

UNIVERSITE DE BLIDA 1

Faculté des Sciences de l'Ingénieur

Département d'Electronique

MEMOIRE DE MAGISTER

Spécialité : Signaux et Systèmes

CONTRIBUTION AU DEVELOPPEMENT D'UN SYSTEME INTELLIGENT DE

GESTION DU TRAFIC DE VEHICULES

Par

sofiane FISLI

Devant le jury composé de :

Mr. H. SALHI	Professeur, U.de Blida	Président
Mr. M.OULDZMIRLI	Maître de conférences U. de Medea	Examineur
Mr. Z.BENSLAMA	Maître de conférences, U.de Blida	Examineur
Mr. H.TEBBIKH	Professeur, U.de Guelma	Promoteur
Mr. A.GUESSOUM	Professeur, U.de Blida	Co-Promoteur

Blida,2016

RESUME

Le problème de gestion du système de trafic routier date des années trente, depuis différents modèles et techniques pour optimiser les feux de circulation pour différentes intersections (isolées, interconnectées) ont été proposés.

En parallèle la théorie des systèmes dynamiques hybrides a été développée pour les systèmes qui se constituent de deux types de variables : continue et discrète.

Dans ce travail, nous étudions le phénomène de la file d'attente dans une intersection urbaine en utilisant le modèle à fluide stochastique pour représenter le système tout en rapprochant son comportement à un système stochastique hybride, on utilise un automate hybride stochastique pour modéliser une intersection signalisée puis la technique d'analyse des perturbations infinitésimales pour optimiser les feux de trafic dans le but de minimiser la file d'attente.

Mots-clés : Trafic routier, système stochastique hybride, système à flux stochastique, analyse des perturbations infinitésimales.

ملخص

مشكلة تسيير نظام حركة المرور تعود الى الثلاثينات من القرن الماضي ، منذ ذلك الحين عدة نماذج وتقنيات قد طورت للحد من الازدحام في التقاطعات المنعزلة والموصولة ببعضها.

في المقابل تم تطوير نظرية الأنظمة الهجينة لتلك الأنظمة التي تتكون من نوعين من المتغيرات :مستمرة ومنقطعة ،للإشارة فان الحركة المرورية في تقاطع مزود بإشارات ضوئية توصف بالغير متجانسة بسبب طبيعة تطور طوابير انتظار السيارات التي تكون مستمرة في حين ان طبيعة تناوب الإشارات الضوئية تكون منقطعة.

في هذا العمل ندرس ظاهرة طابور الانتظار في التقاطعات الحضرية مستخدمين الأنظمة العشوائية الهجينة، ونستعمل نماذج مستوحاة من نظرية الأنظمة الهجينة لنمذجة النظام مما سيسمح لنا باستخدام نظرية تحليل الاضطرابات لوضع خوارزميات مناسبة للتقليل من وقت انتظار السيارات خاصة في اوقات الذروة.

ABSTRACT

The problem of managing road traffic system dates back to the thirties. Since there, different models and solution approaches to optimize traffic light phases for different network configuration (isolated intersections, coordinated intersections, and so on) have been proposed.

In parallel, it has been developed the theory of hybrid system, of those systems characterized by two kinds of variables: discrete event and continuous variables.

In this work we view a single intersection as stochastic hybrid system and we develop a stochastic flow model for it, we use the standard definition of stochastic hybrid automata for modeling the system, we then use infinitesimal perturbation analysis to optimize the traffic light with the objective of minimizing the queue length.

We compare the performances of the infinitesimal perturbation analysis approach with fixed traffic light strategy.

Keywords: Traffic light control, stochastic hybrid system, stochastic flow model, infinitesimal perturbation analysis.

Remerciement

Que dieu le tout puissant soit glorifié pour m'avoir donné le courage, la patience et la persistance pour aboutir et mener à terme mon travail.

Je tiens en premier lieu à remercier la Directeur du laboratoire d'automatique et informatique de Guelma, le professeur Tebbikh Hicham pour avoir accepté de m'encadrer et de m'avoir permis d'évoluer pendant toute cette période dans un environnement scientifique en profitant d'une grande liberté dans l'orientation de mon travail aussi bien sur le plan scientifique que sur le plan humain, je le remercie pour sa disponibilité et son écoute.

J'exprime ma gratitude a Monsieur le Professeur Guessoum Abderrazak, qui accepté de co-encadrer ce travail. Ses remarques fructueuses et très précieux conseils m'ont permis d'accomplir ce travail.

Je souhaite également remercier toute l'équipe, qui a contribué de près ou de loin à l'aboutissement de mon travail je pense particulièrement à mon ami Dafri Mourad.

Je remercie vivement l'ensemble des membres du jury, qui ont accepté de juger et de porter des critiques constructives à mon travail.

Parce qu'ils représentent tant pour moi, et en raison de leurs soutient, je profite pour remercier mes parents et toute ma famille, pour leur écoute.

je tiens à dédier ce travail tout particulièrement a ma femme, sa compréhension, sa patience et ces encouragement dans les moments délicats m'ont permis de surmonter toutes les difficultés rencontrés .

Je dédie ce travail à mes enfants Safa et Anis.

TABLE DES MATIERES

RESUME	1
REMERCIEMENTS	4
TABLE DES MATIERES	5
LISTE DES ILLUSTRATIONS, GRAPHIQUES ET TABLEAUX	8
INTRODUCTION GENERALE.....	10
CHAPITRE 1 : LA MODELISATION ET LA GESTION DU TRAFIC ROUTIER	13
1.1 Introduction	13
1.2 Etat de l'art sur la modélisation du Trafic Urbain	14
1.3 Modélisation du Trafic Urbain	15
1.3.1 Modèles microscopiques	15
1.3.1.1 Approches de représentation des modèles microscopiques	15
1.3.1.2 Variable microscopique du trafic	16
1.3.2 Modèles mésoscopiques	18
1.3.3 Modèles macroscopiques.....	19
1.3.3.1 Modèles du premier ordre	19
1.3.3.2 Modèles d'ordre supérieur	22
1.3.3.3 Variable macroscopique du trafic.....	22
1.4 Instruments de mesure du trafic	24
1.4.1 Systèmes de traitement d'image	25
1.4.2 Tubes pneumatiques	26
1.4.3 Global Positioning System (GPS).....	27
1.4.4 Technologies RFID	28
1.4.5 Capteurs à boucles inductives	28
1.5 Modélisation et commande d'une intersection	30
1.6 Conclusion	33
CHAPITRE 2 : MODELISATION DES SYSTEMES DYNAMIQUES HYBRIDES PAR LES AUTOMATES STOCHASTIQUES HYBRIDES	35

2.1 Introduction	35
2.2 Classes de phénomènes hybrides	36
2.2.1 Les commutations autonomes.....	36
2.2.2 Les commutations contrôlées.....	37
2.3 Modélisation des systèmes dynamiques hybrides	37
2.3.1 Approche continu / discret	37
2.3.2 Approche discret / continu	38
2.3.3 Approche mixte	38
2.4 L'automate hybride	38
2.4.1 Automate à états finis	39
2.4.2 Automate hybride déterministe	40
2.4.2.1 Définition	40
2.4.2.2 Exemple illustratif	41
2.4.3 Automate hybride non- déterministe	43
2.4.3.1 Définition.....	43
2.4.3.2 Exemple illustratif	44
2.5 Systèmes stochastiques hybrides	44
2.5.1 Préliminaires	44
2.5.2 Système à flux stochastique	46
2.6 Analyse de sensibilité	48
2.6.1 La méthode d'analyse des perturbations	48
2.6.2 Principe de l'analyse des perturbations	49
2.6.3 Analyse des perturbations infinitésimale	51
2.6.4 Utilisation des IPA dans les SSH	52
2.6.5 Analyse des perturbations infinitésimale appliquée à l'optimisation ...	53
2.7 Conclusion	53
CHAPITRE 3 : MODELISATION DE L'ECOULEMENT DE TRAFIC PAR LES SYSTEMES STOCHASTIQUES HYBRIDES.....	55
3.1 Introduction	55

3.2	Description d'un tronçon avec feux de signalisation	56
3.3	Modélisation d'un tronçon avec feux de signalisation	56
3.4	Modélisation d'une intersection avec feux de signalisation	60
3.5	Les caractéristiques de débit à une intersection signalisée	63
3.5.1	Processus d'arrivée à une intersection signalisée	63
3.5.2	Processus de départ à une intersection signalisée	66
3.6	Simulation de la file d'attente d'une intersection signalisée	67
3.7	Conclusion	71
CHAPITRE 4 : OPTIMISATION DE LA GESTION D'UNE INTERSECTION PAR L'ANALYSE DES PERTURBATIONS INFINITESIMALES		73
4.1	Introduction	73
4.2	Principe de base de l'IPA	73
4.3	L'IPA appliquée à une intersection en croix signalisée	77
4.4	Etude des trajectoires	79
4.5	Dérivées des états	80
4.6	Dérivée des événements	81
4.6.1	Événements endogènes	81
4.6.2	Événements exogènes	84
4.7	Dérivée du coût total	84
4.8	Résultats de simulation	85
4.8.1	Effet du poids	86
4.8.2	Effet du débit	88
4.8.3	Adaptativité du contrôle	89
4.9	Conclusion	91
CONCLUSION GENERALE		92
LISTE DES SYMBOLES		94
REFERENCES		96

LISTE DES ILLUSTRATIONS, GRAPHIQUES ET TABLEAUX

Figure 1.1 L'écart du temps inter-véhiculaire.

Figure 1.2 Section de la route.

Figure 1.3 Diagramme fondamental.

Figure 1.4 Le système utilisé par l'équipe du LAIG au niveau d'un carrefour à Guelma.

Figure 1.5 Les technologies RFID utilisées dans le trafic routier.

Figure 1.6 capteurs à boucles inductives.

Figure 1.7 Intersection en croix.

Figure 2.1 Commutation a la valeur seuil $x1$.

Figure 2.2 Un automate simple [43].

Figure 2.3 Automate Hybride modélisant un thermostat

Figure 2.4 Automate Hybride non déterministe modélisant le système de chauffage.

Figure 2.5 Automate Hybride non déterministe modélisant le système de gestion du fluide contenu dans le réservoir.

Figure 3.1 Un tronçon routier avec feux,-b- Modèle SFM d'un tronçon routier avec feux.

Figure 3.2 Modèle automate stochastique hybride d'un taçant routier.

Figure 3.3 Modèle automate stochastique hybride d'un taçant routier. d'une capacité finie.

Figure 3.4 Intersection en croix.

Figure 3.5 automate stochastique hybride d'une intersection en croix.

Figure 3.6 Distribution exponentielle des arrivées de véhicules.

Figure 3.7 Débits d'entrée correspondant aux intervalles véhiculaires.

Figure 3.8 Distribution exponentielle des arrivées modifiés de véhicules avec un temps inter-véhiculaire moyen $T=0.25$ s.

Figure 3.9 Débits d'entrée correspondant aux intervalles véhiculaires modifiés.

Figure 3.10 intervalle véhiculaire de départ de véhicules.

Figure 3.11 Évolution des files d'attente (capacité infini).

Figure 3.12 Évolution des files d'attente (capacité fini).

Figure 3.13: Carte illustrant l'intersection étudiée.

Figure 3.14 Évolution des files d'attente (cas réel).

Figure 4.1 évolution de la file d'attente dans une voie.

Figure 4.2 Optimisation des feux par l'IPA.

Figure 4.3 Évolution des files d'attente.

Figure 4.4 Optimisation des feux par l'IPA.

Figure 4.5 : Évolution des files d'attente.

Figure 4.6 : Évolution de la durée du feu avec le changement des débits d'arrivés.

Tableau 3.1 : Données réelles de la voie principale de l'intersection étudiée.

Tableau 4.1 Paramètres du carrefour cas 1.

Tableau 4.2 Paramètres du carrefour cas 2.

INTRODUCTION GENERALE

Parmi les secteurs stratégiques pour le développement d'un pays, on trouve les systèmes de transport et en particulier le trafic routier, qui a toujours joué un rôle très important dans l'économie. Cependant, ils sont devenus problématiques ces dernières décennies avec l'augmentation rapide du nombre de véhicules alors que les infrastructures n'ont pas subi le même développement ce qui a causé l'apparition du phénomène de congestion. En effet, la congestion influe d'une façon négative sur l'économie du pays ainsi que sur la santé des citoyens (par stress, effet négatif sur l'écologie,...).

La congestion du trafic est l'un des problèmes les plus préoccupants du monde moderne, qui désire satisfaire le besoin de mobilité sans entrave. La congestion se produit quand le trafic s'approche de ou dépasse la valeur maximale de la capacité du tronçon / intersection.

Pour faire face à ce phénomène, une première solution consiste à construire des nouvelles infrastructures. Sauf que cette solution s'avère difficile à réaliser dans la plus part des cas, car cela nécessite des moyens financiers importants d'une part et le manque croissant des espaces dans les villes d'autre part. Une autre solution consiste à la commande du trafic qui semble un moyen efficace pour optimiser l'utilisation des infrastructures routières et minimiser les effets du phénomène de congestion.

Ce travail entre dans le cadre d'un projet de recherche du Laboratoire d'Automatique et Informatique de Guelma (LAIG) en collaboration avec Gipsa-Lab de Grenoble qui consiste à développer un système intelligent de gestion du trafic de véhicules dans une agglomération. Son objectif est de modéliser le système de trafic routier, en particulier les intersections urbaines, par des automates hybrides stochastiques en utilisant des modèles à flux stochastique en vue de minimiser les files d'attente en mettant en œuvre un algorithme d'optimisation.

Notons que, dans une intersection signalisée, le trafic est qualifié d'hétérogène du fait de l'évolution continue des files d'attente sur les voies et de l'évolution discrète

des feux tricolores. L'évolution des files d'attente et les changements des feux sont inhérents à l'occurrence d'événements dans le carrefour. C'est pourquoi, nous avons utilisé des modèles issus de la théorie des systèmes hybrides pour modéliser le fonctionnement de l'intersection.

Le mémoire est structuré en quatre chapitres encadrés par une introduction et une conclusion générales.

Dans le premier chapitre, nous présentons la problématique de la modélisation et les différents types de modèles utilisés pour le trafic routier : microscopique, macroscopique et mésoscopique ainsi que les différents types de méthodes utilisées pour mesurer les variables de trafic. Notons que pour modéliser et bien contrôler un système de trafic routier, nous avons besoin de données acquises par des capteurs spécifiques. A la fin du chapitre, nous présentons des algorithmes de commande proposés dans la littérature pour la régulation des feux de circulation dans une intersection urbaine.

Dans le deuxième chapitre, nous rappelons les notions fondamentales des systèmes dynamiques hybrides, les différents outils pour leur modélisation tel que les réseaux de pétri hybrides et les automates hybrides ainsi que la notion d'automate hybride stochastique du fait que les variables du trafic, tel que le débit d'arrivée et de départ de véhicules dans une intersection, sont de nature aléatoire.

Dans le troisième chapitre, nous avons assimilé un tronçon routier à un modèle à flux stochastique qui est une classe importante des systèmes hybrides stochastiques. Une fois ce modèle validé, nous avons élargi cette approche de modélisation à l'étude de la circulation dans une intersection signalisée.

L'optimisation des feux à partir du modèle développé au troisième chapitre fait l'objet du quatrième chapitre. La mise au point d'une telle optimisation est basée sur le calcul des gradients de la mesure de performance par rapport aux paramètres de décision. Cette méthode est considérée comme une technique efficace d'optimisation dans des environnements stochastiques. Nous utilisons la méthode d'analyse des perturbations infinitésimales (IPA), ce choix est justifié par le fait qu'elle présente une souplesse d'utilisation et une rapidité de réponse aux changements du système à travers les informations contenues dans une seule

observation. A la fin du chapitre, nous comparons les résultats obtenus par l'application de l'IPA à ceux de la commande par des temps de feux fixes.

Nous terminons ce mémoire par une conclusion générale sur les travaux effectués avec des perspectives qui peuvent être développées par la suite.

CHAPITRE 1

MODELISATION ET GESTION DU TRAFIC ROUTIER

1.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons les outils nécessaires pour la modélisation et la gestion du trafic routier. Nous commençons par un état de l'art sur la modélisation du trafic et nous passons ensuite en revue ces éléments caractéristiques, les modèles utilisables pour le représenter, les variables caractéristiques de chaque modèle et les instruments nécessaires pour mesurer les données du trafic. A la fin du chapitre, nous présentons les différentes méthodes pour modéliser l'élément de base d'un réseau qui est le carrefour et les différentes approches utilisées pour sa régulation.

1.2 Etat de l'art sur la modélisation du trafic routier

La commande du trafic présente de grosses difficultés que ce soit au niveau de la modélisation ou bien de la commande à cause de la complexité du problème à traiter. Cependant, pour commander un système de trafic urbain, on doit disposer d'un modèle capable d'interpréter et de comprendre le phénomène, ce qui a poussé les chercheurs d'élaborer plusieurs modèles dédiés à l'évaluation, la prévision et à la commande.

Ces modèles essaient de traduire les observations et les hypothèses concernant l'évolution du flux en un langage mathématique constitué des équations qui représentent les lois de la physique et plus la description est fine plus les modèles deviennent compliquées et leur commande devient plus difficile.

Les premiers modèles du trafic sont apparus dans les années trente en appliquant la théorie des probabilités pour décrire le trafic routier [1]. D'autres travaux ont étudié des modèles de volume et de vitesse [2].

D'autres travaux s'intéressent au comportement du conducteur [3], [4], [5].

Dans les années 1950, de nouvelles théories sont apparues et sont utilisées jusqu'à ce jour et font l'objet de plusieurs études. En effet, WARDROP a utilisé la théorie des files d'attente [6], PIPES et CHANDLER ont élaboré les premiers modèles de poursuite [7], LIGHTHILL et WHITHAM en 1955 puis RICHARD en 1956 ont utilisé la théorie de l'hydrodynamique pour simuler le flux de trafic [8], [9], [10],[11].

Dans les années 1970 une nouvelle approche, fondée sur l'analogie avec l'écoulement des fluides dans la mécanique des fluides, a été introduite [12].

Dans les dernières décennies, le trafic routier a connu des développements importants, les chercheurs n'ont cessé d'améliorer les modèles existants ou de proposer de nouveaux modèles, appropriés aux nouvelles conditions de la circulation routière.

Devant ces différents modèles utilisés pour décrire le comportement du trafic, HEGYI [13] a donné une classification, pour mettre en évidence les principaux types existants, basée sur les critères suivants :

- L'interprétation physique dont l'objectif est d'utiliser les équations de la physique pour décrire le système du trafic.
- Degré de détail qui permet de distinguer les détails au niveau granulaire.
- Représentation de processus qui distingue les modèles déterministes et les modèles stochastiques.
- Echelle des variables du temps et de l'espace qui évoluent d'une manière continue ou discrète.

1.3 Modélisation du trafic routier

En utilisant la méthode déductive pour décrire le système de trafic via des équations mathématiques et le critère du degré de détail, nous pouvons différencier des entités distinctes du trafic et le niveau de description de ces entités dans les modèles d'écoulement. Cela permet d'aboutir aux modèles microscopique, mésoscopique et macroscopique [13].

1.3.1 Modèles microscopiques

Un modèle microscopique décrit, à la fois, le comportement spatio-temporel des composants du système (véhicules et conducteurs) et leurs interactions à un niveau élevé de détails. En d'autres termes, les modèles microscopiques ont pour buts :

- Décrire le trafic d'une façon fine en décrivant le comportement individuel de chaque conducteur.
- Représenter les interactions entre les véhicules.
- Analyser le mouvement de l'ensemble des véhicules sur les infrastructures routières.

Bien que ces modèles fournissent des informations très riches sur le trafic, leur exploitation nécessite un temps de calcul très élevé.

1.3.1.1 Approches de représentation des modèles microscopiques

On distingue deux approches qui représentent les modèles microscopiques :

a/ Modèles véhicule-suiveur

Les modèles véhicule-suiveur ou modèles de poursuite, sont utilisés pour décrire le système par lequel un véhicule suit un autre. Ces modèles peuvent être classés en trois types: Les modèles de prévention [15], les modèles de type stimulus réponse [7] et les modèles psycho-spatiales [14].

b/ Modèle de particules

Les Modèles de particules ou modèles de type automates cellulaires constituent un développement plutôt récent dans la modélisation du trafic. Ils sont très utilisés dans la modélisation microscopique du trafic à cause de leur simplicité. Leur principe de base est de considérer l'ensemble des véhicules comme des particules qui interagissent entre elles.

Dans ces modèles, le temps et l'espace sont discrets, alors que dans les modèles de véhicule-suiveur ces paramètres sont continus même si le temps de simulation est échantillonné [16].

Le premier modèle de type automates cellulaires utilisé pour simuler le trafic a été proposé par NAGEL [16]. D'autres chercheurs, tel que MAERIVOET [17], ont essayé de l'améliorer par la suite.

Les modèles de particule ont été utilisés pour des applications d'optimisation des feux de circulation [18].

1.3.1.2 Variable microscopique du trafic

a/ Espace inter-véhiculaire

L'espace véhiculaire est la distance qui sépare les deux fronts des véhicules consécutifs circulant sur la même voie. La distribution empirique de l'espace inter-véhiculaire peut être approximé par la fonction de densité de probabilité de la loi d'Erlang ou de la loi log normale [19].

b/Temps inter-véhiculaire

Le temps inter-véhiculaire (en anglais, « the headway ») c'est le temps qui s'écoule entre les instants de passage de deux véhicules successifs Cette variable se révèle particulièrement utile dans les études relatives à la sécurité routière et dans de nombreux problèmes de simulation du trafic. Certains algorithmes de régulation de carrefours à feux en ville, utilisent ce temps inter-véhiculaire. Sur autoroute, la « régulation d'intervalles » continue aujourd'hui d'être une mesure d'exploitation de plus en plus répandue. Enfin, ce paramètre permet d'appréhender les effets de la composition du trafic sur les conditions d'écoulement de la circulation.

L'observation expérimentale permet l'obtention des distributions empiriques de ces écarts, ces distributions empiriques fournissent plusieurs indicateurs utiles tel que la proportion d'intervalles courts, c'est-à-dire inférieurs à un seuil considéré comme dangereux.

Les caractéristiques de ces distributions varient selon le type de la route, le niveau du trafic, sa composition, les conditions météorologiques et celles de visibilité.

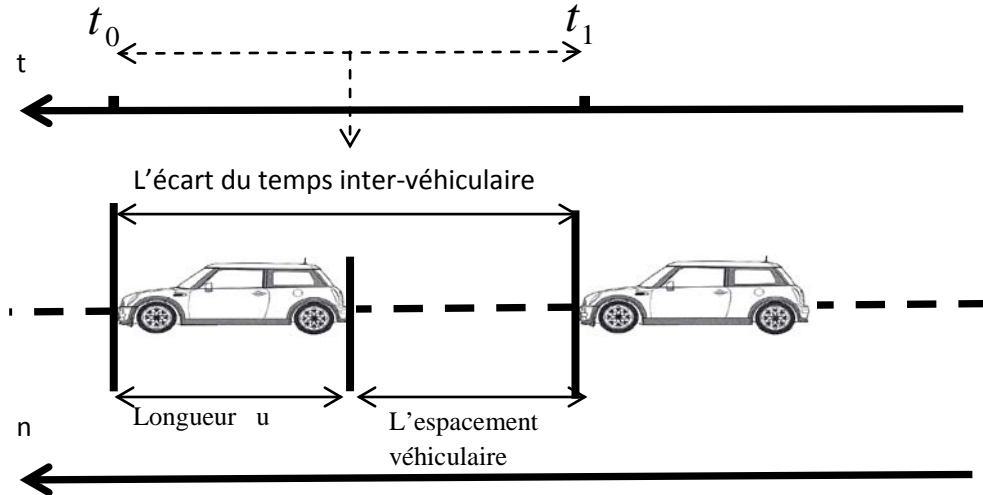


Figure 1.1 : L'écart du temps inter-véhiculaire

c/ Vitesse du véhicule

La vitesse moyenne d'un véhicule défini sur une période T est obtenue par la formule suivante :

$$v_{moy} = \frac{1}{T} \int_0^T v_i(t) dt \quad (1.1)$$

Où v_i est la vitesse instantanée d'un véhicule i .

Cette vitesse instantanée nécessite des observations dans l'espace et dans le temps et peut être obtenue par :

$$v_i = \frac{dx}{dt} = \lim_{(t_2-t_1) \rightarrow 0} \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \quad (1.2)$$

Où $[x_1, x_2]$ et $[t_1, t_2]$ sont les intervalles de l'espace et du temps respectivement.

L'historique de la vitesse instantanée d'un véhicule enregistrée sur une trajectoire permet de calculer la vitesse moyenne [19]. Cette vitesse moyenne nous révèle la qualité du trafic sur un itinéraire et s'emploie fréquemment dans les calculs relatifs à la consommation d'énergie des véhicules ainsi que l'estimation des bruits sonores, de l'émission des gaz polluants et de la consommation du carburant [20].

d/ Accélération du véhicule

L'accélération moyenne sur un parcours de durée T, est définie par :

$$a_{moy} = \frac{1}{T} \int_0^T a_i(t) dt = \frac{v_i(T) - v_i(0)}{T} \quad (1.3)$$

Où $v_i(t)$ et $a_i(t)$ désignent, respectivement, la vitesse et l'accélération instantanées du véhicule à l'instant t.

L'accélération instantanée est obtenue à partir du profil de la vitesse par différentiation. Pour tenir compte des bruits liés aux mesures, les valeurs de l'accélération sont obtenues après un lissage des différences successives des vitesses dans un intervalle de temps donné [19]. L'accélération est considérée comme le premier indicateur de qualité de la circulation sur une route particulière par l'entremise du bruit d'accélération σ_a [19] qui est défini par :

$$\sigma_a^2 = \frac{1}{T} \int_0^T [a_i(t) - a_{moy}(t)]^2 dt \quad (1.4)$$

Plusieurs facteurs influent le bruit d'accélération à savoir les propriétés de la route, les conditions du trafic et le comportement du conducteur ; la valeur du bruit d'accélération croît avec l'encombrement du trafic.

