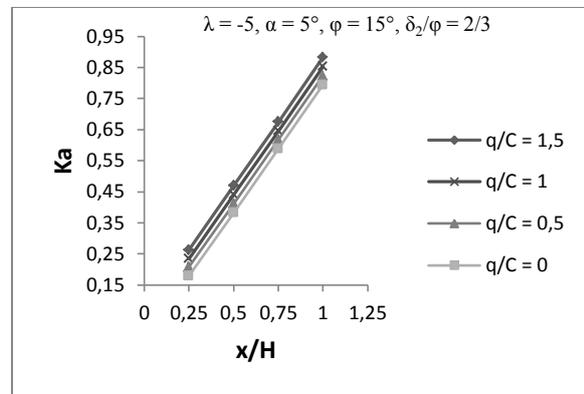
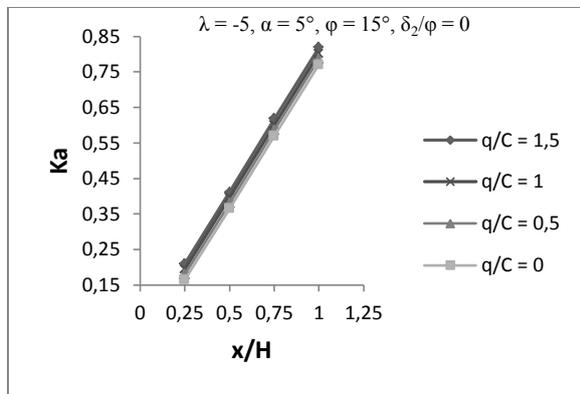


Figure B.3 :  $K_a$  pour un sol cohérent ( $\lambda = 0, \alpha = 10$ )

4)  $\lambda = -5^\circ, \alpha = 5^\circ$  :

Tableau B.4 : Valeur de  $K_a$  pour un sol cohérent ( $\lambda = -5^\circ, \alpha = 5^\circ$ )

$\delta_2/\varphi$	$x/H$	$q/C = 0$	$q/C = 0.5$	$q/C = 1$	$q/C = 1.5$
0	0.25	0,165	0,18	0,195	0,21
	0.5	0,366	0,381	0,396	0,411
	0.75	0,569	0,585	0,601	0,618
	1	0,77	0,786	0,802	0,819
2/3	0.25	0,179	0,207	0,235	0,263
	0.5	0,382	0,411	0,44	0,469
	0.75	0,588	0,617	0,646	0,675
	1	0,793	0,823	0,853	0,883
1	0.25	0,213	0,244	0,275	0,306
	0.5	0,427	0,458	0,489	0,52
	0.75	0,634	0,667	0,7	0,733
	1	0,843	0,876	0,909	0,943

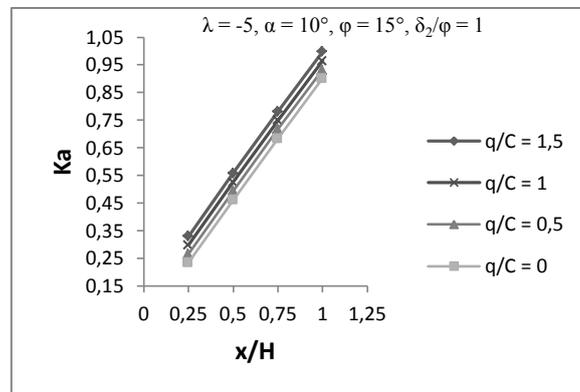
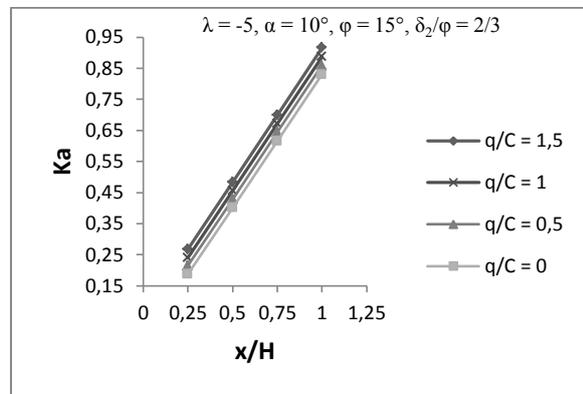
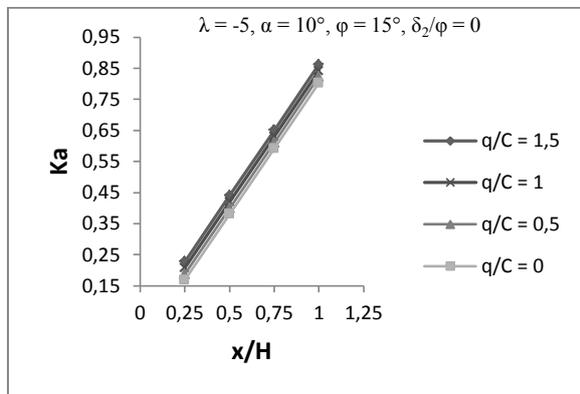


Figures B.4 :  $K_a$  pour un sol cohérent ( $\lambda = -5^\circ, \alpha = 5^\circ$ )

5)  $\lambda = -5^\circ, \alpha = 10^\circ$  :

Tableau B.5 : Valeur de  $K_a$  pour un sol cohérent ( $\lambda = -5^\circ, \alpha = 10^\circ$ )

$\delta_2/\varphi$	$x/H$	$q/C = 0$	$q/C = 0.5$	$q/C = 1$	$q/C = 1.5$
0	0.25	0,168	0,188	0,208	0,228
	0.5	0,380	0,401	0,420	0,441
	0.75	0,591	0,611	0,631	0,651
	1	0,802	0,822	0,842	0,862
2/3	0.25	0,187	0,214	0,241	0,268
	0.5	0,402	0,429	0,456	0,483
	0.75	0,616	0,644	0,672	0,7
	1	0,829	0,858	0,887	0,916
1	0.25	0,234	0,266	0,298	0,330
	0.5	0,462	0,494	0,526	0,558
	0.75	0,684	0,717	0,750	0,782
	1	0,900	0,932	0,965	0,998

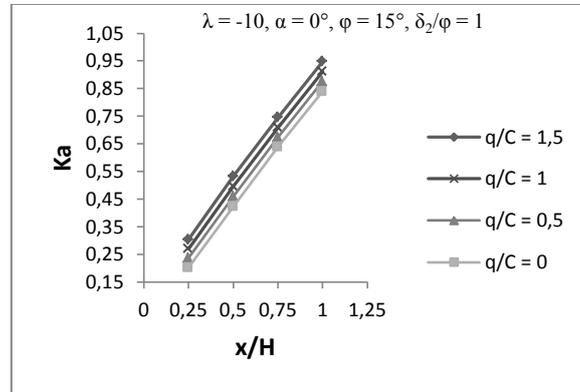
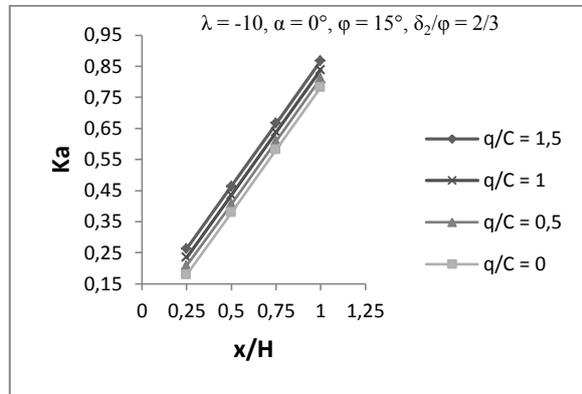
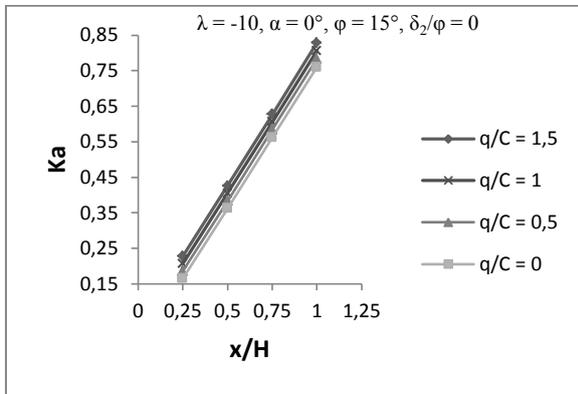


Figures B.5 :  $K_a$  pour un sol cohérent ( $\lambda = -5^\circ, \alpha = 10^\circ$ )

6)  $\lambda = -10^\circ, \alpha = 0^\circ$  :

Tableau B.6 : Valeur de  $K_a$  pour un sol cohérent ( $\lambda = -10^\circ, \alpha = 0^\circ$ )

$\delta_2/\varphi$	$x/H$	$q/C = 0$	$q/C = 0.5$	$q/C = 1$	$q/C = 1.5$
0	0.25	0,165	0,186	0,207	0,228
	0.5	0,363	0,384	0,405	0,426
	0.75	0,562	0,584	0,606	0,627
	1	0,760	0,783	0,806	0,829
2/3	0.25	0,179	0,207	0,235	0,263
	0.5	0,379	0,407	0,435	0,463
	0.75	0,581	0,609	0,638	0,666
	1	0,782	0,81	0,838	0,867
1	0.25	0,202	0,236	0,271	0,304
	0.5	0,424	0,460	0,496	0,532
	0.75	0,638	0,674	0,710	0,746
	1	0,840	0,876	0,912	0,948

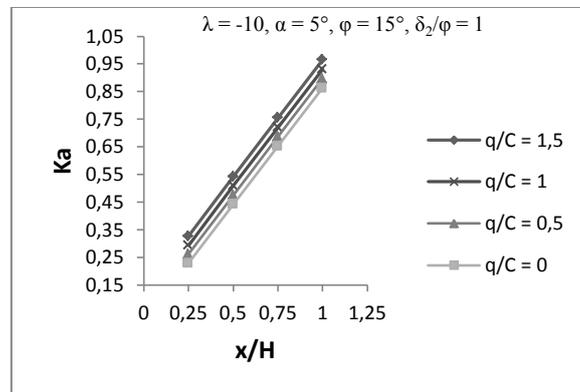
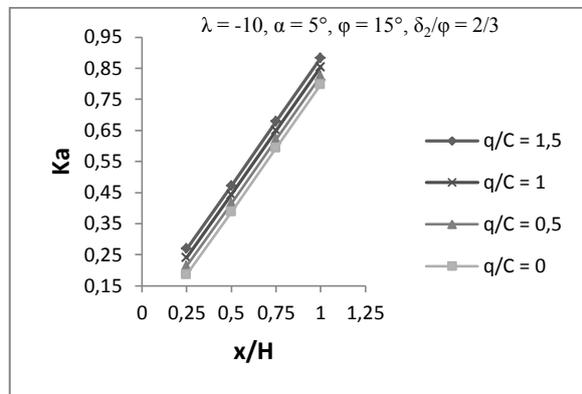
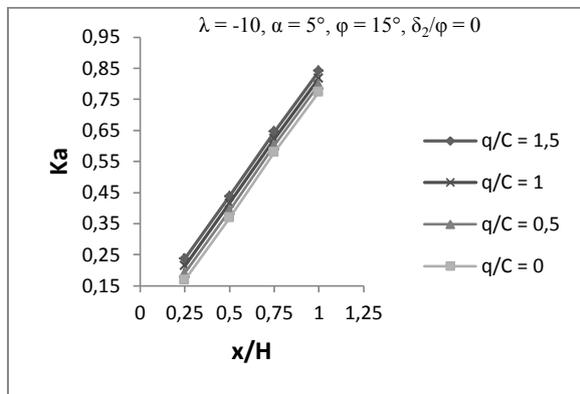


Figures B.6 :  $K_a$  pour un sol cohérent ( $\lambda = -10^\circ, \alpha = 0^\circ$ )

7)  $\lambda = -10^\circ, \alpha = 5^\circ$  :

Tableau B.7 : Valeur de  $K_a$  pour un sol cohérent ( $\lambda = -10^\circ, \alpha = 5^\circ$ )

$\delta_2/\varphi$	$x/H$	$q/C = 0$	$q/C = 0.5$	$q/C = 1$	$q/C = 1.5$
0	0.25	0,168	0,191	0,214	0,237
	0.5	0,369	0,392	0,415	0,438
	0.75	0,579	0,601	0,623	0,646
	1	0,773	0,796	0,818	0,841
2/3	0.25	0,185	0,213	0,241	0,269
	0.5	0,387	0,415	0,443	0,471
	0.75	0,593	0,621	0,65	0,679
	1	0,797	0,825	0,854	0,883
1	0.25	0,228	0,261	0,294	0,327
	0.5	0,443	0,476	0,509	0,542
	0.75	0,653	0,686	0,721	0,756
	1	0,863	0,896	0,931	0,966

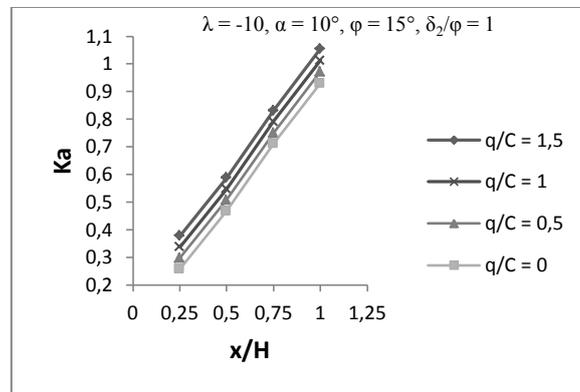
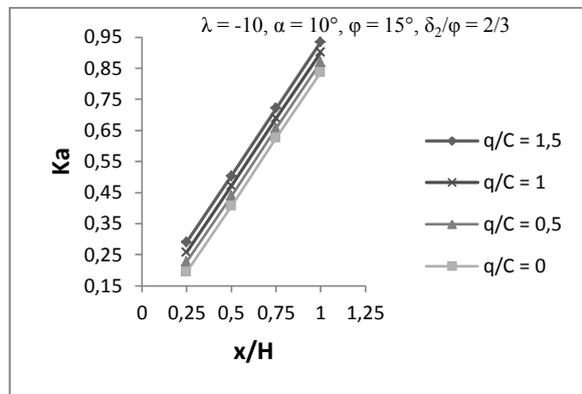
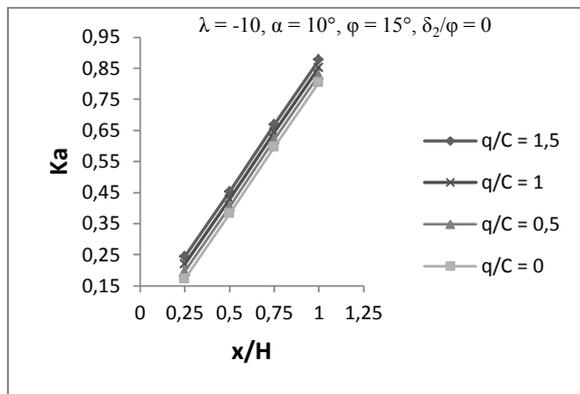


Figures B.7 :  $K_a$  pour un sol cohérent ( $\lambda = -10^\circ, \alpha = 5^\circ$ )

8)  $\lambda = -10^\circ, \alpha = 10^\circ$  :

Tableau B.8 : Valeur de  $K_a$  pour un sol cohérent ( $\lambda = -10^\circ, \alpha = 10^\circ$ )

$\delta_2/\varphi$	$x/H$	$q/C = 0$	$q/C = 0.5$	$q/C = 1$	$q/C = 1.5$
0	0.25	0,172	0,196	0,22	0,244
	0.5	0,382	0,405	0,428	0,452
	0.75	0,597	0,621	0,645	0,669
	1	0,804	0,828	0,852	0,877
2/3	0.25	0,194	0,226	0,258	0,29
	0.5	0,407	0,439	0,471	0,503
	0.75	0,625	0,657	0,689	0,721
	1	0,836	0,868	0,901	0,934
1	0.25	0,258	0,298	0,338	0,378
	0.5	0,468	0,508	0,548	0,588
	0.75	0,711	0,751	0,791	0,831
	1	0,93	0,971	1,013	1,055

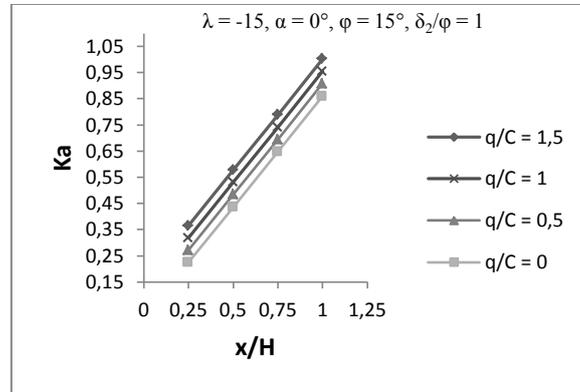
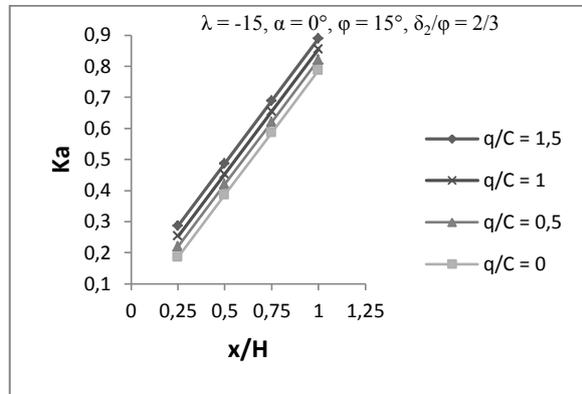
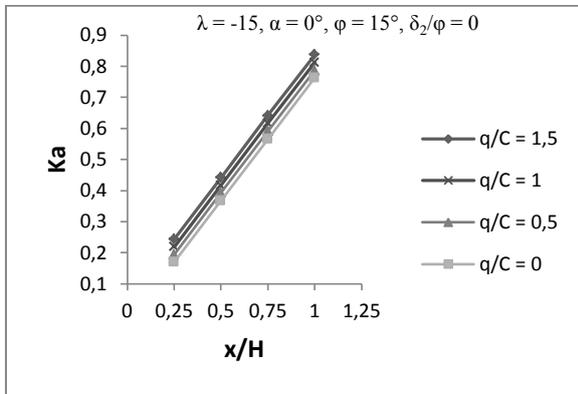


Figures B.8 :  $K_a$  pour un sol cohérent ( $\lambda = -10^\circ, \alpha = 10^\circ$ )

9)  $\lambda = -15^\circ, \alpha = 0^\circ$  :

Tableau B.9 : Valeurs de  $K_a$  pour un sol cohérent ( $\lambda = -15^\circ, \alpha = 0^\circ$ )

$\delta_2/\varphi$	$x/H$	$q/C = 0$	$q/C = 0.5$	$q/C = 1$	$q/C = 1.5$
0	0.25	0,169	0,194	0,219	0,244
	0.5	0,367	0,392	0,417	0,442
	0.75	0,566	0,591	0,616	0,641
	1	0,762	0,787	0,812	0,837
2/3	0.25	0,185	0,219	0,253	0,287
	0.5	0,385	0,419	0,453	0,487
	0.75	0,586	0,62	0,654	0,688
	1	0,787	0,821	0,855	0,889
1	0.25	0,225	0,272	0,319	0,366
	0.5	0,437	0,484	0,531	0,578
	0.75	0,648	0,695	0,742	0,789
	1	0,86	0,907	0,955	1,003

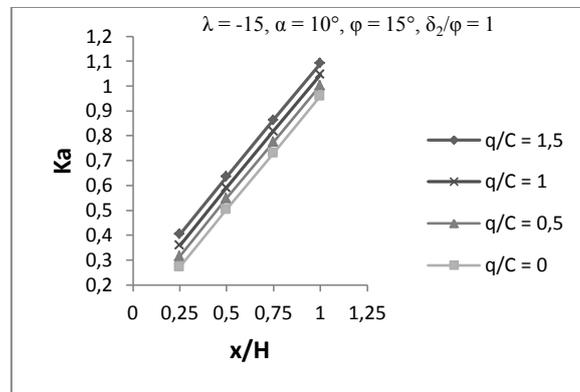
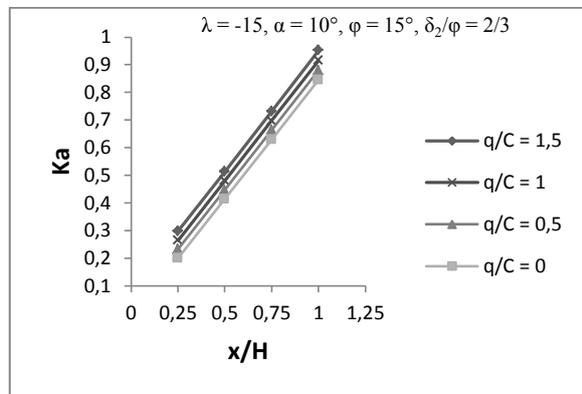
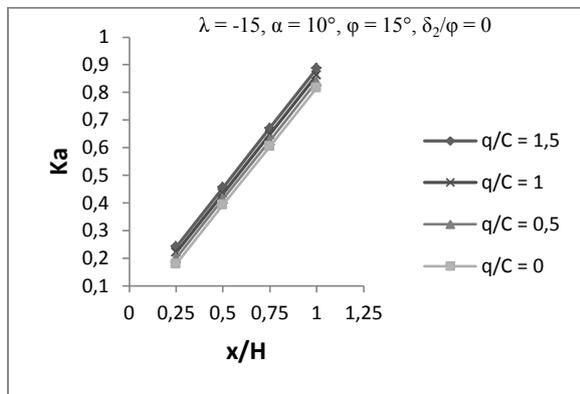


