

UNIVERSITÉ SAAD DAHLEB DE BLIDA1

Institut d'Aéronautiques est des Études Spatiales

THESE DE DOCTORAT

Spécialité : Aéronautique

**CONCEPTION ET EVOLUTION DES PARAMETRES
D'ECOULEMENT DANS LES TUYERES DOUBLE GALBES.**

Par

KBAB Hakim

Devant le jury composé de :

Z B. BENAOUDA	Professeur	U de Blida1	Président
A. CHPOUN	Professeur	U d'Evry France	Examineur
T.REZZOUG	Professeur	U de Blida	Examineur
A.METAOUI	Professeur	USTHB Alger	Examineur
S.BERGHEUL	Professeur	U.Blida1	Promoteur
M.SELLAM	Maitre de C	U d'Evry France	Co-promoteur

BLIDA; Mai 2017

DEDICACES

- ✓ Ce travail est dédié à mon père en guise de reconnaissances de tout ce qu'il a fait pour moi
- ✓ A ma mère
- ✓ A mes frères et sœurs

Une dédicace particulière à :

Ma femme Lila

Mes deux anges filles ; Serine et Chiraz

RESUME

Le principal objectif d'une tuyère double-galbe est le gain de performances par principe d'auto-adaptation en fonction de l'altitude. En effet, ce système a pour avantage une auto-adaptation de l'écoulement pour deux régimes de fonctionnement (à basse et à haute altitude) sans activation mécanique. Le principe est théoriquement simple, mais les efforts structuraux mis en jeu sont importants. Dans cette étude, on cherche à développer une méthode numérique de conception de ce type de tuyère. Elle est basée d'une part, sur une des approches des écoulements transsoniques pour définir la ligne de départ sur laquelle les calculs supersoniques vont être initiés, d'autre part, l'utilisation de la méthode des caractéristiques pour dessiner le profil de la tuyère de base qui est simulé à un profil parabolique de type TOP dont les constantes sont déterminées à partir des conditions initiales. Afin de minimiser au maximum le poids de cette tuyère, on a été contraint de la tronquer en un point où un meilleur compromis (poids / performances) a été réalisé. Le profil du deuxième galbe est calculé pour donner une pression paroi constante P_2 . Une fois le profil généré, une étude sur l'évolution des paramètres thermodynamiques telle que : la pression, le nombre de Mach et les performances est menée. Pour les besoins de validation, nous avons comparé nos résultats aux bases de données expérimentales et numériques de la tuyère CNES PERSEUS de l'ONERA. L'écoulement dans cette tuyère sous environnement Fluent avec différents types de maillage est présenté. De même, des calculs visqueux et non-visqueux pour compenser les effets de la couche limite ont été abordés, en utilisant le modèle de turbulence k- SST. Les résultats numériques et d'optimisation se comparent très bien aux résultats des références.

Mots clés : tuyères double galbes, méthode des caractéristiques, , écoulements supersoniques, conception de tuyères , la fonction de Prandtl- Mayer ; profils de tuyères

SUMMARY

The main objective of a dual bell nozzle is the enhancement of performances based on the principle of self-adaptation in accordance with the altitude. Indeed, this system has the advantage of self-adaptation of the flow for two operating modes (low and high altitude) without any mechanical activation. Theoretically, the principle is simple, but the structural forces are significant. In this study, a numerical method was developed for the design of this type of nozzle. On the one hand, it's based on one of a transonic flow approaches to define the starting line on which the supersonic calculations will be initiated; On the other hand, we use the method of characteristics to draw the basic nozzle profile. Knowing that the profile of this basic nozzle is assimilated as a polynomial of the second degree, whose the constants are calculated from initial conditions. In order to minimize the weight of this nozzle, its truncation proves necessary and it's performed at a point where the best compromise (weight / performance) was achieved. The profile of the second curve is calculated to give a constant wall pressure; this second bell is obtained by using the direct method of characteristics by applying a centered expansion of intensity P_2/P_1 at the junction. Once the profile is generated, a study is conducted on the evolution of thermodynamic parameters such as: pressure, Mach number and the aerodynamic performances. For validation purposes, our results were compared with numerical databases of ONERA nozzle. The simulations of flow in the nozzle with Ansys 13.0 environment for different types of meshes are presented. Also, to offset the effects of the boundary layer, simulations were performed, using the turbulence model k-SST. The obtained results by the characteristics method and numeric simulation are compared to the computed results of the literature and it was found good agreement and similarity.

Keywords: *dual bell nozzle; method of characteristics; supersonic flow; Nozzles design; Prandtl Mayer function; Nozzle profiles*

REMERCIEMENTS

En premier lieu nous remercions ALLAH, le tout puissant, qui nous a donné le courage et la volonté et la patience pour bien mener ce modeste travail.

Mes vifs remerciements pour les membre de jury pour l'intérêt qu'ils ont porté à cette modeste étude en acceptant d'examiner mon travail et de l'enrichir avec leurs propositions, critiques et suggestions.

Que **monsieur Benaouda Z. Braham** professeur à l'institut d'aéronautique et des études spatiales trouve ici mes sincères remerciements pour avoir accepté d'être président de ce jury

Ainsi que **monsieur Chpoun Amer** professeur à l'université d'Evry d'avoir accepté de se déplacer et de faire un long voyage pour m'honorer de sa présence et de faire partie de ce jury

Madame Metaoui professeur à l'USTHB, trouve ici mes sincères remerciements pour avoir accepté de m'honorer par sa présence à ma soutenance.

Monsieur Rezoug.T, directeur du laboratoire science aéronautiques, je le remercie pour avoir accepté d'examiner ce travail, mais aussi de m'avoir accueilli dans son laboratoire durant ces années de travail.

Mes vifs et respectueux remerciements vont aussi à monsieur **Sellam Mohamed** maitre de conférences à l'université d'Evry qui a proposé et encadré le sujet, je le remercie pour ses orientations, conseils et sa patience envers moi. Je salue en lui ses qualités humaines, son enthousiasme, son dévouement et son sens extraordinaire de communication.....*Merci*

Pour monsieur **Bergheul Said**, professeur à l'institut d'aéronautique et des études spatiales, je n'ai pas de mots pour le remercier assez, mais je lui dirais seulement merci pour tout ce que tu as fait pour moi et je te serais reconnaissant durant toute ma vie.....*Merci*

Je tiens aussi à remercier toute l'équipe qui a travaillé avec moi au laboratoire des sciences aéronautiques, en particulier monsieur **T. Hamitouche**, madame **lagab. L** ; monsieur **Chouicha.R** et madame **Bakouche .K**

Mes remerciements vont aussi à l'égard de tous les enseignants et les travailleurs de l'institut d'aéronautiques et des études spatiales, et a toutes les personnes que j'ai côtoyées durant ce parcours, je cite madame **Benkhedda .A** la directrice de l'institut ; monsieur **Neche.A**; **Larbi.F** et **Renane R.....**

Mes vives pensées vont à l'égard de mes parents; ma femme et mes deux filles, ainsi que mes frères et sœurs.

TABLE DES MATIERES

RESUME

REMERCIEMENT

DEDICACES

TABLE DES MATIERES

LISTE DES FIGURES

NOMENCLATURE

INTRODUCTION	01
OBJECTIF DE L'ETUDE	04
PLAN DE TRAVAIL	06

CHAPITRE 1 : ETAT DE L'ART

1.1.INTRODUCTION	08
1.2. <i>LES ECOULEMENTS TRANSSONIQUES</i>	09
1.3. RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE ET CONTEXTE HISTORIQUE	10
1.4. TYPE DE PROFILS	14
A. PROFIL CONIQUE	17
B. PROFIL IDEAL	19
C. PROFIL IDEAL TRONQUE (TIC)	20
D. PROFIL OPTIMISE EN POUSSEE (TOC)	22
E. PROFIL PARABOLIQUE OPTOMISE EN POUSSEE (TOP)	24
F. PROFIL IDEAL TRONQUEE COMPRESSE (CTIC)	26
1.5. TUYERE A COMPENSATION D'ALTITUDE	28
1.5.1. TUYERE A DECOLLEMENT CONTROLE	28
A. TUYERE A REGOSITÉ INTERNE CONTROLEE	29
B. TUYERE DEPLOYABLE OU A DIVERGENT EXTENSIBLE	29
C. TUYERE A ANNEAU DECLENCHEUR	30
C.1. TUYERE A ANNEAU DECLENCHEUR FIXE	30
C.2. TUYERE A ANNEAU DECLENCHEUR TEMPORAIRE	31
D. TUYERE A INJECTION DE FLUX SECONDAIRE	32
D.1. TUYERE A INJECTION SECONDAIRE PASSIVE	32
D.2. TUYERE A INJECTION SECONDAIRE ACTIVE	33
1.5.2. TUYERES DOUBLE GALBES	34
A. LE CONCEPT ACN DOUBLE GALBES	36
B. TYPES DE CONCEPT DBN	38
1.5.3. TUYERES A GENERATION DE VORTEX	42
A. DIVERGENT A PAROI ONDULEE	42
B. DIVERGENT POLYGONALE	43
1.5.4. TUYERES A DEUX MODES	44
A. TUYERES A DEUX COLS	44
B. DOUBLE MOTEURS CONCENTRIQUES	45
1.5.5. TUYERES AUTO-ADAPTEES	46
A. TUYERE AUTO-ADAPTEE A ECOULEMENT INTERNE	46
A1. DIVERGENT A SURFACE VARIABLE	46

A2. COL A SURFACE VARIABLE	47
A3. TUYERE A EXPANSION/DEFLECTION	48
B. TUYERE AUTO-ADAPTEE A ECOULEMENT EXTERNE	49
B1. TUYERE A COR CENTRAL IDEAL	50
B2. TUYERE A CORPS CENTRAL TRONQUÉ	51
B3. TUYERE PLANE A CORPS CENTRAL TRONQUÉ	52

CHAPITRE 2: DEVELOPPEMENT ET COMPARAISON DES METHODES DE CALCUL DES ECOULEMENTS TRANSSONIQUES

2.1 INTRODUCTION:	54
2.2. METHODE DE SAUER	55
2.2.1. FORMULATION MATHEMATIQUES	56
2.2.2. RESOLUTION DE L'EQUATION	58
1. CAS DE L'ECOULEMENT BIDIMENSIONNEL ($\gamma = 0$)	59
2. CAS DE L'ECOULEMENT AXISYMETRIQUE ($\gamma = 1$)	60
2.3. METHODE DE HALL	61
2.3.1. FORMULATION MATHEMATIQUE	61
➤ CONDITIONS AUX LIMITES	63
1. SOLUTION POUR UN L'ECOULEMENT BIDIMENSIONNEL	64
➤ <i>Première approximation</i>	64
➤ <i>Deuxième Approximation</i>	64
➤ <i>Troisième Approximation</i>	65
➤ Coefficient de décharge	65
2. SOLUTION POUR UN ECOULEMENT AXISYMETRIQUE	66
➤ <i>Première approximation</i>	66
➤ <i>Deuxième approximation</i>	66
➤ <i>Troisième approximation</i>	66
2.4. METHODE DE KLIEGEL ET LEVINE :	67
2.4.1. LES COORDONNEES TOROÏDALES :	68
2.5. APPLICATIONS RESULTATS ET INTERPRETATIONS	70
2.5.1. LES TUYERES ONERA:	70
A. LA LIGNE SONIQUE	75
B. COEFFICIENT DE DECHARGE	76
C. INFLUENCE DE γ SUR LA LIGNE SONIQUE	79
D. INFLUENCE DU PARAMETRE R SUR LA LIGNE SONIQUE	81
2.5.2. LES TUYERES TIC	84
2.6. RECAPITULATIF	87

CHAPITRE 3: DEVELOPPEMENT DE LA METHODE DES CARACTERISTIQUES POUR LA CONCEPTION DE TUYERES DOUBLE GALBES

3.1. LES ÉCOULEMENTS SUPERSONIQUES	88
3.1.1. INTRODUCTION	88
3.1.2. HYPOTHÈSES	88
3.1.3. ÉQUATION DESCRIPTIVE DE L'ÉCOULEMENT	89
1. Équation de conservation de la masse :	89
2. Équation de la conservation de la quantité de mouvement :	89

3.	Équation de conservation de l'énergie :	89
4.	Équation d'un gaz parfait :	90
5.	Équation d'irrotationalité :	90
3.2.	DÉVELOPPEMENT DE LA MÉTHODE DES CARACTÉRISTIQUES	91
3.2.1.	L'ÉQUATION DES CARACTÉRISTIQUES:	91
3.2.2.	L'ÉQUATION DE COMPATIBILITÉ :	94
3.2.3.	LES MÉTHODES DIRECTE ET INVERSE :	95
3.3.	LES ÉQUATIONS AUX DIFFÉRENCES FINIS :	97
3.3.1.	PROCÉDURE DE CALCUL D'UN POINT INTERNE :	98
3.3.2.	PROCÉDURE DE CALCUL D'UN POINT PAROI DIRECT :	101
3.3.3.	PROCÉDURE DE CALCUL D'UN POINT SUR L'AXE DE SYMÉTRIE :	102
3.3.4.	PROCÉDURE DE CALCUL D'UN POINT PAROI PRE-SPECIFIÉ :	103
3.3.5.	PROCÉDURE DE CALCUL POUR UN POINT DU JET LIBRE.	104
3.4.	APPLICATIONS, RÉSULTATS ET INTERPRÉTATIONS	105
3.4.1.	INTRODUCTION	105
3.4.2.	VALIDATION DU CODE DE CALCUL	106
3.4.3.	INTERPRÉTATIONS DES RÉSULTATS OBTENUS	107
3.4.4.	CONCEPTION DE LA TUYÈRE DOUBLE GALBES	114
1.	CAS DU PREMIER GALBE :	115
2.	CAS DU DEUXIÈME GALBE :	126
3.5.	TEST DE VALIDATION	130

CHAPITRE.4 : SIMULATION NUMERIQUE DES ECOULEMENTS SUPERSONIQUES DANS LES TUYERES DOUBLE GALBES

4.1.	INTRODUCTION	141
4.2.	TECHNIQUES DE SIMULATION NUMERIQUE	141
4.2.1.	SOLUTION GENERALE :	141
4.2.2.	SOLUTION DES EQUATIONS LINEAIRES	141
4.2.3.	PROCEDURE ET ETAPES REQUISES POUR ARRIVER A LA SOLUTION	142
4.2.4.	LA GEOMETRIE	142
4.2.5.	LE MAILLAGE	143
4.2.6.	LES CONDITIONS AUX LIMITES	144
➤	Conditions d'entrée	144
➤	Conditions de sortie	145
➤	Condition de symétrie	145
➤	Conditions aux parois solides	145
1.	Écoulement non visqueux	146
2.	Écoulement visqueux	146
4.2.7.	RESOLUTION	147
4.3.	APPLICATION SUR LES TUYERES SUPERSONIQUES	147
4.3.1.	PREMIER CAS DE SIMULATION :	147
A.	CAS DU PREMIER GALBE	148
B.	CAS DU DEUXIEME GALBE :	153
4.3.2.	DEUXIEME CAS : TUYERE CNES Perseus-ONERA	156
4.3.2.1.	CALCUL NON VISQUEUX	158
➤	Resultats et discussions	159
4.3.2.2.	CALCULS VISQUEUX	161
1.	MAILLAGE DE CALCUL	161

➤ Maillage structuré	162
➤ Maillage non-structuré	162
➤ Comparaison des résultats de maillage structuré et non structuré	163
2. CONDITIONS AUX LIMITES	165
3. MODELE DE TURBULENCE	166
4. CALCUL D'Y+	168
5. RESULTATS ET DISCUSSIONS	169
➤ Contours de Mach	169
➤ Coefficient de pression pariétale	170
4.4. VALIDATION	172
➤ MAILLAGE DE CALCUL	174
4.4.1. CALCUL NON VISQUEUX	175
➤ Le contour de Mach	175
➤ Coefficient de pression pariétale	176
4.4.2. CALCUL VISQUEUX	178
1. CORRECTION DES EFFETS DE LA VISCOSITE	179
➤ RESULTATS DU CALCUL VISQUEUX	179
2. CORRECTION DE LA COUCHE LIMITE	181
➤ CALCUL DES PERFORMANCES APRES CORRECTION DE LA COUCHE LIMITE	182
CONCLUSION	183
PERSPECTIVES	187

LISTE DES FIGURES

CHAPITRE 1 : ÉTAT DE L'ART

Figure 1.1 : La tuyère de-Laval [3]	10
Figure 1.2 : Contour de Mach dans une tuyère conique 15° , TIC, TOC et TOP avec $\gamma = 43,4$. Les lignes en gras indiquent la position approximative du choc intérieur [15].	16
Figure 1.3 : Composants de base d'un profil idéal.	18
Figure 1.4 : a) Définition du profil conique, b) schéma 3D.	19
Figure 1.5 : Tuyère conique de la fusée V2.	20
Figure 1.6 : Abaque de 12 profils idéaux avec un calcul de couche limite [23]	21
Figure 1.7 : Méthode d'Ahlberg et al. pour un profil TIC optimal [24].	23
Figure 1.8 : Définition d'un profil TOC.	24
Figure 1.9 : Famille de profil TOC pour $25^\circ \leq \alpha \leq 34^\circ$ [23].	25
Figure 1.10 : Lignes caractéristiques C_+ et C_- dans un profil de tuyère.	26
Figure 1.11 : Profil CTIC avec un facteur $C = \frac{x_{e''} - x_n}{x_{e'} - x_n} = 0.6$ comparé à un profil TIC	28
Figure 1.12 : Comparaison de différents profils conventionnels.	28
Figure 1.13 : Tuyère déployable.	31
Figure 1.14 : Tuyères à anneau déclencheur, a) fixe, b) éjectable, c) ablatif [15]	33
Figure 1.15 : Tuyère à injection de flux secondaire, a) Injection passive, b) Injection active [15].	35
Figure 1.16 : Tuyère à injection de flux secondaire près de la sortie, tuyère secondaire a) galbée, b) aerospike (Bocajet).	35
Figure 1.17: a) Modes de fonctionnement de la tuyère double galbes gauche [54], b) droite [55].	36
Figure 1.18: Comparaison des performances de la tuyère double galbe à celle de la tuyère galbée optimisée [57].	38
Figure 1.19: Distribution de la pression pariétale, dans les trois concepts de la tuyère double galbes [62].	40
Figure 1.20 : Distribution de la pression pariétale dans une TICCP en mode basses altitudes, pendant la transition et en mode hautes altitudes [65-66].	41
Figure 1.21 : Variation de pression dans le deuxième mode de fonctionnement de la tuyère double galbes, comparaison de l'écoulement visqueux vs non visqueux (gauche) [65],	

CFD-visqueux (droite) [55].	42
Figure 1.22: Comparaison du niveau de charge latérale entre la tuyère double galbe et la tuyère conventionnelle TIC [65].	43
Figure 1.23 : Schématisation des structures tourbillonnaires sur une surface ondulée [73].	44
Figure 1.24 : Tuyère à générateurs de Vortex : a) Divergent à paroi Ondulée, b) divergent polygonal [15].	45
Figure 1.25 : Tuyère à deux modes, a) tuyère à deux cols b) deux moteurs concentriques.	46
Figure 1.26 : Divergent à surface variable [82].	48
Figure 1.27 : Tuyère munie d'un col à section variable [15].	49
Figure 1.28 : Tuyère à expansion/déflexion.	50
Figure 1.29 : Tuyère à corps central idéal profilé.	52
Figure 1.30 : Tuyère à corps central tronqué.	53
Figure 1.31 : Tuyère plane à corps central tronqué.	54

CHAPITRE 2 : DEVELOPPEMENT ET COMPARAISON DES METHODES DE CALCUL DES ECOULEMENTS TRANSSONIQUES

Figure 2.1: Configuration d'une tuyère convergente divergente	56
Figure 2.2 : Cordonnées toroïdales	69
Figure 2.3 : Lignes soniques pour la tuyère Bérénice obtenues par les trois méthodes	76
Figure 2.4 : Lignes soniques pour la tuyère Antares obtenues par les trois méthodes	76
Figure 2.5 : Variations du C_d , pour la tuyère Bérénice obtenues par les trois méthodes	79
Figure 2.6 : Variations du C_d pour la tuyère Antares obtenues par les trois méthodes	79
Figure 2.7 : Influence de θ sur la ligne sonique pour la tuyère Antares (Sauer)	80
Figure 2.8 : Influence de θ de la ligne sonique pour la tuyère Antares (Hall)	80
Figure 2.9 : Influence de θ sur la ligne sonique pour la tuyère Antares (Kliegel&Levine)	80
Figure 2.10 : Influence de θ sur la ligne sonique pour la tuyère Bérénice (Sauer)	81
Figure 2.11 : Influence de θ sur la ligne sonique pour la tuyère Bérénice (Hall)	81
Figure 2.12 : Influence de θ sur la ligne sonique pour la tuyère Bérénice (Kliegel&Levine)	82
Figure 2.13 : Influence de R sur la ligne sonique pour la	

tuyère Antares (Sauer)	83
Figure 2.14 : Influence de R sur la ligne sonique pour la tuyère Antares (Hall)	83
Figure 2.15 : Influence de R sur la ligne sonique pour la tuyère Antares (Kliegel&levine)	83
Figure 2.16 : Influence de R sur la ligne sonique pour la tuyère Bérénice (Sauer)	84
Figure 2.17 : Influence de R sur la ligne sonique pour la tuyère Bérénice (Hall)	84
Figure 2.18 : Influence de R sur la ligne sonique pour la tuyère Bernice (Kliegel&Levine)	84
Figure 2.19 : Variation de la ligne sonique pour une tuyère TIC	85
Figure 2.20 : Variations du coefficient de décharge pour une tuyère TIC	85
Figure 2.21 : Influence de β sur la ligne sonique pour une tuyère TIC (Sauer)	86
Figure 2.22 : Influence de β sur la ligne sonique pour une tuyère TIC (Hall)	86
Figure 2.23 : Influence de β sur la ligne sonique pour une tuyère TIC (Kliegel&Levine)	87
Figure 2.24 : Influence de R sur la ligne sonique pour une tuyère TIC (Sauer)	87
Figure 2.25 : Influence de R sur la ligne sonique pour une tuyère TIC (Hall)	88
Figure 2.26 : Influence de R sur la ligne sonique pour une tuyère TIC (Kliegel&Levine)	88

CHAPITRE.3: DEVELOPPEMENT DE LA METHODE DES CARACTERISTIQUES POUR LA CONCEPTION DE TUYERE DOUBLE GALBES

Figure 3.1 : Relation entre u , v et V , θ . [19]	93
Figure 3.2 : Relation entre α et M . [19]	93
Figure 3.3 : Les caractéristiques d'un écoulement bidimensionnel Irotationnel et supersonique [19]	94
Figure 3.4 : La méthode directe [19].	96
Figure 3.5 : La méthode inverse. [19]	97
Figure 3.6 : Schéma de calcul par différences finis pour la méthode des caractéristiques [19].	97
Figure 3.7 : Point paroi direct [19]	101

Figure 3.8 : Point axiale [19].	102
Figure 3.9 : Point paroi inverse [19].	103
Figure 3.10 : Point du jet libre [19].	104
Figure 3.11 : Profil de la tuyère Antares obtenu par nos calculs	107
Figure 3.12 : Maillage de la tuyère Antares	107
Figure 3.13 : Évolution du nombre de Mach sur l'axe et sur la paroi de la tuyère Antares, en comparaison avec ceux de la référence [90]	109
Figure 3.14 : Évolution de la pression sur l'axe et sur la paroi de la tuyère Antares, en comparaison avec ceux de la référence [90]	110
Figure 3.15 : Profil de la tuyère Bérénice obtenu par nos calculs	111
Figure 3.16 : Maillage du profil de la tuyère Bérénice	111
Figure 3.17 : Évolution du nombre de Mach sur l'axe et la paroi de la tuyère Bérénice en comparaison avec ceux de la référence [90]	113
Figure 3.18 : Évolution du nombre de la pression sur l'axe et la paroi pour la tuyère Bernice en comparaison avec ceux de la référence [90]	113
Figure 3.19 : Configuration d'une tuyère double galbe	115
Figure 3.20 : Géométrie de la tuyère de base	116
Figure 3.21 : Profil de la tuyère $M=3.2$ obtenus par nos calculs avec les données CNRS	117
Figure 3.22 : Maillage du profil de la tuyère obtenu par nos calculs avec les données CNRS	117
Figure 3.23 : Évolution du nombre du Mach Le long de la paroi de la tuyère obtenue par nos calculs avec les données CNRS	118
Figure 3.24 : Évolution de la pression le long de la paroi de la tuyère obtenue par nos calculs avec les données CNRS	118
Figure 3.25 : Comparaison de l'évolution de la pression le long de la paroi de la tuyère, entre nos calculs et ceux de la CNRS [91]	120
Figure 3.26 : Comparaison de l'évolution du nombre de Mach le long La paroi de la tuyère, entre nos calculs et ceux de la CNRS [91]	121
Figure 3.27 : Comparaison de l'évolution de la masse volumique le long de la paroi de la tuyère, entre nos calculs et ceux de la CNRS [91]	121
Figure 3.28 : Comparaison de l'évolution de la température le long la paroi de la tuyère entre nos calculs et ceux de la CNRS [91]	122
Figure 3.29 : Comparaison des profils obtenus par nos calculs a celui obtenu avec les données CNRS [91]	123

Figure 3.30 : Profil de la tuyère tronquée	125
Figure 3.31 : Maillage de la tuyère tronquée	125
Figure 3.32 : Expansion centrée au point de jonction J .	126
Figure 3.33 : Profil de la tuyère double galbe obtenu par nos calculs	127
Figure 3.34 : Maillage de la tuyère double galbe obtenu par nos calculs	127
Figure 3.35 : Évolution du nombre de Mach dans une tuyère double galbe obtenue par nos calculs	128
Figure 3.36 : Évolution de la pression dans la tuyère double galbe obtenu par nos calculs	129
Figure 3.37 : Profil du premier galbe obtenu avec les données de la référence [2]	131
Figure 3.38 : Maillage du premier galbe obtenu avec les données de la référence [2]	131
Figure 3.39 : Profil de la tuyère double galbe obtenus avec les données de la référence [2]	134
Figure 3.40 : Le maillage du profil obtenu avec les données de la référence [2]	134
Figure 3.41 : Évolution du nombre de Mach obtenu avec les données de la référence [2]	135
Figure 3.42 : Évolution de la pression obtenue avec les données de la référence [2]	135

CHAPITRE 4 : SIMULATION NUMÉRIQUE DES ÉCOULEMENTS SUPERSONIQUES DANS LES TUYÈRES DOUBLE GALBES

Figure 4.1 : Exemple d'une géométrie 2D de la tuyère double galbes Avec convergent.	143
Figure 4.2 : Types de conditions aux limites utilisées dans la simulation des différents cas	146
Figure 4.3 : maillage de la tuyère obtenue par la MOC en utilisant les données de la CNRS	147
Figure 4.4 : Évolution de la pression dans la tuyère obtenue par nos calculs (MOC et simulation) en comparaison avec ceux de la CNRS	150
Figure 4.5 : Contours iso-pression dans la tuyère obtenue par la MOC en utilisant les données CNRS	150
Figure 4.6 : Évolution du nombre de Mach dans la tuyère obtenue par nos calculs (MOC et simulation) en comparaison avec ceux de la CNRS	151
Figure 4.7 : Contours iso-Mach de la tuyere obtenue par la MOC en utilisant les données CNRS	151

Figure 4.8 : Évolution de la pression le long de la paroi , après troncage de la tuyere	152
Figure 4.9 : Contours iso-pression , après troncage de la tuyere	153
Figure 4.10 : Profil de la tuyère double galbes obtenus par nos calculs.	154
Figure 4.11: Comparaison de l'évolution de la pression le long de la paroi de la tuyere double galbes obtenus par nos calculs	154
Figure 4.12 : Contour iso-Mach de la tuyère double galbes obtenue par nos calculs.	155
Figure 4.13 : Reproduction de la Géométrie de la tuyère CNES- Perseus - ONERA.	157
Figure 4.14 : Maillage structuré de la tuyère CNES Perseus-ONERA.	159
Figure 4.15 : Contours d'iso-Mach dans la tuyère CNES Perseus-ONERA en mode AM, NPR=806 cas de notre étude.	160
Figure 4.16 : Contours d'iso-Mach dans la tuyère CNES PERSEUS en mode AM, NPR=806 [2].	160
Figure 4.17 : Maillage de la tuyère CNES Perseus-ONERA avec convergent et caisson. a) maillage structuré, b) maillage non structuré.	163
Figure 4.18 : Comparaison de l'évolution de la pression, maillage structuré et non structuré pour NPR=435.	164
Figure 4.19 : Maillage dans la région proche de la paroi.	168
Figure 4.20 : Contours d'iso-Mach dans la tuyère CNES-Perseus-ONERA en mode, a) AM, b) SM.	169
Figure 4.21 : Différentes évolutions de la pression pariétale sous Fluent, comparées à celles de la référence [2].	170
Figure 4.22 : Contours d'iso-Mach dans la tuyère CNES Perseus-ONERA en mode TRAN, NPR=137.	172
Figure 4.23 : Comparaison entre le profil obtenu et celui de référence [2].	174
Figure 4.24 : Maillage de calcul de la tuyère CNES-Perseus-ONERA obtenue par nos calculs.	174
Figure 4.25 : Contours d'iso-Mach dans la tuyère CNES-Perseus-ONERA obtenue par nos calculs avec un NPR=800.	176
Figure 4.26 : Évolution de la pression pariétale pour la tuyère CNES-Perseus-ONERA obtenue par nos calculs avec les données de la réf [2].	176
Figure 4.27 : Schéma explicatif de la correction de couche limite [98].	179
Figure 4.28 : Contours d'iso-Mach pour la tuyère CNES-Perseus-ONERA obtenus par nos calculs (calcul visqueux).	180
Figure 4.29 : Comparaison entre la pression pariétale de la tuyère CNES-Perseus-ONERA calculée par Fluent (Euler, k -SST) et par MOC en mode AM, (NPR=800).	180
Figure 4.30 : Profil CNES-Perseus-ONERA corrigé.	181

LISTE DES TABLEAUX

CHAPITRE 2 : DEVELOPPEMENT ET COMPARAISON DES METHODES DE CALCUL DES ECOULEMENTS TRANSSONIQUES

Tableau 2.1 : Données géométriques des tuyères Antares et Bérénice.	71
Tableau 2.2 : données thermodynamiques sur la ligne sonique pour pour la tuyère Bérénice, obtenues par la méthode de kliegel&Levine	72
Tableau 2.3 : données thermodynamiques sur la ligne sonique pour pour la tuyère Bérénice, obtenues par la méthode de Hall	72
Tableau 2.4 : données thermodynamiques sur la ligne sonique pour pour la tuyère Bérénice, obtenues par la méthode de Sauer	73
Tableau 2.5 : données thermodynamiques sur la ligne sonique pour pour la tuyère Antares, obtenues par la méthode de Kliegel&Levine	73
Tableau 2.6 : données thermodynamiques sur la ligne sonique pour pour la tuyère Antares, obtenues par la méthode de Hall	74
Tableau 2.7 : données thermodynamiques sur la ligne sonique pour pour la tuyère Bérénice, obtenues par la méthode de Sauer	74
Tableau 2.8 : Performances de la tuyère Bérénice obtenues par les trois méthodes en comparaison avec les performances réelles de la tuyère	75
Tableau 2.9 : Performances de la tuyère Antares obtenues par les trois méthodes en comparaison avec les performances réelles de la tuyère	75
Tableau 2.10 : Variations du coefficient de décharge en fonction de R pour la tuyere Berenice, obtenues par les trois Methodes	77
Tableau 2.11: Variations du coefficient de décharge en fonction de R pour la tuyere Antares, obtenues par les trois Methodes	78
Tableau 2.12 : Données thermodynamiques et géométriques d'une tuyère TIC	85

CHAPITRE 3: DEVELOPPEMENT DE LA METHODE DES CARACTERISTIQUES POUR LA CONCEPTION DE TUYERES DOUBLE GALBES

Tableau 3.1 : Données géométriques de la tuyère Antares.	108
Tableau 3.2 : Les coefficients du polynôme simulant le profil de la tuyère Antares.	108
Tableau 3.3: Données géométriques de la tuyère Bérénice.	112
Tableau 3.4 : Coefficients du polynôme simulant le profil de la tuyère Bérénice.	112
Tableau 3.5 : Performances de la tuyère de base obtenue.	119
Tableau 3.6: Points de troncature.	124
Tableau 3.7: Les performances de la tuyère obtenue en utilisant les données CNRS [91].	126
Tableau 3.8 : Les performances de la tuyère double galbes.	130
Tableau 3.9 : Les performances de la tuyère de base obtenues avec les données de la référence [2].	132
Tableau 3.10: Les performances de la tuyère de base en comparaisant avec ceux de la référence [2].	133
Tableau 3.11: Les performances de la tuyère double galbes obtenues par nos calculs avec les données de la référence [2].	136
Tableau 3.12: Comparaison des caractéristiques thermodynamiques de notre tuyère à ceux de la référence [2].	137
Tableau 3.13 : Comparaison des caractéristiques géométriques obtenues par nos calculs et ceux de la référence [2].	138

CHAPITRE.4 : SIMULATION NUMERIQUE DES ECOULEMENTS SUPERSONIQUES DANS LES TUYERES DOUBLE GALBES

Tableau 4.1 : caractéristiques géométrique de la tuyère de base	148
Tableau 4.2 : conditions aux limites de calculs de la tuyère de base	149
Tableau 4.3 : Performances de la tuyère double galbes obtenue.	156
Tableau 4.4 : Caractéristiques géométriques de la tuyère double galbes CNES-Perseus-ONERA [2].	157
Tableau 4.5 : conditions aux limites utilisées pour les calculs non visqueux de la tuyère CNES-Perseus-ONERA	158
Tableau 4.6 : conditions aux limites utilisées pour les calculs visqueux de la tuyère CNES-Perseus-ONERA.	165
Tableau 4.7 : Conditions de la pression à la sortie.	166
Tableau 4.8 : Données thermodynamiques de la tuyère CNES-Perseus-ONERA.	173

Tableau 4.9 : Comparaison des caractéristiques géométriques à celles de la référence [2].	173
Tableau 4.10: Conditions aux limites utilisées pour les calculs non visqueux de la tuyère CNES-Perseus-ONERA (nos calculs)	175
Tableau 4.11: Comparaison des performances de la tuyère double galbes obtenue par la méthode MOC et la simulation en utilisant les données de la référence [2].	178
Tableau 4.12 : Comparaison des performances de profil issu de plusieurs modèles de calcul.	182

INTRODUCTION : OBJECTIF DE L'ÉTUDE ET PLAN DE TRAVAIL

1. INTRODUCTION :

Depuis plusieurs années, la résolution numérique des problèmes d'aérodynamiques, tels que, les écoulements des fluides dans les tuyères convergentes divergentes supersoniques sont devenus possibles. Ces tuyères, dont le but essentiel est d'assurer l'accélération des gaz de combustion à des vitesses supersoniques, interviennent dans beaucoup de structure, comme : les moteurs-fusées, les moteurs d'avions et dans les souffleries supersoniques destinées aux études expérimentales des écoulements réels.

Par le passé, la tuyère a été considérée à cause de sa simplicité comme un organe annexe, dont le rôle consiste essentiellement, à assurer le fonctionnement d'un moteur à un régime donné, par adaptation convenable de sa forme géométrique. Même l'avènement du vol supersonique à ses débuts n'a pas provoqué de changement d'attitude chez les constructeurs.

La conception de la portion divergente, d'une tuyère supersonique fait l'objet d'intenses recherches pour atteindre des poussées de plus en plus importantes. La poussée maximale est obtenue, quand l'écoulement à la sortie est uniforme.

L'optimisation du choix d'une tuyère supersonique de propulsion doit tenir compte, en plus, des calculs de dynamique des gaz, de divers paramètres comme:

- Le matériau utilisé;
- Le mode de fabrication de la paroi;
- Les exigences de refroidissement;
- Les limites admissibles de refroidissement, etc.

Avec l'avènement de la propulsion spatiale, les motoristes ont été contraints par une spécification limitant le poids et la longueur du divergent d'une tuyère, à définir, en fonction de la plage d'altitudes de vol, les optimums du rapport de section et de la poussée poids, tout en essayant de minimiser les pertes de poussée par rapport à la tuyère idéale. Pour cela, ils proposèrent plusieurs solutions pour réduire la longueur du divergent. Entre autres, des tuyères avec un divergent conique de demi-angle de 15° . Elles sont caractérisées par un faible rapport de section, c'est le cas, de la fusée allemande V2. À cette époque-là, les chercheurs allemands ne voyaient aucun avantage à utiliser la méthode des caractéristiques, pour le design de profils plus élaborés pour équiper leurs moteurs.

Néanmoins, après la Deuxième Guerre mondiale, les tuyères supersoniques ont pris une grande importance pour l'industrie militaire. Il fallait augmenter les performances des moteurs-fusées pour :

- Des applications stratégiques dans le domaine militaire;
- Et
- La course vers la conquête spatiale.

C'est dans ce contexte que des tuyères à grands rapports de sections ont été développées pour les moteurs-fusées fonctionnant à haute altitude. L'utilisation du concept de tuyères coniques est devenue alors, impraticable au vu de leur longueur et leur diamètre de sortie. Mais, ces dernières continuent toujours à être utilisées sur des moteurs fonctionnant à basse altitude. Pour les hautes altitudes, les moteurs-fusées sont équipés par des tuyères à profils optimisés par la méthode des caractéristiques.

La tuyère propulsive du moteur-fusée d'un lanceur est soumise sur l'ensemble du vol à une pression ambiante (P_a) voisine de 1 bar au niveau du sol et à des pressions inférieures au dix millième de Pascal en hautes altitudes.

Par ailleurs, pour la conception de ce genre de tuyère, il est nécessaire que son régime d'adaptation soit atteint à une altitude moyenne. Au sol, son dimensionnement conduit à un régime sur détendu où la structure de décollement n'est pas au sein du divergent. L'origine du choc de décollement est alors positionnée sur la lèvre de sortie de la tuyère. Ainsi, l'apparition des charges latérales nuisibles à la structure est évitée et l'intégrité mécanique du lanceur est préservée.

Actuellement, tous les moteurs-fusées à Ergol liquide s'appuient sur des tuyères galbées à géométrie fixe. Ces tuyères limitent les performances du moteur, car, elles fonctionnent avec une efficacité optimale en un seul point le long de la trajectoire du vol.

Au cours du processus de conception, un compromis doit être fait, entre la performance au niveau de la mer (décollage et montée à basse altitude) et celle à vide (haute altitude), afin de satisfaire au mieux les exigences de la mission dans les limites des performances de la tuyère.

On n'omet pas de tenir compte, du rapport d'expansion de la tuyère. Il doit être limité pour éviter le décollement de la couche limite dans la partie divergente de la tuyère au niveau de la mer. Inversement, une tuyère à rapport d'expansion variable permet d'optimiser l'impulsion délivrée sur toute la trajectoire du vol, entraînant des gains de performances spectaculaires.

C'est dans ce contexte que les tuyères à compensation idéale d'altitude (ACN : Altitude Compensating Nozzle) ont été proposées. Ce type de tuyères permet de varier en continu, le rapport de la section de sortie de telle sorte que la tuyère a toujours, une pression adaptée. L'étude de ses ACN a été confrontée à plusieurs contraintes, comme : le poids, le coût, la complexité mécanique et le refroidissement, ce qui a privé leur mise en œuvre sur des lanceurs réels.

Afin de remédier à ces inconvénients, un concept de la famille ACN a été proposé. Il s'agit de la tuyère « double galbes » (DBN : Dual-Bell Nozzle). Ce procédé repose sur la possibilité de faire fonctionner la tuyère à deux régimes différents.

- À basse altitude, seul le premier galbe fonctionne en conditions « full flowing ».
- À plus haute altitude, la tuyère entière fonctionne en conditions « full flowing ».

Au moment de la transition entre les deux régimes de fonctionnement, de fortes charges latérales peuvent être générées. Dans ce cas de figure, l'écoulement est forcé de décoller de la paroi de la tuyère à l'emplacement désiré en imposant un point d'inflexion, ce qui a pour effet d'augmenter la poussée du lanceur à basse altitude.

L'inflexion du contour assure un décollement contrôlé et symétrique, par conséquent, elle limite la production de fortes charges latérales connues dans les tuyères classiques.

Des études ont montré que les performances de telles tuyères A.C.N (tuyère double galbes) à deux modes est très proche de l'efficacité optimale d'une tuyère idéale qui a un rapport de section maximum donné [1].

2. OBJECTIF DE L'ÉTUDE

Depuis plus d'une dizaine d'années, des motoristes européens et américains ont intensifié leurs recherches pour satisfaire la demande continue de satelliser des charges de plus en plus lourdes et répondre aux impératifs de la compétition internationale soit sur le plan commercial ou sur le plan de la conquête de l'espace. Évidemment, sur le plan stratégique, ses études contribuent à la consolidation et l'amélioration de la maîtrise de la technique des lanceurs lourds dont un pays doit se doter pour assurer son

indépendance. Sachant que les aptitudes de ces moteurs-fusées dépendent étroitement des performances des moteurs utilisés et que ces dernières sont liées aux performances des tuyères équipant ces moteurs, alors, tous les travaux actuels sont orientés pour améliorer l'efficacité de ces tuyères. Pour cela, plusieurs techniques et designs ont été proposés pour arriver à de meilleurs rendements.

Dans notre étude, nous proposons une méthode de conception de tuyère double galbes. Ce type de tuyères équipe la majorité des lanceurs actuels. Par leur faculté d'adaptation aux basses et hautes altitudes sans aucune intervention mécanique, ces tuyères fonctionnent pour tous les régimes du vol.

La méthode consiste à étudier en premier lieu, l'écoulement au niveau de la région du col où le régime est transsonique, pour déterminer la ligne sonique qui servira de base pour les calculs dans le divergent.

Par la suite, le profil du premier galbe est généré par la méthode des caractéristiques directes. Le profil de base de cette tuyère est de type TOP. Il est simulé à un polynôme de deuxième degré et tronqué pour minimiser sa longueur et son poids.

Concernant le deuxième galbe, en posant l'hypothèse d'un fluide non visqueux, le profil coïncide avec la ligne de courant isobare d'un fluide parfait P_2 .

Cette ligne de courant est obtenue en utilisant la méthode directe des caractéristiques appliquées pour une onde de détente Prandtl-Mayer d'intensité P_2/P_1 au point de jonction.

Une fois que le Design du profil de la tuyère est obtenu, l'évolution des paramètres thermodynamiques (Pression; Mach.....) est étudiée.

Nos résultats numériques sont ensuite comparés aux travaux expérimentaux effectués par l'office national des études et recherches aérospatiales (ONERA)[2].

3. PLAN DE TRAVAIL

Afin de mener à bien notre travail, l'étude de la problématique envisagée a été divisée en quatre chapitres avec une introduction, dans laquelle la problématique a été posée.

Le premier chapitre est une revue bibliographique détaillée, consacrée aux nombreux travaux effectués dans ce domaine. Ce chapitre commence par un avant-propos suivi de trois parties dédiées respectivement: aux écoulements transsoniques dans les tuyères; aux méthodes de conception des divergents de tuyères supersoniques et enfin, au concept des tuyères à compensation d'altitude.

Le deuxième chapitre est consacré au développement des méthodes de calcul des écoulements transsoniques dans les cols des tuyères. Le choix s'est porté sur trois méthodes analytiques:

- La méthode de Sauer;
- La méthode de Hall;
- La méthode de Kliegel-Levine.

Ces méthodes permettent de déterminer la ligne sonique sur laquelle, on prend appui pour les calculs dans la partie divergente où l'écoulement est supersonique.

L'application de ces trois méthodes a été réalisée sur deux types de tuyères réelles équipant des engins aérospatiaux appartenant à l'Office National des Études et Recherches aérospatiales, ce qui nous a permis de les comparer et de valider nos calculs.

Le troisième chapitre est consacré au développement de l'une des méthodes de conception de designs des tuyères. La méthode des caractéristiques nous a permis de tracer le profil de la tuyère de base ainsi que celui du deuxième galbe qui est le but de notre étude.

Dans ce chapitre, le comportement du fluide et l'évolution des paramètres comme : la pression et le nombre de Mach ont été étudiés. Les résultats, la validation et les interprétations sont présentés à la fin du chapitre.

Le quatrième chapitre introduit l'application de la CFD pour les tuyères double galbes pour les cas de calcul visqueux et non visqueux. Les critères du choix du maillage selon le modèle étudié font l'objet de cette étude ainsi que le choix du modèle de turbulence utilisé.

Les résultats obtenus sont confrontés à ceux obtenus par la méthode des caractéristiques et comparés à des cas réels étudiés au niveau de l'ONERA.

Le mémoire se termine par une conclusion générale qui reprend les objectifs du travail et les principaux résultats obtenus.

Enfin, les perspectives envisagées pour la poursuite de cette étude seront abordées.

CHAPITRE 1 : ÉTAT DE L'ART

1.1. INTRODUCTION

Les tuyères supersoniques interviennent énormément dans les structures aéronautiques et aérospatiales telles que: les moteurs-fusées, les missiles, les moteurs-avions et dans la fabrication des souffleries supersoniques destinées à la modélisation des écoulements supersoniques.

La poussée d'un moteur dépend principalement de la vitesse des produits de combustion à travers la section de sortie de la tuyère qui le propulse. Durant leur passage à travers une tuyère de Laval, les gaz d'échappement sont accélérés des vitesses subsoniques jusqu'aux vitesses supersoniques.

L'optimisation du choix d'une tuyère de propulsion doit tenir compte : des matériaux utilisés, du mode de fabrication de la paroi, des exigences de refroidissement et des limites admissibles de dimensionnement, en plus du calcul de la dynamique des gaz qui nous intéressent.

Typiquement, une tuyère est constituée de trois parties essentielles, voir (figure 1.1).

- **Le convergent** : partie amont de la tuyère, son rétrécissement contribue à l'accélération des gaz pour un régime subsonique;
- **Le col** : partie du canal qui a la plus petite section et qui permet d'avoir des conditions soniques ($M=1$) où la tuyère est dite amorcée. Par le choix de sa dimension, il fixe le point de fonctionnement du moteur;
- **Le divergent** : partie aval de la tuyère. Il permet d'accélérer l'écoulement à des vitesses supersoniques selon la relation d'Hugoniot, lorsque le col est amorcé.

Cette configuration a été proposée pour la première fois par Gustaf de Laval vers à la fin du 19^{ème} siècle. Elle est, aussi, souvent désignée comme

tuyère de « Laval » ou tuyère CD (Converging Diverging nozzle). Cette division est la plus appropriée, car, elle permet :

- La détermination de la poussée développée par les effets créés dans chaque partie;
- Le calcul du champ d'écoulement dans chacune des régions.