1.3.2 Modèles mésoscopiques

Les modèles mésoscopiques s'intéressent à des petits groupes de véhicules pour lesquels les activités et les interactions sont décrites à un faible niveau de détail. Par exemple, une manœuvre de changement de voie peut être représentée pour un véhicule comme un événement instantané, où la décision de faire un

changement de voie est basée sur les densités relatives des bandes et les différences de vitesses.

Il existe plusieurs types de ce modèle tels ceux obtenus par analogie avec la théorie cinétique de gaz.

Les modèles microscopiques et mésoscopiques sont essentiellement utilisés pour la simulation et la planification. Par contre dans l'élaboration de la commande en temps réel, leur utilisation reste très limitée à cause de leur complexité ainsi que leurs caractères non analytiques.

1.3.3 Modèles macroscopiques

Les modèles macroscopiques décrivent le trafic d'une manière globale comme un flux de véhicule sans égard aux entités composantes.

Le système de trafic est représenté d'une façon compacte en utilisant des variables interdépendantes, comme le flux, la densité et la vitesse. Le comportement individuel de chaque véhicule est ignoré.

Le modèle macroscopique se base sur deux approches principales :

- La théorie de file d'attente [21] où le trafic est quantifié et on s'intéresse uniquement au processus de départ et d'arrivée des véhicules.
- La théorie de l'hydrodynamique [8],[12] où le trafic routier est assimilé à un fluide compressible de particule tout en négligeant les dimensions des véhicules.

Les modèles macroscopiques représentent des outils importants pour la simulation, la prévision, l'estimation et la conception de stratégies de contrôle.

On distingue Trois modèles les plus reconnus aujourd'hui pour la modélisation macroscopique, dans ces modèles l'évolution temporelle des grandeurs macroscopiques est représentée par des systèmes d'équations aux dérivées partielles non-linéaires appelées lois de conservation.

1.3.3.1 Modèle du premier ordre

LIGHTHILL et WHITHAM [8] et RICHARDS [10] ont proposé les premiers modèles macroscopiques qui exploitent les concepts de base de la théorie de

l'hydrodynamique et qui se basent sur la représentation continue, l'équation de conservation et l'équation d'équilibre ou diagramme fondamental.

a/ Représentation continue

Considérer le trafic routier comme l'écoulement des fluides compressibles, nous mène à assimiler la dynamique du trafic comme étant un milieu continu. En conséquence, les variables macroscopiques (débit, densité et vitesse) sont supposées continues [8], [12], [21]. Ainsi n'importe quel tronçon de la route, aussi petit soit-il, doit contenir une quantité de véhicules [12].

b/ Equation de conservation

Le trafic correspond au principe de conservation de la masse qu'on peut définir de la manière suivante [19] : la variation du nombre de véhicules sur un tronçon routier $[x_1, x_2]$ est égale à la différence entre la masse entrant en x_1 et la masse sortante en x_2 durant l'intervalle de temps $[t_1, t_2]$ (figure 1.1).

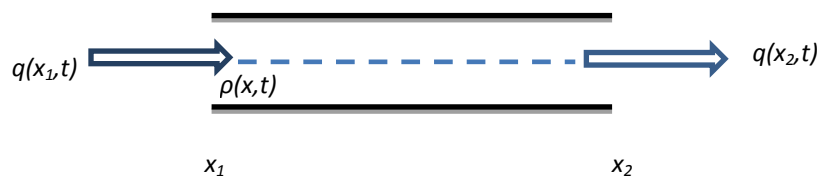


Figure 1.2 : Section de la route.

Ce qui peut se traduire par l'équation :

$$\int_{x_1}^{x_2} [\rho(x, t_2) - \rho(x, t_1)] dx = \int_{t_1}^{t_2} [q(x_1, t) - q(x_2, t)] dt \quad (1.5)$$

Où $\rho(x, t_i)$ et $q(x_i, t)$ représentent, respectivement, la densité routière et le débit.

En supposant que la densité et le débit sont des fonctions différentiables, le principe de conservation s'énonce par l'équation de continuité suivante :

$$\frac{\partial \rho(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial q(x, t)}{\partial x} = 0 \quad (1.6)$$

c/ Diagramme fondamental

La relation entre le débit et la densité routière, peut être formulée par la relation algébrique suivante :

$$q = f(\rho(x, t)) \quad (1.7)$$

Cette relation nous donne le diagramme fondamental du trafic. Ce diagramme est élaboré à partir des données expérimentales [23] ou à partir des méthodes mathématiques exprimant la fonction débit-densité et il est utilisé dans la prédiction du comportement d'un tronçon routier ainsi que dans l'analyse, la conception et l'exploitation des infrastructures routières.

En général, le diagramme fondamental possède l'allure représentée dans la figure (1.3).

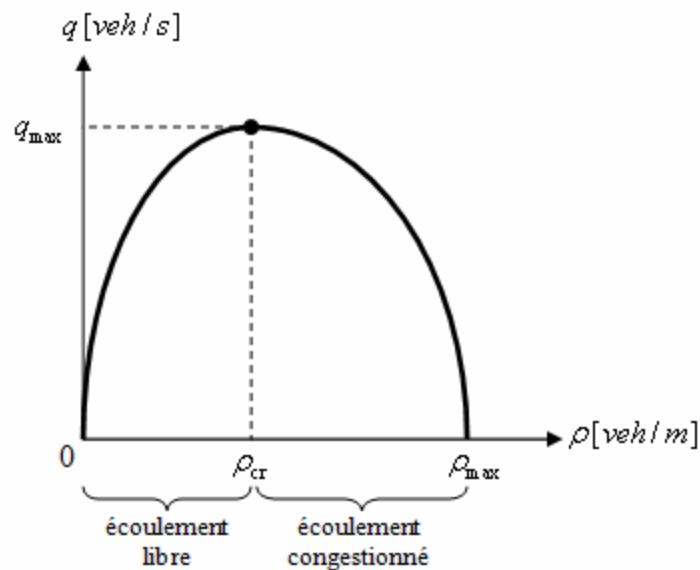


Figure 1.3 : Diagramme fondamental.

La partie gauche de la courbe correspond à l'état de circulation fluide. Cette situation est facile à interpréter : Les véhicules ne se gênent pas, le débit augmente avec la densité jusqu'à la valeur de densité critique ρ_{cr} . Le niveau de débit correspondant à cette concentration traduit la capacité de l'infrastructure, c'est-à-dire le débit maximal q_{max} susceptible d'être écoulé.

Au-delà de ce seuil critique, si la concentration continue d'augmenter, le débit se met à régresser. Les véhicules commencent à se gêner les uns les autres et le régime de circulation est dit saturé.

1.3.3.2 Modèles d'ordre supérieur

Les modèles du premier ordre présentent des inconvénients en particulier au niveau de précision notamment dans certains cas du trafic, à savoir les rétrécissements des autoroutes ou les convergences avec des rampes d'accès [24]. Pour tenter de remédier à ces défauts, des modèles d'ordre supérieur ont été proposés en 1971 par PAYNE. Le modèle de PAYNE est présenté comme une approximation du modèle véhicule-suiveur en prenant en compte le temps de réaction du conducteur après un changement du trafic en aval, (i.e. le conducteur au point x de la route ajuste sa vitesse avec un retard τ relativement à la situation du trafic au point $x + \Delta x$ avec $\Delta x > 0$) [24]. Ainsi la vitesse moyenne est définie par :

$$v(x, t + \tau) = f(\rho(x + \Delta x, t)) \quad (1.8)$$

Par un développement limité à l'ordre 1 de l'équation (1.8) (développement de la partie gauche suivant τ et de la partie droite suivant Δx), nous obtenons, l'équation dynamique de la vitesse moyenne :

$$\frac{\partial v(x, t)}{\partial t} = \left[\frac{1}{\tau} [f(\rho) - v] - v \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\mu}{\tau \rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} \right] (x, t) \quad (1.9)$$

Où $\mu = -0,5 \frac{\partial f(\rho)}{\partial \rho}$ est un paramètre positif.

1.3.3.3 Variable macroscopique du trafic

a/ Densité moyenne

La densité moyenne ou concentration $\bar{\rho}(x_1, x_2, t)$ décrit la répartition des véhicules dans l'espace. Elle est définie par le nombre de véhicules N qui se trouve à l'instant t dans un tronçon limité par les points x_1 et x_2 :

$$\bar{\rho}(x_1, x_2, t) = \frac{n(x_1, x_2, t)}{x_2 - x_1} \quad (1.10)$$

Où $n(x_1, x_2, t)$ est le nombre de véhicules présents sur le tronçon $[x_1, x_2]$ à l'instant t . Dans un régime d'écoulement du trafic équilibré, la densité moyenne est inversement proportionnelle à l'espacement inter-véhiculaire moyen [19].

Remarquons enfin que, la concentration moyenne et l'espacement moyen sont inverses l'un de l'autre, pour un courant de circulation stationnaire

b/ Taux d'occupation

Le taux d'occupation est défini par la fraction du temps durant lequel le capteur détecte le véhicule, elle est donnée par :

$$o(x, t) = \rho(x, t) / \alpha \quad (1.11)$$

Où ; $o(x, t)$ représente le taux d'occupation et $\alpha = k_0 \cdot \mu / \lambda$, k_0 est une constante, μ est le nombre de voies et λ est la longueur moyenne des véhicules.

D'autres chercheurs ont proposé une autre définition du taux d'occupation [25] :

$$o(x, t) = \rho(x, t) \cdot (l_c + l_v) \quad (1.12)$$

Où l_c est la longueur du capteur

c/ Débit moyen

Le débit du trafic ou l'intensité du trafic correspond à la répartition des véhicules dans le temps, le débit moyen $\bar{q}(t_1, t_2, x)$ entre les instants t_1 et t_2 au point x de la route est donné par :

$$\bar{q}(t_1, t_2, x) = \frac{n(t_1, t_2, x)}{t_2 - t_1} \quad (1.13)$$

Où $n(t_1, t_2, x)$ est le nombre de véhicules passant par le point x entre les instants t_1 et t_2 .

Expérimentalement, le débit peut être déterminé par de simples comptages sur la route. Suivant la même hypothèse que pour la densité, le débit moyen au point x à l'instant t est défini par :

$$q_{moy}(x, t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{q}\left(t - \frac{\Delta t}{2}, t + \frac{\Delta t}{2}, x\right) \quad (1.14)$$

Une telle définition ne s'applique pas en ces termes à une théorie discrète de l'écoulement de la circulation, car cette limite vaudrait l'infini ou zéro, selon qu'il passerait ou non un véhicule à l'instant t . Il s'agit donc d'une schématisation mathématique. En fait, on considère qu'il y a identité entre $q_{moy}(x, t)$ et $\bar{q}\left(t - \frac{\Delta t}{2}, t + \frac{\Delta t}{2}, x\right)$ pour de petites valeurs de Δt par exemple de l'ordre de 20 secondes.

Soulignons au passage le lien avec l'approche microscopique: le débit moyen est l'inverse de l'écart de temps inter-véhiculaire moyen h , pour un flot stationnaire (débit ne variant pas beaucoup autour de sa moyenne):

$$q_{moy} = \frac{1}{h_{moy}} \quad (1.15)$$

d/ Vitesse moyenne

La vitesse moyenne du flux de véhicule à l'équilibre à l'instant t et au point x est définie par le rapport entre la densité et le débit :

$$v_{moy}(x, t) = \frac{q(x, t)}{\rho(x, t)} \quad (1.18)$$

La vitesse moyenne du flux correspond à la vitesse moyenne des véhicules dans l'espace. Elle est obtenue par la moyenne de la vitesse des véhicules passant sur un capteur dans un intervalle de temps [6].

1.4 Instruments de mesure du trafic

Il existe de nombreux types de capteurs permettant la mesure directe ou indirecte des variables de circulation. Ces capteurs sont généralement des éléments

transducteurs, sensibles à la grandeur physique que l'on veut saisir : Présence, passage, vitesse d'un véhicule [19].

Le capteur peut changer l'information en un signal élémentaire, transmis au détecteur. Le signal reçu est transformé en une information électrique simple, significative du paramètre de circulation.

1.4.1 Systèmes de traitement d'image

Les systèmes de traitement d'image sont largement utilisés pour la surveillance et la collection de donnée et ils sont un élément essentiel dans les systèmes intelligents de trafic (ITS).

Les systèmes de traitement d'image comprennent:

- une caméra vidéo montée au-dessus de la chaussée et sert à capter des images/vidéos en temps réel du flux de trafic qu'on veut étudier ou surveiller,
- un système de télécommunication ; un émetteur/récepteur WIFI qui a pour rôle de transmettre/réceptionner les données collectées au système de traitement d'image,
- un système de traitement d'image qui traite les séries d'images/vidéos pour extraire les données souhaitées.

a/ Avantage

Les systèmes de traitement d'image sont des systèmes automatiques de collection de données, ils sont flexibles et non intrusifs.

b/ Inconvénient

Les systèmes de traitement d'image sont très chers et ils sont vulnérables aux obstacles visuels, intempéries, l'ombre, les zones à faible éclairage et au vent.



-a-



-b-

Figure 1.4 : Le système utilisé par l'équipe du LAIG au niveau d'un carrefour à Guelma : a) un système de télécommunication, un récepteur WIFI, un magnétoscope et un écran, b) une caméra vidéo montée au-dessus de la chaussée

1.4.2 Tubes pneumatiques

Les tubes pneumatiques sont des capteurs portables, ils sont idéaux pour la collection de données à court terme pour des études d'engineering.

Ils sont constitués d'un tube en caoutchouc de 1 cm de diamètre qui est placé sur la largeur (en surface) de la route. L'extrémité du tube est connectée à une boîte qui contient une membrane et un interrupteur. Quand le véhicule passe, la roue presse le tube et l'air à l'intérieur du tube est repoussé vers la membrane qui actionne l'interrupteur. L'autre extrémité du tube a une petite ouverture pour éviter la réaction de l'air, la boîte compte les essieux qui traversent le tube et enregistre les données pour une analyse ultérieure.

Les tubes pneumatiques sont capables de collecter plusieurs données à savoir la vitesse instantanée, la direction du flux, la classification des véhicules,... etc.

a/ Avantage

Les tubes pneumatiques sont des capteurs portables pour la collection des données et ne nécessitent pas beaucoup d'effort pour les installer.

b/ Inconvénient

Les tubes pneumatiques ont une courte vie d'utilisation, car ce système peut être facilement détruit par le passage de véhicule et engendre par la suite des fausses mesures.

1.4.3 Global Positioning System (GPS)

Le GPS est largement utilisé dans la navigation automobile et l'engineering de trafic. Aujourd'hui, le GPS permet d'obtenir l'heure exacte, la position géographique et éventuellement l'altitude et ce, en avion, en voiture, en bateau, à pied, en montagne, dans le désert, par beau temps ou au milieu d'une tempête. Grâce à un réseau de 24 satellites positionnés de telle sorte qu'en tout point du globe, un utilisateur est en communication avec au moins 3 satellites, si ce n'est 4.

Les messages échangés sont en outre cryptés, échappant ainsi au piratage. Il faut savoir qu'un satellite émet des ondes radio toutes les millisecondes sur deux fréquences différentes, renouvelant ainsi les calculs pour affiner la précision.

Si un véhicule porte un récepteur GPS, il est possible d'enregistrer la position du véhicule et le temps où ce dernier traverse un point défini sur un tronçon routier.

Donc, le véhicule laisse une trace spatiotemporelle dans le diagramme espace-temps et depuis ce diagramme, le mouvement de ce véhicule peut être enregistré.

Le GPS permet de collecter la vitesse instantanée et moyenne ainsi que la distance parcourue par un véhicule.

a/ Avantage

Le GPS devient de plus en plus utilisable du fait que cette technologie a besoin d'un récepteur GPS et elle est simple à installer et à utiliser et peut marcher sous toutes les conditions climatiques.

b/ Inconvénient

Le GPS fournit des données uniquement pour un véhicule spécifique, les données du trafic routier nécessitent l'obtention des mesures de tout le flux. En plus, les

obstacles comme les buildings longs, les arbres et les tunnels présentent un grand handicap pour le signal GPS.

1.4.4 Technologies RFID

L'identification par radiofréquence(ou Radio-frequency identification « RFID ») est l'élément de base de plusieurs capteurs de trafic connus sous les transpondeurs tels que : Automatic Vehicle Identification (AVI),

La RFID est une technologie qui utilise les ondes radio pour échanger les données entre le lecteur et les étiquettes attachées à un objet afin de l'identifier ou de le suivre. Elle est capable d'enregistrer le numéro d'identification des véhicules équipés par les étiquette RFID ainsi que leurs temps d'arrivé.

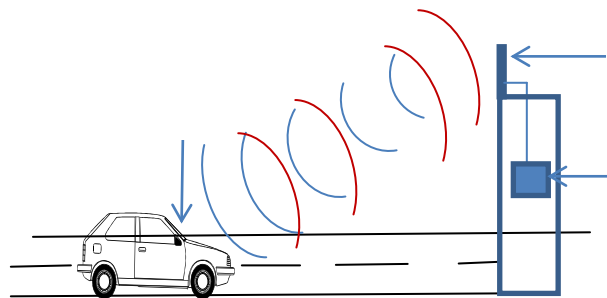


Figure 1.5 : Les technologies RFID utilisées dans le trafic routier

a/ Avantage

La RFID est moins chère par rapport à d'autres capteurs.

b/ Inconvénient

La RFID détecte seulement les véhicules équipés par des étiquettes et en un point de la route.

1.4.5 Capteurs à boucles inductives

Ce capteur est composé d'une ou de plusieurs boucles inductives dont la forme la plus répandue est le rectangle ainsi que d'une queue de boucle. Chaque boucle

est constituée de plusieurs spires de fil de cuivre multibrins étamé d'une section de l'ordre de 1 à 2 mm². Le fil utilisé présente un revêtement PVC hautement isolant. Suivant la forme de la boucle, ses dimensions, le nombre de spires, sa profondeur d'enfouissement et la section du fil utilisé, les résultats des détections seront différents. La queue de boucle est la portion de la paire de fils située entre l'extrémité de la boucle et l'unité de détection. Cette paire de fils est torsadée et blindée à raison de 10 spires aux mètres pour éviter les champs magnétiques perturbant. La boucle est placée en chaussée à 7cm en dessous de l'enrobé ou du rez de la dalle béton. Un signal électrique sinusoïdal de quelques dizaines de mV est appliqué aux bornes de la boucle électromagnétique à une fréquence entre 50 et 150kHz. Cette tension induit un champ magnétique rayonnant autour de la boucle et au-dessus de la chaussée (circuit résonnant).

A chaque passage d'un véhicule au-dessus de la boucle, la masse métallique en mouvement du véhicule perturbe les champs magnétiques rayonnant, ce qui a pour effet de modifier le courant induit de la boucle et donc la fréquence du signal électrique émis. Ce décalage de fréquence est converti en tension à l'aide d'une boucle à verrouillage de phase. Cette dernière est seuillée pour fournir un signal « tout ou rien » directement lié à la présence du véhicule. A l'aide de deux boucles inductives, il est possible de déduire la vitesse du véhicule ainsi que sa longueur. Des boucles plus étroites permettent de déduire la silhouette de chaque véhicule en détectant leurs essieux.

Ce capteur collecte les débits, vitesses, longueur, temps de présence, taux d'occupation, temps et distance inter-véhiculaire.

a/ Avantage

Ces capteurs sont capables de contrôler le trafic durant toute la journée (jour et nuit).

b/ Inconvénient

Plusieurs facteurs peuvent perturber la détection : Intempéries, champs magnétiques, véhicules circulant à basse vitesse (inférieure à 5km/h), véhicules très proches les uns des autres et remorques, véhicule présentant une garde au

sol importante, véhicules de très petit gabarit. En plus, le coût de maintenance est très élevé.

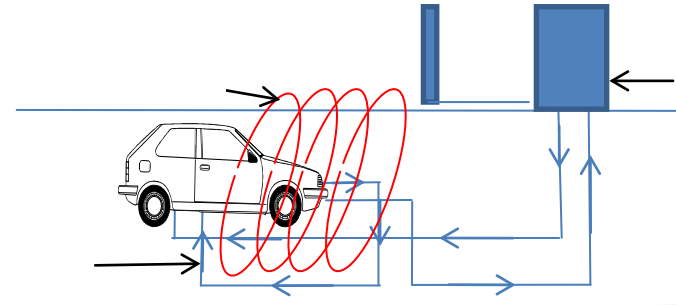


Figure 1.6 : Les capteurs à boucles inductives

1.5 Modélisation et commande d'une intersection

Le tronçon routier constitue l'élément de base des objets routiers, ces éléments peuvent être connectés par des intersections appelées carrefours routiers qui peuvent être classifiés en fonction du nombre et du positionnement des tronçons qui les composent et avec ou sans feux de circulation.

Du point de vue forme, les intersections les plus souvent rencontrées sont:

- les intersections en Y .
- les intersections en T .
- les intersections en « croix ».

Ces intersections peuvent être, aussi, classifiées en deux catégories:

- intersections sans feu(x) de circulation.
- intersections avec de(s) feu(x) de circulation.

La première catégorie comprend des intersections pour lesquelles le passage de véhicules est dirigé par des indicateurs routiers ou autres moyens spécifiques, la signalisation par feux routiers étant inexistante.

Pour La deuxième catégorie le passage de véhicules par l'intersection est dirigé par des feux routiers tricolores (à trois couleurs : rouge, orange et vert).

Les feux de signalisation ont été installés sur les intersections pour résoudre les problèmes de sécurité. Cependant, les méthodes de réglage des feux ont privilégié la sécurité au détriment des temps d'arrêt des usagers. De cette constatation, il est apparu que le réglage des feux doit se faire en tenant compte de la demande, de sorte à minimiser les temps d'arrêt. La commande des feux de signalisation, doit répondre à des objectifs divers :

- Minimisation des temps d'attente des véhicules ou des piétons à l'intersection.
- Réduction des accidents en résolvant les conflits entre les flux de véhicules et les piétons.
- Optimisation des flux de véhicules sur un réseau large.
- Optimisation de la consommation de l'énergie pour les véhicules

La commande des feux de signalisation est considérée comme un problème d'optimisation qui consiste à minimiser une fonction coût [26]. Mais avant d'élaborer une telle commande, il est nécessaire d'analyser le fonctionnement des intersections et les mouvements possibles des flux de véhicules. Ce qui va permettre de connaître les caractéristiques des flux afin de pouvoir découper les mouvements en phase.

Avant toute analyse du fonctionnement d'une intersection, il faut passer par le phasage des mouvements du trafic. La dynamique du trafic dans une intersection peut se découper en un nombre fini de flux (appelés phases) interagissant entre eux. Chaque phase est définie par sa propre capacité et par sa propre demande.

Le phasage des mouvements de trafic est déterminé soit par des approches empiriques soit par des approches théoriques. Les méthodes empiriques sont basées sur l'observation du comportement moyen des automobilistes dans l'intersection. Les méthodes théoriques, sont basées sur la théorie des graphes [27].

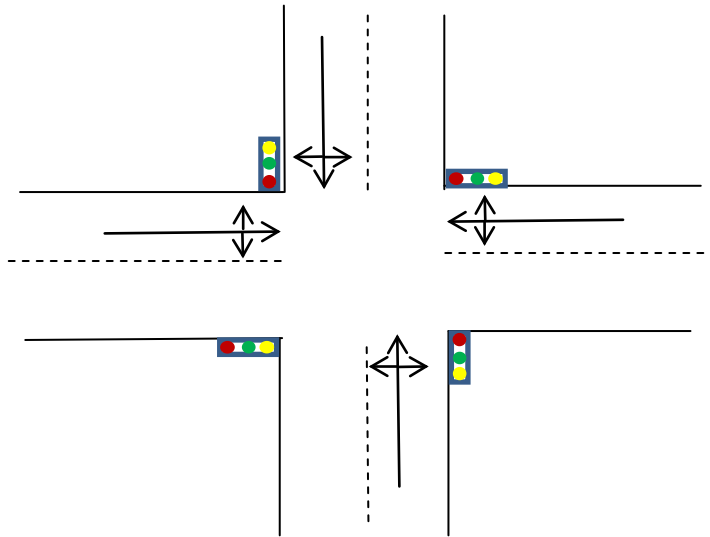


Figure 1.7 : Intersection en croix

Le problème d'optimisation des feux du trafic datent des années cinquante [11] et depuis plusieurs solutions et plusieurs approches pour résoudre le problème d'optimisation ont été proposées ces solutions sont basées essentiellement sur la théorie de files d'attente, la programmation par modèle mathématique...etc.

Les stratégies employées pour le contrôle des feux de trafic sont généralement classées en deux catégories : Les stratégies à cycles fixes et les stratégies adaptatives. Les stratégies à cycles fixes sont dérivées hors -lignes et sont basées sur l'historique enregistré des variables du trafic TRANSYT [28] et SCOOT [29];

Les stratégies adaptatives utilisent les mesures en temps réel pour trouver les meilleures valeurs optimales des feux de signalisation OPAC[30],PRODYN[31] et RHODES[32].

Cependant, dans la pratique les approches proposées par [11], [33] et [34], qui s'intéressent à des intersections isolées restent largement utilisées, mais malgré leur clarté et simplicité le majeur inconvénient de ces méthodes est que les dynamiques de l'intersection et du flux sont négligées et en particulier les auteurs

de ces approches assument que le flux entrant est une variable connue et constante.