Figures B.9 :  $K_a$  pour un sol cohérent ( $\lambda = -15^\circ, \alpha = 0^\circ$ )

10)  $\lambda = -15^\circ, \alpha = 10^\circ$  :

Tableau B.10 : Valeur de  $K_a$  pour un sol cohérent ( $\lambda = -15^\circ, \alpha = 10^\circ$ )

$\delta_2/\varphi$	$x/H$	$q/C = 0$	$q/C = 0.5$	$q/C = 1$	$q/C = 1.5$
0	0.25	0,179	0,2	0,221	0,242
	0.5	0,392	0,413	0,434	0,455
	0.75	0,604	0,625	0,647	0,67
	1	0,816	0,839	0,863	0,887
2/3	0.25	0,199	0,232	0,265	0,298
	0.5	0,414	0,447	0,48	0,513
	0.75	0,629	0,663	0,697	0,731
	1	0,844	0,88	0,916	0,952
1	0.25	0,272	0,316	0,36	0,404
	0.5	0,504	0,548	0,592	0,636
	0.75	0,731	0,775	0,819	0,863
	1	0,959	1,002	1,046	1,091

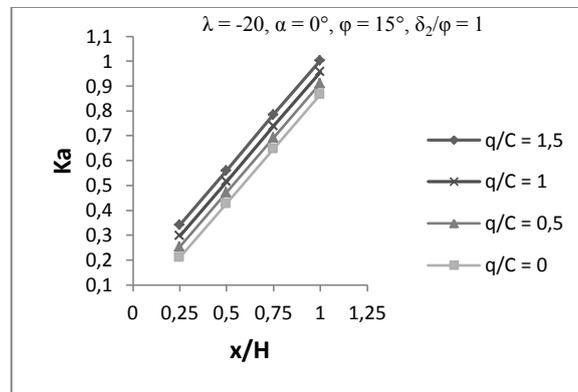
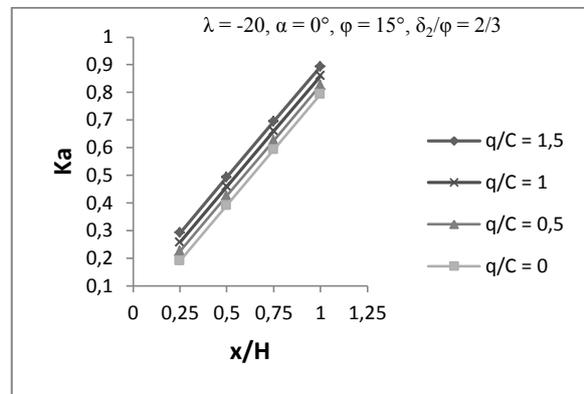
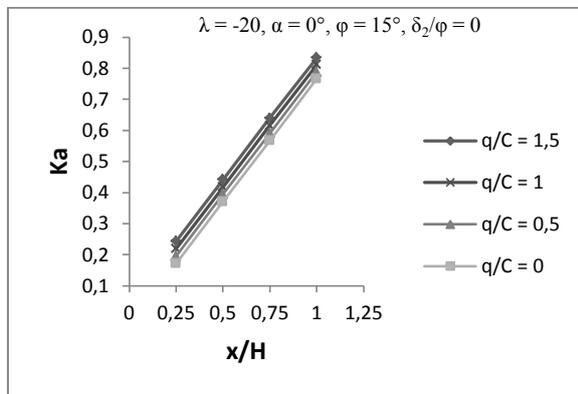


Figures B.10 :  $K_a$  pour un sol cohérent ( $\lambda = -15^\circ, \alpha = 10^\circ$ )

11)  $\lambda = -20^\circ, \alpha = 0^\circ$  :

Tableau B.11 : Valeur de  $K_a$  pour un sol cohérent ( $\lambda = -20^\circ, \alpha = 0^\circ$ )

$\delta_2/\varphi$	$x/H$	$q/C = 0$	$q/C = 0.5$	$q/C = 1$	$q/C = 1.5$
0	0.25	0,172	0,196	0,22	0,244
	0.5	0,37	0,394	0,418	0,442
	0.75	0,567	0,591	0,615	0,639
	1	0,765	0,788	0,811	0,834
2/3	0.25	0,19	0,224	0,258	0,292
	0.5	0,391	0,425	0,459	0,493
	0.75	0,592	0,626	0,660	0,694
	1	0,792	0,826	0,860	0,894
1	0.25	0,210	0,254	0,298	0,342
	0.5	0,428	0,472	0,516	0,56
	0.75	0,647	0,693	0,739	0,785
	1	0,865	0,911	0,957	1,003

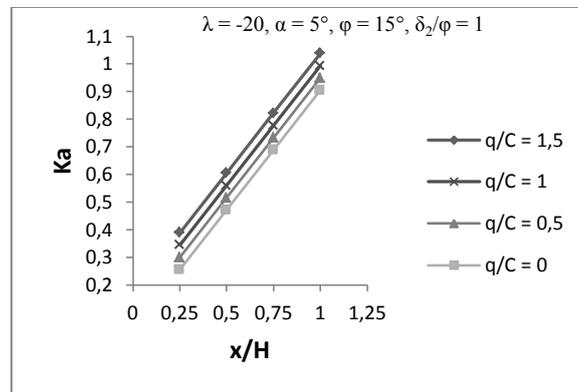
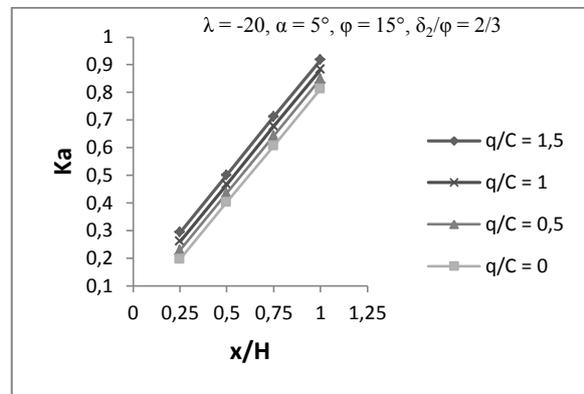
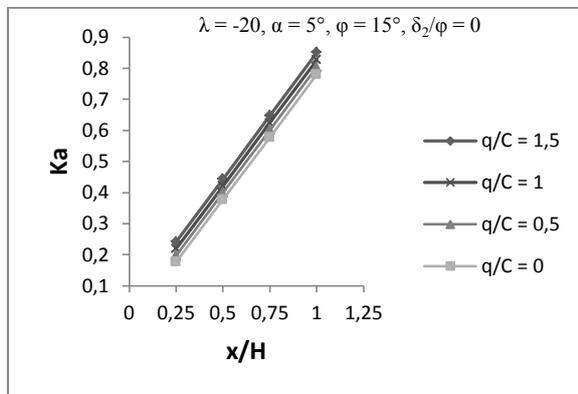


Figures B.11 :  $K_a$  pour un sol cohérent ( $\lambda = -20^\circ, \alpha = 0^\circ$ )

12)  $\lambda = -20^\circ, \alpha = 5^\circ$  :

Tableau B.12 : Valeur de  $K_a$  pour un sol cohérent ( $\lambda = -20^\circ, \alpha = 5^\circ$ )

$\delta_2/\varphi$	$x/H$	$q/C = 0$	$q/C = 0.5$	$q/C = 1$	$q/C = 1.5$
0	0.25	0,176	0,198	0,22	0,242
	0.5	0,377	0,399	0,421	0,443
	0.75	0,578	0,601	0,624	0,647
	1	0,779	0,803	0,827	0,851
2/3	0.25	0,195	0,228	0,261	0,294
	0.5	0,401	0,434	0,467	0,501
	0.75	0,607	0,642	0,677	0,712
	1	0,813	0,848	0,883	0,918
1	0.25	0,255	0,300	0,345	0,390
	0.5	0,471	0,515	0,56	0,605
	0.75	0,688	0,733	0,777	0,822
	1	0,904	0,949	0,994	1,039

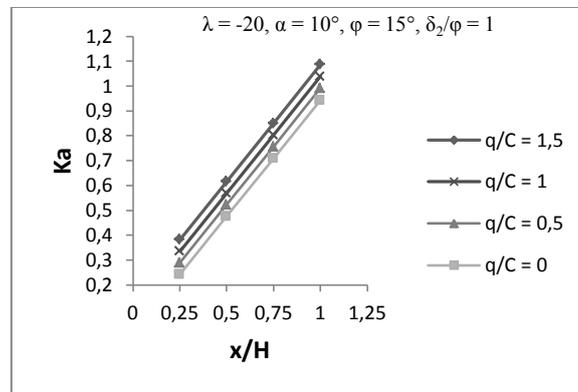
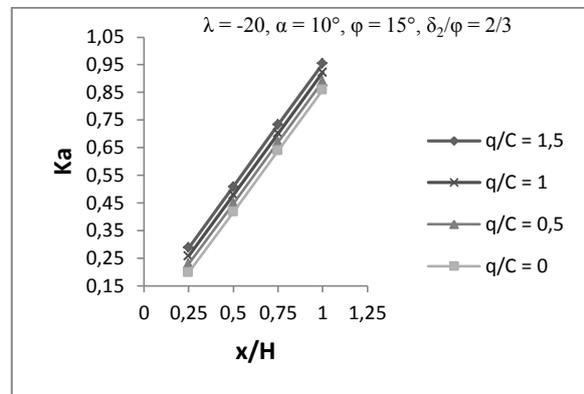
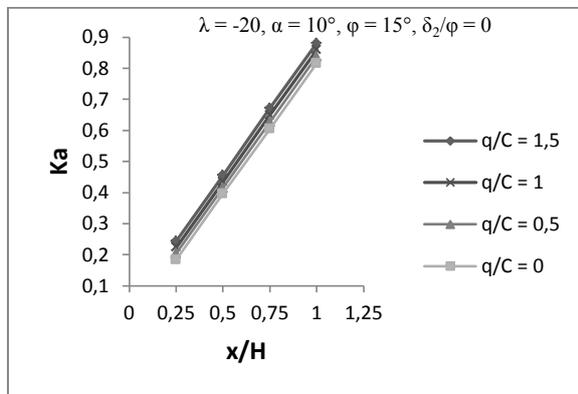


Figures B.12 :  $K_a$  pour un sol cohérent ( $\lambda = -20^\circ, \alpha = 5^\circ$ )

13)  $\lambda = -20^\circ, \alpha = 10^\circ$  :

Tableau B.13 : Valeur de  $K_a$  pour un sol cohérent ( $\lambda = -20^\circ, \alpha = 10^\circ$ )

$\delta_2/\varphi$	$x/H$	$q/C = 0$	$q/C = 0.5$	$q/C = 1$	$q/C = 1.5$
0	0.25	0,184	0,204	0,224	0,244
	0.5	0,395	0,415	0,435	0,455
	0.75	0,605	0,627	0,649	0,671
	1	0,815	0,837	0,859	0,881
2/3	0.25	0,198	0,228	0,258	0,288
	0.5	0,418	0,448	0,478	0,508
	0.75	0,638	0,67	0,702	0,734
	1	0,858	0,89	0,922	0,954
1	0.25	0,242	0,289	0,336	0,383
	0.5	0,475	0,522	0,569	0,616
	0.75	0,709	0,756	0,803	0,85
	1	0,943	0,991	1,039	1,087



Figures B.13 :  $K_a$  pour un sol cohérent ( $\lambda = -20^\circ, \alpha = 10^\circ$ )

ANNEXE 3 :

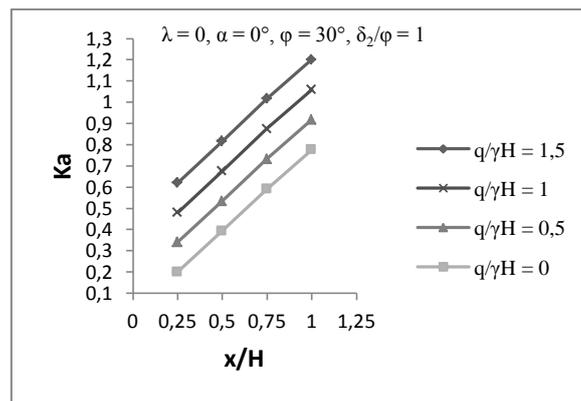
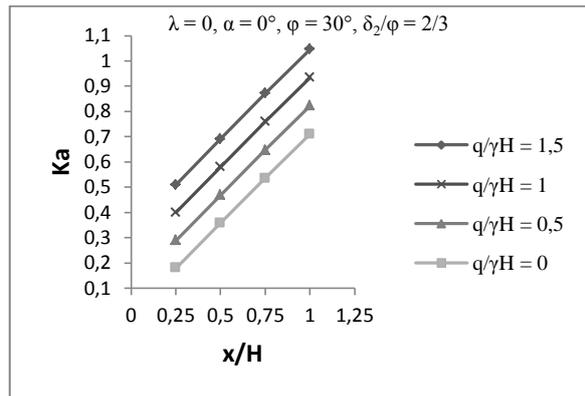
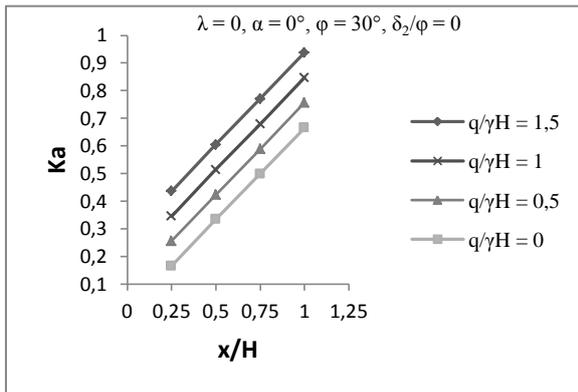
VALEURS DE  $K_a$  POUR UN SOL PULVERULENT (C)

C-1/ Sol sableux lâche ( $\varphi = 30^\circ$ ) :

1)  $\lambda = 0^\circ, \alpha = 0$  :

Tableau C.1 : Valeur de  $K_a$  pour un sol sableux lâche ( $\lambda = 0, \alpha = 0$ )

$\delta_2/\varphi$	x/H	$q/\gamma H = 0$	$q/\gamma H = 0.5$	$q/\gamma H = 1$	$q/\gamma H = 1.5$
0	0.25	0,166	0,256	0,346	0,436
	0.5	0,334	0,424	0,514	0,605
	0.75	0,499	0,589	0,679	0,770
	1	0,665	0,756	0,847	0,938
2/3	0.25	0,180	0,290	0,400	0,510
	0.5	0,358	0,469	0,580	0,691
	0.75	0,535	0,647	0,759	0,871
	1	0,710	0,822	0,934	1,046
1	0.25	0,201	0,341	0,481	0,621
	0.5	0,394	0,535	0,676	0,817
	0.75	0,591	0,733	0,875	1,017
	1	0,776	0,918	1,060	1,202

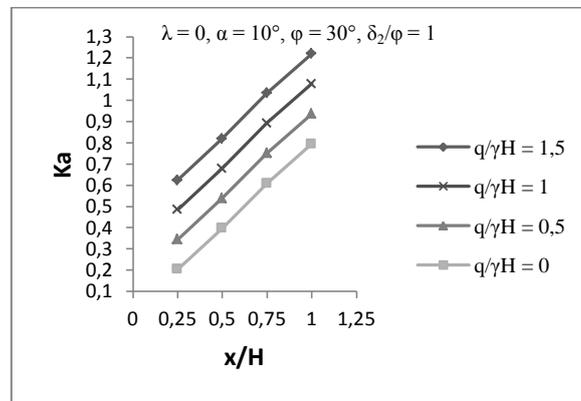
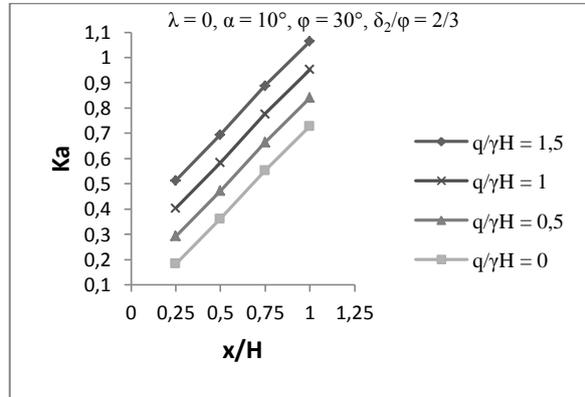
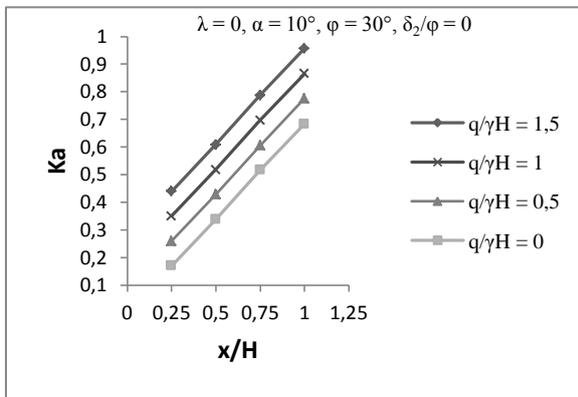


Figures C.1 :  $K_a$  pour un sol sableux lâche ( $\lambda = 0, \alpha = 0$ )

2)  $\lambda = 0^\circ, \alpha = 10^\circ$  :

Tableau C.2 : Valeur de  $K_a$  pour un sol sableux lâche ( $\lambda = 0, \alpha = 10^\circ$ )

$\delta_2/\varphi$	$x/H$	$q/\gamma H = 0$	$q/\gamma H = 0.5$	$q/\gamma H = 1$	$q/\gamma H = 1.5$
0	0.25	0,170	0,260	0,350	0,440
	0.5	0,338	0,428	0,518	0,609
	0.75	0,517	0,607	0,697	0,788
	1	0,684	0,775	0,866	0,957
2/3	0.25	0,184	0,294	0,404	0,514
	0.5	0,362	0,473	0,584	0,695
	0.75	0,553	0,665	0,777	0,889
	1	0,729	0,841	0,953	1,065
1	0.25	0,205	0,345	0,485	0,625
	0.5	0,398	0,539	0,680	0,821
	0.75	0,609	0,751	0,893	1,035
	1	0,795	0,937	1,079	1,221

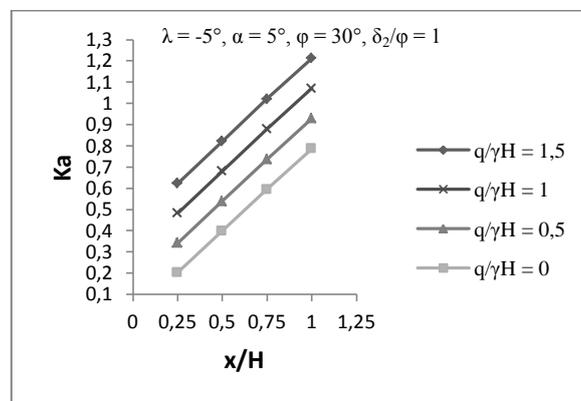
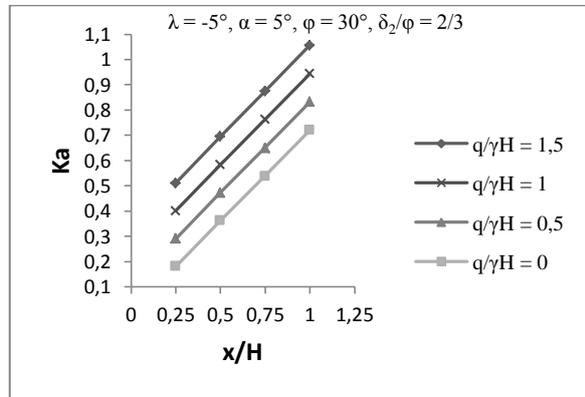
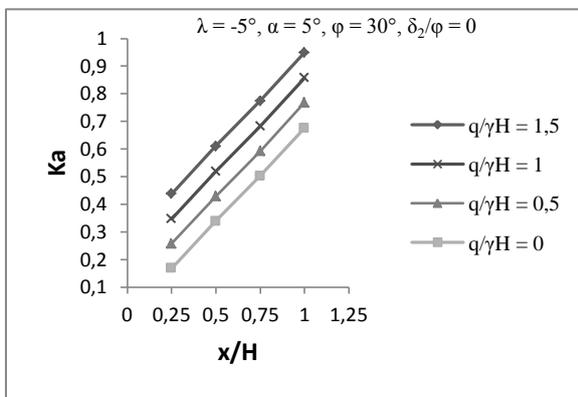


Figures C.2 :  $K_a$  pour un sol sableux lâche ( $\lambda = 0, \alpha = 10^\circ$ )

3)  $\lambda = -5^\circ, \alpha = 5^\circ$  :

Tableau C.3 : Valeur de  $K_a$  pour un sol sableux lâche ( $\lambda = -5^\circ, \alpha = 5^\circ$ )

$\delta_2/\varphi$	$x/H$	$q/\gamma H = 0$	$q/\gamma H = 0.5$	$q/\gamma H = 1$	$q/\gamma H = 1.5$
0	0.25	0,168	0,258	0,348	0,438
	0.5	0,339	0,429	0,519	0,610
	0.75	0,503	0,593	0,683	0,774
	1	0,676	0,767	0,858	0,949
2/3	0.25	0,182	0,292	0,402	0,512
	0.5	0,363	0,474	0,585	0,696
	0.75	0,539	0,651	0,763	0,875
	1	0,721	0,833	0,945	1,057
1	0.25	0,203	0,343	0,483	0,623
	0.5	0,399	0,540	0,681	0,822
	0.75	0,595	0,737	0,879	1,021
	1	0,787	0,929	1,071	1,213