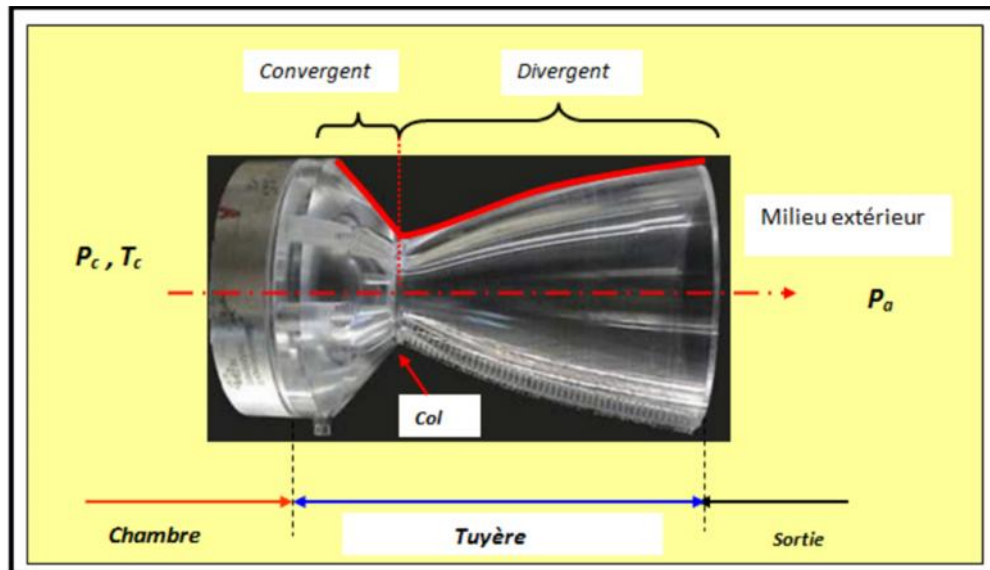


Figure 1.1 : La tuyère de-Laval [3]

1.2 LES ÉCOULEMENTS TRANSSONIQUES :

Depuis plusieurs années, la résolution numérique ou analytique des problèmes aérodynamiques, tel que, les écoulements des fluides dans les tuyères convergentes divergentes sont devenus possibles, grâce aux travaux réalisés dans le domaine.

Les vitesses d'éjection des gaz de combustion dont dépend essentiellement la poussée d'un moteur, sont proportionnelles à celles qui se trouvent au niveau du col qui représente la région transsonique dans une tuyère. Au sein de cette partie, l'écoulement doit atteindre les conditions soniques pour donner par la suite, un écoulement supersonique dans le divergent.

Ce n'est qu'après la Première Guerre mondiale, que des études sur les écoulements transsoniques dans le col de la tuyère ont pris de l'ampleur. De là plusieurs travaux ont été réalisés sur le comportement des fluides dans cette région de la tuyère.

1.3 RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE ET CONTEXTE HISTORIQUE

L'objectif de cette synthèse bibliographique, c'est d'explorer les différents travaux qui ont décrit l'écoulement transsonique créé au niveau du col.

Les premières tentatives pour la résolution de ce type d'écoulements ont été entreprises par: Mayer T. [4], Taylor G.I.[5] pour les écoulements plans et Hooker S.G.pour les écoulements axisymétriques [6].

Ils ont utilisé des séries de puissances inverses des coordonnées (x et y). L'abscisse x est mesurée le long de l'axe de la tuyère, et y , perpendiculairement à l'axe (ox). Ces séries s'achèvent par le terme d'ordre quatre.

Cependant, les résultats obtenus ne sont pas satisfaisants, car, les auteurs négligent, les termes d'ordre supérieur à quatre (4) de y , bien que les études expérimentales montrent que ces termes sont très importants au niveau de la paroi.

Toutefois, ces méthodes ont servi de base à des études ultérieures, particulièrement, la méthode de Taylor qui est utilisée pour des tuyères avec des rayons aux cols très faibles.

La méthode d'Oswatitsh-Rothstein [7] s'attache à étudier le comportement du fluide dans la région du col pour des tuyères dont le paramètre R (rapport des rayons de courbure, amont sur celui du col) est

grand. Elle donne la solution en termes, de série de puissances pour les composantes radiales et axiales de la vitesse. À cause de la symétrie par rapport à l'axe (ox), les composantes u et v , sont développées en séries de Taylor à $r = 0$ (axe de la tuyère).

Sauer R. [8] en 1942 a développé une autre méthode fondée sur la théorie des petites perturbations pour l'étude des écoulements transsoniques. L'étude a permis la résolution de l'équation des petites perturbations pour un écoulement compressible appliquée pour deux cas d'écoulements, à savoir : plan et axisymétrique. Elle donne la solution en matière de puissance inverse du paramètre R au premier ordre en négligeant les termes au-delà, du deuxième ordre. Le paramètre R représente le rapport des rayons de courbure amont sur celui du col de la tuyère.

L'application de cette méthode sur les tuyères de rayon de courbure égale à 0,625 a donné lieu à des résultats encourageants. Raison pour laquelle la méthode a été reprise par de nombreux chercheurs. Elle a l'avantage d'être appliquée sur des écoulements autour de profils arbitraires. Son inconvénient par contre, réside dans le fait qu'elle ne donne aucune information sur :

- La direction du fluide ;
- La distribution des isobares.

De plus, elle diverge pour des paramètres de R très petits.

Hall I.M. [9] a présenté, une autre méthode qui donne la solution des composantes des vitesses axiales et radiales sous forme de séries de puissances inverses de R , tout en négligeant les termes d'ordre supérieur à trois (3). Cette approximation est justifiée, car, la solution des termes de grand ordre n'est pas différente de celle du troisième ordre. La méthode est préconisée pour des termes dont le profil au col amont est de forme parabolique ou arc circulaire.

L'inconvénient des méthodes de Sauer R. et Hall I. M. [8-9] réside, dans le fait qu'elles divergent pour les petites valeurs de R à cause du système de coordonnées utilisées.

Les conditions aux limites à la paroi dans la méthode de Hall I.M. [9] imposent l'introduction du paramètre $1/R$, en plus, de la condition qui exige que l'angle formé par la direction du fluide soit égal à la pente locale de la paroi.

Cette limite n'est pas une coordonnée constante dans le système de coordonnées cylindriques et doit être évaluée comme une série de puissances inverses de R . Dans ce cas-là, la condition limite à la paroi n'est jamais satisfaite dans le système de coordonnées cartésiennes. D'autre part, à la paroi, la vitesse radiale v est proportionnelle à sa pente et peut devenir très importante au voisinage du col dans une tuyère ou $R < 1$.

Par conséquent, l'étude consiste à trouver une solution dans un autre système de coordonnées où l'axe et la paroi de la tuyère sont tous les deux des lignes de coordonnées.

En 1969, les travaux effectués par Kliegel J.R. & Levine J.N. [10] ont été inspirés par Hall I.M. [9]. Ils proposent un système de coordonnées toroïdales où l'axe et la paroi de la tuyère sont considérés comme axes de coordonnées. Les trois premières approximations des composantes axiales et radiales ont été déjà calculées par Hall I.M. en négligeant les termes à partir du quatrième ordre.

Par ailleurs, Kliegel J.R et Levine J.N proposent une approximation des composantes de la vitesse en matière de puissances inverses du paramètre R ajouté à l'unité, c'est-à-dire $(R+1)$ au lieu de R .

Pour comprendre la complexité de l'équilibre d'un fluide à travers des tuyères supersoniques. Une étude expérimentale a été entreprise en 1966 par

Back L.H., Massier P.F. & Gieren H. I. [11] sur deux types de tuyères dont le paramètre R est égal respectivement à : 2 et 0,425. Ils ont réalisé une étude comparative qui montre qu'au niveau de la région du col, l'écoulement est transsonique.

Les résultats obtenus pour un écoulement bidimensionnel par les méthodes de Sauer R. et Hall I.M. [8-9] sont :

- En accord avec l'expérimental pour $R = 2$;
- En décalage avec l'expérimental pour $R = 0,425$;
- Les paramètres de l'écoulement dépendent de la valeur de R .

En 1970, Liddle S.G. et Archer R.D. [12] ont adopté une méthode, appelée « relations intégrales » pour résoudre les équations d'un champ fluide d'un gaz parfait dans des tuyères axisymétriques de forme arbitraire. En particulier, dans les tuyères coniques qui sont généralement utilisées dans la propulsion. Cette méthode est basée sur l'intégration des équations de continuité et d'irrotationalité à travers des pas dans la direction radiale.

L'application de cette méthode sur une tuyère conique dans un système de coordonnées cylindriques a donné lieu à des résultats compatibles avec l'expérimental pour des régimes subsoniques et transsoniques.

Toutefois, deux remarques sont à signaler:

- Une plus grande efficacité de la méthode est constatée lors de l'augmentation du nombre de pas ;
- Une non-fiabilité de la méthode en présence d'une onde de choc.

En 1983, Rizk M.A. et Serag-Eldin A. M. [13], ont établi que le champ fluide dans la région transsonique est un problème semi-elliptique et ils ont donné la distribution de la pression au col.

D'autre part, il est important de citer l'étude de Kenneth ET. [14] réalisé en 1982, qui a permis la résolution du problème des écoulements transsoniques autour des profils d'aile par la méthode des éléments finis.

➤ **Ses avantages :**

- Possibilité d'intervenir dans les écoulements transsoniques autour des géométries complexes ;
- Sa stabilité pour ce type d'écoulements où les équations sont elliptiques.

Des efforts sont déployés actuellement, pour appliquer cette méthode pour l'étude des écoulements dans la région du col de la tuyère.

1.4. TYPES DE PROFILS

La conception finale d'une configuration de tuyère d'une fusée dépend de nombreuses considérations, on citera :

- Les exigences de performances ;
- La masse maximale du moteur ;
- Les limites de dimensions ;
- Les performances de refroidissement ;
- La longévité ;
- Les méthodes de fabrication, etc.

L'examen détaillé de tous ces aspects nécessite des connaissances dans plusieurs domaines de l'ingénierie. Toutefois, il convient de signaler que l'une des exigences les plus élémentaires dans la boucle de conception d'une tuyère de fusée réelle est de minimiser le poids. Pour cela, il est conseillé de maîtriser la longueur et/ou la surface de la tuyère.

Le défi principal de la dynamique des gaz réside dans la forme optimale du profil qui maximise le rendement sans tenir compte : des pertes de chaleur

par rayonnement, des réactions chimiques dues à la combustion incomplète et des propriétés chimiques des gaz d'échappement.

Dans le cas non visqueux, les profils de tuyères peuvent être classés en plusieurs types, chacun produisant son propre champ d'écoulement interne. Il est essentiel pour un concepteur de comprendre ces caractéristiques, car, le champ d'écoulement interne détermine le décollement du flux et le comportement des charges latérales.

La figure 1.2 présente des exemples de contour de Mach pour différentes tuyères :

- Tuyère conique : rapport de section $=43,4$ et une longueur $L=20[\text{cm}]$;
- Tuyères TIC, TOC et TOP : longueur $L=17,7[\text{cm}]$;
- Avec un Mach de design de $4,67$.

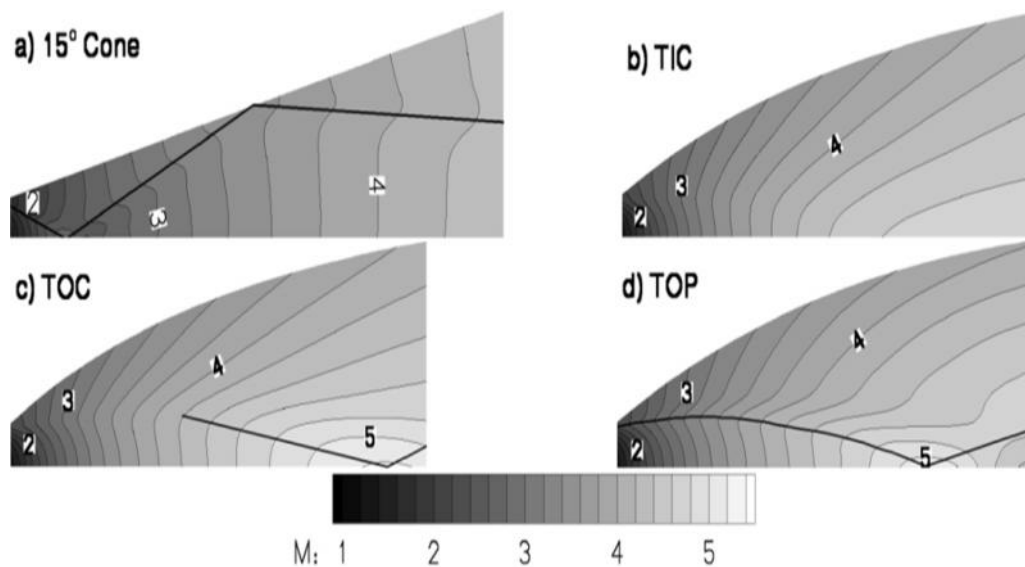


Figure 1.2 : Contour de Mach dans une tuyère conique 15° , TIC, TOC et TOP avec $\epsilon = 43,4$. Les lignes en gras indiquent la position approximative du choc intérieur [15].

Manifestement, la méthode la plus utilisée actuellement par les concepteurs des profils de tuyères est celle dite des caractéristiques (MOC :

Method of Characteristics) qui est basée sur la résolution des équations hyperboliques d'Euler [16].

Elle permet une conception qui tient compte de certaines caractéristiques physiques particulières, généralement, spécifiées par le concepteur. La base de la méthode des caractéristiques (MOC) est la zone d'expansion (la région de Kernel) qui est déterminée par la zone produite le long du contour TN du col, figure 1.3 ci-dessous.

Le champ d'écoulement subsonique/transsonique dans la zone d'entrée de la tuyère et du col doit être calculé. En général, pour les tuyères conventionnelles dont le profil au col est de forme arc de cercle, les méthodes développées par Sauer R., Hall I. M., Kliegel J.R. & Levine J.N. sont les plus appropriées [8-10].

Par contre, pour les profils de col de forme plus compliquée, la méthode VNAP2 développée par Cline M. C. [17] est préconisée. Elle est basée, sur une analyse d'écoulement transsonique, une ligne initiale TO, un nombre de Mach légèrement supérieur à l'unité, défini dans la région du col.

Compte tenu, de l'état de l'écoulement, le long de la ligne initiale TO et de la paroi TN. Un champ d'écoulement dans la zone d'expansion TNKO, peut-être calculé avec la méthode des caractéristiques [18-19].

Étant donné que l'écoulement en aval de la ligne TO est supersonique, le noyau est entièrement déterminé par les conditions au col. Ce dernier à son tour, détermine le caractère d'écoulement dans la zone située plus en aval.

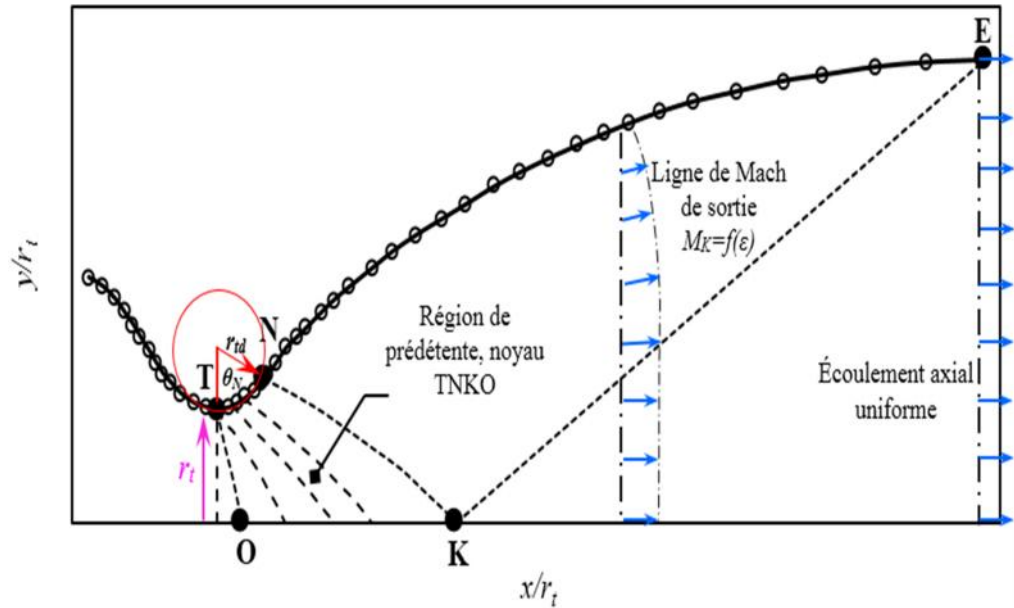


Figure 1.3 : Composants de base d'un profil idéal.

A. PROFIL CONIQUE

Le profil conique a toujours été le plus utilisé sur les moteurs-fusées, car, il est simple et généralement, facile à fabriquer. La vitesse du jet en sortie de la tuyère conique est sensiblement égale à la vitesse calculée, par une approche monodimensionnelle pour le même rapport de section. Cependant, l'écoulement n'est pas axial sur toute la surface de sortie. Une perte de rendement est induite par la divergence de l'écoulement.

En considérant que l'écoulement est de forme conique à la sortie, Malina F J. [20] a montré que le rendement géométrique est donné par la relation ci-dessous:

$$\eta_{\text{geo}} = \frac{1 + \cos \epsilon}{2} \quad (1.1)$$

Où :

- ϵ est le demi-angle de cône, figure (1.4).

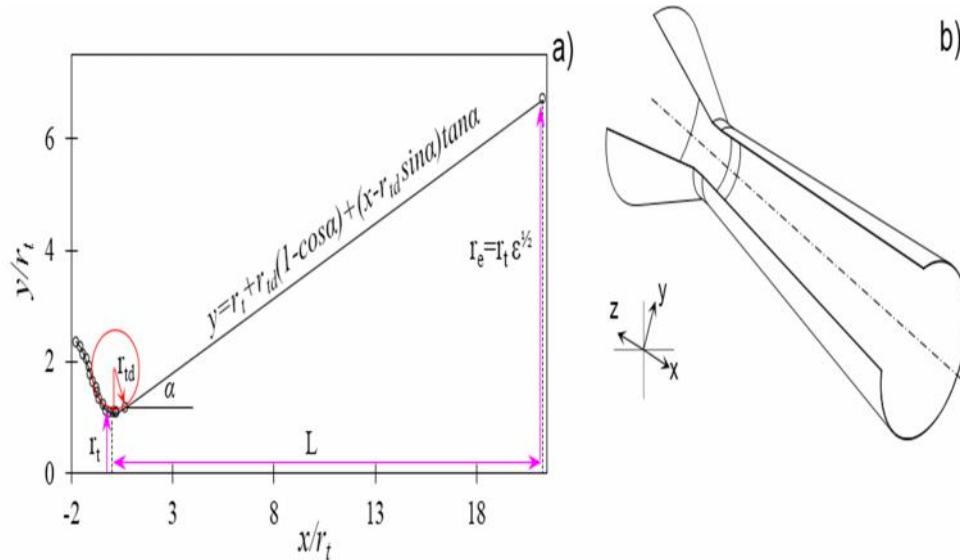


Figure 1.4 : a) Définition du profil conique, b) schéma 3D.

La longueur du profil conique est obtenue par l'équation (1.2) ci-dessous :

$$L_{\text{cone}} = \frac{r_t (\sqrt{e} - 1) + r_{td} (\sec \alpha - 1)}{\tan \alpha} \quad (1.2)$$

Où :

- e : rapport de section ;
- r_t : rayon de la tuyère ;
- r_{td} : rayon de courbure aval.

En général, le demi-angle de cône varie entre 12° et 18° . Néanmoins, le profil conique de 15° est souvent pris comme référence comme moyen de comparaison des longueurs et des performances entre les différents profils de tuyères.

Pour un rapport de section e similaire, la longueur d'un profil galbé est, souvent, donnée en pourcentage comparativement à la longueur d'un profil conique de demi-angle de 15° .

A la fin des années 1930, des études exhaustives ont été effectuées par des scientifiques allemands sur différents types de profils de tuyères [21]. Ils ont tenu compte de tous les aspects de la conception et ont affirmé qu'aucun

avantage significatif ne justifie l'utilisation de profils complexes. Cependant, cette affirmation n'est valable que pour des tuyères à faible rapport de sections comme celui de la fusée V-2, présentée en figure 1.5. En raison, de fortes pertes de divergences qu'elles occasionnent.

Le profil conique est aujourd'hui, principalement, utilisé sur des tuyères courtes comme celles qui équipent les propulseurs à poudre et les petits propulseurs, où une fabrication simple est préférable aux performances aérodynamiques.

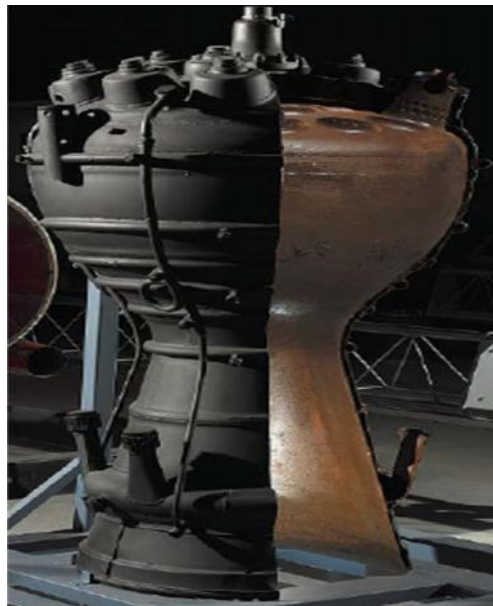


Figure 1.5 : Tuyère conique de la fusée V2.

B. PROFIL IDÉAL

Un profil idéal est celui qui produit un écoulement isentropique (sans chocs internes) et un champ de vitesses uniformes à la sortie de la tuyère, figure 1.3. Un tel profil peut être conçu en utilisant la méthode des caractéristiques. La procédure détaillée est présentée par Shapiro A.H. [16], Zurcow M. J. & Hoffman J. D [19] et Anderson J.D. [22].

Après la zone d'expansion TN, le contour NE permet à l'écoulement d'avoir une direction axiale à la sortie de la tuyère. Une fois, la ligne caractéristique NK est calculée avec la condition que la ligne KE est une caractéristique uniforme de sortie. Il est possible d'utiliser la méthode des caractéristiques (M.O.C) pour construire le champ des caractéristiques entre N et E.

La figure 1.6 représente douze (12) profils idéaux avec les iso-coefficients de poussée à haute altitude, les iso-rapports de sections et les iso-coefficients de pression pariétale [23].

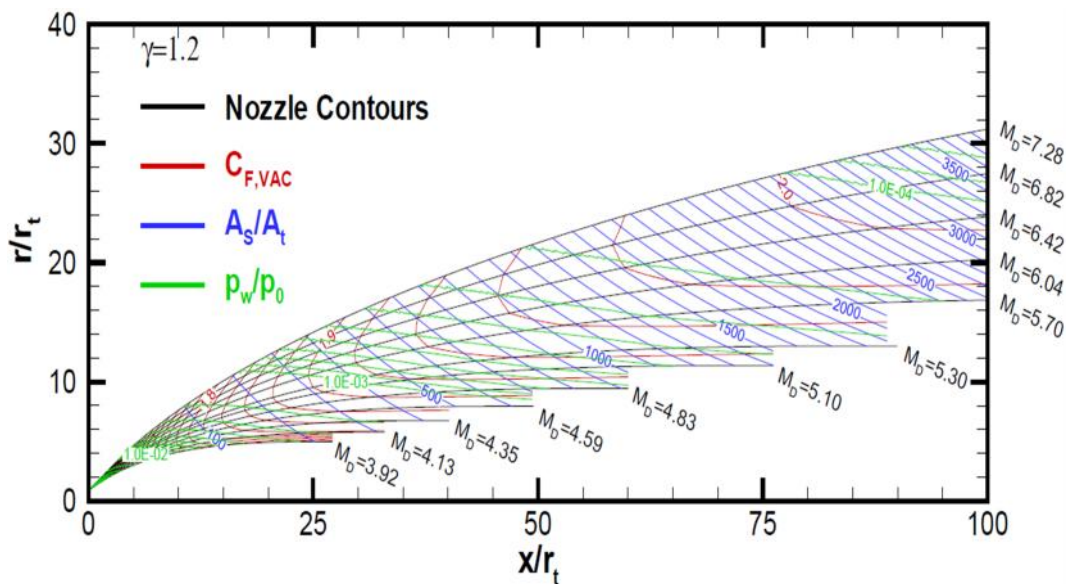


Figure 1.6 : Abaque de 12 profils idéaux avec un calcul de couche limite [23].

C. PROFIL IDÉAL TRONQUÉ (TIC)

Une tuyère très longue est nécessaire pour produire un écoulement 1D. Néanmoins, cette dernière n'est pas adaptée pour les applications aérospatiales où des limitations strictes du poids et des structures sont imposées afin d'augmenter la charge utile. En réalité, la dernière partie en aval d'une tuyère idéale ne représente qu'un très faible pourcentage de la poussée totale et sa contribution peut être négligée.

Par conséquent, en tronquant cette tuyère on facilite son utilisation sur les moteurs-fusées, sans perte significative en performances due à la non-uniformité de l'écoulement en sortie.

Un tel profil est appelé : profil idéal tronqué (TIC: Truncated Ideal Contour). La troncature peut être assez loin en amont de la sortie. Tant que la zone d'expansion n'est pas tronquée, le champ d'écoulement aura une partie centrale où le profil de vitesse de sortie est axial et uniforme. Il ne sera divergent que dans la région proche de la paroi, figure 1.7.

Les contours de Mach dans une tuyère TIC (Truncated Ideal Contour) sont représentés sur la figure 1.2b. Ce type de profils trouve des applications sur des tuyères réelles comme : la LR-115, Viking, et la RD-0120 utilisées respectivement sur les lanceurs américains Saturne C-1, Européen Ariane-4 et Russe Energia [15].

Ahlberg J.H. et al. [24] ont développé une méthode graphique pour sélectionner les profils optimaux d'une famille de profils TIC. Avec cette méthode sur le même abaque, ils ont associé un ensemble de profils idéaux aux iso-coefficients de poussée, aux iso-rapports de sections, au diamètre et à la longueur, voir figures 1.6 et figure 1.7. La forme du profil est calculée en utilisant la méthode des caractéristiques MOC.

A noter que cette méthode prend en compte : le calcul du coefficient de poussée et toutes les pertes, en utilisant un code T.D.K (Two - Dimensional Kinetics nozzle performance code) proposé par Frey H.M. et Nickerson G. R. [25].

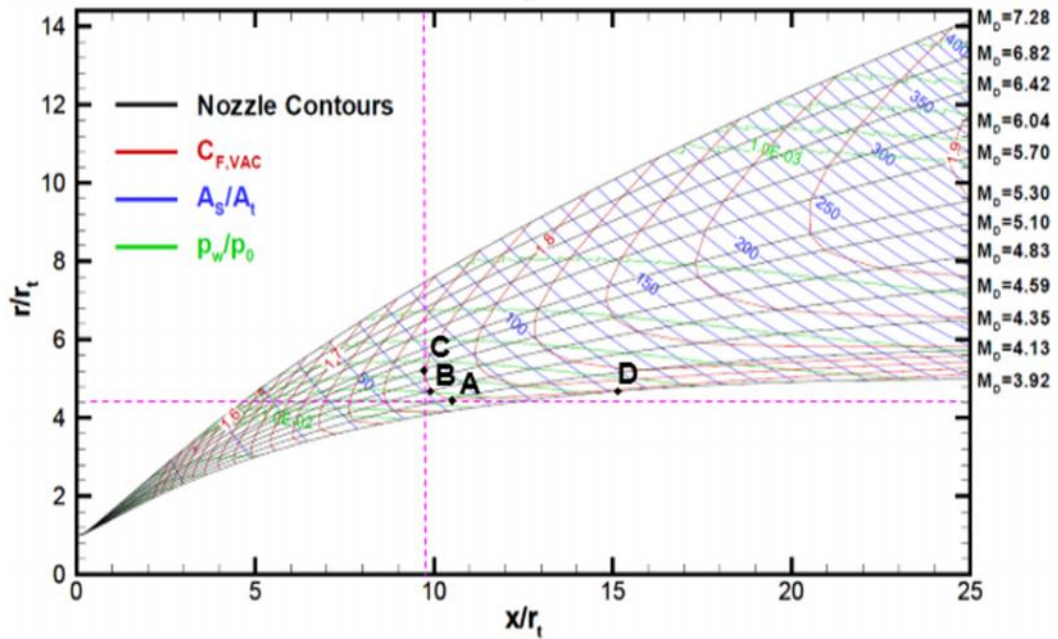


Figure 1.7 : Méthode d'Ahlberg et al. pour un profil TIC optimal[24].

D. PROFIL OPTIMISE EN POUSSEE (TOC)

Guderley K.G. et al. [26] ont formulé un modèle mathématique pour déterminer la surface de sortie et la forme du profil qui produit la poussée optimale, pour des valeurs données de la longueur et de la pression ambiante. Cependant, cette approche n'a pas été largement suivie jusqu'à ce qu'une solution simplifiée soit présentée par Rao G.V.R [27]. Depuis, ce profil est souvent désigné par le profil de Rao.

En Russie, Shmyglevsky Yu. D. [28-33] a formulé indépendamment la même méthode. L'idée de base du profil de Rao-Shmyglevsky [27-32] est le profil optimisé (TOC: Thrust-Optimized Contour) comme illustré sur la figure 1.8.

Tout d'abord un écoulement dans la zone d'expansion est généré, en utilisant la méthode des caractéristiques MOC pour une variété de N (pente dans la région de col) et de R_{td} (rayon de courbure au col).

Pour des paramètres donnés de conception (nombre de Mach à la sortie et rapport de section ou la longueur de la tuyère et le rapport de section).

Les points P et N peuvent être obtenus en satisfaisant simultanément les deux conditions suivantes, à savoir :

- Débit massique à travers PE égal au débit massique à travers NP ;
- Une poussée maximale.

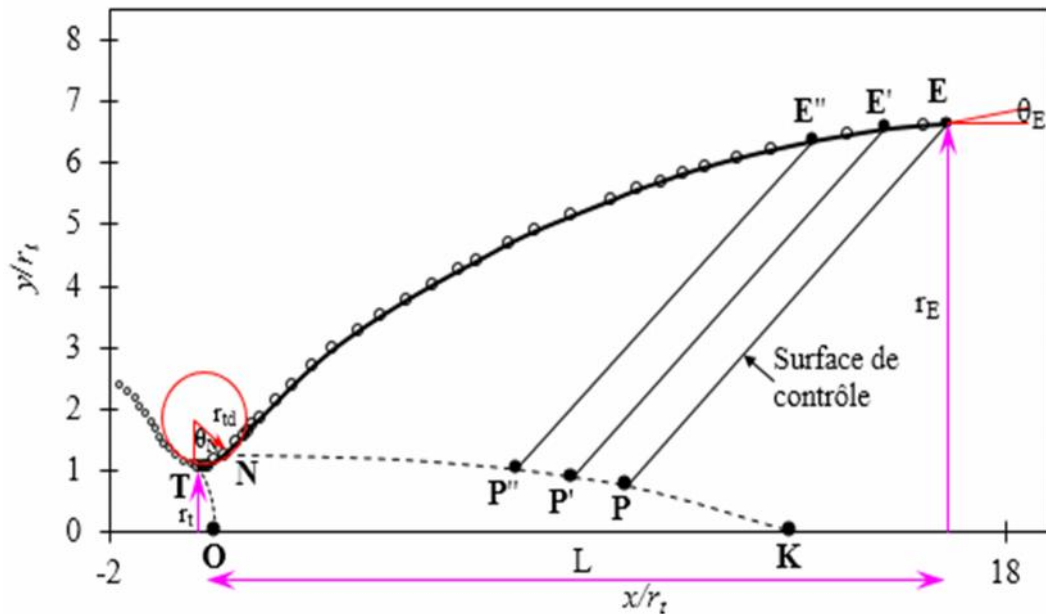


Figure 1.8 : Définition d'un profil TOC.

En utilisant le calcul des variations, ces conditions sont formulées comme des relations spécifiques qui doivent être remplies le long de PE et NP [27].

La longueur d'un profil TOC est en général comprise entre 75% et 85% de la longueur du profil conique. L'indice 80% est ajouté à sa notation (TOC80%).

Tel qu'évoqué plus haut, le profil TOC dépend de la pente N . La figure 1.9 illustre une famille de profils TOC pour N compris entre 25° et 34° [23]. Dans les applications réelles, N est compris entre 25° et 28° [33].

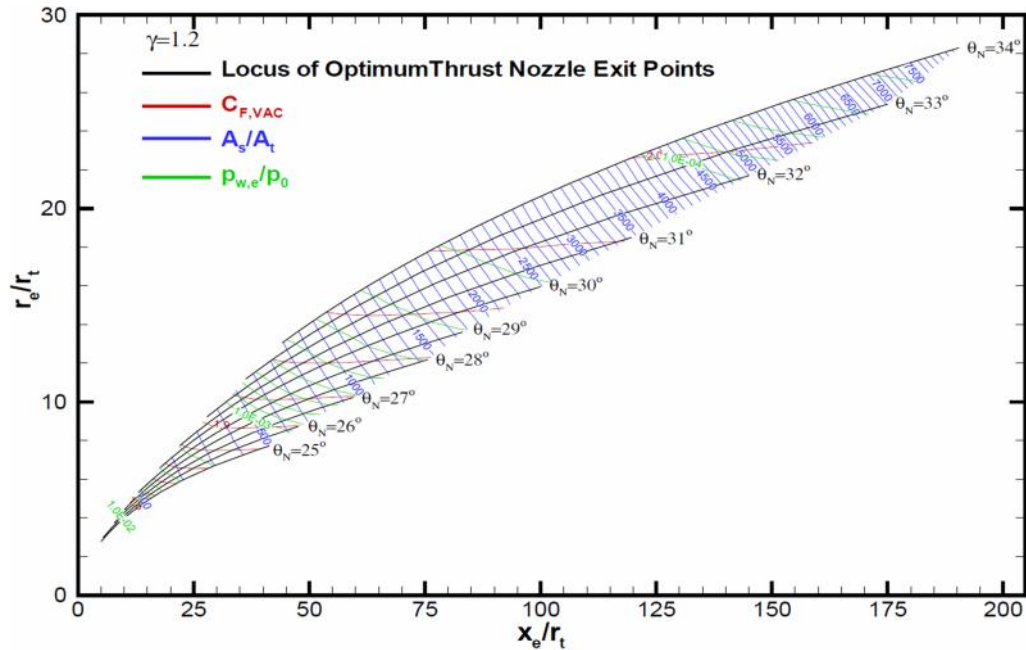


Figure 1.9 : Famille de profil TOC pour $25^\circ \leq \theta_N \leq 34^\circ$ [23].

E. PROFIL PARABOLIQUE OPTIMISE EN POUSSEE (TOP)

Les calculs qui conduisent à un profil TOC sont assez compliqués et le contour résultant ne peut être décrit que par une liste de coordonnées. Rao G.V.R [33] a montré que le profil TOC peut être approché par une parabole, sans perte significative de performances.

Ce profil est souvent noté : profil parabolique optimisé (TOP : Thrust Optimized Parabolic). Avec une telle parabole, le profil est entièrement défini à l'aide des cinq variables indépendantes, à savoir: R_{td} , θ_N , L , Y_s et θ_s comme illustré sur la figure 1.8.

La différence majeure entre les champs d'écoulement dans des tuyères à profil TOC et à profil TOP tient compte du fait que le profil TOP présente une discontinuité au point N où l'arc de cercle évolue à l'aide d'une courbe parabolique.

Cette discontinuité de courbure génère des ondes de compression qui se coalescent en un choc interne en amont de la dernière ligne caractéristique négative C^- , figure 1.10.

Dans une tuyère à profil TOC, le choc est formé en aval de la dernière ligne caractéristique négative C^- , comme illustrée avec les contours de Mach à la figure 1.2. Par conséquent, la pression pariétale est influencée par le choc interne dans le cas, du profil TOP et par une pression légèrement plus élevée à la sortie dans le cas du profil TOC. Cette propriété particulière du profil TOP s'avère très utile, pour les tuyères qui fonctionnent à basses altitudes pour retarder l'apparition du décollement de la couche limite.

Pour cette raison, les tuyères du Vulcain et de la SSME (Space Shuttle Main Engine, respectivement utilisé sur le lanceur européen Ariane-5 et la navette spatiale américaine [35]) sont conçues avec des profils TOP.

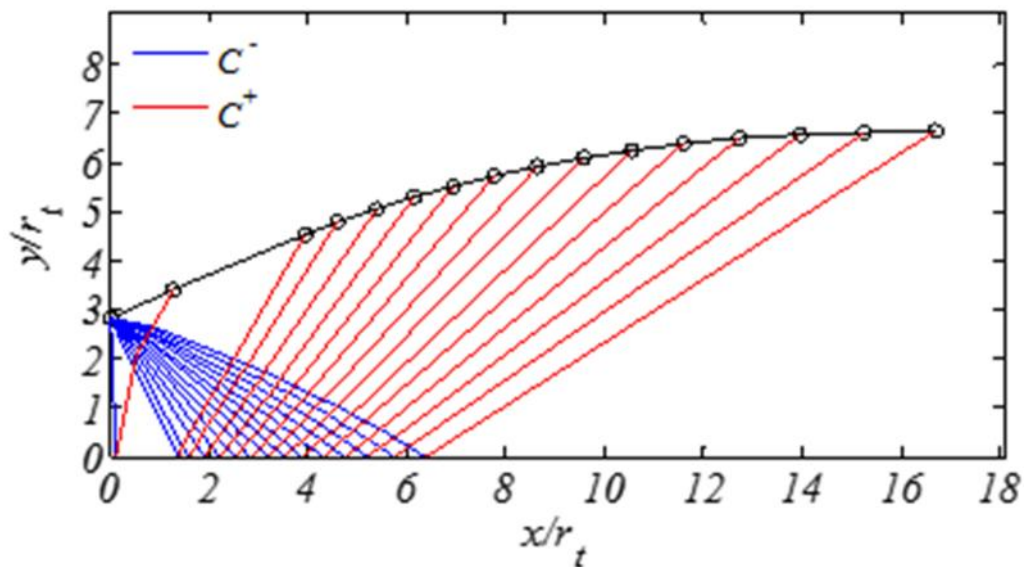


Figure 1.10 : Lignes caractéristiques C_+ et C_- dans un profil de tuyère.

Notons que la conception du profil initial de la SSME était un TOC et le changement vers le profil TOP a permis une augmentation de pression de 24% à la sortie de la tuyère avec une perte de 0.1% seulement du rendement par rapport à la tuyère TOC.

F. PROFIL IDÉAL TRONQUE COMPRESSE (CTIC)

En 1966, Gogish L.V. [36] a proposé de compresser les profils TIC pour concevoir des tuyères extrêmement courtes. Il a suggéré qu'un tel profil idéal tronqué et compressé (CTIC: Compressed Truncated Ideal Contour) peut avoir de meilleures performances qu'un profil TOC pour la même enveloppe (c'est-à-dire pour la même longueur et le même rapport de sections).

Un profil CTIC est obtenu en compressant linéairement (avec un facteur C) un profil TIC dans la direction axiale à la longueur désirée comme illustré sur la figure 1.11.

Le profil CTIC a une expansion initiale rapide suivie d'une courbure plus sévère en arrière comparativement au profil TIC. Donc, de fortes ondes de compression sont engendrées dans le champ d'écoulement. Une compression suffisamment forte engendre la focalisation des lignes caractéristiques pour former un choc oblique.

La pression pariétale et la poussée augmentent, si l'onde de choc se situe près de la paroi de la tuyère. Ce mécanisme a été proposé pour la première fois par Gogish L.V. [36]. Il a suggéré qu'un profil CTIC peut donner de meilleures performances qu'un profil TOC ; proposition non partagée par Hoffman J.D. [37] qui souligne que le profil TOC donne toujours, de meilleures performances que le profil CTIC.

Toutefois, l'écart de performances entre les deux profils est assez réduit (de l'ordre de 0.04%) pour certains modèles. Actuellement, ce profil est utilisé sur le moteur Mitsubishi LE-7A, équipant le lanceur japonais H-IIA [35].

La figure 1.12 présente une comparaison géométrique entre les différents profils de tuyères conventionnelles.

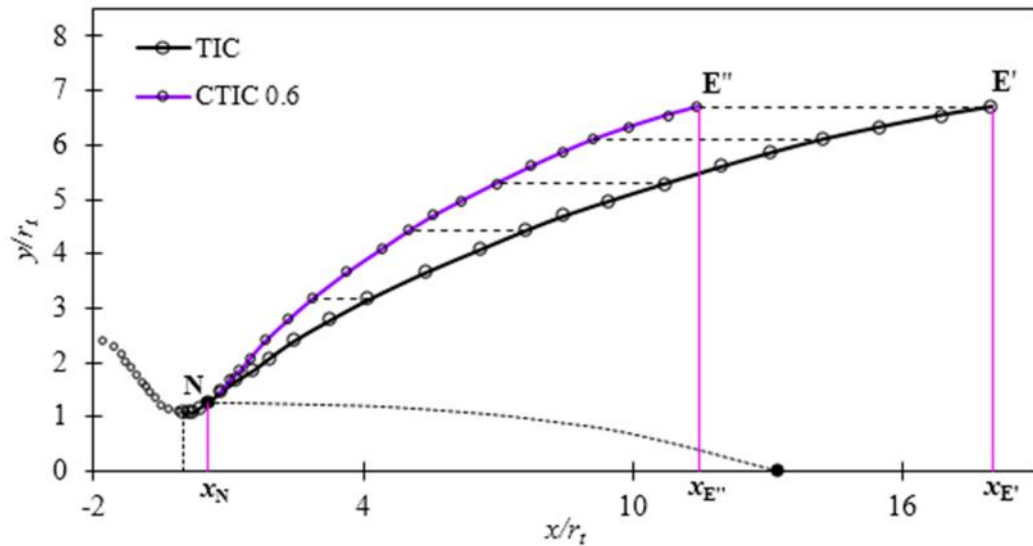


Figure 1.11 : Profil CTIC avec un facteur $C = \frac{x_{E''} - x_N}{x_{E'} - x_N} = 0.6$, comparé à un profil TIC

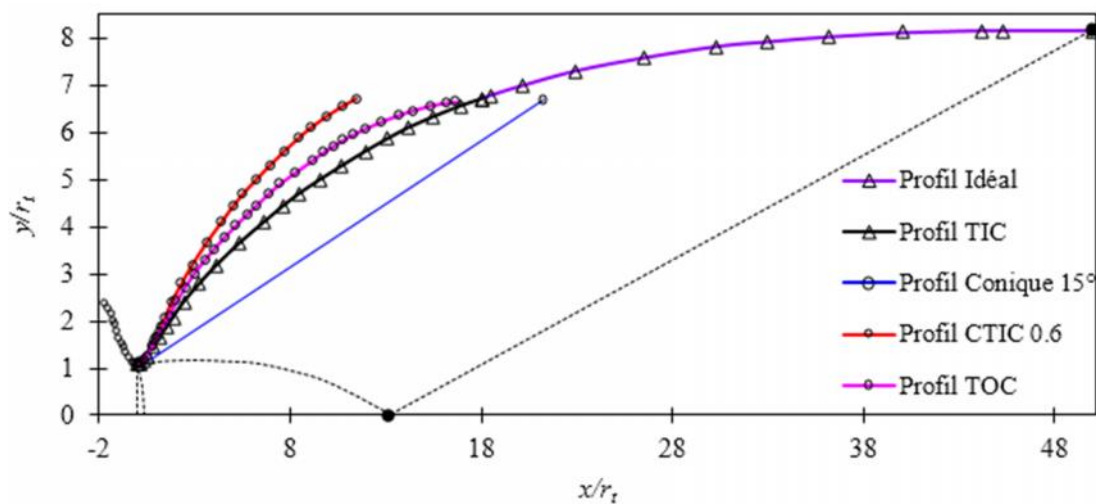


Figure 1.12 : Comparaison de différents profils conventionnels.

- Pour les tuyères de première phase qui fonctionnent à partir du niveau de la mer jusqu'aux hautes altitudes, le choc interne a une forte influence sur le comportement du jet et détermine le décollement de l'écoulement ainsi que les charges latérales induites.
- Pour les tuyères avec des étages supérieurs, le choix ne pose pas énormément de contraintes.

1.5. TUYÈRE A COMPENSATION D'ALTITUDE

Pour la plupart des recherches, les objectifs poursuivis sont la description et la caractérisation des zones de décollement, la définition de critères de conception et l'amélioration de ceux qui existent déjà afin de réaliser des tuyères capables de fonctionner au sol, en conditions de sur-détente, sans apparition de décollement de jet.

Une compilation exhaustive de tous les critères proposés (le plus souvent empiriques ou semi-empiriques) a été recueillie par Stark R. [38]. Toutes ces études soulignent le rôle majeur joué par la pression ambiante sur l'apparition de décollement de jet dans les tuyères supersoniques.

Le rapport entre le niveau de pression statique à la paroi et la pression ambiante est souvent utilisé comme un bon paramètre de corrélation pour prédire son apparition.

Toutefois, la plupart des techniques de contrôle proposées dans ces études n'ont été testées qu'en laboratoire, sur de petites surfaces et en conditions d'écoulement à très basse enthalpie.

Malheureusement, ces conditions ne sont pas représentatives de celles que l'on rencontre dans le moteur-fusée. Les techniques de contrôle proposées apparaissent souvent inapplicables sur ces engins, car trop complexes et inappropriées à leurs conditions de fonctionnement.

Nous exposerons, ci-dessous, les différentes idées proposées pour contrôler, éviter et maîtriser ou réduire les effets de décollement.

1.4.1 TUYÈRE À DÉCOLLEMENT CONTRÔLE

On trouve dans cette catégorie les types de concepts suivants :

A. TUYÈRE A RUGOSITÉ INTERNE CONTROLÉE

Ce concept prévoit la présence de secteurs angulaires à rugosité accrue sur la surface interne de la tuyère [39]. Ce dernier a pour but de limiter les charges latérales induites par la dissymétrie éventuelle de la ligne de décollement, sans toutefois, limiter ou prévenir le décollement.

Notons que le fonctionnement en régime permanent avec une ligne de séparation bien établie à l'intérieur de la tuyère aurait des conséquences rédhibitoires sur la tenue thermomécanique de la structure.

B. TUYÈRE DÉPLOYABLE OU À DIVERGENT EXTENSIBLE

Elle est dite, aussi, tuyère à deux positions (Two-position nozzle), figure 1.13. Plusieurs études numériques existent en littérature sur ce type de tuyères. Récemment, Sato M. et al. [40] ont mené une campagne d'essais sur une maquette à échelle réduite, afin d'évaluer les charges latérales agissant sur la partie mobile lors de déploiement en vol. Ces charges représentent une contrainte majeure pour le dimensionnement mécanique du moteur (en particulier pour le système de déploiement et pour le divergent même) [41].

L'impossibilité de vérifier au sol le dimensionnement du moteur dans des conditions représentatives du vol représente un inconvénient quant à l'utilisation de ce type de concept, sans toutefois, compromettre la fiabilité du lanceur.

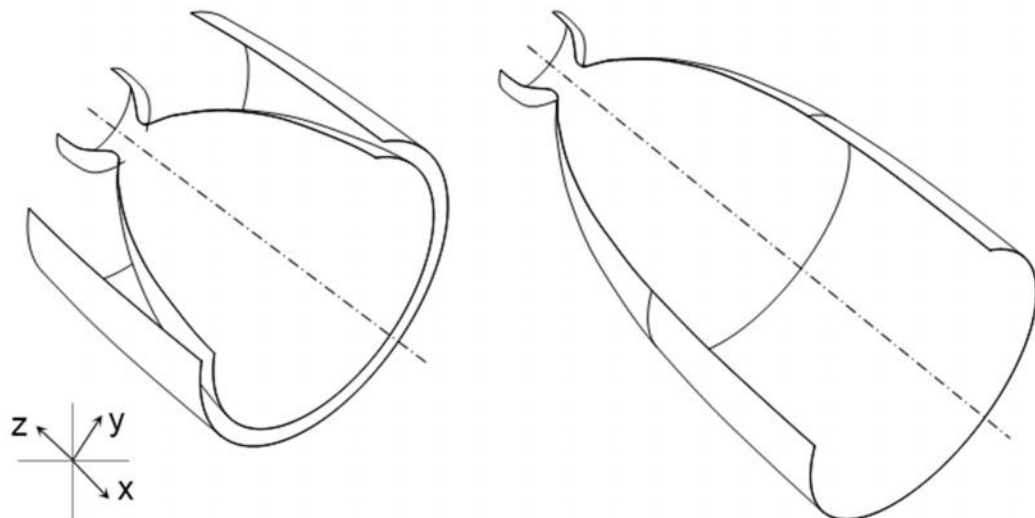


Figure 1.13 : Tuyère déployable.