En parallèle la théorie générale des systèmes hybrides a été développée pour les systèmes à double aspects, c'est-à-dire de nature continue et discrète (évènementielle). C'est le cas de l'intersection avec feu de signalisation dans laquelle le flux entrant et sortant est caractérisé par des variables continues et le changement des états du feu (vert, jaune et rouge) comme des évènements discrets.

Plusieurs algorithmes ont été proposés pour résoudre le contrôle des feux de trafic en utilisant la théorie des systèmes hybrides ainsi ZHAO et CHEN [35] ont proposé de contrôler les feux du trafic d'une intersection isolée en exploitant des modèles hybrides. L. HEAD [36], HO et CAO [37] et FU et HOWELL [38] ont proposé la méthode de l'analyse des perturbations pour l'optimisation des feux.

Une autre approche, c'est d'utiliser les modèles à flux continu pour la modélisation, ce qui va permettre par la suite d'utiliser l'analyse des perturbations infinitésimales pour l'optimisation des feux de trafic.

Le principe de cette nouvelle approche [39] est de dériver des estimateurs de gradients des mesures de performance tout en respectant les paramètres de contrôle basé sur des modèles à flux stochastique.

1.6 Conclusion

Nous avons présenté les outils de base pour la modélisation et la gestion des systèmes de trafic urbain. Nous avons vu que les modèles de trafic peuvent être classifiés en trois catégories principales ; les modèles microscopiques, mésoscopiques et macroscopiques. Les modèles microscopiques décrivent le processus du trafic d'une manière très fine en considérant les véhicules individuellement et sont, à leurs tours, classés en deux modèles principaux ; Les modèles de poursuite et les modèles de particules.

Contrairement aux modèles microscopiques et mésoscopiques, les modèles macroscopique sont plus simple à étudier analytiquement et à représenter par

des modèles issus de la théorie des systèmes hybrides qui permet par la suite d'utiliser les méthodes d'optimisation basées sur le gradient.

CHAPITRE 2 :

MODELISATION DES SYSTEMES DYNAMIQUES HYBRIDES PAR LES AUTOMATES STOCHASTIQUES HYBRIDES

2.1 Introduction

En automatique nous rencontrons deux classes de systèmes ; continus et à évènements discrets (SED).

Les systèmes continus sont des systèmes dont l'évolution des variables est continue en fonction du temps et qui peuvent avoir un nombre infini de valeurs. Plusieurs techniques et approches ont été proposées pour modéliser, analyser et contrôler ces systèmes.

Les systèmes à évènements discrets sont caractérisés par des variables discrètes prenant des valeurs dans un ensemble dénombrable et l'état du système évolue de manière discontinue. Ces systèmes sont généralement modélisés par les réseaux de Pétri, le GRAFCET, les automates à état...etc.

Cependant, les processus industriels sont généralement complexes et dans la plupart des cas leurs dynamiques comportent les deux aspects ; continu et discret. De tels systèmes forment une nouvelle classe appelés : Systèmes Dynamiques Hybrides (SDH).

On rencontre les SDH dans différents domaines : Electronique, robotique, production manufacturière, trafic routier, télécommunication, biologie,... Leur nature hybride peut être inhérente aux phénomènes physiques qui la régissent.

En fonction de l'aspect dominant, entre les deux types de dynamiques, les SDH peuvent être considérés comme une extension des systèmes continus classiques si les évènements discrets interviennent ponctuellement juste pour provoquer un changement du comportement dynamique. Ils peuvent être aussi considérés comme une extension des systèmes évènementiels si cette nature est dominante et que certains modes sont caractérisés par un comportement continu.

En effet, le comportement d'un SDH est un ensemble de modes, chaque mode est caractérisé par la dynamique des variables d'état continues. Des évènements instantanés provoquent les changements des modes qui peuvent préserver la

continuité des variables d'état comme ils peuvent causer des discontinuités. Le temps d'occurrence de ces événements peut considérablement influencer le comportement du système.

2.2 Classes de phénomènes hybrides

Dans un SDH, le système change de mode suite à l'occurrence instantané d'un événement discret ce qui entraîne une discontinuité dans l'état continu. On distingue deux types de discontinuités : des changements instantanés dans l'état, dits sauts, et des changements instantanés dans la dynamique, dits commutations. Ces discontinuités peuvent être autonomes ou commandées [40].

2.2.1 Les commutations autonomes

Une commutation autonome caractérise un phénomène où le champ de vecteur change de façon discontinue lorsque l'une des variables d'état continu atteint un certain seuil. C'est le cas d'un système à hystérésis figure (2.1).

Le saut autonome est un phénomène similaire rencontré dans les systèmes mécaniques, où l'état continu effectue un saut lorsqu'il atteint une certaine région de l'espace pour passer de façon discontinue d'une valeur a à une autre. Un exemple de ce phénomène est donné par la collision de deux corps où la vitesse change brutalement et subit un saut.

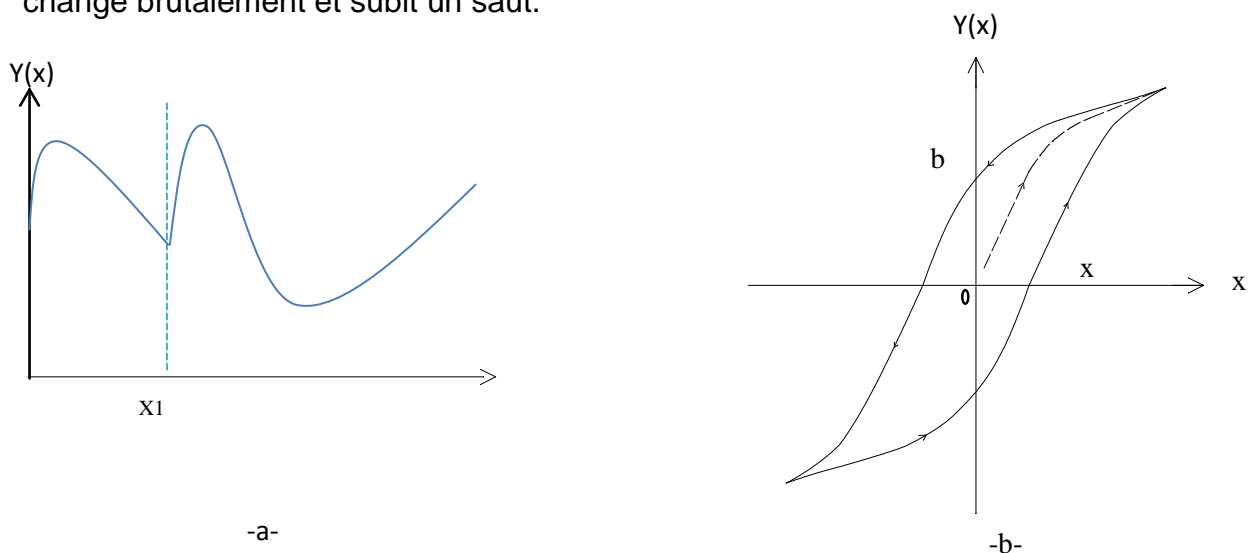


Figure 2.1. a. Commutation à la valeur seuil x_1 . b. La fonction d'hystérésis

2.2.2 Les commutations contrôlées

Une commutation contrôlée traduit un phénomène où la dynamique change de façon discontinue et instantanée en réponse à une loi de commande.

Le phénomène de commutation contrôlée est illustré à travers l'exemple d'une transmission manuelle [41].

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{(-a(\frac{x_2}{v}) + u)}{1+v} \end{cases} \quad (2.1)$$

La variable x_1 représente la vitesse relative par rapport à un point fixe, x_2 la vitesse de rotation de l'engin, $U \in \{0,1\}$ la position de l'accélérateur, a un paramètre du système et $v \in \{1, 2, 3, 4\}$ la position du levier de vitesse.

2.3 Modélisation des systèmes dynamiques hybrides

La modélisation des systèmes dynamiques hybrides a pour objectif d'élaborer un modèle qui englobe tous les modes de fonctionnement du système. Trois principales approches sont proposées pour modéliser les SDH:

2.3.1 Approche continu / discret

C'est une approche où le système est vu comme un système continu avec des changements de la dynamique provoqués par les événements. La continuité des variables d'état du système peut être affectée et le système peut présenter des discontinuités. Parmi les méthodes graphiques pour représenter ce modèle de SDH, on cite la modélisation par Bond Graph commutés, la modélisation par formulation Hamiltonienne.

2.3.2 Approche discret / continu

Dans cette approche, la dynamique continue est modélisée par un ensemble fini de paramètres discrets. La modélisation des SDH vu de cet angle repose sur des méthodes issues de la théorie des systèmes à Evènements Discrets (SED), parmi lesquelles la modélisation par les réseaux de Pétri hybride.

2.3.3 Approche mixte

Cette approche est basée sur la combinaison des deux grandes approches précédentes. Chaque aspect est alors décrit, sous sa forme classique, en associant les équations algèbro-différentielles aux modèles SED.

Parmi les outils de modélisation résultant de cette approche mixte, on retrouve : les automates hybrides représentant le modèle formel fondamental de cette approche, les statecharts hybrides pour apporter des solutions aux problèmes posés par la spécification des modèles, en particulier par l'utilisation de la structuration hiérarchisée et les différents extensions des réseaux de Pétri.

Ce sont ces types de méthodes et approches de modélisation auxquelles nous nous sommes intéressés dans le cadre de notre travail et plus particulièrement à la modélisation par automate hybride.

2.4 L'automate hybride

L'automate hybride est vu comme une extension de l'automate à état fini auquel on a associé une évolution continue à chaque état discret. L'état continu est décrit par des équations différentielles alors que l'état discret est décrit par un automate à état fini.

Un Automate Hybride (AH) est « un modèle mathématique pour les systèmes hybrides, qui combine, dans un seul formalisme, les transitions de l'automate pour capturer les Changements discrets avec les équations différentielles pour capturer les changements Continus » [42]. C'est ALLURE qui a introduit la structure mathématique de l'automate hybride comme un modèle et un langage de spécification pour les systèmes hybrides. C'est à partir de ce formalisme que les automates hybrides ont été définis.

Nous commençons dans la suite par définir les automates à états finis.

2.4.1 Automate à états finis

Un automate à états finis est un quintuple :

$$G_e = (Q, E, \varphi, q_0, q_f)$$

Dans lequel :

Q : est l'ensemble des états discrets ou sommet.

E : est l'ensemble fini des évènements.

φ : est la fonction de transition d'état $\varphi : Q \times E \rightarrow Q$

q_0 : est l'état initial;

q_f : est l'ensemble des états finaux

Considérons, par exemple, l'automate à états finis suivant [43] :

- $Q = \{x, y, z\}$,
- $E = \{a, b, c\}$,
- $\varphi : Q \times E \rightarrow Q$ tel que :
 - $\varphi(x, a) = x, \varphi(x, c) = z,$
 - $\varphi(y, a) = x, \varphi(y, b) = y,$
 - $\varphi(z, a) = \varphi(z, c) = y$ et $\varphi(z, b) = z.$

Où $\varphi(x, c) = z$ signifie que si l'automate se trouve dans l'état x , alors, sur l'occurrence de l'évènement c , l'automate fera une transition vers l'état z . De même pour les autres fonctions.

- $q_0 = \{x\}$: est l'état initial,
- $q_f = \{x, z\}$: L'ensemble des états finaux.

La figure (2.2) représente cet automate : les états sont des cercles (doubles cercles pour les états finaux), une flèche sans origine indique l'état initial, les arcs sont des flèches et sur chaque arc est indiqué l'évènement associé.

Les automates hybrides ont été définis comme un automate à états finis pilotant un ensemble d'équations différentielles continues [44]. A chaque sommet q d'un automate hybride, on associe une fonction d'évolution f de la forme $\dot{x} = f(x)$ et un prédicat sur la valeur des variables appelé invariant du sommet.

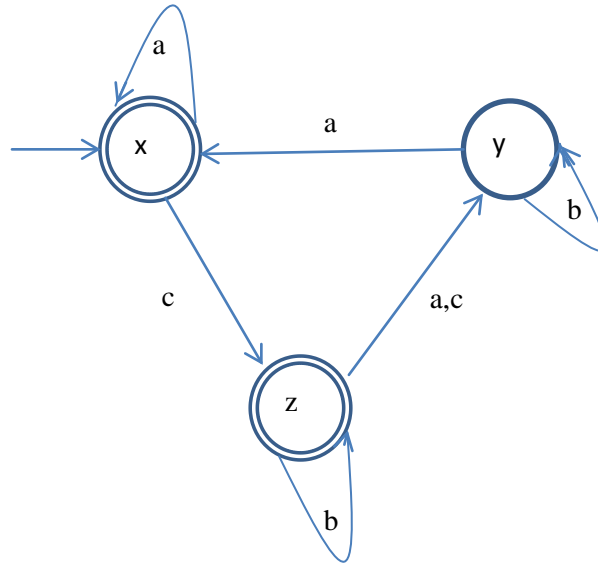


Figure 2.2 – Un automate simple [43].

Le système peut rester dans le sommet q tant que les valeurs des variables continues vérifient l'invariant associé. A chaque transition, on associe une condition de franchissement, appelée garde, et une fonction qui désigne les variables qui effectuent un saut suite au franchissement de la transition et réinitialise les valeurs des variables continues. Une transition ne peut être franchie que si sa garde est vérifiée par les valeurs des variables de la fonction associée. Le franchissement d'une transition de l'automate hybride est instantané.

2.4.2 Automate hybride déterministe

2.4.2.1 Définition

Dans la littérature, on utilise souvent le symbole x pour représenter le vecteur d'état continu ou l'état physique du système et q pour représenter les états discrets ou sommets du SDH. Ainsi le système est exprimé par (x, q) , où $x \in X$ et $q \in Q$. Notons que Q est l'ensemble des états discret tandis et X est l'ensemble des états continus qui prend ces valeurs dans R^n .

Pour l'automate hybride, l'état x évolue selon la dynamique continue du système qui est décrite, en général, par des équations différentielles $\dot{x} = f(x)$ avec une

condition initiale donnée x_0 . Le changement du mode du SDH s'effectue quand les conditions (les gardes) appropriées sont réalisées.

Un automate hybride G_h est un onze-uplet [43] :

$$G_h = (Q, X, E, U, f, \varphi, \text{Inv}, \text{guard}, \gamma, q_0, x_0)$$

Dans lequel :

- Q est l'ensemble des états discrets ou modes,
- $X \in R^n$ est le vecteur d'état comportant n variables réelles,
- E est l'ensemble fini des évènements,
- U est un ensemble de paramètres de contrôle ($U \subseteq R^m$),
- $f : Q \times X \rightarrow X$ est une fonction qui associe à chaque sommet une fonction continue qui représente l'évolution dynamique du vecteur d'état dans le sommet appelé champ de vecteurs,
- $\varphi : Q \times X \times E \rightarrow Q$ est un ensemble de fonctions appelées conditions de transition,
- $\text{Inv} \subseteq Q \times X$ est une fonction qui associe à chaque sommet, un prédicat, qui doit être vérifié par les valeurs des variables continues lors du séjour de l'automate dans le sommet,
- $\text{guard} \subseteq Q \times Q \times X$ est l'ensemble qui définit les conditions de garde,
- $\gamma : Q \times Q \times X \times E \rightarrow X$ est la fonction de réinitialisation qui affecte une expression aux variables continues quand la transition est franchie,
- q_0 est le sommet initial,
- x_0 est l'état continu initial.

2.4.2.2 Exemple illustratif

L'exemple du thermostat utilisé pour maintenir fixe la température dans une chambre est l'un des exemples classiques des SDH. Le système est composé d'un chauffage et un capteur de température. Les seuils inférieur et supérieur du thermostat sont fixés à des valeurs entre θ_m et θ_M , avec $\theta_m < \theta_M$. Le chauffage est en « marche » tant que la température dans la chambre est inférieure au seuil θ_M . Le chauffage est arrêté lorsque le capteur détecte le seuil supérieur θ_m et il reste

en « arrêt » jusqu'au moment où la température chute au-dessous du seuil inférieur θ_m .

Ce système a deux dynamiques ; Une continue définie par la variation de la température x dans la chambre et l'autre discrète définie par la commutation entre les deux états « marche » et « arrêt ». Le fonctionnement de ce système peut être modélisé via un automate hybride où chaque état discret est associé à une dynamique continue caractérisée par l'évolution de la température correspondante à l'un des deux états qui peuvent être modélisées par les équations Différentielles suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x} = f_1(x) = x + \alpha_1 & \text{si le chauffage est en marche} \\ \dot{x} = f_2(x) = -x + \alpha_2 & \text{si le chauffage est en arrêt} \end{cases} \quad (2.2)$$

Où α_1 et α_2 sont des constantes réelles positives avec $\alpha_1 < \alpha_2$.

Le système de chauffage peut être représenté par un graphe orienté comme le montre la Figure (2.3). Les sommets du graphe correspondent aux dynamiques continues des états discrets du système. Notamment, la dynamique f_1 est associée au sommet modélisant l'état en marche du système de chauffage et f_2 au sommet modélisant l'état d'arrêt. Le passage d'un état vers l'autre est modélisé par des arcs étiquetés. Pour compléter le modèle, on considère la condition initiale (q_0, x_0) .

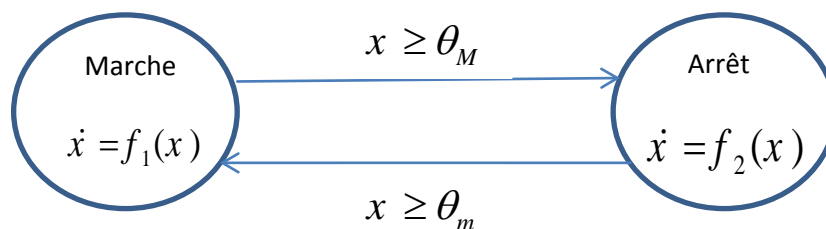


Figure 2.3: Automate Hybride modélisant un thermostat

Dans l'exemple précédent, l'évolution de la température peut être obtenue en résolvant les équations différentielles analytiquement. Dans d'autres systèmes où les équations différentielles sont plus complexes, l'utilisation des techniques

numériques est indispensable pour simuler l'évolution du système et analyser son comportement. Notons également que cette évolution est déterministe puisque nous avons considéré des conditions idéales de fonctionnement. Notamment, nous avons supposé que le capteur de température détecte d'une manière très précise les deux seuils de commutations et dès qu'un de ces deux seuils est détecté, le système change instantanément d'état. Toutes ces conditions sont des conditions de fonctionnement jamais rencontrées dans les systèmes réels, d'une part, puisque la précision des capteurs est limitée et d'autre part, parce que le changement d'état du système ne peut pas se produire instantanément dû aux retards introduits par les composantes du système lors de la transmission de l'information.

L'effet de ces imprécisions est que, en général, à partir d'un état initial donné, au plus une seule commutation est possible et même les commutations entre les différents états des systèmes ne peuvent pas être garanties à des instants précis. Cela implique une évolution non-déterministe du système. Par conséquent, avant de commencer à analyser l'évolution d'un système, nous devons être sûrs que toutes les évolutions du processus réel sont prises en compte.

La plupart des systèmes réels sont non déterministes. Le non déterminisme est une incertitude :

- Dans les conditions initiales ;
- Dans les gardes des transitions ;
- Dans les fonctions d'évolution des modes ;

Dans ce cas les valeurs de ces paramètres peuvent ne pas être connues avec certitude lors de la modélisation, les valeurs sont données alors sous la forme d'un intervalle comportant toutes les valeurs possibles.

2.4.3 Automate hybride non- déterministe

2.4.3.1 Définition

Un automate hybride non-déterministe G_{hd} est un onze-uplet [43] :

$$G_{hd} = (Q, X, E, U, f, \varphi, Inv, guard, \gamma, q_0, x_0)$$

Dans lequel tous les éléments ont les mêmes interprétations que dans l'automate hybride déterministe avec la différence suivante :

- $\varphi : Q \times X \times E \rightarrow 2^Q$ est un ensemble de fonctions appelées conditions de transition,
- $\gamma : Q \times Q \times X \times E \rightarrow 2^X$ est la fonction de réinitialisation qui affecte une expression aux variables continues quand la transition est franchie,
- $q_0 \in Q$ est un ensemble des états initiaux.

2.4.3.2 Exemple illustratif

Pour pouvoir prendre en compte le non-déterminisme dû à l'imprécision du capteur de température dans l'exemple précédent, nous allons modifier les conditions de passage d'un état vers l'autre comme suit : le chauffage est arrêté lorsque la température vérifie la relation $\theta_M - \varepsilon_M \leq x \leq \theta_M + \varepsilon_M$ et il est mis en marche lorsque $\theta_m - \varepsilon_m \leq x \leq \theta_m + \varepsilon_m$, où $\varepsilon_M, \varepsilon_m \in \mathbb{R}$ sont des constantes, figure (2.4). Les conditions de commutation, d'un état vers l'autre du système, exprimées par des intervalles, signifient que le changement d'état peut se faire à n'importe quel instant dès que la température prend des valeurs dans l'intervalle spécifié.

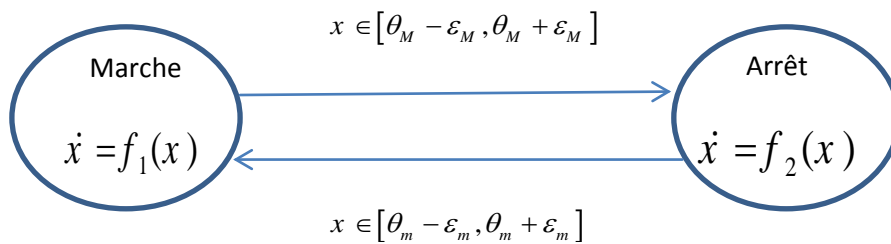


Figure 2.4 : Automate Hybride non déterministe modélisant le système de chauffage

2.5 Systèmes stochastiques hybrides

2.5.1 Préliminaires

La plupart des études dans le domaine des systèmes hybrides sont faites sur les modèles déterministes qui prévoient le comportement du système dans le futur

sans considérer les incertitudes. Or, dans la pratique, beaucoup de systèmes dynamiques fonctionnent sous l'influence des incertitudes ce qui a conduit les chercheurs à utiliser des modèles non-déterministes. Cependant, les modèles non déterministes présentent des limites en particulier dans l'étude des systèmes qui nécessitent une analyse pour distinguer entre les différentes solutions. En d'autres termes, l'analyse d'un modèle non-déterministe est du type qualitative tandis que des systèmes complexes, tel que dans le management du trafic aérien, nécessitent une analyse quantitative qui permet de distinguer entre les solutions du système avec une certaine probabilité.

Les chercheurs qui s'intéressent à l'étude probabiliste des systèmes hybrides incertains ont développé la théorie des systèmes stochastiques hybrides (SSH) [45], [46] et [47].

Sachant que les SSH sont des systèmes dynamiques qui fonctionnent sous l'influence des événements aléatoires qui peuvent changer complètement le fonctionnement du système, plusieurs approches ont été développées. La différence entre ces différentes approches est de définir dans quelle partie du modèle l'aspect stochastique intervient :

Une première possibilité est de remplacer les sauts déterministes entre les états discrets du système par des sauts aléatoires qui respectent une loi probabiliste.

Une deuxième possibilité est de remplacer la dynamique déterministe de l'ensemble des états par des équations différentielles stochastiques. Ainsi, même si les transitions restent discrètes et déterministes, à partir d'un état initial fixe, différentes gardes peuvent s'activer en fonction de la solution du processus stochastique, donc les franchissements des différentes transitions discrètes se produisent aléatoirement.

Une troisième possibilité est de considérer que les sauts entre les états discrets du système sont des sauts aléatoires et la dynamique continue est représentée par des équations différentielles stochastiques.

Ainsi les chercheurs ont essayé d'élaborer des modèles pour faciliter l'analyse des SSH tout en conservant leurs propriétés structurelles. Parmi les modèles les plus

cités dans la littérature, on trouve les modèles à flux stochastique ou SFM (Stochastic Fluid Models) et les processus de Markov déterministes par morceaux ou PDMP (Piecewise Deterministic Markov Processes). Les PDMP forment une classe de processus stochastiques assez spéciale, puisqu'ils ne sont pas toujours aléatoires. En effet, comme leur nom l'indique, ils évoluent selon une dynamique déterministe puis, parfois, changent de comportement (ce qu'on appelle un saut) et adoptent une autre dynamique.

2.5.2 Système à flux stochastique

Les systèmes à flux stochastique constituent une classe importante des systèmes stochastiques hybrides. Ils sont appelés aussi « systèmes à fluide stochastique ».

En se basant sur le principe de conservation de la matière, la dynamique d'un fluide contenu dans un réservoir représenté par la figure (2.5) est donné par :

$$\dot{x}(t) = \alpha(t) - \beta(t) \quad (2.3)$$

Où $x(t)$ représente le contenu du réservoir qui change avec la variation temporelle du débit d'entrée $\alpha(t)$ et le débit de sortie $\beta(t)$. Comme le contenu du réservoir ne peut jamais devenir négatif ni dépasser la capacité maximale C du réservoir, la dynamique complète du système est donné par :

$$\dot{x}(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } x(t) = 0 \text{ et } \alpha(t) - \beta(t) \leq 0 \\ 0 & \text{si } x(t) = C \text{ et } \alpha(t) - \beta(t) \geq 0 \\ \alpha(t) - \beta(t) & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (2.4)$$

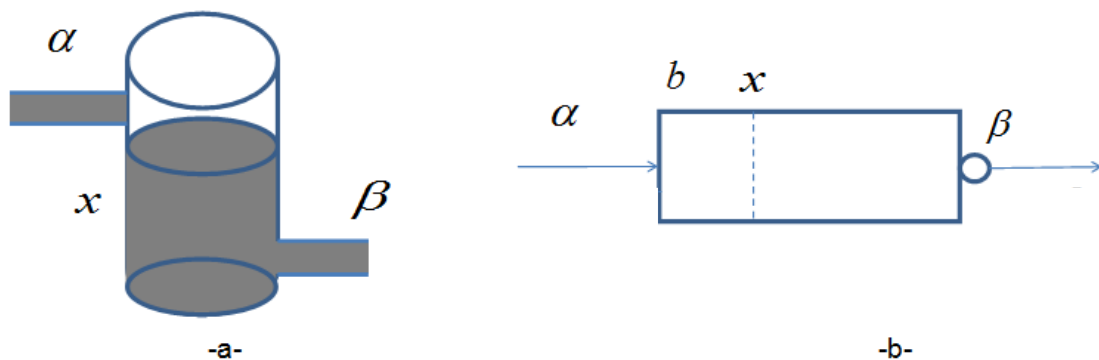


Figure 2.5 : Automate Hybride non déterministe modélisant le système de gestion du fluide contenu dans le réservoir.