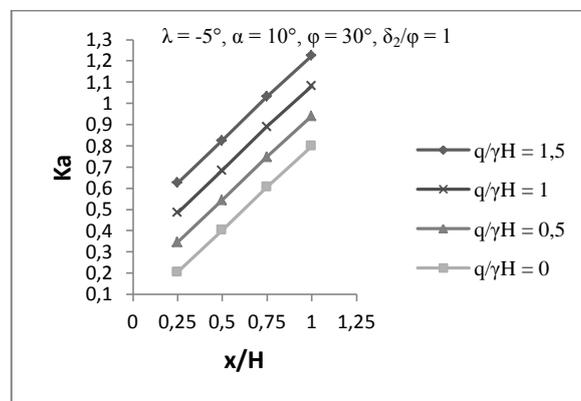
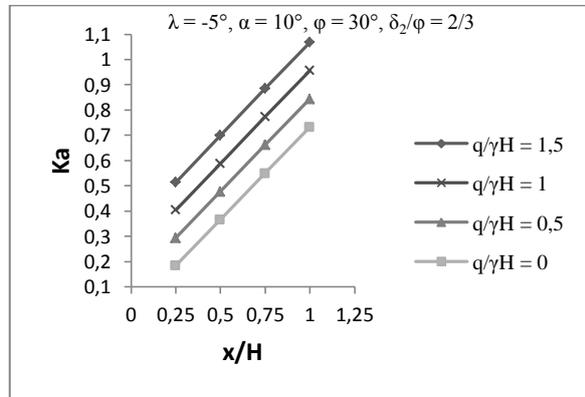
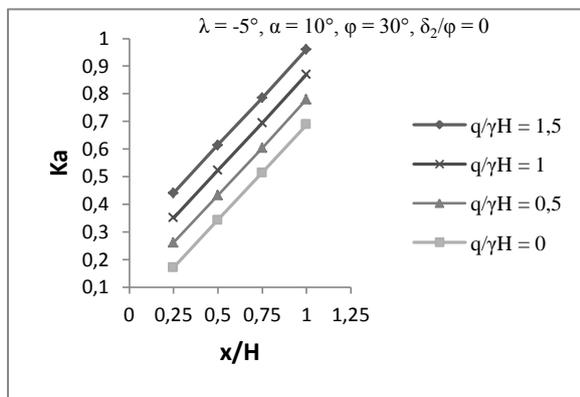


Figures C.3 :  $K_a$  pour un sol sableux lâche ( $\lambda = -5^\circ, \alpha = 5^\circ$ )

4)  $\lambda = -5^\circ, \alpha = 10^\circ$  :

Tableau C.4 : Valeur de  $K_a$  pour un sol sableux lâche ( $\lambda = -5, \alpha = 10^\circ$ )

$\delta_2/\varphi$	$x/H$	$q/\gamma H = 0$	$q/\gamma H = 0.5$	$q/\gamma H = 1$	$q/\gamma H = 1.5$
0	0.25	0,171	0,261	0,351	0,441
	0.5	0,343	0,433	0,523	0,614
	0.75	0,514	0,604	0,694	0,785
	1	0,688	0,779	0,870	0,961
2/3	0.25	0,185	0,295	0,405	0,515
	0.5	0,367	0,478	0,589	0,700
	0.75	0,550	0,662	0,774	0,886
	1	0,733	0,845	0,957	1,069
1	0.25	0,206	0,346	0,486	0,626
	0.5	0,403	0,544	0,685	0,826
	0.75	0,606	0,748	0,890	1,032
	1	0,799	0,941	1,083	1,225

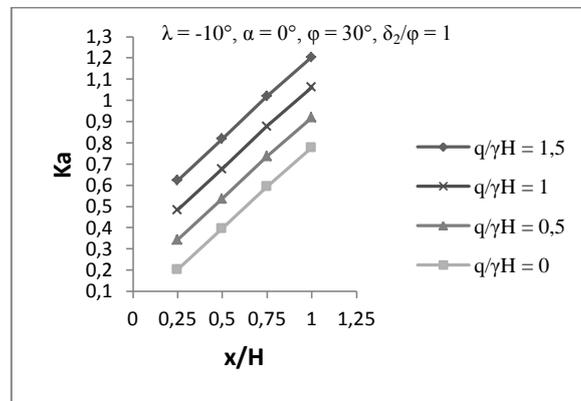
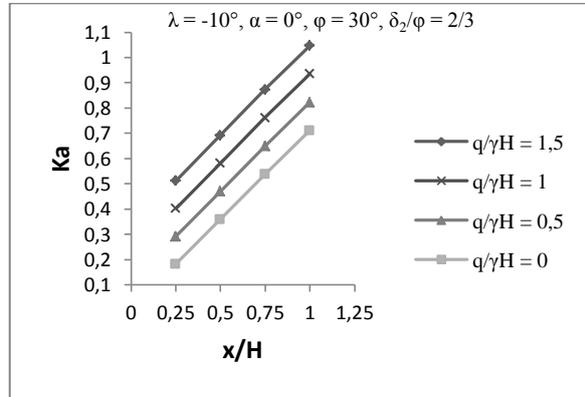
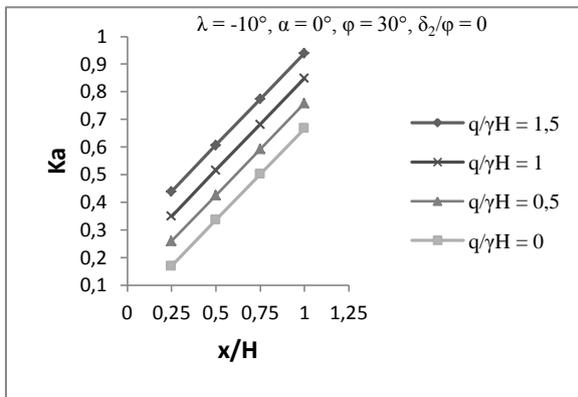


Figures C.4 :  $K_a$  pour un sol sableux lâche ( $\lambda = -5, \alpha = 10^\circ$ )

5)  $\lambda = -10^\circ, \alpha = 0^\circ$  :

Tableau C.5 : Valeur de  $K_a$  pour un sol sableux lâche ( $\lambda = -10, \alpha = 0^\circ$ )

$\delta_2/\varphi$	$x/H$	$q/\gamma H = 0$	$q/\gamma H = 0.5$	$q/\gamma H = 1$	$q/\gamma H = 1.5$
0	0.25	0,169	0,259	0,349	0,439
	0.5	0,336	0,426	0,516	0,607
	0.75	0,502	0,592	0,682	0,773
	1	0,667	0,758	0,849	0,940
2/3	0.25	0,183	0,293	0,403	0,513
	0.5	0,360	0,471	0,582	0,693
	0.75	0,538	0,650	0,762	0,874
	1	0,712	0,824	0,936	1,048
1	0.25	0,204	0,344	0,484	0,624
	0.5	0,396	0,537	0,678	0,819
	0.75	0,594	0,736	0,878	1,020
	1	0,778	0,920	1,062	1,204

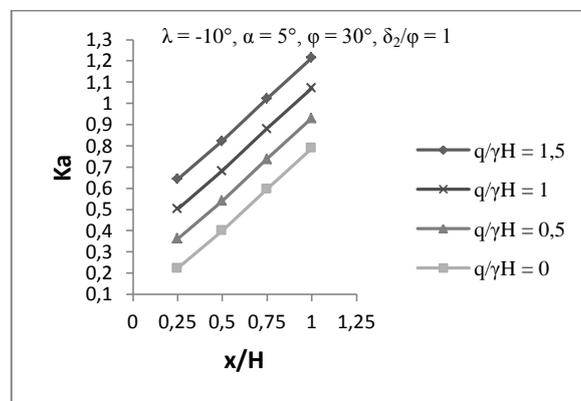
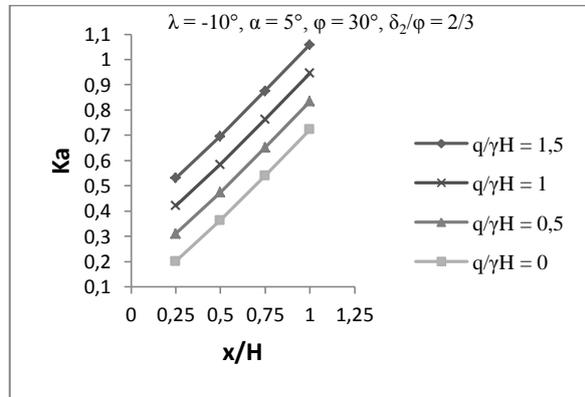
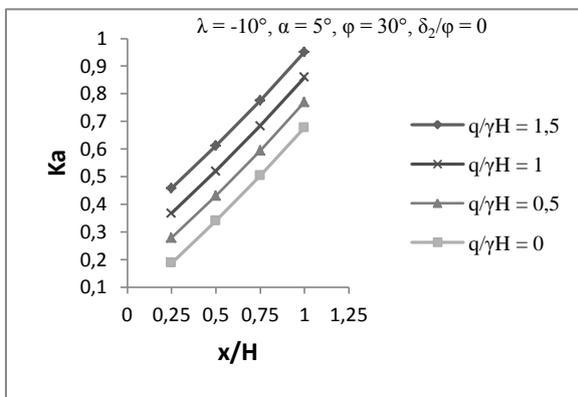


Figures C.5 :  $K_a$  pour un sol sableux lâche ( $\lambda = -10, \alpha = 0^\circ$ )

6)  $\lambda = -10^\circ, \alpha = 5^\circ$  :

Tableau C.6 : Valeur de  $K_a$  pour un sol sableux lâche ( $\lambda = -10^\circ, \alpha = 5^\circ$ )

$\delta_2/\varphi$	$x/H$	$q/\gamma H = 0$	$q/\gamma H = 0.5$	$q/\gamma H = 1$	$q/\gamma H = 1.5$
0	0.25	0,188	0,278	0,368	0,458
	0.5	0,340	0,430	0,520	0,611
	0.75	0,504	0,594	0,684	0,775
	1	0,678	0,769	0,860	0,951
2/3	0.25	0,202	0,312	0,422	0,532
	0.5	0,364	0,475	0,586	0,697
	0.75	0,540	0,652	0,764	0,876
	1	0,723	0,835	0,947	1,059
1	0.25	0,223	0,363	0,503	0,643
	0.5	0,400	0,541	0,682	0,823
	0.75	0,596	0,738	0,880	1,022
	1	0,789	0,931	1,073	1,215

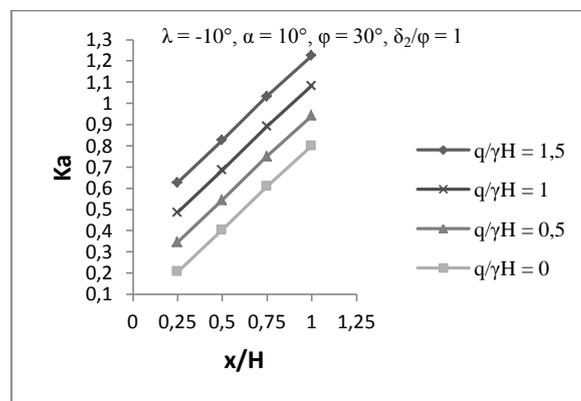
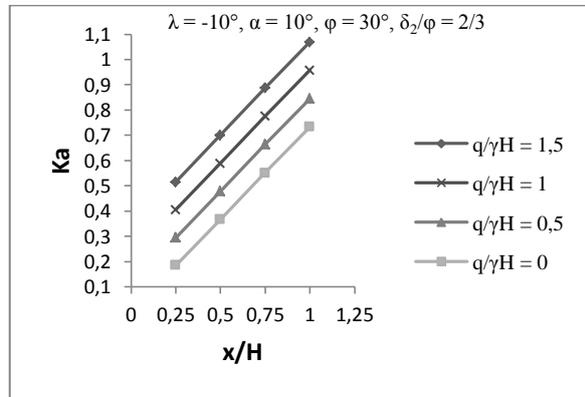
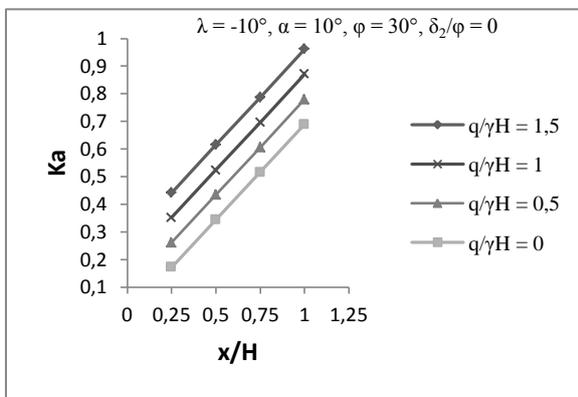


Figures C.6 :  $K_a$  pour un sol sableux lâche ( $\lambda = -10^\circ, \alpha = 5^\circ$ )

7)  $\lambda = -10^\circ, \alpha = 10^\circ$  :

Tableau C.7 : Valeur de  $K_a$  pour un sol sableux lâche ( $\lambda = -10, \alpha = 10^\circ$ )

$\delta_2/\varphi$	$x/H$	$q/\gamma H = 0$	$q/\gamma H = 0.5$	$q/\gamma H = 1$	$q/\gamma H = 1.5$
0	0.25	0,172	0,262	0,352	0,442
	0.5	0,344	0,434	0,524	0,615
	0.75	0,516	0,606	0,696	0,787
	1	0,689	0,780	0,871	0,962
2/3	0.25	0,186	0,296	0,406	0,516
	0.5	0,368	0,479	0,590	0,701
	0.75	0,552	0,664	0,776	0,888
	1	0,734	0,846	0,958	1,070
1	0.25	0,207	0,347	0,487	0,627
	0.5	0,404	0,545	0,686	0,827
	0.75	0,608	0,750	0,892	1,034
	1	0,800	0,942	1,084	1,226

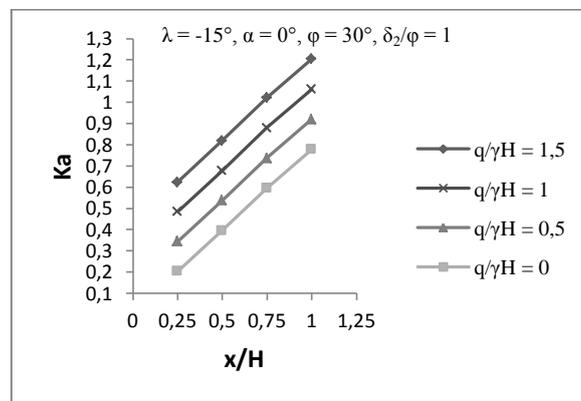
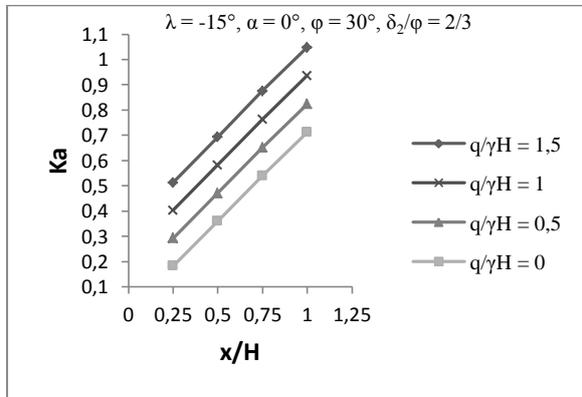
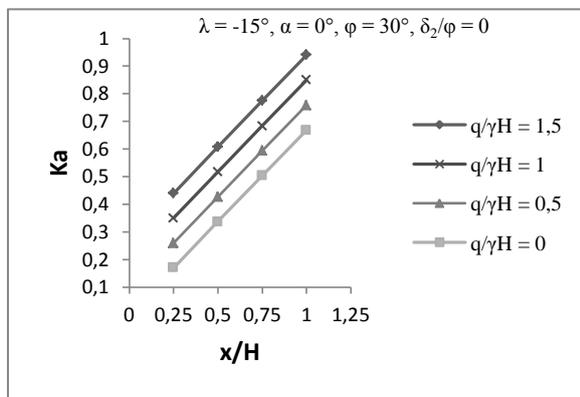


Figures C.7 :  $K_a$  pour un sol sableux lâche ( $\lambda = -10, \alpha = 10^\circ$ )

8)  $\lambda = -15^\circ, \alpha = 0^\circ$  :

Tableau C.8 : Valeur de  $K_a$  pour un sol sableux lâche ( $\lambda = -15, \alpha = 0^\circ$ )

$\delta_2/\varphi$	$x/H$	$q/\gamma H = 0$	$q/\gamma H = 0.5$	$q/\gamma H = 1$	$q/\gamma H = 1.5$
0	0.25	0,170	0,260	0,350	0,440
	0.5	0,337	0,427	0,517	0,608
	0.75	0,504	0,594	0,684	0,775
	1	0,668	0,759	0,850	0,941
2/3	0.25	0,184	0,294	0,404	0,514
	0.5	0,361	0,472	0,583	0,694
	0.75	0,540	0,652	0,764	0,876
	1	0,713	0,825	0,937	1,049
1	0.25	0,205	0,345	0,485	0,625
	0.5	0,397	0,538	0,679	0,820
	0.75	0,596	0,738	0,880	1,022
	1	0,779	0,921	1,063	1,205

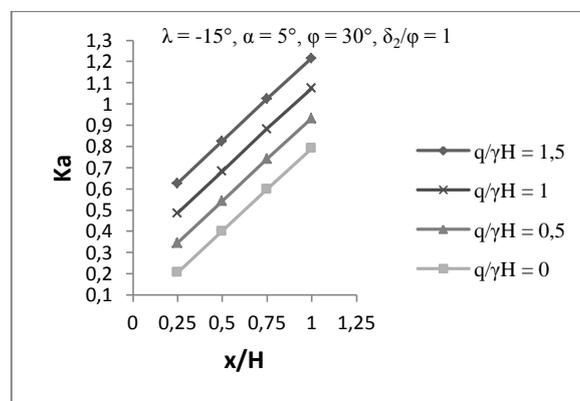
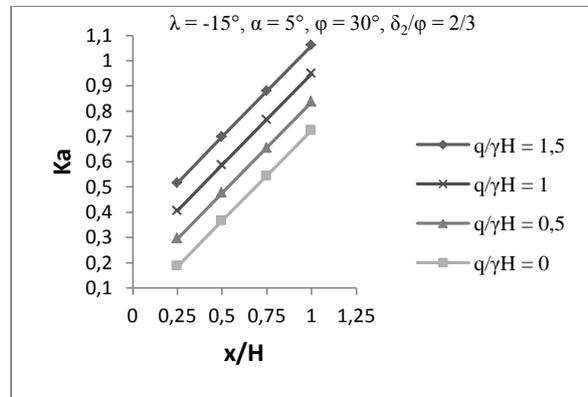
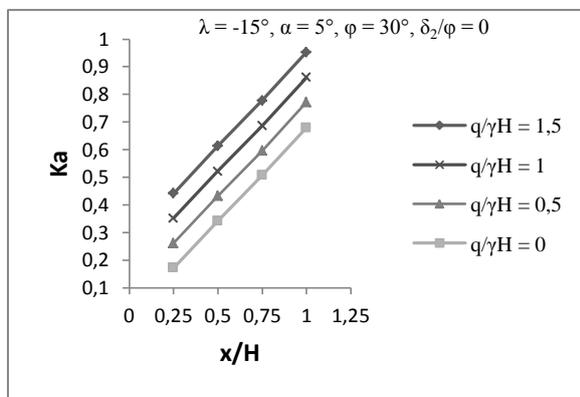


Figures C.8 :  $K_a$  pour un sol sableux lâche ( $\lambda = -15, \alpha = 0^\circ$ )

9)  $\lambda = -15^\circ, \alpha = 5^\circ$  :

Tableau C.9 : Valeur de  $K_a$  pour un sol sableux lâche ( $\lambda = -15, \alpha = 5^\circ$ )

$\delta_2/\varphi$	$x/H$	$q/\gamma H = 0$	$q/\gamma H = 0.5$	$q/\gamma H = 1$	$q/\gamma H = 1.5$
0	0.25	0,172	0,262	0,352	0,442
	0.5	0,342	0,432	0,522	0,613
	0.75	0,507	0,597	0,687	0,778
	1	0,680	0,771	0,862	0,953
2/3	0.25	0,186	0,296	0,406	0,516
	0.5	0,366	0,477	0,588	0,699
	0.75	0,543	0,655	0,767	0,879
	1	0,725	0,837	0,949	1,061
1	0.25	0,207	0,347	0,487	0,627
	0.5	0,402	0,543	0,684	0,825
	0.75	0,599	0,741	0,883	1,025
	1	0,791	0,933	1,075	1,217