C. TUYÈRE À ANNEAU DÉCLENCHEUR

Ce type de tuyères est divisé en deux catégories selon le mode de fonctionnement de l'anneau déclencheur. On trouve, ainsi :

C.1. TUYÈRE A ANNEAU DÉCLENCHEUR FIXE

Pour pouvoir contrôler le décollement de la couche limite, on fixe un déclencheur sur la paroi intérieure du divergent, ce qui a pour objet de perturber la couche limite et la faire décoller d'une manière symétrique dans les conditions de sur-détente, figure 1.14a. À très haute altitude (pression ambiante très faible), l'écoulement se recolle derrière le déclencheur et la poussée se trouve ainsi supérieure en utilisant l'ensemble du rapport de section.

La transition entre les deux modes (basse altitude et la haute altitude) dépend de plusieurs paramètres, notamment la taille de déclencheur [42]. Cette tuyère possède pratiquement les mêmes performances que le concept double galbe [15]. Par contre, l'existence de problèmes liés à la résistance à la haute température, la fixation précise du déclencheur et l'incertitude de la transition entre les deux modes de fonctionnement ont affecté ses

performances. Pour cette raison, l'intérêt pour ce concept a diminué depuis les années 70 [42-43].

C.2. TUYÈRE A ANNEAU DÉCLENCHEUR TEMPORAIRE

Ce concept est doté d'un déclencheur (insert) temporaire pour contrôler le décollement en mode basse altitude. Ce déclencheur est supprimé en mode de fonctionnement à vide. Par conséquent, ce dernier peut-être éjectable ou ablatif respectivement [44-45], figure 1.14b. Le déclencheur peut être aussi une tuyère secondaire totale ou un insert partiel fixé à l'intérieur de la paroi de la tuyère.

Ce type de déclencheurs entraîne une légère perte de performances en mode basse altitude comparativement à une tuyère galbée de même rapport de sections [45-47].

Des essais à chaud de la tuyère à déclencheur éjectable ont démontré la faisabilité de ce concept [46]. Toutefois, il convient de souligner que ce concept est fortement dépendant d'un mécanisme fiable qui fournit un détachement brusque et symétrique de l'insert. Une éjection non symétrique entraînerait la génération de charges latérales. D'autre part, il existe un risque de collision en aval de la paroi de tuyère, car les inserts peuvent également éprouver un mouvement transversal vers la paroi. Ces limitations des inserts éjectables ont fait penser à l'utilisation des inserts ablatifs (en combustible solide consommable) [42, 45, 48].

Au cours de l'ascension du lanceur, la taille de l'insert se réduit en continu jusqu'à sa consommation complète, ce qui donne en fin une tuyère galbée avec de meilleures performances en fonctionnement à haute altitude.

Les principales incertitudes de ce concept sont le taux de consommation et la stabilité de l'insert. En outre, une consommation homogène, symétrique

et bien définie en temps doit être garantie, en dépit d'éventuelles fluctuations locales de pression et de température près de la paroi de la tuyère.

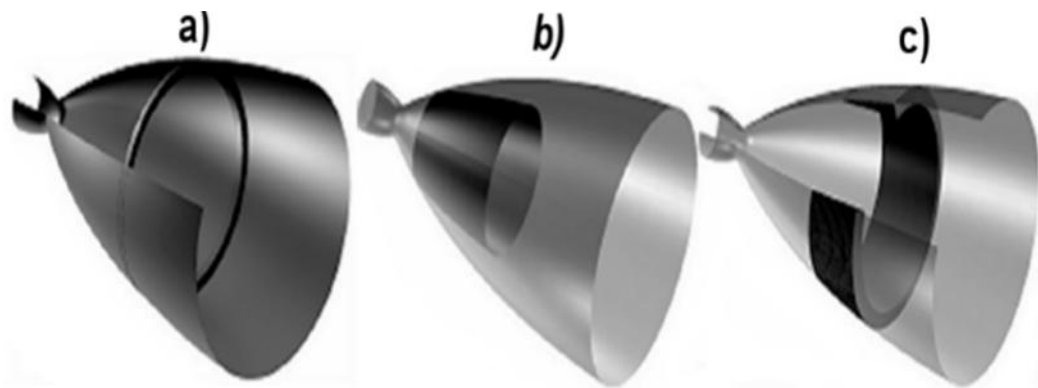


Figure 1.14 : Tuyères à anneau déclencheur, a) fixe, b) éjectable, c) ablatif [15].

D. TUYÈRE A INJECTION DE FLUX SECONDAIRE

D.1. TUYÈRE A INJECTION SECONDAIRE PASSIVE

Ce concept repose sur la possibilité de contrôler la position de décollement du jet par l'injection secondaire d'un jet fluide, prélevé directement de l'atmosphère externe et introduite à l'intérieur de la tuyère par des fentes réalisées directement sur la paroi métallique d'où l'appellation « Vented Nozzle » [15], figure 1.15a. En mode hautes altitudes, ces fentes se ferment, ce qui a pour effet de faire fonctionner la tuyère en régime adapté à différentes altitudes de vol et améliorer ainsi les performances globales du moteur.

Parsley R. C. et Van-Stelle K. J. [49] ont effectué des tests à chaud dans le but de caractériser les performances de ce concept. Les résultats des essais ont montré que cette tuyère fonctionne similairement à une tuyère à profil TIC à basses altitudes. En 2007, Semenov V.V et al. [50] réalisent une campagne de mesures expérimentales. Ces expériences ont montré que le gain sur le plan de performances reste limité (de l'ordre de 1 à 3 %). De plus, l'existence de charges latérales, en mode basses altitudes, et une fuite importante de gaz

chauds vers l'extérieur en mode hautes altitudes, constituent des limitations rédhibitoires pour l'application de ce concept sur un lanceur.

D.2. TUYÈRE À INJECTION SECONDAIRE ACTIVE

Un gaz à pression définie est injecté dans l'écoulement principal de la tuyère, normal ou suivant un angle, à partir de la paroi. L'écoulement surdétendu peut être, ainsi, forcé à se séparer au niveau de l'emplacement désiré, figure1.15b.

Sur ce concept, une expérience menée par Ward J.J & Musical N.T. [51], montre qu'une grande quantité de gaz est requise pour induire une séparation significative de l'écoulement. En outre, aucune augmentation du rendement net n'est réalisée lorsque l'on considère le débit de masse supplémentaire. Une autre alternative de ce concept a été proposée par Bonniot C.E. [52] figure1.16a.

L'idée principale de ce dispositif est de réduire le niveau de pression externe au niveau de la section de sortie de la tuyère. Cela implique qu'une tuyère secondaire soit positionnée près de la sortie du divergent principal.

Ce dispositif est probablement le plus prometteur, bien que la définition proposée [52] (tuyère secondaire galbée) n'ait pas démontré une réelle efficacité : le moteur Vulcain1 intègre en effet une des variantes proposées par l'auteur, mais sa sensibilité au décollement de jet n'est pas différente de celle des autres moteurs de même classe.

Récemment, Boccaletto L. [53] a proposé d'installer une tuyère à corps central tronqué (aerospike) à l'extrémité de la tuyère principale, figure1.16b, et il nomme le profil résultant BOCCAJET. La série de mesures expérimentales à gaz froid et les simulations numériques ont montré une potentielle amélioration de performances, néanmoins aucun résultat en fonctionnement n'ait discuté.

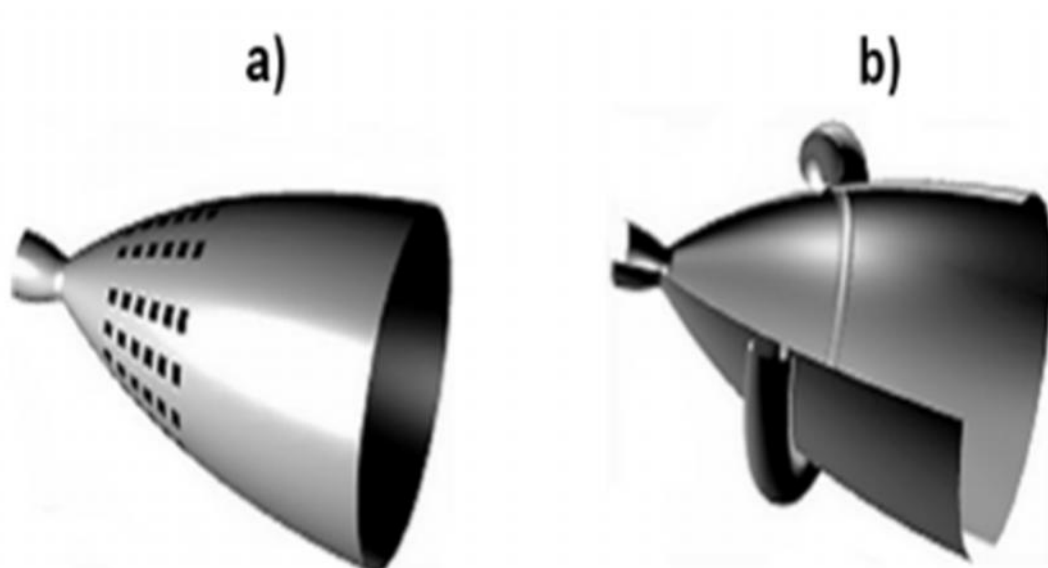


Figure 1.15 : Tuyère à injection de flux secondaire, a) Injection passive, b) Injection active [15].

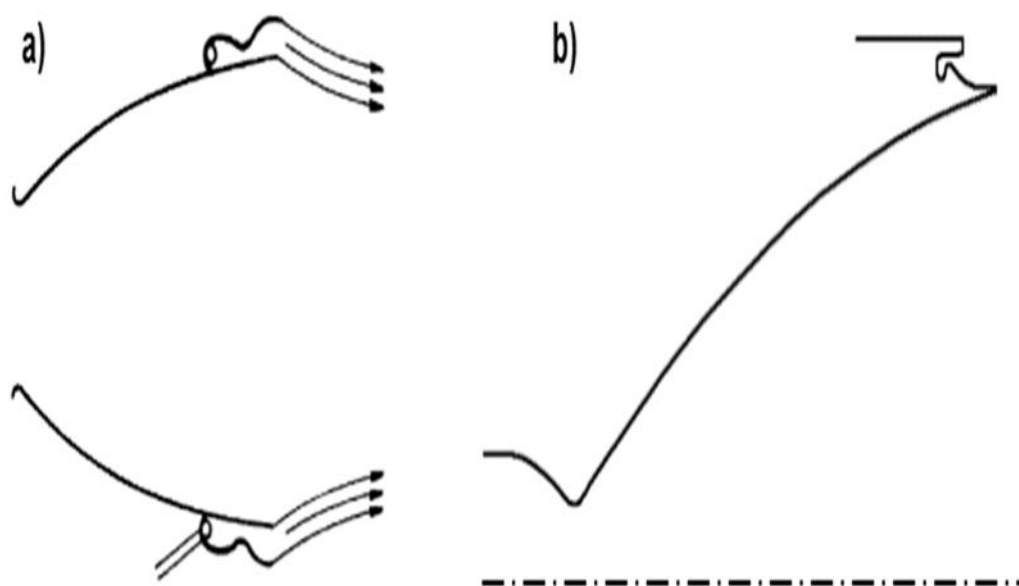


Figure 1.16 : Tuyère à injection de flux secondaire près de la sortie, tuyère secondaire a) galbée, b) aerospike (Bocajet).

1.4.2 TUYÈRE DOUBLE GALBES

La tuyère double galbes (DBN) repose, sur le principe à forcer l'écoulement pour décoller de la paroi de la tuyère à l'emplacement désiré, en

imposant un point d'inflexion. Ce qui a pour finalité d'augmenter la poussée du lanceur à basses altitudes.

L'inflexion du contour assure un décollement contrôlé et symétrique, par conséquent, elle limite la production des fortes charges latérales connues dans les tuyères classiques. Durant la montée, le jet se dilate progressivement pour se recoller définitivement à la paroi de la tuyère, en aval du point d'inflexion, comme illustré à la figure 1.17.

Une fois, que le flux est collé à la paroi et la pression de sortie de la tuyère est supérieure à la pression ambiante, le rapport de section effectif élevé obtenu engendre l'augmentation des performances pour le reste de l'ascension. Dans le cas idéal, c'est d'avoir deux tuyères, dont chacune est optimisée pour une partie différente de la trajectoire de vol.

Des études expérimentales ont démontré que la performance des tuyères double galbes (ACN) à deux modes, est très proche (entre 1 et 3 %) de l'efficacité optimale d'une tuyère idéale, pour un rapport de section maximum donné [1].

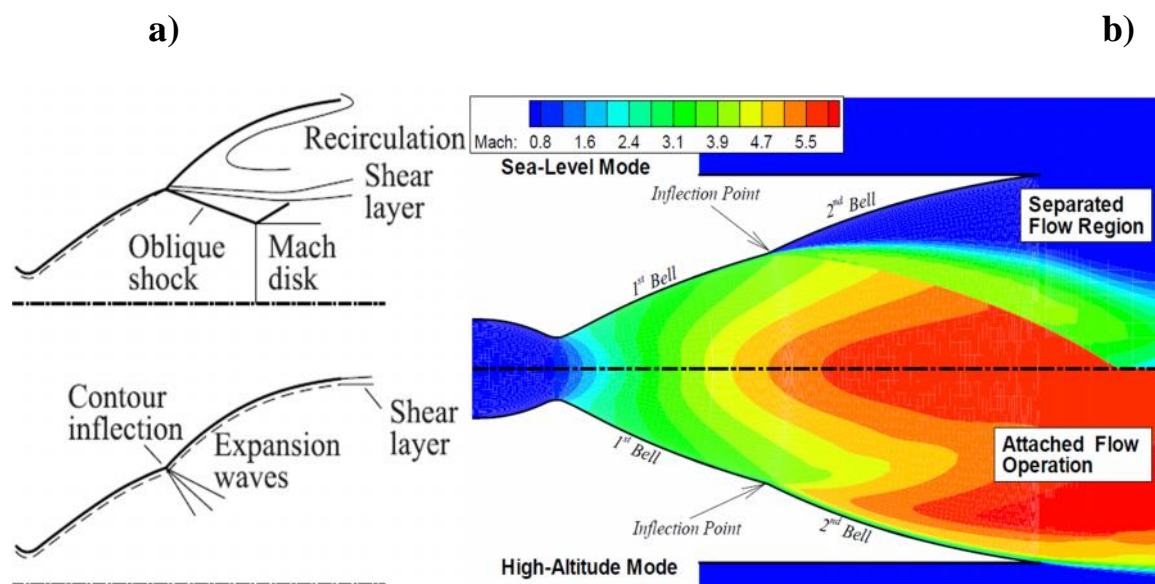


Figure 1.17: a) Modes de fonctionnement de la tuyère double galbes gauche [54], b) droite [55].

A. LE CONCEPT ACN DOUBLE GALBES

Foster C. & Cowles F. [56] furent les premiers en 1949 à proposer le concept d'une tuyère avec inflexion de profil. L'idée est de contourner la limitation du rapport de section, des tuyères des moteurs principaux du lanceur. En effet, c'est à eux qu'il revient de supporter une large gamme de pression ambiante.

Les premières études, à la fois, expérimentales et numériques de faisabilité de la tuyère double galbes ont été entreprises par Horn M. & Fisher S. [1] et Hagemann G. et al. [57] durant les années 1990.

La tuyère double galbes offre deux modes de fonctionnement, c'est-à-dire, deux altitudes où les moteurs peuvent être optimisés.

- Le petit rapport de section à l'extrémité du profil de base (Base Nozzle) offre un fonctionnement en toute sécurité à basses altitudes avec une poussée comparable à celle d'une tuyère galbée, optimisée (TOC : Thrust-Optimized Contour) du même rapport de section.
- Après la transition vers le mode hautes altitudes, l'écoulement se recolle sur la paroi de l'extension, en utilisant l'ensemble du rapport de section pour générer une poussée supérieure à hautes altitudes.

Le gain de performances obtenu à partir de ces études dépend fortement du moteur de référence choisi.

Diverses hypothèses ont été proposées au sujet du comportement de l'écoulement dans la tuyère double galbe. Frey M. & Hagemann G. [58] ont prédit un gain en charge utile jusqu'à 72%, si une tuyère à double galbe a été utilisée sur le moteur FSS1 [59].

Immich H. & Caporicci M. [59-60] ont indiqué un gain en charge utile atteignant les 33% ou 1400 kg indépendamment de l'utilisation de lanceur. Une augmentation de l'impulsion spécifique de 10s a été calculée par Miyazawa M. [61].

Cependant, le concept DBN présente certaines inefficacités qui réduisent ses performances de l'optimum théorique. En effet, des pertes supplémentaires (de l'ordre de 3%) sont générées durant le fonctionnement en mode basses altitudes, en raison, de la traînée d'aspiration due au non-attachement de l'écoulement sur l'extension de la tuyère. En mode hautes altitudes, des pertes (de l'ordre de 0,1 à 1,2 % par rapport à une tuyère optimisée) dues à l'inflexion du profil de la tuyère [57,59].

La Figure 1.18 montre l'évolution de l'impulsion spécifique en fonction de l'altitude pour une tuyère double galbes comparativement avec celles d'une tuyère TOC et une tuyère adaptée

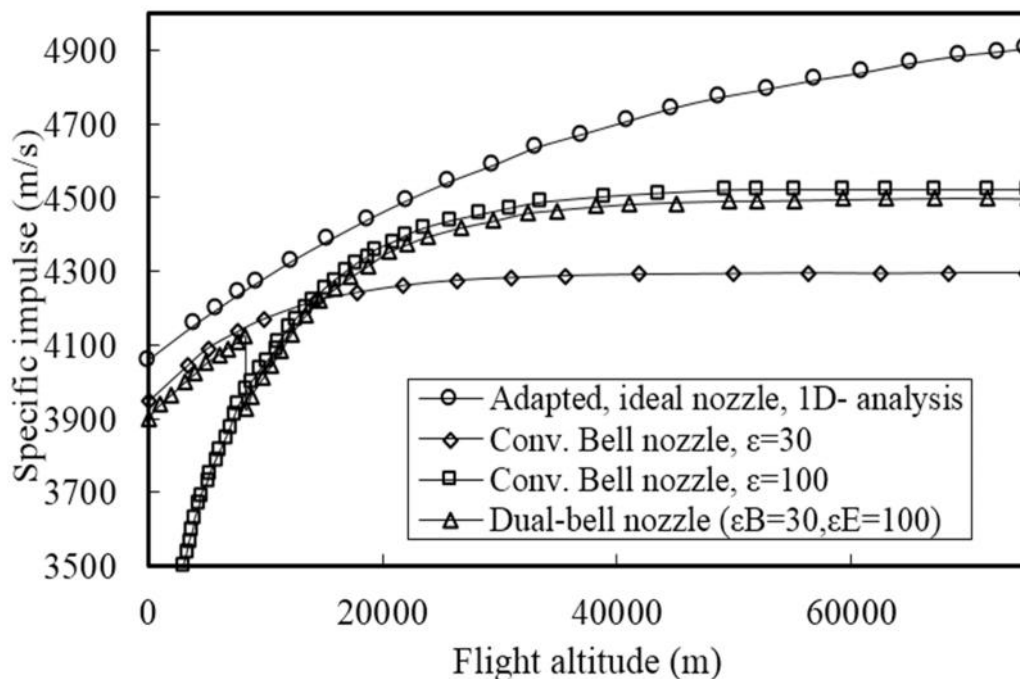


Figure 1.18: Comparaison des performances de la tuyère double galbe à celle de la tuyère galbée optimisée [57].

B. TYPES DE CONCEPT DBN

Différents types, de conception, concernant l'inflexion de la paroi et l'extension de la tuyère ont été traités lors d'études analytiques et expérimentales allemandes [58, 62-63]. Une attention particulière a été portée sur la dépendance du comportement de transition entre les deux modes de fonctionnement.

Trois types d'extensions ont été testés, à savoir: extension à pression constante, à gradient de pression favorable et à gradient de pression adverse.

Un profil TIC (Truncated Ideal Contour : contour idéal tronqué) a été adopté pour le premier galbe (Base Nozzle), les trois autres configurations sont notées : TICCP, TICNP et TICPP respectivement.

La distribution de la pression pariétale de ces trois configurations est présentée sur la figure 1.19. Notons que :

- La configuration TICNP conduit à un décollement non contrôlé à l'intérieur de l'extension, comme on peut l'observer, dans une tuyère conventionnelle de profil conique ou TOC [62,64].
- Par contre, les configurations TICCP et TICPP présentent une transition plus rapide entre les deux modes : basses altitudes et hautes altitudes [58].

Cependant, des expériences antérieures sur les tuyères conventionnelles ayant un gradient de pression adverse ont révélé des problèmes de charges latérales importantes. Ainsi, la configuration TICCP a été choisie comme étant la plus prometteuse pour des recherches ultérieures.

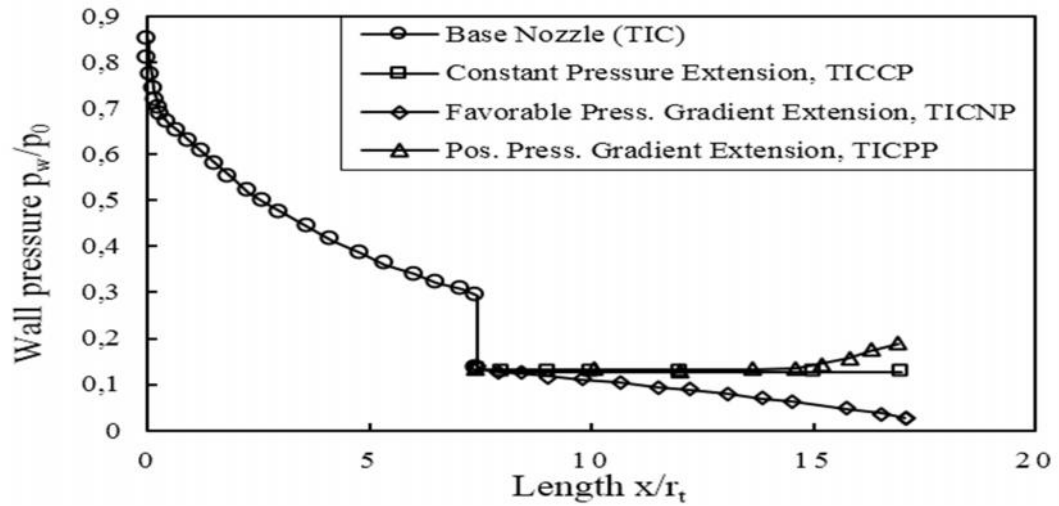


Figure 1.19: Distribution de la pression pariétale, dans les trois concepts de la tuyère double galbes[62].

Plusieurs études expérimentales, à gaz froid et à feu ainsi que des simulations numériques ont été réalisées pour étudier la configuration TICCP lors de ses deux modes de fonctionnement et la transition entre eux [63,71], voir figure 1.20.

Plusieurs effets ont été analysés :

- L'effet de l'angle de divergence de l'extension [65-66] ;
- L'effet de la densité des gaz froids [67] ;
- L'effet de l'injection de gaz au niveau du point d'inflexion sur la transition [66].

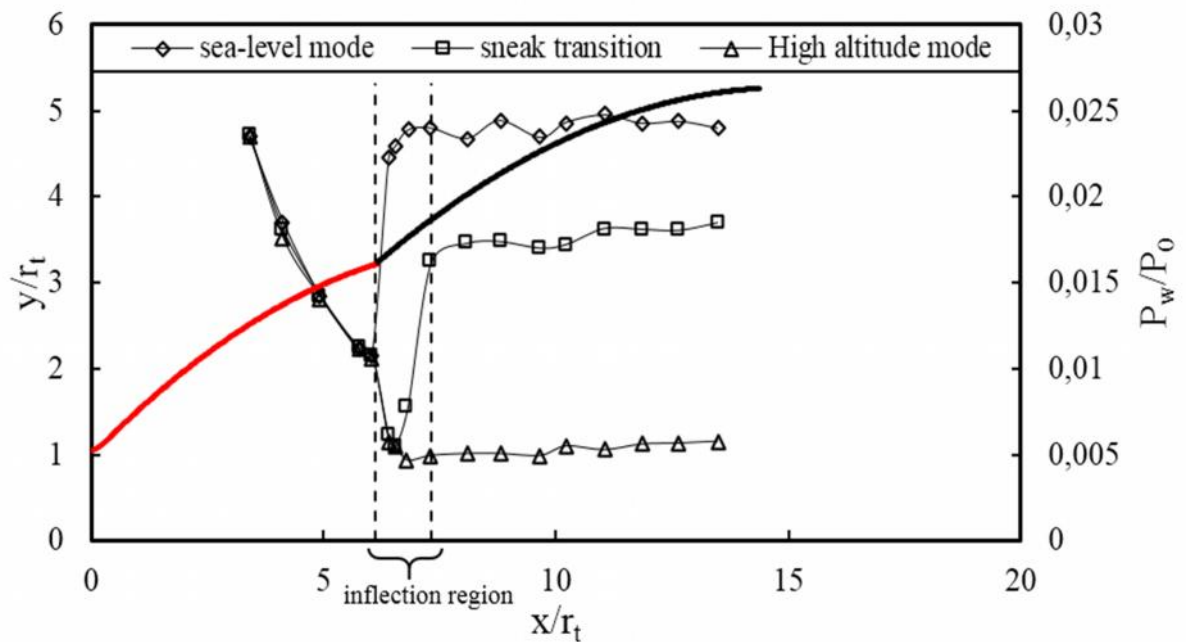


Figure 1.20 : Distribution de la pression pariétale dans une TICCP en mode basse altitude, pendant la transition et en mode haute altitude [65-66].

Une forte perturbation a été observée aux alentours, du rapport de pression de transition (NPR_{tr}) avec une valeur plus élevée durant le démarrage. Cet effet d'hystérésis favorise le concept TICCP, car il empêche l'interaction entre les deux modes de fonctionnement [66].

La figure 1.21 illustre la distribution de la pression pariétale théorique, expérimentale, issue d'un calcul CFD visqueux [56,72] en mode hautes altitudes. En raison, des effets de la viscosité à l'intérieur de la couche limite, la pression suit une pente négative et non une discontinuité comme le prévoit la théorie. Cet effet a été déjà prédit par Martelli E. et al. [72].

L'extension doit, alors, être divisée en deux parties : la région d'inflexion, où le gradient de pression est négatif et la partie résiduelle, où la pression pariétale est constante [65]. Martelli E. et al. relevèrent une troisième région à gradient de pression négatif située à l'extrémité de l'extension.

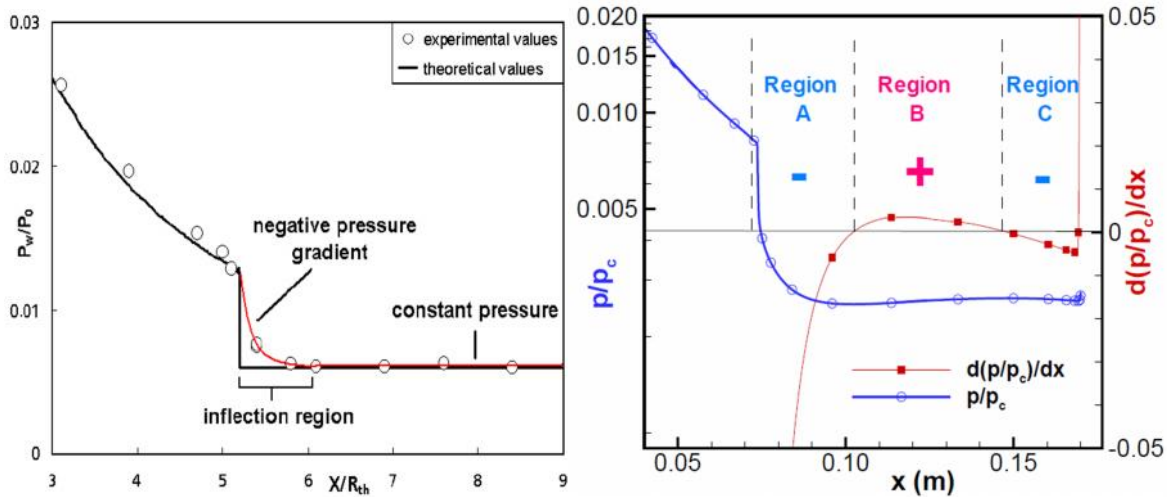


Figure 1.21 : Variation de pression dans le deuxième mode de fonctionnement de la tuyère double galbes, comparaison de l'écoulement visqueux vs non visqueux (gauche) [65], CFD-visqueux (droite) [55].

Stark R & Génin C. [65] ont remarqué, qu'avant la transition réelle où l'écoulement se recolle brusquement sur l'ensemble de l'extension, la pression pariétale chute dans la région d'inflexion voir figure 1.20 et le point de décollement se déplace en aval de l'inflexion.

Cette évolution qui précède la transition réelle est nommée « sneak transition ». Durant la montée, la pression totale reste constante pour une application réelle d'un moteur-fusée.

La variation de NPR est uniquement due à la variation de la pression ambiante par le changement d'altitude. Cette variation est très lente, de sorte que la « sneak-transition » soit un enjeu crucial pour le choix du concept DBN.

La « sneak-transition » peut être la source de charges latérales très élevées du même ordre de grandeur que celles rencontrées lors de la phase de démarrage, figure (1.22) [65].

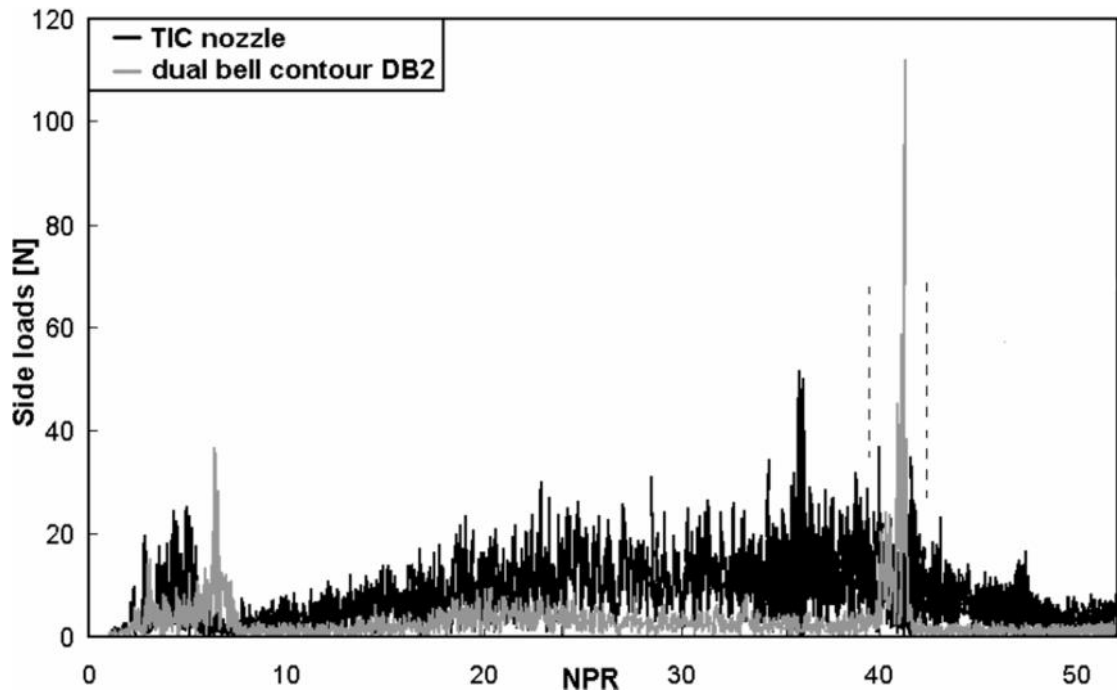


Figure 1.22: Comparaison du niveau de charge latérale entre la tuyère double galbe et la tuyère conventionnelle TIC [65].

1.5.3. TUYÈRE À GÉNÉRATEURS DE VORTEX

Dans le but de réduire les charges latérales, deux concepts non axisymétriques sont proposés.

A. DIVERGENT À PAROI ONDULÉE

L'idée de base de ce concept [73] est d'augmenter la résistance au décollement en générant des tourbillons à l'aide d'un contour ondulé à la sortie de la tuyère, figure 1.24a.

Le contour ondulé permet, a priori, de freiner le mouvement latéral de la ligne de décollement par :

- L'augmentation de la traînée dans la région critique ;
- L'induction de vortex longitudinaux qui fixent la structure de l'écoulement circonférentiel, figure (1.23).

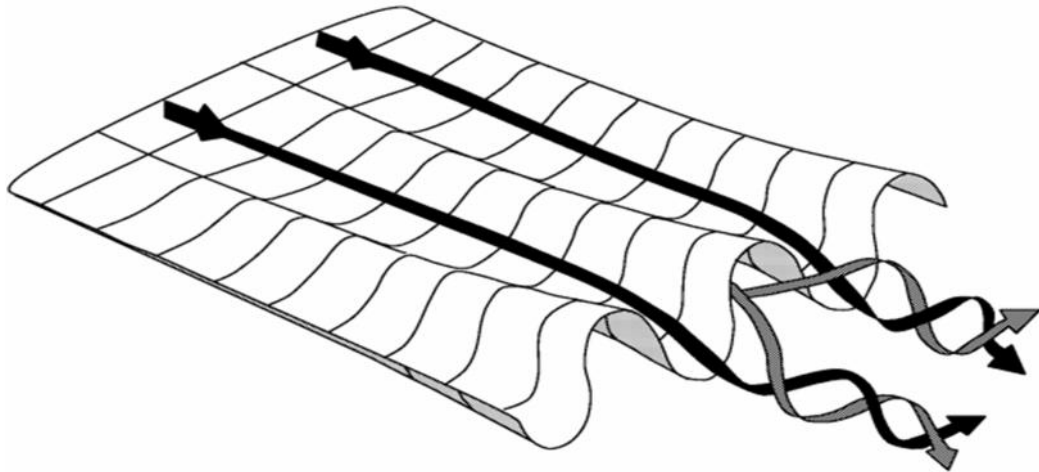


Figure 1.23 : Schématisation des structures tourbillonnaires sur une surface ondulée [73].

Des essais à gaz froid, sur des modèles sous-échelle ont montré que le contour ondulé permet de réduire de manière significative et dans certains cas d'éliminer totalement, le décollement induit par le choc dans l'écoulement sur-détendu [74].

Toutefois, en raison de la grande contrainte pariétale sur la surface ondulée et une augmentation des pertes de sur-détente, le contrôle de décollement est réalisé au prix de pertes de performances significatives, allant de 3,6–6,4% par rapport, au cas totalement décollé.

En outre, la complexité de la conception et de la fabrication augmentent de manière significative lors du passage d'une géométrie de révolution à une géométrie tridimensionnelle.

B.DIVERGENT POLYGONAL

L'idée principale est de contrôler le décollement du jet :

- Par l'introduction d'arrêtes le long du divergent;
- En favorisant une transition progressive du col vers la sortie ;
- Par le passage d'une section circulaire vers une section polygonale de la tuyère [75].

Des activités expérimentales ont été menées sur ce type de concept dans le cadre du groupe de travail FSCD par Östlund J. & Bigert M. [76]. Néanmoins, les résultats obtenus n'ont pas été jugés convaincants.

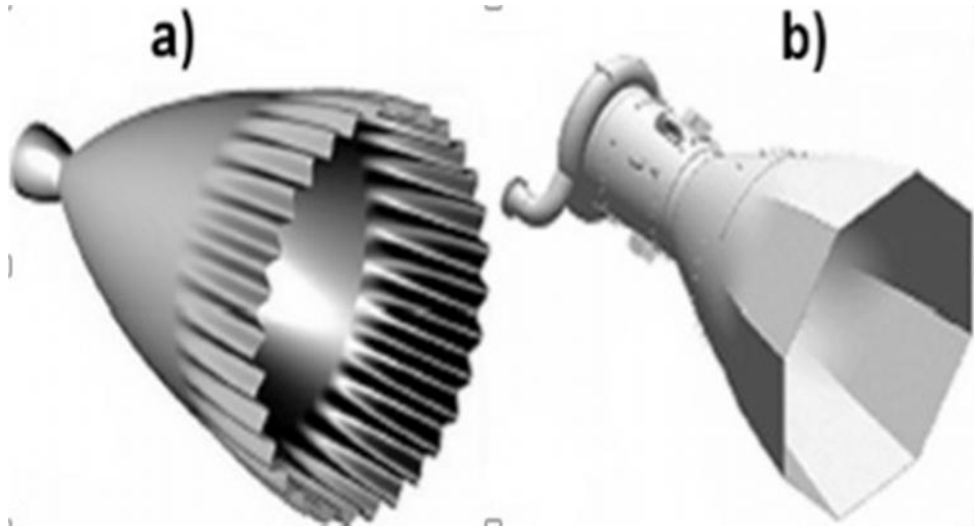


Figure 1.24 : Tuyère à générateurs de Vortex : a) Divergent à paroi ondulée, b) divergent polygonal [15].

1.5.4. TUYÈRE À DEUX MODES

A. TUYÈRE À DEUX COLS

Ce concept prévoit deux chambres de combustion complètement concentrique, figure 1.25a. À basses altitudes, les deux chambres fonctionnent en parallèle avec un rapport de détente modéré.

En mode hautes altitudes, seule la chambre interne reste en fonctionnement. L'écoulement se recolle sur la paroi externe en donnant un rapport détente plus élevé que le premier mode, ainsi, on obtient un gain de performances en mode hautes altitudes. Des essais à feu ont montré la présence de décollement en mode basses altitudes à rapport de pression tuyère extérieure / tuyère intérieure élevé [77].

Ce décollement résulte des fortes charges thermiques sur la tuyère intérieure. En outre, la discontinuité de profil en mode hautes altitudes induit des pertes de performances de l'ordre de 0.8-4%, en fonction du rapport de sections du col extérieur /col intérieur [57].

B. DOUBLES MOTEURS CONCENTRIQUES

Ce concept prévoit deux moteurs concentriques ; le plus petit étant inclus à l'intérieur du plus grand, figure 1.25b [78].

Contrairement aux types cités ci-dessous, la chambre intérieure n'est pas complètement placée dans la chambre extérieure. Cette dernière est de forme annulaire à paroi intérieure indépendante.

En principe, les deux modes de fonctionnement sont comparables à ceux d'une tuyère à deux cols [57]. Des simulations numériques ont montré la présence d'ondes de compression proche de la lèvre de sortie de la tuyère intérieure, en mode basses altitudes [79-80]. Ces ondes favorisent l'inhomogénéité de l'écoulement dans la zone de mélange commune entre la tuyère intérieure et extérieure.

Ces ondes de compression se réfléchissent vers l'amant du champ d'écoulement après leurs interactions avec la paroi extérieure.

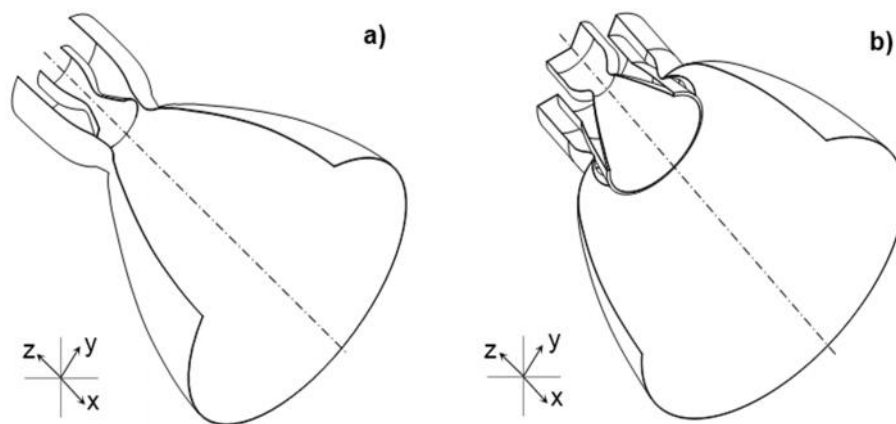


Figure 1.25 : Tuyère à deux modes, a) tuyère à deux cols b) deux moteurs concentriques.

Durant le mode hautes altitudes, des ondes de détente sont remarquées à la sortie de la tuyère extérieure lorsque le rapport de sections augmente soudainement et l'écoulement est dirigé vers l'axe de symétrie.

Proche de l'axe, un choc se produit et la pression statique augmente significativement dans la région centrale de jet. Cette augmentation de pression induit des zones de recirculation subsoniques et supersoniques dans la tuyère intérieure.

Les pertes dues à l'inhomogénéité et le choc de compression restent comparables à ceux dans les tuyères galbées (conventionnelle) [57].

1.5.5. TUYERE AUTO-ADAPTEE

Dans ce type de tuyères, la détente est réalisée par un écoulement interne ou externe.

A. TUYERE AUTO-ADAPTEE A ECOULEMENT INTERNE

A.1. DIVERGENT A SURFACE VARIABLE

Il s'agit d'un concept qui prévoit de varier le rapport de sections de la tuyère en déployant sa surface, préalablement repliée [82] figure 1.26. Cela permet d'adapter la pression de sortie de la tuyère à toutes les altitudes de vol.

Bien que d'un point de vue théorique, cette solution soit la plus appropriée pour éliminer le problème du décollement de jet et pour maximiser les performances de la tuyère, sa faisabilité reste complètement à démontrer. Néanmoins, des solutions technologiques similaires (tuyères à pétales superposés) ont été utilisées sur des missiles balistiques et sur certaines tuyères d'avions militaires.

Cette technologie permet des taux de variation du rapport de sections plutôt modeste et ne peut pas être facilement intégrée à des tuyères nécessitant un refroidissement actif de la paroi métallique.

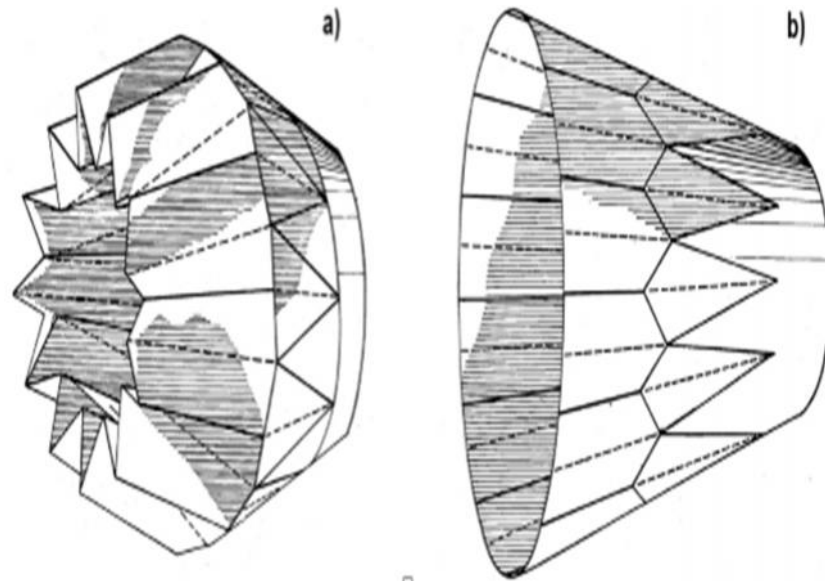


Figure 1.26 : Divergent à surface variable [82].

A.2 COL A SURFACE VARIABLE

Ce concept (figure 1.27) utilise une tuyère galbée classique avec une section de sortie fixe et un pointeau mécanique situé dans la chambre de combustion et la région du col pour faire varier la surface de ce dernier.

La section du col, de forme annulaire entre le pointeau et la paroi extérieure, est variée en déplaçant axialement le pointeau. Le concept de pointeau a été utilisé dans les moteurs à propergol solide comme un moyen de fournir une poussée variable.

En principe, il permet une variation continue de la section de col et, par conséquent, des rapports de sections optimums tout au long de la mission. Cependant, il nécessite un dispositif d'actionnement et un système de commande perfectionné.

Ce concept présente quelques inconvénients tels que :

- Le poids du moteur
- La complexité de conception
- Le refroidissement du pointeau et la paroi du col

- Sa fiabilité

Les pertes de performances de ce type de tuyère sont comprises entre 1 à 2,5% par rapport à une tuyère galbée pour le même rapport de sections [82]. Ces mêmes pertes varient en fonction de la position du pointeau.

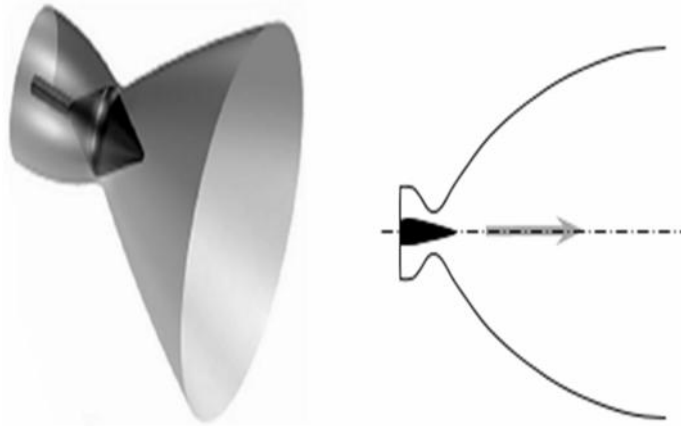


Figure 1.27 : Tuyère munie d'un col à section variable[15].

A.3 TUYÈRE A EXPANSION/DEFLECTION

Il s'agit de concept (figure 1.28) dont le but principal est la réduction de l'encombrement global du moteur, en particulier, dans la direction longitudinale. Plusieurs variantes de ce concept sont proposées.

La plus connue est celle où la chambre de combustion, les composants du moteur se trouvent placés au milieu de la tuyère [83]. Dans ce concept, les gaz de combustion atteignent la vitesse sonique dans la zone où leur direction d'écoulement subit une forte déviation, pour être dirigée dans la tuyère supersonique, sans générer d'ondes de choc.

En effet, la focalisation d'une onde de compression sur la paroi métallique du col serait rédhibitoire pour la tenue thermomécanique de la structure.

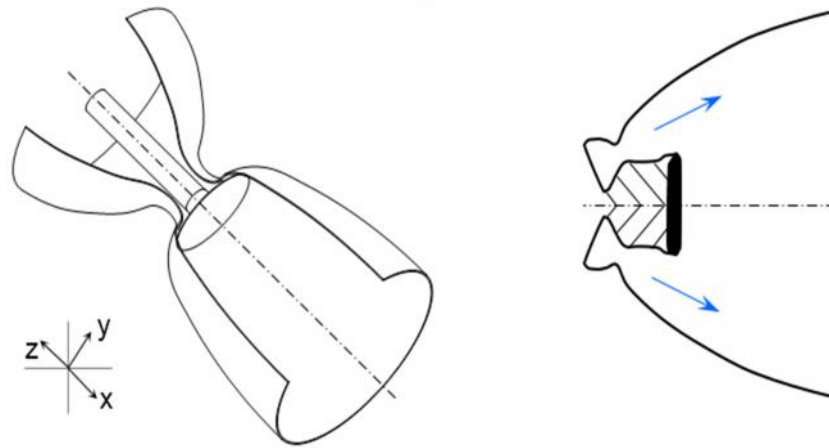


Figure 1.28 : Tuyère à expansion/déflexion.

La définition du profil de la région sonique de la chambre de combustion, ainsi que son système de refroidissement, représente les points les plus critiques pour la réalisation de ce concept. Néanmoins, un prototype a été réalisé en Russie (moteur RD-0126E) et des essais à feu ont été réalisés dans les années 1990, démontrant le bon fonctionnement de ce genre d'engin [33].

Toutefois, ce type de tuyère est destiné à une utilisation principalement dans le vide, car elle n'apporte aucune amélioration par rapport à la problématique du décollement de jet.