Un tel système devient très intéressant lorsqu'il s'agit de plusieurs éléments interconnectés pour former un réseau. Le débit de sortie d'un nœud dans ce réseau constitue le débit d'entrée d'un autre nœud. On peut aussi contrôler le système en utilisant des vannes pour commander le débit d'entrée et de sortie de chaque nœud.

La nature hybride de ce système est illustrée dans la figure (2.5.b), la dynamique du système change avec l'occurrence de différents événements. Quand le contenu du réservoir $x(t)$ atteint/ quitte la valeur zéro ou atteint /quitte la valeur C, un changement de la dynamique peut être causé aussi par des événements contrôlables telle que la fermeture de la vanne d'entrée ou des événements incontrôlables telle que la variation du débit d'entrée/sortie, la dynamique de ce système devient stochastique quand le débit d'entrée/sortie devienne stochastique.

Les modèles à flux stochastique sont extrêmement utiles dans la modélisation des systèmes à événements discrets complexes tels que les systèmes de trafic routier, les systèmes de production et les réseaux de télécommunication. Ils sont utilisés généralement pour la modélisation des systèmes où l'aspect aléatoire joue un rôle important. Ils sont aussi largement utilisés pour la commande optimale et la conception de système.

Dans la littérature, un grand nombre de travaux ont utilisé ce modèle. Citons : [48], [49] , [50] et [51] pour les réseaux de télécommunication, [52] pour l'analyse des systèmes de production, [53] pour modéliser le système de trafic et [54] pour modéliser une intersection.

L'avantage de ce modèle est qu'il est simple à étudier analytiquement et il permet de réduire la complexité inhérente à la modélisation traditionnelle. Il représente une bonne approximation pour les modèles discrets.

Une autre caractéristique intéressante des SFM, qui motive leur utilisation, est qu'ils permettent d'utiliser la méthode d'analyse de sensibilité, appelée analyse des perturbations [55]. Cette technique d'évaluation des performances, utilisée initialement pour les systèmes à événements discrets, permet de calculer les gradients de la mesure de performance en fonction des paramètres de

configuration du système qui, à leur tour, facilitent la conception du système ainsi que le contrôle en ligne des tâches d'optimisation. Dans ce qui suit, nous présentons un bref aperçu sur la méthode de l'analyse de sensibilité.

2.6 Analyse de sensibilité

L'analyse de sensibilité est une technique d'évaluation de performance des systèmes. Elle consiste à étudier l'effet de la variabilité des entrées d'un modèle sur la variabilité de sa sortie. Elle permet d'évaluer des indices de sensibilité qui quantifient combien une variable ou un ensemble de variables influe sur la sortie. Considérons un modèle mathématique, constitué d'un ensemble de variables d'entrée / sorties aléatoires et d'une fonction déterministe :

$$\begin{aligned} f : R^p &\rightarrow R \\ X &\rightarrow Y = f(X) \end{aligned} \tag{2.5}$$

La fonction du modèle est f et l'ensemble des variables d'entrée $X = (X_1, \dots, X_p)$ contient toutes les entités considérées comme aléatoires dans le modèle. L'ensemble des variables de sortie est supposé réduit à une unique variable Y . L'analyse de sensibilité consiste à étudier comment des perturbations sur les variables entrées engendrent des perturbations sur la sortie. Elle informe sur la façon dont se répercutent les incertitudes d'entrée sur les variables de sortie. Ces informations sont utilisées pour prendre des décisions sur le processus étudié, il est important de savoir que des incertitudes sont associées au modèle utilisé. L'analyse de sensibilité regroupe deux types de méthodes: qualitatives ou quantitatives. Les méthodes qualitatives ou de "screening" consistent à classer les données d'entrée d'un système en différents groupes suivant l'influence qu'elles ont sur la variabilité de la sortie. Les méthodes quantitatives peuvent être locales ou globales suivant qu'elles autorisent les paramètres d'entrée d'un système à varier un par un ou tous à la fois ; mais elles visent surtout à mesurer précisément l'influence des perturbations des données d'entrée sur la variabilité de la sortie.

2.6.1 La méthode d'analyse des perturbations

La méthode PA a été proposée par HO, EYLER et CHIEN en 1979 [56]. Elle a été définie comme une technique d'évaluation de performance des systèmes à

événements discrets (SED) à travers les informations contenues dans une seule exécution de simulation. La PA consiste à analyser et suivre l'évolution de deux trajectoires échantillons (une trajectoire perturbée et l'autre dite nominale) d'un paramètre de décision afin d'étudier et de mesurer l'effet de sa perturbation sur les performances du système. Elle présente une souplesse d'utilisation et une rapidité de réponse aux changements dynamiques à travers les informations contenues dans une seule observation d'un système dans un environnement stochastique, ce qui a amené plusieurs auteurs à développer cette méthode pour résoudre des problèmes d'optimisation.

En effet, les techniques d'optimisation font appel à des compétences de développement d'algorithmes d'optimisation stochastique basés sur le calcul de gradients à travers l'analyse des perturbations. Cette technique fournit une méthodologie d'optimisation des mesures de performance des systèmes, laquelle sera par la suite implantée dans ces systèmes dans le but de déterminer la meilleure politique de commande. C'est ce qui justifie l'intérêt à utiliser cette méthode comme une technique d'évaluation de performance et d'optimisation. Nous allons présenter dans ce qui suit le principe de la PA.

2.6.2 Principe de l'analyse des perturbations

L'analyse des perturbations permet de construire un ensemble de relations formelles liant le vecteur de décisions θ_i à la mesure de performance J afin de pouvoir estimer le gradient de la performance $\nabla J(\theta)$ en chaque point θ_i . Ces relations sont issues de l'étude des trajectoires. Elle permet d'estimer la sensibilité des indicateurs de performance grâce aux variations des variables de décision. A partir de cette analyse de sensibilité, le gradient de la fonction objectif peut être calculé ainsi que le système optimisé. La figure (2.6) décrit le principe de fonctionnement de la PA.

- A l'aide du simulateur, on mesure la performance J du système en un point de fonctionnement θ_i ,
- Le bloc PA, qui est un algorithme à base de relations de la dynamique du système, permet de prédire la réponse du système au point $(\theta_i + \Delta\theta)$ et

ainsi calculer la sensibilité (le gradient $\nabla J(\theta)$ du système face à la perturbation $\Delta\theta$ introduite).

- Le gradient estimé $\nabla J(\theta)$ au point θ_i est alors utilisé dans un algorithme d'optimisation mathématique. Un nouveau point θ_{i+1} est ainsi déterminé suivant la direction du gradient $\lambda\nabla J(\theta)$ et ainsi de suite.

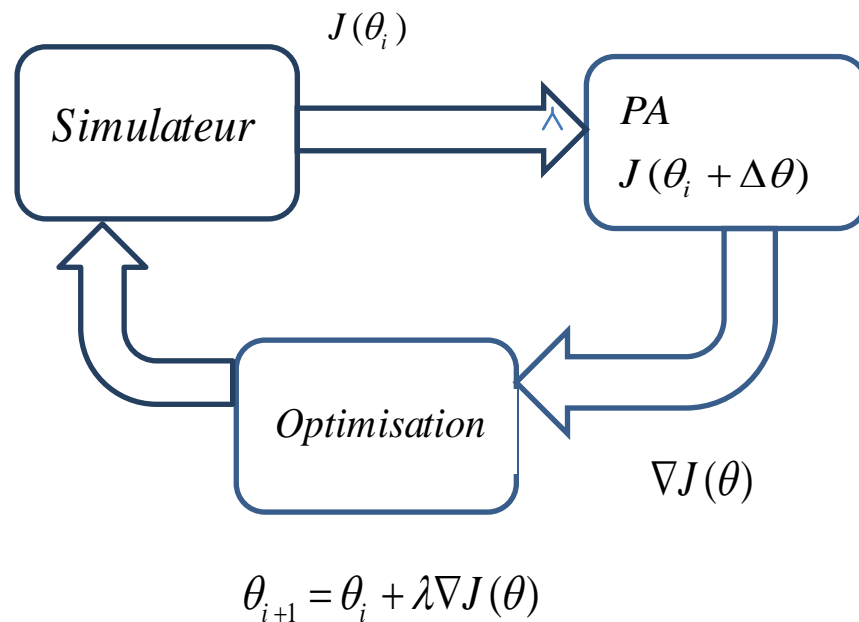


Figure 2.6 : Fonctionnement général de PA

Le bloc PA (Figure 2.6) est basé sur la formalisation préalable de deux types de trajectoires : la trajectoire nominale qu'on obtient en simulant le système en un point de fonctionnement θ_i et la trajectoire perturbée obtenue en introduisant une perturbation sur le vecteur de décision ($\theta_i + \Delta\theta$). L'étude de ces deux trajectoires permet d'estimer la sensibilité du système par rapport à la perturbation introduite $\Delta\theta$.

Si on introduit une perturbation infinitésimale sur le vecteur de décision et si on fait tendre la longueur des trajectoires vers l'infini, on obtient directement une estimation du gradient de la mesure de performance moyen. Dans ce cas, la méthode PA sera appelée analyse des perturbations infinitésimale (IPA).

2.6.3 Analyse des perturbations infinitésimale

L'Analyse des perturbations infinitésimale [56], estime la valeur de l'espérance de la valeur limite (quand $t \rightarrow \infty$) de la dérivée de la mesure de performance observée $dL(\theta, \xi)/d\theta$, avec $L(\theta, \xi)$ est la mesure de performance du système déterminée à partir de la simulation d'un modèle ou de l'observation du système réel et ξ est le vecteur des variables aléatoires qui représentent toutes les variables aléatoires du système. En effet, l'intérêt de l'IPA porte sur la détermination de la valeur de la dérivée de l'espérance de la valeur limite de $L(\theta, \xi)$, Si elle existe. $x(t, \theta, \xi)$ est l'évolution temporelle de l'état du système, elle dépend des valeurs de réalisation des différentes variables aléatoires (ξ). L'impartialité (unbiasedness) et la consistance de l'estimateur sont vérifiées respectivement par les deux conditions suivantes :

$$E [dL(\theta, \xi)/d\theta] = dE [L(\theta, \xi)]/d\theta \quad (2.6)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} d [L(x(t, \theta, \xi))]/d\theta = d \left[\lim_{t \rightarrow \infty} L(x(t, \theta, \xi)) \right] / d\theta \quad (2.7)$$

L'impartialité ou la convergence d'un estimateur traduit qu'il est sans biais. En effet, pour une perturbation $\Delta\theta$ et une réalisation de ξ la trajectoire nominale $x(t, \theta, \xi)$ et la trajectoire perturbée $x(t, \theta + \Delta\theta, \xi)$ commenceront à diverger, si le cardinal de l'ensemble des trajectoires est assez grand. Alors l'évolution de la trajectoire perturbée est complètement différente de celle de la trajectoire nominale. Ce qui explique l'apparition d'une discontinuité dans la fonction pour une réalisation donnée de ξ . Cette discontinuité crée un problème de dérivabilité de la fonction $L(\theta, \xi)$, alors l'équation (2.6) n'est plus valide [56]. Mais si l'équation (2.6) est valide, cela revient à obtenir des mesures de performance, représentant une continuité entre la trajectoire nominale $x(t, \theta, \xi)$ et la perturbée $x(t, \theta + \Delta\theta, \xi)$.

Si on considère une perturbation infinitésimale, la probabilité d'avoir des discontinuités de la fonction $L(\theta, \xi)$ est très faible. En plus, si on rencontre une discontinuité, sa valeur serait suffisamment petite pour ne pas contribuer

efficacement au mécanisme de calcul de la moyenne, d'où l'équation (2.6) reste valide.

La consistance est la traduction de la convergence stochastique de l'estimateur de la dérivée de la performance obtenue par une seule simulation, vers la dérivée de la performance stationnaire quand la longueur de la trajectoire est infinie. En effet, la consistance justifierait l'utilisation d'un estimateur d'IPA obtenu par une longue trajectoire échantillonnée au lieu de la moyenne de N estimations.

En conclusion, la méthode IPA avec ses deux caractéristiques (la convergence et la consistance) possède un avantage par rapport aux autres méthodes traditionnelles d'estimation de la dérivée : le fait que l'IPA permet d'estimer la dérivée de la mesure de performance en une seule simulation au lieu de N simulations. Cet avantage justifie l'utilisation de cette méthode dans de nombreux travaux pour résoudre des problèmes d'optimisation. Dans la partie suivante, nous allons présenter la méthode IPA comme technique d'optimisation.

2.6.4 Utilisation des IPA dans les SSH

Nous avons vu qu'un automate hybride est considéré comme stochastique dans le cas où certains événements ou variables prennent un caractère stochastique et que des études ont montré que la technique de PA peut être appliquée aux ASH dont les plus simples l'IPA. Cette technique est facile à employer dans les AH du fait que le calcul de la dérivée de la forme $dL(\theta, w) / \theta$ est simple, non biaisé et relativement simple à vérifier.

Dans les systèmes hybrides complexes, il est important parfois de considérer ces systèmes comme des SED. Dans le cas du trafic routier, le mouvement des véhicules peut être vu comme un flux et les véhicules sont considérés comme des molécules dans un fluide. Dans ce cas, on n'a pas besoin de prendre en compte les événements qui affectent les véhicules individuellement mais on s'intéresse uniquement aux événements qui affectent l'ensemble des véhicules.

L'avantage d'utiliser le modèle de fluide est la possibilité de regrouper plusieurs événements tout en ignorant la micro-dynamique de chaque véhicule et de s'intéresser uniquement au changement du flux.

Dans le cas des ASH le principe sur lequel se base l'IPA consiste à considérer l'effet d'une certaine perturbation dans un paramètre de contrôle dans un mode et doit être suivi à travers la dynamique continue qui caractérise ce mode. En effet, une telle perturbation influe sur les conditions de garde.

2.6.5 Analyse des perturbations infinitésimale appliquée à l'optimisation

L'optimisation joue un rôle important dans tous les domaines industriels. En effet, elle permet d'obtenir une configuration optimale pour satisfaire des besoins économiques ou fonctionnels. Mais, l'optimisation n'est pas toujours simple, il est parfois nécessaire d'avoir recours à des méthodes d'optimisation qui doivent trouver un compromis entre plusieurs facteurs. Parmi les méthodes d'optimisation, nous nous intéressons aux méthodes qui sont basées sur le calcul des gradients de la mesure de performance par rapport aux paramètres de décision. Leur principe consiste à calculer le gradient de performance en un point de fonctionnement donné puis de faire évoluer ce point dans la direction du gradient. Ce qui permet de trouver rapidement l'optimum sans avoir besoin de recouvrir tout le domaine des valeurs possibles. La méthode IPA est l'une des méthodes basées sur le gradient qui est très efficace pour l'optimisation des problèmes dans les environnements stochastiques. En effet, la méthode IPA présente plusieurs avantages, on cite :

- Une souplesse d'utilisation et une rapidité de réponse aux changements du système à travers les informations contenues dans une seule observation de l'évolution du système,
- Elle permet de réduire le nombre de simulations pour l'obtention d'un estimateur non biaisé du gradient,
- Facile à implémenter dans un algorithme d'optimisation pour donner une solution proche de l'optimal,
- Elle évalue la performance des gradients directement et non par des différences finies.

2.7 Conclusion

Les systèmes dynamiques hybrides sont des systèmes qui combinent une partie discrète et une partie continue. Récemment, ces systèmes ont reçu beaucoup

d'attention et plusieurs approches ont été proposées afin d'établir un modèle homogène permettant la modélisation de l'interaction entre les parties discrètes et continues.

Dans ce chapitre, nous avons présenté les principales approches de modélisation des systèmes dynamiques hybrides (SDH). Parmi ces approches, l'approche mixte qui considère les comportements continus et discrets. L'avantage de cette approche est sa généralité, car elle ne fait pas d'hypothèses sur le type de phénomène à modéliser, laissant ainsi toute liberté à l'utilisateur pour construire son modèle.

L'automate hybride est considéré parmi les outils les plus puissants pour modéliser un SDH. Nous avons vu que l'introduction de l'aspect probabiliste est essentiel pour modéliser un certain type de systèmes appelés « systèmes stochastiques hybrides » (SSH) parmi lesquels on trouve les modèles à flux stochastique (SFM).

Nous avons passé en revue la technique d'analyse de sensibilité puis la technique d'analyse des perturbations infinitésimale qui est issue de l'analyse de sensibilité. L'analyse de perturbations infinitésimales permet d'obtenir des estimateurs non biaisés du gradient par une seule simulation. Alors le grand avantage de cette méthode par rapport aux approches traditionnelles d'estimation de la dérivée de la mesure de performance via la simulation est le nombre de simulations relativement réduit et sa facilité d'implémentation. Ce qui a amené plusieurs travaux à utiliser cette méthode pour résoudre des problèmes d'optimisation.

Dans ce travail, nous allons utiliser les SFM pour modéliser les systèmes de trafic urbain et la méthode d'analyse de perturbations infinitésimale comme technique d'optimisation.

CHAPITRE 3 :

MODELISATION DE L'ÉCOULEMENT DE TRAFIC PAR LES SYSTEMES STOCHASTIQUES HYBRIDES

3.1 Introduction

La modélisation est une étape essentielle pour l'étude de l'écoulement du trafic. Dans le premier chapitre nous avons vu que généralement il y a trois grands types de modèles d'écoulement : les modèles macroscopiques, microscopique et mésoscopiques.

Les modèles macroscopiques décrivent l'écoulement du trafic comme un flot continu sans individualisation des véhicules. Ils sont basés sur deux théories principales : la théorie de l'hydrodynamique et la théorie des files d'attente. Contrairement aux modèles macroscopiques, les modèles microscopiques décrivent le comportement individuel de chaque véhicule. On distingue deux approches adéquates à la modélisation microscopique: les modèles véhicule-suiveur et les modèles de particules. Les modèles mésoscopiques sont l'hybridation de ces deux modèles et se situent au niveau intermédiaire de détails entre les deux.

Les modèles d'écoulement du trafic ne considèrent que la partie continue. Or cela n'est pas suffisant pour décrire le comportement réel du trafic puisque le trafic urbain se comporte comme un système dynamique hybride où la vitesse, la densité, la longueur de la file d'attente, le volume et la position des véhicules sont considérés comme des variables continues, alors que l'arrivée et le départ des véhicules, le dépassement, la commutation des feux de circulation, l'apparition des accidents de la circulation, l'ouverture et la clôture de la rampe sont des événements à états discrets .

Dans la littérature scientifique, plusieurs approches ont été proposées pour modéliser le système du trafic vu comme un système dynamique hybride. Ainsi

plusieurs outils de modélisation graphique ont été utilisés. Nous pouvons citer les réseaux de Pétri et leurs différentes représentations [57] (les plus utilisés), le Bond Graph élaboré par ABOUAISSA et LOZANO [58] et le modèle multi-agent proposé par LAICHOIR, MAOUCHE et MANDIAU [59]. D'autres chercheurs, ont utilisé l'automate hybride [35] et les automates hybrides stochastiques [60].

Dans ce travail, nous étudions le phénomène de la file d'attente dans un réseau de trafic urbain en utilisant le modèle à fluide stochastique pour représenter le système tout en rapprochant son comportement à un système hybride stochastique.

3.2 Description d'un tronçon avec feux de signalisation

Le système étudié est un tronçon (L1) avec un feu de signalisation (T1) implantés à l'extrémité (figure 3.1). Le débit d'arrivée des véhicules est considéré aléatoire. Des boucles de détection des véhicules sont implantées à l'entrée de la voie. La capacité de la voie du carrefour est illimitée. Pour des raisons de simplification on combine le feu jaune avec le feu rouge, et les mouvements de tournes à gauche et à droite sont exclus de notre étude.

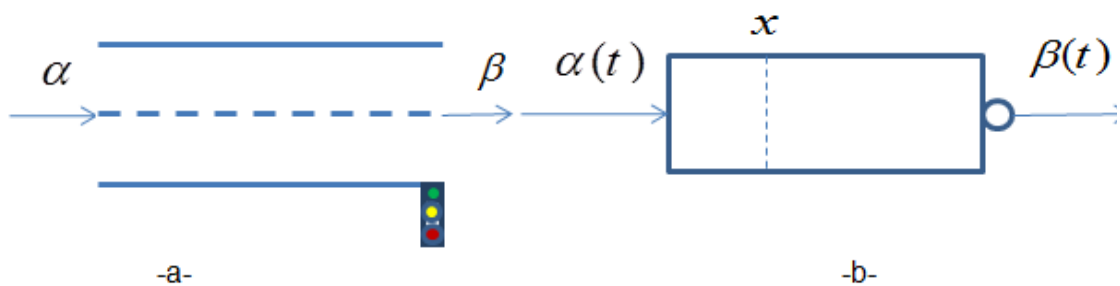


Figure 3.1 : - a- Un tronçon routier avec feux,-b- Modèle SFM d'un tronçon routier avec feux

3.3 Modélisation d'un tronçon avec feux de signalisation

Pour modéliser un tronçon routier avec feux de signalisation, nous utilisons un modèle à fluide stochastique (SFM). Ce choix est justifié par le fait qu'au niveau urbain un tronçon routier doit permettre l'accumulation de véhicules et la variation du débit d'entrée et/ou de sortie des véhicules est aléatoire.

Ce système est considéré comme un système dynamique hybride du fait qu'il est composé d'un SED correspondant à la commutation des feux de circulation et d'un système continu caractérisé par l'arrivée et le départ des véhicules. Le système contient plusieurs processus stochastiques qu'on définit dans un espace de probabilité (Ω, F, P) . Ce tronçon est considéré comme une file d'attente de capacité infinie et caractérisé par deux variables continues et aléatoires $\{\alpha(t)\}$ et $\{\beta(t)\}$ ou $\alpha(t)$ est le débit d'arrivé instantané de véhicules et $\{\beta(t)\}$ est le débit de sortie de véhicules lorsque le feu est vert. La durée du feu vert est $v \in [v_{\min}, v_{\max}] \subset R^+$ et la durée du feu rouge est $r \in [r_{\min}, r_{\max}] \subset R^+$. On définit deux variables d'état $x(t) \in R^+$ et $h_i(t), i = 1, 2$ qui représentent respectivement le contenu de la file d'attente et une horloge associée aux deux feux :

$$\dot{h}_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 < h_1(t) < v \text{ ou } h_2(t) = r \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (3.1)$$

$$\dot{h}_1(t^+) = 0 \text{ si } h_1(t) = v$$

$$\dot{h}_2(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 < h_2(t) < r \text{ o } h_1(t) = v \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (3.2)$$

$$\dot{h}_2(t^+) = 0 \text{ si } h_2(t) = r$$

La variable $h_1(t)$ mesure le temps du feu vert, elle est remise à zéro lorsque la durée du feu du vert est écoulée. De même pour la variable $h_2(t)$ qui mesure le temps du feu rouge, elle est remise à zéro lorsque la durée du feu rouge est écoulée. Puis le processus se répète.

On peut écrire la dynamique de la file d'attente représentée par la variable d'état $x(t)$ par :

$$\dot{x}(t) = \begin{cases} \alpha(t) & \text{si } h_1(t) = 0 \\ 0 & \text{x}(t) = 0 \text{ et } \alpha(t) \leq \beta(t) \text{ ou } \text{x}(t) = 0 \text{ et } h_2(t) = 0 \\ \alpha(t) - \beta(t) & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (3.3)$$

L'ensemble du tronçon et les feux peuvent être vu comme un système hybride avec une dynamique continue décrite par les équations (3.1) ,(3.2) et (3.3) et une dynamique discrète décrite par la commutation entre les feux vert et rouge et les évènements qui causent le changement de la valeur de la variable d'état $x(t)$ d'une valeur nulle à une valeur positive ou inversement.

Ce système hybride peut être modélisé via un automate hybride stochastique. Comme le montre la figure (3.2), l'automate contient trois états discrets ou modes notés par $q(t) = \{1,2,3\}$; les modes 1 et 3 indiquent le feu vert alors que le mode 2 indique le feu rouge. Dans chaque mode, la dynamique continue est décrite par les équations (3.3) avec les conditions de l'invariant spécifique. La transition entre modes se fait selon les conditions de garde associées. A noter aussi que le changement d'un état à un autre causé par la commutation des feux entraîne la remise à zéro de la variable d'horloge correspondante.