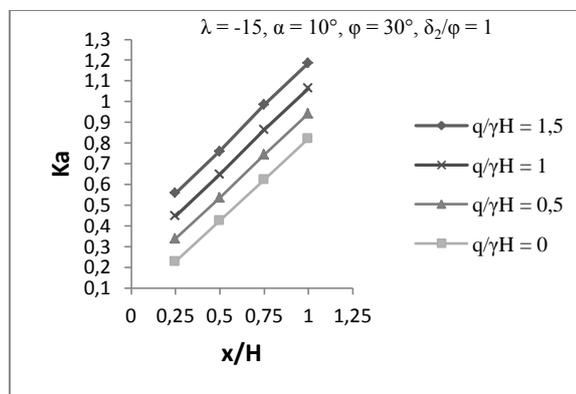
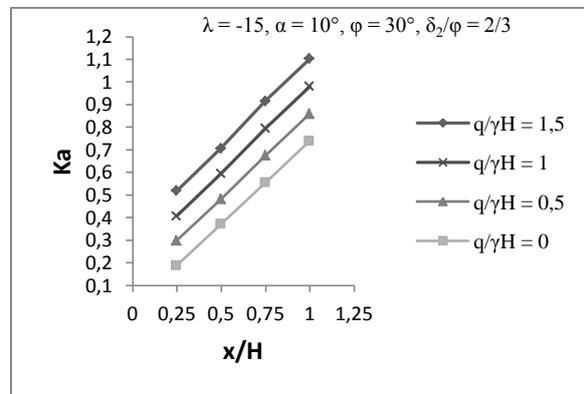
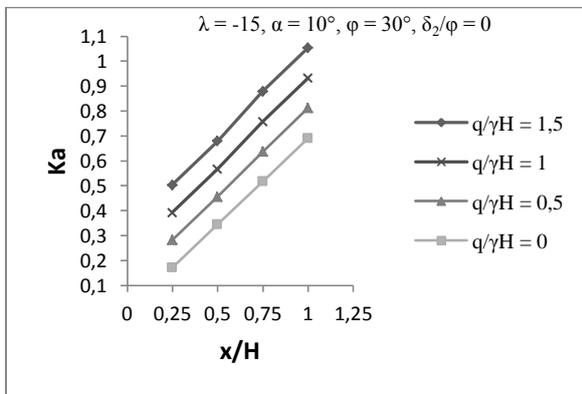


Figures C.9 :  $K_a$  pour un sol sableux lâche ( $\lambda = -15, \alpha = 5^\circ$ )

10)  $\lambda = -15^\circ, \alpha = 10^\circ$  :

Tableau C.10 : Valeur de  $K_a$  pour un sol sableux lâche ( $\lambda = -15, \alpha = 10^\circ$ )

$\delta_2/\varphi$	$x/H$	$q/\gamma H = 0$	$q/\gamma H = 0.5$	$q/\gamma H = 1$	$q/\gamma H = 1.5$
0	0.25	0,173	0,283	0,393	0,504
	0.5	0,346	0,457	0,568	0,680
	0.75	0,518	0,638	0,758	0,879
	1	0,691	0,812	0,933	1,055
2/3	0.25	0,189	0,299	0,409	0,520
	0.5	0,373	0,484	0,595	0,707
	0.75	0,556	0,676	0,796	0,917
	1	0,740	0,861	0,982	1,104
1	0.25	0,228	0,338	0,448	0,559
	0.5	0,426	0,537	0,648	0,760
	0.75	0,624	0,744	0,864	0,985
	1	0,822	0,943	1,064	1,186



Figures C.10 : Valeur de  $K_a$  pour un sol sableux lâche ( $\lambda = -15, \alpha = 10^\circ$ )

11)  $\lambda = -20^\circ, \alpha = 0^\circ$  :

Tableau C.11 : Valeur de  $K_a$  pour un sol sableux lâche ( $\lambda = -20, \alpha = 0^\circ$ )

$\delta_2/\varphi$	$x/H$	$q/\gamma H = 0$	$q/\gamma H = 0.5$	$q/\gamma H = 1$	$q/\gamma H = 1.5$
0	0.25	0,171	0,281	0,391	0,503
	0.5	0,337	0,448	0,559	0,671
	0.75	0,504	0,624	0,744	0,865
	1	0,670	0,792	0,912	1,035
2/3	0.25	0,186	0,296	0,406	0,517
	0.5	0,363	0,474	0,585	0,697
	0.75	0,539	0,659	0,779	0,900
	1	0,716	0,837	0,958	1,080
1	0.25	0,252	0,362	0,472	0,583
	0.5	0,444	0,555	0,666	0,778
	0.75	0,637	0,757	0,877	0,998
	1	0,829	0,950	1,071	1,193

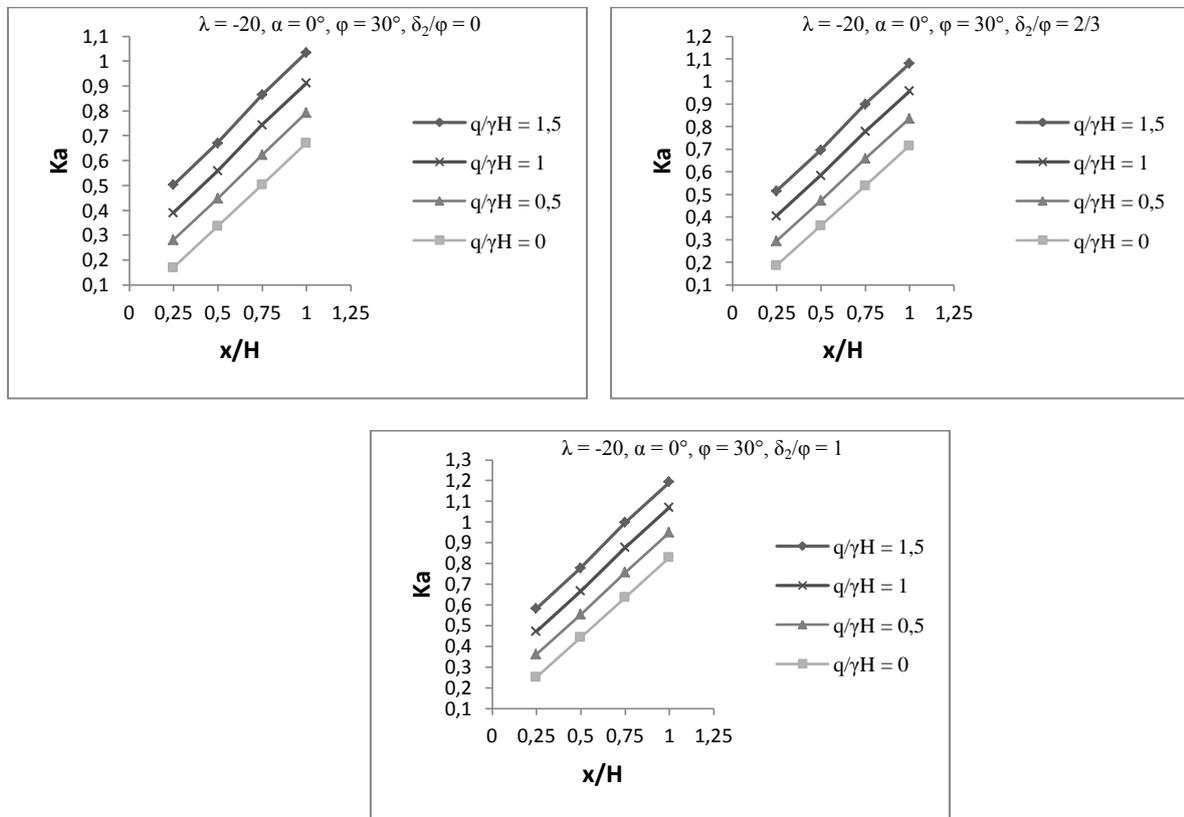
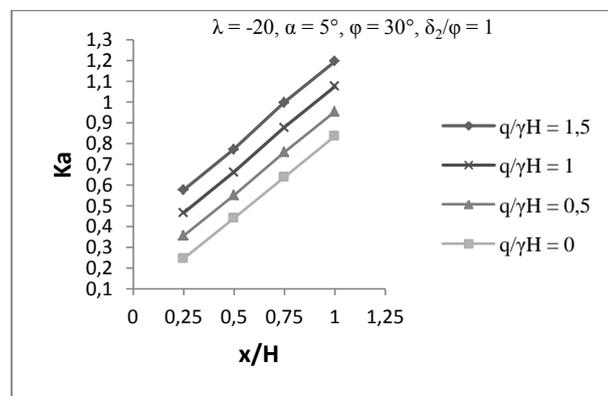
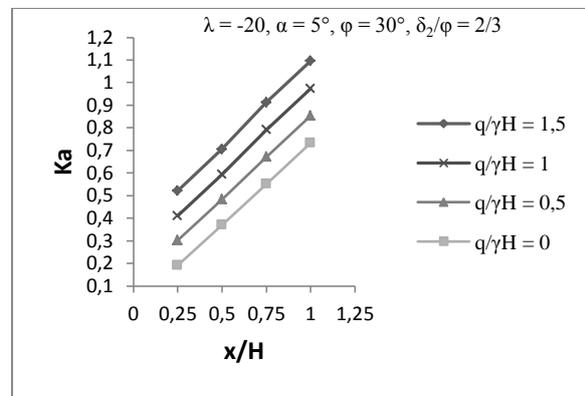
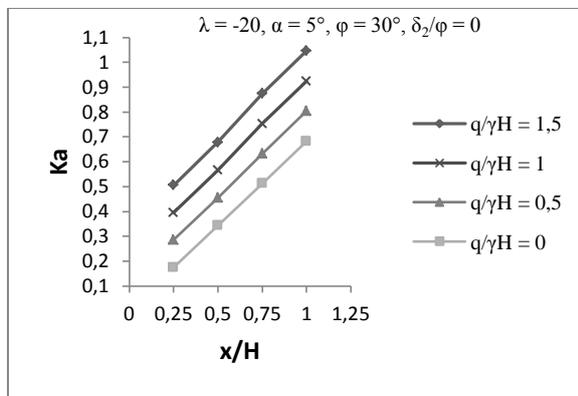


Figure C.11 : Valeur de  $K_a$  pour un sol sableux lâche ( $\lambda = -20, \alpha = 0^\circ$ )

12)  $\lambda = -20^\circ, \alpha = 5^\circ$  :

Tableau C.12 : Valeur de  $K_a$  pour un sol sableux lâche ( $\lambda = -20, \alpha = 5^\circ$ )

$\delta_2/\varphi$	$x/H$	$q/\gamma H = 0$	$q/\gamma H = 0.5$	$q/\gamma H = 1$	$q/\gamma H = 1.5$
0	0.25	0,175	0,285	0,395	0,506
	0.5	0,344	0,455	0,566	0,678
	0.75	0,513	0,633	0,753	0,874
	1	0,682	0,803	0,924	1,046
2/3	0.25	0,191	0,301	0,411	0,522
	0.5	0,371	0,482	0,593	0,705
	0.75	0,551	0,671	0,791	0,912
	1	0,732	0,853	0,974	1,096
1	0.25	0,245	0,355	0,465	0,576
	0.5	0,441	0,552	0,663	0,775
	0.75	0,637	0,757	0,877	0,998
	1	0,834	0,955	1,076	1,198

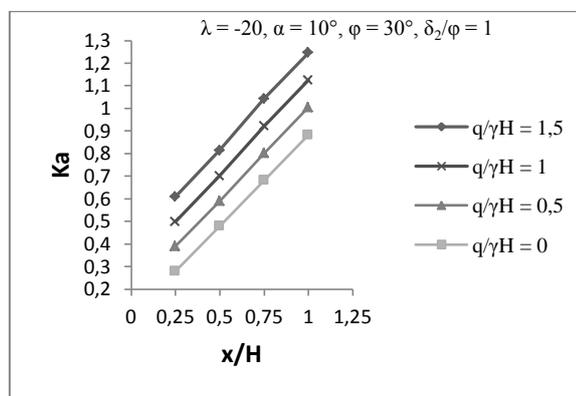
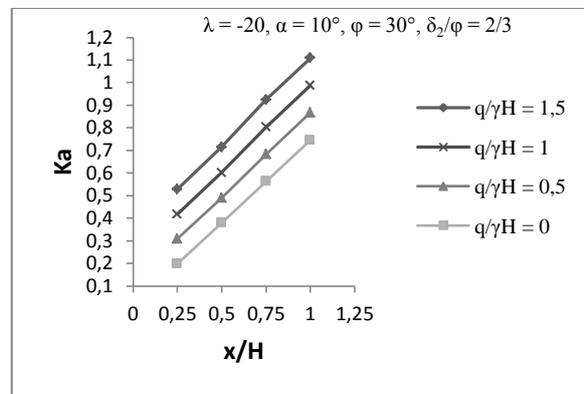
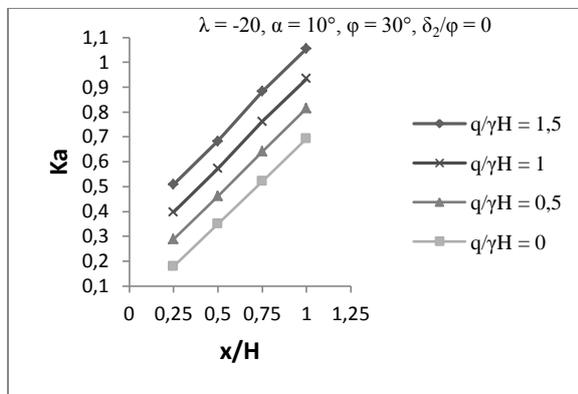


Figures C.12 : Valeur de  $K_a$  pour un sol sableux lâche ( $\lambda = -20, \alpha = 5^\circ$ )

13)  $\lambda = -20^\circ, \alpha = 10^\circ$  :

Tableau C.13 : Valeur de  $K_a$  pour un sol sableux lâche ( $\lambda = -20, \alpha = 10^\circ$ )

$\delta_2/\varphi$	$x/H$	$q/\gamma H = 0$	$q/\gamma H = 0.5$	$q/\gamma H = 1$	$q/\gamma H = 1.5$
0	0.25	0,178	0,288	0,398	0,509
	0.5	0,350	0,461	0,572	0,684
	0.75	0,521	0,641	0,761	0,882
	1	0,693	0,814	0,935	1,057
2/3	0.25	0,198	0,308	0,418	0,529
	0.5	0,380	0,491	0,602	0,714
	0.75	0,563	0,683	0,803	0,924
	1	0,745	0,866	0,987	1,109
1	0.25	0,279	0,389	0,499	0,610
	0.5	0,480	0,591	0,702	0,814
	0.75	0,682	0,802	0,922	1,043
	1	0,883	1,004	1,125	1,247



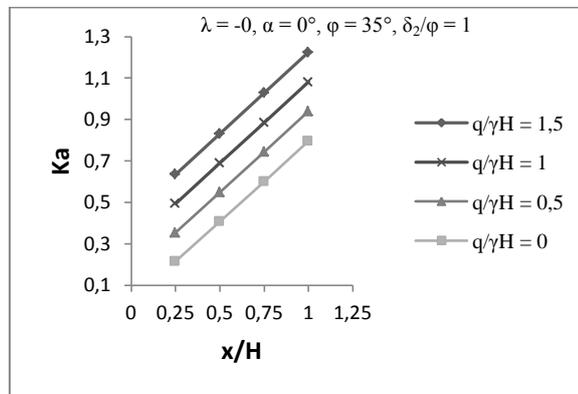
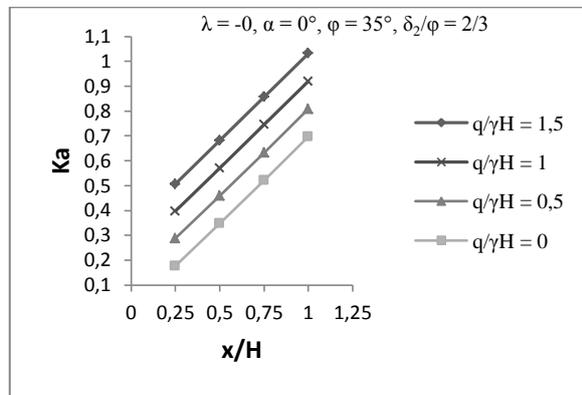
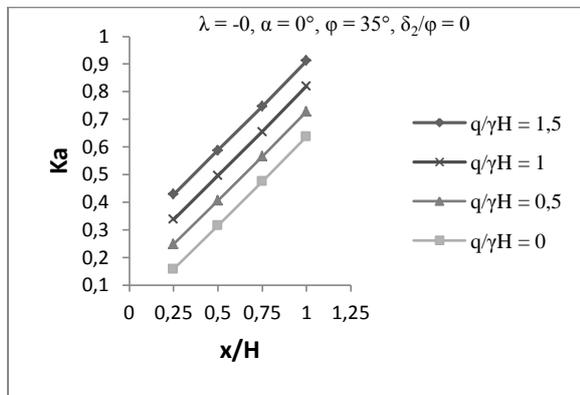
Figures C.13 : Valeur de  $K_a$  pour un sol sableux lâche ( $\lambda = -20, \alpha = 10^\circ$ )

C-2/ Sol moyennement dense  $\varphi = 35^\circ$  :

1)  $\lambda = 0^\circ, \alpha = 0^\circ$  :

Tableau C.14 : Valeur de  $K_a$  pour un sol sableux moyennement dense ( $\lambda = 0, \alpha = 0^\circ$ )

$\delta_2/\varphi$	x/H	$q/\gamma H = 0$	$q/\gamma H = 0.5$	$q/\gamma H = 1$	$q/\gamma H = 1.5$
0	0.25	0,158	0,248	0,338	0,428
	0.5	0,316	0,406	0,496	0,587
	0.75	0,475	0,565	0,655	0,746
	1	0,637	0,728	0,820	0,912
2/3	0.25	0,177	0,287	0,397	0,507
	0.5	0,348	0,459	0,570	0,681
	0.75	0,521	0,633	0,745	0,857
	1	0,696	0,808	0,920	1,032
1	0.25	0,214	0,354	0,494	0,635
	0.5	0,407	0,548	0,689	0,831
	0.75	0,601	0,743	0,885	1,028
	1	0,796	0,938	1,081	1,225

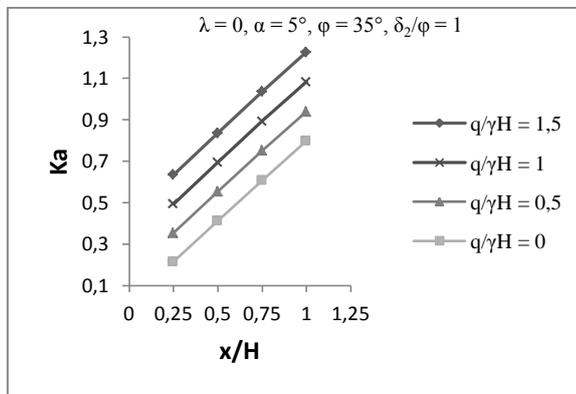
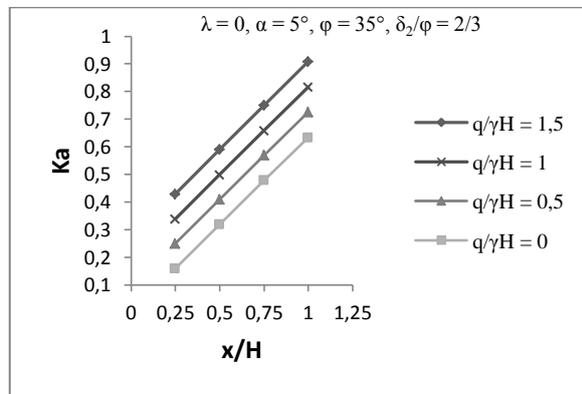
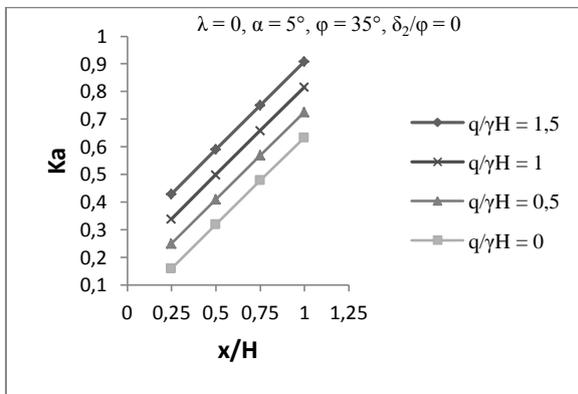


Figures C.14 : Valeur de  $K_a$  pour un sol sableux moyennement dense ( $\lambda = 0, \alpha = 0^\circ$ )

2)  $\lambda = 0^\circ, \alpha = 5^\circ$  :

Tableau C.15 : Valeur de  $K_a$  pour un sol sableux moyennement dense ( $\lambda = 0, \alpha = 5^\circ$ )

$\delta_2/\varphi$	$x/H$	$q/\gamma H = 0$	$q/\gamma H = 0.5$	$q/\gamma H = 1$	$q/\gamma H = 1.5$
0	0.25	0,159	0,249	0,339	0,429
	0.5	0,319	0,409	0,499	0,590
	0.75	0,479	0,569	0,659	0,750
	1	0,634	0,725	0,817	0,909
2/3	0.25	0,178	0,288	0,398	0,508
	0.5	0,352	0,463	0,574	0,685
	0.75	0,526	0,638	0,750	0,862
	1	0,693	0,805	0,917	1,029
1	0.25	0,214	0,354	0,494	0,635
	0.5	0,412	0,553	0,694	0,836
	0.75	0,609	0,751	0,893	1,036
	1	0,798	0,940	1,083	1,227