B. TUYÈRE AUTO-ADAPTÉE A ECOULEMENT EXTERNE

L'auto adaptation est le fait que la frontière externe du jet s'adapte en fonction de la pression extérieure P_a . L'intérêt des tuyères à corps central (Plug Nozzle) par rapport aux tuyères classiques apparaît lors des régimes de sur-détente, par le fait, de l'adaptation de la frontière externe où le jet est canalisé à travers une section efficace A_{eff} variable selon la pression extérieure.

Une tuyère à corps central fonctionne donc, avec un rapport de section efficace A_{eff}/A_c adaptable en fonction de l'altitude. Il en résulte une détente autocontrôlée des gaz propulsifs.

Ce concept a fait l'objet de plusieurs études ces dernières années pour évaluer la géométrie optimale de l'épave, à l'instar de celle de Dunn S. S. & Coats D. E. [84], Calabro M. & al. [85], Le Bozec A & al. [86], Wisse M. E. N. [87-88], Onofri M. [89] qui ont évalué les performances et les limites des différentes architectures possibles.

Nous nous limiterons à la présentation globale de quelques variantes.

B.1 TUYÈRE A CORPS CENTRAL IDÉAL

Ce concept, prévoit un corps central idéal axisymétrique (full length plug nozzle) de profil conique ou galbé figure 1.29. Le calcul de profil se base sur la méthode de Rao G.V.R. [26], en tenant en compte les effets de la cinématique et de la couche limite sur la méthode TDK (Two-Dimensional Kinetics) [84].

Par rapport, à une tuyère idéale à écoulement interne, le profil d'une épave idéale est très long et donc beaucoup très lourd par rapport à une tuyère idéale conventionnelle. Ce genre de tuyère permet d'avoir de :

- Meilleures performances en mode basses altitudes ;
- Mêmes performances en mode hautes altitudes, qu'une tuyère conventionnelle (ayant même rapport de section) [54].

Néanmoins, son poids et sa longueur ne permettent pas de l'intégrer facilement sur un lanceur. En outre, il demande un système de refroidissement de haute technologie surtout au bout de l'épave.

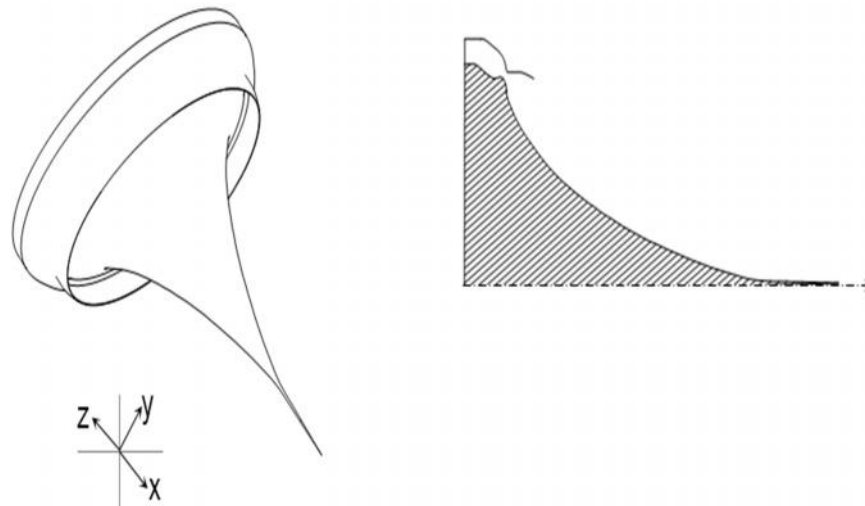


Figure 1.29 : Tuyère à corps central idéal profilé.

B.2. TUYÈRE A CORPS CENTRAL TRONQUE

Ce concept est avantageux par rapport au précédent, vu sa masse et sa longueur considérées comme modérées. Le comportement du champ d'écoulement est différent.

En mode basses altitudes, la région du culot génère un sillage ouvert à une pression très proche de la pression atmosphérique. En mode hautes altitudes, le sillage du culot se referme et sa longueur est indépendante de la pression atmosphérique. La transition entre les deux modes génère une poussée négative, car, au moment de la fermeture du sillage, la pression au culot est légèrement inférieure à la pression atmosphérique.

Cette perte de poussée dépend fortement du pourcentage de la troncature. A basses altitudes, cette tuyère donne quasiment les mêmes performances que celle à corps central idéal. Néanmoins, à hautes altitudes, elle se caractérise par des pertes de performances dues à la traînée du culot [57].

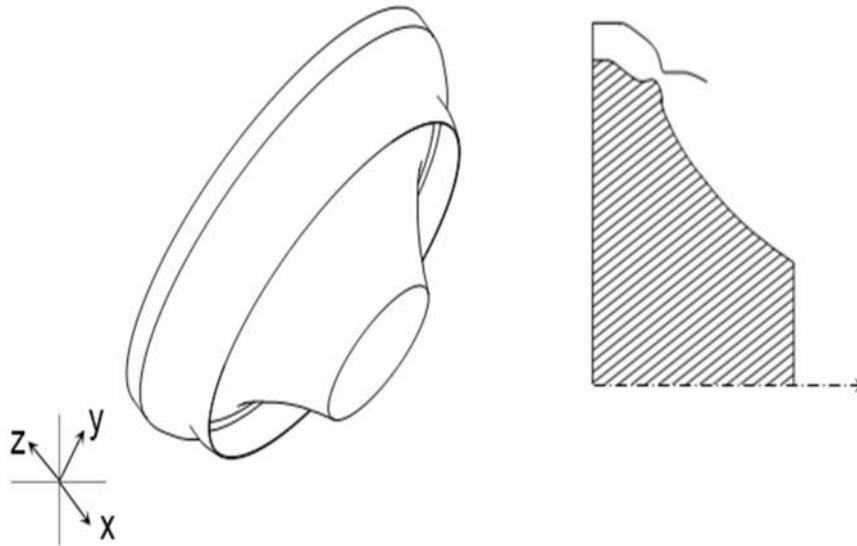


Figure 1.30 : Tuyère à corps central tronqué.

B.3 TUYÈRE PLANE A CORPS CENTRAL TRONQUE

Les tuyères planes à corps central tronqué (Linear Aerospike Nozzle) ont fait l'objet de nombreuses études dans les années 1980–2000. L'exemple le plus connu est probablement le prototype NASA XRS-2200, figure 1.31 testé à feu en août 2001 à la NASA's Stennis Space Center.

Néanmoins, après la suppression du projet X-33, auquel ce moteur était destiné, les travaux ont été arrêtés. Par sa conception, ce type de tuyère permet de faire fonctionner le moteur avec un écoulement supersonique constamment attaché, car, le jet se trouve constamment, en équilibre de pression avec l'atmosphère (quelle que soit l'altitude de vol).

A hautes altitudes avec une pression statique faible, les performances propulsives de cette tuyère diminuent fortement. D'autre part, plusieurs difficultés doivent être surmontées pour des futures applications en vol de cette technologie. En outre, la nécessité, de maîtriser le réseau de chocs généré par l'interaction du jet propulsif avec l'atmosphère et la surface métallique de l'épave, durant, les conditions de fonctionnement du moteur et à toutes les altitudes de vol est primordiale.

Sans oublier, le besoin de refroidir correctement l'épave, en particulier son extrémité, qui impose des contraintes de conception et de fabrication difficiles à respecter.

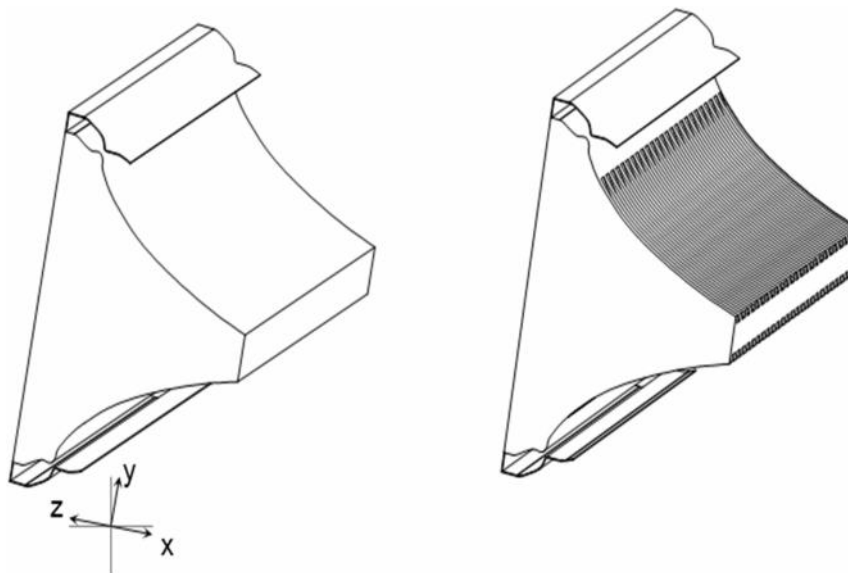


Figure 1.31 : Tuyère plane à corps central tronqué.

CHAPITRE 2 : DEVELOPPEMENT ET COMPARAISON DES METHODES DE CALCUL DES ECOULEMENTS TRANSSONIQUES

2.1.INTRODUCTION :

Tout phénomène physique en mécanique ou en aérodynamique est exprimé mathématiquement par des expressions dites équations gouvernantes.

L'écoulement d'un fluide dans une tuyère supersonique est exprimé par des relations ou des équations de type elliptique dans la région convergente où l'écoulement est subsonique, et de type hyperbolique, dans la région divergente où l'écoulement est supersonique.

La résolution analytique de ce genre d'équations est possible pour des cas d'applications très simples. Par contre, dans les cas d'études complexes, l'obtention d'une solution exacte est d'une difficulté majeure. Alors, le recours à la recherche d'une solution approchée et/ou au développement de techniques de résolution numériques est indispensable.

Le problème majeur dans le traitement numérique ou analytique, dans la région transsonique d'un champ fluide est l'instabilité ainsi que le comportement différent des équations d'Euler qui gouverne l'écoulement dans cette région.

L'écoulement d'un fluide dans une tuyère convergente divergente dépend essentiellement de la géométrie au voisinage du col. Pour estimer l'efficacité des informations obtenues sur la distribution de la pression et la variation du nombre de Mach, il est important de connaître l'efficacité et l'exactitude de la méthode numérique ou analytique utilisée.

Pour étudier ces écoulements transsoniques dans la région du col de la tuyère, beaucoup de méthodes numériques et analytiques ont été élaborées, fruit de plusieurs années de recherche. Dans ce chapitre, on s'intéressera au

développement, à l'étude et à la comparaison de quelques-unes de ces méthodes en l'occurrence celles de :Sauer.R [8], Hall I.M[9]et Kliegel J.R & Levine J.N[10].

On considère que les parties convergente et divergente sont reliées par une partie intermédiaire, qui est le col et dont les rayons de courbure sont respectivement R_{tu} et R_{td} . Le rayon de courbure normalisé est représenté par le paramètre R .

2.2.METHODE DE SAUER :

L'approche de Sauer.R [8] est une approche intéressante, car utilisée par de nombreux chercheurs pendant plusieurs années. Elle a permis l'aboutissement à des résultats très intéressants.

La figure2.1 illustre, schématiquement la géométrie d'une tuyère au niveau du col, le contour des tuyères est symétrique par rapport à l'axe (ox). La ligne sonique représentant le lieu géométrique de tous les points où $M=1$ est de forme parabolique.

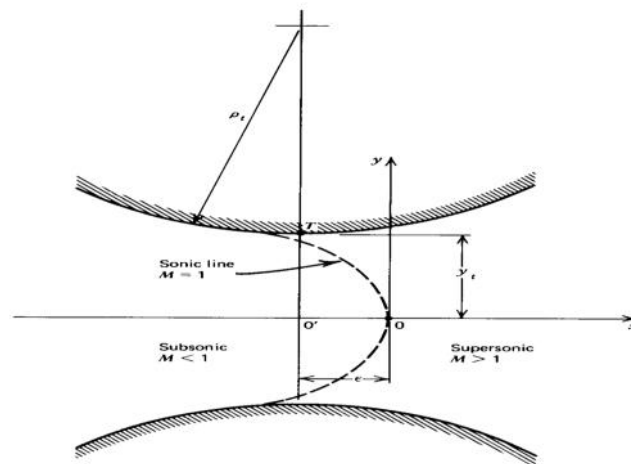


Figure2.1: Configuration d'une tuyère convergente divergente.

2.2.1.FORMULATION MATHÉMATIQUE :

L'équation de perturbation pour un écoulement bidimensionnel et irrotationnel plan ou axisymétrique est exprimée par l'équation ci-dessous:

$$(a^2 - \tilde{u}^2) \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} + (a^2 - \tilde{v}^2) \frac{\partial \tilde{v}}{\partial y} - 2 \tilde{u} \tilde{v} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} + \delta a^2 \frac{\tilde{v}}{y} = 0 \quad (2-1)$$

- δ est un switch permettant de décrire les deux types d'écoulement avec la même équation.
 - $\delta = 0$ pour un écoulement plan ;
 - $\delta = 1$ pour un écoulement axisymétrique.
- \tilde{u} et \tilde{v} étant les vitesses de perturbation supposées être petites par rapport à u_∞ de telle sorte que : $\frac{\tilde{u}}{u_\infty} = \frac{u-u_\infty}{u_\infty} \ll 1$ et $\frac{\tilde{v}}{u_\infty} = \frac{v}{u_\infty} \ll 1$

Au voisinage du col ; les conditions critiques qui prévalent sont représentées par :

- $a_c = a_\infty$
- $M_\infty = M_c = 1$

Et par conséquent, nous obtenons l'égalité suivante :

$$a_c = u_\infty$$

Pour la vitesse locale du son notée « \mathbf{a} », elle s'exprime par l'équation ci-dessous:

$$a^2 = \frac{\gamma+1}{2} a_0^2 - \frac{\gamma-1}{2} (\tilde{u}^2 - \tilde{v}^2) \quad (2-2)$$

En posant :

$$u' = \frac{\tilde{u}}{a_c} ; v' = \frac{\tilde{v}}{a_c} \quad (2-3)$$

L'équation (2-1) devient alors

$$\left[1 - u^2 - \frac{\gamma-1}{2} v^2\right] \frac{\partial u'}{\partial x} + \left[1 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} u^2 - v^2\right] \frac{\partial u'}{\partial y} - \frac{4}{\gamma+1} \frac{\partial u'}{\partial y} u' v' + \delta \left[1 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} (u^2 + v^2)\right] \frac{v'}{y} = 0 \quad (2-4)$$

En posant aussi :

$$u' = 1 + \underline{u} \quad ; \quad v' = \underline{v} \quad (2-5)$$

\underline{u} et \underline{v} sont des vitesses dimensionnelles de perturbation.

L'équation (2-4) devient alors:

$$\underline{u} \frac{\partial \underline{u}}{\partial x} \left[2\underline{u} + \underline{u}^2 + \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \underline{v}^2\right] - \frac{\partial \underline{v}}{\partial y} \left[\frac{2}{\gamma+1} - 2 \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \underline{u} - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \underline{u}^2 - \underline{v}^2\right] + \frac{4}{\gamma+1} \frac{\partial \underline{u}}{\partial y} (1 + \underline{u}) \underline{v} - \delta \left[\frac{2}{\gamma+1} - 2 \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \underline{u} - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} (\underline{u}^2 + \underline{v}^2)\right] \frac{\underline{v}}{y} = 0 \quad (2-6)$$

Sachant que \tilde{u} et \tilde{v} étant assumées petites implique que \underline{u} et \underline{v} le sont aussi, donc :

$$\underline{u} \ll 1 \quad , \quad \underline{v} \ll 1 \rightarrow \left[\underline{u}^2, \underline{v}^2, \underline{u}\underline{v}, \underline{u} \frac{\partial \underline{v}}{\partial y}, \underline{v} \frac{\partial \underline{u}}{\partial y}\right] \ll 1$$

L'équation (2-6) est réduite alors à :

$$(\gamma + 1) \underline{u} \frac{\partial \underline{u}}{\partial x} - \frac{\partial \underline{v}}{\partial y} + 2 \underline{v} \frac{\partial \underline{u}}{\partial y} - \delta \frac{\underline{v}}{y} = 0 \quad (2-7)$$

Et comme l'écoulement est symétrique par rapport à (ox), l'équation (2-7) s'écrit alors :

$$(\gamma + 1) \underline{u} \frac{\partial \underline{u}}{\partial x} - \frac{\partial \underline{v}}{\partial y} - \delta \frac{\underline{v}}{y} = 0 \quad (2-8)$$

L'équation (2-8) est l'équation linéaire correspondante à l'équation (2-1). Il est admis que l'écoulement au niveau du col est irrotationnel et par conséquent, il est commode d'introduire une fonction φ représentant la perturbation. Le potentiel total Φ s'écrit alors sous la forme de l'équation ci-dessous :

$$\Phi = u_{\infty} x + \varphi = a_t \left(x + \underline{\varphi}\right) \quad (2-9)$$

Tel que $\varphi(x, y)$ est le potentiel de vitesses de perturbation adimensionnelle s'exprimant :

$$\underline{u} = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \quad ; \quad \underline{v} = \frac{\partial \varphi}{\partial y}$$

L'équation (2-8) peut alors s'exprimer en termes de la fonction du potentiel

$$(\gamma + 1) \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} - \frac{\delta}{y} \frac{\partial \varphi}{\partial y} = 0 \quad (2-10)$$

L'équation (2-10) est une équation dimensionnelle exprimée en termes de potentiel de vitesse de perturbation telle que dérivée par Sauer.

2.2.2.RESOLUTION DE L'EQUATION :

En 1947, Sauer.R [8] pour résoudre l'équation (2-8), proposa une approximation en séries de la forme suivante:

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{\varphi}(x, y) = \sum_{l=0}^{\infty} f_{2l}(x) y^{2l} = f_0(x) y^0 + f_2(x) y^2 + f_4(x) y^4 + \dots \\ \underline{u} = \frac{\partial \underline{\varphi}(x, y)}{\partial x} = f_0'(x) y^0 + f_2'(x) y^2 + f_4'(x) y^4 + \dots \\ \underline{v} = \frac{\partial \underline{\varphi}(x, y)}{\partial y} = 2y f_2(x) + 4y^3 f_4(x) + \dots \end{array} \right. \quad (2-11)$$

En substituant l'équation (2.11) dans (2.10) et après arrangement, on obtient

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{u}(x, y) = \alpha x + \frac{(\gamma+1)\alpha^2}{2(1+\delta)} y^2 + \dots \\ \underline{v}(x, y) = \frac{(\gamma+1)\alpha^2 xy}{(1+\delta)} + \frac{(\gamma+1)\alpha^3 y^3}{2(1+\delta)(3+\delta)} + \dots \\ \text{avec :} \\ \alpha = \left[\frac{1+\delta}{(\gamma+1)\rho_{tu} y_t} \right]^{\frac{1}{2}} \end{array} \right. \quad (2-12)$$

La ligne sonique ou critique possède une forme parabolique, on peut l'obtenir en posant comme première approximation $\underline{u} = 0$:

$$x_k = -\frac{(\gamma+1)\alpha}{2(1+\delta)} y_k^2 \quad (2-13)$$

Cette courbe coupe l'axe de la tuyère au point $x=y=0$ et sa courbure est donnée par la relation ci-dessous:

$$\frac{1}{\rho_k} = (\gamma + 1)\alpha \quad (2-14)$$

Le profil voisin de l'axe de la tuyère est donné, en posant $\underline{v} = 0$:

$$x_c = -\frac{\gamma+1}{2(3+\delta)}\alpha y_c^2 \quad (2-15)$$

Ceci implique que la distance entre le point correspondant au rayon minimum et l'origine est :

$$\varepsilon = -x_t = \frac{\gamma-1}{2.(3+\delta)}.\alpha y_t^2 \quad (2-16)$$

Le point de jonction de la ligne sonique avec la paroi de la tuyère est obtenu par une approximation à partir de l'équation (2-13) en posant $y_k = y_t$.

La distance entre le point de jonction de la ligne sonique et celle représentant le rayon minimum au col noté η peut être obtenu grâce à la relation (2.17) ci-dessous:

$$\eta = -(x_k - x_t) = \frac{\gamma+1}{(\delta+1)(\delta+3)}\alpha y_t^2 = \frac{2}{\delta+1}\xi \quad (2-17)$$

1. CAS DE L'ÉCOULEMENT BIDIMENSIONNEL ($\delta = 0$) :

Pour le cas de l'écoulement bidimensionnel on pose $\delta = 0$ dans l'équation (3.12) et on obtient :

$$\text{On aura : } \left\{ \begin{array}{l} \underline{u}(x, y) = \alpha x + \frac{(\gamma+1)\alpha^2}{2} y^2 + \dots \dots \\ \underline{v}(x, y) = (\gamma + 1)\alpha^2 x y + \frac{(\gamma+1)^2}{6} \alpha^3 y^3 + \dots \dots \\ \text{avec :} \\ \alpha = \left[\frac{2}{(\gamma+1)R_{tu} y_t} \right]^{\frac{1}{2}} \end{array} \right. \quad (2-18)$$

La ligne sonique est donnée par :

$$x_k = -\frac{(\gamma+1)}{2} y_k^2 \quad (2-19)$$

La courbure est donnée:

$$\frac{1}{\rho_k} = (\gamma + 1)\alpha \quad (2-20)$$

Le profil voisin de l'axe de la tuyère est donné, en posant $\underline{y} = 0$

$$x_c = -\frac{(\gamma+1)}{6} \alpha y_t^2 = -\xi \quad (2-21)$$

2. LE CAS DE L'ÉCOULEMENT AXISYMETRIQUE:

Au même titre que le cas de l'écoulement bidimensionnel, on remplace dans l'équation (3.12), le δ par la valeur de 1 :

$$\begin{cases} \underline{u}(x, y) = \alpha x + \frac{(\gamma+1)}{4} \alpha^2 y^2 + \dots \\ \underline{v}(x, y) = \frac{(\gamma+1)}{2} \alpha^2 x y + \frac{(\gamma+1)^2}{6} \alpha^3 y^3 + \dots \\ \alpha = \left[\frac{2}{(\gamma+1)R_{tu} y_t} \right]^{\frac{1}{2}} \end{cases} \quad (2-22)$$

Comme dans le cas précédent (écoulement bidimensionnel) on obtient la forme de la ligne sonique et la courbure données respectivement par les relations ci-dessous

$$x_k = -\frac{(\gamma+1)\alpha}{4} y_k^2 \quad (2-23)$$

$$\frac{1}{\rho_k} = \frac{(\gamma+1)}{2} \alpha \quad (2-24)$$

Ainsi que :

$$x_t = -\frac{\gamma+1}{8} \alpha y_t^2 \quad (2-25)$$

$$\xi = -x_t = \frac{\gamma+1}{8} \alpha \quad (2-26)$$

$$\frac{1}{\rho_s} = \frac{2}{(\gamma+1)\alpha} \alpha y_s = \frac{2}{(\gamma+1)} y_s \quad (2-27)$$

En comparant les résultats des deux cas, à savoir l'écoulement bidimensionnel et axisymétrique, soit : $\delta = 0$ et $\delta = 1$, on aura alors :

$$\frac{\xi(\text{axisy})}{\xi(\text{plan})} = 1,06$$

$$\frac{n(\text{axisy})}{n(\text{plan})} = 0,53$$

$$\frac{\alpha(\text{axisy})}{\alpha(\text{plan})} = 1,41 = \sqrt{2}$$

2.3.METHODE DE HALL :

La méthode de Sauer.R [8] ne prend en considération que la première approximation seulement. C'est-à-dire, que les termes à partir de l'ordre R^{-2} sont négligés. Par contre, Hall I.M [9] a proposé, comme solution pour les écoulements transsoniques au col : des séries des puissances inverses du paramètre R qui représente le rapport entre les rayons de courbure amont de la tuyère sur celui du col. Les trois termes de la solution de Hall sont les mêmes pour chacun des trois profils (parabolique, hyperbolique, et arc-circulaire). Ils sont calculés pour les deux cas, à savoir :

- Ecoulement bidimensionnel ;
- Ecoulement axisymétrique.

2.3.1.FORMULATION MATHEMATIQUE:

L'origine du système des coordonnées étant le centre du col. La tuyère est considérée symétrique par rapport à l'axe (ox). Le profile avant le col à une forme parabolique hyperbolique ou arc circulaire. La demi-hauteur du col est donnée par l'équation suivante:

$$h = 1 + \frac{x^2}{2R} + \sigma \frac{x^4}{8R^3} + \vartheta(X^2) \quad (2-28)$$

$$\text{Ou } \sigma = \begin{cases} 1 \text{ pour un arc circulaire} \\ 0 \text{ pour une forme parabolique} \\ -1 \text{ pour une forme hyperbolique} \end{cases}$$

En prenant l'équation (2.6) et en tenant compte uniquement les termes dominants, on aura alors :

$$-2\underline{u} \frac{\partial \underline{u}}{\partial x} + \frac{2}{\gamma+1} \frac{\partial \underline{v}}{\partial y} + \frac{2}{\gamma+1} \frac{\delta \underline{v}}{y} = 0 \quad \text{avec} \quad \frac{\partial \underline{u}}{\partial y} = \frac{\partial \underline{v}}{\partial z} \quad (2-29)$$

En éliminant \underline{v} de l'équation (2-29), nous obtenons comme approximation l'équation ci-dessous :

$$\frac{\partial^2 \underline{u}}{\partial y^2} + \frac{\delta}{y} \frac{\partial \underline{u}}{\partial y} = (\gamma + 1) \frac{\partial}{\partial x} \left(\underline{u} \frac{\partial \underline{u}}{\partial x} \right) \quad (2-30)$$

Et comme condition aux limites, nous avons :

$$\frac{\underline{v}}{1+\underline{u}} = \frac{dh}{dx} \quad \text{pour} \quad y=h \quad (2.31)$$

En utilisant l'équation (2.27) on obtient :

$$\underline{v}_y = h(1 + \underline{u}_{y=h}) \left(\frac{x}{R} \delta \left(\frac{x^3}{2R^3} \right) + \dots \dots \right) \quad (2-32)$$

Pour un R très grand et un \underline{u} très petit on a donc :

$$\underline{v}_y = h = \frac{x}{R} \quad ; \quad \left(\frac{\partial \underline{u}}{\partial y} \right)_{y=h} = \frac{1}{R}$$

Sachant que y est de l'ordre $\theta(1)$ dans le régime considéré, alors \underline{u} doit être du même ordre

L'équation (2-30) montre pour que les deux côtés de l'équation sont du même ordre, alors, x doit être de l'ordre $\theta\left(R^{-\frac{1}{2}}\right)$ et pour des raisons de commodité on prend :

$$\text{Avec} \quad x = \left[\frac{\gamma+1}{(1+\delta)R} \right]^{\frac{1}{2}} z \quad (2-32)$$

Où z est du même ordre que y $\theta(1)$, la solution exacte des équations différentielles (2-6 et 2-29) sont en termes de y et z à la place de x et y.

Par conséquent, \underline{u} peut être exprimée en fonction des puissances inverses de R.

$$\underline{u} = \frac{u_1(y,z)}{R} + \frac{u_2(y,z)}{R^2} + \dots \dots \quad (2-33)$$

Les équations (2-29) et (2-32) montrent que \underline{v} doit être sous la forme :

$$\underline{v} = \left[\frac{\gamma+1}{(1+\delta)^2} \right]^{\frac{1}{2}} \left[\frac{v_1(y,z)}{R} + \frac{v_2(y,z)}{R^2} + \dots \dots \right] \quad (2-34)$$

Substituant ces séries exponentielles dans l'équation (2-29) et considérant chaque puissance de R séparément. On aura alors les équations suivantes :

$$\frac{\partial v_n}{\partial z} = \frac{\partial u_n}{\partial y} \quad n \geq 1 \quad (2-35)$$

$$-u_1 \frac{\partial u_1}{\partial z} + \frac{1}{1+\delta} \frac{\partial v_1}{\partial y} + \frac{\delta}{1+\delta} \frac{v_1}{y} = 0 \quad (2-36)$$

$$-u_1 \frac{\partial u_n}{\partial z} - u_n \frac{\partial u_1}{\partial z} + \frac{1}{1+\delta} \frac{\partial v_n}{\partial y} + \frac{\delta}{1+\delta} \frac{v_n}{y} = \Phi_{n-1} \quad n \geq 2 \quad (2-37)$$

Φ_n est en fonction de $v_1, u_1, u_2, v_2 \dots \dots$ et sont données par les équations suivantes

$$\Phi_1 = \frac{1}{2} u_1^2 \frac{\partial u_1}{\partial z} + \frac{2}{1+\delta} v_1 \frac{\partial u_1}{\partial z} + \frac{\gamma-1}{\delta+1} u_1 \frac{\partial v_1}{\partial y} + \frac{\delta(\gamma-1)}{1+\delta} \frac{u_1 v_1}{y} \quad (2-38)$$

$$\begin{aligned} \Phi_2 = & u_2 \frac{\partial u_2}{\partial z} + \frac{1}{2} u_1^2 \frac{\partial u_2}{\partial z} + u_1 u_2 \frac{\partial u_1}{\partial z} + \frac{\gamma-1}{\delta+1} v_1^2 \frac{\partial u_1}{\partial z} + \frac{2}{1+\delta} v_1 \frac{\partial u_1}{\partial y} \\ & + \frac{2}{1+\delta} u_1 v_1 \frac{\partial u_1}{\partial y} + \frac{2}{1+\delta} v_1 \frac{\partial u_2}{\partial y} \end{aligned} \quad (2-39)$$

➤ CONDITIONS AUX LIMITES

L'équation (2-28) peut être réécrite en utilisant l'équation (2-32) comme suit :

$$h = 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\gamma+1}{1+\delta} \right) \frac{z^2}{R^2} + \frac{\sigma}{8} \left(\frac{\gamma+1}{1+\delta} \right) \frac{z^4}{R^5} + \dots \dots$$

D'où :

$$\frac{dh}{dx} = \frac{dh}{dz} \frac{dz}{dx} = \left[\frac{\gamma+1}{(1+\delta)R} \right]^{\frac{1}{2}} \left[\frac{z}{R} + \frac{\sigma}{2} \left(\frac{\gamma+1}{1+\delta} \right) \frac{z^3}{R^4} + \dots \dots \right]$$

Les composantes de la vitesse \underline{u} et \underline{v} peuvent être exprimées en fonction de leurs valeurs et leur dérivée en $y=1$ en utilisant les séries de Taylor :

$$\begin{aligned} \underline{v}(h,z) &= \underline{v}(1,z) + (h-1) \frac{\partial \underline{v}}{\partial y}(1,z) + \theta [(h-1)^2] \\ &= \underline{v}(1,z) + \frac{1}{2} \left(\frac{\gamma-1}{1+\delta} \right) \frac{z^2}{R^2} \cdot \frac{\partial \underline{v}}{\partial y}(1,z) + \theta \left[R^{-\frac{11}{2}} \right] \end{aligned} \quad (2-40)$$

En substituant l'équation (2.40) dans l'équation (2-31) et en utilisant les séries (2-33 et 2-34) représentant \underline{u} et \underline{v} et en égalant les coefficients pour chaque puissance de R .

On obtient les conditions aux limites dont les trois premières sont données par les équations ci-dessous :

$$v_1(1, z) = z \quad (2-41)$$

$$v_2(1, z) = z u_1(1, z) \quad (2-42)$$

$$v_3(1, z) = z u_2(1, z) - \frac{1}{2} \left(\frac{\gamma+1}{\delta+1} \right) z^2 \frac{\partial v_1}{\partial y}(1, z) \quad (2-43)$$

Delà, le problème consistera à résoudre l'équation (2-35) avec les conditions aux limites (2-41, 2-42 et 2-43), nous obtenons alors :

$$\begin{cases} \frac{\partial v_n}{\partial z} = \frac{\partial u_n}{\partial y} \\ v_1(1, z) = z \\ v_2(1, z) = z u_1(1, z) \\ v_3(1, z) = z u_2(1, z) - \frac{1}{2} \left(\frac{\gamma+1}{\delta+1} \right) z^2 \frac{\partial v_1}{\partial y}(1, z) \end{cases}$$

Le problème peut être toujours résolu pour les deux cas, à savoir :

1. LE CAS DE L'ÉCOULEMENT BIDIMENSIONNEL;

➤ Première approximation

$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} y^2 - \frac{1}{6} + z \\ v_1 = \frac{1}{6} y^3 - \frac{1}{6} y + yz \end{cases} \quad (2-44)$$

$$(2-45)$$

➤ Deuxième Approximation :

$$u_2 = \frac{\gamma+6}{18} y^4 - \frac{2\gamma+9}{18} y^2 + \frac{\gamma+30}{270} + z \left(y^2 - \frac{1}{2} \right) - \frac{2\gamma-3}{6} z^2 \quad (2-46)$$

$$v_2 = \frac{22\gamma+75}{360} y^5 - \frac{5\gamma+21}{54} y^3 + \frac{34\gamma+195}{1080} y + z \left(\frac{2\gamma+12}{9} y^3 - \frac{2\gamma-9}{9} y \right) + yz^2 \quad (2-47)$$

➤ **Troisième Approximation :**

$$u_3 = \frac{362\gamma^2+1449\gamma+3177}{12960}y^6 - \frac{194\gamma^2+837\gamma+1665}{2592}y^3 + \frac{854\gamma^2+3687\gamma+6753}{12960}y^2 - \frac{782\gamma^2+5523\gamma+22875}{272160} + z \left[\frac{26\gamma^2+429\gamma+237}{288}y^4 - \frac{26\gamma^2+51\gamma+183}{144}y^2 + \frac{134\gamma^2+429\gamma+1743}{4320} \right] + z^2 \left[\frac{7\gamma-18}{36} - \frac{5\gamma}{4}y^2 \right] + z^3 \left[\frac{2\gamma^2-33\gamma+9}{72} \right] \dots \dots \quad (2-48)$$

$$v_3 = \frac{6574\gamma^2+26461\gamma+40053}{181440}y^7 - \frac{2254\gamma^2+10113\gamma+16479}{25920}y^5 + \frac{5026\gamma^2+25551\gamma+64377}{77760}y^3 - \frac{2254\gamma^2+10113\gamma+16479}{544320}z + \left[\frac{362\gamma^2+1449\gamma+3177}{2160}y^5 - \frac{194\gamma^2+837\gamma+1665}{648}y^3 + \frac{854\gamma^2+3687\gamma+6759}{6480} \right] + z^2 \left[\frac{26\gamma^2+27\gamma+237}{144}y^3 - \frac{26\gamma^2+51\gamma+189}{144}y \right] + z^3 \left[-\frac{5\gamma}{6}y \right] \quad (2-49)$$

➤ **Coefficient de décharge :**

Soit w : masse du fluide à travers une tuyère et w^* : masse de fluide à travers le col, On a :

$$\frac{W}{W^*} = \int_0^1 \left(\frac{\rho u}{\rho^* u^*} \right)_{z=0} dy \quad (2-50)$$

- Avec ρ densité et ρ^* densité critique.

Pour un écoulement isentropique on à :

$$\frac{\rho}{\rho^*} = \left[\frac{\gamma+1}{2} - \frac{\gamma-1}{2}V^2 \right]^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

D'où :

$$\frac{W}{W^*} = \int_0^1 \left(u \left[\frac{\gamma+1}{2} - \frac{\gamma-1}{2}V^2 \right]^{\frac{1}{\gamma-1}} \right) z dy = 0$$

Avec

$$\underline{u} = 1 + u'$$

Enfin on obtient :

$$\frac{W}{W^*} = 1 - \frac{\gamma+1}{R^2} \left[\frac{1}{90} - \frac{2\gamma+9}{954R} + \frac{334\gamma^2+1703\gamma+2733}{R^2} + \dots \dots \right] \quad (2-51)$$

2. SOLUTION POUR UN ECOULEMENT AXISYMETRIQUE($\delta = 1$)

➤ Première approximation

$$u_1 = \frac{1}{2}y^2 - \frac{1}{4} + z \quad (2-52)$$

$$v_1 = \frac{1}{4}y^3 - \frac{1}{4}y + yz \quad (2-53)$$

➤ Deuxième approximation :

$$u_2(y, z) = \frac{2\gamma+9}{24}y^4 - \frac{4\gamma+15}{24}y^2 + \frac{10\gamma+57}{288} + z\left(y^2 - \frac{5}{8}\right) - \frac{2\gamma-3}{6}z^2 \quad (2-54)$$

$$v_2(y, z) = \frac{\gamma+3}{9}y^5 - \frac{20\gamma+63}{90}y^3 + \frac{28\gamma+93}{288}y + z\left(\frac{2\gamma+9}{6}y^3 - \frac{4\gamma+15}{12}y\right) + z^2y \quad (2-55)$$

➤ Troisième approximation :

$$\begin{aligned} u_3 = & \frac{556\gamma^2+1737\gamma+3069}{10368}y^6 - \frac{388\gamma^2+1161\gamma+1881}{2304}y^4 + \frac{304\gamma^2+831\gamma+1242}{1728}y^2 - \\ & \frac{2708\gamma^2+7839\gamma+14211}{82944} - z\left[\frac{52\gamma^2+51\gamma+327}{384} - \frac{52\gamma^2+75\gamma+279}{192} - \frac{92\gamma^2+180\gamma+639}{1152}y\right] \\ & + z^3\left[\frac{4\gamma^2-57\gamma+27}{144}\right] + z^2\left[\frac{7\gamma-3}{8}y^2 + \frac{13\gamma-27}{48}\right] \end{aligned} \quad (2-56)$$

$$\begin{aligned} v_3 = & \frac{6836\gamma^2+23031\gamma+30627}{82944}y^7 - \frac{3380\gamma^2+11391\gamma+15291}{13824}y^5 + \frac{3424\gamma^2+11271\gamma+15288}{13824}y^3 - \\ & \frac{7100\gamma^2+22311\gamma+30249}{82944} + z\left[\frac{556\gamma^2+1737\gamma+3069}{1728}y^5 - \frac{388\gamma^2+1161\gamma+1881}{576}y^3 - \right. \\ & \left. \frac{304\gamma^2+831\gamma+1242}{864}y\right] + z^2\left[\frac{52\gamma^2+51\gamma+327}{192}y^3 + \frac{52\gamma^2+75\gamma+279}{192}y\right] - z^3\left[-\frac{7\gamma-3}{12}y\right] \end{aligned} \quad (2-57)$$

Comme précédemment le coefficient de décharge sera donné par la relation suivante

$$\frac{w}{w^*} = 2 \int \left(\frac{\rho \cdot u}{\rho^* \cdot u^*}\right)_{z=0} y dy \quad (2-58)$$

$$\frac{w}{w^*} = 1 - \frac{\gamma+1}{R^2} \left[\frac{1}{96} - \frac{8\gamma+21}{4608 R} + \frac{754 \gamma^2 + 1971 \gamma + 2007}{552960 R^2} + \dots \dots \dots \right] \quad (2-59)$$

2.4.METHODE DE KLIEGEL ET LEVINE :

On a remarqué que la méthode de Hall I.M[10] développée en 1962 a permis de déterminer les composantes radiales et axiales de la vitesse sonique pour un écoulement axisymétrique irrotationnel d'un gaz parfait.

Cette solution est présentée sous la forme d'un développement en série exprimé en coordonnées cylindriques en termes de puissances inverses du paramètre R. Néanmoins, les résultats obtenus par cette méthode montrent des limites et des divergences particulièrement pour des tuyères à rayons au col très petits. Ces divergences proviennent du système de coordonnées utilisé.

En effet, le paramètre $\frac{1}{R}$ dans la méthode de Hall est introduit dans les conditions aux limites à la paroi. Ces conditions exigent que l'angle formé par la direction du fluide soit égal à la pente locale de la paroi.

Mais cette limite n'est pas une coordonnée constante dans le système de coordonnées cylindrique et doit être évaluée comme une série de puissance inverse de R.

Ainsi la condition à la limite à la paroi n'est jamais satisfaite dans le système de coordonnées, en outre, à la paroi la vitesse radiale v est proportionnelle à sa pente et qui peut devenir très importante au voisinage du col dans la tuyère ou $R < 1$.

Par conséquent, l'étude consiste à trouver une solution dans un autre système de coordonnées où l'axe et la paroi de la tuyère sont tous les deux considérés comme axes de coordonnées.

2.4.1.LES COORDONNEES TOROÏDALES :

La figure2.2 représente les coordonnées toroïdales ou l'axe de symétrie et la paroi au col sont tous les deux des coordonnées. Ils sont représentés respectivement par les lignes :

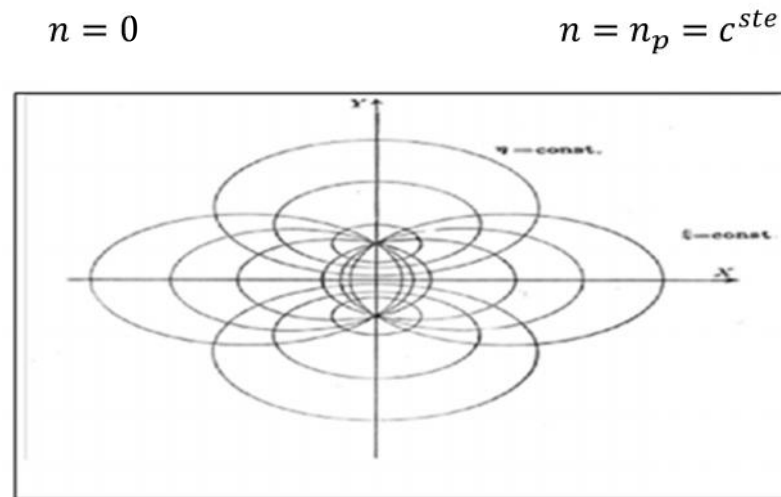


Figure2.2 : coordonnées toroïdales.

La relation décrivant le plan et le contour de la paroi au col sont exprimées en termes du paramètre R respectivement par :

$$\varepsilon = 0$$

$$n_p = \frac{1}{2} L n \frac{1 + \frac{\sqrt{1+2R}}{1+R}}{1 - \frac{\sqrt{1+2R}}{1+R}}$$

Et qui peuvent être développé :

$$n_p = \frac{(2)^{\frac{1}{2}}}{(1+R)^{\frac{1}{2}}} \left[1 + \frac{0.4166}{(1+R)} + \frac{0.2688}{(1+R)^2} + \frac{0.1976}{(1+R)^3} + \frac{0.1556}{(1+R)^4} + \frac{0.1280}{(1+R)^5} + \dots \dots \dots \right]$$

Kliegel J.R & Levin J.N [10] afin d'améliorer la solution de Hall I.M[9] et d'éviter les problèmes de divergences causés par les tuyères à rayons au col petit proposent de rechercher la solution en termes, de séries de puissances inverses de (1+R) au lieu du terme R comme utilisé par leurs prédécesseurs.

La méthode consiste à transformer le système de coordonnées cylindriques en un système de coordonnées toroïdales.

La solution donnée par la méthode de Hall devient alors :

$$u = 1 + \frac{u_r(r,z)}{(R+1)} + \frac{1}{(R+1)^2} [u_1(r,z) + u_2(r,z)] + \frac{1}{(R+1)^3} [u_1(r,z) + 2u_2(r,z) + u_3(r,z)] + \dots \quad (2-60)$$

$$v = \left[\frac{\gamma+1}{2(R+1)} \right]^{1/2} \left[\frac{v_1(r,z)}{(R+1)} + \frac{1}{(R+1)^2} \left(\frac{3}{2} v_1(r,z) + v_2(v,z) \right) + \frac{1}{(R+1)^3} \left(\frac{15}{8} v_1(r,z) + \frac{5}{2} v_2(r,z) + V_3(r,z) \right) \right] + \dots \quad (2-61)$$

Les termes u_1, v_1, u_2, v_2, u_3 et v_3 sont calculés déjà par la méthode de Hall, nous remarquons que les termes à partir de l'ordre 4 sont négligés.

Dans ce cas :

$$z = \sqrt{\frac{2R}{\gamma+1}} \frac{x}{y_c} = \sqrt{\frac{2R+4}{\gamma+1}} \frac{\sinh(\xi)}{\cosh(\eta) + \cos(\xi)}$$

$$y_r = \frac{y}{y_c} = \sqrt{1 + \frac{2}{R} \frac{\sinh(\eta)}{\cosh(\eta) + \cos(\xi)}}$$

2.5.APPLICATIONS RESULTATS ET INTERPRETATIONS

Dans ce qui suit, on va s'intéresser à l'application des trois méthodes analytiques proposées par Sauer, Hall et Kliegel & Levine sur différentes tuyères dont les données thermodynamiques et les caractéristiques géométriques sont en notre possession.

Les deux premiers cas d'études sont représentés, par deux tuyères en l'occurrence les tuyères Antares et Bernice, appartenant à l'Office National des Recherches Aérospatiales (ONERA) et équipant respectivement le premier étage du moteur SEPR 7341 de l'engin de recherche « Antares » et le premier étage du moteur SEPR 739P de l'engin aérospatial « Bérénice » appartenant à l'ONERA.

Le troisième cas d'études est représenté par une tuyère TIC appartenant au Centre National de Recherches Aérospatiales.

Pour terminer, une étude comparative entre les trois méthodes est établie pour chaque tuyère tout en présentant les paramètres influant sur l'écoulement.

2.5.1.LES TUYERES ONERA:

Les deux tuyères ONERA, à savoir celles d'Antares et de Bérénice sont caractérisées par les données géométriques et thermodynamiques données par le tableau .1 ci-dessous.

Tableau 2.1 : Données géométriques des tuyères « Antares » et « Bérénice ».

	P_a [bar]	P_t [Kg/s]	T_t [K]	Y_s [m]	Y_t [m]	R_{tu} [m]	R_{td} [m]	a	s
Antares	1.013	54	2500	0.197	0.088	0.044	0.176	20	5
Berenice	1.013	69	2800	0.227	0.069	0.0345	0.138	20	5

Avec : $\gamma = 1.20$ $R_G = 320$ [j/Kg. K]

L'application des trois méthodes citées précédemment sur ces deux tuyères a donné les résultats, représentés sur les tableaux ci-dessous (2.2, 2.3, 2.4, 2.5, 2.6 et 2.7).

Tableau 2.2 : données thermodynamiques de la ligne sonique pour la tuyère Bérénice obtenues par la méthode Kliegel&Levine.

X(i)	Y(i)	U(i)	V(i)	q(i)	P(i)	M(i)
-0.0104	0.0690	1092	0	1092	34.08	1.070
-0.0085	0.0621	1040	0.0466	1040	36.53	1.057
-0.0067	0.0552	1034	0.0314	1034	36.80	1.051
-0.0051	0.0483	1030	0.0221	1030	37.00	1.046
-0.0038	0.0414	1027	0.0167	1027	37.13	1.043
-0.0026	0.0345	1025	0.0134	1025	37.23	1.040
-0.0017	0.0276	1023	0.0109	1023	37.31	1.038
-0.0009	0.0207	1022	0.0086	1022	37.38	1.037
-0.0004	0.0138	1021	0.0060	1021	37.41	1.036
-0.0001	0.0069	1020	0.0031	1020	37.44	1.035
0	0	1020	0	1020	37.45	1.035

Tableau 2.3 : données thermodynamiques de la ligne sonique pour la tuyère Bérénice obtenues par la méthode de Hall.

X(i)	Y(i)	U(i)	V(i)	q(i)	P(i)	M(i)
-0.0128	0.0690	1100	0	1100	33.67	1.070
-0.0104	0.0621	1039	0.0505	1039	36.56	1.056
-0.0082	0.0552	1036	0.0339	1036	36.70	1.053
-0.0063	0.0483	1033	0.0186	1033	36.86	1.049
-0.0046	0.0414	1028	0.0089	1028	37.06	1.044
-0.0032	0.0345	1024	0.0033	1024	37.07	1.039
-0.0020	0.0276	1019	0.0003	1019	37.30	1.033
-0.0012	0.0207	1014	0.0008	1014	37.53	1.028
-0.0005	0.0138	1010	0.0010	1010	37.75	1.024
-0.0001	0.0069	1008	0.0006	1008	37.93	1.021
0	0	1007	0	1007	38.08	1.020

Tableau 2.4 : données thermodynamiques de la ligne sonique pour la tuyère Bérénice obtenues par la méthode de Sauer.