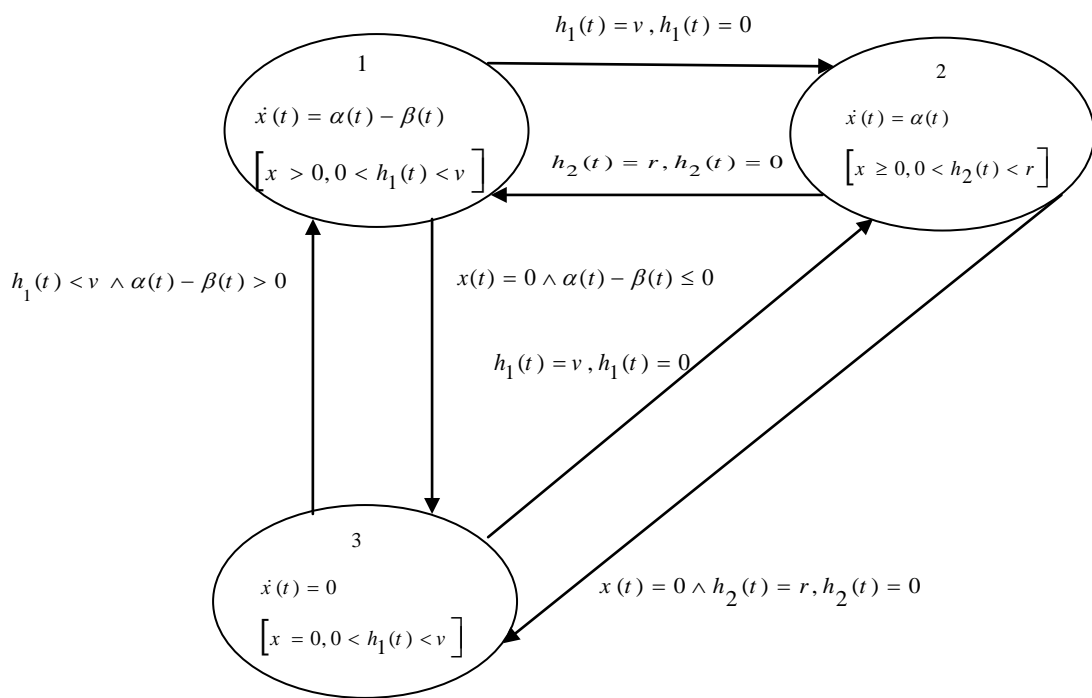


Figure 3.2: Modèle automate stochastique hybride d'un tançant routier

Dans le cas où le tronçon étudié a une capacité C finie, la dynamique de la file d'attente représentée par la variable d'état $x(t)$ est donnée par :

$$\dot{x}(t) = \begin{cases} \alpha(t) & \text{si } h_1(t)=0 \\ 0 & \text{si } x(t)=0 \text{ et } \alpha(t) \leq \beta(t) \text{ ou } x(t)=0 \text{ et } h_2(t)=0 \\ 0 & \text{si } x(t)=c \text{ et } \alpha(t) \geq \beta(t) \text{ ou } x(t)=c \text{ et } h_1(t)=0 \\ \alpha(t) - \beta(t) & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (3.4)$$

L'automate hybride correspondant est illustré par la figure (3.3). L'automate comprend quatre états discrets notés par $q(t) = \{1, 2, 3, 4\}$: les états 1 et 3 indiquent le feu vert alors que les états 2 et 4 indiquent le feu rouge. Dans chaque mode, la dynamique continue est décrite par les équations (3.4) avec les conditions de l'invariant spécifique. La transition entre sommets se fait selon les conditions de garde associées. A noter aussi que le changement d'un état à un autre causé par la commutation des feux entraîne la remise à zéro de la variable d'horloge.

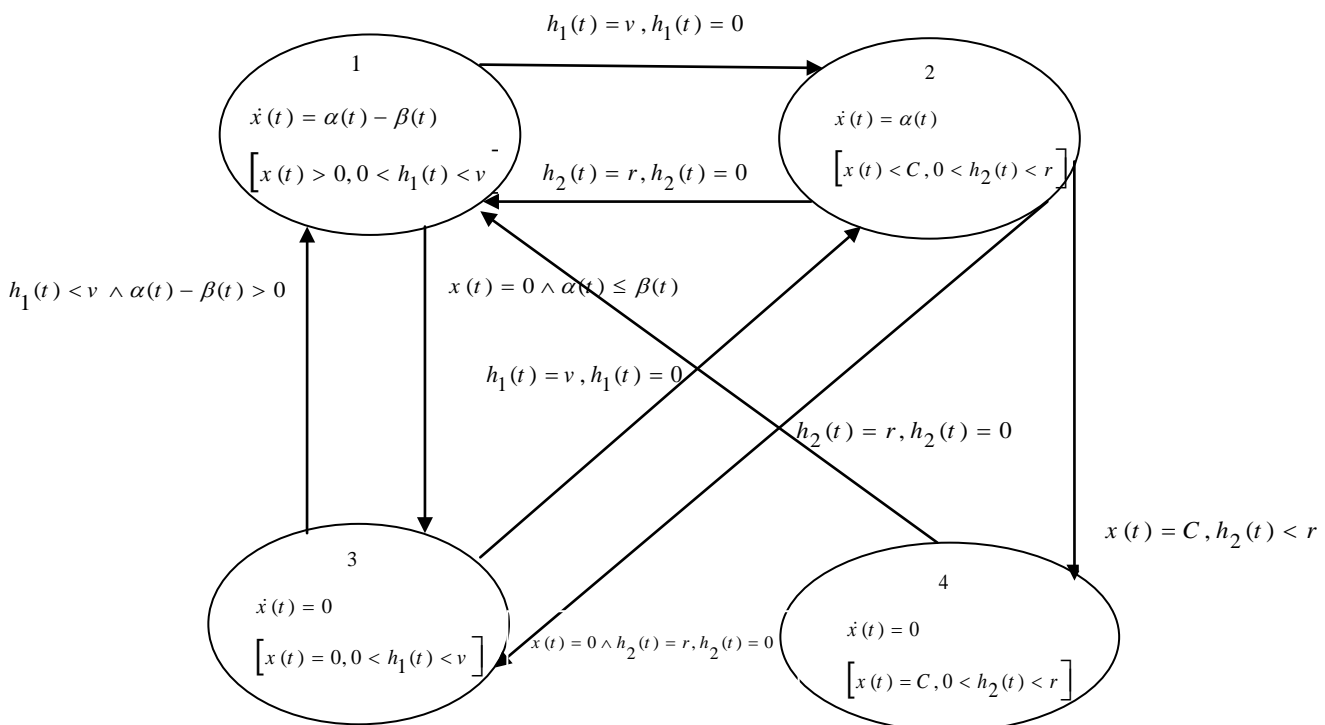


Figure 3.3: Modèle automate stochastique hybride d'un tançant routier d'une capacité finie

3.4 Modélisation d'une intersection avec feux de signalisation

Pour modéliser une intersection signalisée, on procède de la même manière que pour un tronçon et avec les mêmes hypothèses de simplification. Considérons le cas d'une intersection comprenant quatre voies (L1, L2, L3 et L4) avec quatre feux de signalisation (T1, T2, T3, T4) implantés à l'extrémité des quatre voies (figure 3.4). Les voies de l'intersection sont caractérisées par un débit d'arrivée aléatoire. Le trafic s'écoule dans deux directions principales : Est-Ouest (1-3) et Nord-Sud (2-4).

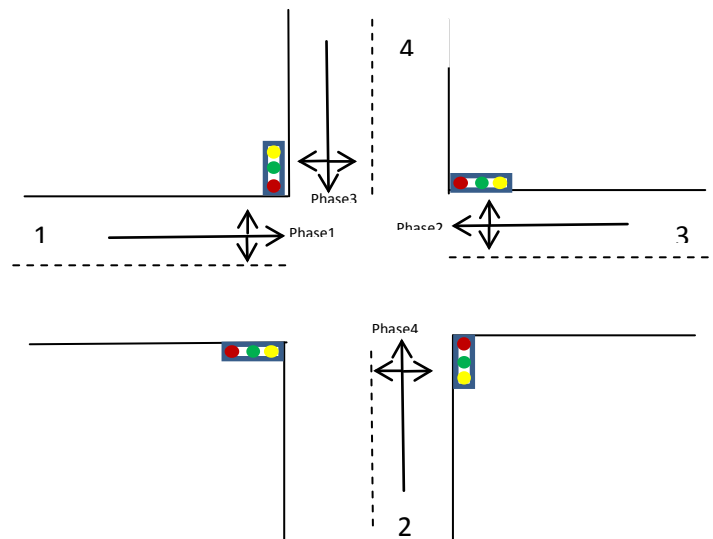


Figure 3.4 : Intersection en croix

Le système contient plusieurs processus aléatoires qu'on définit dans un espace de probabilité (Ω, F, P) . Chaque voie est considérée comme une file d'attente avec une capacité infini et caractérisée par deux variables continues et aléatoires $\{\alpha(t)_n\}$, $n = 1, \dots, 4$ et $\{\beta(t)_n\}$, $n = 1, \dots, 4$ où $\alpha(t)_n$ est le débit d'arrivée instantané de véhicules la voie n et $\beta(t)_n$ est le débit de sortie de véhicule lorsque le feu la voie n est vert. La durée du feu vert est $v_n \in [v_{\min}, v_{\max}] \subset \mathbb{R}^+$ et la durée du feu rouge est $r_n \in [r_{\min}, r_{\max}] \subset \mathbb{R}^+$. On suppose que $v_1 = v_3 = r_2 = r_4$, $v_2 = v_4 = r_1 = r_3$, ce qui résume les paramètres de décision au vecteur $v = [v_1, v_2]$. Pour chaque voie n , on définit deux variables d'état $x(t)_n \in \mathbb{R}^+$ et $h_i(t)$, $i = 1, 2$ qui représentent

respectivement le contenu de la file d'attente de la voie et une horloge associée aux deux feux :

$$\dot{h}_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 < h_1(t) < v_1 \text{ ou } h_2(t) = v_2 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (3.5)$$

$$\dot{h}_1(t^+) = 0 \text{ si } h_1(t) = v_1$$

$$\dot{h}_2(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 < h_2(t) < v_2 \text{ ou } h_1(t) = v_1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (3.6)$$

$$\dot{h}_2(t^+) = 0 \text{ si } h_2(t) = v_2$$

La variable $h_1(t)$ mesure le temps du feu vert, elle est remise à zéro lorsque la durée du feu est vert est écoulée. De même pour la variable $h_2(t)$ mesure le temps du feu rouge, elle est remise à zéro lorsque la durée du feu rouge est écoulée. Puis le processus se répète.

On peut décrire la dynamique de la file d'attente de chaque voie représentés par la variable d'état $x(t)_n$ par :

$$\dot{x}_n(t) = \begin{cases} \alpha_n(t) & \text{si } h_1(t) = 0, n = 1, 3 \text{ ou } h_2(t) = 0, n = 2, 4 \\ 0 & \text{si } x_n(t) = 0 \text{ et } \alpha_n(t) \leq \beta_n(t) \text{ ou } x_n(t) = 0 \text{ et } h_2(t) = 0 \\ \alpha_n(t) - \beta_n(t) & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (3.7)$$

L'intersection et les feux peuvent être vus comme un système hybride avec une dynamique continue décrite par les équations (3.5), (3.6) et (3.7) et une dynamique discrète décrite par la commutation entre les feux vert et rouge et les événements qui causent le changement de la valeur de la variable d'état $x_n(t)$ d'une valeur nulle à une valeur positive ou inversement.

Ce système hybride peut être modélisé via un automate hybride stochastique (Figure 3.5). l'automate contient huit états discrets notés par $q(t) = \{1, 2, \dots, 8\}$: les états 1, 2, 3 et 4 indiquent le feu vert sur les voie 1 et 3 alors que les états 5, 6, 7 et 8 indiquent le feu vert sur les voie 2 et 4. Dans chaque mode, la dynamique

continue est décrite par les équations (3.3) avec les conditions de l'invariant spécifique. La transition entre modes s'effectue selon les conditions de garde associées. A noter aussi que le changement d'un état à un autre causé par la commutation des feux entraîne la remise à zéro de la variable d'horloge correspondante.

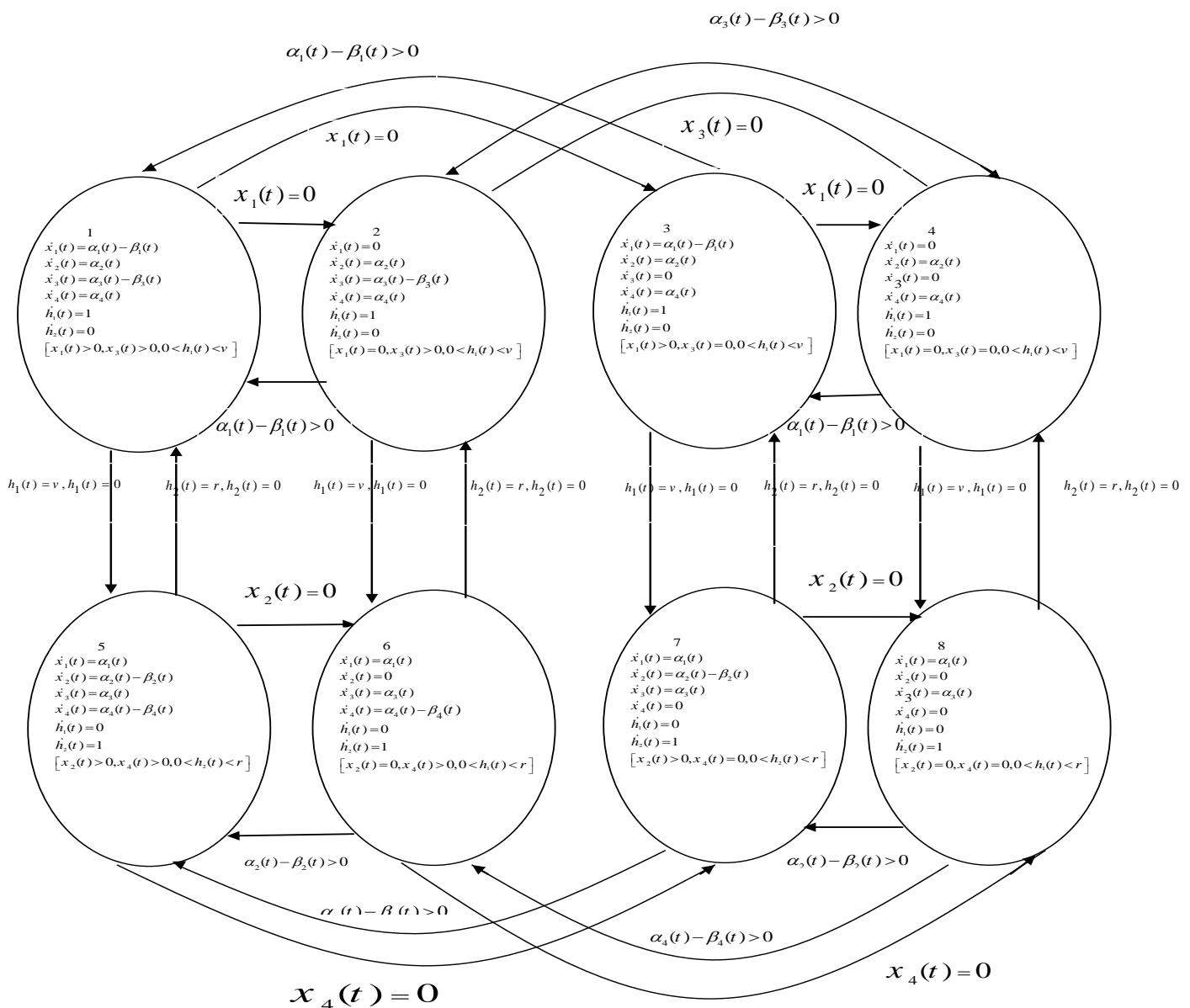


Figure 3.5: Modèle automate stochastique hybride d'une intersection en croix

Etudier et analyser une telle représentation est très compliqué. De ce fait, il est plus adéquat, de modéliser chaque voie individuellement, ce qui nous donne des modèles plus simples ; (figure 3.2) et (figure 3.3).

3.5 Les caractéristiques de débit à une intersection signalisée

L'interruption de la circulation dans une voie signalisée est ordonnée et déterministe. Considérons que, lorsque le feu rouge est allumé, tous les véhicules de cette voie vont s'arrêter et forment ainsi une file d'attente jusqu'à ce que le feu passe au vert. Une fois que le feu passe au vert le premier véhicule de la file d'attente démarre suivi par les autres véhicules. Ce mouvement de véhicules se poursuit jusqu'à la prochaine commutation des feux. La charge et décharge de la file d'attente se répète à chaque cycle. Compte tenu de cette configuration d'interruption, les procédés suivants deviennent importants à analyser:

- le processus d'arrivée des véhicules,
- le processus de départ des véhicules,
- la file d'attente de véhicules,
- le retard de véhicules.

3.5.1 Processus d'arrivée à une intersection signalisée

Le flux d'arrivée des véhicules à une intersection peuvent être de deux types :

- Des arrivées aléatoires,
- Des arrivées groupées,

Les véhicules entrent dans une intersection avec des arrivées aléatoires dans le cas où l'intersection se trouve à des endroits où il n'y a pas d'autres intersections en amont dans les environs (disant dans les 3 à 4 km). Dans ces cas, les temps entre les arrivées (ou fréquences de passage) sont aléatoirement distribués avec une fonction densité de probabilité qui est généralement approchée soit par une distribution exponentielle négative, soit par une distribution d'Erlang ou encore une distribution log normale [57].

Si on prend le cas où le débit d'arrivée est approché par une distribution exponentielle négative, Il s'ensuit que la probabilité pour que le temps inter-véhiculaire h , entre deux arrivées successives de véhicules, soit supérieur ou égal à t , est donnée par :

$$\Pr(h \geq t) = \mu e^{-\mu t} \quad (3.8)$$

$$\mu = \frac{1}{T} \quad (3.9)$$

Où T représente le temps inter-véhiculaire moyen entre deux arrivées successives de véhicules.

Bien que cette distribution se révèle adaptée à l'approximation des arrivées de véhicules, elle fournit parfois des données irréalistes (figure 3.6). Cela signifie que la distance entre le véhicule détecté et le véhicule qui le précède est infiniment petite (les véhicules sont collés presque les uns aux autres).

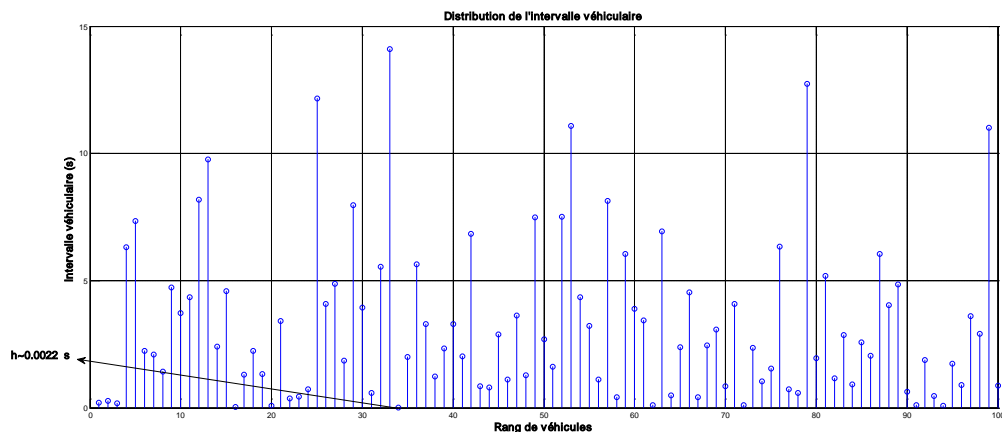


Figure 3.6 : Distribution exponentielle des arrivées de véhicules avec un temps inter-véhiculaire moyen $T=4$ s.

Les débits d'entrée sont obtenus par inversion des intervalles-véhiculaires ($\alpha = 1/h$) [19].

Lors de la transformation des intervalles-véhiculaires en débits d'entrée, de très petits délais donnent des valeurs de débits irréalistes ($\alpha \approx 453,57$ véh/s qui correspond à $h \approx 0.0022$ s) (figure 3.7).

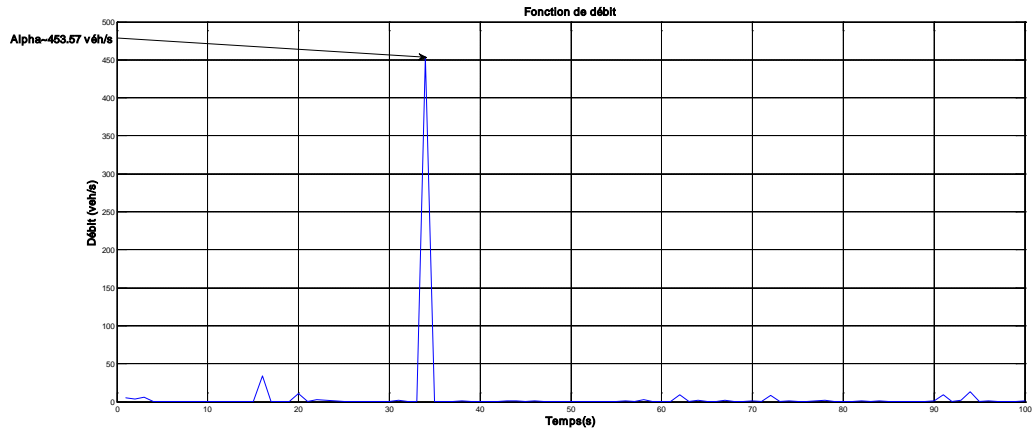


Figure 3.7 : Débits d'entrée correspondant aux intervalles véhiculaires

En réalité deux véhicules qui se succèdent doivent maintenir une certaine distance de sécurité minimale pour éviter la collision. Cette distance peut être interprétée comme une durée minimale (I) garantissant l'écart de temps minimal entre deux arrivées de véhicules successives [58]. Par exemple, le fait d'ajouter une valeur minimale ($I = 0,5s$) à la distribution de la figure (3.6), nous garantit un intervalle minimal supérieur ou égal à $0,5s$ figure (3.8).

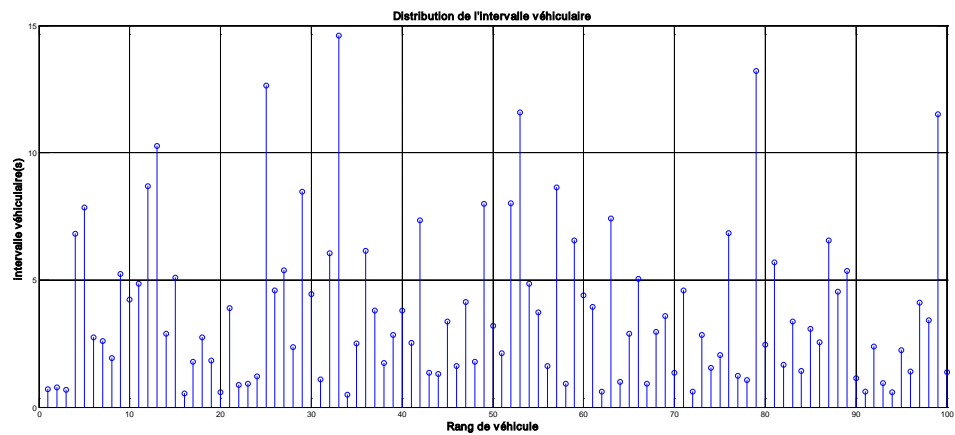


Figure 3.8 : Distribution exponentielle des arrivées modifiés de véhicules avec un temps inter-véhiculaire moyen $T=4$ s.

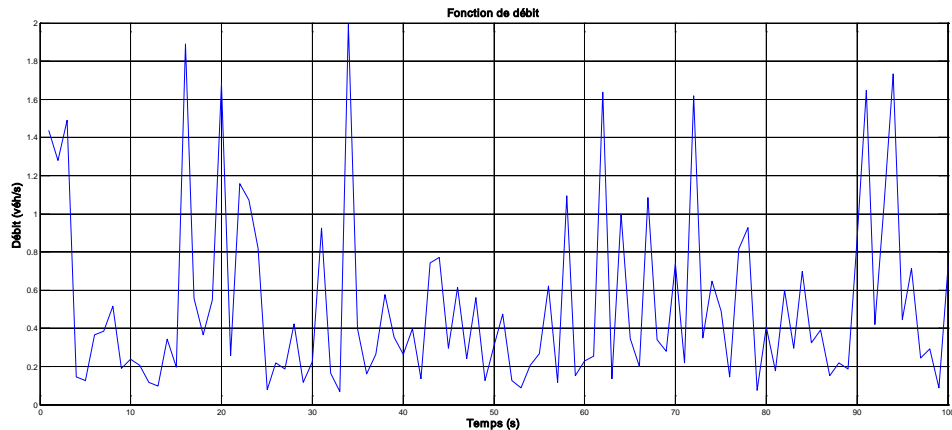


Figure 3.9 Débits d'entrée correspondant aux intervalles véhiculaires modifiés

Dans le cas d'une intersection en amont avec une autre intersection signalisée (à moins de 2 km). Les véhicules arrivent dans la deuxième intersection d'une manière groupée. Le débit d'entrée devient uniforme, l'intervalle véhiculaire peut être considéré comme constant [58].

3.5.2 Processus de départ à une intersection signalisée

Quand le feu de signalisation passe au vert le premier véhicule de la file d'attente se déplace et traverse l'intersection. Puis le deuxième véhicule et ainsi de suite jusqu'à la décharge complète ou partiel de la file d'attente. La mesure des durées entre deux véhicules successifs quand ils traversent un point spécifique sur l'intersection (généralement la ligne d'arrêt sur la voie), donne la valeur de l'intervalle véhiculaire. En général, l'intervalle véhiculaire qui correspond au n^{iem} véhicule est donné par l'intervalle entre le n ième et le $(n-1)^{iem}$ véhicule.

L'intervalle véhiculaire diminue successivement jusqu'à atteindre une valeur de saturation ou il devient constant [19], la figure (3.10) illustre les intervalles véhiculaire du processus de départ avec des intervalles choisis arbitrairement.