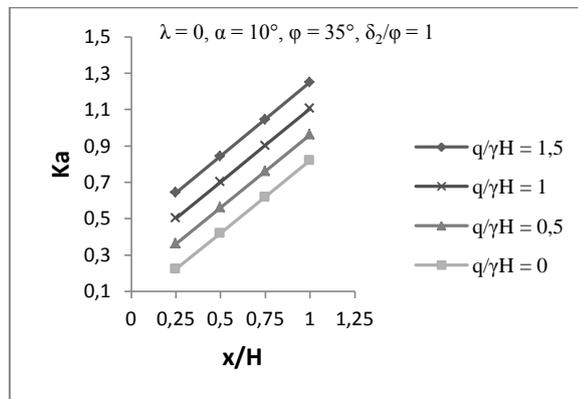
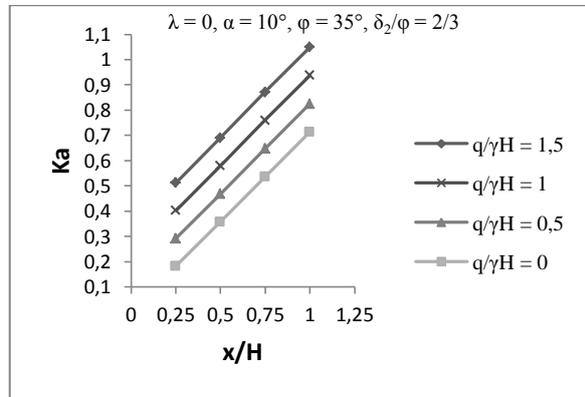
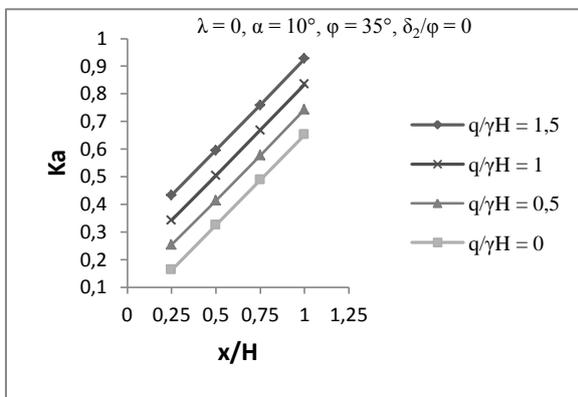


Figures C.15 : Valeur de  $K_a$  pour un sol sableux moyennement dense ( $\lambda = 0, \alpha = 5^\circ$ )

3)  $\lambda = 0^\circ, \alpha = 10^\circ$  :

Tableau C.16 : Valeur de  $K_a$  pour un sol sableux moyennement dense ( $\lambda = 0, \alpha = 10^\circ$ )

$\delta_2/\varphi$	$x/H$	$q/\gamma H = 0$	$q/\gamma H = 0.5$	$q/\gamma H = 1$	$q/\gamma H = 1.5$
0	0.25	0,163	0,253	0,343	0,433
	0.5	0,324	0,414	0,504	0,595
	0.75	0,488	0,578	0,668	0,759
	1	0,652	0,743	0,835	0,927
2/3	0.25	0,183	0,293	0,403	0,513
	0.5	0,358	0,469	0,580	0,691
	0.75	0,536	0,648	0,760	0,872
	1	0,714	0,826	0,938	1,050
1	0.25	0,223	0,363	0,503	0,644
	0.5	0,420	0,561	0,702	0,844
	0.75	0,619	0,761	0,903	1,046
	1	0,821	0,963	1,106	1,250

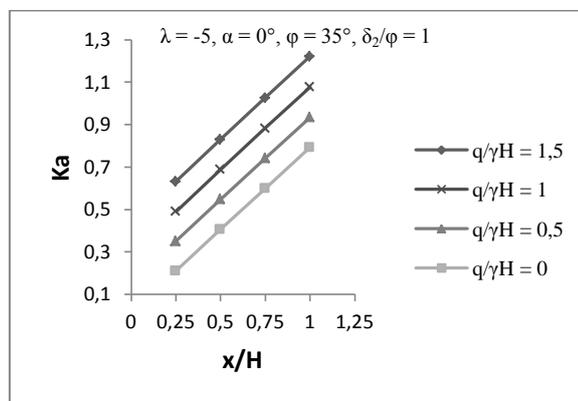
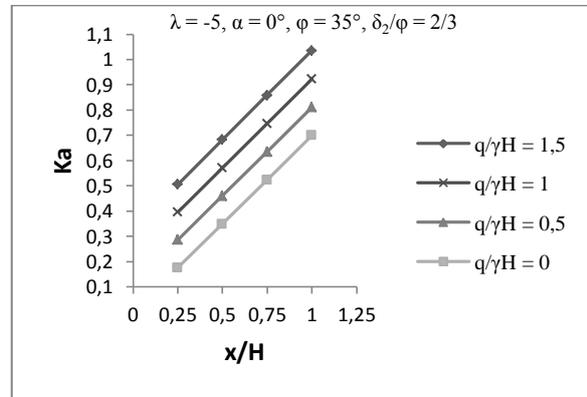
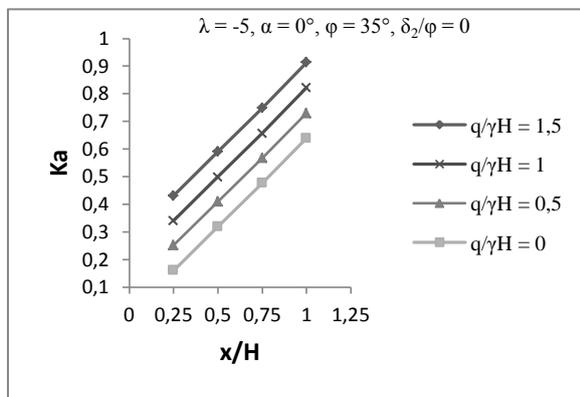


Figures C.16 : Valeur de  $K_a$  pour un sol sableux moyennement dense ( $\lambda = 0, \alpha = 10^\circ$ )

4)  $\lambda = -5^\circ, \alpha = 0^\circ$  :

Tableau C.17 : Valeur de  $K_a$  pour un sol sableux moyennement dense ( $\lambda = -5, \alpha = 0^\circ$ )

$\delta_2/\varphi$	x/H	$q/\gamma H = 0$	$q/\gamma H = 0.5$	$q/\gamma H = 1$	$q/\gamma H = 1.5$
0	0.25	0,161	0,251	0,341	0,431
	0.5	0,319	0,409	0,499	0,590
	0.75	0,477	0,567	0,657	0,748
	1	0,639	0,730	0,822	0,914
2/3	0.25	0,177	0,287	0,397	0,507
	0.5	0,350	0,461	0,572	0,683
	0.75	0,523	0,635	0,747	0,859
	1	0,700	0,812	0,924	1,036
1	0.25	0,211	0,351	0,491	0,632
	0.5	0,407	0,548	0,689	0,831
	0.75	0,599	0,741	0,883	1,026
	1	0,793	0,935	1,078	1,222



Figures C.17 :  $K_a$  pour un sol sableux moyennement dense ( $\lambda = -5, \alpha = 0^\circ$ )

5)  $\lambda = -5^\circ, \alpha = 5^\circ$  :

Tableau C.18 : Valeur de  $K_a$  pour un sol sableux moyennement dense ( $\lambda = -5, \alpha = 5^\circ$ )

$\delta_2/\varphi$	x/H	$q/\gamma H = 0$	$q/\gamma H = 0.5$	$q/\gamma H = 1$	$q/\gamma H = 1.5$
0	0.25	0,159	0,249	0,339	0,429
	0.5	0,321	0,411	0,501	0,592
	0.75	0,480	0,570	0,660	0,751
	1	0,642	0,733	0,825	0,917
2/3	0.25	0,177	0,287	0,397	0,507
	0.5	0,353	0,464	0,575	0,686
	0.75	0,525	0,637	0,749	0,861
	1	0,701	0,813	0,925	1,037
1	0.25	0,216	0,356	0,496	0,637
	0.5	0,412	0,553	0,694	0,836
	0.75	0,605	0,747	0,889	1,032
	1	0,802	0,944	1,087	1,231

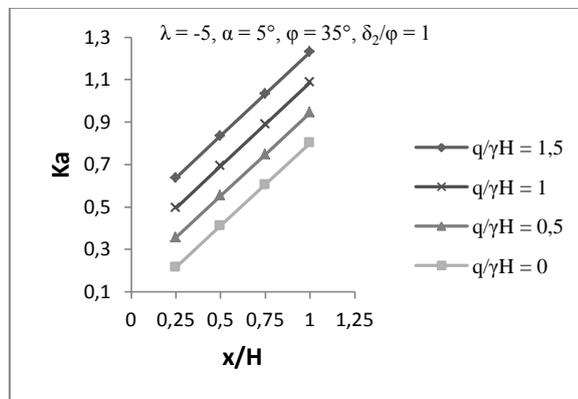
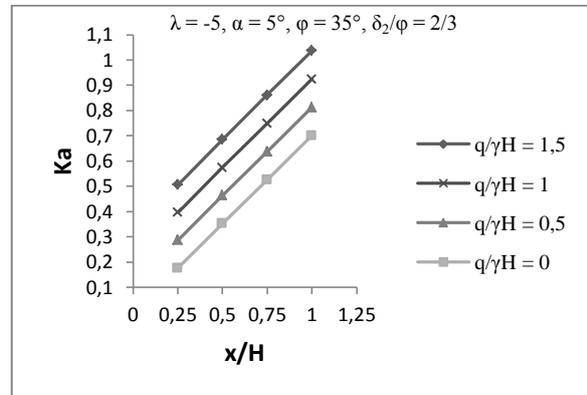
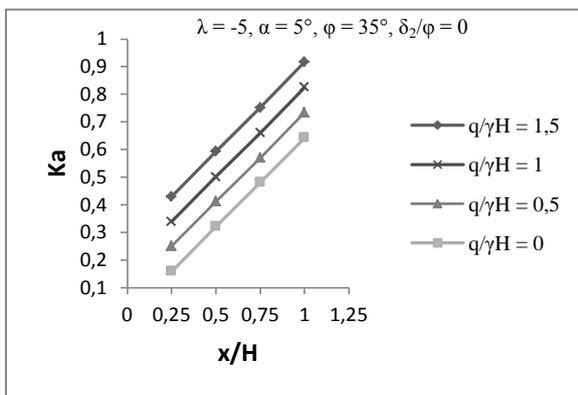
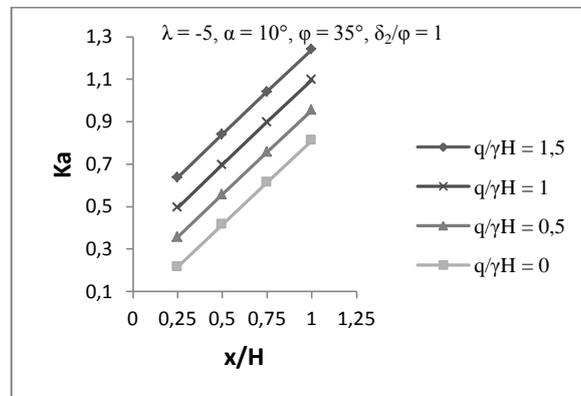
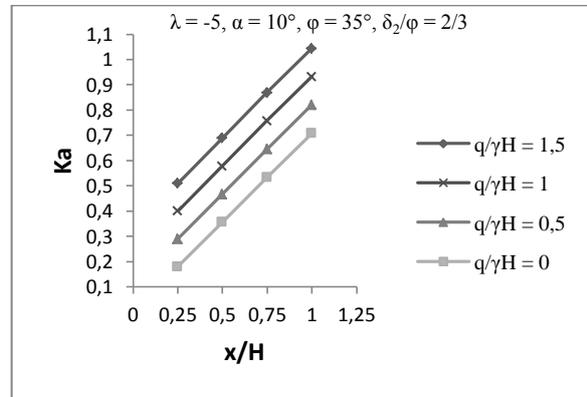
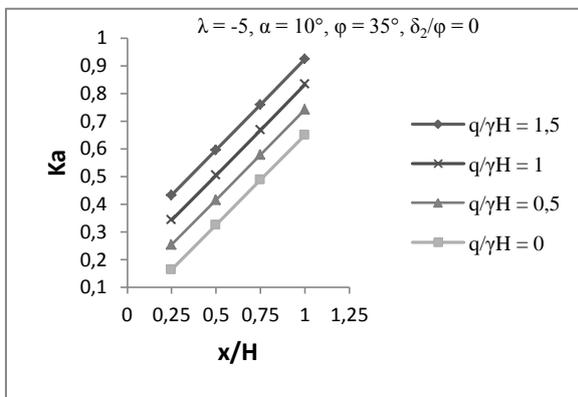


Tableau C.18 :  $K_a$  pour un sol sableux moyennement dense ( $\lambda = -5, \alpha = 5^\circ$ )

6)  $\lambda = -5^\circ, \alpha = 10^\circ$  :

Tableau C.19 : Valeur de  $K_a$  pour un sol sableux moyennement dense ( $\lambda = -5, \alpha = 10^\circ$ )

$\delta_2/\varphi$	$x/H$	$q/\gamma H = 0$	$q/\gamma H = 0.5$	$q/\gamma H = 1$	$q/\gamma H = 1.5$
0	0.25	0,163	0,253	0,343	0,433
	0.5	0,325	0,415	0,505	0,596
	0.75	0,488	0,578	0,668	0,759
	1	0,650	0,741	0,833	0,925
2/3	0.25	0,181	0,291	0,401	0,511
	0.5	0,357	0,468	0,579	0,690
	0.75	0,534	0,646	0,758	0,870
	1	0,709	0,821	0,933	1,045
1	0.25	0,216	0,356	0,496	0,637
	0.5	0,416	0,557	0,698	0,840
	0.75	0,614	0,756	0,898	1,041
	1	0,812	0,954	1,097	1,241

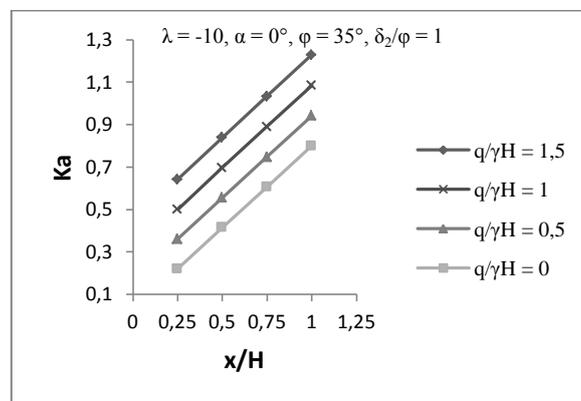
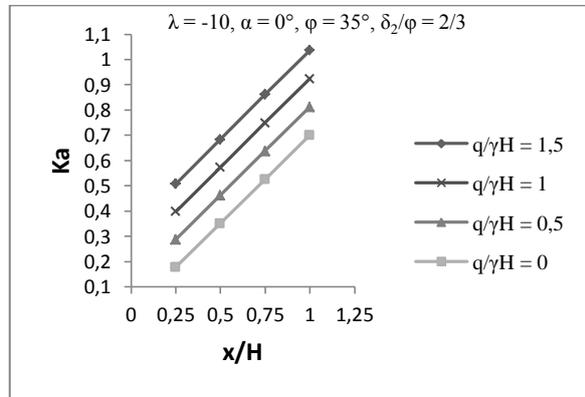
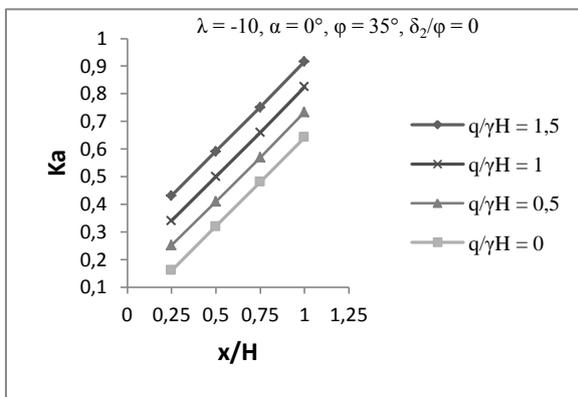


Figures C.19 :  $K_a$  pour un sol sableux moyennement dense ( $\lambda = -5, \alpha = 10^\circ$ )

7)  $\lambda = -10^\circ, \alpha = 0^\circ$  :

Tableau C.20 : Valeur de  $K_a$  pour un sol sableux moyennement dense ( $\lambda = -10, \alpha = 0^\circ$ )

$\delta_2/\varphi$	$x/H$	$q/\gamma H = 0$	$q/\gamma H = 0.5$	$q/\gamma H = 1$	$q/\gamma H = 1.5$
0	0.25	0,161	0,251	0,341	0,431
	0.5	0,320	0,410	0,500	0,591
	0.75	0,480	0,570	0,660	0,751
	1	0,642	0,733	0,825	0,917
2/3	0.25	0,179	0,289	0,399	0,509
	0.5	0,352	0,463	0,574	0,685
	0.75	0,526	0,638	0,750	0,862
	1	0,701	0,813	0,925	1,037
1	0.25	0,221	0,361	0,501	0,642
	0.5	0,415	0,556	0,697	0,839
	0.75	0,606	0,748	0,890	1,033
	1	0,800	0,942	1,085	1,229



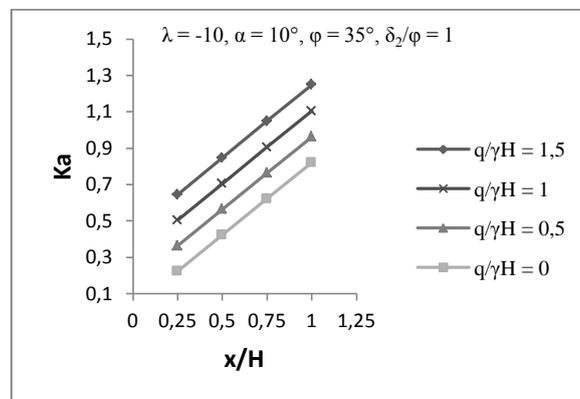
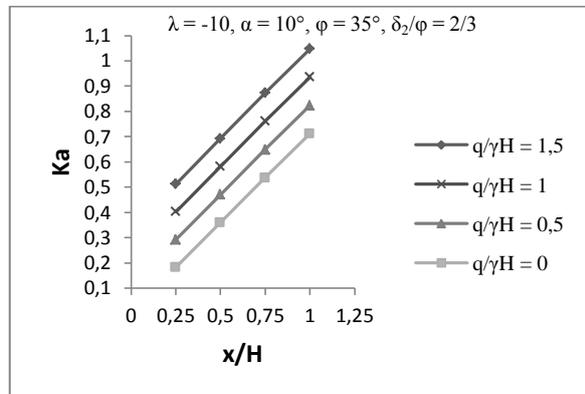
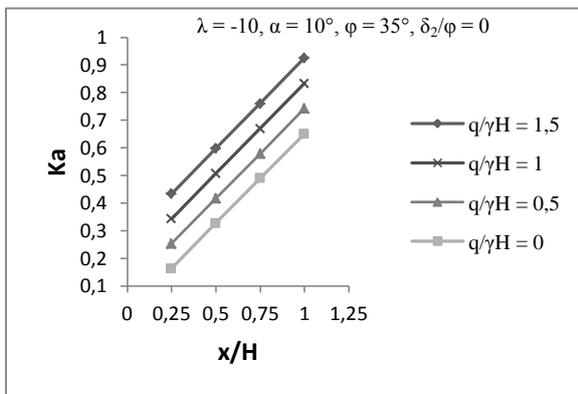
Figures C.20 :  $K_a$  pour un sol sableux moyennement dense ( $\lambda = -10, \alpha = 0^\circ$ )

8)  $\lambda = -10^\circ, \alpha = 10^\circ$  :

Tableau C.21 : Valeur de  $K_a$  pour un sol sableux moyennement dense

( $\lambda = -10, \alpha = 10^\circ$ )

$\delta_2/\varphi$	$x/H$	$q/\gamma H = 0$	$q/\gamma H = 0.5$	$q/\gamma H = 1$	$q/\gamma H = 1.5$
0	0.25	0,164	0,254	0,344	0,434
	0.5	0,327	0,417	0,507	0,598
	0.75	0,490	0,580	0,670	0,761
	1	0,651	0,742	0,834	0,926
2/3	0.25	0,183	0,293	0,403	0,513
	0.5	0,360	0,471	0,582	0,693
	0.75	0,537	0,649	0,761	0,873
	1	0,712	0,824	0,936	1,048
1	0.25	0,224	0,364	0,504	0,645
	0.5	0,423	0,564	0,705	0,847
	0.75	0,622	0,764	0,906	1,049
	1	0,820	0,962	1,105	1,249

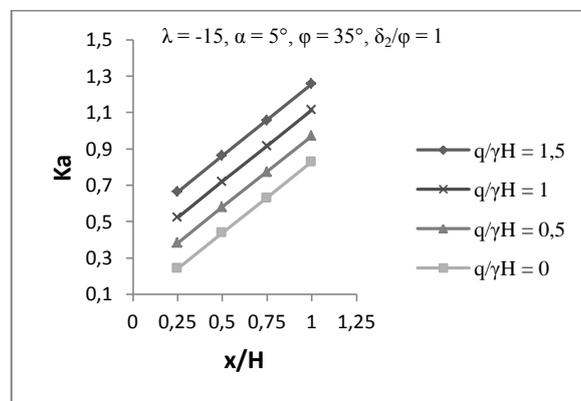
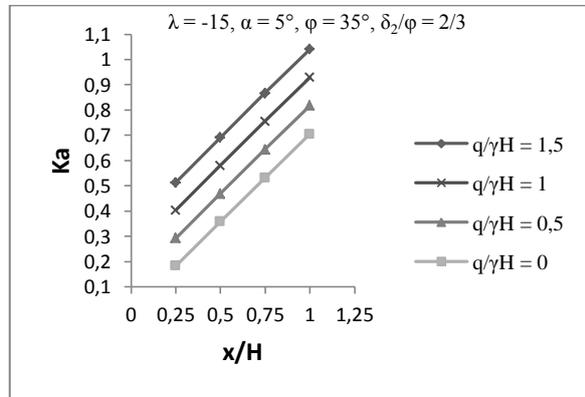
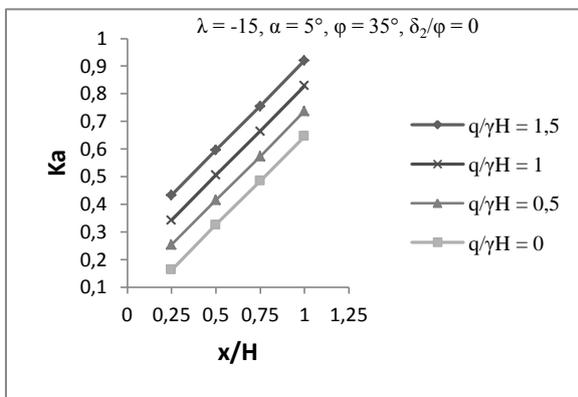