X(i)	Y(i)	U(i)	V(i)	q(i)	P(i)	M(i)
-0.0128	0.0690	1112	0	1112	33.14	1.100
-0.0104	0.0621	1089	0	1089	34.23	1.090
-0.0082	0.0552	1086	0	1086	35.21	1.089
-0.0063	0.0483	1049	0	1049	36.08	1.068
-0.0046	0.0414	1033	0	1033	36.84	1.049
-0.0032	0.0345	1020	0	1020	37.48	1.034
-0.0020	0.0276	1008	0	1008	38.01	1.022
-0.0012	0.0207	1000	0	1000	38.42	1.012
-0.0005	0.0138	994	0	994	38.71	1.005
-0.0001	0.0069	990	0	990	38.89	1.001
0	0	989	0	989	38.94	1.000

Tableau 2.5 : données thermodynamiques sur la ligne sonique pour la tuyère Antares obtenues par la méthode de Kliegel&Levine.

X(i)	Y(i)	U(i)	V(i)	q(i)	P(i)	M(i)
-0.0133	0.0880	1032	0	1032	26.67	1.069
-0.0108	0.0792	983	-0.046	983	28.60	1.057
-0.0085	0.0704	977	-0.031	977	28.80	1.051
-0.0065	0.0616	973	-0.022	973	29.00	1.046
-0.0048	0.0528	971	-0.016	971	29.06	1.043
-0.0033	0.0440	968	-0.013	968	29.14	1.040
-0.0021	0.0352	967	-0.011	967	29.20	1.038
-0.0012	0.0264	966	-0.0086	966	29.25	1.037
-0.0005	0.0176	965	-0.0060	965	29.28	1.036
-0.0001	0.0088	964	-0.0031	964	29.30	1.035
0	0	964	0	964	29.31	1.035

Tableau 2.6 : données thermodynamiques sur la ligne sonique pour la tuyère Antares obtenues par la méthode de Hall.

X(i)	Y(i)	U(i)	V(i)	q(i)	P(i)	M(i)
-0.0163	0.0880	1040	0	1040	26.35	1.069
-0.0132	0.0792	982	-0.0565	982	28.61	1.056
-0.0104	0.0704	979	-0.0339	979	28.71	1.053
-0.0080	0.0616	975	-0.0186	975	28.84	1.049
-0.0059	0.0528	972	-0.0089	972	29.00	1.044
-0.0041	0.0440	967	-0.0033	967	29.19	1.039
-0.0026	0.0352	962	-0.0003	962	29.37	1.033
-0.0015	0.0264	958	-0.0010	958	29.54	1.028
-0.0006	0.0176	954	-0.0010	954	29.68	1.024
-0.0001	0.0088	952	-0.0006	952	29.77	1.021
0	0	951	0	951	29.80	1.020

Tableau 2.7 : données thermodynamiques sur la ligne sonique pour la tuyère Antares obtenues par la méthode de Sauer.

X(i)	Y(i)	U(i)	V(i)	q(i)	P(i)	M(i)
-0.0163	0.0880	1051	0	1051	25.93	1.140
-0.0132	0.0792	1029	0	1029	26.79	1.113
-0.0104	0.0704	1009	0	1009	27.56	1.089
-0.0080	0.0616	991	0	991	28.24	1.068
-0.0059	0.0528	976	0	976	28.83	1.049
-0.0041	0.0440	963	0	963	29.33	1.034
-0.0026	0.0352	952	0	952	29.75	1.022
-0.0015	0.0264	944	0	944	30.07	1.012
-0.0006	0.0176	938	0	938	30.29	1.005
-0.0001	0.0088	935	0	935	30.43	1.001
0	0	934	0	934	30.48	1

Sur les tableaux précédents, nous remarquons que pour chaque point (x, y) de la ligne sonique correspond une vitesse axiale u , une vitesse radiale v , une pression P en bar et un nombre de Mach M .

Pour les méthodes de Hall [9] et Kliegel & Levine [10], nous remarquons que l'écoulement est axial vu que la vitesse radiale est nettement inférieure à la vitesse axiale.

Concernant la méthode de Sauer [8], elle suppose dès le début que l'écoulement est axial en prenant $v=0$. L'écart relatif des valeurs générées par les trois méthodes pour les deux tuyères est principalement dû à la différence d'approche de ces méthodes.

Sur les tableaux 2.8 et 2.9 sont présentées les performances des deux tuyères obtenues par les trois méthodes comparées bien sûr aux valeurs réelles. On constate aisément que ces valeurs sont très proches, exception faite pour la puissance développée où l'écart est assez grand.

Tableau 2.8 : Performances de la tuyère Bérénice obtenues par les trois méthodes en comparaison avec les performances réelles.

	Réelle	Sauer	Hall	Kliegel&Levine
P développée [N]	164546.9	126114.8	126254.6	126357.3
Débit Massique [Kg/s]	70.52	70.24	70.33	70.47
Coéf de décharge	0.9930	0.9946	0.9946	0.9966

Tableau 2.9 : Performances de la tuyère Antares obtenues par les trois méthodes en comparaison avec les performances réelles ..

	Réelle	Sauer	Hall	Kliegel&Levine
P développées [N]	202923	160002.8	160030.8	160311.5
Débit Massique [Kg/s]	95	94.634	94.661	94.940
Coef de décharge	0.9930	0.9934	0.9937	0.9966

A. LA LIGNE SONIQUE :

La forme de la ligne sonique est obtenue en posant $y = f(x)$, elle permet d'obtenir les formes paraboliques représentées sur les figures 2.3 et 2.4 dues aux pertes de charges causées d'une part, par les frottements du fluide avec les parois et les frottements entre les différentes couches du fluide, d'autre part.

Bien sûr ceci n'est pas conforme avec la théorie monodimensionnelle où la ligne sonique est considérée comme une ligne droite.

La vitesse à la paroi proche de zéro, augmente pour se maximaliser au centre de la tuyère.

Le nombre de Mach sur cette ligne sonique reste proche de 1, légèrement inférieur ou supérieur.

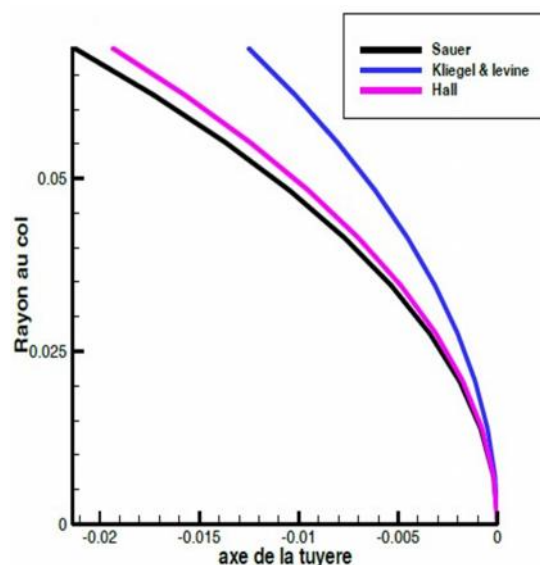


Figure.2.3: Lignes soniques pour la tuyère Bernice, obtenues par les trois méthodes

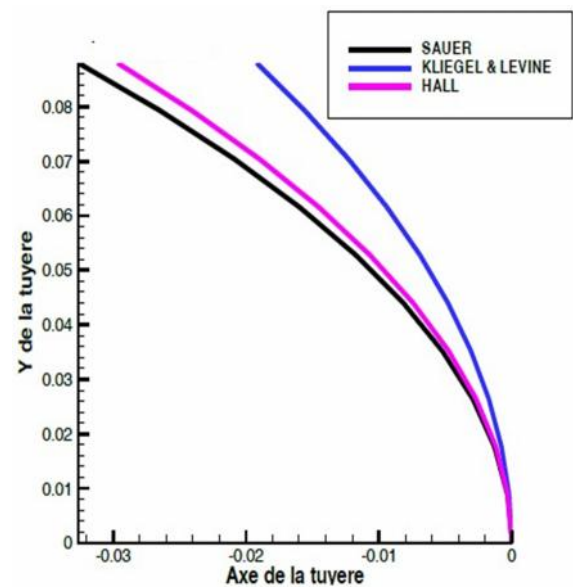


Figure.2.4: Lignes soniques pour la tuyère Antares, obtenues par les trois méthodes

Sur les mêmes figures, la comparaison de la ligne sonique obtenue par les trois méthodes a donné satisfaction. En effet, nous remarquons que les résultats obtenus sont assez proches surtout pour les méthodes de Sauer et Hall où les deux lignes sont presque confondues, ce qui est normal puisqu'ils ont utilisé le même système de coordonnées. Contrairement à Kliegel&Levine

qui utilisent un système de coordonnées toroïdales. Ces résultats sont conformes à ceux obtenus par Oswatitch-Rothstein [7] pour un rayon de courbure $R=0.625$.

B. COEFFICIENT DE DECHARGE

Les résultats obtenus pour le coefficient de décharge C_d sont donnés sur les tableaux 2.10 et 2.11. Comme première constatation on remarque que pour les valeurs de R inférieures à 0.5, les calculs ont divergés pour les méthodes de Sauer et Hall, ce qui n'est pas le cas pour la méthode de Kliegel&Levine

Tableau 2.10 : Variations du coefficient de décharge en fonction de R pour la tuyère Bérenice, obtenues par les trois méthodes

R	C_d		
	Sauer	Hall	Kliegel&Levine
0.070	*****	*****	0.9021
0.072	*****	*****	0.9200
0.092	*****	*****	0.9520
0.138	*****	*****	0.9640
0.230	*****	*****	0.9730
0.345	*****	*****	0.9799
0.460	0.8300	0.8500	0.9844
0.541	0.9186	0.9101	0.9856
0.632	0.9554	0.9215	0.9886
0.690	0.9554	0.9413	0.9897
1.000	0.9781	0.9750	0.9933
1.500	0.9901	0.9908	0.9960
2.000	0.9944	0.9946	0.9973
2.500	0.9964	0.9963	0.9980
3.000	0.9974	0.9973	0.9985
3.500	0.9981	0.9980	0.9988
4.000	0.9985	0.9983	0.9990
4.500	0.9989	0.9986	0.9992

Tableau 2.11: Variations du coefficient de décharge en fonction de R pour la tuyere Antares , obtenues par les trois methodes

C_d			
R	Sauer	Hall	Kliegel&Levine
0.0704	*****	*****	0.9030
0.0880	*****	*****	0.9478
0.1173	*****	*****	0.9604
0.1760	*****	*****	0.9682
0.2200	*****	*****	0.9721
0.2930	0.8185	0.8214	0.9771
0.4400	0.8473	0.8532	0.9838
0.5410	0.9298	0.9234	0.9867
0.6320	0.9475	0.9590	0.9887
1.0000	0.9781	0.9750	0.9933
1.5000	0.9901	0.9909	0.9960
2.0000	0.9940	0.9946	0.9973
2.5000	0.9964	0.9963	0.9981
3.0000	0.9975	0.9973	0.9985
3.5000	0.9979	0.9980	0.9988
4.0000	0.9986	0.9983	0.9991
4.5000	0.9990	0.9987	0.9993

Les figures 2.5 et 2.6 montrent respectivement l'allure de la variation du coefficient de décharge C_d en fonction du rayon de courbure R pour les tuyères Berenice et Antares.

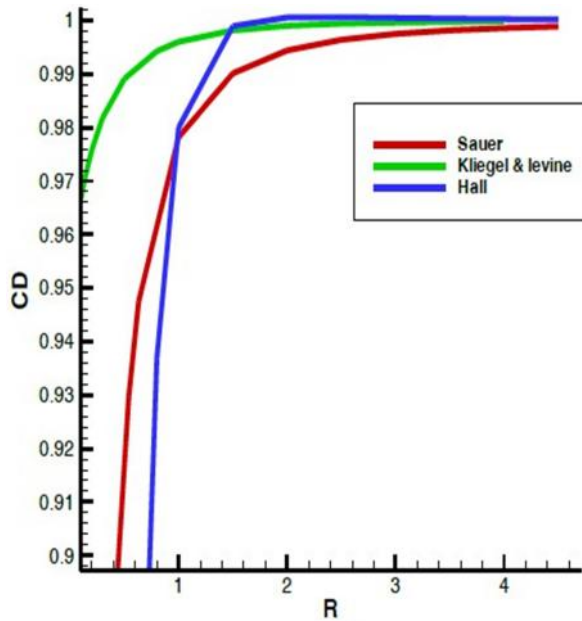


Figure.2.5 : Variation du C_d pour la tuyere Berenice,obtenue par les trois methodes

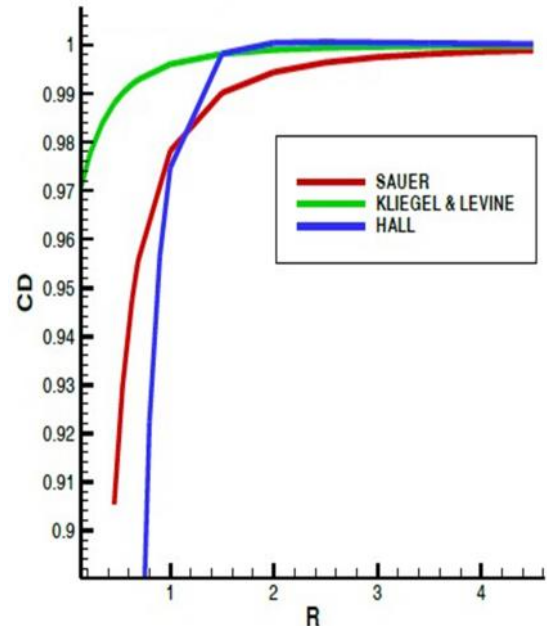


Figure. 2.6 : Variation du C_d pour la tuyere Antares, obtenue par les trois methodes

Comme première remarque, le coefficient de décharge C_d augmente en fonction de R pour se stabiliser à une valeur au voisinage de l'unité.

Les méthodes de Hall et Sauer donnent des valeurs de C_d inférieures à 0.85 pour des rayons de courbure de R inférieurs à 0.5. Ces valeurs correspondent, un rendement très faible sur le plan pratique.Par contre, la méthode de Kliegel& Levine donne des résultats très satisfaisants pour des rayons de courbure très petits(tableau2.8)

Ces derniers sont compatibles avec la théorie.En effet, nous avons mentionné précédemment que cette méthode est plus raffinée que les deux autres, car elle tient compte d'un système de coordonnées plus adéquat.

La comparaison des trois méthodes donne satisfaction surtout pour des valeurs de R supérieures à 0.5. Le léger écart constaté est dû à la différence d'approche utilisée par chaque auteur.

C. INFLUENCE DE γ SUR LA LIGNE SONIQUE

Les figures (2.7, 2.8 et 2.9) représentent l'influence du paramètre thermodynamique γ qui représente rapport de chaleur spécifique sur les lignes soniques obtenues respectivement par les méthodes de Sauer, Hall et Kliegel&Levine pour la tuyère Antares.

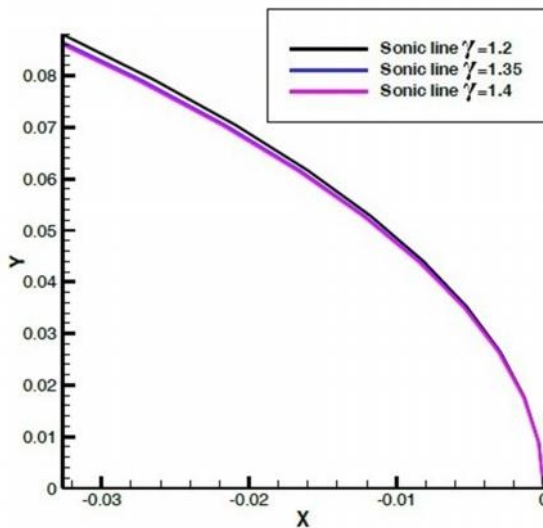


Figure.2.7 : Influence de γ sur la ligne sonique pour la tuyère Antares (Sauer)

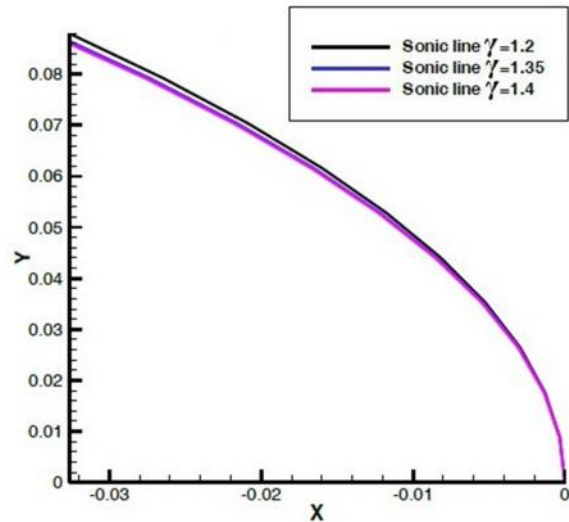


Figure.2.8 : Influence de γ sur la ligne sonique pour la tuyère Antares (Hall)

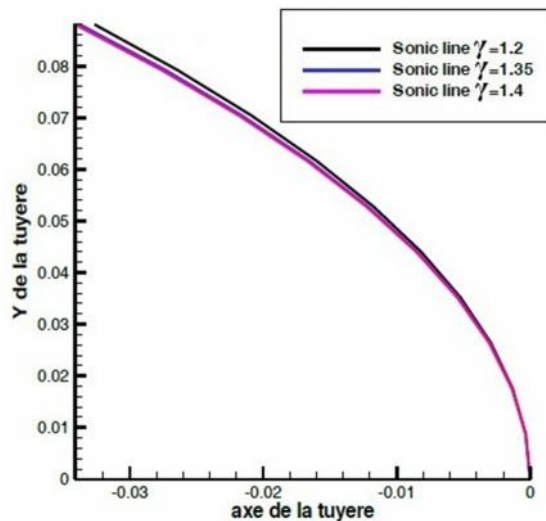


Figure.2.9 : Influence de γ sur la ligne sonique pour la tuyère Antares (Kliegel&Levine)

Nous remarquons que pour les différentes valeurs du rapport de chaleur spécifique (1.2, 1.36 et 1.4), la ligne sonique garde toujours sa forme parabolique.

Les courbes obtenues pour ces valeurs sont presque confondues, la variation de ce paramètre n'a aucune incidence majeure sur l'écoulement transsonique, quelle que soit la méthode utilisée. Par conséquent, aucun effet sur l'écoulement supersonique dans la partie divergente.

Même phénomène a été constaté pour la tuyère Bérénice comme le montre les figures (2.10, 2.11 et 2.12).

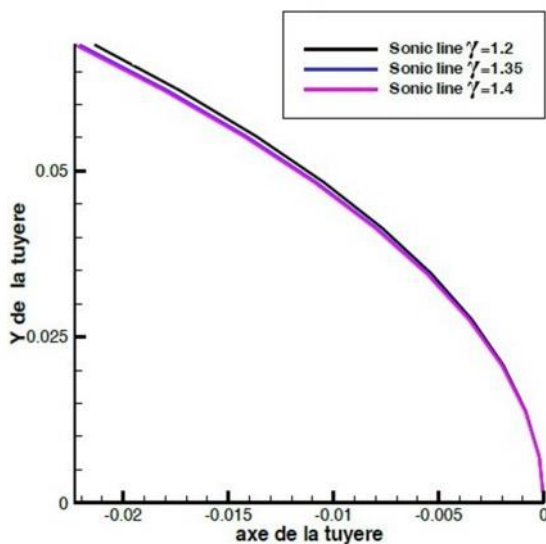


Figure2.10: Influence de γ sur la sonique pour la tuyère Berenice(Sauer)

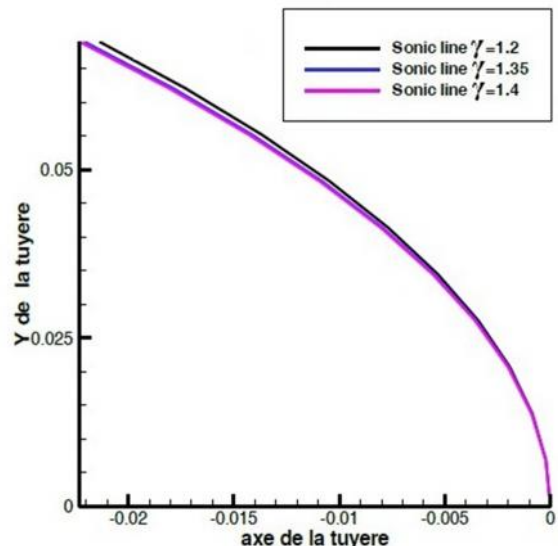


Figure2.11 : Influence de γ sur la ligne sonique pour la tuyère Berenice(Hall)

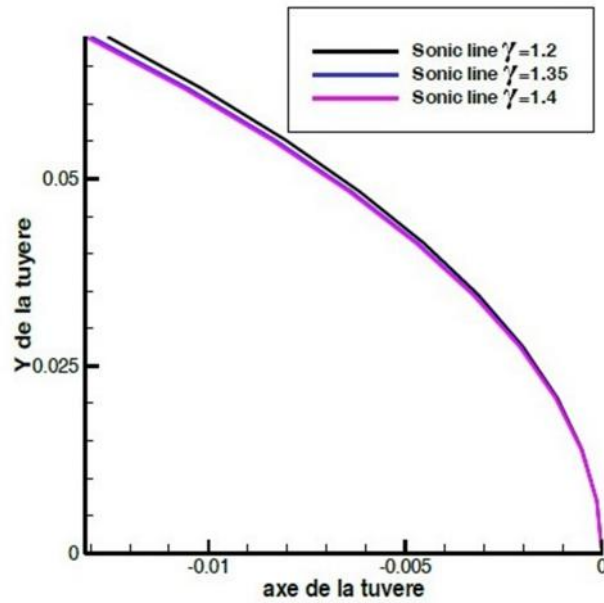


Figure 2.12 : Influence de γ sur la ligne sonique
Pour La tuyère Berenice (Kliegel&Levine)

D. INFLUENCE DU PARAMETRE R SUR LA LIGNE SONIQUE

Les figures (2.13, 2.14 et 2.15) ci-dessous présentent l'influence du rayon de courbature R sur la ligne sonique de la tuyère Antares. Résultats obtenus par les trois méthodes, à savoir : Hall, Sauer et Kliegel&Levine. Plusieurs valeurs du rayon de courbature R ont été adoptées : 0.5, 0.8, 1, 1.5 et 2.

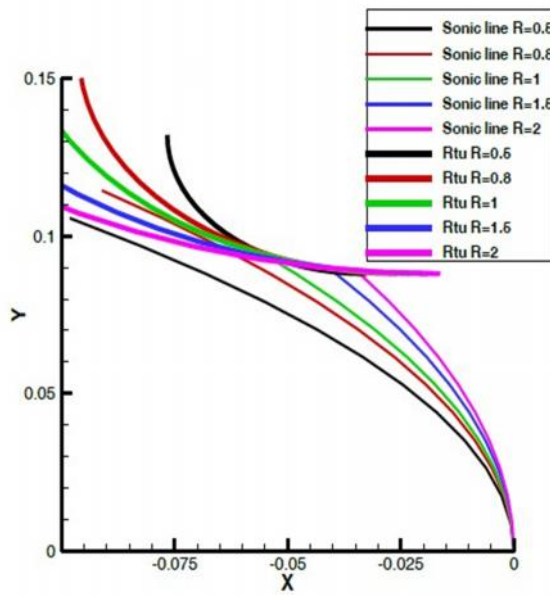


Figure 2.13 : Influence R sur la ligne sonique pour la tuyère Antares (Sauer)

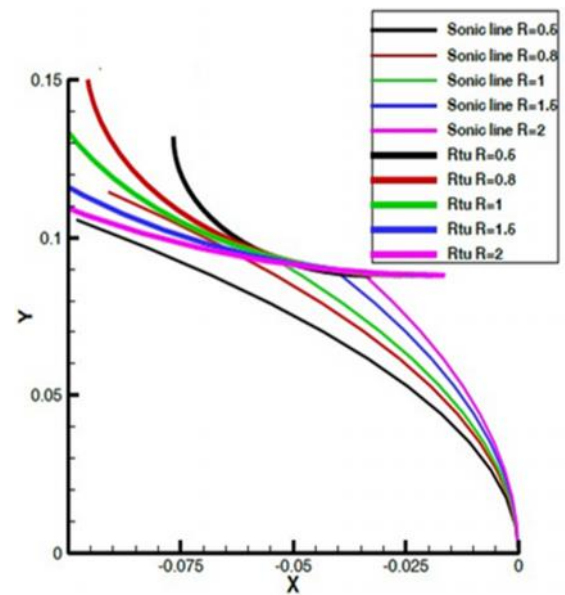


Figure 2.14 : Influence de R sur la ligne sonique pour la tuyère Antares (Hall)

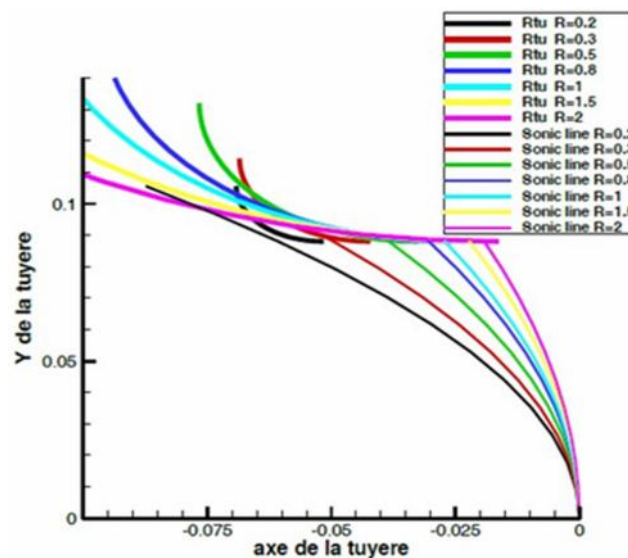


Figure 2.15 : Influence de R sur la ligne sonique pour la tuyère Antares (Kliegel & Levine)

On remarque d'après les figures ci-dessus, que la ligne sonique garde toujours sa forme parabolique, mais l'écart entre ces lignes est très apparent. Preuve en est, que cette ligne sonique change de position avec une incidence sur l'écoulement supersonique dans le divergent de la tuyère.

Pour des valeurs de R inférieures à 0.5 (les lignes soniques ne conservent pas leur forme parabolique), en comparaison avec la méthode de Kliegel&Levine qui présente des résultats satisfaisants pour mêmes valeurs.

Les mêmes remarques ont été constatées pour la tuyère Bérénice, voir ci-dessous les figures (2.16, 2.17 et 2.18).

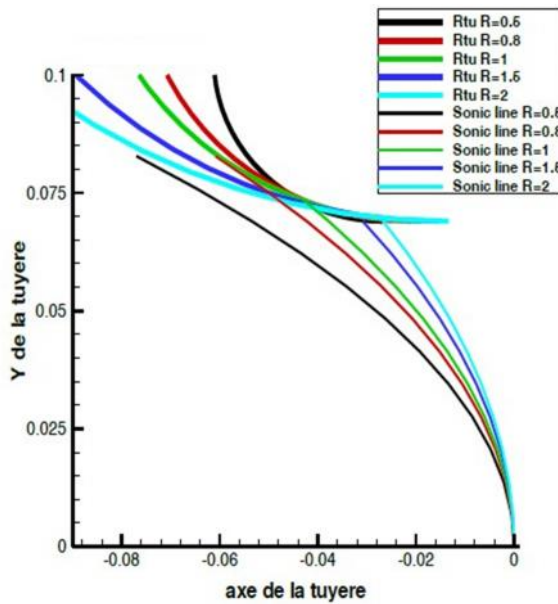


Figure 2.16 : Influence de R sur la ligne sonique pour la tuyère Bérénice (Sauer)

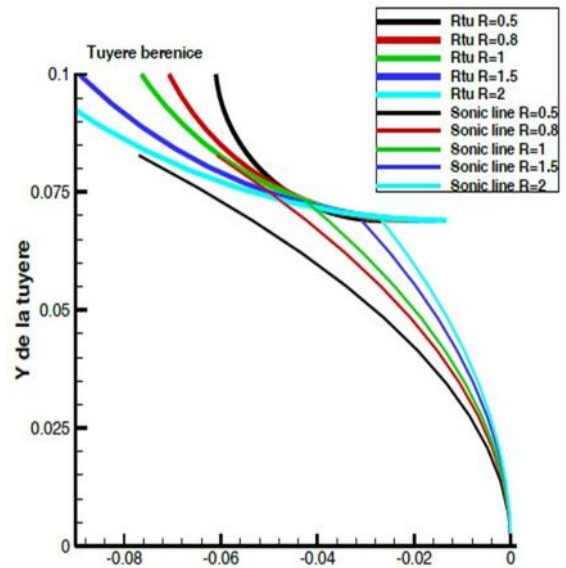


Figure 2.17 : influence de R sur la ligne sonique pour la tuyère Bérénice (Hall)

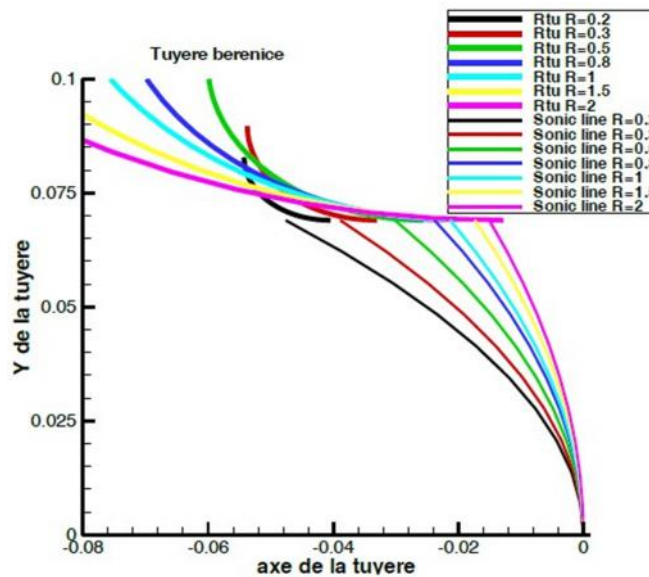


Figure 2.18 : Influence de R sur la ligne sonique pour la tuyère Bérénice (Kliegel&Levine).

2.5.2. LES TUYERES TIC

La troisième application qu'on va présenter dans ce chapitre concerne un autre type de tuyère en l'occurrence une tuyère TIC appartenant à l'office national des études et recherches aérospatiales.

Les données thermodynamiques et géométriques nécessaires pour les calculs sont représentées dans le tableau suivant.

Tableau 2.12 : Données thermodynamiques et géométriques de la tuyère TIC.

	P_a [bar]	P_t [bar]	T_t [K]	Y_s [m]	Y_t [m]	R_{tu} [m]	R_{td} [m]
Tuyère TIC	1.013	30	243	0.022	0.01	0.03	0.03

Avec : $\gamma = 1.20$ $R_G = 320$ [J/Kg. K]

Comme précédemment, nous appliquerons les trois méthodes analytiques sur cette tuyère. Les résultats obtenus sont représentés sur les figures suivantes.

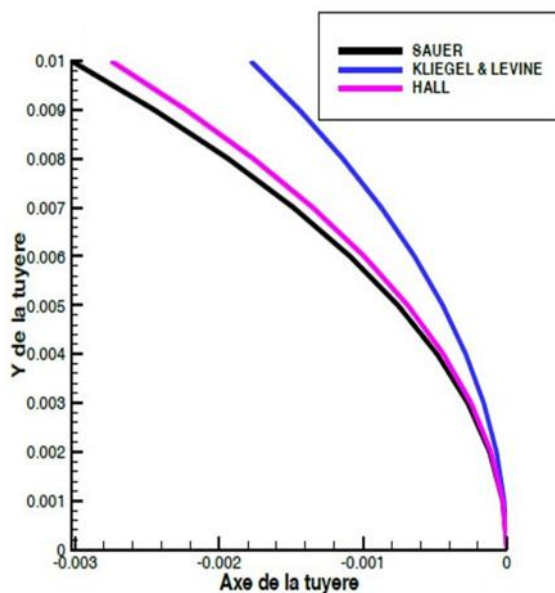


Figure 2.19 : Variation de la ligne sonique Pour une tuyère TIC

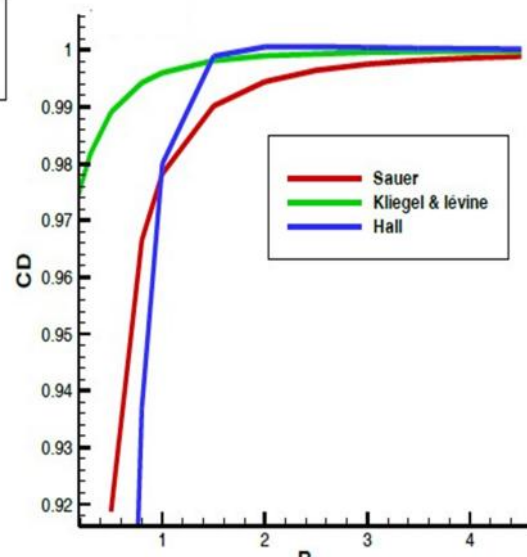


Figure 2.20 : Variation du coefficient de décharge pour une tuyère TIC

On constate que malgré le changement du type de tuyère (TIC), l'application des méthodes de Sauer, Hall et Kliegel&Levine donne une totale

satisfaction.

La figure 2.19 présente la forme de la ligne sonique qui garde toujours son caractère parabolique. Les résultats obtenus par les trois méthodes sont assez proches les uns des autres, particulièrement, pour les méthodes de Hall et Sauer. Le faible écart de la méthode de Kliegel & Levine par rapport aux deux autres est dû probablement au système de coordonnées, utilisé.

La figure 2.20 présente la variation du coefficient de décharge, par les trois méthodes analytiques. Nous remarquons que pour des valeurs de R supérieures à 0.5, les résultats sont assez proches. Ce dernier augmente pour se stabiliser à une valeur voisine de l'unité.

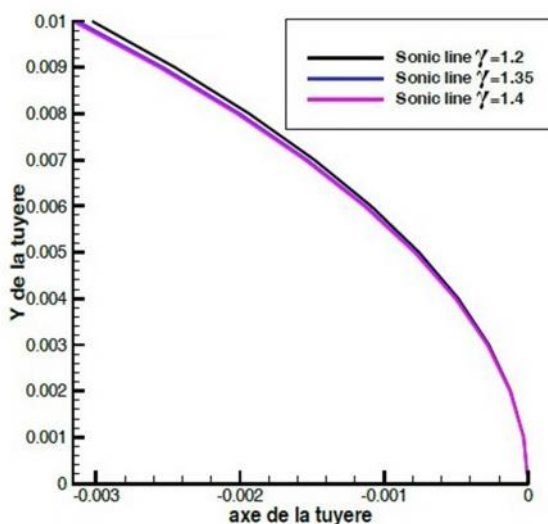


Figure 2.21 : Influence de γ sur la ligne sonique pour une tuyère TIC (Sauer)

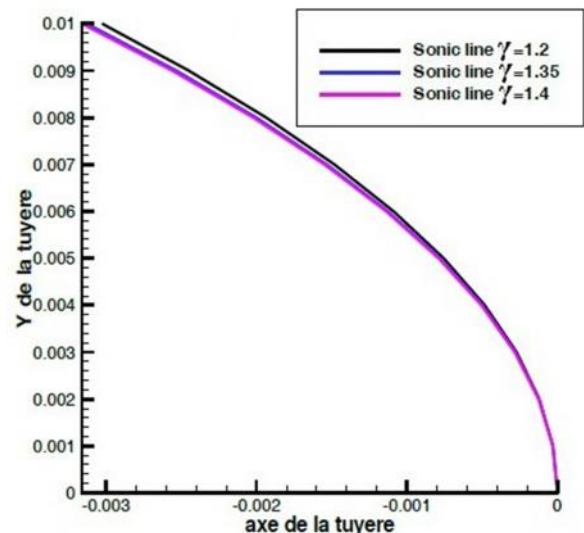


Figure 2.22 : Influence de γ sur la ligne sonique pour une tuyère TIC (Hall)

Les Figures 2.21, 2.22 et 2.23 présentent l'influence du rapport de chaleur spécifique γ . On remarque que ce paramètre n'a aucune incidence majeure sur l'écoulement transsonique.

Pour différentes valeurs du rapport de chaleur spécifique γ , à savoir: 1.2, 1.36 et 1.4, nous constatons que la ligne sonique ne varie pas beaucoup et que les courbes restent presque confondues.

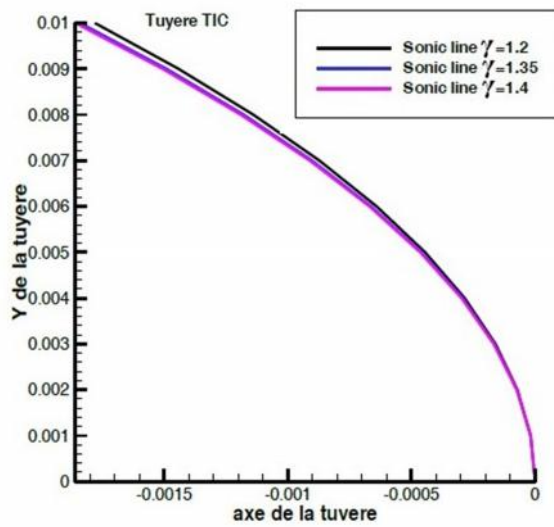


Figure 2.23 : Influence de γ sur la ligne sonique pour une tuyère TIC (Kliegel&levine)

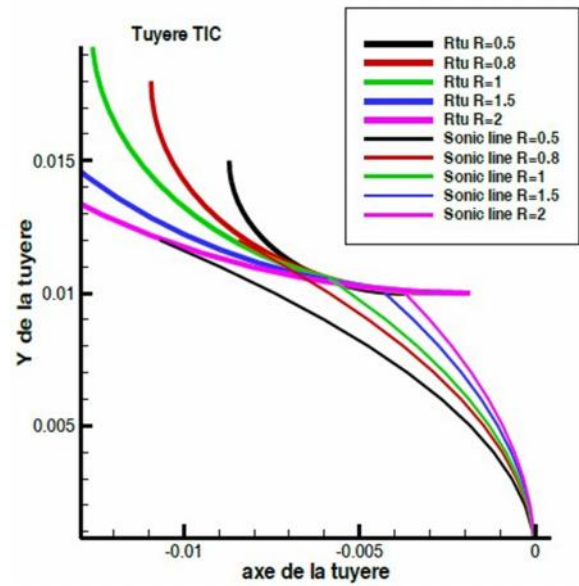


Figure 2.24 : Influence de R sur la ligne sonique pour une Tuyère TIC (Sauer)

Concernant l'influence du rayon de courbure R, on remarque que la variation de ce paramètre influe sur les paramètres de l'écoulement dans la région transsonique.

Sur les figures (2.24, 2.25 et 2.26), pour différentes valeurs du paramètre R, la ligne sonique garde toujours sa forme parabolique, mais change de position d'une manière apparente ce qui se répercute sur l'écoulement supersonique dans le divergent de la tuyère.

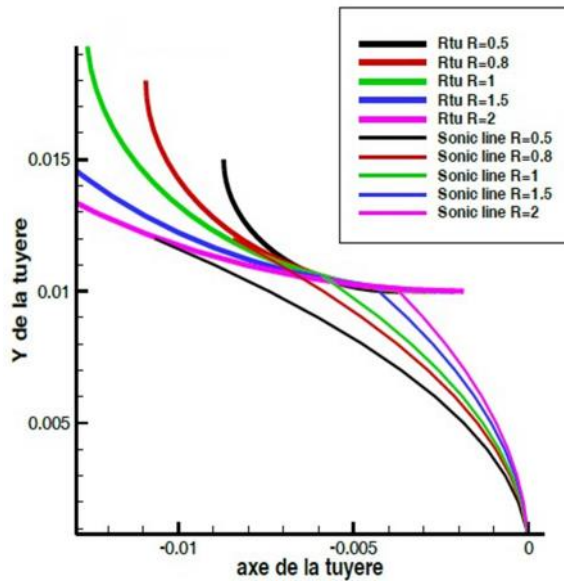


Figure. 2.25 : Influence de R sur la ligne sonique pour une tuyère TIC (Hall)

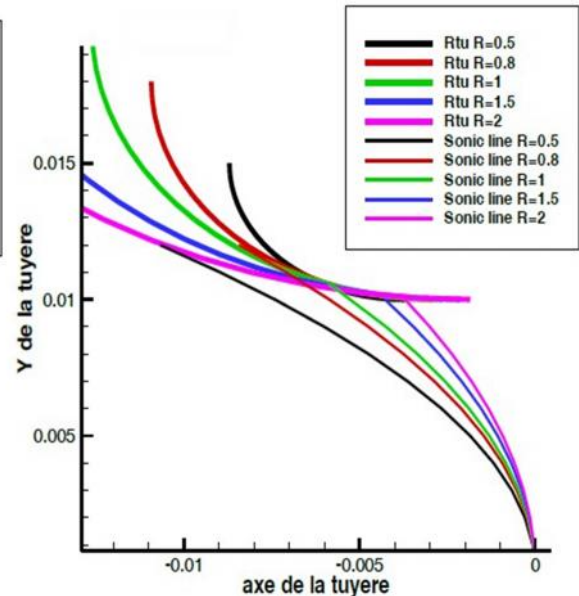


Figure. 2.26 : Influence de R sur la ligne sonique pour une tuyère TIC(Kliegel&Levine)

2.6. RECAPITULATIF

Dans ce chapitre, nous avons présenté la description du comportement d'un fluide compressible dans une région très complexe de la tuyère (le col). Au sein de cette partie de la tuyère, l'écoulement doit atteindre les conditions soniques pour donner ensuite un écoulement supersonique dans le divergent.

Trois méthodes d'écoulements transsoniques ont été présentées dans ce chapitre à savoir la méthode de Sauer, la méthode de Hall et celle de Kliegel & Levine. Ces trois méthodes ont été appliquées sur des tuyères appartenant à l'office national des recherches et des études aérospatiales (ONERA). Ces dernières se caractérisent par des paramètres géométriques et thermodynamiques différents

Ces méthodes nous ont permis de décrire l'écoulement du fluide dans le col d'une manière très précise en donnant :

- La forme de la ligne sonique ;
- La distribution de la pression ;
- La distribution du nombre de Mach.

Les lignes soniques et de pression (lignes de Mach) obtenues par ces méthodes servent comme lignes de démarrage pour étudier l'écoulement, dans le divergent par la méthode des caractéristique

CHAPITRE 3: DEVELOPPEMENT DE LA METHODE DES CARACTERISTIQUES POUR LA CONCEPTION DE TUYERES DOUBLE GALBES

3.1. LES ÉCOULEMENTS SUPERSONIQUES

3.1.1. INTRODUCTION

Du point de vue de la théorie linéaire des écoulements subsoniques ou supersoniques, l'équation de base est de type :

- Elliptique pour un écoulement subsonique ($M < 1$).
- Hyperbolique pour un écoulement supersonique ($M > 1$).

De même, les équations de bases non linéaires sont elliptiques ou hyperboliques dans le domaine du champ de vitesse où la vitesse locale de l'écoulement est inférieure ou supérieure à la vitesse locale du son.

Pour obtenir les solutions numériques des équations de base non linéaire de type elliptique, de préférence on utilise, une méthode basée sur les éléments finis. Par contre, dans le cas des écoulements supersoniques, la méthode issue de la formulation caractéristique des équations de base hyperboliques est appropriée.

3.1.2. HYPOTHÈSES

Le problème de l'écoulement dans les tuyères supersoniques consiste à résoudre simultanément les équations de conservation; tel que l'équation de conservation de masse, les équations de conservation de la quantité de mouvement ou les équations de Navier stocks et aussi l'équation de conservation de l'énergie. Ces équations sont des équations différentielles aux dérivées partielles dont la résolution est relativement très difficile par manque de conditions aux limites qui garantissent l'unicité de la solution. Dans notre

cas, la paroi est considérée comme une limite, malgré qu'elle soit indéfinie. Pour cette raison, le recours à des hypothèses de simplification est nécessaire.

- L'écoulement est supposé stationnaire ;
- Les forces volumiques agissantes à distance comme la gravité et les forces magnétiques ou électriques sont nulles ;
- Négligence des forces d'interaction moléculaires ;
- Le gaz est supposé calorifiquement parfait ou C_p et γ sont constants ;
- Le gaz est supposé parfait ou avec aucun effet de viscosité.

3.1.3. ÉQUATION DESCRIPTIVE DE L'ÉCOULEMENT

Les équations qui décrivent un écoulement de type bidimensionnel, stationnaire, adiabatique, non visqueux et non soumis à des forces extérieures sont les suivantes:

1. Équation de conservation de la masse :

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) + \delta \frac{\rho v}{y} = 0 \quad (3.1)$$

2. Équation de la conservation de la quantité de mouvement :

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} = 0 \quad (3.2)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dy} = 0 \quad (3.3)$$

3. Équation de conservation de l'énergie :

$$\frac{a^2}{\gamma-1} + \frac{1}{2} V^2 = \frac{a_0^2}{\gamma-1} \quad (3.4)$$

Avec :

$$- V = \sqrt{u^2 + v^2} ;$$

- $a^2 = \frac{\partial P}{\partial \rho} = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_s = r\gamma T;$
- $r = \frac{R\gamma}{m}.$

4. Équation d'un gaz parfait :

$$P = \rho r T \quad (3.5)$$

La combinaison des équations précédentes donne les équations de l'écoulement et d'irrotationalité (3.6 et 3.7) qui sont exprimées comme suit:

$$(u^2 - a^2)u_x + (v^2 - a^2)v_y - 2uvu_y - \delta \frac{a^2 v}{y} = 0 \quad (3.6)$$

Avec :

- $\delta = 0$ pour un écoulement plan ;
- $\delta = 1$ pour un écoulement axisymétrique.

5. Équation d'irrotationalité :

$$\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (3.7)$$

Les équations (3.5, 3.6 et 3.7) sont représentatives d'un écoulement de type : bidimensionnel, non visqueux, isentropique et irrotationnel.

Par contre, si l'écoulement est supersonique, alors les équations précédentes seront de type hyperbolique et dans ce cas-là: leur solution en un point dépend uniquement des conditions amont et des approches numériques dites « pas-à-pas », comme la méthode des caractéristiques.

Les équations de cette forme se distinguent, par l'existence, dans le plan (x,y) de directions caractéristiques le long desquelles, la dérivée normale des variables dépendantes (dans notre cas : u et v) peut-être discontinues. En revanche, la vitesse doit être continue.

Le long de ces caractéristiques, les variables dépendantes doivent satisfaire la relation dite « équation de compatibilité ». Cette dernière constitue la clef de la méthode des caractéristiques.

3.2. DÉVELOPPEMENT DE LA MÉTHODE DES CARACTÉRISTIQUES

La méthode des caractéristiques permet le passage d'un système d'équations différentielles aux dérivées partielles, à un système d'équations différentielles aux dérivées totales plus faciles à résoudre. Elle est appelée ainsi, car elle permet le calcul le long des caractéristiques représentées dans notre cas, par les lignes de Mach. D'un point de vue physique, les caractéristiques représentent les directions de propagation d'une perturbation dans l'écoulement.

Elles sont définies comme des courbes, le long desquelles les équations différentielles aux dérivées partielles qui décrivent l'écoulement sont réduites en un opérateur interne. Ce dernier est représenté par une équation différentielle dite de compatibilité.