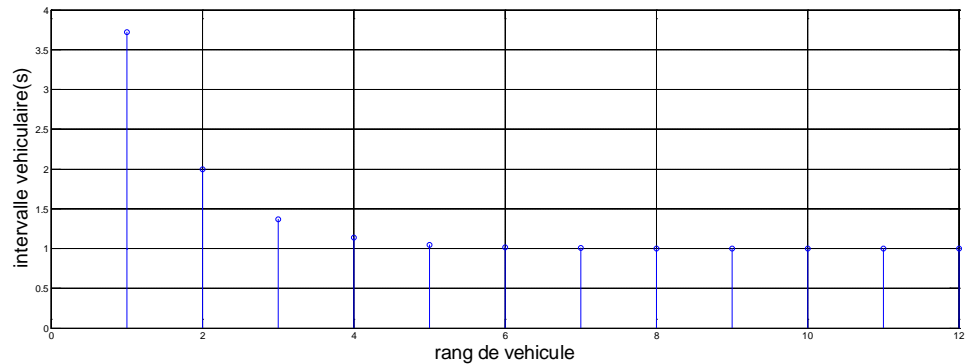


Figure 3.10: intervalle véhiculaire de départ de véhicules

Dans la littérature on trouve souvent l'intervalle véhiculaire de saturation utilisé comme le débit de sortie d'une intersection [53], [58].

3.6 Simulation de la file d'attente d'une intersection signalisée

A l'issue de cette modélisation, il s'avère nécessaire de présenter des simulations. Les simulations de la figure (3.11) ont été réalisées avec des arrivées de véhicules suivant une distribution exponentielle négative de taux égal à $\bar{\alpha}_n = [0.25, 0.10, 0.15, 0.15]$, les contenus initiaux des voies sont respectivement $[10, 5, 5, 5]$ véhicules, L'état du feu est initialement vert sur les voies (1-3) et rouge sur les voies (2-4), le débit de sortie des véhicules est considéré le même pour les quatre voies $\beta(t) = 1 \text{ véc} / \text{sec}$ et la durée des feux est considérée fixe ($v = 28s; r = 38s$).

Les commutations des feux sont représentées sur les courbes de la figure (3.11) par des lignes vertes lors du passage du rouge au vert et par des lignes rouges lors du passage du vert au rouge.

Lors de l'observation de ces courbes, on remarque que notre modèle reproduit le comportement réel des files d'attentes et permet l'accumulation des véhicules pendant les périodes où le feu est rouge et la décharge des files d'attente pendant les périodes du vert jusqu'à ce qu'elle soit vidée complètement et le processus se répète le long de la période d'essai. On remarque que la file d'attente de la voie (1) évolue jusqu'à atteindre une valeur égale à 13 véhicules ce qui est justifié par le taux d'arrivée supérieur par rapport aux autres voies.

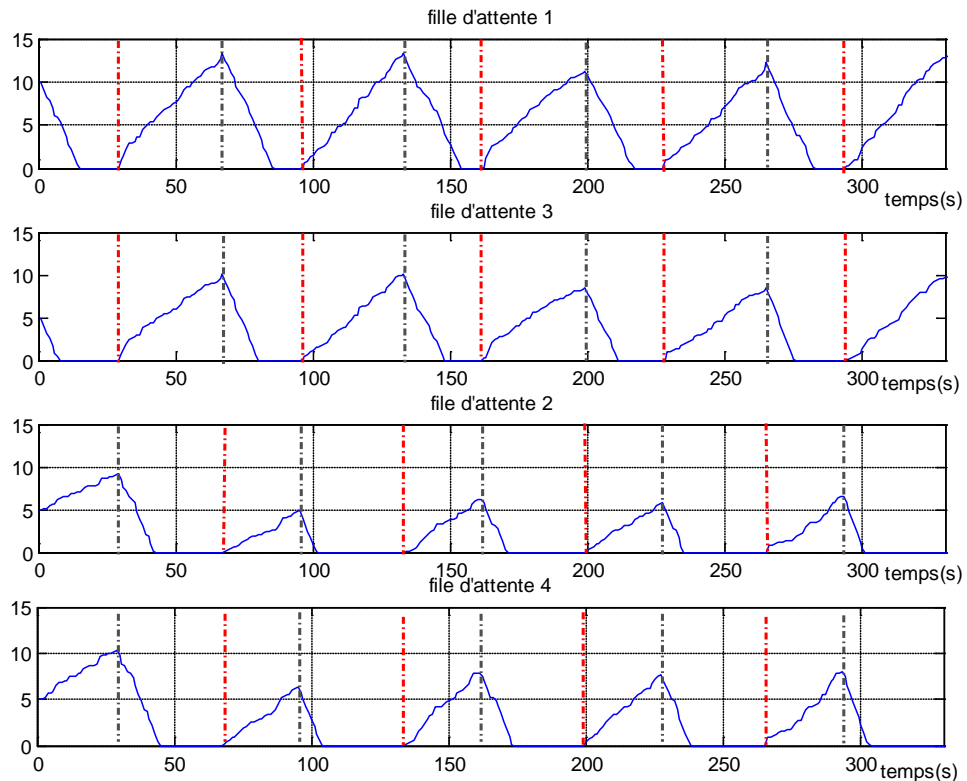


Figure 3.11 : Évolution des files d'attente (capacité infini).

Étant donné que certaines voies ont une capacité finie, il est important de valider le modèle proposé avec de tel cas. Reprenons les mêmes conditions de simulation que précédemment, mais avec les voies du carrefour initialement saturées et en considérant cette fois-ci que les voies ont une capacité maximale de 8 véhicules.

On remarque sur la (figure 3.12) que dans les files d'attentes (1-3), dès que la file atteint la valeur maximale de 8 véhicules, l'évolution de la file demeure sur cette valeur jusqu'à la commutation des feux. Puis la file commence à se décharger et le processus se répète à chaque cycle. Tandis que sur les voies (2-4) la file n'atteint pas la valeur maximale. Cela est expliqué par le fait que la durée du feu vert (38 s) pour les voies (2-4) (feux rouge pour les voies (1-3)) est supérieur à la durée du feu rouge (28 s), ce qui ne permet pas une accumulation maximale sur les voies (2-4), contrairement aux voies (1-3).

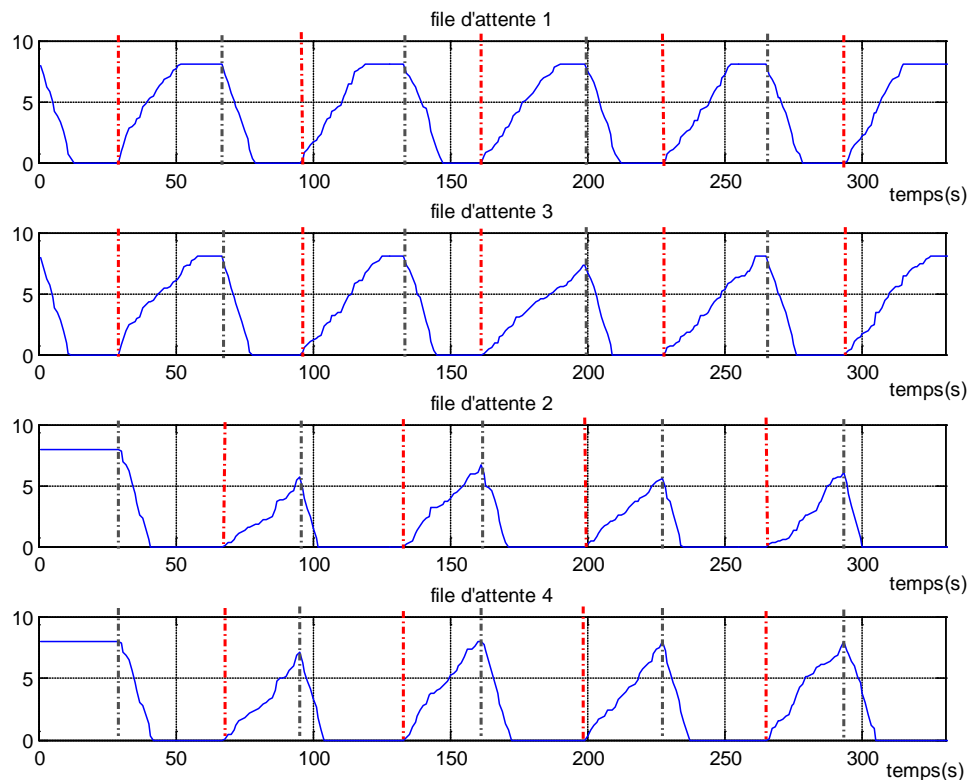


Figure 3.12 : Évolution des files d'attente (capacité fini).

Il est intéressant aussi de valider notre modèle avec les données d'une intersection réel. Pour cela, nous avons considéré l'intersection de la rue Ali Chorfa au niveau de la ville de Guelma (figure 3.13), liant en entrée le centre de la ville à la sortie en direction des villes voisines (Annaba, Constantine et Skikda). Elle regroupe plusieurs rues (branchements) de part et d'autres de la voie principale, ce qui provoque souvent des phénomènes de congestion rendant la circulation de plus en plus lente et même difficile surtout aux moments des heures de pointes. Plusieurs essais ont été effectués au cours des journées sur des durées de 11 minutes à l'aide d'une caméra vidéo implanté sur la voie principale. Ces mesures sont principalement la mesure des files d'attente sur les entrées et sorties de l'intersection, les débits sur les entrées et l'occupation spatiale dans la zone d'étude considérée.



Figure 3.13: Carte illustrant l'intersection étudiée

Le tableau (3.1) présente un échantillon obtenu sur un horizon de [0 666s] pendant la période de 17.00 h à 17.11 h.

Cycle	Flux d'entrée [veh/s]	Flux de sortie [veh/sec]	Queue après le vert
1	0,166666667	0,464285714	7
2	0,181818182	0,464285714	6
3	0,242424242	0,392857143	11
4	0,181818182	0,428571429	11
5	0,181818182	0,464285714	11
6	0,151515152	0,357142857	11
7	0,136363636	0,428571429	8
8	0,166666667	0,428571429	7
9	0,181818182	0,321428571	10
10	0,136363636	0,5	4

Tableau 3.1 : Données réelles de la voie principale de l'intersection étudiée

La figure (3.14) montre le résultat de simulation avec le modèle automate hybride d'une seule voie. Les commutations des feux sont représentées sur la courbe par des cercles. Les véhicules arrivent/partent avec un débit constant durant un cycle (débit moyen). Ils arrivent d'une manière groupée. On remarque que la voie ne se vide pas du fait que les données collectées correspondent à une heure de pointe et que le modèle SFM reproduit soigneusement le comportement moyen du système réel, en particulier, à la fin de chaque cycle. On constate sur la figure (3.14) que la queue résiduelle à chaque cycle donne approximativement la valeur réelle collectée.

Par exemple dans l'intervalle de temps] 0,265s], la valeur de la queue résiduelle de la file d'attente est égale à la valeur du système réel.

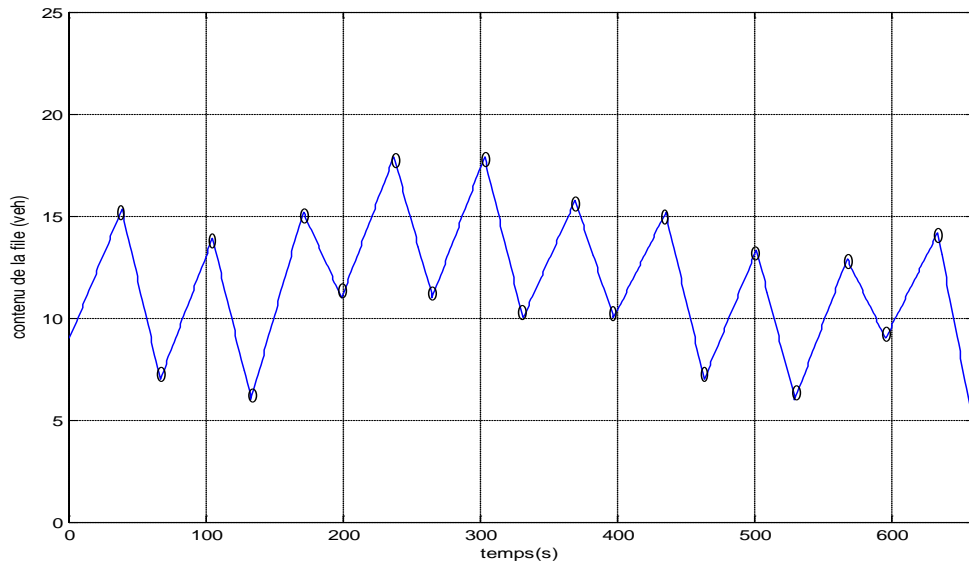


Figure 3.14 : Évolution des files d'attente (cas réel).

3.7 Conclusion

Les modèles à flux stochastique du trafic présentés dans ce chapitre ont permis de reproduire soigneusement les caractéristiques de la circulation de véhicules et montré l'applicabilité des SFM dans l'étude du trafic. En effet, l'approche SFM que nous avons proposé a permis d'étudier l'écoulement du trafic en utilisant les automates hybrides stochastiques.

Nous avons établi l'analogie entre l'écoulement d'un fluide et les caractéristiques du trafic. Le modèle SFM ainsi obtenu a permis d'utiliser les processus stochastiques dans les systèmes du trafic.

Nous avons étudié les différentes formes de flux d'arrivée et de départ caractérisant une intersection signalisée isolée ou interconnectée.

A la fin, nous avons essayé de valider notre modèle avec plusieurs situations du trafic en prenant en considération la capacité des voies, ce qui nous a permis d'illustrer le processus de charge et décharge de la file d'attente.

Cette approche de modélisation va nous permettre dans le quatrième chapitre d'appliquer la technique d'analyse des perturbations infinitésimales afin d'optimiser les durées des feux.

CHAPITRE 4 :

OPTIMISATION DE LA GESTION D'UNE INTERSECTION PAR L'ANALYSE DES PERTURBATIONS INFINITESIMALES

4.1 Introduction

L'optimisation joue un rôle important dans divers domaines, cependant, la résolution pratique des problèmes d'optimisation demeure encore difficile pour un certain nombre de raisons, notamment la nécessité de définir d'une façon précise les éléments d'un problème d'optimisation, d'organiser ces éléments de telle sorte que le problème paraisse solvable et de choisir une méthode efficace pour résoudre le problème. La méthode IPA (analyse des perturbations infinitésimale) est l'une des méthodes d'optimisation qui se basent sur le calcul des gradients et qui est utilisée pour résoudre des problèmes d'optimisation non classiques dans les environnements stochastiques tel que présenté au chapitre 2.

Dans ce chapitre, nous allons appliquer la méthode IPA sur un modèle à flux stochastique pour déterminer le cycle des feux de signalisation optimal d'une intersection.

4.2 Principe de base de l'IPA

Dans ce qui suit, nous présentons le principe général de l'IAP [54], [60], [61], [62], appliqué à un modèle à flux stochastique modélisé avec un automate hybride stochastique.

Soit $\theta \in \Theta$ le vecteur des paramètres de décision (contrôle) et $\Theta \subset R^l$ un sous-ensemble convexe fermé. L'évolution des états discrets et continus (q, x) est affectée par l'ensemble des entrées aléatoires et des perturbations. Nous allons supposer que tous ces processus aléatoires sont définis dans un espace de probabilité commun.

Pour commencer, la première étape consiste à fixer le paramètre de décision $\theta \in \Theta$ à une valeur particulière et étudier la trajectoire d'état résultante du système SSH.

Cette trajectoire représente l'évolution de la dynamique continue du processus, elle est influencée par l'occurrence des événements discrets dans l'ordre croissant qu'on désigne par $\tau_k(\theta), k = 1, 2, \dots$ avec $\tau_k(0) = 0$. Pour simplifier, on écrit τ_k au lieu de $\tau_k(\theta)$. La dynamique continue est généralement une fonction de θ et t , elle est notée par $x(\theta, t)$.

Sur un intervalle $[\tau_k(\theta), \tau_{k+1}(\theta)]$, le système demeure à un certain état pendant lequel la dynamique continue est donnée par :

$$\dot{x} = f_k(x, \theta, t) \quad (4.1)$$

L'IPA consiste à étudier l'influence du changement de la valeur du paramètre de décision sur l'évolution de la dynamique du système et sur l'occurrence des événements discrets.

L'hypothèse suivante garantie que l'équation (4.1) accepte une solution unique pour des conditions initiales données.

Hypothèse 1 : il existe un ensemble fini de points indépendants du paramètre de décision, $t_j \in [\tau_k(\theta), \tau_{k+1}(\theta)], j = 1, 2, \dots$, tel que la fonction f_k est continuellement différentiable sur $R^n \times \Theta \times ([\tau_k(\theta), \tau_{k+1}(\theta)] \setminus \{t_1, t_2, \dots\})$. De plus, il existe un nombre aléatoire $K > 0$ tel que $E[K] < \infty$ et la norme de la première dérivée de f_k sur $R^n \times \Theta \times ([\tau_k(\theta), \tau_{k+1}(\theta)] \setminus \{t_1, t_2, \dots\})$ possède K comme borne supérieure.

L'occurrence d'un événement au moment $\tau_{k+1}(\theta)$ provoque un changement dans l'état du système qui sera suivi par une nouvelle dynamique représentée par f_{k+1} . L'identité de cette nouvelle dynamique dépend du type d'évènement qui ce produit au moment $t = \tau_{k+1}(\theta)$.

La dynamique continue associée joue un rôle important pour définir l'interaction entre la dynamique continue et discrète du système. Donc, en général, elle dépend de la dérivé du temps d'occurrence des évènements $\frac{d\tau_k}{d\theta}$.

Ce qui mène à la classification suivante des évènements qu'on définit dans un ensemble \mathcal{E} :

- Événement exogène : Un événement est exogène s'il provoque une transition de l'état discret au moment τ_k indépendamment du vecteur de paramètre de décision et satisfait l'équation suivante :

$$\frac{d\tau_k}{d\theta} = 0.$$

Généralement, ce type d'événements correspond au changement des entrées du système.

- Événement endogène : Un événement qui se produit à un moment τ_k est dit endogène s'il existe une fonction continuellement différentiable $g_k : R^n \times \Theta \rightarrow R$ telle que :

$$\tau_k = \min\{t > \tau_{k-1} : g_k(x(\theta, t), \theta) = 0\} \quad (4.2)$$

La fonction g_k correspond à la condition de garde dans l'automate hybride.

- Événement provoqué : Un événement à l'instant τ_k est dit provoqué s'il est déclenché par l'occurrence d'un autre événement au moment $\tau_m \leq \tau_k$.

L'événement provocateur peut être exogène, endogène ou lui même provoqué. Les événements qui déclenchent les événements provoqués sont identifiés par un sous ensemble $\mathcal{E}_l \subseteq \mathcal{E}$.

Considérons une fonction des performances des paramètres de décision θ :

$$J(\theta; x(\theta, 0); T) = E[(\ell(\theta; x(\theta, 0); T))]$$

Où $\ell(\theta; x(\theta, 0); T)$ est une fonction des paramètres de décision évaluée sur un intervalle $[0, T]$ avec la condition initiale $x(\theta, 0)$.

Pour des raisons de simplicité, on écrit $J(\theta)$ et $\ell(\theta)$.

On suppose qu'il y a N événements indépendants de θ qui se produisent dans un intervalle $[0, T]$ et on définit $\tau_0 = 0$ et $\tau_{N+1} = T$.

Soit $L_k : R^n \times \Theta \times R^+ \rightarrow R$ la fonction qui satisfait l'hypothèse 1, on définit $\ell(\theta)$ par :

$$\ell(\theta) = \sum_{k=0}^N \int_{\tau_k}^{\tau_{k+1}} L_k(x, \theta, t) dt \quad (4.3)$$

il est à noter qu'il est très difficile d'obtenir la forme explicite de $J(\theta)$. Donc, pour arriver à optimiser de tels systèmes, on utilise des méthodes itératives tel qu'un algorithme d'approximation stochastique [55] en estimant le gradient de la fonction objective en fonction des paramètres de contrôle. Ainsi, nous nous intéressons à estimer $\frac{dJ}{d\theta}$ en se basant sur l'analyse de la trajectoire d'état. Cette trajectoire est obtenue soit du système réel ou par des simulations. Après, nous cherchons θ^* qui minimise $J(\theta)$ à travers un algorithme itératif de la forme :

$$\theta_{n+1} = \theta_n - \eta_n H_n(\theta_n; x(\theta, 0), T, w_n), \quad n = 0, 1, \dots, \quad (4.4)$$

Où $H_n(\theta_n; x(\theta, 0), T, w_n)$ est une estimation de $\frac{dJ}{d\theta}$, évaluée à θ_n et basée sur les informations obtenus de la trajectoire notée par w_n .

η_n est le pas d'adaptation de l'algorithme, dans les premières itérations le pas doit être élevé pour pousser l'algorithme vers la valeur optimale rapidement puis il diminue à chaque itération. Pour cela, le pas doit satisfaire les deux conditions suivantes [63] :

$$\begin{cases} \sum_{n=1}^{\infty} (\eta_n) = \infty \\ \sum_{n=1}^{\infty} (\eta_n)^2 < \infty \end{cases}$$

Dans ce travail, nous allons utiliser un pas d'adaptation qui satisfait les conditions précédentes appelées aussi conditions de convergence, $\eta_n = (n)^{-1}$.

L'approche IPA consiste à utiliser la dérivée $\frac{d\ell}{d\theta}$ comme une estimée de $\frac{dJ}{d\theta}$.

L'avantage de l'IPA est que $\frac{d\ell}{d\theta}$ peut être obtenue simplement de la trajectoire d'état, ce qui facilite l'utilisation de cette technique en temps réel.

Pour assurer que les estimateurs du gradient sont non biaisés, nous devons satisfaire les deux conditions suivantes :

- La dérivée de la fonction objective $\frac{d\ell}{d\theta}$ existe pour tout $\theta \in \Theta$.

- La fonction objective est continue par Lipschitz et la constante de Lipschitz, qui est souvent aléatoire, a un moment d'ordre 1 fini.

Ces deux conditions sont garanties par l'hypothèse 2 :

Hypothèse 2 :

- Les débits $\alpha(t) \geq 0$ et $\beta(t) \geq 0$ sont continus par morceaux sur l'intervalle $[0, T]$.
- Pour chaque $\theta \in \Theta$, deux événements ne peuvent pas se produire au même temps à moins que l'occurrence d'un événement est provoqué par l'occurrence d'un autre événement au même moment.
- Les deux processus $\{\alpha(t)\}$ et $\{\beta(t)\}$ ne doivent pas avoir une valeur identique dans un sous intervalle ouvert de $[0, T]$.

4.3 L'IPA appliquée à une intersection en croix signalisée

Dans ce chapitre, nous considérons un modèle à flux stochastique de l'intersection en croix signalisé présenté dans le chapitre précédent, les débits d'arrivé et de sortie $\{\alpha(t)_n\}$, $\{\beta(t)_n\}$, $n=1, \dots, 4$ de chacune des voies sont de nature aléatoire, nous conservons les mêmes hypothèses que celle du chapitre précédent.

Rappelons que la dynamique de la file d'attente de chaque voie, représentée par la variable d'état $x_n(t)$, est donnée par :

$$\dot{x}_n(t) = \begin{cases} \alpha_n(t) & \text{si } h_1(t)=0, n=1,3 \text{ o } h_2(t)=0, n=2,4 \\ 0 & \text{si } x_n(t)=0 \text{ et } \alpha_n(t) \leq \beta_n(t) \\ \alpha_n(t) - \beta_n(t) & \text{ailleurs} \end{cases}$$

(4.5)

On rappelle que, vu la complexité pour modéliser l'intersection avec un seul automate, on préfère modéliser chaque voie individuellement.

Dans une trajectoire typique, l'évolution de la file d'attente, de chaque voie, se présente sous forme d'intervalles contenant des véhicules ($x_n(t) > 0$) ou vides

($x_n(t) = 0$). La trajectoire complète se constitue, alors, d'une série d'alternance de ces deux types intervalles (Figure 4.1).

Les événements possibles dans chaque voie sont :

- Passage du feu du rouge au vert rv ,
- Passage du feu du vert au rouge vr ,
- Le changement de signe de $\alpha_n(t) - \beta_n(t)$ d'une valeur négative à une valeur strictement positive,
- Le changement de signe de $\alpha_n(t)$ d'une valeur nulle à une valeur strictement positive,
- L'événement où la file devient vide.

Les notations suivantes sont utilisées pour caractériser la trajectoire de chaque voie sur un intervalle $[0, T]$:

- τ_k : L'instant de l'occurrence du k^{iem} événement,
- rv : Passage du feu du rouge au vert,
- vr : Passage du feu du vert au rouge,
- $R_{n,m}$: Instant où le contenu de la file d'attente quitte la valeur nulle $x_n(t) > 0$
- $V_{n,m}$: Instant où le contenu de la file d'attente devient vide ($x_n(t) = 0$),
- $t_{n,m}^k$: Instants d'occurrence des événements durant l'intervalle $[R_{n,m}, V_{n,m}]$,
- E : Les événements qui se produisent à l'instant où la queue devient vide,
- S : Les événements qui se produisent l'instant où la queue passe d'une valeur nulle à une valeur strictement positive.

Pour l'application de la méthode IPA et afin d'éviter des discontinuités importantes, nous devons considérer un seul événement à chaque instant. Donc, et pour remédier à un tel problème, nous devons attribuer des priorités entre les événements qui se produisent aux mêmes instants or cela n'est pas nécessaire dans notre cas du fait que les événements ne se produisent pas aux mêmes moments.

Dans la section suivante, nous analysons les trajectoires des files d'attente. Cette étude nous permettra de trouver les estimateurs IPA.