Figures C.21 :  $K_a$  pour un sol sableux moyennement dense ( $\lambda = -10, \alpha = 10^\circ$ )

9)  $\lambda = -15^\circ, \alpha = 5^\circ$  :

Tableau C.22 : Valeur de  $K_a$  pour un sol sableux moyennement dense ( $\lambda = -15, \alpha = 5^\circ$ )

$\delta_2/\varphi$	$x/H$	$q/\gamma H = 0$	$q/\gamma H = 0.5$	$q/\gamma H = 1$	$q/\gamma H = 1.5$
0	0.25	0,163	0,253	0,343	0,433
	0.5	0,325	0,415	0,505	0,596
	0.75	0,484	0,574	0,664	0,755
	1	0,646	0,737	0,829	0,921
2/3	0.25	0,184	0,294	0,404	0,514
	0.5	0,359	0,470	0,581	0,692
	0.75	0,532	0,644	0,756	0,868
	1	0,706	0,818	0,930	1,042
1	0.25	0,243	0,383	0,523	0,664
	0.5	0,439	0,580	0,721	0,863
	0.75	0,631	0,773	0,915	1,058
	1	0,829	0,971	1,114	1,258



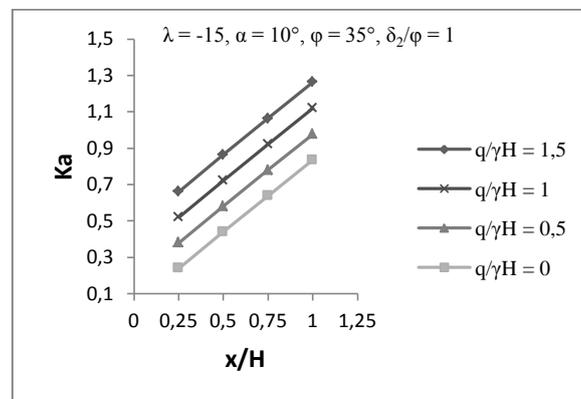
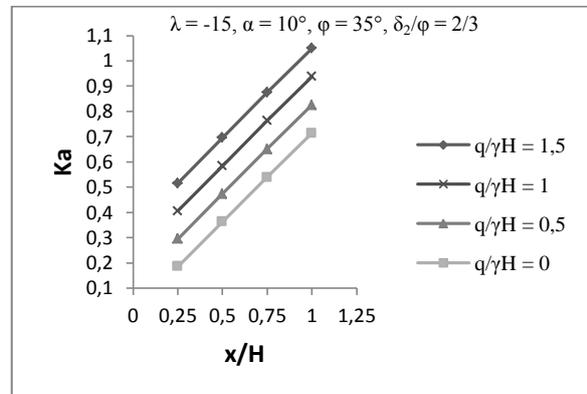
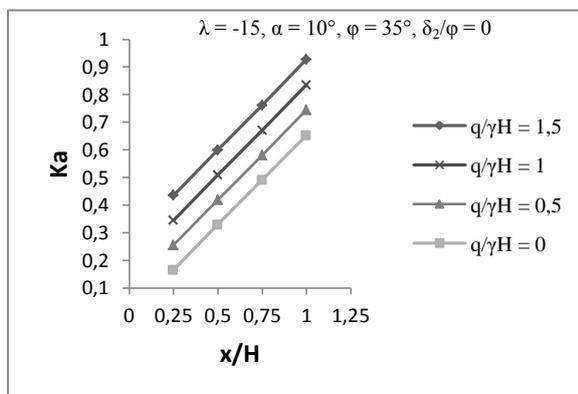
Figures C.22 :  $K_a$  pour un sol sableux moyennement dense ( $\lambda = -15, \alpha = 5^\circ$ )

10)  $\lambda = -15^\circ, \alpha = 10^\circ$  :

Tableau C.23 : Valeur de  $K_a$  pour un sol sableux moyennement dense

( $\lambda = -15, \alpha = 10^\circ$ )

$\delta_2/\varphi$	$x/H$	$q/\gamma H = 0$	$q/\gamma H = 0.5$	$q/\gamma H = 1$	$q/\gamma H = 1.5$
0	0.25	0,166	0,256	0,346	0,436
	0.5	0,329	0,419	0,509	0,600
	0.75	0,491	0,581	0,671	0,762
	1	0,653	0,744	0,836	0,928
2/3	0.25	0,186	0,296	0,406	0,516
	0.5	0,363	0,474	0,585	0,696
	0.75	0,539	0,651	0,763	0,875
	1	0,714	0,826	0,938	1,050
1	0.25	0,240	0,380	0,520	0,661
	0.5	0,440	0,581	0,722	0,864
	0.75	0,637	0,779	0,921	1,064
	1	0,835	0,977	1,120	1,264

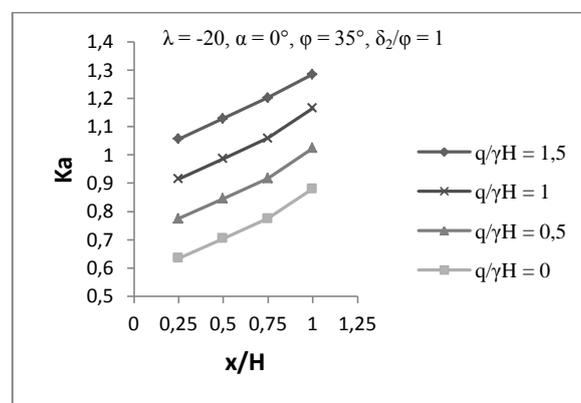
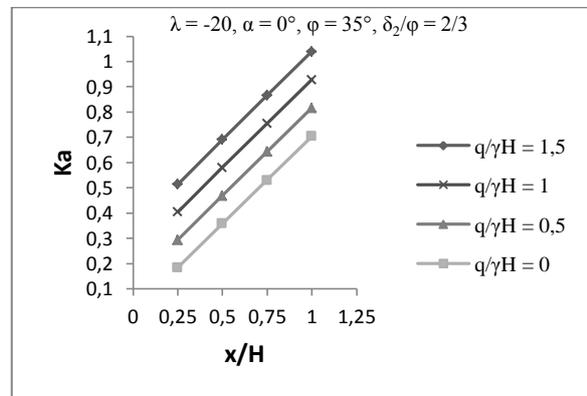
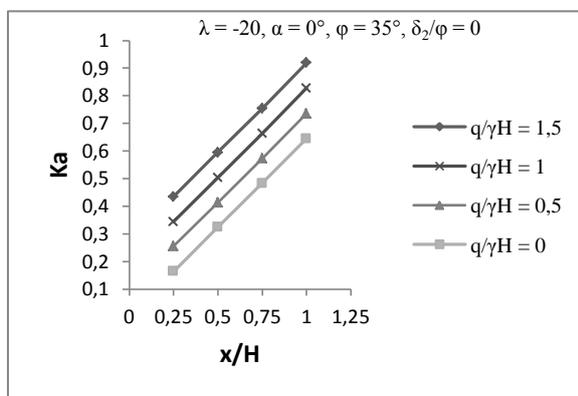


Figures C.23 :  $K_a$  pour un sol sableux moyennement dense ( $\lambda = -15, \alpha = 10^\circ$ )

11)  $\lambda = -20^\circ, \alpha = 0^\circ$  :

Tableau C.24 : Valeur de  $K_a$  pour un sol sableux moyennement dense ( $\lambda = -20, \alpha = 0^\circ$ )

$\delta_2/\varphi$	$x/H$	$q/\gamma H = 0$	$q/\gamma H = 0.5$	$q/\gamma H = 1$	$q/\gamma H = 1.5$
0	0.25	0,165	0,255	0,345	0,435
	0.5	0,324	0,414	0,504	0,595
	0.75	0,483	0,573	0,663	0,754
	1	0,645	0,736	0,828	0,920
2/3	0.25	0,185	0,295	0,405	0,515
	0.5	0,359	0,470	0,581	0,692
	0.75	0,531	0,643	0,755	0,867
	1	0,705	0,817	0,929	1,041
1	0.25	0,635	0,775	0,915	1,056
	0.5	0,705	0,846	0,987	1,129
	0.75	0,775	0,917	1,059	1,202
	1	0,889	1,031	1,174	1,318

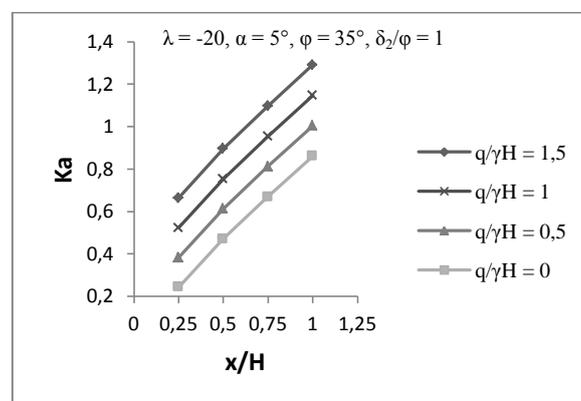
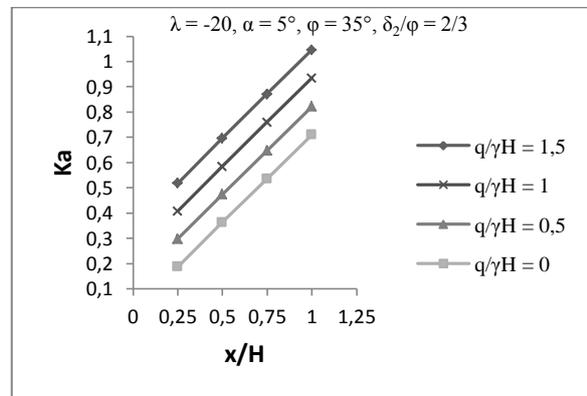
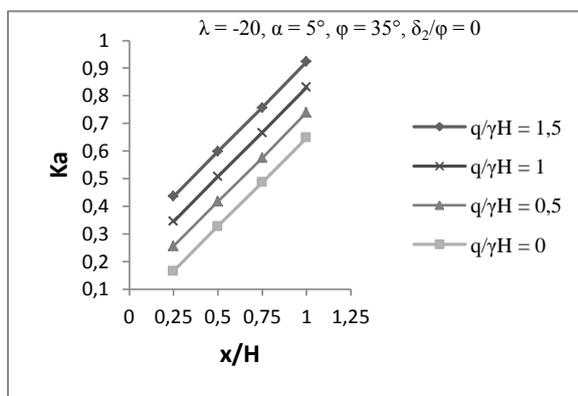


Figures C.24 :  $K_a$  pour un sol sableux moyennement dense ( $\lambda = -20, \alpha = 0^\circ$ )

12)  $\lambda = -20^\circ, \alpha = 5^\circ$  :

Tableau C.25 : Valeur de  $K_a$  pour un sol sableux moyennement dense ( $\lambda = -20, \alpha = 5^\circ$ )

$\delta_2/\varphi$	$x/H$	$q/\gamma H = 0$	$q/\gamma H = 0.5$	$q/\gamma H = 1$	$q/\gamma H = 1.5$
0	0.25	0,166	0,256	0,346	0,436
	0.5	0,327	0,417	0,507	0,598
	0.75	0,486	0,576	0,666	0,757
	1	0,648	0,739	0,831	0,923
2/3	0.25	0,189	0,299	0,409	0,519
	0.5	0,364	0,475	0,586	0,697
	0.75	0,536	0,648	0,760	0,872
	1	0,711	0,823	0,935	1,047
1	0.25	0,244	0,384	0,524	0,665
	0.5	0,472	0,613	0,754	0,896
	0.75	0,670	0,812	0,954	1,097
	1	0,862	1,004	1,147	1,291



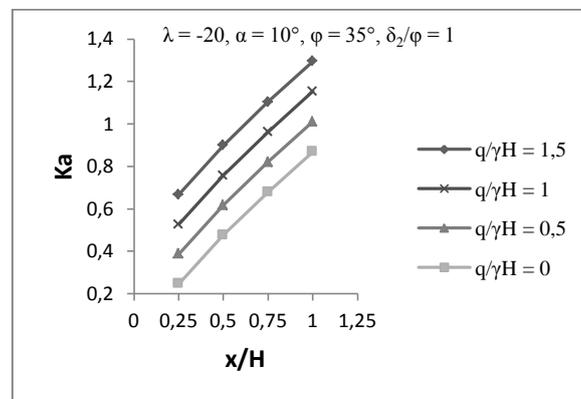
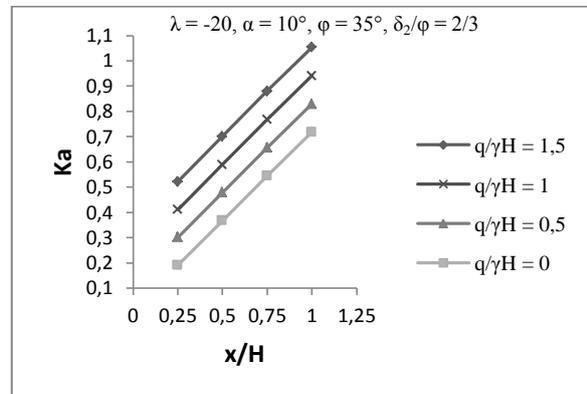
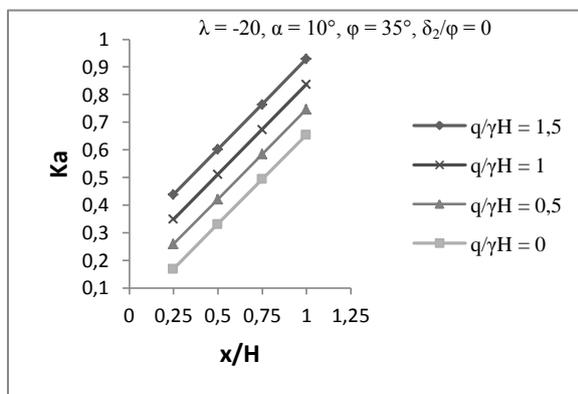
Figures C.25 :  $K_a$  pour un sol sableux moyennement dense ( $\lambda = -20, \alpha = 5^\circ$ )

13)  $\lambda = -20^\circ, \alpha = 10^\circ$  :

Tableau C.26 : Valeur de  $K_a$  pour un sol sableux moyennement dense

( $\lambda = -20, \alpha = 10^\circ$ )

$\delta_2/\varphi$	$x/H$	$q/\gamma H = 0$	$q/\gamma H = 0.5$	$q/\gamma H = 1$	$q/\gamma H = 1.5$
0	0.25	0,169	0,259	0,349	0,439
	0.5	0,331	0,421	0,511	0,602
	0.75	0,494	0,584	0,674	0,765
	1	0,655	0,746	0,838	0,930
2/3	0.25	0,192	0,302	0,412	0,522
	0.5	0,368	0,479	0,590	0,701
	0.75	0,544	0,656	0,768	0,880
	1	0,718	0,830	0,942	1,054
1	0.25	0,247	0,387	0,527	0,667
	0.5	0,476	0,617	0,758	0,899
	0.75	0,678	0,820	0,962	1,104
	1	0,869	1,011	1,153	1,295



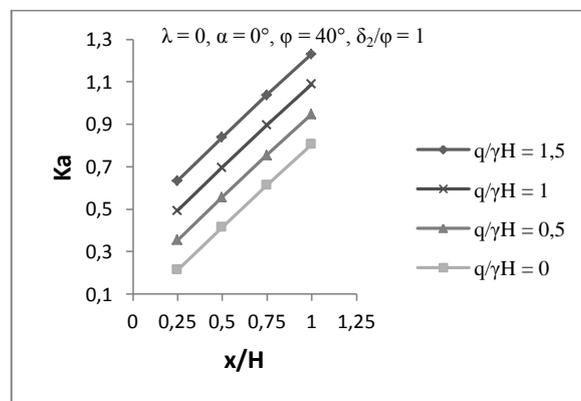
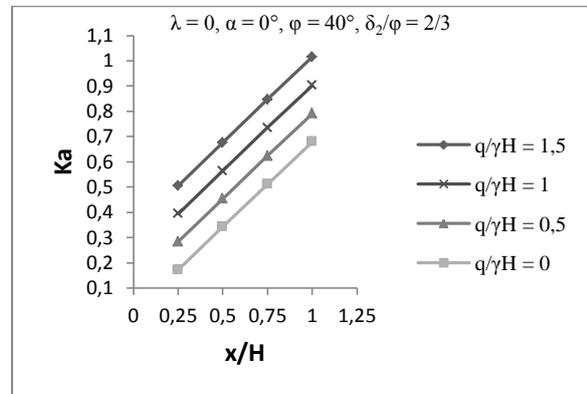
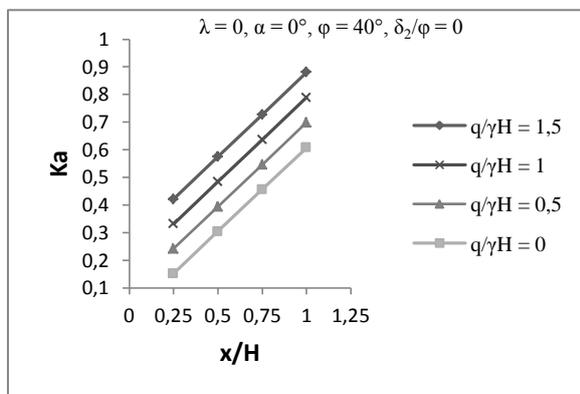
Figures C.26 :  $K_a$  pour un sol sableux moyennement dense ( $\lambda = -20, \alpha = 10^\circ$ )

C-3/ Sol sableux dense :

1)  $\lambda = 0^\circ, \alpha = 0^\circ$  :

Tableau C.27 : Valeur de  $K_a$  pour un sol sableux dense ( $\lambda = 0^\circ, \alpha = 0^\circ$ )

$\delta_2/\varphi$	x/H	$q/\gamma H = 0$	$q/\gamma H = 0.5$	$q/\gamma H = 1$	$q/\gamma H = 1.5$
0	0.25	0,152	0,242	0,332	0,422
	0.5	0,304	0,394	0,484	0,575
	0.75	0,456	0,546	0,636	0,727
	1	0,608	0,699	0,790	0,881
2/3	0.25	0,173	0,284	0,395	0,506
	0.5	0,343	0,454	0,565	0,676
	0.75	0,511	0,623	0,735	0,847
	1	0,679	0,791	0,903	1,015
1	0.25	0,215	0,355	0,495	0,635
	0.5	0,416	0,557	0,698	0,839
	0.75	0,613	0,755	0,897	1,039
	1	0,806	0,948	1,090	1,232

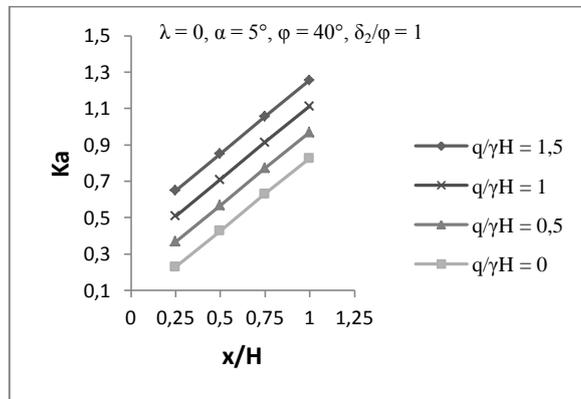
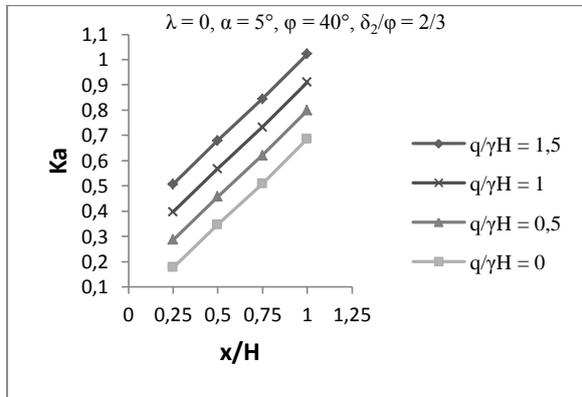
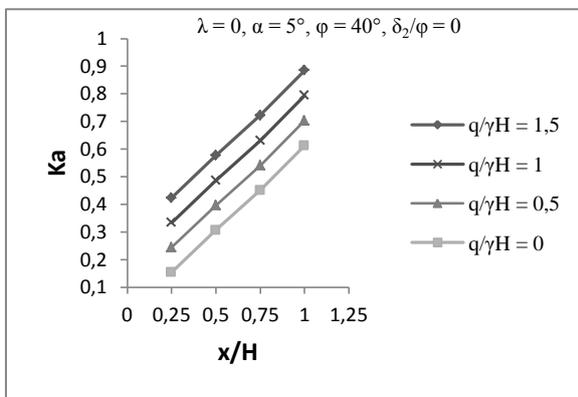


Figures C.27 :  $K_a$  pour un sol sableux dense ( $\lambda = 0^\circ, \alpha = 0^\circ$ )