Les équations des caractéristiques et de compatibilité pour le cas de l'écoulement qui nous intéresse sont présentées dans ce qui suit.

3.2.1 L'ÉQUATION DES CARACTÉRISTIQUES:

Dans la première étape, l'équation des caractéristiques est obtenue par la multiplication des équations (4.6 et 4.7) par des inconnus σ_1 et σ_2 . Nous obtenons l'équation (3.8) ci-dessous :

$$\sigma_1(u^2 - a^2) \left[u_x + \frac{\sigma_1(2uv) + \sigma_2}{\sigma_1(u^2 - a^2)} u_y \right] + (-\sigma_2) \left[v_x + \frac{\sigma_1(v^2 - a^2)}{-\sigma_2} v_y \right] - \frac{\sigma_1 \delta a^2 v}{y} = 0 \quad (3.8)$$

On vérifie le critère de continuité des variables $u(x, y)$ et $v(x, y)$, on obtient:

$$\begin{cases} \frac{du}{dx} = \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda \frac{\partial u}{\partial y} \\ \frac{dv}{dx} = \frac{\partial v}{\partial x} + \lambda \frac{\partial v}{\partial y} \end{cases} \quad (3.9)$$

Où :

- $\lambda = \frac{dy}{dx}$ représente la pente des courbes des caractéristiques.

En faisant correspondre les équations (3.8 et 3.9), on a :

$$\begin{cases} \lambda = \frac{\sigma_1(2uv) + \sigma_2}{\sigma_1(u^2 - a^2)} \\ \lambda = \frac{\sigma_1(v^2 - a^2)}{-\sigma_2} \end{cases} \quad (3.10)$$

Le développement de l'équation (3.10) nous donne :

$$\begin{cases} \sigma_1[(u^2 - a^2)\lambda - 2uv] + \sigma_2(-1) = 0 \\ \sigma_1(v^2 - a^2) + \sigma_2(\lambda) = 0 \end{cases} \quad (3.11)$$

Afin que ce système possède une solution autre que la triviale. Il faut que le déterminant de la matrice formée par les coefficients soit nul, donc on a :

$$\begin{vmatrix} [(u^2 - a^2)\lambda - 2uv] & -1 \\ (v^2 - a^2) & \lambda \end{vmatrix} = 0$$

On obtient alors l'équation (3.12):

$$(u^2 - a^2)\lambda^2 - 2uv\lambda + (v^2 - a^2) = 0 \quad (3.12)$$

La solution de l'équation (3.12) est la suivante :

$$\pm = \left(\frac{dy}{dx}\right)_{\pm} = \frac{uv \pm a^2 \sqrt{M^2 - 1}}{u^2 + a^2} \quad (3.13)$$

L'équation (3.13) définit deux courbes dans le plan (x,y). Ces dernières sont des caractéristiques. Elles sont réelles, si le nombre de Mach M est supérieur à 1. Par ailleurs, il existe une autre forme de cette équation qui

dépend d'autres paramètres, comme : le nombre de Mach, la vitesse, l'angle représentant la direction de l'écoulement et l'angle de Mach .

Les figures (3.1 et 3.2) illustrent respectivement la direction de l'écoulement et l'angle de Mach .

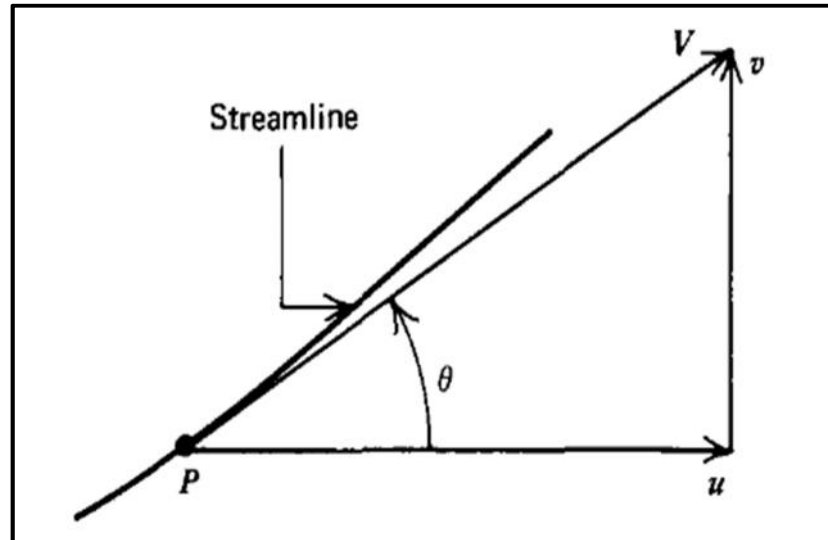


Figure 3.1: Relation entre u , v , V et θ [19].

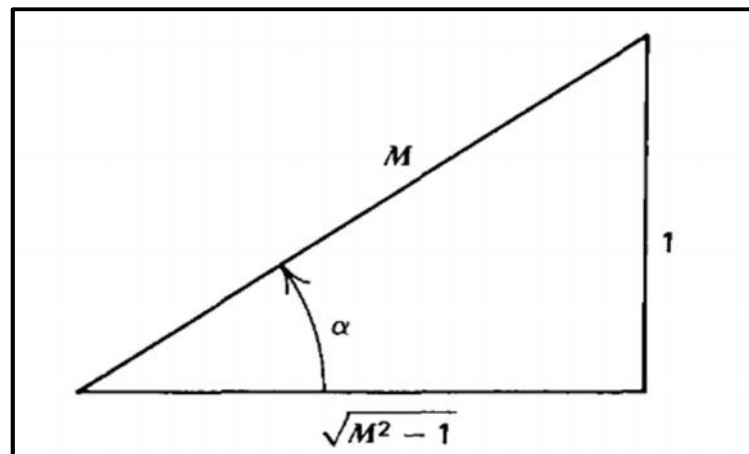


Figure 3.2 : Relation entre α et M [19].

A partir des figures (3.1 et 3.2) ci-dessus, on déduit les relations suivantes:

$$u = V \cos \theta ; v = V \sin \theta ; \theta = \tan^{-1} \left(\frac{v}{u} \right) \quad (3.14)$$

$$\alpha = \sin^{-1} \left(\frac{1}{M} \right); M = \frac{V}{a} = \frac{1}{\sin \alpha}; \sqrt{M^2 - 1} = \cot \alpha \quad (3.15)$$

En remplaçant les équations (3.14 et 3.15) dans l'équation (3.13), on obtient l'équation des caractéristiques ci-dessous :

$$\left(\frac{dy}{dx} \right)_{\pm} = \lambda_{\pm} = \tan(\theta \pm \alpha) \quad (3.16)$$

La figure 3.3 [19] représente la géométrie des caractéristiques C_+ et C_- dans le plan (x,y) . A noter aussi, que les deux caractéristiques sont symétriques par rapport à la ligne de courant et forment respectivement des angles $+$ et $-$ avec l'angle θ de cette dernière. L'angle α est formé par la tangente à la ligne de courant au point P avec l'axe X.

La ligne caractéristique est la courbe le long de laquelle, les informations dans un écoulement sont propagées d'un point amont vers un point aval.

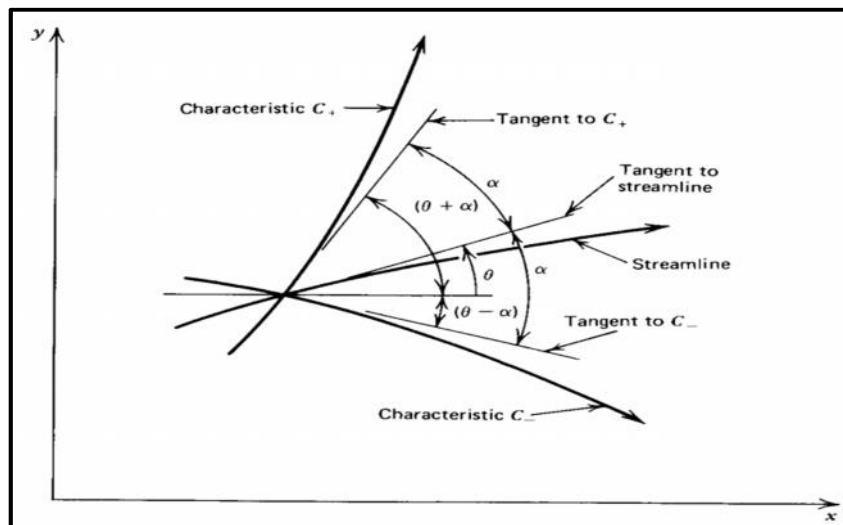


Figure 3.3: Les caractéristiques d'un écoulement bidimensionnel irrotationnel et supersonique [19].

3.2.2 L'ÉQUATION DE COMPATIBILITÉ :

En substituant, les équations (3.6 et 3.7) dans l'équation (3.5), nous obtenons l'équation de compatibilité ci-dessous :

$$\sigma_1(u^2 - a^2) \frac{du}{dx} + (-\sigma_2) \frac{dv}{dx} - \sigma_1 \frac{\delta a^2 v}{y} = 0$$

En multipliant l'équation de compatibilité ci-dessus par (dx), on obtient :

$$\sigma_1(u^2 - a^2) du - \sigma_2 dv - \sigma_1 \frac{\delta a^2 v}{y} dx = 0 \quad (3.17)$$

L'équation (3.17) de compatibilité est admise, si σ_2 est exprimé par l'équation (3.16). Mais, il reste à déterminer les inconnues σ_1 et σ_2

En tenant compte de l'équation (3.11), nous pouvons exprimer σ_2 par les relations suivantes:

$$\begin{cases} \sigma_2 = \sigma_1 [(u^2 - a^2)\lambda - 2uv] \\ \sigma_2 = -\sigma_1 \frac{v^2 - a^2}{\lambda} \end{cases} \quad (3.18)$$

En remplaçant σ_2 par sa valeur dans l'équation (3.17) et en divisant par σ_1 différent de zéro, on obtient l'équation (3.19) suivante:

$$(u^2 - a^2) du_{\pm} + [2uv - (u^2 - a^2)\lambda_{\pm}] dv_{\pm} - \left(\frac{\delta a^2 v}{y}\right) dx_{\pm} = 0 \quad (3.19)$$

L'équation (3.19) de compatibilité donne deux équations différentielles liant les composantes de la vitesse v_{\pm} . Cette dernière n'est valable que le long des caractéristiques C_- et C_+ .

3.2.3 LES MÉTHODES DIRECTE ET INVERSE :

Deux possibilités sont offertes pour intégrer les équations des caractéristiques et de compatibilité, à savoir:

- La méthode directe ;
- La méthode inverse.

Dans la méthode directe, des familles continues de caractéristiques montantes et descendantes sont suivies à travers l'écoulement. Cette méthode permet d'obtenir la solution à partir de deux points préalablement déterminés. C'est l'exemple des points 1 et 2, à partir desquels, la solution au point 4 peut être déterminée (figure 3.4).

Dans la méthode inverse, c'est à partir de deux lignes successives appelées « lignes de solutions » que la solution est obtenue. Ces dernières ne sont pas considérées comme des caractéristiques. Elles sont perpendiculaires à l'écoulement, les lignes AB et CD par exemple (figure 3.5). Les propriétés du fluide sont déterminées sur ces lignes solutions.

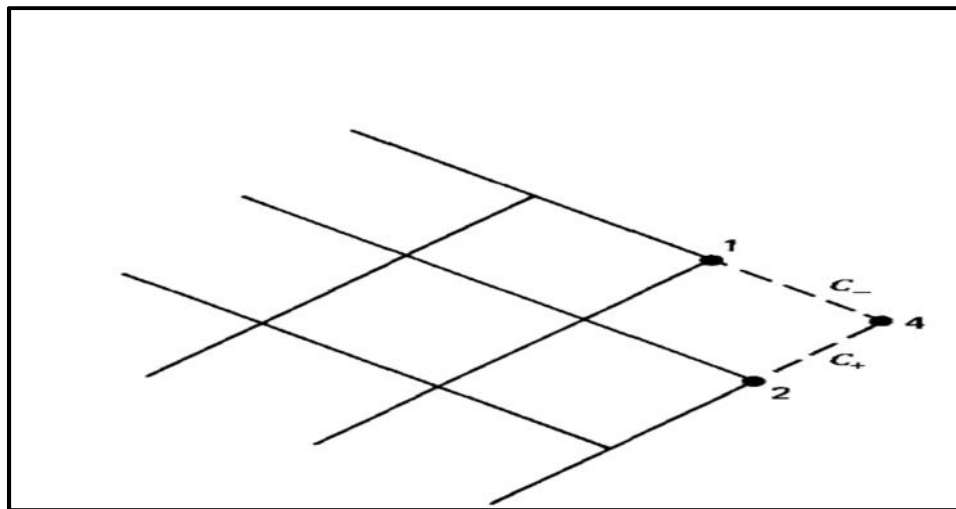


Figure 3.4 : La méthode directe [19].

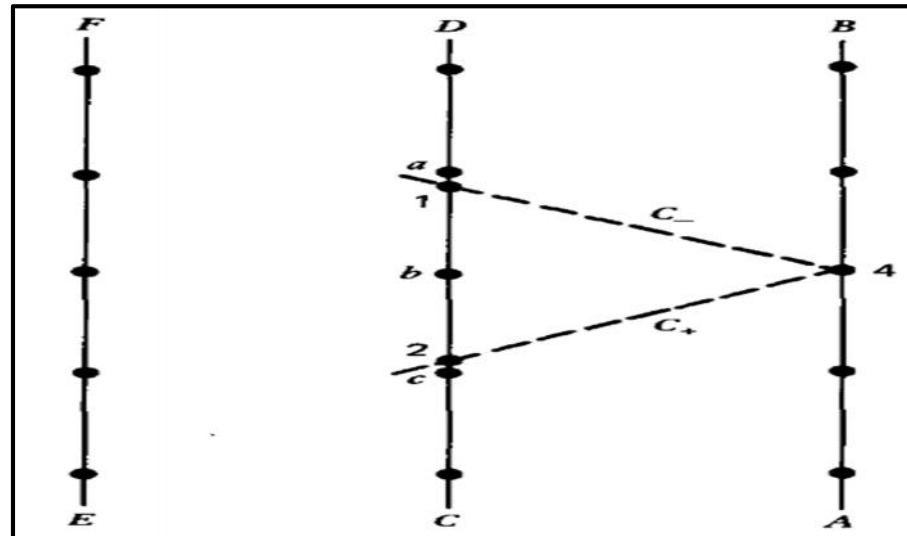


Figure 3.5 : La méthode inverse [19].

3.3 LES ÉQUATIONS AUX DIFFÉRENCES FINIS :

Les équations de caractéristiques et de compatibilité décrites précédemment sont des équations non linéaires ordinaires. Leur solution est obtenue par l'application de la technique dite des différences finis.

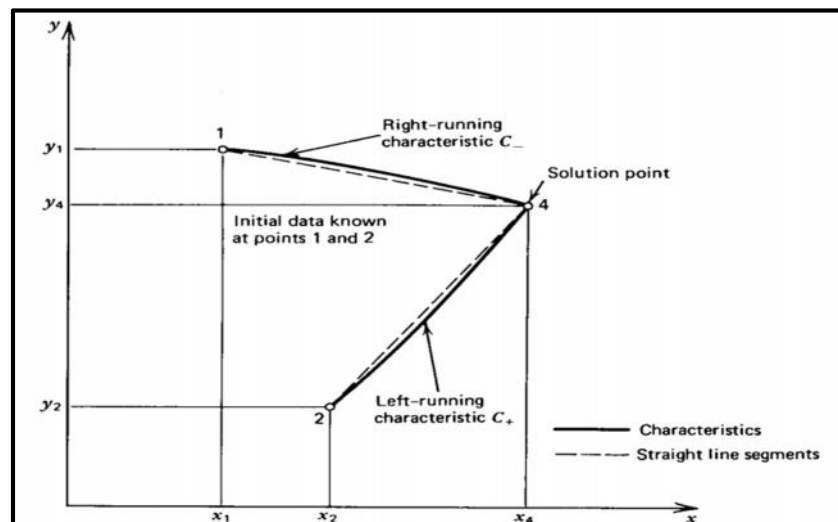


Figure 3.6 : Schéma de calcul par différences finis pour la méthode des caractéristiques [19].

Le maillage mis en place permet de couvrir la portion de caractéristiques reliant deux points (nœuds) par des segments de droite (figure 3.6).

Concernant la méthode d'intégration numérique utilisée, c'est celle d'Euler. Elle est du type prédicteur-correcteur. Suivant cette méthode, les équations aux différences finis qui correspondent aux équations (3.16 et 3.19) sont obtenues en remplaçant: dx , dy , du et dv par les différences x_{\pm} , y_{\pm} , u_{\pm} et v_{\pm} .

Les équations de base exprimées en termes de différences finis sont alors écrites sous la forme suivante:

$$y_{\pm} = \lambda_{\pm} \Delta x_{\pm} \quad (3.20)$$

$$Q_{\pm} u_{\pm} + R_{\pm} v_{\pm} - S_{\pm} x_{\pm} = 0 \quad (3.21)$$

$$\lambda_{\pm} = \tan(\theta_{\pm} \pm \alpha_{\pm}) \quad (3.22)$$

$$Q_{\pm} = u_{\pm}^2 - a_{\pm}^2 \quad (3.23)$$

$$R_{\pm} = 2u_{\pm}v_{\pm} - (u_{\pm}^2 - v_{\pm}^2)\lambda_{\pm} \quad (3.24)$$

$$S_{\pm} = \frac{v_{\pm}^2}{y_{\pm}} \quad (3.25)$$

En envisageant qu'à l'intérieur de la tuyère, l'écoulement est supersonique, alors ce dernier, peut être discrétisé en un nombre de points (nœuds) qui forment le maillage. Ils sont considérés comme:

- Points internes, s'ils sont situés à l'intérieur de l'écoulement;
- Points axiaux, s'ils sont situés sur l'axe de symétrie;
- Points parois, s'ils sont situés sur la paroi de la tuyère.

3.3.1 PROCÉDURE DE CALCUL D'UN POINT INTERNE :

Le point 4 est considéré comme «point interne», vu qu'il est à l'intérieur de l'écoulement supersonique. De plus, il est situé à l'intersection des caractéristiques C_+ et C_- issues respectivement des points «1» et «2», figure 3.4. La position et les paramètres de l'écoulement au niveau de ces

points sont connus, ils sont appelés valeurs initiales. Les coordonnées (x_4, y_4) de ce point interne noté «4» sont obtenues à partir de l'équation (3-20) qui s'écrit dans ce cas:

$$y_4 - x_4 = y_2 - x_2 \quad (3.26)$$

$$y_4 - x_4 = y_1 - x_1 \quad (3.27)$$

Pour calculer les coordonnées (x_4, y_4) , les équations (3.26 et 3.27) constituent un système à deux équations avec quatre inconnues. Les deux autres inconnues sont déterminées à partir des équations des pentes des caractéristiques C_+ et C_- définies par l'équation (3.28) suivante:

$$\begin{cases} \lambda_+ = \tan(\theta_+ + \alpha_+) \\ \lambda_- = \tan(\theta_- + \alpha_-) \end{cases} \quad (3.28)$$

Où:

$$- \theta_{\mp} = \tan^{-1} \left(\frac{v_{\pm}}{u_{\pm}} \right) \quad (3.29)$$

$$- v_{\mp} = \sqrt{u_{\mp}^2 + v_{\mp}^2} \quad (3.30)$$

$$- a = a(V) \quad (3.31)$$

$$- M_{\mp} = \frac{v}{a} \quad (3.32)$$

$$- = \sin^{-1} \left(\frac{1}{M_{\mp}} \right) \quad (3.33)$$

Par conséquent, les valeurs de θ_{\pm} , α_{\pm} et λ_{\pm} peuvent être déterminées par les valeurs spécifiques des deux composantes de la vitesse (u_4 et v_4). Pour ces dernières, elles sont déterminées à partir de la solution de l'équation de compatibilité (3.21) exprimée sous la forme suivante:

$$Q_+ u_4 + R_+ v_4 = T_+ \quad (3.34)$$

$$Q_- u_4 + R_- v_4 = T_- \quad (3.35)$$

Avec :

$$T_{\pm} = S_{\pm}(x_4 - x_2) + Q_{\pm} u_2 + R_{\pm} v_4 \quad (3.36)$$

$$T_- = S_-(x_4 - x_1) + Q_-u_1 + R_-v_1 \quad (3.37)$$

L'association des équations (3.34 et 3.35) aboutit à un système à deux inconnues (u_4 et v_4) qu'on peut résoudre. Les coefficients de ces derniers sont donnés par les égalités ci-dessous:

$$Q_+ = (u_+^2 - a_+^2) \quad (3.38)$$

$$Q_- = (u_-^2 - a_-^2) \quad (3.39)$$

$$R_+ = (2u_+v_+ - Q_+\lambda_+) \quad (3.40)$$

$$R_- = (2u_+v_+ - Q_-\lambda_-) \quad (3.41)$$

$$S_+ = \delta \frac{a_+^2 + v_+}{y_+} \quad (3.42)$$

$$S_- = \delta \frac{a_-^2 - v_-}{y_-} \quad (3.43)$$

En spécifiant uniquement u_{\pm} , v_{\pm} et y_{\pm} . Pour l'algorithme de prédiction d'Euler, les valeurs de u_{\pm} , v_{\pm} et y_{\pm} sont données par:

$$\begin{aligned} u_+ &= u_2 & ; & & v_+ &= v_2 & ; & & y_+ &= y_2 \\ u_- &= u_1 & ; & & v_- &= v_1 & ; & & y_- &= y_1 \end{aligned}$$

Ceci permet de déterminer les inconnues: x_4^0 , y_4^0 , u_4^0 et v_4^0 .

$$\begin{aligned} u_+ &= \frac{u_2 + u_4}{2} & ; & & v_+ &= \frac{v_2 + v_4}{2} & ; & & y_+ &= \frac{y_2 + y_4}{2} \\ u_- &= \frac{u_1 + u_4}{2} & ; & & v_- &= \frac{v_1 + v_4}{2} & ; & & y_- &= \frac{y_1 + y_4}{2} \end{aligned}$$

Les valeurs successives de chaque point situé à l'intérieur de l'écoulement (x_4^n , y_4^n , u_4^n et v_4^n) sont déterminées par un calcul itératif à partir d'un point défini précédemment (x_4^{n-1} , y_4^{n-1} , u_4^{n-1} et v_4^{n-1}). Le correcteur est appliqué ainsi, autant de fois que nécessaire, jusqu'à atteindre la tolérance requise c'est-à-dire :

$$|P^{(n+1)} - P^n| \leq \textit{precision}$$

Où :

- P représente x_4 , y_4 , u_4 et v_4 .

3.3.2 PROCÉDURE DE CALCUL D'UN POINT PAROI DIRECT :

Sur la paroi, la direction du vecteur vitesse de l'écoulement est égale à la pente de la paroi. Néanmoins, à cause des conditions aux limites à la paroi, des modifications sont portées sur la procédure de calcul applicable à un point interne. La figure 3.7 suivante illustre les conditions typiques d'un point paroi direct.

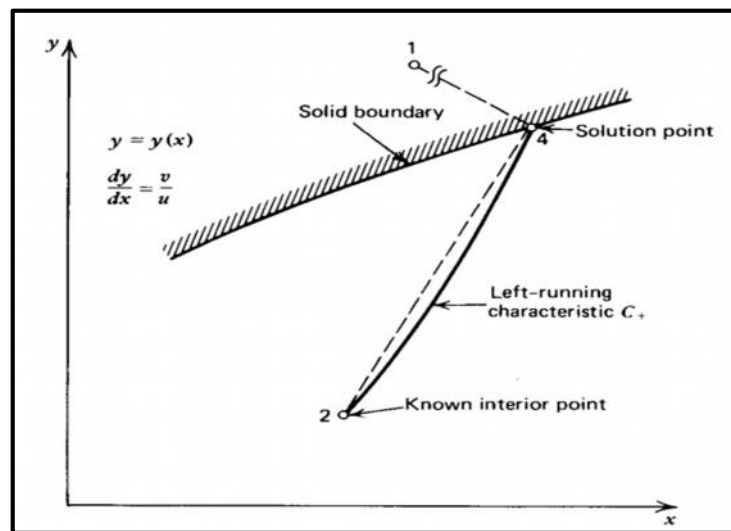


Figure 3.7 : Point paroi direct [19].

Sur la figure 3.7, le point noté « 1 » est fictif. Par son intermédiaire, on peut indiquer que le point « 4 » est assimilé à un point interne. En effet, comme il est situé sur la paroi, la direction de l'écoulement en ce point est identique à la pente de celle-ci. Finalement, en plus des deux équations précédentes (4.26 et 4.27), les deux équations ci-dessous constituent deux conditions supplémentaires, pour la détermination de la position et les propriétés du point paroi « 4 ».

$$y = y(x) \quad \text{Spécifié} \quad (3.44)$$

$$\frac{dy}{dx} = \tan \theta = \frac{v}{u} \quad \text{Spécifié} \quad (3.45)$$

3.3.3. PROCÉDURE DE CALCUL D'UN POINT SUR L'AXE DE SYMÉTRIE :

Dans un écoulement bidimensionnel axisymétrique, l'axe X est un axe de symétrie et le point « 4 » est considéré comme un point axial. Sachant que le point « 1 » est un point situé sur la caractéristique C_- qui passe par le point « 4 » figure 3.8. Par conséquent, le point « 2 » situé en dessous de l'axe de symétrie est considéré comme une image du point « 1 ».

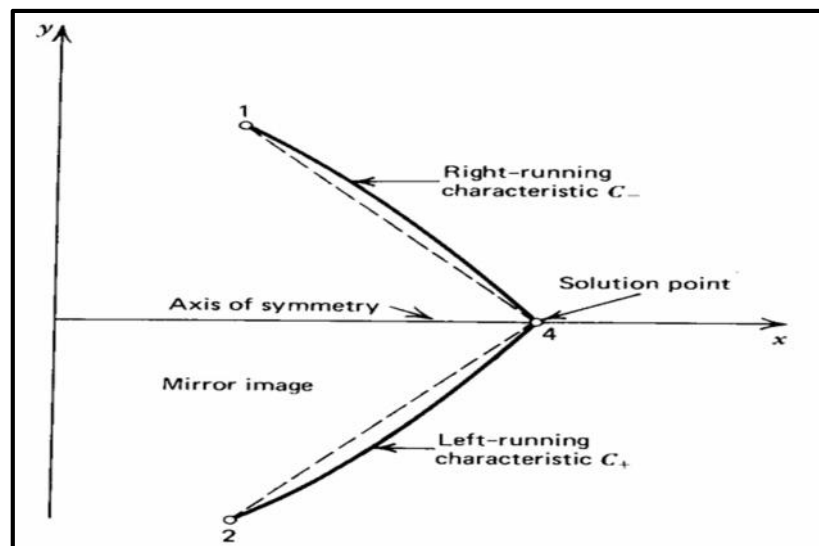


Figure 3.8: Point axial [19].

Le point « 4 » est aussi considéré comme un point interne. Donc, la procédure pour déterminer les propriétés d'un point sur l'axe est identique à celle d'un point interne.

Dans la suite de nos travaux, uniquement, la caractéristique « 1-4 » est utilisée. Les équations (3.27 et 3.35) sont simultanément résolues avec les données suivantes: $y_4 = v_4 = u_4 = 0$.

3.3.4. PROCÉDURE DE CALCUL D'UN POINT PAROI PRÉ-SPECIFIÉ :

Dans la région de l'écoulement où le gradient des propriétés est étendu. Il est intéressant de choisir des pas assez courts en présélectionnant la position des différents points-solutions, dénommées point « 4 » figure 3.9.

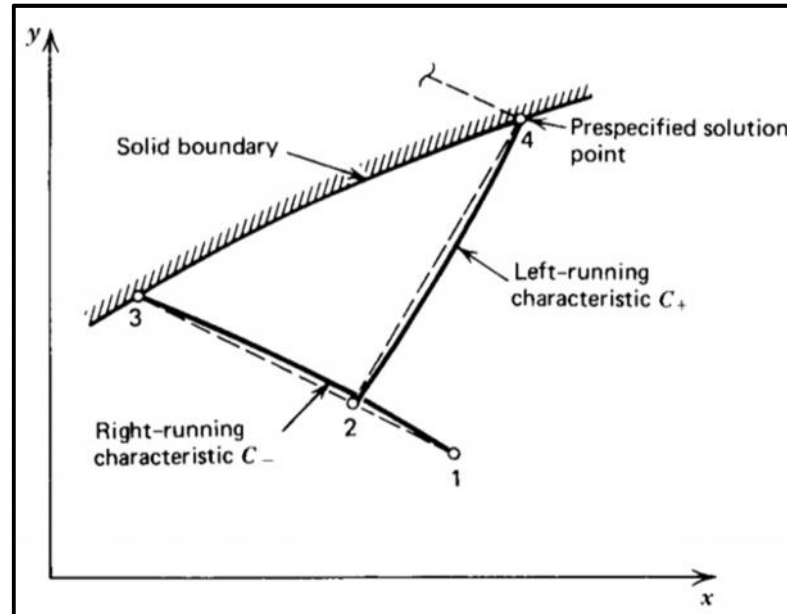


Figure 3.9: Point paroi inverse [19].

La position de ces points étant présélectionnée, les coordonnées (x_4 et y_4) sont donc connues. La solution des équations (3.34) et (3.45) permet de déterminer les vitesses (u_4 et v_4). Néanmoins, au préalable il faut établir les propriétés du point « 2 » et sa position correspond à l'intersection de deux caractéristiques, à savoir:

- La caractéristique «2-4» représentée par l'équation (3.26);
- La caractéristique «1-3» représentée par l'équation (3.27).

Donc, les propriétés du point « 2 » sont déterminées par l'interpolation linéaire entre les points « 1 et 3 ».

3.3.5 PROCÉDURE DE CALCUL POUR UN POINT DU JET LIBRE.

La figure 3.10 [19] représente la partie supérieure où l'écoulement du fluide compressible est libéré dans une atmosphère ambiante sous une pression statique P_0 . Au point « 4 » situé à la limite externe du jet, la pression statique du fluide est $P_4 = P_0$, d'où son appellation point du jet libre. L'analyse du point du jet libre doit tenir compte de la condition ($P_4 = P_0$).

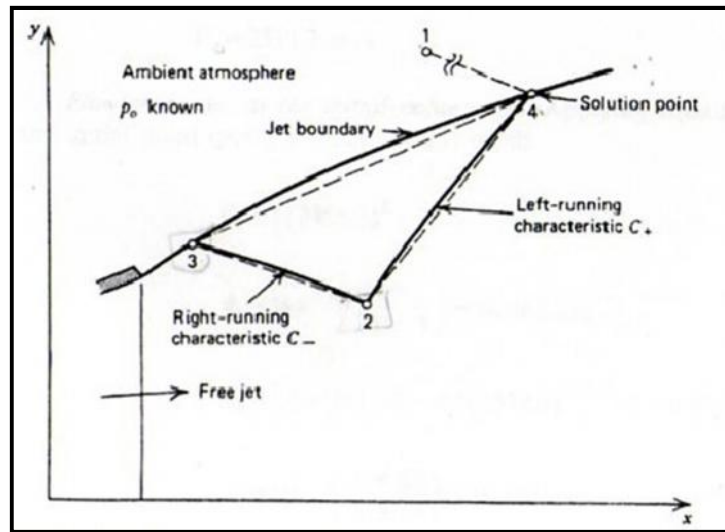


Figure 3.10 : Point du jet libre [19].

Au même titre que le cas d'un point paroi, la caractéristique «1-4» est située en dehors de l'écoulement. Par conséquent, seule l'équation de compatibilité est valable (figure 3.10). La même approche est appliquée le long de la caractéristique «2-4». En outre, la vitesse de l'écoulement V et la pression statique P dans le jet libre sont reliées uniquement par la relation de l'écoulement isentropique. Par conséquent, la vitesse V_4 est donnée par l'expression ci-dessous:

$$V_4 = (u_4^2 + v_4^2)^{1/2} = f(p_4) = f(p_0) = \text{valeur connue} \quad (3.46)$$

Les équations (3.34) et (3.46) permettent d'obtenir les deux relations suivantes entre u_4 et v_4 :

$$u_4 = \frac{Q_+ T_+ - R_+ [V_4^2 (Q_+^2 + R_+^2) - T_+^2]^{1/2}}{Q_+^2 + R_+^2} \quad (3.47)$$

$$v_4 = (V_4^2 - u_4^2)^{1/2} \quad (3.48)$$

A signaler que le rapport entre $\frac{v}{u}$ est nécessaire pour déterminer l'emplacement du point «4». Comme condition à ce rapport, la limite du jet doit être une ligne de courant le long de la caractéristique «3-4».

La valeur de θ_0 est donnée par l'équation ci-dessous :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{v}{u} = \theta_0 \quad (3.49)$$

En différences finis, l'équation (3.49) s'écrit alors :

$$y_4 - \theta_0 x_4 = y_3 - \theta_0 x_3 \quad (3.50)$$

Les équations (3.26) et (3.50) doivent être simultanément résolus pour localiser le point « 4 ».

3.4. APPLICATIONS, RÉSULTATS ET INTERPRÉTATIONS

3.4.1. INTRODUCTION

La dernière partie de ce chapitre est consacrée à la présentation des résultats obtenus par notre code de calcul. Elle est subdivisée en quatre sections :

- La première est consacrée à la validation de notre code de calcul sur deux types de tuyères appartenant à l'ONERA et dont les caractéristiques géométriques et thermodynamiques sont

connues. Les résultats obtenus sont ensuite confrontés à ceux publiés par Haddad. A [90].

- La deuxième section est destinée à la conception d'une tuyère double galbes, dont le premier galbe est simulé à un profil TOP. Les données de la tuyère de base utilisées sont celles d'une tuyère TIC appartenant au CNRS. Les paramètres de l'écoulement sont ensuite étudiés.
- La troisième section est dédiée à la conception d'une tuyère double galbes par la méthode des caractéristiques directe, en utilisant toujours les données de la référence [2], suivi d'une comparaison des résultats obtenus.

3.4.2. VALIDATION DU CODE DE CALCUL

Cette partie est consacrée à la validation de la méthode des caractéristiques inverses utilisée pour la conception de tuyères supersoniques décrite précédemment.

Pour ce faire, deux cas d'études de tuyères supersoniques appartenant à l'ONERA sont traités, à savoir:

- Les tuyères **ANTARES** et **BERENICE** qui équipent respectivement les premiers étages du moteur SEPR-7341 de l'engin ANATRES et du moteur SEPR-739P de l'engin BERENICE.

Les données géométriques et thermodynamiques de ces deux tuyères sont données dans le tableau 2.1. Les résultats obtenus pour chaque tuyère sont confrontés à ceux publiés par Haddad. A [90].

3.4.3. INTERPRÉTATIONS DES RÉSULTATS OBTENUS

La figure 3.11 illustre le profil de la tuyère **ANTARES** obtenu par la méthode des caractéristiques inverses en imposant un profil simulé à un polynôme de deuxième degré.

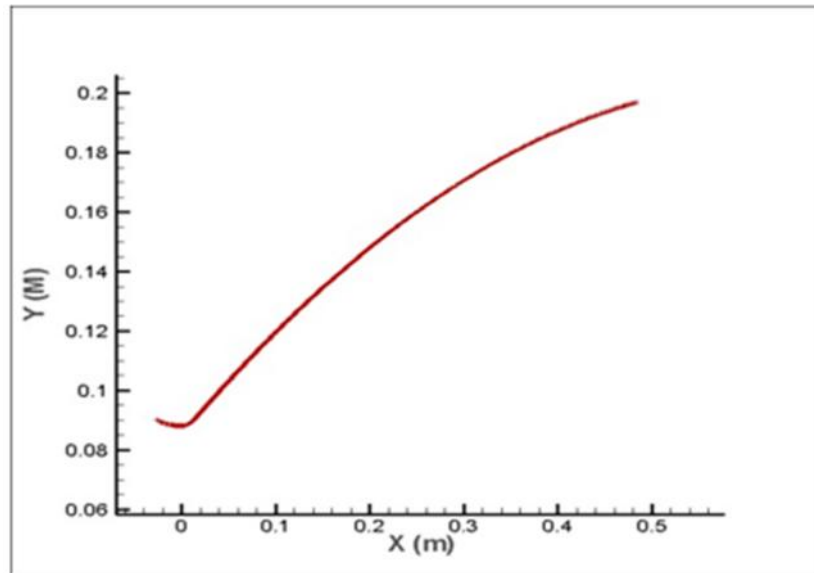


Figure 3.11 : Profil de la tuyère ANTARES.

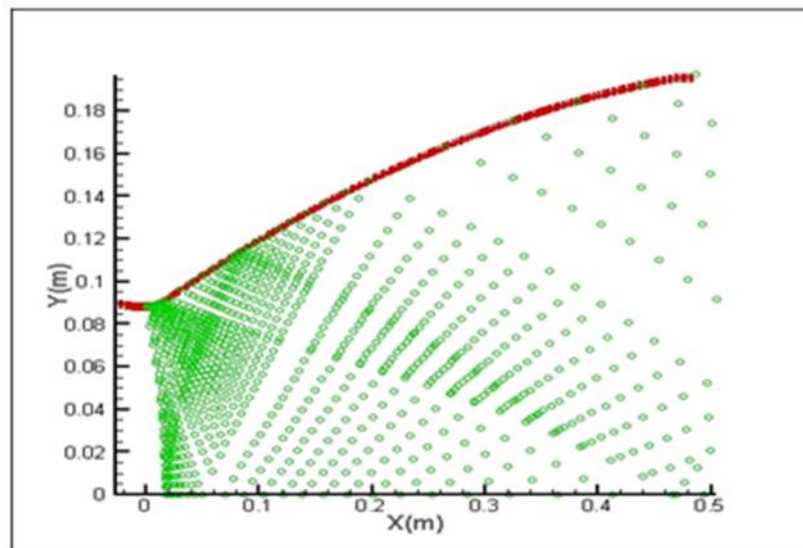


Figure 3.12 : Maillage de la tuyère ANTARES.

Le profil de cette tuyère est donné par l'équation de type $Ax^2+Bx+C=0$. Les coefficients A, B et C sont respectivement : 0.08510973, 0.3728018 et 0.2934278.

Les coordonnées du point d'attache sont :

- $X_a = 0.01504$ [m]
- $Y_a = 0.09065$ [m]

La longueur de la tuyère est :

- $X_s = 0.486$ [m]

Les tableaux (3.1 et 3.2) ci-dessous reprennent nos résultats et ceux obtenus de la référence [90].

Tableau 3.1 : Données géométriques de la tuyère Antares.

Le point d'attache	Nos résultats	Résultats [90]
X_a	0.01504 [m]	0.01504 [m]
Y_a	0.09065 [m]	0.09064 [m]
La longueur X_s	0.486 [m]	0.486 [m]

Tableau 3.2 : Les coefficients du polynôme simulant le profil de la tuyère Antares.

Les coefficients	Nos résultats	Résultats [90]
A	0.08510	0.08510
B	0.37280	0.37278
C	- 0.29342	- 0.29353

Des deux tableaux ci-dessus, nous remarquons que les résultats que nous avons obtenus sont en adéquation avec ceux publiés par Haddad A. [90].

Les figures (3.13 et 3.14) illustrent respectivement l'évolution du nombre Mach et de la pression sur l'axe et la paroi de la tuyère **ANTARES**.

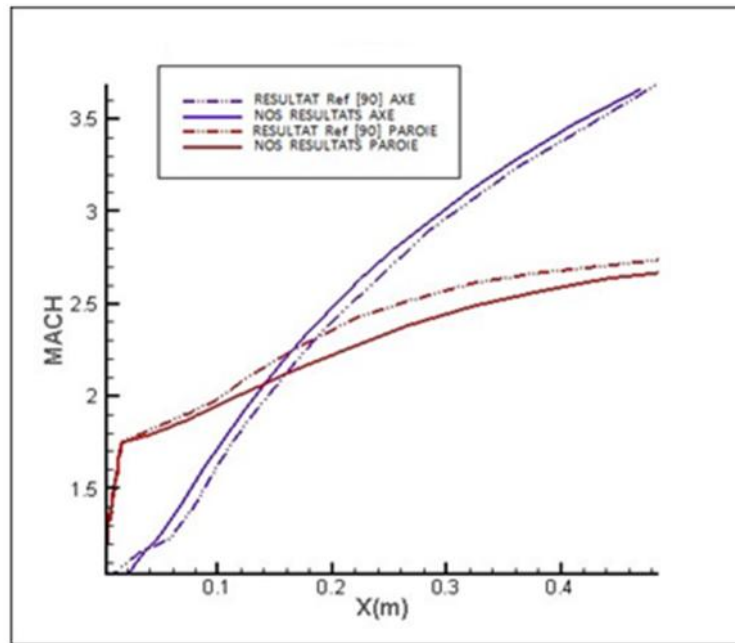


Figure 3.13: Évolution du nombre de Mach sur l'axe et sur la paroi de la tuyère ANTARES en comparaison avec les résultats de la référence [90].

Sur la figure 3.13, on remarque la forte détente des gaz de combustion près du col. Au-delà, on assiste à un redressement de l'écoulement vers la direction axiale, afin d'atteindre une poussée idéale sur une distance minimale de la tuyère.

C'est le but de la conception des tuyères profilées. Elle permet d'atteindre de forts gradients en Mach et en pression au voisinage du col et dans la zone d'expansion initiale et oriente le fluide graduellement le long de la direction axiale jusqu'à sa sortie de la tuyère. A la sortie de la tuyère, vu les pertes provoquées par les frottements du fluide avec la paroi de la tuyère, le nombre de Mach sur l'axe est supérieur à celui de la paroi.

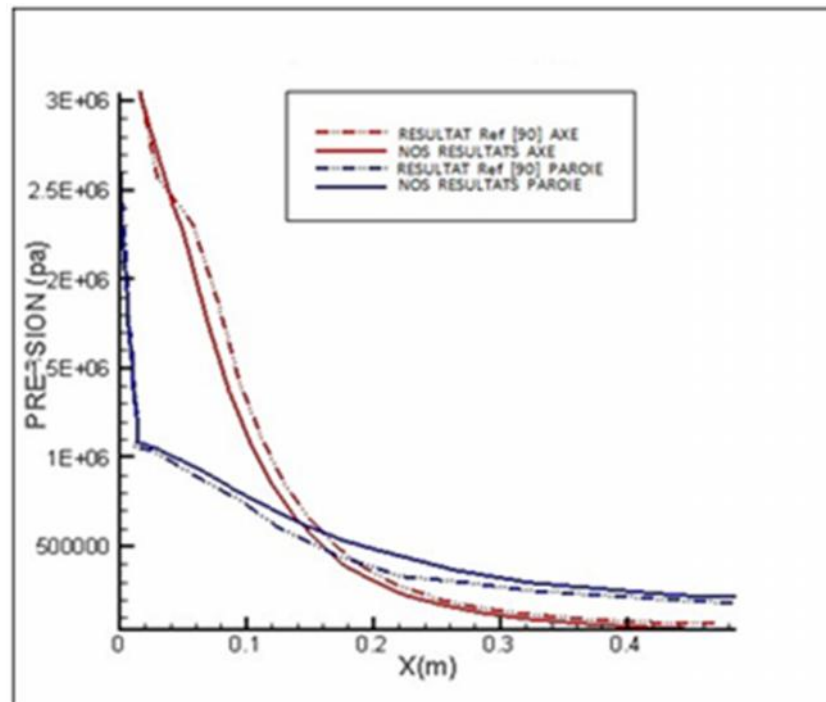


Figure 3.14: Évolution de la pression sur l'axe et sur la paroi de la tuyère ANTARES en comparaison avec les résultats de la référence [90].

La figure 3.14 illustre l'évolution de la pression le long de l'axe et de la paroi de la tuyère **ANTARES**. On constate que la pression diminue graduellement sur la paroi et sur l'axe du col jusqu'à parvenir à la section de sortie où elle atteint la pression atmosphérique. C'est un phénomène normal, car, la tuyère est de type adapté.

La comparaison de nos résultats à ceux obtenus par Haddad A. [90] présente une bonne concordance. Nous pouvons affirmer que notre modèle de calcul prédit correctement le comportement des écoulements supersoniques dans les tuyères convergentes divergentes.

Au même titre que la tuyère **ANTARES**. Nous avons appliqué la méthode des caractéristiques inverses sur la tuyère **BERENICE**, propriété de l'ONERA. Le profil de cette tuyère est représenté sur la figure 3.15, il est simulé à un polynôme de deuxième degré.

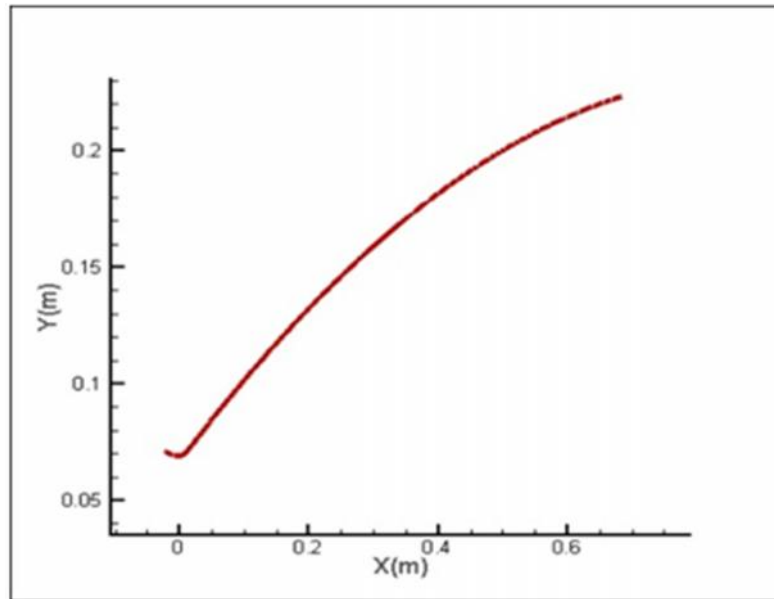


Figure 3.15 : Profil de la tuyère BERENICE obtenu par nos calculs.

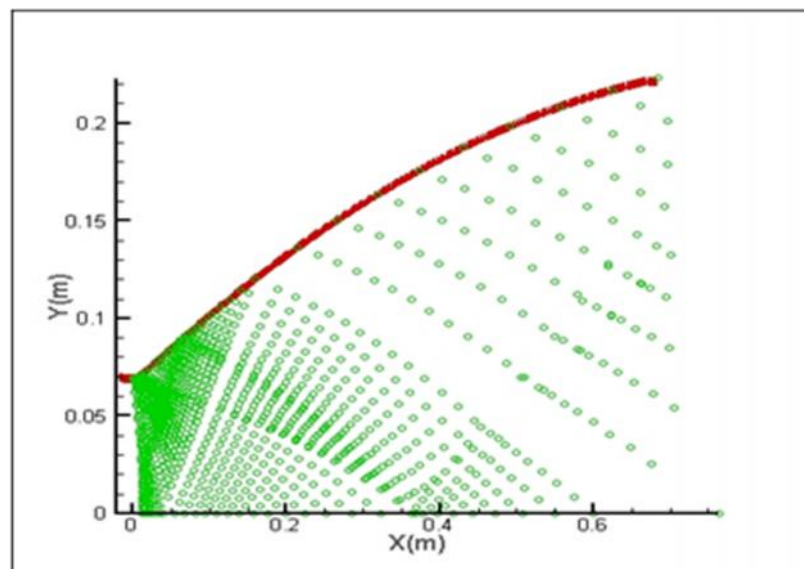


Figure 3.16: Maillage du profil de la tuyère BERENICE obtenu par nos calculs.

Le profil de cette tuyère est donné par l'équation de type $Ax^2+Bx+C=0$. Les coefficients A, B et C sont respectivement : 0.066757, 0.3688 et 0.2054051.