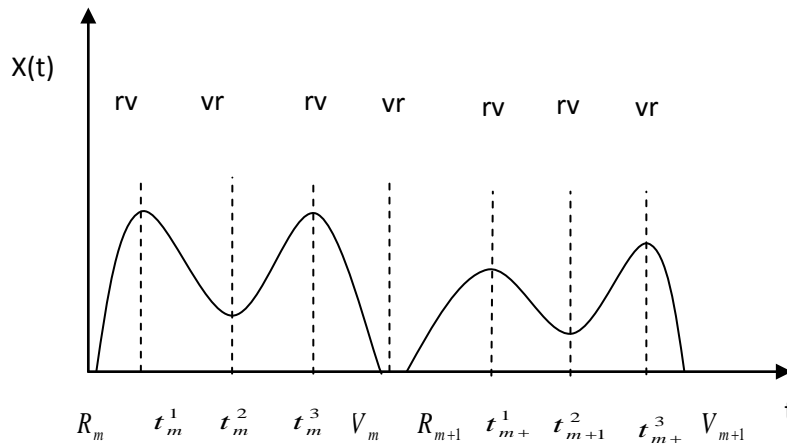


Figure 4.1: évolution de la file d'attente dans une voie

4.4 Etude des trajectoires

L'IPA est une approche qui permet d'évaluer les gradients des mesures des performances selon certains paramètres, par exemple dans notre cas, la durée du feu vert et du rouge. Cette méthode consiste à observer et analyser les trajectoires de la file d'attente de chaque voie et essayer de trouver les valeurs optimales des feux qui minimisent une fonction coût qui mesure la moyenne de la file d'attente sur un intervalle $[0, T]$. En particulier, on choisit la fonction suivante :

$$L(\theta; x(0), h(0), T) = \frac{1}{T} \sum_{n=1}^4 \int_0^T w_n x_n(\theta, t) dt \quad (4.6)$$

Où $\theta = [\theta_1, \theta_2]$ représente le vecteur des paramètres de contrôle du vert et du rouge respectivement de la voie (1-3), w_n est le poids associé à la file d'attente n et $x(0), h(0)$ les conditions initiales données.

Il est clair que lorsque la file d'attente est vide, on peut écrire (4.6) sous la forme :

$$L(\theta; x(0), h(0), T) = \frac{1}{T} \sum_{n=1}^4 \sum_{m=1}^{M_n} \int_{R_{n,m}}^{V_{n,m}} w_n x_n(\theta, t) dt \quad (4.7)$$

Où M_n est le nombre total d'intervalles $[R_{n,m}, V_{n,m}]$ durant la trajectoire de la file d'attente n .

On définit aussi le coût associé au m^{iem} intervalle $[R_{n,m}, V_{n,m}]$ de la file n :

$$L_{n,m}(\theta) = \int_{R_{n,m}}^{V_{n,m}} x_n(\theta, t) dt \quad (4.8)$$

On peut écrire maintenant la fonction de mesure des performances sous la forme :

$$J(\theta; x(\theta, 0); T) = E [L(\theta); x(0), z(0), T] \quad (4.9)$$

La valeur des estimateurs IPA s'obtient par l'estimation du gradient de la mesure de performance $\nabla J(\theta)$ par l'évaluation du gradient $\nabla L(\theta)$. Ces estimateurs sont utilisés dans un algorithme itératif pour résoudre le problème d'optimisation à fin de trouver la valeur optimale θ_{opt} :

$$\theta_{i,k+1} = \theta_k - \eta_k H_{i,k}(\theta_k, x(0), T, w_k), \quad i = 0, 1; k = 0, 1, \dots \quad (4.10)$$

Où $H_{i,k}(\theta_k, x(0), T, w_k)$ est une estimation de $\frac{dJ}{d\theta_i}$ basée sur les informations

obtenues de la trajectoire notée par w_k et η_k est le pas d'adaptation de l'algorithme.

Dans ce qui suit, nous allons s'intéresser à obtenir $\frac{dL(\theta)}{d\theta_i}, i = 1, 2$, et ainsi trouver

θ_{opt} sous l'hypothèse que les processus aléatoires du système, à savoir le débit d'entrée et de sortie, sont stationnaires durant l'intervalle $[0, T]$ et que les dérivés

$\frac{dL(\theta)}{d\theta_i}, i = 1, 2$, existent pour toutes les valeurs de θ .

On commence par fixer le paramètre de contrôle $\theta \in \Theta \subset R^l$, puis nous étudions la trajectoire d'état résultante sur l'intervalle $[0, T]$. Pour simplifier, nous introduisons pour les états et les événements les notations suivantes :

$$x'_{n,i}(t) \equiv \frac{\partial x(\theta, t)}{\partial \theta_i}, h'_{n,i}(t) \equiv \frac{\partial h(\theta, t)}{\partial \theta_i}, \tau'(t) \equiv \frac{\partial \tau_k}{\partial \theta_i}$$

Si nous dérivons l'équation (4.7) par rapport à θ_i , on obtient :

$$\frac{dL(\theta)}{d\theta_i} = \frac{1}{T} \sum_{n=1}^4 \sum_{m=1}^{M_n} \left[\int_{R_{n,m}}^{V_{n,m}} w_n x'_{n,i}(t) dt + w_n x_n(V_{n,m}) \frac{\partial V_{n,m}}{\partial \theta_i} - w_n x_n(R_{n,m}) \frac{\partial R_{n,m}}{\partial \theta_i} \right]$$

Il est clair que, $x_n(V_{n,m}) = x_n(R_{n,m}) = 0$, donc l'équation peut s'écrire sous la forme :

$$\frac{dL(\theta)}{d\theta_i} = \frac{1}{T} \sum_{n=1}^4 \sum_{m=1}^{M_n} \int_{R_{n,m}}^{V_{n,m}} w_n x'_{n,i}(t) dt \equiv \frac{1}{T} \sum_{n=1}^4 \sum_{m=1}^{M_n} w_n \frac{dL_{n,m}(\theta)}{d\theta_i} \quad (4.11)$$

4.5 Dérivées des états

La seconde étape consiste à obtenir les dérivés d'état par l'utilisation des équations fondamentales de l'IPA [60]. La dynamique de la file d'attente entre deux événements τ_{k-1} et τ_k est définie par $\dot{x}_n(t) = f_{n,k}(t)$. Pour représenter cette équation sur l'intervalle $[\tau_{k-1}, \tau_k)$, on écrit :

$$x_n(t) = x_n(\tau_{k-1}) + \int_{\tau_{k-1}}^t f_{n,k}(\tau) d\tau$$

En dérivant par rapport à θ_i , on obtient :

$$x'_{n,i}(t) = x'_{n,i}(\tau_{k-1}^-) + \frac{\partial x_n(\tau_{k-1}^-)}{\partial t} \tau_{k-1,i}^- + \int_{\tau_{k-1}}^t \left[\frac{\partial f_{n,k}(\tau)}{\partial x_n} x'_{n,i}(\tau) + \frac{\partial f_{n,k}(\tau)}{\partial \theta_i} \right] d\tau - f_{n,k-1}(\tau_{k-1}) \tau'_{k-1,i} \quad (4.12)$$

Soit $t = \tau_{k-1}^+$, alors $\frac{\partial x_n(\tau_{k-1}^-)}{\partial t} = f_{n,k-1}(\tau_{k-1}^-)$ et on obtient :

$$x'_{n,i}(\tau_{k-1}^+) = x'_{n,i}(\tau_{k-1}^-) + [f_{n,k-1}(\tau_{k-1}^-) - f_{n,k}(\tau_{k-1}^+)] \tau'_{k-1,i} \quad (4.13)$$

Si on dérive l'équation (4.12) par rapport à t , on obtient :

$$\frac{d}{dt} x'_{n,i}(t) = \frac{\partial f_{n,k}(t)}{\partial x_n} x'_{n,i}(t) + \frac{\partial f_{n,k}(t)}{\partial \theta_i} \quad (4.14)$$

Dans notre problème, il est clair que $\frac{\partial f_{n,k}(t)}{\partial x_n} = \frac{\partial f_{n,k}(t)}{\partial \theta_i} = 0$, cela veut dire que

$$\frac{d}{dt} x'_{n,i}(t) = 0$$

Ce qui nous permet d'écrire pour tout $t \in [\tau_{k-1}, \tau_k)$:

$$x'_{n,i}(t) = x'_{n,i}(\tau_{k-1}^+). \quad (4.15)$$

4.6 Dérivée des événements

Il est clair que $\tau'_{k,i}$ dépend du type d'événement qui se produit à l'instant $t = \tau_k$.

Nous avons vu que nous pouvons classer les événements qui affectent un SSH en trois catégories. Dans notre cas, le système se constitue des événements endogènes et exogènes uniquement :

4.6.1 Événements endogènes :

Un événement qui se produit à un moment τ_k est endogène s'il existe une fonction continuellement différentiable $g_k : R^n \times \Theta \rightarrow R$ telle que :

$$\tau_{k,i} = \min\{t > \tau_{k-1} : g_k(x(\theta, t), \theta) = 0\} \quad (4.16)$$

La fonction g_k correspond à la condition de garde dans l'automate hybride, en prenant la dérivée par rapport à θ de l'équation (4.7), on obtient :

$$\frac{\partial g}{\partial x} [x'(\tau_k^-) + f_k(\tau_k^-) \tau_k'] + \frac{\partial g}{\partial \theta} = 0.$$

On assume que :

$$\frac{\partial g}{\partial x} f_k(\tau_k^-) \neq 0,$$

Finalement, on peut écrire :

$$\tau_k' = - \left[\frac{\partial g_k}{\partial x} f_{k-1}(\tau_k^-) \right]^{-1} \left(\frac{\partial g_k}{\partial \theta} + \frac{\partial g_k}{\partial x} x'(\tau_k^-) \right) \quad (4.17)$$

Dans notre cas, les événements suivants sont qualifiés d'endogène :

- 1) Les événements E qui se produisent au moment où $x_n(\theta, t) = 0$.

soit $g_k(x(\theta, t), \theta) = x_n(\theta, t) = 0$, de l'utilisation de l'équation (4.17), on obtient :

$$\tau_{k,i}' = \frac{-x'_{n,i}(\tau_k^-)}{f_{n,k-1}(\tau_k^-)},$$

D'après l'équation (4.5), on peut écrire : $f_{n,k-1}(\tau_k^-) = \alpha_n(\tau_k) - \beta_n(\tau_k)$ et

$f_{n,k}(\tau_k^+) = 0$, en remplaçant dans l'équation (4.13), on obtient :

$$x'_{n,i}(\tau_k^+) = x'_{n,i}(\tau_k^-) - \frac{[\alpha_n(\tau_k) - \beta_n(\tau_k)] x'_{n,i}(\tau_k^-)}{\alpha_n(\tau_k) - \beta_n(\tau_k)} = 0$$

Ce qui nous mène à conclure que :

$$x'_{n,i}(V_{n,m}^+) = 0 \quad (4.18)$$

- 2) L'événement de commutation des feux du vert au rouge vr se produit lorsque $h_i = \theta_i$ pour $i = 1, 2$. Afin d'obtenir la dérivé d'un tel événement $\tau_{k,i}'$, nous utilisons les équations (4.17) et (4.13) en posant $g_k(x(\theta, t), \theta) = h_i - \theta_i = 0$.

Soit $\zeta_{n,k}$ le nombre total de νr qui se produit dans la file n avant ou à l'instant τ_k , avec $i = \begin{cases} 1 & \text{si } n \in \{1,3\} \\ 2 & \text{si } n \in \{2,4\} \end{cases}$; Donc, on peut écrire :

$\tau_{k,i} = \zeta_{n,k} \theta_1 + \zeta_{n,k} \theta_2 + k (h_i(0))$, ou $k (h_i(0))$ est une constante qui dépend des conditions initiales $h_1(0)$ et $h_2(0)$.

Si on prend la dérivée de l'équation précédente par rapport à θ_i , on obtient :

$$\tau'_{k,i} = \zeta_{n,k} \text{ Pour } i = 1, 2.$$

Si cet événement se produit au moment où la file n'est pas vide $x_{n,i}(\tau_k) > 0$

l'équation (4.5) nous permet d'écrire :

$$f_{n,k-1}(\tau_k^-) = \alpha_n(\tau_k) - \beta_n(\tau_k) \text{ et } f_{n,k}(\tau_k^+) = \alpha_n(\tau_k)$$

En remplaçant dans (4.13), on peut écrire :

$$x'_{n,i}(\tau_k^+) = x'_{n,i}(\tau_k^-) - \beta_n(\tau_k) \zeta_{n,k}$$

S'il se produit au moment où la file est vide ($x_{n,i}(\tau_k) = 0$), alors

$$f_{n,k-1}(\tau_k^-) = 0 \text{ et on écrit :}$$

$$x'_{n,i}(\tau_k^+) = x'_{n,i}(\tau_k^-) - \alpha_n(\tau_k) \zeta_{n,k},$$

Ainsi on obtient :

$$x'_{n,i}(\tau_k^+) = x'_{n,i}(\tau_k^-) - \begin{cases} \beta_n(\tau_k) \cdot \zeta_{n,k} & \text{if } x_n(\tau_k) > 0 \\ \alpha_n(\tau_k) \cdot \zeta_{n,k} & \text{if } x_n(\tau_k) = 0 \end{cases} \quad (4.19)$$

De la même manière, si $\rho_{n,k}$ est le nombre total de νv qui s'est produit dans la file n avant ou à l'instant τ_k , on peut écrire pour $j \neq i$:

$$x'_{n,j}(\tau_k^+) = x'_{n,j}(\tau_k^-) - \begin{cases} \beta_n(\tau_k) \cdot \rho_{n,k} & \text{if } x_n(\tau_k) > 0 \\ \alpha_n(\tau_k) \cdot \rho_{n,k} & \text{if } x_n(\tau_k) = 0 \end{cases} \quad (4.20)$$

- 3) L'événement de commutation des feux du rouge au vert νv qui se produit lorsque $h_i = \theta_i$ pour $i = 1, 2$. Afin d'obtenir la dérivée d'un tel événement $\tau'_{k,i}$, on procède de la même manière sauf que dans ce cas la dynamique de la file est donnée par :

$$f_{n,k-1}(\tau_k^-) = \alpha_n(\tau_k) \text{ Et } f_{n,k-1}(\tau_k^+) = \alpha_n(\tau_k) - \beta_n(\tau_k)$$

On obtient alors :

$$x'_{n,i}(\tau_k^+) = x'_{n,i}(\tau_k^-) + \beta_n(\tau_k) \cdot \zeta_{n,k} \quad (4.21)$$

$$x'_{n,j}(\tau_k^+) = x'_{n,j}(\tau_k^-) + \alpha_n(\tau_k) \cdot \rho_{n,k} \quad (4.22)$$

Où $i = 1, 2$ et $j \neq i$.

4) la file commence à l'instant même de commutation du feu vr . Dans ce cas, on peut appliquer l'équation (4.20) et (4.17). Ainsi, on a pour tout

$$t \in [R_{n,m}, V_{n,m}) :$$

$$x'_{n,i}(R_{n,m}^-) = x'_{n,i}(V_{n,m-1}^+) = 0 \quad (4.23)$$

Donc :

$$x'_{n,i}(\tau_k^+) = -\alpha_n(\tau_k) \cdot \zeta_{n,k} \quad (4.24)$$

4.6.2 Événements exogènes :

Un événement est exogène s'il provoque une transition de l'état discret à l'instant τ_k indépendamment du vecteur de paramètre de contrôle et satisfait : $\tau'_{k,i} = 0$

1) la file commence à se remplir juste après la commutation du feu vr . Cet événement se produit au cours la phase rouge. Dans ce cas, on peut appliquer l'équation (4.5) et (4.18) et on trouve :

$$x'_{n,i}(\tau_k^+) = x'_{n,i}(\tau_k^-)$$

Pour $\tau_k = V_{n,m}$, on a :

$$x'_{n,i}(\tau_k^+) = 0 \quad (4.25)$$

2) la file commence à se remplir juste avant la commutation du feu vr . Cet événement se produit au cours la phase du vert. Dans ce cas, on peut appliquer l'équation (4.5) et (4.18) et de la même manière on obtient l'équation (4.25)

4.7 Dérivée du coût total

D'après l'équation (4.15), $x'_{n,i}(t)$ est continu par morceau dans l'intervalle

$[R_{n,m}, V_{n,m}]$ et sa valeur change uniquement à chaque événement $j = 1, \dots, J_{n,m}$.

Ce qui nous permet d'écrire :

$$\begin{aligned} \frac{dL_{n,m}(\theta)}{d\theta_i} &= \int_{R_{n,m}(\theta)}^{V_{n,m}(\theta)} x'_{n,i}(t) dt \\ &= x'_{n,i}((R_{n,m})^+) (t_{n,m}^1 - R_{n,m}) + x'_{n,i}((t_{n,m}^{J_{n,m}})^+) \cdot (V_{n,m} - t_{n,m}^{J_{n,m}}) \\ &\quad + \sum_{j=2}^{J_{n,m}} x'_{n,i}((t_{n,m}^j)^+) (t_{n,m}^j - t_{n,m}^{j-1}) \end{aligned} \quad (4.26)$$

Pour obtenir $\frac{dL_{n,m}(\theta)}{d\theta_i}$ à chaque événement, il est simple d'implémenter un algorithme sachant que la dérivée d'état à chaque événement est déterminée par l'équation (4.13) qui à son tour dépend du type d'événement à l'instant $j = 1, \dots, J_{n,m}$ qui est donné par les équations (4.18) et (4.25).

Il est important de noter que les estimateurs IPA dépendent :

- du nombre d'événement $J_{n,m}$ dans chaque intervalle $[R_{n,m}, V_{n,m}]$,
- du nombre totale des commutations des feu r_v et v_r .
- de l'instant d'occurrence des évènements $R_{n,m}, V_{n,m}$ et $J_{n,m}$.
- du débit d'arrivé $\alpha_n(\tau_k)$ et de départ $\beta_n(\tau_k)$ au moment d'occurrence des événements seulement.

4.8 Résultats de simulation

Dans ce paragraphe, nous allons mettre l'accent sur les performances de l'algorithme d'optimisation par IPA. Pour ce faire, nous allons comparer une série de simulations par rapport à la méthode de commande usuelle, à savoir la méthode à feu fixe.

Considérons l'intersection décrite précédemment (figure 3.1) où la durée des feux est considérée fixe.

Afin de tenir compte des différentes situations du trafic, nous allons réaliser les simulations avec des arrivées aléatoires pour différents débits moyens.

Les trajectoires des files d'attentes sont obtenues par simulation de notre modèle en utilisant l'outil STATEFLOW. Ces trajectoires sont ensuite utilisées dans un algorithme d'optimisation réalisé avec le langage MATLAB pour obtenir des estimateurs IPA afin de trouver les temps des feux optimaux.

Les arrivées des véhicules sont considérées aléatoires et suivent un processus exponentiel négatif de débit moyen $\bar{\alpha}_n$ où n représente la voie. Le départ des véhicules est considéré aléatoire distribué entre $[\beta_{\min}, \beta_{\max}]$. Les temps des deux feux vert et rouge sont compris entre $[\theta_{\min}, \theta_{\max}]$. Les feux sont initialement vert sur les voies 1 et 3 et rouge sur les voies 2 et 4.

Pour les simulations nous avons considéré trois cas.

4.8.1 Effet du poids

Considérons les hypothèses suivantes :

Les durées des feux initiales sont 28 sec pour le vert et 38 sec pour le rouge (voie 1-3). Les temps des feux minimal et maximal sont respectivement $\theta_{\min} = 15\text{sec}$, $\theta_{\max} = 50\text{sec}$. une longueur de trajectoire qui est égale à $T = 500\text{sec}$. Le vecteur des poids des voies de l'intersection est $w = [0.5, 0.1, 0.5, 0.1]$, ce qui signifie que l'axe 1-3 est considéré comme la voie principale. Le tableau (4.1) présente les paramètres du carrefour.

Voie	1	2	3	4
Arrivées des véhicules	0.2	0.2	0.2	0.2
Queue initiale	0	0	0	0
Poids	0.5	0.1	0.5	0.1

Tableau 4.1 Paramètres du carrefour cas 1.

La figure (4.2) illustre les résultats obtenus pour un débit d'arrivée $\bar{\alpha}_n = 0.20, n = 1, 2, 3, 4$ et de débit de départ aléatoire distribué entre $[0.5, 1]$. Les files d'attente sont initialement considérées vides sur les quatre voies.

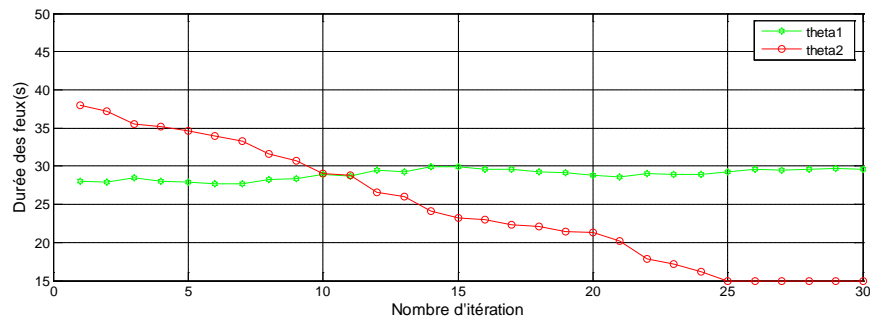


Figure 4.2 : Optimisation des feux par l'IPA

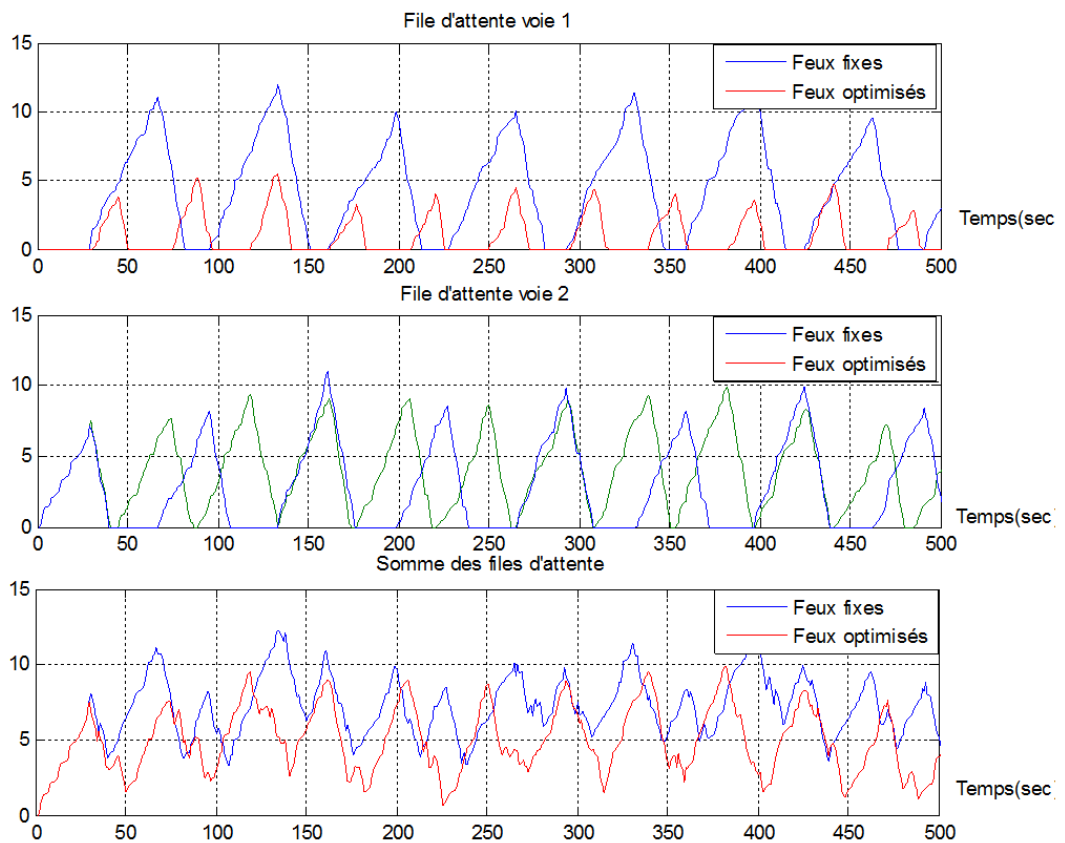


Figure 4.3 : Évolution des files d'attente.

La figure (4.3) présente l'évolution instantanée des files d'attente des voies 1 et 2 au carrefour. Les files d'attente dans le cas des feux fixes sont représentées par la courbe bleue et dans le cas optimisé par la courbe rouge. Nous pouvons remarquer que les valeurs optimales obtenues $\theta_1 = 29.06\text{sec}$ et $\theta_2 = 15\text{sec}$ par

l'algorithme d'optimisation ont permis de minimiser considérablement la file d'attente de la voie 1 par rapport à celle du feu fixe du fait que le poids alloué à cette voie est supérieur à celui de la voie 2, tandis que les piques de la file d'attente de la voie 2 sont légèrement supérieures à ceux des feux fixes.

Cependant, le nombre de véhicules attendant au carrefour (somme des files d'attente) est moins que celui obtenu par la stratégie des feux fixes.

Il convient ainsi de dire que la méthode d'optimisation des feux est plus performante que la commande par feux fixes.

4.8.2 Effet du débit

Reprenons le carrefour étudié précédemment avec mêmes hypothèses mais en modifiant les paramètres représentés dans le tableau suivant :

Voie	1	2	3	4
Arrivées de véhicules	0.2	0.1	0.2	0.1
Queue initiale	5	5	5	5
poids	0.1	0.1	0.1	0.1

Tableau 4.2 Paramètres du carrefour cas 2.

Le résultat obtenu par l'utilisation de l'IPA est illustré sur la figure 4.4 :

L'analyse de cet exemple de simulation montre que les valeurs optimales du feu vert de la voie 2-4 (le rouge sur les voies 1-3) correspondent à la valeur minimale. Cela est expliqué par le fait que le débit d'arrivée des véhicules des voies 2-4 est inférieur au débit d'arrivée des voies 1-3.