2)  $\lambda = 0^\circ, \alpha = 5^\circ$  :

Tableau C.28 : Valeur de  $K_a$  pour un sol sableux dense ( $\lambda = 0^\circ, \alpha = 5^\circ$ )

$\delta_2/\varphi$	$x/H$	$q/\gamma H = 0$	$q/\gamma H = 0.5$	$q/\gamma H = 1$	$q/\gamma H = 1.5$
0	0.25	0,154	0,244	0,334	0,424
	0.5	0,306	0,396	0,486	0,577
	0.75	0,451	0,541	0,631	0,722
	1	0,612	0,703	0,794	0,885
2/3	0.25	0,178	0,288	0,398	0,508
	0.5	0,347	0,458	0,569	0,680
	0.75	0,509	0,621	0,733	0,845
	1	0,687	0,799	0,911	1,023
1	0.25	0,229	0,369	0,509	0,649
	0.5	0,427	0,568	0,709	0,851
	0.75	0,630	0,772	0,914	1,056
	1	0,827	0,970	1,113	1,256

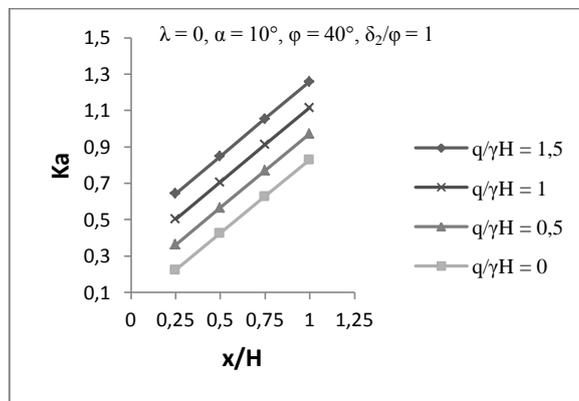
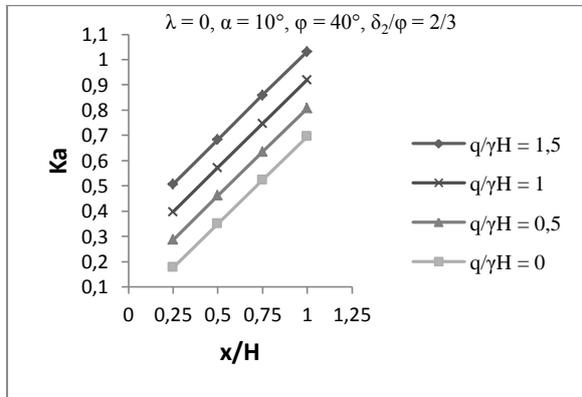
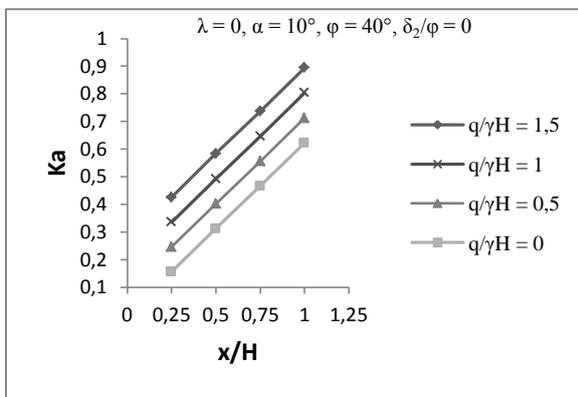


Figures C.28 :  $K_a$  pour un sol sableux dense ( $\lambda = 0^\circ, \alpha = 5^\circ$ )

3)  $\lambda = 0^\circ, \alpha = 10^\circ$  :

Tableau C.29 : Valeur de  $K_a$  pour un sol sableux dense ( $\lambda = 0^\circ, \alpha = 10^\circ$ )

$\delta_2/\varphi$	$x/H$	$q/\gamma H = 0$	$q/\gamma H = 0.5$	$q/\gamma H = 1$	$q/\gamma H = 1.5$
0	0.25	0,156	0,246	0,336	0,426
	0.5	0,312	0,402	0,492	0,583
	0.75	0,466	0,556	0,646	0,737
	1	0,622	0,713	0,804	0,895
2/3	0.25	0,178	0,288	0,398	0,508
	0.5	0,351	0,462	0,573	0,684
	0.75	0,523	0,635	0,747	0,859
	1	0,696	0,808	0,920	1,032
1	0.25	0,223	0,363	0,503	0,643
	0.5	0,425	0,566	0,707	0,849
	0.75	0,628	0,770	0,912	1,054
	1	0,830	0,973	1,116	1,259

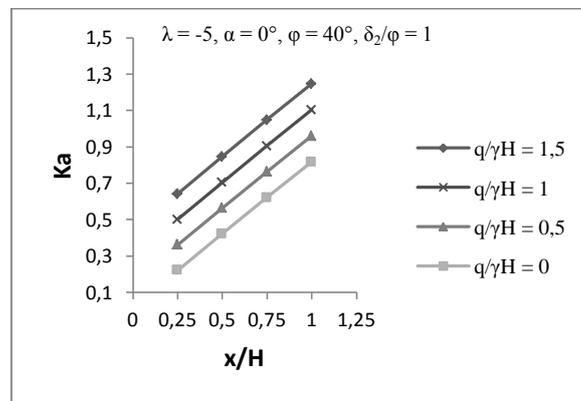
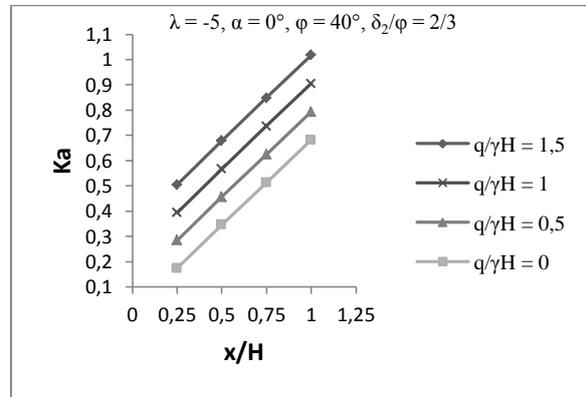
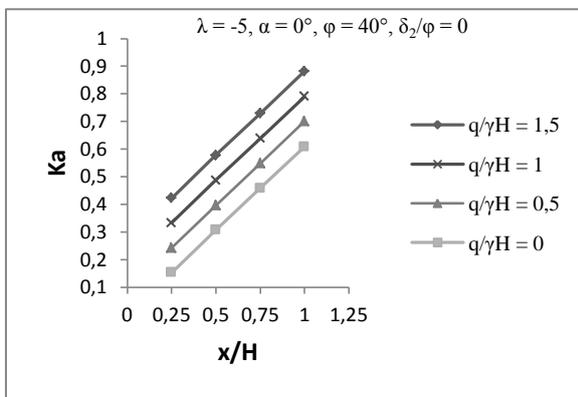


Figures C.29 :  $K_a$  pour un sol sableux dense ( $\lambda = 0^\circ, \alpha = 10^\circ$ )

4)  $\lambda = -5^\circ, \alpha = 0^\circ$  :

Tableau C.30 : Valeur de  $K_a$  pour un sol sableux dense ( $\lambda = -5^\circ, \alpha = 0^\circ$ )

$\delta_2/\varphi$	$x/H$	$q/\gamma H = 0$	$q/\gamma H = 0.5$	$q/\gamma H = 1$	$q/\gamma H = 1.5$
0	0.25	0,153	0,243	0,333	0,423
	0.5	0,307	0,397	0,487	0,578
	0.75	0,458	0,548	0,638	0,729
	1	0,609	0,700	0,791	0,882
2/3	0.25	0,175	0,285	0,395	0,505
	0.5	0,346	0,457	0,568	0,679
	0.75	0,513	0,625	0,737	0,849
	1	0,682	0,794	0,906	1,018
1	0.25	0,222	0,362	0,502	0,642
	0.5	0,423	0,564	0,705	0,847
	0.75	0,622	0,764	0,906	1,048
	1	0,818	0,961	1,104	1,247

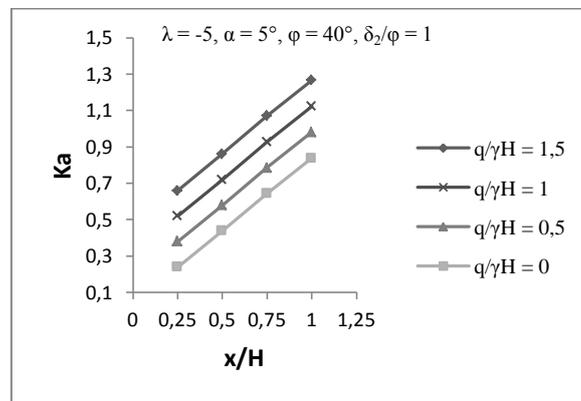
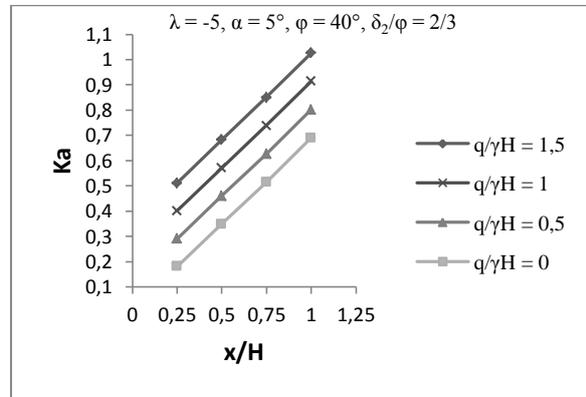
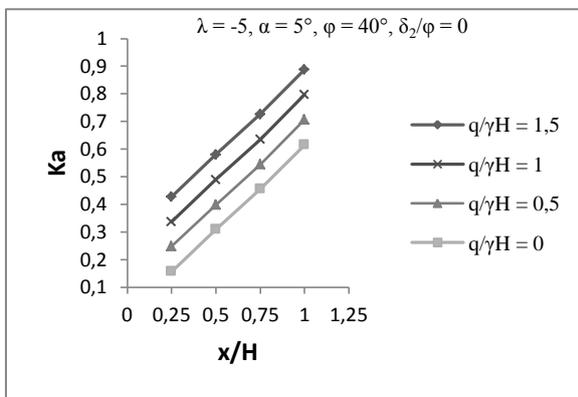


Figures C.30 :  $K_a$  pour un sol sableux dense ( $\lambda = -5^\circ, \alpha = 0^\circ$ )

5)  $\lambda = -5^\circ, \alpha = 5^\circ$  :

Tableau C.31 : Valeur de  $K_a$  pour un sol sableux dense ( $\lambda = -5^\circ, \alpha = 5^\circ$ )

$\delta_2/\varphi$	$x/H$	$q/\gamma H = 0$	$q/\gamma H = 0.5$	$q/\gamma H = 1$	$q/\gamma H = 1.5$
0	0.25	0,157	0,247	0,337	0,427
	0.5	0,309	0,399	0,489	0,580
	0.75	0,455	0,545	0,635	0,726
	1	0,615	0,706	0,797	0,888
2/3	0.25	0,182	0,292	0,402	0,512
	0.5	0,350	0,461	0,572	0,683
	0.75	0,515	0,627	0,739	0,851
	1	0,691	0,803	0,915	1,027
1	0.25	0,240	0,380	0,520	0,660
	0.5	0,438	0,579	0,720	0,862
	0.75	0,644	0,786	0,928	1,070
	1	0,838	0,981	1,124	1,267

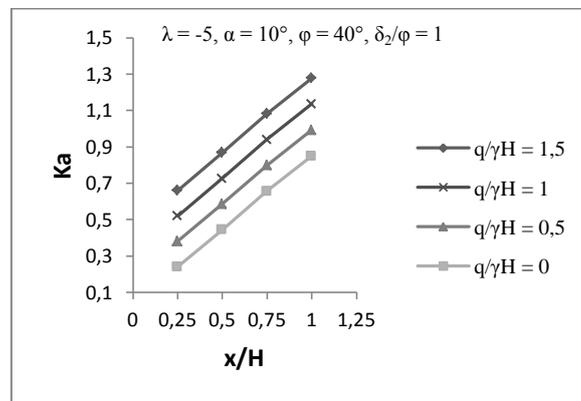
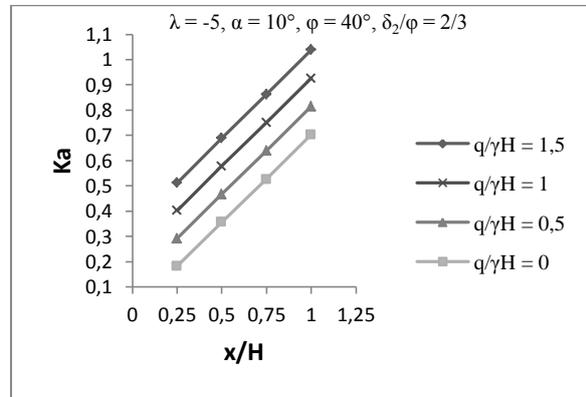
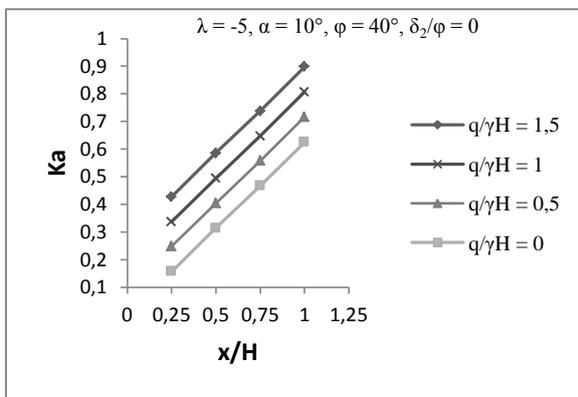


Figures C.31 :  $K_a$  pour un sol sableux dense ( $\lambda = -5^\circ, \alpha = 5^\circ$ )

6)  $\lambda = -5^\circ, \alpha = 10^\circ$  :

Tableau C.32 : Valeur de  $K_a$  pour un sol sableux dense ( $\lambda = -5^\circ, \alpha = 10^\circ$ )

$\delta_2/\varphi$	$x/H$	$q/\gamma H = 0$	$q/\gamma H = 0.5$	$q/\gamma H = 1$	$q/\gamma H = 1.5$
0	0.25	0,157	0,247	0,337	0,427
	0.5	0,314	0,404	0,494	0,585
	0.75	0,467	0,557	0,647	0,738
	1	0,625	0,716	0,807	0,898
2/3	0.25	0,183	0,293	0,403	0,513
	0.5	0,357	0,468	0,579	0,690
	0.75	0,527	0,639	0,751	0,863
	1	0,703	0,815	0,927	1,039
1	0.25	0,241	0,381	0,521	0,661
	0.5	0,445	0,586	0,727	0,869
	0.75	0,656	0,798	0,940	1,082
	1	0,850	0,993	1,136	1,279

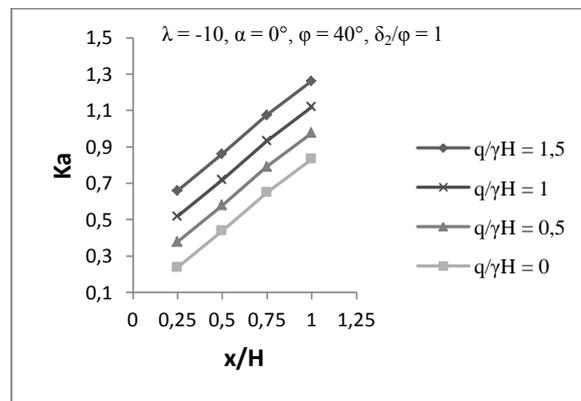
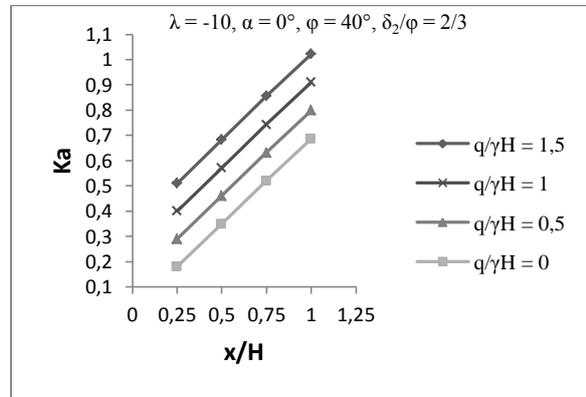
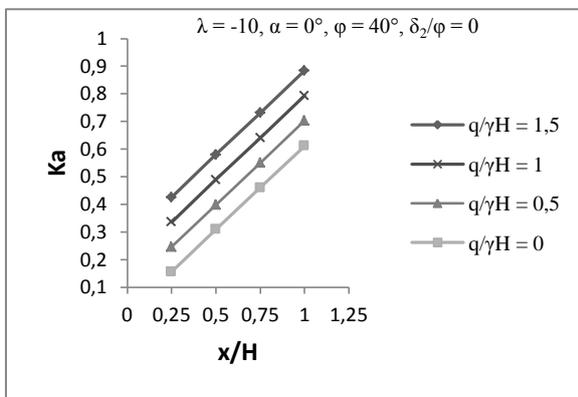


Figures C.32 :  $K_a$  pour un sol sableux dense ( $\lambda = -5^\circ, \alpha = 10^\circ$ )

7)  $\lambda = -10^\circ, \alpha = 0^\circ$  :

Tableau C.33 : Valeur de  $K_a$  pour un sol sableux dense ( $\lambda = -10^\circ, \alpha = 0^\circ$ )

$\delta_2/\varphi$	$x/H$	$q/\gamma H = 0$	$q/\gamma H = 0.5$	$q/\gamma H = 1$	$q/\gamma H = 1.5$
0	0.25	0,156	0,246	0,336	0,426
	0.5	0,309	0,399	0,489	0,580
	0.75	0,460	0,550	0,640	0,731
	1	0,611	0,702	0,793	0,884
2/3	0.25	0,181	0,291	0,401	0,511
	0.5	0,350	0,461	0,572	0,683
	0.75	0,520	0,632	0,744	0,856
	1	0,687	0,799	0,911	1,023
1	0.25	0,239	0,379	0,519	0,659
	0.5	0,438	0,579	0,720	0,862
	0.75	0,649	0,791	0,933	1,075
	1	0,834	0,977	1,120	1,263

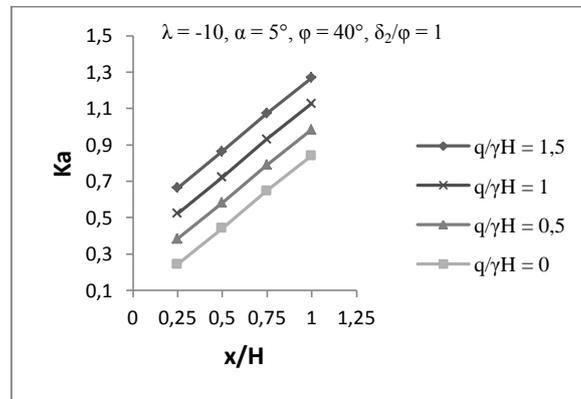
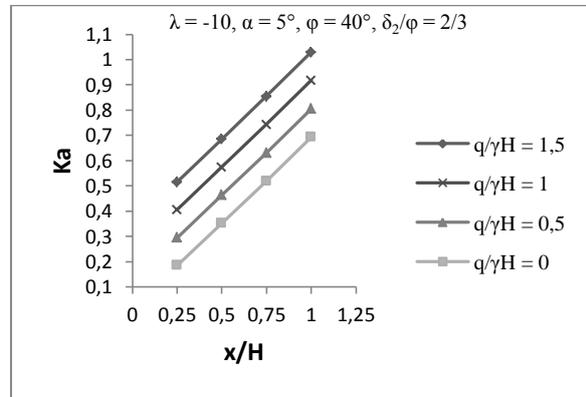
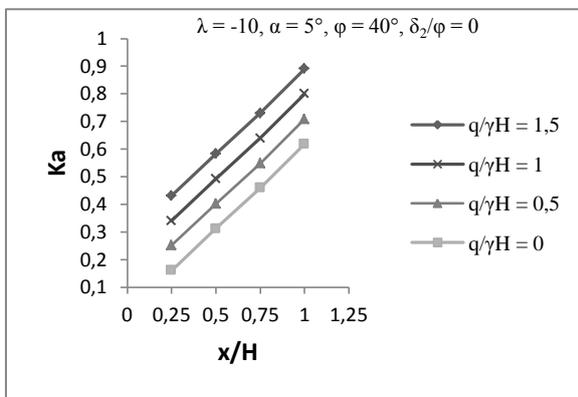


Figures C.33 :  $K_a$  pour un sol sableux dense ( $\lambda = -10^\circ, \alpha = 0^\circ$ )

8)  $\lambda = -10^\circ, \alpha = 5^\circ$  :

Tableau C.34 : Valeur de  $K_a$  pour un sol sableux dense ( $\lambda = -10^\circ, \alpha = 5^\circ$ )

$\delta_2/\varphi$	$x/H$	$q/\gamma H = 0$	$q/\gamma H = 0.5$	$q/\gamma H = 1$	$q/\gamma H = 1.5$
0	0.25	0,161	0,251	0,341	0,431
	0.5	0,312	0,402	0,492	0,583
	0.75	0,459	0,549	0,639	0,730
	1	0,618	0,709	0,800	0,891
2/3	0.25	0,186	0,296	0,406	0,516
	0.5	0,353	0,464	0,575	0,686
	0.75	0,519	0,631	0,743	0,855
	1	0,694	0,806	0,918	1,030
1	0.25	0,244	0,384	0,524	0,664
	0.5	0,441	0,582	0,723	0,865
	0.75	0,648	0,790	0,932	1,074
	1	0,841	0,984	1,127	1,270