Les coordonnées du point d'attache sont :

- $X_a= 0.01180$ [m]

- $Y_a = 0.07108$ [m]

Les données géométriques, les coefficients du polynôme simulant le profil et les performances de la tuyère **BERENICE** obtenues par nos calculs et ceux publiés par Haddad A. [90] sont regroupés dans les tableaux (3.3 et 3.4). On remarque que les résultats sont en bon accord.

Tableau 3.3: Données géométriques de la tuyère Bérénice .

Le point d'attache	Nos résultats	Résultats [90]
X_a	0.01180 [m]	0.01175 [m]
Y_a	0.07108 [m]	0.07106 [m]
La longueur X_s	0.68 [m]	0.64 [m]

Tableau3.4 : Coefficients du polynôme simulant le profil de la tuyère Bérénice.

Les Coefficients	Nos résultats	Résultats [90]
A	0.066757	0.066750
B	0.36881	0.36880
C	- 0.20540	- 0.2053

La figure3.17 ci-dessous illustre l'évolution du nombre de Mach le long de la tuyère **BERENICE**. Les allures des courbes sont identiques à ceux de la tuyère **ANTARES**. On constate aussi une forte détente des gaz de combustion près du col, suivis, d'un redressement de l'écoulement vers la direction axiale. Phénomène qui favorise une poussée optimale sur une longueur minimale de la tuyère.

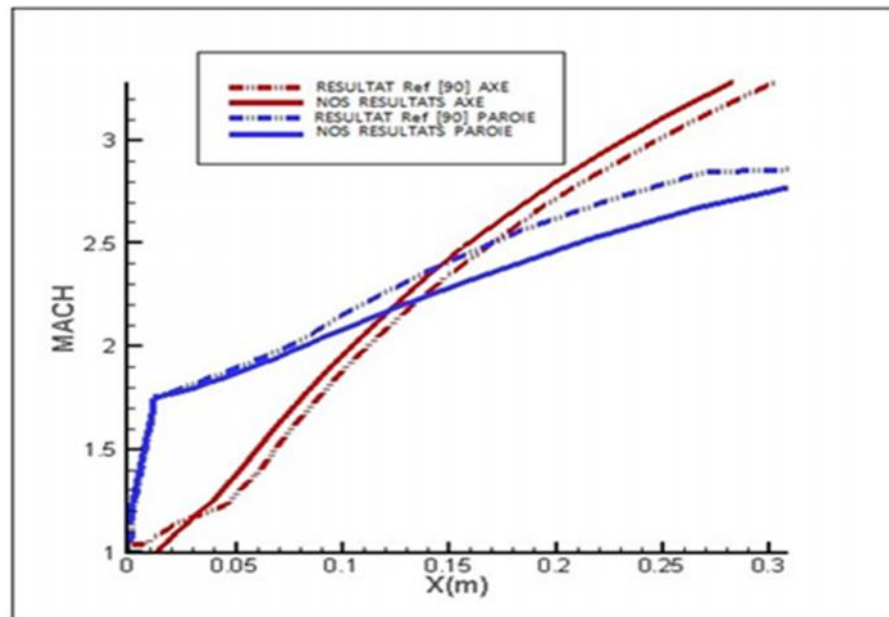


Figure 3.17: Évolution du nombre de Mach sur l'axe et sur la paroi de la tuyère BERENICE en comparaison avec les résultats de la référence [90].

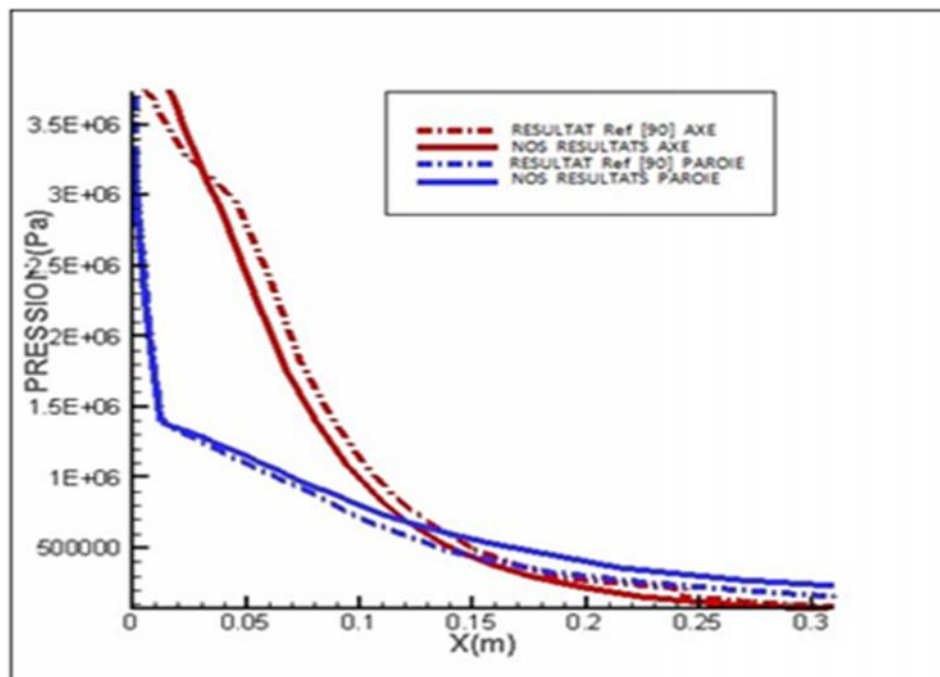


Figure 3.18 : Évolution du nombre de la pression sur l'axe et sur la paroi de la tuyère BERENICE en comparaison avec les résultats de la référence [90].

La figure (3.18) illustre quant à elle, l'évolution de la pression statique le long de la tuyère **BERENICE**. La détente de la combustion est réalisée d'une

manière rapide le long de l'arc circulaire aval du col jusqu'au point d'attache. Phénomène principalement dû, au choix de l'angle d'attache qui impose une détente le long de l'arc circulaire aval du col. La partie restante (forme polynomiale), permet de redresser l'écoulement pour le rendre axial et obtenir une poussée maximale. On remarque la bonne concordance, de nos résultats avec ceux publiés par Haddad A. [90].

Les figures (3.12 et 3.16) illustrent schématiquement la focalisation des lignes de Mach et la procédure de correction de calcul. Généralement, la focalisation des caractéristiques prend son origine à la hauteur du point d'attachement de la tuyère, car, c'est le seul point où la pente du profil est discontinue. La focalisation des lignes de Mach correspond à l'intersection de deux ou plusieurs caractéristiques de la même famille.

C'est un phénomène qui conduit à l'apparition des ondes de choc obliques. La négligence de ces ondes dans le cas, des angles d'attache les plus critiques, affecte directement la précision de la méthode et engendre des problèmes de calcul.

3.4.4. CONCEPTION DE LA TUYÈRE DOUBLE GALBES

La technique de la tuyère double galbes, est un concept d'auto-adaptation de l'écoulement pour deux régimes différents : basses et hautes altitudes et sans aucune activation mécanique. Elle est constituée d'une tuyère de base à laquelle est raccordé un deuxième galbe, le point de jonction des deux galbes représente le point de décollement de l'écoulement à basses altitudes, figure3.19.

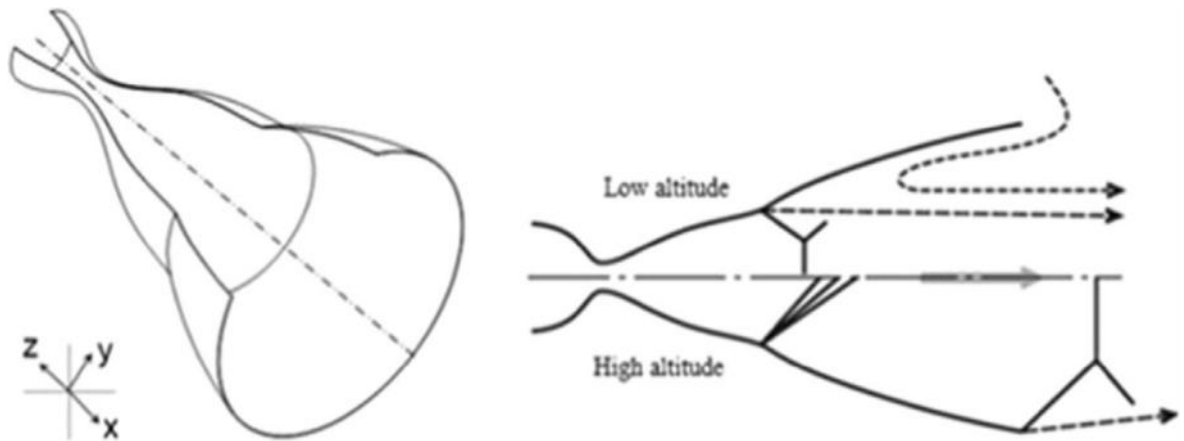


Figure 3.19 : Configuration d'une tuyère double galbes.

Malgré les nombreux avantages de la tuyère double galbes, cette dernière présente quelques inconvénients, comme: l'apparition d'une traînée d'aspiration supplémentaire lors des basses altitudes et la présence de charges latérales lors de la transition entre les deux régimes.

Nous proposons dans la suite de notre étude une méthode de conception du design de ce type de tuyère.

1. CAS DU PREMIER GALBE :

Le profil choisi pour l'implémentation de la méthode des caractéristiques est celui, qui décrit la section divergente d'une tuyère profilée axisymétrique. Le profil au col est constitué de deux arcs de cercle de même rayon de courbure (l'un en amont et l'autre en aval). L'arc circulaire aval est relié tangentiellement au col au niveau du point d'attache. Le contour est simulé par un polynôme de second degré dont les constantes sont calculées à partir des conditions initiales (figure 3.20).

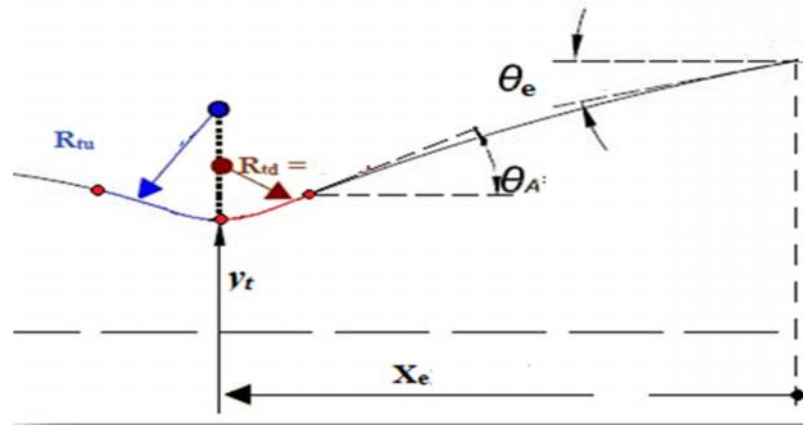


Figure 3.20 : Géométrie de la tuyère de base.

La méthode (MOC) nécessite qu'une ligne de départ soit définie préalablement, pour lancer les calculs dans la partie divergente de la tuyère où l'écoulement est supersonique. Pour cela on utilise une des approches d'analyse de l'écoulement transsonique, soit celle de: Sauer [8] ou de Kliegel & Levine [10].

Pour générer le profil du premier galbe, des données géométriques et thermodynamiques sont nécessaires :

- Nombre de Mach à la sortie égal à 3.2 ;
- Rayon au col de la tuyère $Y_t = 0.01$ [m] ;
- Rayons aval et amont des deux arcs de cercle $R_{tu} = R_{td} = 0.03$ [m] ;
- Pression $P_S = 30.0$ [bars] ;
- Température $T_S = 330$ [k] ;
- Pression atmosphérique 1.013 [bars] ;
- Le rapport de la chaleur spécifique () et la constante des gaz parfaits (R_G) sont respectivement égaux à : 1.4 et 280 [J/kg k°].

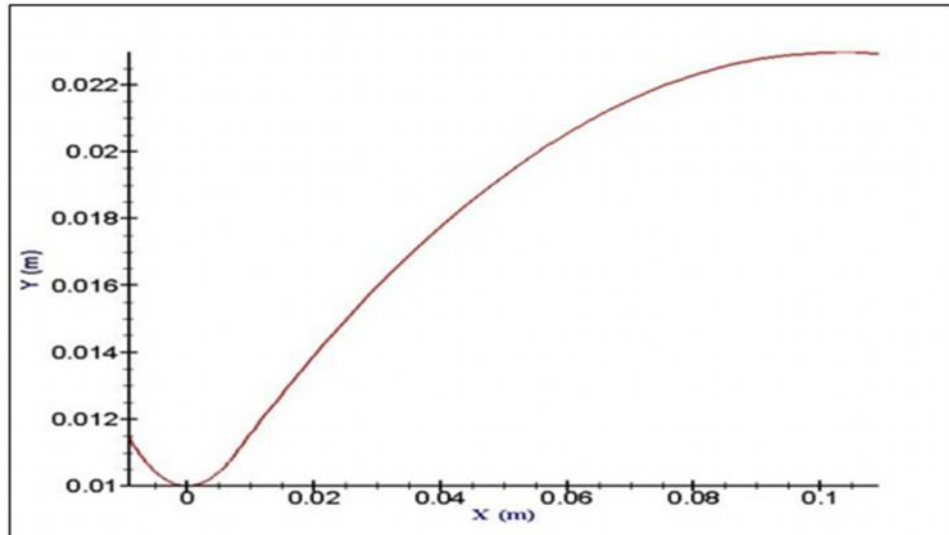


Figure3.21. : Profil de la tuyère avec un nombre de Mach = 3.2 obtenu, par nos calculs avec les données du CNRS [91].

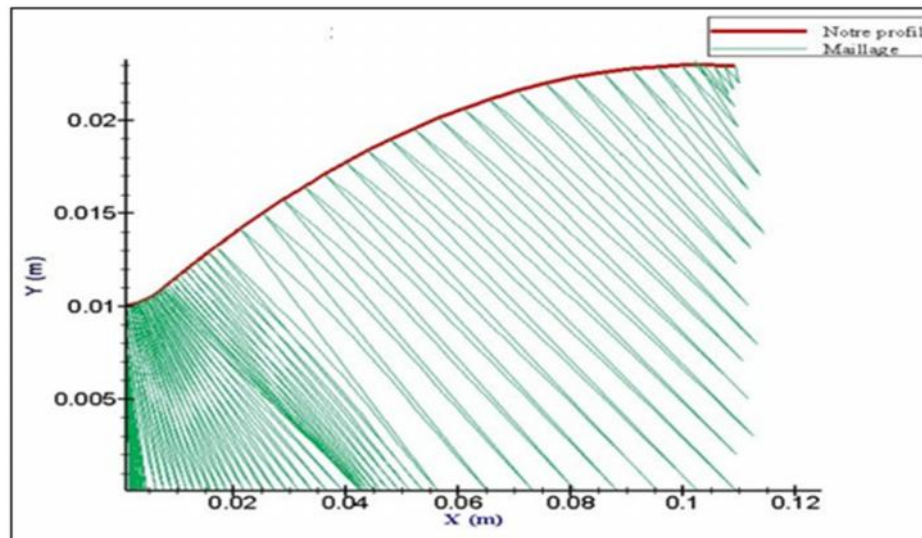


Figure3.22 : Maillage du profil de la tuyère obtenu par nos calculs avec les données du CNRS [91].

Les figures (3.21 et 3.22) ci-dessus illustrent le profil et le maillage obtenu pour une tuyère idéale. Ce profil est régi par un polynôme de deuxième degré de forme $y = Ax^2 + Bx + C$ et dont les constantes A, B et C sont calculées à partir des conditions initiales et sont respectivement : -1.51646, 0.29115 et 0.00885.

Les coordonnées du point d'attache sont:

- $X_A = 0.007764$ [m] ;

- $Y_A = 0.011022$ [m] ;
- Le rayon de sortie est $R_S = 0.022919$ [m].

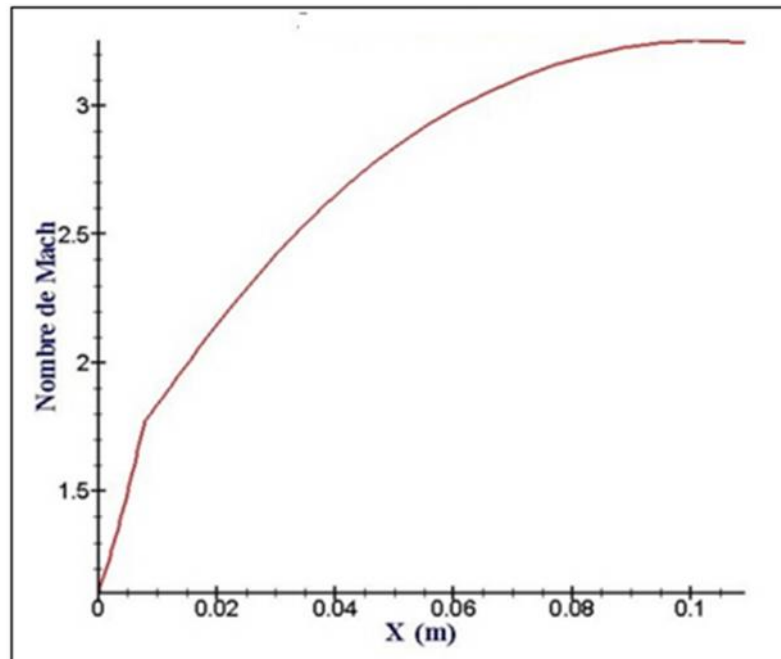


Figure 3.23 : Évolution du nombre du Mach le long de la paroi de la tuyère obtenue par nos calculs avec les données du CNRS [91].

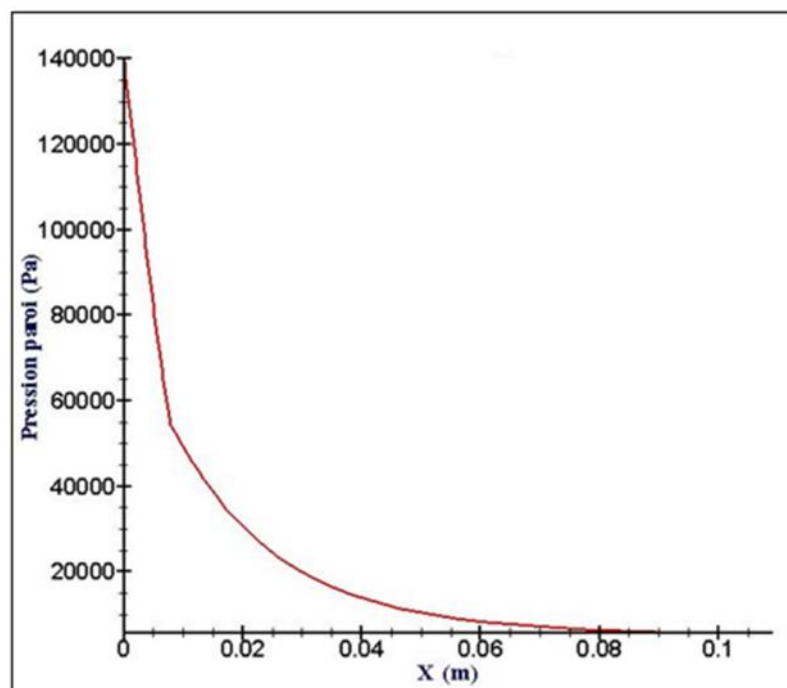


Figure 3.24 : Évolution de la pression le long de la paroi de la tuyère obtenue par nos calculs avec les données du CNRS [91].

La figure 3.23 illustre l'évolution du nombre de Mach le long de la paroi de la tuyère. On constate que le nombre de Mach évolue rapidement au niveau du col et de la zone d'expansion initiale jusqu'à atteindre la valeur de 1.725. Dans la partie divergente, la progression du nombre de Mach est plus lente, est atteint les 3.24. Valeur qui est proche de celle imposée préalablement.

Pour l'évolution, de la pression le long de la paroi de la tuyère, figure 3.25. On remarque l'importance des pentes des courbes de ces détente, particulièrement, au niveau de la zone située près du col et du point d'attache. Au-delà de cette zone, la détente est plus lente. Ce phénomène est particulier aux tuyères profilées qui ont un angle de divergence important. Pour ces dernières, la totalité de la détente des gaz de combustion est réalisée près du col.

Le reste de la section divergente ne sert qu'à redresser l'écoulement vers la direction axiale et pour atteindre des grandes valeurs de poussée.

Les performances de la tuyère obtenue sont représentées sur le tableau 3.5 ci-dessous.

Tableau 3.5 : Performances de la tuyère de base obtenue.

Performances		Résultats obtenus
Poussée développée	F [N]	1513.01
Débit massique	m [Kg/s]	2.013
Coefficient de décharge	C_d	0.94827
Coefficient de poussée	C_f	1.61
Vitesse effective	V_{eff} [m/s]	751.62
Mach de sortie	M_s	3.24
Impulsion spécifique	I_s	712.67

Sachant que la tuyère utilisée dans notre application possède les mêmes caractéristiques géométriques et thermodynamiques que celle du centre National de recherches spatiales (CNRS-Orléans), c'est pour cela qu'on s'est intéressé à confronter les résultats.

Les figures (3.25 et 3.26) illustrent la comparaison de nos résultats avec ceux obtenus par le CNRS d'Orléans [91] en termes de pression et du nombre de Mach.

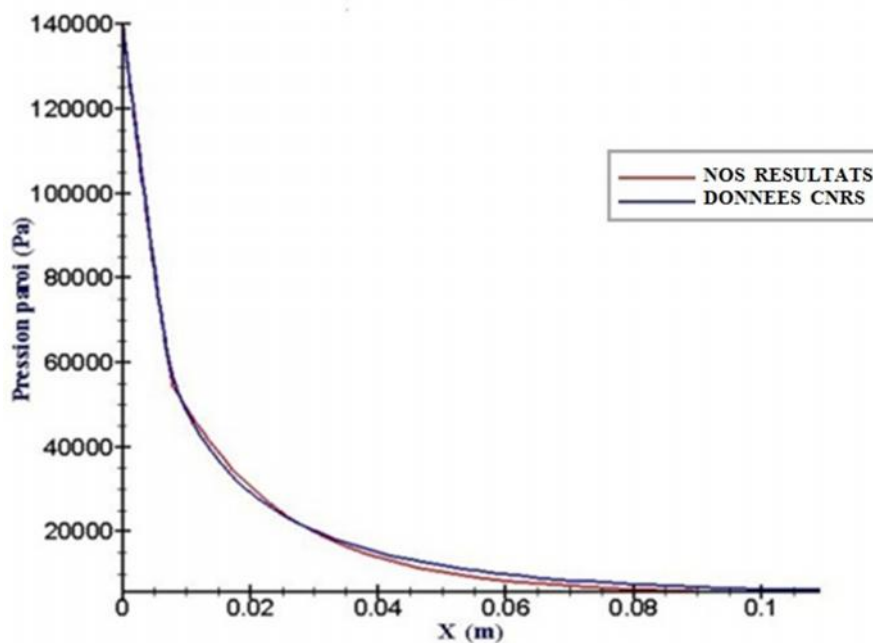


Figure 3.25 : Comparaison de l'évolution de la pression le long de la paroi entre nos calculs et ceux du CNRS [91].

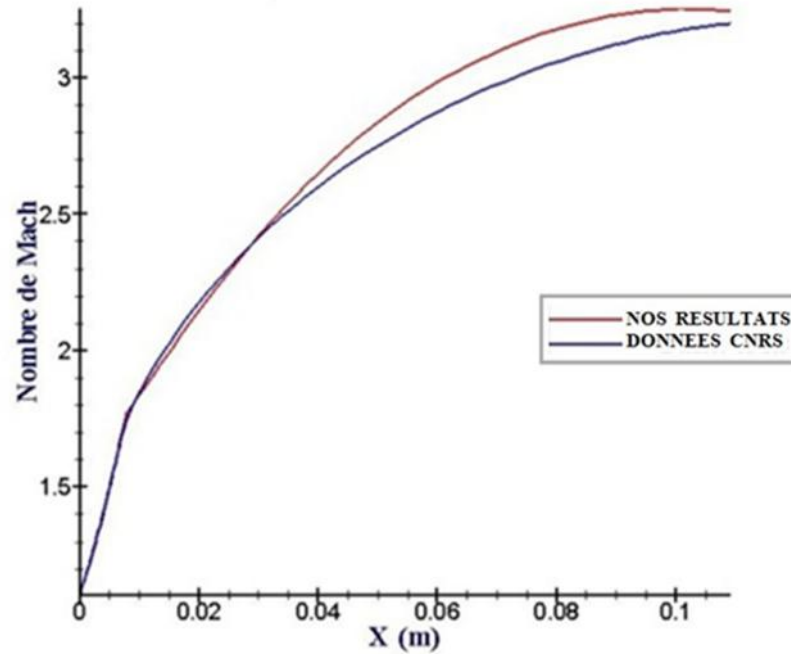


Figure 3.26: Comparaison de l'évolution du nombre de Mach le long de la paroi entre nos calculs et ceux du CNRS [91].

On remarque que nos résultats sont proches de ceux obtenus par le CNRS d'Orléans. Le faible écart entre les courbes est dû à la différence des deux approches utilisées.

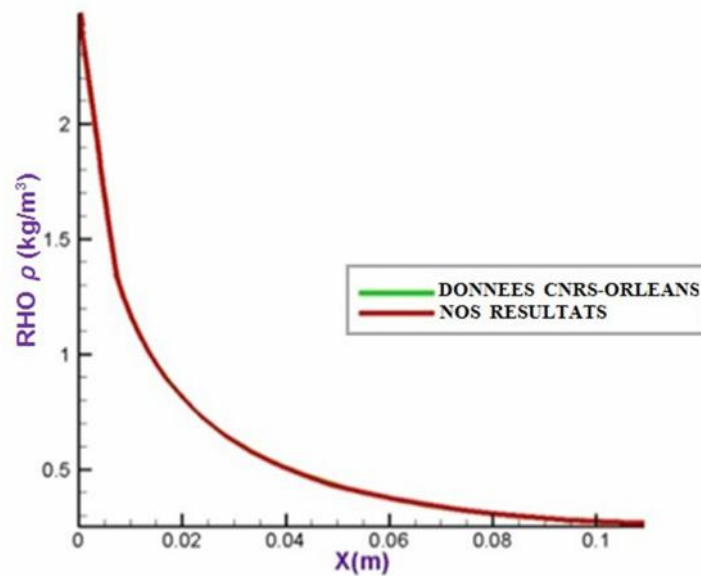


Figure 3.27 : Comparaison de l'évolution de la masse volumique le long de la paroi de la tuyère entre nos calculs et ceux du CNRS [91].

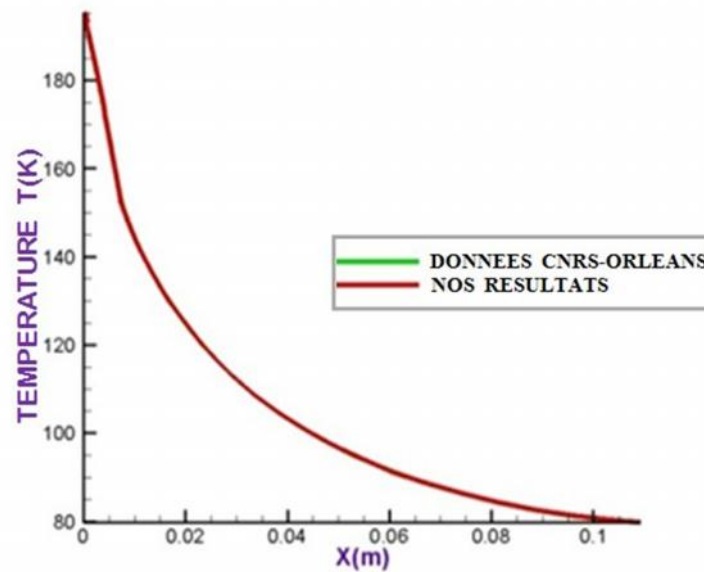


Figure 3.28 : Comparaison de l'évolution de la température le long de la paroi de la tuyère entre nos calculs et ceux du CNRS [91].

La figure 3.27 met en évidence l'évolution de la masse volumique le long de la paroi de la tuyère. On remarque que dès qu'on s'éloigne de la sortie de la chambre de combustion, la masse volumique diminue. Phénomène normal, car la pression diminue le long de la paroi. On note aussi que les allures des deux courbes sont presque confondues.

Pour un même nombre de Mach, la prise en compte de l'évolution de la température le long de la tuyère est nécessaire pour le calcul des performances et le choix des matériaux.

L'augmentation de la vitesse entraîne la diminution de la température statique le long de la tuyère, phénomène représenté sur la figure 3.28. Sur ladite figure, on constate aussi la bonne adéquation entre les résultats du CNRS et les nôtres.

La figure 3.29 ci-dessous présente la comparaison des profils de la tuyère obtenue par nos calculs et celui du CNRS.

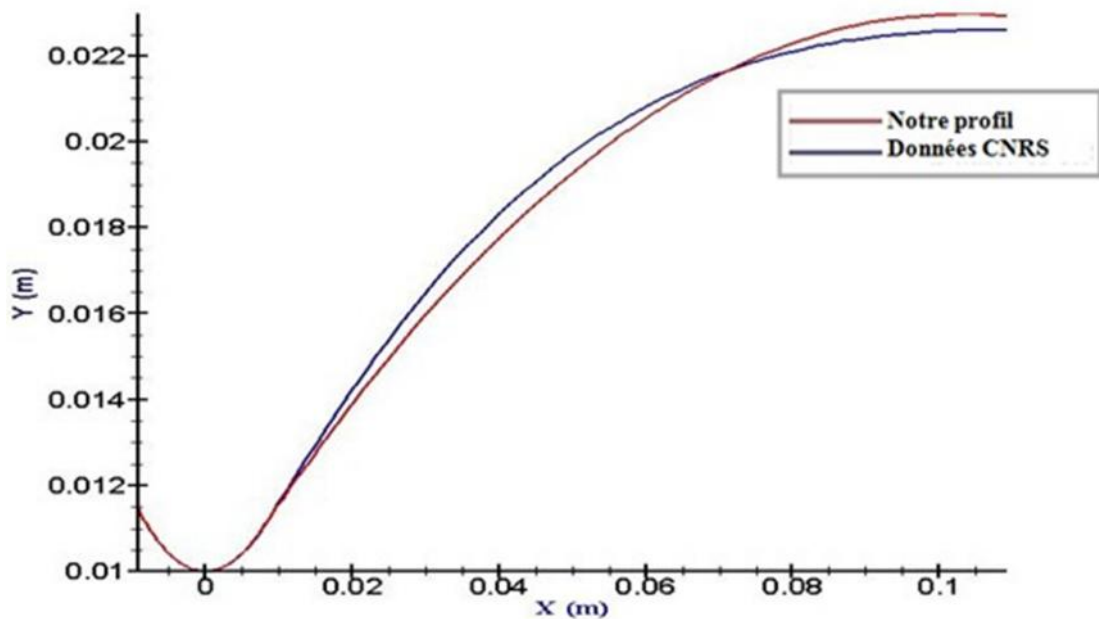


Figure 3.29 : Comparaison du profil obtenu par nos calculs à celui obtenu avec les données du CNRS [91].

On note que les deux profils sont assez proches. Au niveau de la zone d'expansion, ils coïncident avec toutefois un léger écart dans la zone divergente.

Cet écart est dû aux particularités des différentes approches utilisées.

- Pour notre cas: le profil a été imposé et assimilé à un polynôme de deuxièmes degrés.
- Pour le cas du CNRS : le profil n'a pas été imposé, mais les points du profil sont représentés par un polynôme de cinquièmes degrés.

Il est possible qu'avec le choix d'un polynôme de degré supérieur, l'écart soit plus minime.

Nous remarquons aussi que la section de sortie de notre profil est légèrement supérieure à celle du CNRS, figure 3.29. Donc, la tuyère obtenue

représente les mêmes caractéristiques qu'une tuyère TIC, particulièrement sa longueur. Toutefois, il est irréaliste de vouloir équiper un moteur-fusée d'une tuyère idéale en raisons, de la masse et de l'inertie trop importantes qu'elles occasionnent. D'autre part, la dernière moitié du divergent ne contribue qu'à hauteur de quelques pour cent à la poussée idéale, par conséquent, une telle tuyère peut être tronquée.

La tuyère tronquée produit une divergence de l'écoulement et une perte de poussée. Les pertes dues à la divergence peuvent être estimées en faisant l'hypothèse d'un écoulement de source.

Après avoir procédé à la troncature de notre tuyère en trois (3) points différents. Nous avons procédé au calcul de : la poussée, la perte de poussée en (%) et le gain du poids (%) respectivement pour chaque point tronqué comme représenté sur le tableau 3.6 ci-dessous.

Tableau 3.6: Points de troncature.

	(tronquée) 1	(tronquée) 2	(tronquée) 3
La longueur [m]	0.0762895	0.0868441	0.0957621
La poussée [N]	1490.55	1498.06	1503.84
Perte de poussée (%)	5.49	0.98	0.61
Gain en longueur (%)	30.23	20.85	12.42

On remarque que le point de troncature 02 présente le meilleur compromis entre la perte de poussée (environ 0.98 %) et le gain en longueur (21%). Par conséquent, c'est ce profil qui sera adopté pour le reste de nos calculs.

Les données géométriques et thermodynamiques sont les mêmes. La longueur de la tuyère est $X_e = 0.08684[m]$. Par contre, l'angle de divergence de sortie du profil est $\theta_e = 1.61^\circ$ au lieu de 0 . Dans ce cas-là, le profil de la tuyère et les constantes du polynôme simulant le profil restent inchangés. Mais, la longueur de la tuyère diminue de 20.85% ce qui correspond, à une perte de poussée de 0.98%, figure 3.30 ci-dessous.

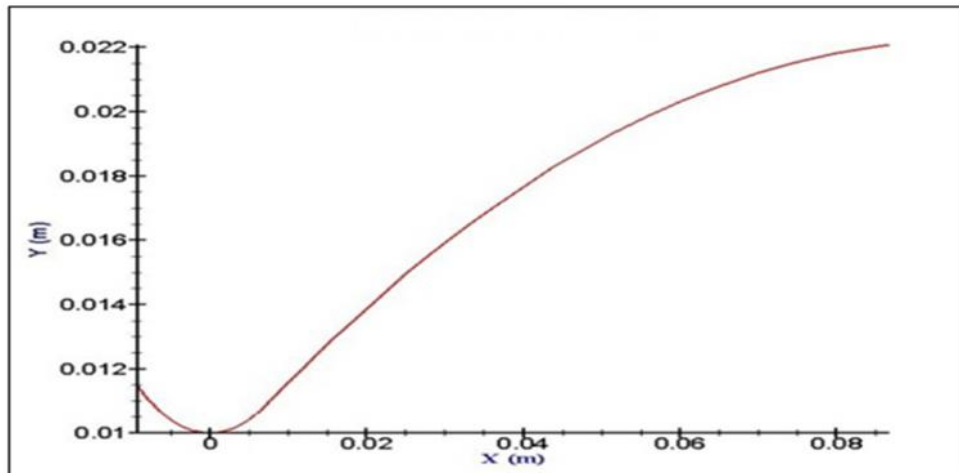


Figure 3.30 : Profil de la tuyère tronquée.

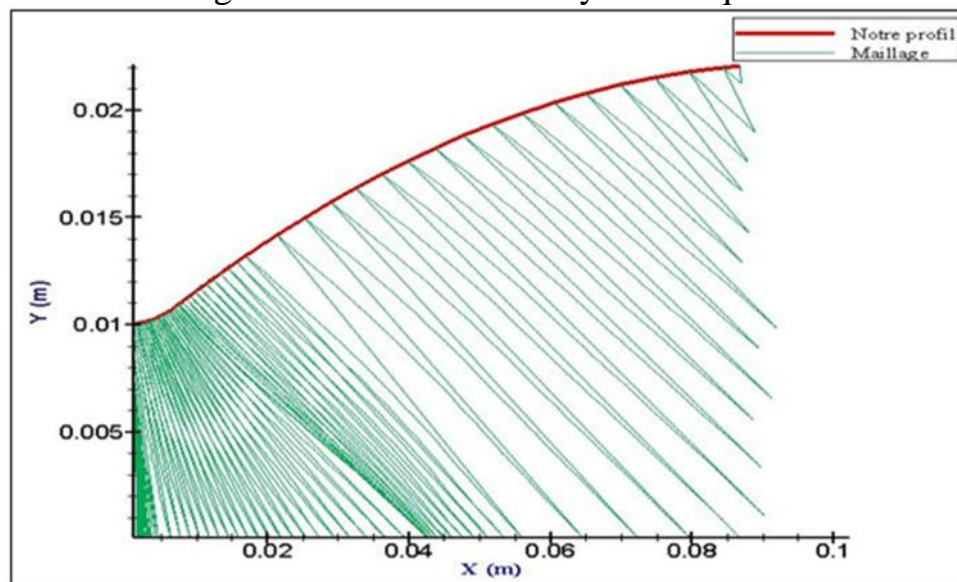


Figure 3.31 : Maillage de la tuyère tronquée.

Dans la suite de nos travaux, le profil représenté sur la figure 3.31 sera considéré comme le profil de base de la tuyère double galbes à concevoir. Les

caractéristiques de cette tuyère de base sont données par le tableau 3.7 ci-dessous

Tableau 3.7: Les performances de la tuyère obtenue en utilisant les données CNRS [91].

Performances		Résultats
Poussée développée	F [N]	1498.06
Débit massique	m [Kg/s]	2.013
Coefficient de décharge	C_d	0.94827
Coefficient de poussée	C_f	1.59
Vitesse effective	V_{eff} [m/s]	744.19
Mach de sortie	M_s	3.24
Impulsion spécifique	I_s	705.623

2. CAS DU DEUXIÈME GALBE :

Le profil du deuxième galbe est calculé pour une pression paroi constante P_2 . Pour l'hypothèse de fluide non visqueux, ce profil coïncide avec la ligne de courant isobare du fluide parfait de pression P_2 . Cette ligne de courant est obtenue en utilisant la méthode directe des caractéristiques. Elle est appliquée pour une onde de détente (de Prandtl-Meyer) d'intensité P_2/P_1 au point de jonction J, figure 3.32

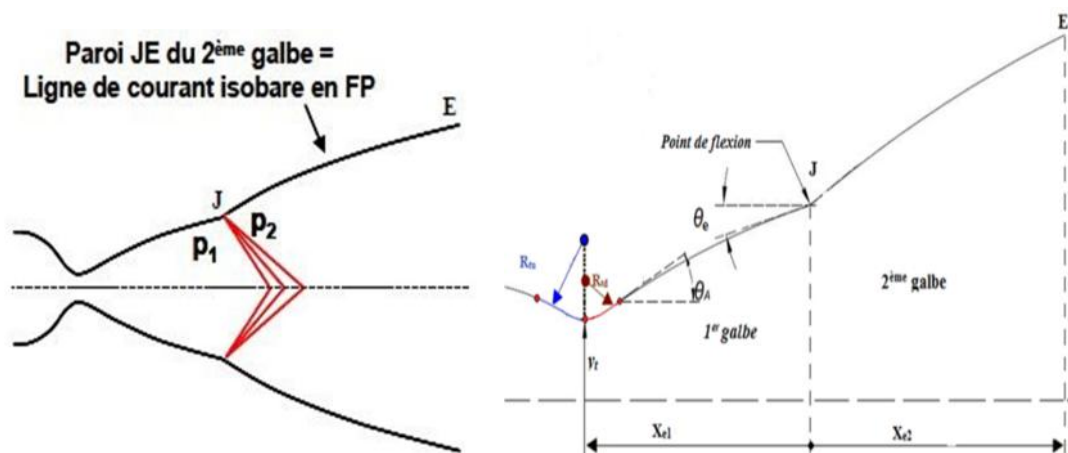


Figure 3.32 : Expansion centrée au point de jonction J.

Pour générer, le deuxième galbe, nous avons besoin en plus, des données géométriques et thermodynamiques utilisées dans le premier galbe, de la pression P_{a2} , dans laquelle, le deuxième galbe va évoluer. Cette dernière doit être inférieure à la pression atmosphérique. Elle est estimée à 0.0389 bar.

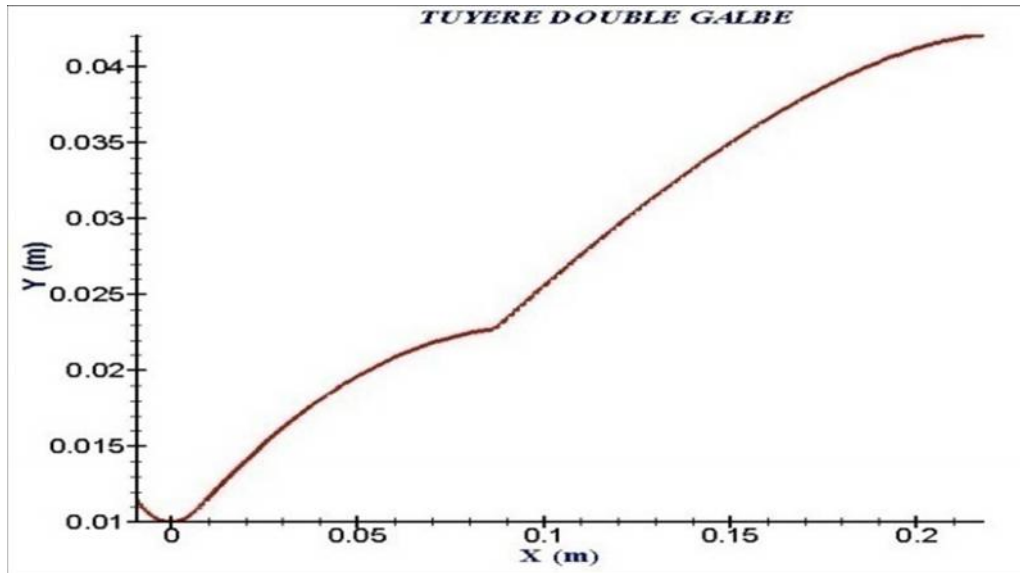


Figure 3.33 : Profil de la tuyère double galbes obtenu par nos calculs.

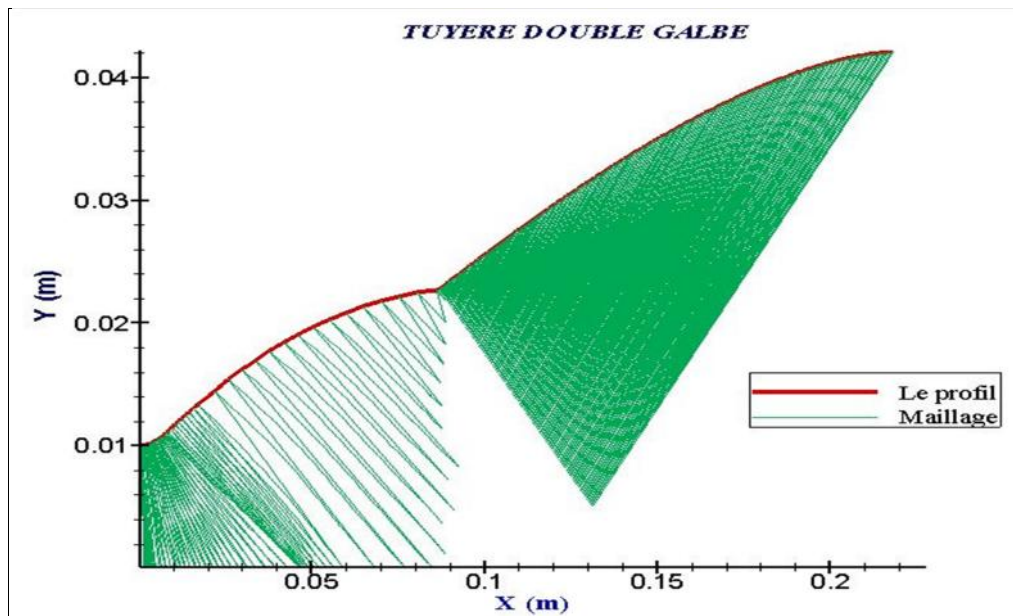


Figure 3.34 : Maillage de la tuyère double galbes obtenu par nos calculs.

La figure 3.33 présente le profil de la tuyère double galbes obtenu par nos calculs. On note :

- Les coordonnées du point de jonction des deux galbes sont :
 $X_j = 0.086844$ [m] et $Y_j = 0.022728$ [m] ;
- La longueur du deuxième galbe est :
 $L_{G2} = 0.131518$ [m] ;
- La longueur totale de la tuyère est :
 $L_{Gt} = 0.218362$ [m];
- Le rayon de sortie de la tuyère est :
 $R_S = 0.042095$ [m].

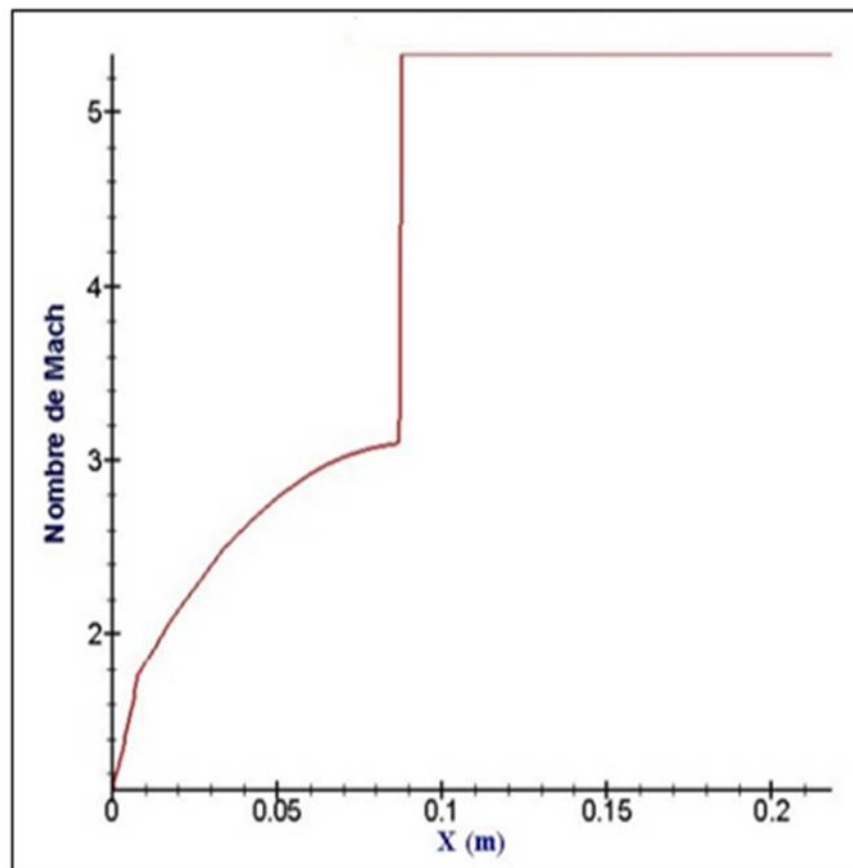


Figure 3.35 : Évolution du Mach dans une tuyère double galbes obtenu par nos calculs.