Les résultats obtenus par l'application des valeurs optimales $\theta_1 = 28.83 \text{sec}$ et $\theta_2 = 15 \text{sec}$, sont meilleurs, comparativement à la commande par feux fixes. La commande par IPA permet de minimiser le nombre de véhicules attendant au carrefour (somme des files d'attente) sur tout l'horizon de simulation (figure 4.5). Ceci montre l'importance de cette stratégie dans la commutation des feux.

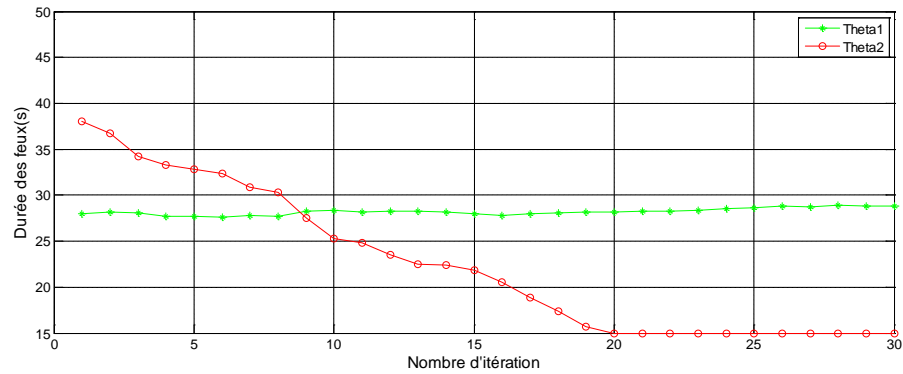


Figure 4.4 : Optimisation des feux par l'IPA

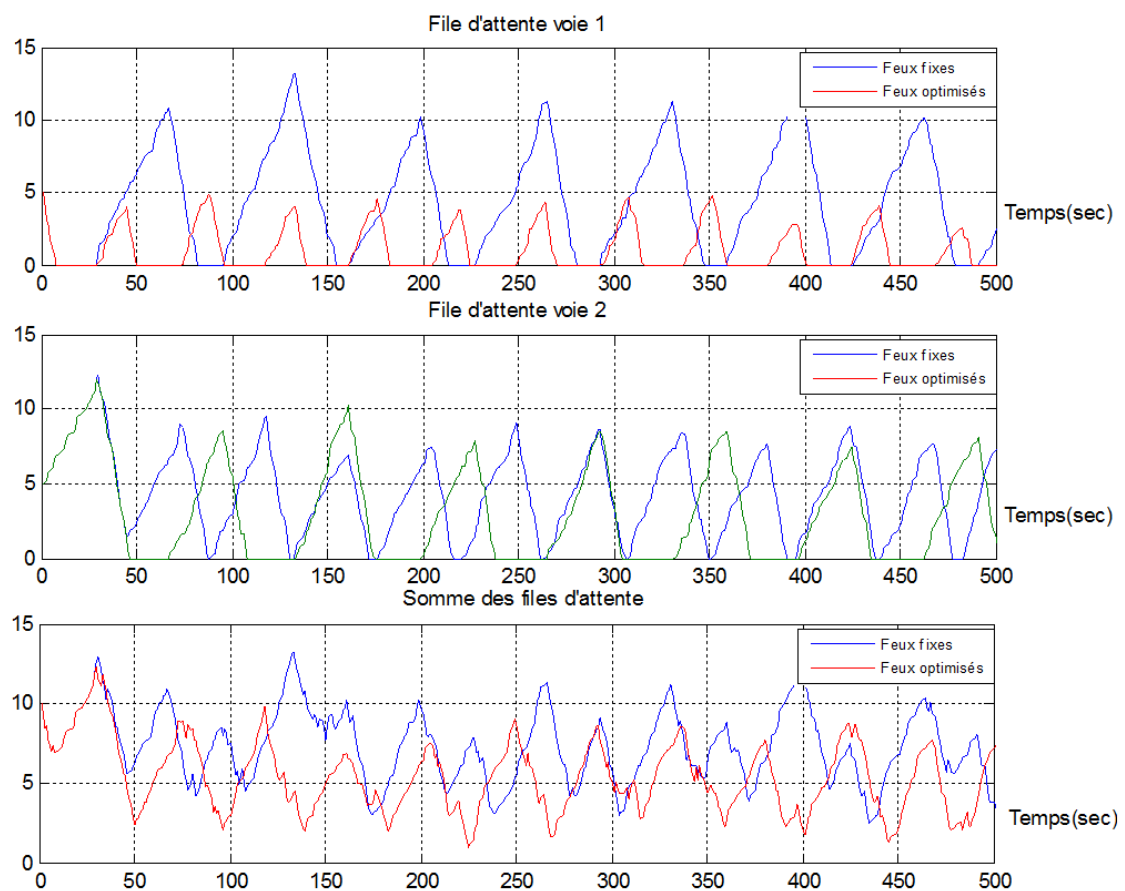


Figure 4.5 : Évolution des files d'attente.

4.8.3 Adaptativité du contrôle :

Il est intéressant aussi d'illustrer l'adaptativité du contrôle des feux avec l'IPA. La figure (4.6) montre l'évolution des durées des feux avec le changement des débits d'arrivée de chaque voie. Dans le premier cadran de la figure, les véhicules arrivent avec un débit moyen $\bar{\alpha}_n = [0.2, 0.2, 0.2, 0.2]$ et un vecteur de poids $w = [0.1, 0.1, 0.1, 0.1]$, les valeurs optimales obtenues sont les valeurs minimales.

Dans le deuxième cadran, nous prenons $\bar{\alpha} = [0.25, 0.1, 0.25, 0.1]$, le vecteur de poids reste inchangé, on remarque que la durée du feu vert de la voie (1-3) croit jusqu'à atteindre la valeur $\theta_1 = 34.47 \text{ sec}$, tandis que la durée du feu rouge de la voie (1-3) demeure à la valeur minimale. Dans le troisième cadran, les véhicules arrivent avec un débit moyen $\bar{\alpha} = [0.1, 0.2, 0.1, 0.2]$, la durée des feux varie pour atteindre les valeurs optimales $\theta_1 = 15 \text{ sec}$ et $\theta_2 = 29.87 \text{ sec}$. Dans le dernier cadran, les débits d'arrivée sont identiques $\bar{\alpha} = [0.1, 0.1, 0.1, 0.1]$, alors que les poids sont différents $w = [0.5, 0.1, 0.5, 0.1]$, la durée du feu vert des voies (1-3) converge vers la valeur optimale $\theta_1 = 30.02 \text{ sec}$ alors que la durée du feu rouge décroît vers la valeur minimale $\theta_2 = 15 \text{ sec}$.

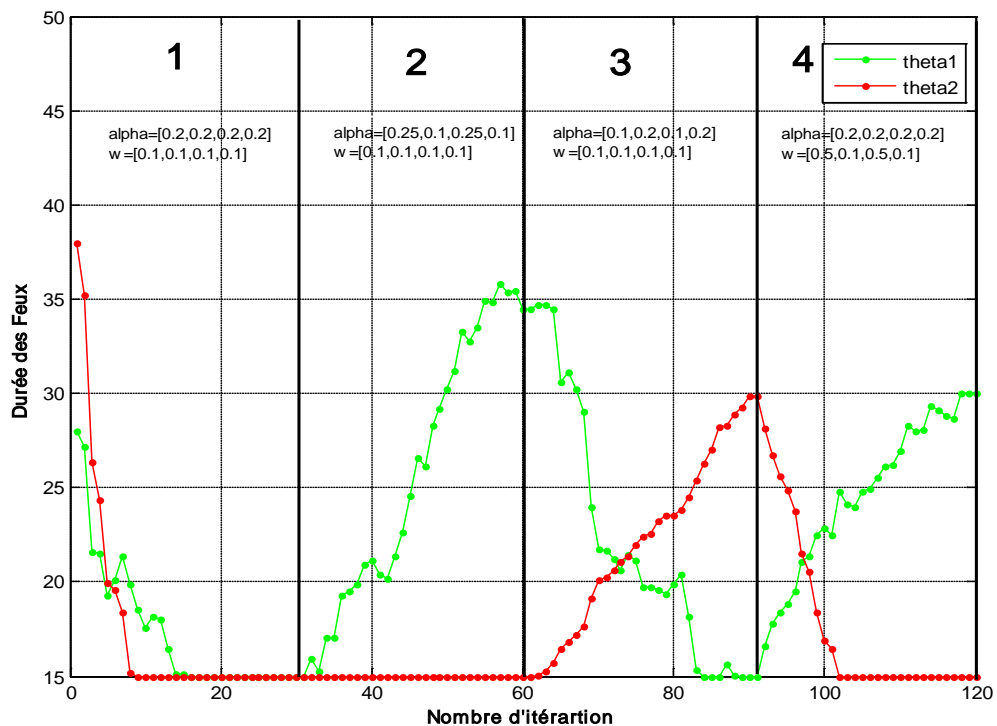


Figure 4.6 : Évolution de la durée des feux avec le changement des débits d'arrivés

La simulation précédente nous montre l'adaptativité de contrôle des feux de circulation par l'IPA. En fait, les paramètres de contrôle répondent aux variations des débits et des poids convergent vers les nouvelles valeurs optimales.

4.9 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons appliqué la méthode IPA pour déterminer les durées des feux optimales qui minimisent une fonction coût. Nous avons étudié et analysé les trajectoires des files d'attente de chaque voie pour déterminer les estimateurs IPA et les utiliser dans un algorithme d'optimisation pour déterminer les valeurs optimales des durées θ_i .

Nous avons simulé plusieurs cas qui étudient l'impact des débits d'arrivés et les poids de chaque voie sur θ_i .

Nous avons aussi illustré l'adaptativité de la technique IPA appliquée dans le contrôle des feux qui constitue l'un des grands avantages de cette stratégie de commande. Cette adaptativité permet d'utiliser cette technique en ligne et hors ligne.

CONCLUSION GENERALE

Dans ce mémoire, nous avons traité des problèmes de modélisation et d'optimisation des feux de trafic dans les intersections urbaines et nous avons présenté des solutions qui permettent d'améliorer la fluidité du trafic urbain par la réduction du phénomène de congestion qui est un des grands problèmes socio-économiques.

Nous avons entamé notre travail par une introduction portant sur les outils de modélisation et de gestion des systèmes de trafic avant de présenter et définir les trois modèles macroscopique, microscopique et mésoscopique avec leurs variables caractéristiques et les différents instruments de mesure des variables du trafic ainsi que leurs avantages et inconvénients. Nous avons, également, présenté les insuffisances que représentent ces modèles relativement à la dynamique du trafic qui présente une interaction entre deux aspects ; continu représenté par l'évolution de la file d'attente d'une part et discret par la commutation des feux. Ce qui nous a amené à utiliser des modèles issues de la théorie des systèmes hybrides pour mieux décrire et analyser le comportement des intersections à feux. De ce fait, nous avons présenté différents outils pour modéliser un système dynamique hybride tel que les réseaux de Pétri, et les Automates hybride. Dans ce travail, nous avons opté pour l'utilisation des automates hybrides. Ce choix est justifié par le fait que les SDH permettent une manipulation formelle facile. Nous avons vu aussi que la plus part des systèmes réels sont non déterministes à cause des incertitudes causées par l'imprécision des capteurs ou bien la nature aléatoire de la dynamique continue et/ou discrète d'où le recours aux systèmes hybrides stochastiques. En effet, pour modéliser une intersection signalisée, nous avons utilisé les modèles à flux stochastique qui est une classe importante des systèmes hybrides stochastiques, du fait que l'intersection signalisée est composée de plusieurs processus aléatoires ; à savoir les arrivées et les départs des véhicules.

D'autre part, nous avons montré que les modèles à flux stochastique sont simples à étudier analytiquement (chapitre 4). Ils permettent d'utiliser les méthodes

d'optimisation basées sur le calcul des gradients de la mesure de performance par rapport aux paramètres de décision. Nous avons également, illustré l'efficacité de la méthode d'analyse des perturbations infinitésimale (IPA) qui permet de déterminer les gradients des mesures de performance par une seule simulation du système et trouver ainsi la solution optimale dans un temps de calcul très réduit. De ce fait, nous avons utilisé cette méthode pour déterminer les temps de feux optimaux de notre système.

Au terme de ces travaux, trois perspectives méritent d'être explorées tant au niveau de la modélisation qu'au niveau de la commande du trafic :

Au niveau de la modélisation, il serait intéressant, dans un premier temps, de valider les modèles d'automates hybrides obtenus par l'exploitation des données en temps réel. Dans un second lieu, il s'avère important d'élargir la modélisation à des intersections plus complexes en tenant compte des mouvements des tournes à gauche et à droite.

Au niveau de la commande, nous envisageons d'appliquer la technique IPA pour l'optimisation des feux en utilisant un système de vision artificielle pour mesurer la longueur de la file d'attente en temps réel.

LISTE DES SYMBOLES ET DES ABREVIATIONS

- Q : Ensemble des états discrets
 φ : Fonction de transition d'état
 q_0 : État initial;
 q_f : Ensemble des états finaux
 X : Vecteur d'état comportant n variables réelles
 f : Champ de vecteurs
 Inv : Fonction qui associe à chaque sommet
 $guard$: Ensemble qui définit les conditions de garde
 γ : Fonction de réinitialisation
 q : Sommet initial
 x_0 : État continu initial
 $\alpha(t)$: Débit d'arrivé instantané de véhicules
 $\beta(t)$: Débit de sortie de véhicules
 θ : Paramètre de décision
 w_n : Vecteur de poids
 η_n : Pas d'adaptation
 T : Longueur de la trajectoire
 $\dot{x}(t)$: Dynamique continu de la file d'attente
 τ_k : Instant de l'occurrence du k^{iem} événement
 rv : Passage du feu du rouge au vert
 vr : Passage du feu du vert au rouge
 $V_{n,m}$: Instant où la file d'attente quitte la valeur nulle $x_n(t) > 0$
 $R_{n,m}$: Instant où le contenu de la file d'attente devient vide ($x_n(t) = 0$)
 $t_{n,m}^k$: Instants d'occurrence des événements durant l'intervalle $[R_{n,m}, V_{n,m}]$
 E : Les événements qui se produisent à l'instant où la queue devient vide
 S : Les événements qui se produisent l'instant où la queue passe d'une

- SED : Système à événement discret
- PA : Analyse des perturbations
- IPA : Analyse des perturbations infinitésimales
- SDH : Système dynamique hybride
- SSH : Système stochastique hybride
- SFM : Modèle a flux stochastique
- AH : Automate hybride
- ASH : Automate hybride stochastique

REFERENCES

1. Adams W.F., "Road Traffic Considered as a Random Series". J. Inst. Civil Engineers, n°4, pp. 121-130 (1936). U.K.
2. Greenshields B.D., "A Study in Highway Capacity. Proc". Highway Research Board, Vol. 14, pp. 458 (1935).
3. A. Tustin., "The nature of the operator response". Manual Control and its Implication for Controller Design. J.I.E.E., N°96, pp. 56 (1947)
4. Ellson, D. G. "The Application of Operational Analysis to Human Motor Behavior". Psychology Review 9, pp. 56. (1949).
5. Taylor, F. V. "Certain Characteristics of the Human Serve. Electrical Engineering" 68, pp. 235. (1949).
6. Wardrop, J.G., "Some Theoretical Aspects of Road Traffic Research". Proc. of the Institution of Civil Engineers, Part II, Vol. 2, n°1, pp. 325-362 (1952). U.K.
7. Chandler R.E., Herman R., Montroll E.W., "Traffic Dynamics: Studies in Car Following. Operations. Res"., Vol.6, pp. 165-184 (1958).
8. Lighthill M.J., Whitham G.B., "On Kinematic Waves, II : A Theory of traffic flow on roads", Proc. of the Royal Society, n° 229A, pp. 317-345 (1955).
9. Newell G.F., "Mathematical Models for Freely Flowing Highway Traffic". Oper. Res. 3, pp. 176-186 (1955).
10. Richards P.I., "Shock Waves on a Highway". Oper. Res., Vol. 4, n° 1 (1956).
11. Webster F.V., "Traffic Signal Setting". Road Research technical, n°39, Great Britain Road Research Laboratory (1958). London, U.K.
12. Whitham G.B., "Linear and Nonlinear Waves". pp. 68-95 (1974). Edition Wiley & Sons, NY.
13. A. Hegyi., "Model predictive control for integrating traffic control measures", TRAIL Thesis series T2004/2, the Netherland TRAIL research school, (2004)
14. R. Wiedemann, "Simulation des Straßenverkehrsflusses", Technical Report, Institute for Traffic Engineering, University of Karlsruhe. (1947).

15. Pipes L.A., "An Operational Analysis of Traffic Dynamics". J. Appl. Phys., Vol. 3, n° 24, pp. 274-281 (1953).
16. Nagel K., "Simplified Cellular Automaton Model for City Traffic". Physical review E, Vol.58, n°02, pp. 1286-1295 (1998).
17. S. Maerivoet, B. De Moor, "Cellular automata models of road traffic", Physics Reports, Vol. 419, Issue 1, pp. 1-64, 2005.
18. E. Brockfeld, R. Barlovic, A. Schadschneider, M. Schreckenberg, "Optimizing traffic lights in a cellular automaton model for city traffic", Physical Review E 64,(2001).
19. Cohen S., "Flow Variables". Concise Encyclopaedia of Traffic and Transportation Systems, Editor Papageorgiou M., pp. 139-143 (1991).
20. N.Messai .,"Surveillance du trafic urbain et interurbain a base de modèles neuronaux ", THESE de Doctorat de l'Université de Technologie de Belfort Montbéliard et l'Université de Franche-Comté ,13 Déc 2003.
21. Heidemann D., "A Queueing Theory Approach to Speed-Flow-Density Relationships". Proc. 13th Symp. Int. Conf. Transp. and Traffic Theory, pp. 103-118 (1996). Lyon-France.
22. N.Elloumi., "Modélisation et commande du trafic sur un corridor: application de la méthode LP " Thèse de l'université Paris XI Orsay (1996).
23. Williams J.C., Mahmassani H.S., Herman R., "Analysis of Traffic Network Flow Relations and two Model Parameter Sensitivity". Transp. Res. Record 1005 (1985).
24. Papageorgiou M., "Some Remarks on Macroscopic Traffic Flow Modelling". Transportation Research A, Vol.32, n° 5, pp. 323-329 (1997).
25. Athol P., "Interdependence of Certain Operational Characteristics Within a Moving Traffic Stream". Highway Research Record, Vol. 72, pp. 58-87 (1965).
26. Yu T., "On-line Traffic Signalization using Robust Feedback Control". Thesis (1997). Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, USA.
27. Bell M.G.H., Iida Y., " Transportation Network Analysis". Editor John Wiley & Sons (1997).
28. Robertson, D.I. "TRANSYT: A Traffic Network Study Tool. " Road Research Laboratory Report No. RL-253, Grothorne, Berkshire, England, 1969.

29. Hunt P.B., Robertson D.I., Bretherton R.D., Winton R.I., "SCOOT: A Traffic Responsive Method of Coordinating Signals". Transport and Road Research, Laboratory Report n° LR1014, TRRL (1981). Crowthorne, UK.
30. Gartner N.H., Tarnoff P.J., Andrews C.M., "Evaluation of the Optimized Policies for Adaptive Control (OPAC) Strategy". Transportation Research Record 1324, pp.105-114 (1991).
31. Farges, J. L., Henry, J.J., Tufal, J. "The PRODYN real-time traffic algorithm" Proceedings of the 4th IFAC Symposium on Transportation Systems, Baden-Baden, Germany, 307–312. (1983).
32. Mirchandani P.B., RHODES "Traffic adaptive control system". Workshop on traffic adaptive control systems, Annual TRB Meeting (2002). Washington, D.C., USA.
33. Allsop R.E., "Delay at a Fixed Time Traffic Signal" theoretical analysis. Transportation Science, Vol. 3, no6, pp. 260-285 (1972).
34. Importa, G. et Cantarella G.E. "Control System Design for An Individual Signalized Junction", Transportation Research 18B(2), 147-167, (1984).
35. X. Zhao et Y. Chen, "Traffic light control method for a single intersection based on hybrid systems," Proc. of the IEEE Intelligent Transp. Systems, pp. 1105–1109, (2003).
36. L. Head, F. Ciarallo, et V. Kaduwela, D.L. "A perturbation analysis approach to traffic signal optimization". INFORMS National Meeting. (1996).
37. Ho, Y. C., et Cao, X. R. " Perturbation analysis of discrete-event dynamic systems", Boston: Kluwe (1991).
38. Fu, M.C., et Howell, W.C. "Application of Perturbation analysis to traffic light signal timing", Decision and Control, 2003. Proceedings. 42nd IEEE Conference on (Volume:5)
39. Cassandras, C.G., Wardi, Y., Melamed, B., Sun, G., et Panayiotou, C.G. "Perturbation analysis for on-line control and optimization of stochastic fluid models". IEEE Trans. Automat. Control, 47(8), (2002).
40. Branicky, M. S., Borkar, V. S., et Mitter, S. K. " A unified framework for hybrid control: Background, model, and theory" (Techn. Rep. No. LIDS-P-223). Cambridge, MA: Laboratory for Information and Decision Systems, Department of Electrical Engineering and Computer Science, MIT. (1994).
41. Quenec'hdu Y. et Zaytoon J., " Sur la modélisation des systèmes hybrides, Systèmes Dynamiques Hybrides, Traité Systèmes automatisés, Information commande et communication ", 87–92, Hermes, Paris, (2001).

42. Alur R., Henzinger T. A., Wong-Toi H. "Symbolic analysis of hybrid Systems ". 36th Annual IEEE Conference on Decision and Control 702-707. (1997)
43. C. G. Cassandras et S. Lafortune, "Introduction to Discrete Event Systems", 2nd ed. Springer, 2008.
44. A. Alur, C. Courcoubetis, T.A. Henzinger, et P.H. Ho, "Hybrid automata : an algorithmic approach to the specification and verification of hybrid systems", In Hybrid Systems, LNCS, 736 : 209-229, (1993).
45. J. Hu, J. Lygeros, et S.S. Sastry, "Towards a theory of stochastic hybrid systems", Hybrid Systems: Computation and Control, number 1790 in {LNCS}, pages 160-173, Springer-Verlag, Berlin, (2000).
46. M.H.A. Davis, M.A.H. Dempster, et S.P. Sethi D. Vermes. " Optimal capacity expansion under uncertainty". Adv. Appl. Prob., 19:156–176, (1987).
47. Basak, G.K., Bisi, A., Ghosh, M.K.,. "Stability of a random diffusion with linear drift". J. Math. Anal. Appl. 202, 604–622. (1996).
48. E. Altman et V. Gaitsgory, "Asymptotic Optimization of a Nonlinear Hybrid System Governed by a Markov Decision Process", SIAM J. Contr. Optim., Vol. 35, 2070-2085. (1997)
49. D. Anick, D. Mitra, et M. M. Sondhi, "Stochastic theory of a data-handling system with multiple sources," The Bell System Technical Journal, vol. 61, pp. 1871–1894, (1982).
50. H. Kobayashi and Q. Ren, "A mathematical theory for transient analysis of communications networks," IEICE Transactions on Communications, vol. E75-B, pp. 1266–1276, 1992.
51. R.L. Cruz. "A calculus for Network Delay, Part II: Network Analysis". IEEE Transactions On Information Theory, 37(1):132-141, January 1991.
52. Suri, R., et Fu, B.-R. "On using continuous lines for performance estimation of discrete production lines". Proc. 1991 Winter Simulation Conf., pp. 968–977(1991).
53. C. G. Panayiotou, W. C. Howell, et M. Fu, "Online traffic light control through gradient estimation using stochastic fluid models," Proceedings of the IFAC 16th Triennial World Congress, (2005).

54. Geng, Y. et Cassandras, C.G. "Traffic light control using infinitesimal perturbation analysis". 51st IEEE Conference on Decision and Control December 10-13, 2012. .
55. C. G. Cassandras et J. Lygeros , " Stochastic Hybrid Systems". Taylor and Francis, 2006.
56. Y. C. Ho , M. A. Eyley et T. T. Chien "A Gradient Technique for General Buffer Storage Design in a Serial Production Line", Int J. Prod. Res., vol. 17, no. 6, pp.557 -580 (1979)
57. C.Tolba., " Contribution à l'utilisation des réseaux de Petri pour la modélisation et la régulation du trafic urbain et interurbain ",THESE de Doctorat de l'Université de Technologie de Belfort Montbéliard l'Université de Franche-Comté ,17 Déc 2004.
58. Violina Iordanova, ; "Contribution à la modélisation et la commande du trafic routier : approches par Bond Graph et commande par platitude" ,;Université d'Artois,13 Déc 2006.
59. H. LAÏCHOUR " Modélisation Multi-Agent et Aide a la Décision : Application al Régulation des Correspondances dans les Réseaux de Transport Urbain ",These de Doctorat de l'Université des Sciences et Technologie de Lille , 20 Déc 2002.
60. Wardi, Y., Adams, R., et Melamed, B;"A unified approach to infinitesimal perturbation analysis in stochastic flow models: the single-stage case". IEEE Trans. Automat. Control, 55(1), (2010).
61. Cassandras, C.G., Wardi, Y., Panayiotou, C.G., et Yao, C. " Perturbation analysis and optimization of stochastic hybrid systems". Europ. J. of Control, 16(6), (2010).
62. Yao, C. et Cassandras, C.G. "Resource contention games in multiclass stochastic flow models". Non- linear Analysis: Hybrid Systems, 5(2), (2011).
63. Zi Xu et Yu-Hong Dai " New stochastic approximation algorithms with adaptive step sizes" Springer-Verlag (2011).