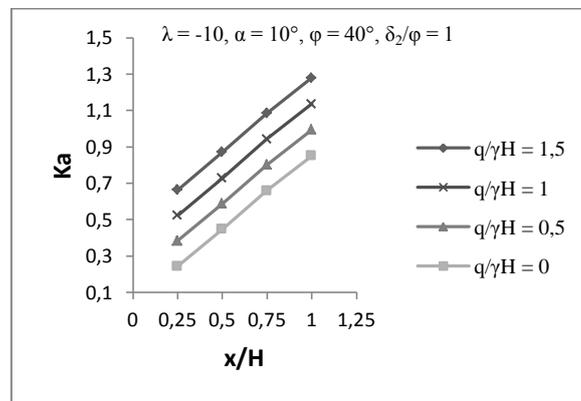
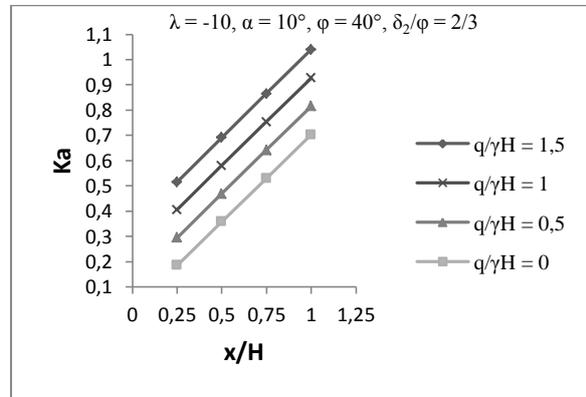
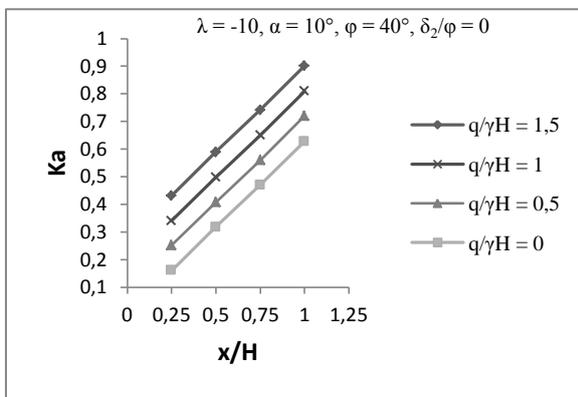


Figures C.34 :  $K_a$  pour un sol sableux dense ( $\lambda = -10^\circ, \alpha = 5^\circ$ )

9)  $\lambda = -10^\circ, \alpha = 10^\circ$  :

Tableau C.35 : Valeur de  $K_a$  pour un sol sableux dense ( $\lambda = -10^\circ, \alpha = 10^\circ$ )

$\delta_2/\varphi$	$x/H$	$q/\gamma H = 0$	$q/\gamma H = 0.5$	$q/\gamma H = 1$	$q/\gamma H = 1.5$
0	0.25	0,161	0,251	0,341	0,431
	0.5	0,318	0,408	0,498	0,589
	0.75	0,470	0,560	0,650	0,741
	1	0,628	0,719	0,810	0,901
2/3	0.25	0,186	0,296	0,406	0,516
	0.5	0,359	0,470	0,581	0,692
	0.75	0,530	0,642	0,754	0,866
	1	0,704	0,816	0,928	1,040
1	0.25	0,244	0,384	0,524	0,664
	0.5	0,447	0,588	0,729	0,871
	0.75	0,659	0,801	0,943	1,085
	1	0,851	0,994	1,137	1,280

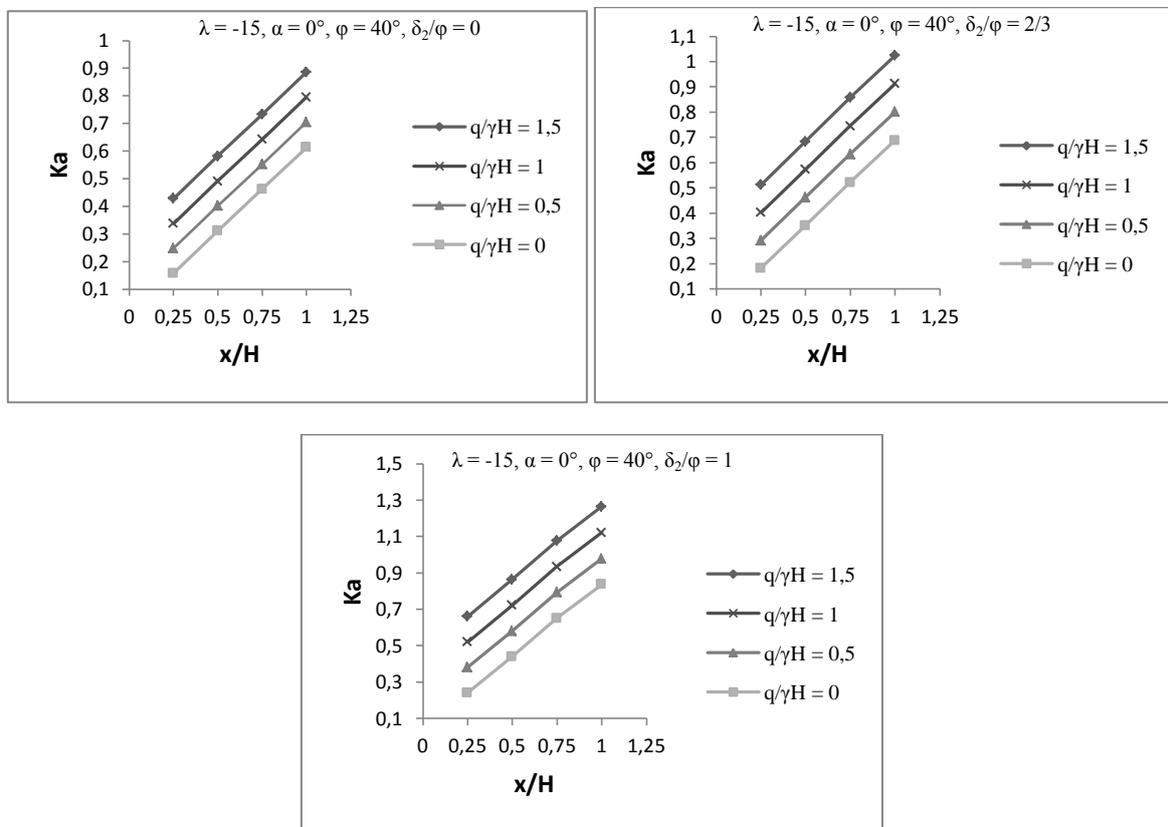


Figures C.35 :  $K_a$  pour un sol sableux dense ( $\lambda = -10^\circ, \alpha = 10^\circ$ )

10)  $\lambda = -15^\circ, \alpha = 0^\circ$  :

Tableau C.36 : Valeur de  $K_a$  pour un sol sableux dense ( $\lambda = -15^\circ, \alpha = 0^\circ$ )

$\delta_2/\varphi$	$x/H$	$q/\gamma H = 0$	$q/\gamma H = 0.5$	$q/\gamma H = 1$	$q/\gamma H = 1.5$
0	0.25	0,158	0,248	0,338	0,428
	0.5	0,311	0,401	0,491	0,582
	0.75	0,462	0,552	0,642	0,733
	1	0,613	0,704	0,795	0,886
2/3	0.25	0,183	0,293	0,403	0,513
	0.5	0,352	0,463	0,574	0,685
	0.75	0,522	0,634	0,746	0,858
	1	0,689	0,801	0,913	1,025
1	0.25	0,241	0,381	0,521	0,661
	0.5	0,440	0,581	0,722	0,864
	0.75	0,651	0,793	0,935	1,077
	1	0,836	0,979	1,122	1,265

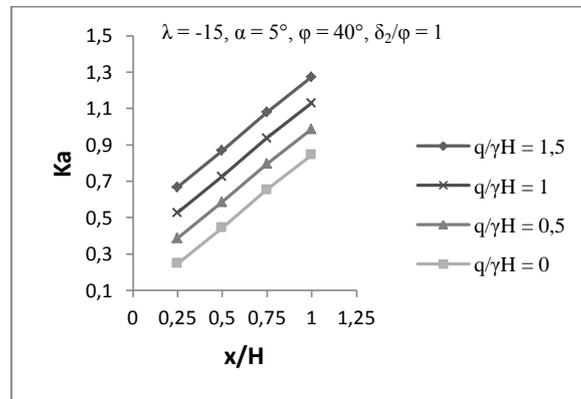
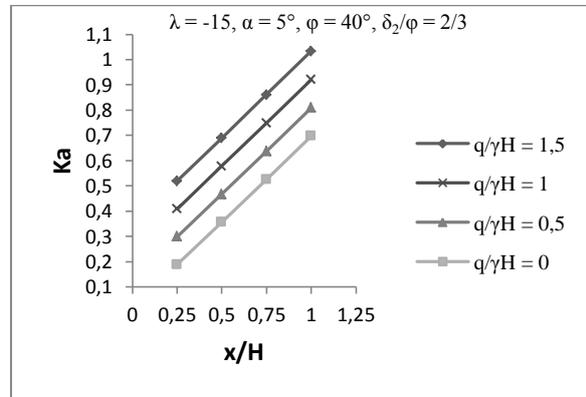
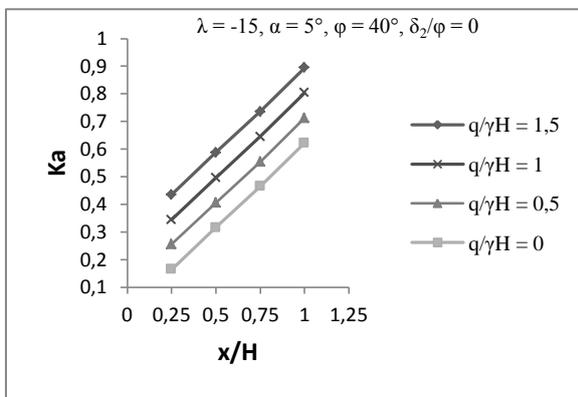


Figures C.36 :  $K_a$  pour un sol sableux dense ( $\lambda = -15^\circ, \alpha = 0^\circ$ )

11)  $\lambda = -15^\circ, \alpha = 5^\circ$  :

Tableau C.37 : Valeur de  $K_a$  pour un sol sableux dense ( $\lambda = -15^\circ, \alpha = 5^\circ$ )

$\delta_2/\varphi$	$x/H$	$q/\gamma H = 0$	$q/\gamma H = 0.5$	$q/\gamma H = 1$	$q/\gamma H = 1.5$
0	0.25	0,165	0,255	0,345	0,435
	0.5	0,316	0,406	0,496	0,587
	0.75	0,465	0,555	0,645	0,736
	1	0,622	0,713	0,804	0,895
2/3	0.25	0,190	0,300	0,410	0,520
	0.5	0,357	0,468	0,579	0,690
	0.75	0,525	0,637	0,749	0,861
	1	0,698	0,810	0,922	1,034
1	0.25	0,248	0,388	0,528	0,668
	0.5	0,445	0,586	0,727	0,869
	0.75	0,654	0,796	0,938	1,080
	1	0,845	0,988	1,131	1,274

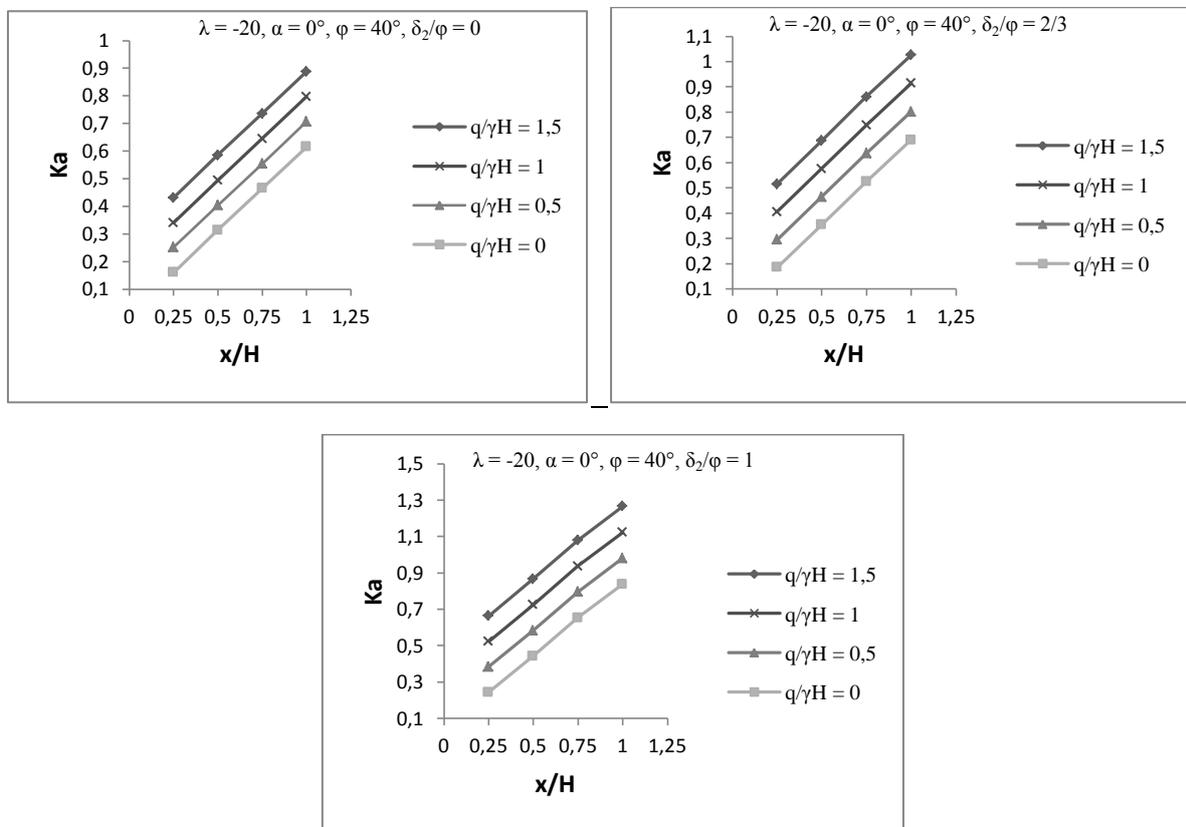


Figures C.37 :  $K_a$  pour un sol sableux dense ( $\lambda = -15^\circ, \alpha = 5^\circ$ )

12)  $\lambda = -20^\circ, \alpha = 0^\circ$  :

Tableau C.38 : Valeur de  $K_a$  pour un sol sableux dense ( $\lambda = -20^\circ, \alpha = 0^\circ$ )

$\delta_2/\varphi$	$x/H$	$q/\gamma H = 0$	$q/\gamma H = 0.5$	$q/\gamma H = 1$	$q/\gamma H = 1.5$
0	0.25	0,161	0,251	0,341	0,431
	0.5	0,314	0,404	0,494	0,585
	0.75	0,465	0,555	0,645	0,736
	1	0,615	0,706	0,797	0,888
2/3	0.25	0,186	0,296	0,406	0,516
	0.5	0,355	0,466	0,577	0,688
	0.75	0,525	0,637	0,749	0,861
	1	0,691	0,803	0,915	1,027
1	0.25	0,244	0,384	0,524	0,664
	0.5	0,443	0,584	0,725	0,867
	0.75	0,654	0,796	0,938	1,080
	1	0,838	0,981	1,124	1,267

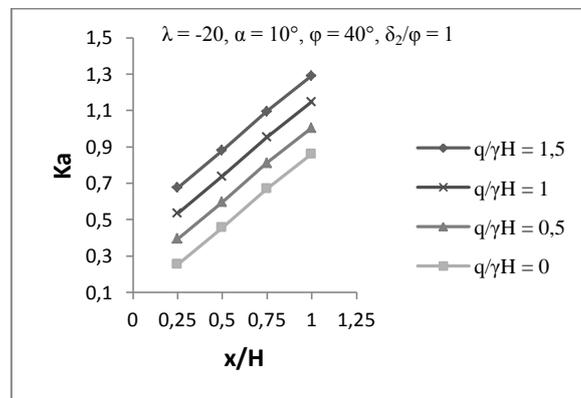
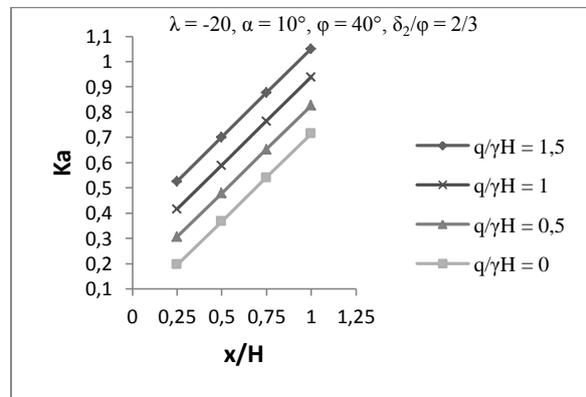
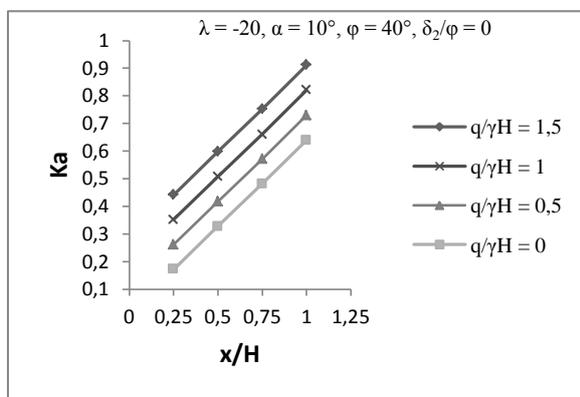


Figures C.38 :  $K_a$  pour un sol sableux dense ( $\lambda = -20^\circ, \alpha = 0^\circ$ )

13)  $\lambda = -20^\circ, \alpha = 10^\circ$  :

Tableau C.39 : Valeur de  $K_a$  pour un sol sableux dense ( $\lambda = -20^\circ, \alpha = 10^\circ$ )

$\delta_2/\varphi$	x/H	$q/\gamma H = 0$	$q/\gamma H = 0.5$	$q/\gamma H = 1$	$q/\gamma H = 1.5$
0	0.25	0,172	0,262	0,352	0,442
	0.5	0,327	0,417	0,507	0,598
	0.75	0,481	0,571	0,661	0,752
	1	0,639	0,730	0,821	0,912
2/3	0.25	0,197	0,307	0,417	0,527
	0.5	0,368	0,479	0,590	0,701
	0.75	0,541	0,653	0,765	0,877
	1	0,715	0,827	0,939	1,051
1	0.25	0,255	0,395	0,535	0,675
	0.5	0,456	0,597	0,738	0,880
	0.75	0,670	0,812	0,954	1,096
	1	0,862	1,005	1,148	1,291



Figures C.39 :  $K_a$  pour un sol sableux dense ( $\lambda = -20^\circ, \alpha = 10^\circ$ )

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

1. Bouafia, A (2009), Calcul pratique des fondations et des soutènements, éditions OPU, 246 pages.
2. Bouafia, A (2009), Conception et calcul des ouvrages géotechniques, éditions pages bleues, 386 pages.
3. Filliat, G (1981), La pratique des sols et fondations, éditions le Moniteur, Paris 1392 pages.
4. Schlosser, F (1990), Ouvrage de soutènement-poussée et butée, éditions Techniques de l'Ingénieur, Traité Construction, réf C242, 16 p.
5. Berga, A (2003), Eléments de mécanique des sols, Centre Universitaire de Béchar.
6. Philipponnat, G et Hubert, B (1998), Fondations et ouvrages en terres, éditions Eyrolles, 548 pages.
7. Songlérat, G et Costet, J (1981), Cours pratique de mécanique des sols, Tome 1, éditions Dunod, 285 pages.
8. Vossoughi, K (2001), Etude numérique du comportement des soutènements à la rupture, these de doctorat, Ecole Central Paris.
9. Plumelle, C (2002), Action du sol sur un écran – chapitre 14, édition Cnam-Paris-Géotechnique.
10. Mahé, A (1986), Calcul des massifs en plasticité parfaite, Polycopie du cours de DEA, Ecole Nationale Supérieure de Mécanique, Université de Nantes.
11. Robert W, Day, Geotechnical Earthquake Engineering Handbook.

12. Bouafia, A (2010), Introduction à la dynamique des sols, Tome 02, Calcul dynamique des ouvrages géotechniques.
13. M, Dysli (1993), Compléments aux cours polycopiés de technologie et de mécanique du sol « Ecole Polytechnique Fédérale de LAUSANNE », p 54-57.
14. L,Li (2001), Cours 4 : Ouvrages de soutènement « Ecole de technologie supérieure, Université du Québec ».
15. M.Bouali, M.Sid, M.Mellas (2010), Analyse numérique de la distribution de Pression Passive d'un écran de soutènement Rigide soumis à une translation et une rotation en tête, European Journal of Scientific Research, p 316-325.
16. D.Criado (2009), Introduction à l'Eurocode 8 partie 5 « Ouvrages de soutènement des terres – LCPC ; Journal Géotechnique », p21-26
17. Bouafia. A, Modélisation physique en géotechnique, Cours de poste graduation.
18. Bouafia. A, Moukrani L (1987) Calcul de la charge verticale limite au bord d'un talus, mémoire de mini-projet de recherche sur les méthodes numériques appliquées au calcul des massifs en plasticité parfaite, Ecole Centrale de Nante, France.