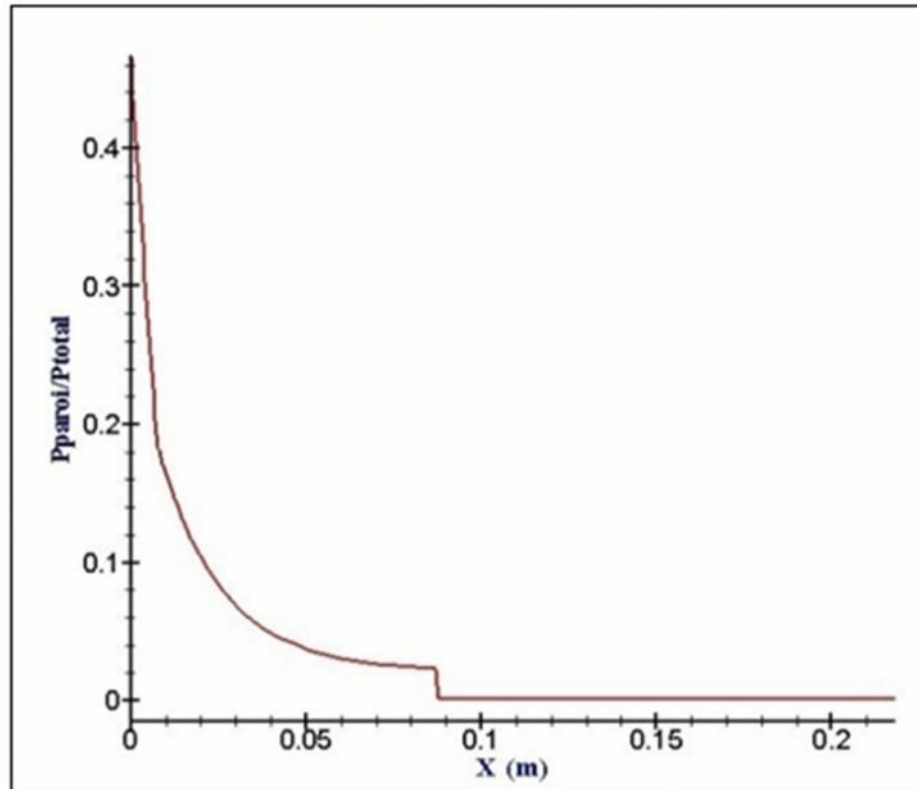


Figure 3.36 : Évolution de la pression dans la tuyère double galbe obtenu par nos calculs.

La figure 3.35 illustre la variation du nombre de Mach le long de la paroi d'une tuyère double galbes. On remarque que le Mach évolue rapidement au niveau du col et de la zone d'expansion initiale jusqu'à atteindre la valeur de 1,77. Par contre, dans la partie divergente du 1^{er} galbe, la progression est plus lente et atteint la valeur maximale de 3,1. Au point de jonction J, le nombre de Mach admet deux valeurs (3,1 et 5,33). Cette différence de valeur est due à l'onde de détente centrée en ce point. Tout le long du deuxième galbe, le nombre de Mach reste constant.

Pour la pression, on constate qu'elle diminue très rapidement au niveau du col et de la zone d'expansion initiale et plus lentement dans la partie divergente que forme le 1^{er} galbe, figure 3.36. Au point de jonction J, l'onde de détente est plus expressive et le long du deuxième galbe, la pression reste constante et égale à la pression imposée.

Les performances de la tuyère double galbes obtenues par nos calculs sont représentées sur le tableau 3.9 ci-dessous.

Tableau 3.8 : Les performances de la tuyère double galbes.

Performances		Nos résultats
Poussée développée	F [N]	1586.57
Débit massique	m [Kg/s]	2.013
Coefficient de décharge	C_d	0.94827
Coefficient de poussée	C_f	1.68
Vitesse effective	V_{eff} [m/s]	788.16
Mach de sortie	M_s	5.33
Impulsion spécifique	I_s	747.32

3.5. TEST DE VALIDATION

Pour valider nos résultats, nous avons utilisé une seconde fois la méthode des caractéristiques, avec cette fois-ci, les données de la tuyère CNES-Perseus-ONERA [2].

Ladite tuyère présente les caractéristiques géométriques et thermodynamiques suivantes:

- Rayon du col de la tuyère $Y_t = 0.01$ [m] ;
- Rayons aval et amont des deux arcs de cercle $R_{\text{tu}} = R_{\text{id}} = 0.03$ [m]
- La pression de travail du premier galbe $P_{a1} = 0.651$ [bar] ;
- La pression est 52 [bars] ;
- La température statique est 330[k].

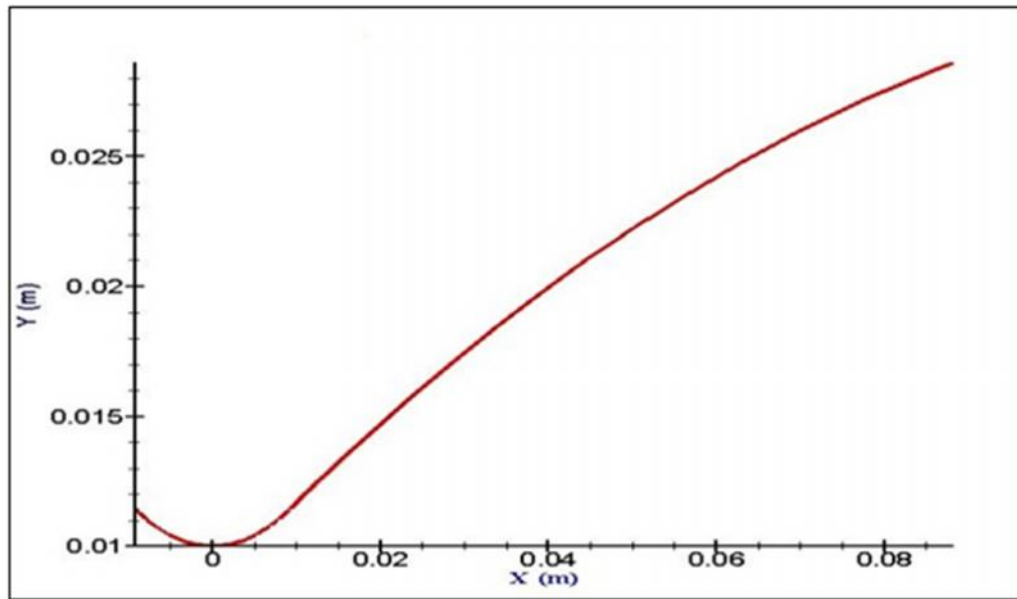


Figure 3.37: Profil du premier galbe obtenu avec les données de Reijasse P. et al [2].

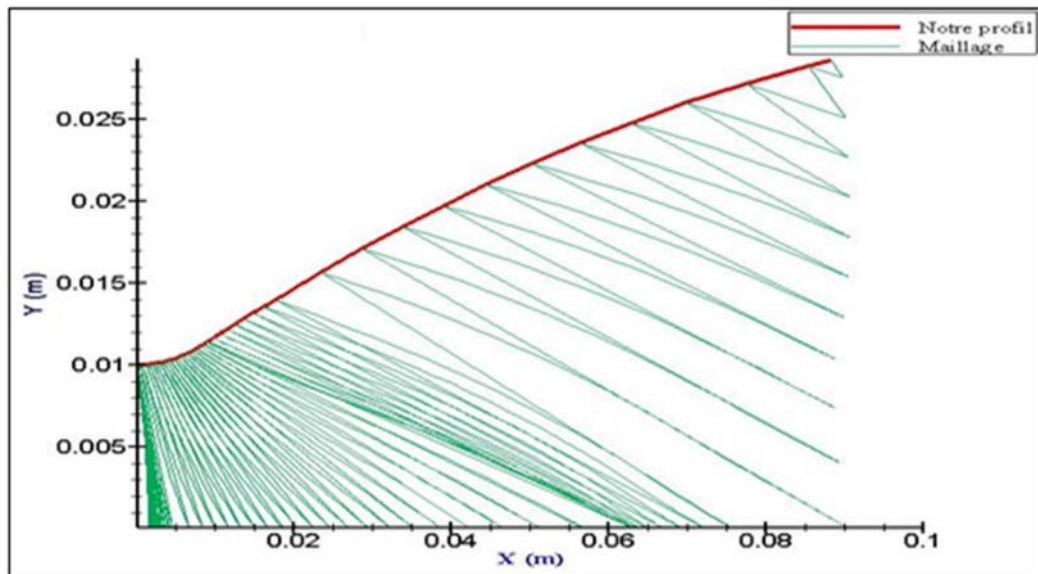


Figure 3.38: Maillage du premier galbe obtenu avec les données de Reijasse P. et al [2].

La figure 3.37 illustre le profil de la tuyère de base obtenu par notre code de calcul, en utilisant les résultats de Reijasse P. et al [2]. Ce profil est

simulé par un polynôme de deuxième degré dont, les constantes A, B et C sont respectivement : -1.236029, 0.337600 et 0.008444.

Les coordonnées du point d'attache sont :

- $X_a = 0.00902117$ [m] ;
- $Y_a = 0.01138849$ [m] ;

Le rayon de sortie est :

- $R_s = 0.02861998$ [m].

Les performances de la tuyère que nous avons obtenues par notre code de calcul sont données dans le tableau 3.9 ci-dessous.

Tableau 3.9 : Les performances de la tuyère de base (premier galbe) obtenues avec les données de la référence [2].

Performances		Nos résultats
Poussée développée	F [N]	2497.90
Débit massique	m [Kg/s]	3.49
Coefficient de décharge	C_d	0.94827
Coefficient de poussée	C_f	1.529
Vitesse effective	V_{eff} [m/s]	263.16
Mach de sortie	M_s	3.518
Impulsion spécifique	I_s	678.793

Le tableau 3.10 ci-dessous, présente une étude comparative entre les résultats de notre étude et ceux publiés par Reijasse P. et al [2].

Tableau 3.10 : Les performances de la tuyère de base (premier galbe) en comparissant avec ceux de la Référence [2].

Caractéristiques de la tuyère		Nos résultats	Réf [2]	Erreur %
Rapport isentropique de pression de sortie (NPR)	P_1/P_i	0.01282	0.01252	2.40
Nombre de Mach de sortie	M_s	3.518	3.533	0.42
Impulsion spécifique normalisée	I_{sp1}/I_{spt}	1.218	1.282	5.00
Longueur de la tuyère	L_1/Y_t	8.833	8.833	0.00
Rapport de section de sortie	Y_1/Y_t	2.862	2.879	0.59

On remarque que le nombre de Mach à la sortie du premier galbe est de 3.518 avec un écart relatif de 0.42% par rapport à la référence [2]. Pour les sections de sortie, l'erreur relative entre les deux résultats est de 0.59 %.

Pour les besoins du design du deuxième galbe; en plus des données géométriques et thermodynamiques utilisées pour le premier galbe, nous aurons besoin aussi de la pression atmosphérique dans cette section. Elle est de $P_{a2} = 0.065$ [bar] [2].

La figure3.39 illustre le profil de la tuyère double galbes obtenu par notre programme en imposant un profil simulé à un polynôme de deuxième degré pour le 1^{er} galbe et un jet libre pour le second galbe.

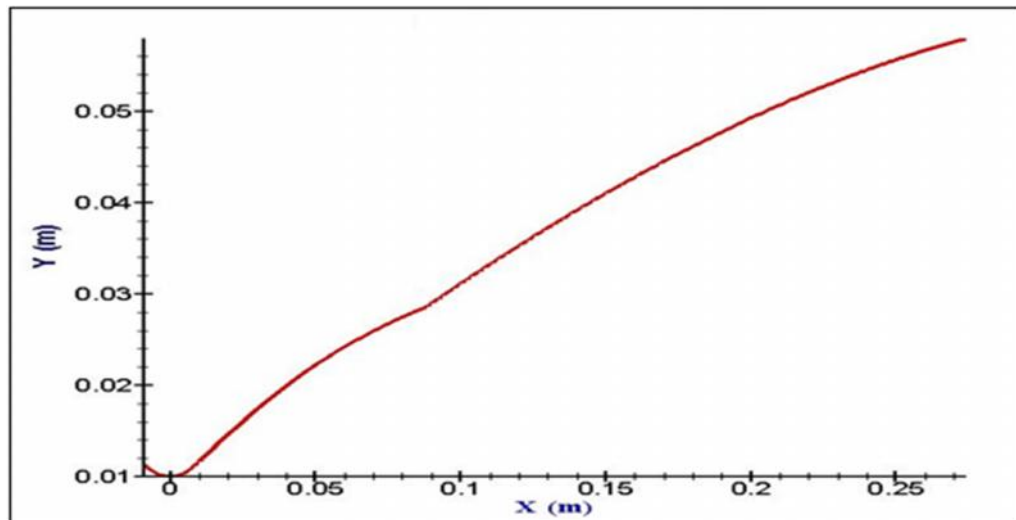


Figure 3.39: Profil de la tuyère double galbes obtenu avec les données de Reijasse P. et al [2].

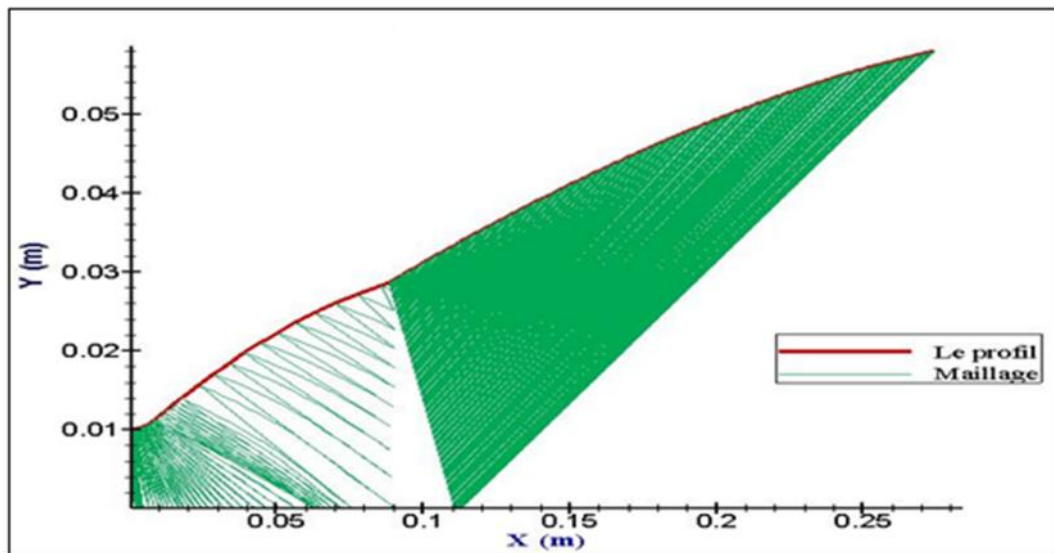


Figure 3.40 : Le maillage du profil obtenu avec les données de Reijasse P. et al [2].

La figure (3.40) représente le profil de la tuyère double galbes obtenu à partir des données publiées par Reijasse P. et al [2]. Les coordonnées du point de jonction entre les deux galbes sont :

- $X_j = 0.08833$ [m],
- $Y_j = 0.02861$ [m].

Le rayon de sortie du deuxième galbe est :

- $R_{s2} = 0.05911[m]$.

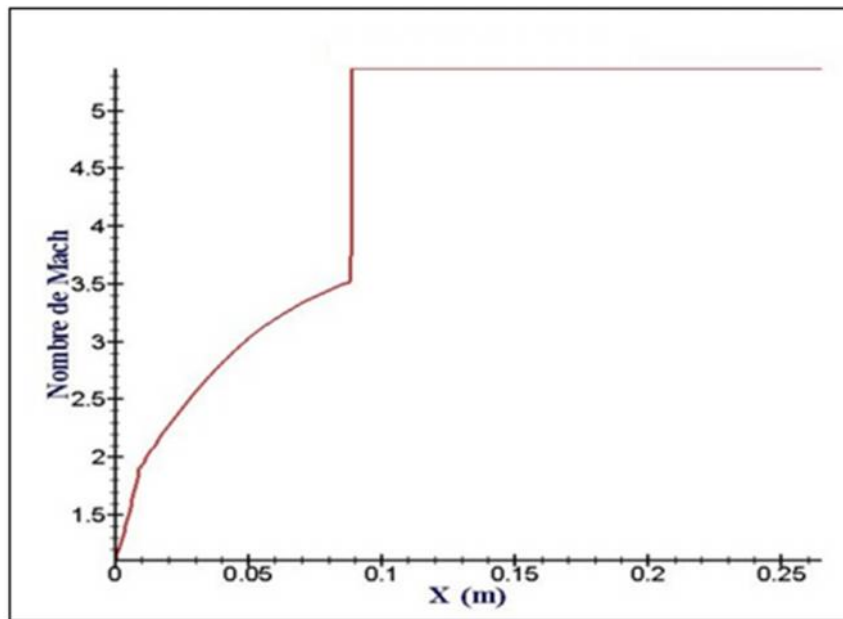


Figure 3.41 : Évolution du nombre de Mach obtenu avec les données de Reijasse P. et al [2].

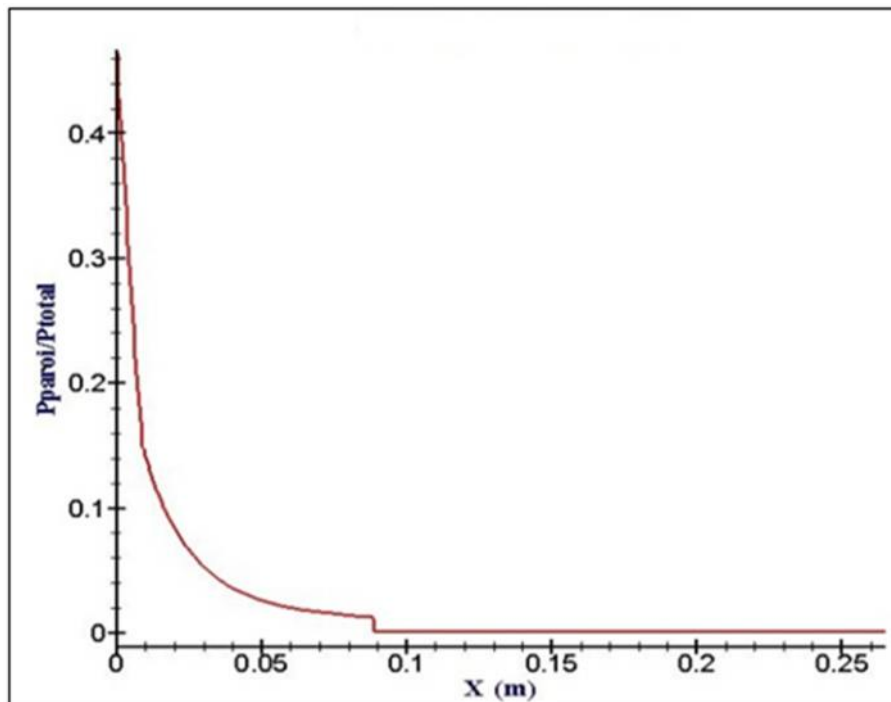


Figure 3.42 : Évolution de la pression obtenue avec les données de Reijasse P. et al [2]

Pour le premier galbe, on constate que la détente des gaz de combustion est réalisée d'une manière rapide le long de l'arc circulaire jusqu'au point

d'attache, ou, elle atteint la valeur de 1.906. Au-delà, on assiste à une progression toujours continue, mais avec une moindre intensité jusqu'à la sortie de ce premier galbe ou elle parvient à 3.52, figure 3.41. Cette variation est due, au choix de l'angle d'attache qui impose la réalisation de la détente entièrement dans cette zone.

La partie restante sert à redresser l'écoulement pour avoir un maximum de poussée à la sortie. Le même raisonnement est tenu pour la courbe de la variation de la pression figure 3.42 où, on remarque l'importance de la pente de la courbe particulièrement, du col jusqu'au point d'attache, au-delà de ce point la détente est plus lente.

Au point de jonction J, le nombre de Mach affiche deux valeurs (3.52 et 5.36). Cette différence est due à la présence d'une onde de détente centrée en ce point. Au-delà de ce point et tout le long du deuxième galbe, le nombre de Mach reste constant, figure 3.41. Même remarque pour l'évolution de la pression où l'onde de détente centrée au point J est bien visible. La pression reste constante tout le long du deuxième galbe et égale à la pression imposée, figure 3.42.

Dans le tableau 3.11 ci-dessous, sont présentées les performances de la tuyère double galbes obtenues par notre code de calcul en utilisant les données de la référence [2].

Tableau 3.11 : Les performances de la tuyère double galbes obtenues par nos calculs avec les données de la référence [2].

Performances		Résultats
Poussée développée	F [N]	2802.85
Débit massique	m [Kg/s]	3.49
Coefficient de décharge	C_d	0.94827
Coefficient de poussée	C_f	1.72
Vitesse effective	V_{eff} [m/s]	803.11
Mach de sortie	M_s	5.36
Impulsion spécifique	I_s	742.266

On remarque que l'extension de la tuyère de base par le profil du deuxième galbe engendre des avantages intéressants, à savoir :

- Un gain de poussé de 10.88 % ;
- Un gain du nombre de Mach de 34.36 % ;
- Un gain de l'impulsion spécifique de 8.55 %.

Les tableaux (3.12 et 3.13) ci-dessous présentent la comparaison des caractéristiques thermodynamiques et géométriques obtenues entre nos calculs et ceux publiés dans la référence [2].

Tableau 3.12: Comparaison des caractéristiques thermodynamiques de notre tuyère à ceux de la référence [2].

Caractéristiques thermodynamiques	Nos résultats	Résultats [2]	Erreur (%)
P_2/P_1 : Rapport isentropique de pression de sortie(NPR)	0.00125	0.00124	0.80
M_s : Nombre de Mach de sortie	5.36	5.34	0.37
I_{sp2}/I_{sp1} : Impulsion spécifique Normalisée	1.331	1.306	1.91

La confrontation de nos résultats obtenus par notre code de calcul à ceux de l'étude développée dans le cadre du programme CNES-Perseus-ONERA et expérimentée dans une soufflerie à l'ONERA a donné une totale satisfaction.

En effet, les écarts relatifs entre les deux résultats sont très faibles. Sur le plan de la géométrie, on constate que les deux tuyères de base sont presque identiques, la différence de section est de l'ordre de 0.20%. Par contre, l'écart entre les deux longueurs de base est de 0.35 %. Les écarts concernant le

nombre de Mach de sortie du premier galbe et l'impulsion spécifique sont respectivement 0.42 % et 5 %.

Tableau 3.13 : Comparaison des caractéristiques géométriques obtenues par nos calculs et ceux de la référence [2].

Caractéristiques géométriques		Réf. [2]	Nos Résultats	Erreur (%)
Y_t	Rayon au col	10 [mm]	10 [mm]	0.00
R_b/Y_t	Rayon de sortie du premier galbe	2.879	2.885	0.20
R_{ext}/Y_t	Rayon de sortie du deuxième galbe	7.46	5.91	20.77
L_b/Y_t	Longueur du premier galbe	8.833	8.80143	0.35
L_{ext}/Y_t	Longueur de l'extension	17.67	17.73	0.34
L_{tot}/Y_t	Longueur totale de la tuyère	26.51	26.54	0.11

Le même constat est établi pour le deuxième galbe, son extension normalisée au rayon du col de la tuyère obtenue par nos calculs est égale à 17.73, soit un écart relatif de 0.34% par rapport à celui donné à la référence [2]. Par contre, l'erreur estimée sur les longueurs ne dépasse pas les 0.11%, ce qui représente un avantage.

La plus grande satisfaction réside dans le Mach de sortie ou l'écart est de 0.37 % avec une diminution de la section de sortie de 20.78 %. C'est un avantage qui a des retombées positives sur le poids de la tuyère.

Dans notre étude, nous avons proposé une méthode de conception de tuyère double galbes dont son originalité réside, dans le fait, que le premier galbe est conçu par la méthode des caractéristiques directe et son profil est simulé à un polynôme de deuxièmes degrés (profil TOP). Habituellement, le design du premier galbe est simulé à un profil TIC, c'est notamment le cas des travaux publiés par Reijasse P. et al [2].

Sur le plan théorique, la diminution de la section et l'augmentation du nombre de Mach sont des avantages. Néanmoins, pour conforter ces résultats, des tests expérimentaux et une étude sur les charges latérales exercées sur les parois de la tuyère particulièrement au point de jonction doivent être entrepris.

CHAPITRE 4 : SIMULATION NUMÉRIQUE DES ÉCOULEMENTS SUPERSONIQUES DANS LES TUYÈRES DOUBLE GALBES

4.1. INTRODUCTION

La CFD est devenue indispensable pour comprendre les différents phénomènes physiques intervenants dans les écoulements. Les écoulements de fluides, de types internes ou externes en régime laminaire ou turbulent sont décrits par un système d'équations aux dérivées partielles (E.D.P). Tous les phénomènes physiques sont régis par ce système qui est formé d'équations: de la continuité, de la quantité de mouvement et d'énergie qu'il convient de résoudre pour déterminer les caractéristiques du champ thermique et de l'écoulement.

Chaque type d'équation nécessite un traitement numérique adapté à la physique du problème. Ainsi, les éléments finis sont plus au moins historiquement liés aux équations elliptiques, les différences finis aux équations elliptiques et paraboliques et les volumes finis aux équations hyperboliques.

Dans le domaine de l'ingénierie, la résolution est difficile pour la majorité des problèmes. Cependant, il est possible d'obtenir une approximation de la solution de ces systèmes à l'aide des méthodes numériques.

La simulation permet d'effectuer l'analyse du problème dans des conditions réelles ou au contraire dans des conditions d'essais extrêmes (climats extrêmes, défauts d'installations, etc.).

À travers la simulation, le système étudié devient plus flexible. On peut facilement faire des études paramétriques. L'utilisateur peut aussi faire varier l'échelle des temps pour une étude donnée, ce qui est impossible dans le cas réel. La simulation est présentée toujours sous la forme d'un programme ou d'outils informatiques, ils sont appelés des environnements de simulation.

4.2. TECHNIQUES DE SIMULATION NUMERIQUE

Les techniques de résolution des (EDP), comme toutes les techniques d'analyse numérique sont des techniques de discrétisation. Il s'agit de remplacer un nombre infini de degrés de liberté du problème mathématique par un nombre fini de degrés de liberté de calcul. Le nombre de ces derniers étant limité par la taille mémoire des ordinateurs.

Après avoir défini le modèle mathématique, l'étape suivante consiste à mettre en place un algorithme CFD. Cette étape de l'approche numérique doit être en accord avec le choix de la méthode de discrétisation du modèle mathématique sélectionné.

4.2.1. SOLUTION GENERALE

La solution de chaque ensemble d'équations dans un domaine est réalisée en deux étapes (opérations numériques intensives) pour chaque pas de temps.

1. Coefficient de production : les équations non linéaires sont linéarisées et assemblées dans la solution de la matrice ;
2. Equation solution : les équations linéaires sont résolues en utilisant une méthode algébrique.

4.2.2. SOLUTION DES EQUATIONS LINEAIRES

Pour résoudre un système d'équations discret et linéarisé, ANSYS utilise une méthode dite « multi-grille (M.G) » de factorisation accélérée incomplète inférieure/supérieure (ILU). C'est une méthode itérative avec laquelle la solution exacte est approchée par une solution discrète après plusieurs itérations.

Le système d'équations s'écrit sous la forme matricielle suivante :

$$[A].[\phi] = [b]$$

Où :

- $[A]$ est la matrice des coefficients ;
- $[\emptyset]$ vecteur solution ;
- $[b]$ vecteur second membre.

4.2.3. PROCEDURE ET ETAPES REQUISES POUR ATTEINDRE LA SOLUTION

Les étapes requises pour arriver à une solution sont les suivantes :

1. Estimation de toutes les valeurs des variables, en tout point du maillage, elles correspondent aux valeurs initiales imposées;
2. Calcul des coefficients α_i des équations ;
3. Le coefficient étant fixé, un solveur linéaire résout l'ensemble des équations par itération ;
4. Pour le choix du pas d'itérations, deux cas sont possibles:
 - Régime non permanent;
 - Régime stationnaire, dans ce cas, on utilise un pas du temps qui accélère la convergence, le pas du temps est estimé d'après les caractéristiques de l'écoulement. Si le critère de convergence est vérifié alors les valeurs obtenues sont des solutions modules pour :
 - Création de la géométrie ;
 - Génération de maillages (structuré et non structuré) ;
 - Le calcul.

4.2.4. LA GEOMETRIE

La précision du champ d'écoulement dépend de la précision de la géométrie choisie. Une géométrie bien conçue implique évidemment un résultat

plus précis. Le niveau de précision auquel la géométrie est modélisée dépend du type des résultats exigés et du temps d'exécution.

La figure (4.1) illustre la géométrie d'une tuyère double galbes utilisée dans notre cas d'étude.

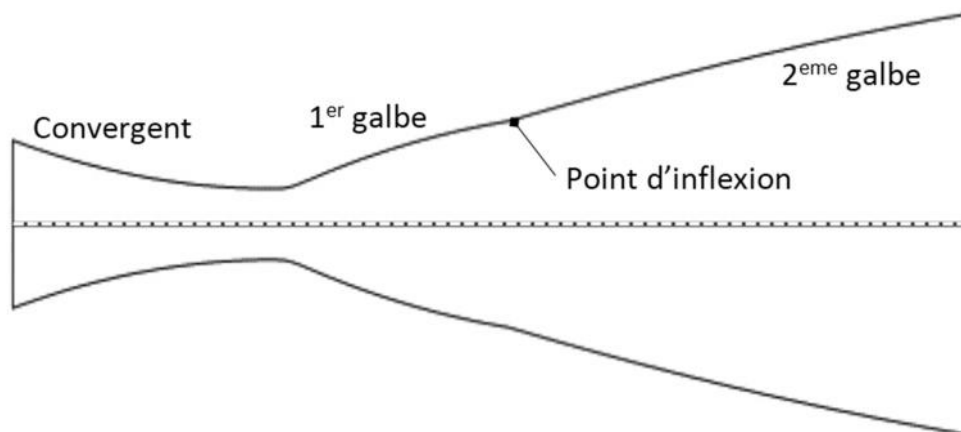


Figure 4.1 : Exemple d'une géométrie 2D de la tuyère double galbes avec un convergent.

4.2.5. LE MAILLAGE

La réalisation d'un maillage approprié au problème traité est l'une des étapes les plus importantes de la simulation. Le principe de base consiste à modéliser un problème physique par un système d'équations, pour le résoudre ensuite, dans le domaine du calcul représentant une géométrie particulière.

Des méthodes ont été développées afin d'aider les utilisateurs de l'outil numérique à générer des maillages de la meilleure manière possible. Le choix du type de maillage est souvent difficile, en effet :

- Le premier choix se situe entre le maillage structural et non structural et se base sur les propriétés du solveur et le niveau de complexité de la géométrie.
- Le deuxième choix consiste à sélectionner dans l'un ou l'autre choix le type de l'élément. Une fois le maillage est généré, le solveur (ex :

fluent) évalue les surfaces et les volumes en se basant sur les coordonnées des points de maillage et la forme des éléments. Un raffinement du maillage dans les zones à forts gradients est souhaité.

4.2.6. LES CONDITIONS AUX LIMITES

Pour traiter un problème de simulation, il est nécessaire de définir les conditions aux limites du cas à étudier. Ainsi, toutes les frontières du volume de contrôle dans lesquelles l'écoulement sera simulé, les régions en dehors du domaine de calcul et les propriétés du fluide de l'écoulement, doivent être spécifiées.

Souvent, la spécification du type de la paroi (paroi adiabatique, paroi de non-glissement ... etc.) est suffisante, par contre dans d'autres cas, des informations complémentaires sont exigées (exp : température de la paroi, etc..) [92].

Dans notre étude, les écoulements s'effectuent dans des domaines confinés et limités par la paroi de la tuyère. Nous avons, donc, à préciser pour chaque cas d'écoulement, quatre types de conditions aux limites, à savoir :

- Conditions d'écoulement à l'entrée du domaine ;
- Conditions d'écoulement à la sortie du domaine ;
- Conditions de symétrie ;
- Conditions aux parois solides.

Le nombre de conditions à l'entrée ou à la sortie dépend de la nature de l'écoulement, supersonique ou subsonique.

➤ Conditions d'entrée

Le nombre de conditions à l'entrée et la sortie dépendent de la nature de l'écoulement.

1. Pour un écoulement subsonique à l'entrée, trois conditions sont nécessaires:
 - Pression totale ou de stagnation P_0 ;
 - Température totale ou de stagnation T_0 ;
 - Vitesse transversale nulle $u_2 = 0$.
2. Pour un écoulement supersonique à l'entrée, le nombre de Mach doit être spécifié et, par conséquent, quatre conditions sont nécessaires:
 - Pression totale P_0 ;
 - Température totale T_0 ;
 - Vitesse transversale nulle $u_2 = 0$;
 - Vitesse axiale u_1 correspondante au nombre de Mach spécifié.

La pression totale P_0 n'est pas une variable indépendante, elle dépend d'une pression statique P_s imposée.

➤ **Conditions de sortie**

La pression statique est généralement la seule condition imposée à la sortie pour les écoulements internes.

➤ **Conditions de symétrie**

Les écoulements étudiés sont des écoulements bidimensionnels à symétrie axiale. Seule la moitié du domaine fluide est alors considérée et la condition de symétrie est assurée en imposant une vitesse transversale nulle le long de l'axe de symétrie.

➤ **Conditions aux parois solides**

Les conditions aux parois solides sont différentes selon que l'écoulement est visqueux ou non.

1. Écoulement non visqueux

Dans un écoulement non visqueux, les particules fluides doivent glisser au contact d'une paroi solide. Cette condition est assurée par l'imperméabilité de la paroi et se traduit par une vitesse normale du fluide nulle le long de cette paroi.

2. Écoulement visqueux

Dans le cas d'un écoulement visqueux au contact d'une paroi solide, la viscosité impose que les particules fluides restent collées à cette paroi. La vitesse du fluide est alors nulle sur la paroi [93] :

$$u=0 \text{ ou } U=0$$

Pour une paroi adiabatique, nous imposons dans les deux cas d'écoulements, l'une des deux possibilités suivantes:

- Soit une répartition uniforme de la température comme celle du système extérieur, d'où une paroi isotherme.
- Soit en isolant la paroi de l'extérieur en considérant que le flux de chaleur normale à la paroi est nul, la paroi est alors dite adiabatique.

La figure (4.2) ci-dessous, illustre les types de conditions aux limites utilisés pour les différentes simulations réalisées dans notre étude.

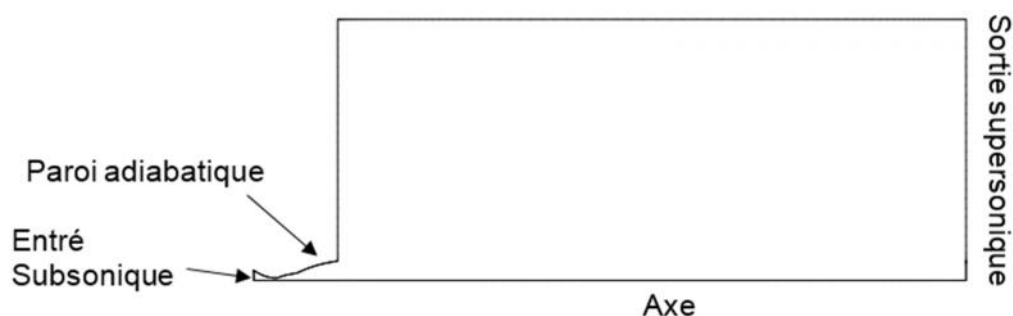


Figure 4.2 : Types de conditions aux limites utilisés dans la simulation des différents cas.

4.2.7. LA RESOLUTION

L'étape de la résolution est effectuée avec le solveur Fluent. Ce dernier fournit, en général, pour les écoulements internes de bons résultats [94].

Ce logiciel de simulation dispose d'un nombre relativement important de modèles, pouvant faire face à divers aspects de la mécanique des fluides comme : les écoulements dysphasiques (miscibles, non miscibles, cavitation, solidification), la turbulence (LES, $k-\epsilon$, $k-\omega$, S-A, Reynolds Stress...), la combustion (pré-mélangé et non pré-mélangé.....), le transport de particules, les écoulements en milieux poreux.

4.3. APPLICATION SUR LES TUYERES SUPERSONIQUES

Cette partie est consacrée à la validation des résultats obtenus par la méthode des caractéristiques. Deux cas de simulations des écoulements dans les tuyères double galbes ont été réalisés

4.3.1. PREMIER CAS DE SIMULATION

Notre premier cas de simulation porte sur la tuyère double galbes obtenu par nos calculs lors du chapitre précédent. Le profil de base adopté pour cette tuyère est un contour de type TOP, il est imposé et simulé à un profil parabolique de deuxième degré. Les constantes de ce polynôme sont calculées à partir des données géométriques initiales de la tuyère. Les données géométriques et thermodynamiques de cette tuyère sont les mêmes que celles d'une tuyère idéale, avec un Mach de design de 3.2. C'est une tuyère qui appartient au centre national des études spatiales (CNRS).

Le profil du deuxième galbe est calculé de façon à avoir une pression paroi constante P_2 . Pour l'hypothèse de fluide non visqueux, ce profil coïncide avec la ligne de courant isobare du fluide parfait de pression P_2 . Cette ligne de courant

est obtenue par la méthode directe des caractéristiques appliquées à une onde de détente (de Prandtl-Meyer) d'intensité P_2/P_1 au point de jonction J.

A. CAS DU PREMIER GALBE

La tuyère adoptée pour le premier galbe est caractérisée à partir des données géométriques représentées sur le tableau (4.1) ci-dessous :

Tableau 4.1 : Caractéristiques géométriques de la tuyère de base.

Y_t [m]	R_{tu} [m]	R_{td} [m]	X_a [m]	Y_a [m]	R_s [m]
0.01	0.03	0.03	0.007764	0.011022	0.022919

Le profil a été obtenu en utilisant la méthode des caractéristiques directe, il est simulé par un polynôme de deuxième degré dont les constantes ont été calculées à partir des conditions géométriques initiales.

La géométrie correspondante à cette tuyère est représentée sur figure (4.3) ci-dessous.

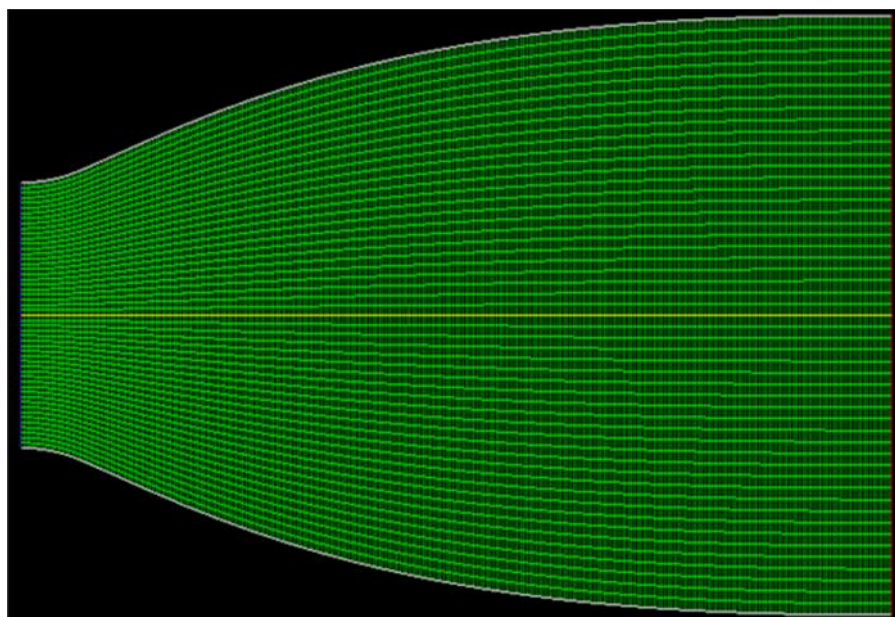


Figure 4.3 : maillage de la tuyère obtenue par la MOC en utilisant les données de la CNRS

Le tableau 4.2 ci-dessous reprend les conditions aux limites adoptées pour représenter le profil de la tuyère de base.

Tableau 4.2 : Conditions aux limites de calculs de la tuyère de base.

Caractéristiques	ANSYS-Fluent
Domaine de simulation	2D ; Axisymétrique
Régime de simulation	Stationnaire
Maillage	Structuré 7021 cellules quadrilatères
Fluide	Gaz idéal
Solveur	Couplé (vitesse pression)
Schéma numérique	Implicite
Résidu moyen (RSM)	10^{-6}
Modèle de turbulence
Conditions aux limites à l'entrée	$P_0=3000000$ [Pa]
Conditions aux limites à la sortie	$\begin{cases} P_s = 7000 \text{ Pa} \\ T_T = 90 \text{ K} \end{cases}$

La figure 4.4 ci-dessous présente la comparaison de la variation de la pression pariétale obtenue par la méthode des caractéristiques et par la simulation numérique.

Dans les deux cas, on remarque que la pression baisse rapidement dans la région du col et dans la zone d'expansion initiale et continue à diminuer lentement dans la partie divergente avant de se stabiliser à l'extrémité de la tuyère, pour avoisiner la valeur de la pression atmosphérique à la sortie de la tuyère. La même similarité est remarquée avec la variation de la pression obtenue par le CNRS.

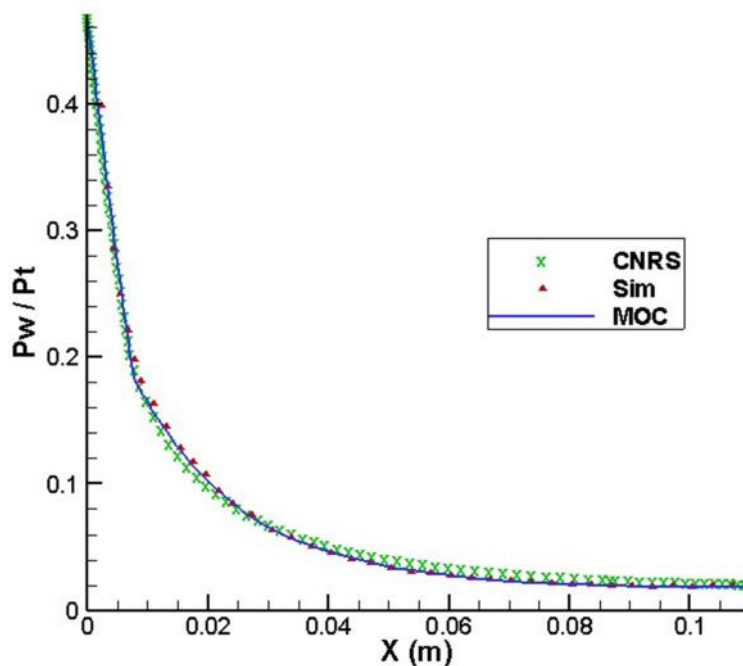


Figure 4.4 : Évolution de la pression dans la tuyère obtenue par nos calculs (MOC et simulation) en comparaison avec ceux de la CNRS

La figure 4.5 ci-dessous présente les contours isopression obtenus pour la tuyère de base.

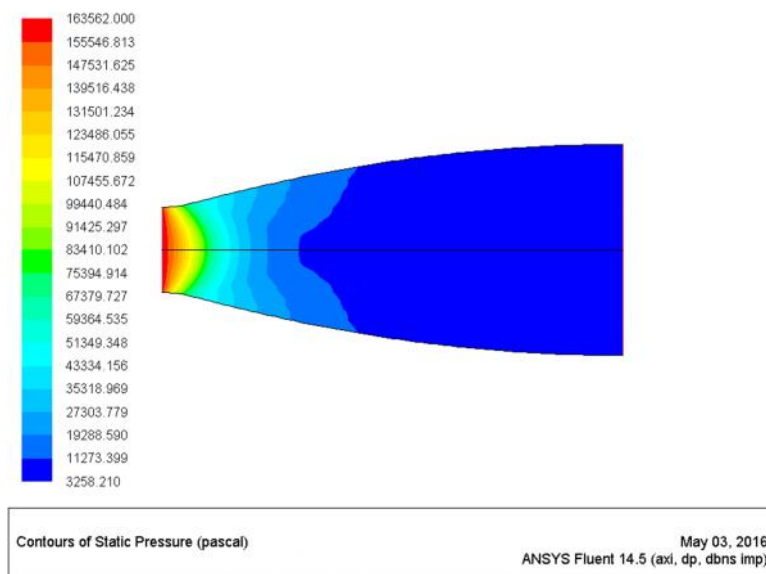


Figure 4.5 : Contours iso-pression dans la tuyère obtenue par la MOC en utilisant les données CNRS

Sur cette figure on remarque, l'absence de perturbation ou fluctuation de la pression, ce qui correspond à un écoulement isentropique le long de la partie divergente.

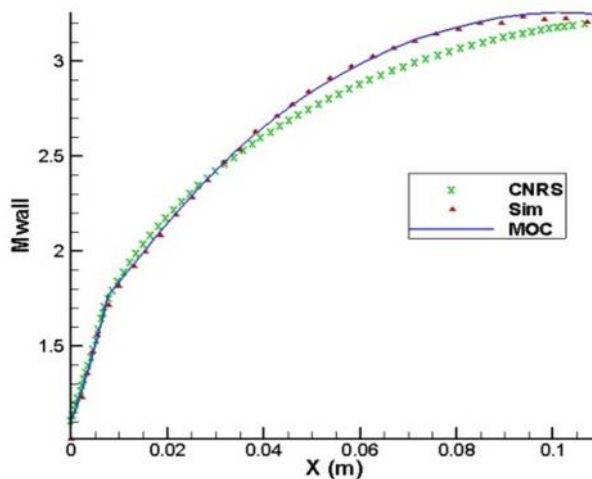


Figure 4.6 : Évolution du nombre de Mach dans la tuyère obtenue par nos calculs (MOC et simulation) en comparaison avec ceux de la CNRS

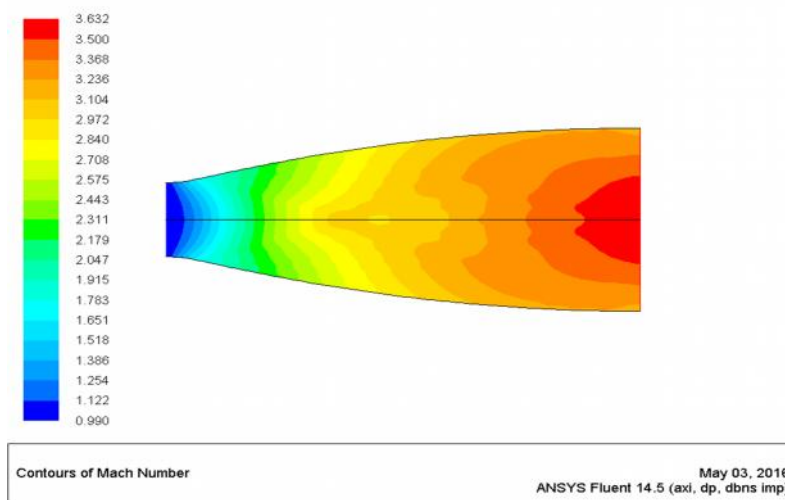


Figure 4.7 : Contours iso-Mach de la tuyère obtenue par la MOC en utilisant les données CNRS

La figure 4.6 ci-dessus illustre l'évolution du nombre de Mach le long de la paroi de la tuyère de base. On constate que ce nombre de Mach augmente rapidement au niveau de la région du col pour atteindre la valeur de 1,7. Dans la partie divergente, sa progression continue jusqu'à atteindre à la sortie la valeur

du Mach de conception. À noter, la compatibilité des résultats obtenus, entre la simulation numérique, la méthode des caractéristiques et ceux du CNRS. Toutefois, vu la particularité de chaque approche, un léger écart est observé dans le cas de la méthode des caractéristiques où le nombre de Mach est de 3.24.

La figure 4.7 présente les contours iso-Mach obtenus par simulation, on remarque que le nombre de Mach dans le col est légèrement supersonique, et à la sortie, ce dernier atteint la valeur de 3,18. C'est une valeur très proche du Mach de conception (avec une erreur de 0.62 %).

Les figures (4.8 et 4.9) ci-jointes illustrent respectivement l'évolution de la pression et les contours isopression de la tuyère qui servira de base pour la conception de la tuyère double galbes. Cette tuyère n'est autre que celle obtenue par la méthode des caractéristiques et tronquée pour diminuer sa longueur. Ce point de troncature est un compromis entre meilleures performances et poids minimum.

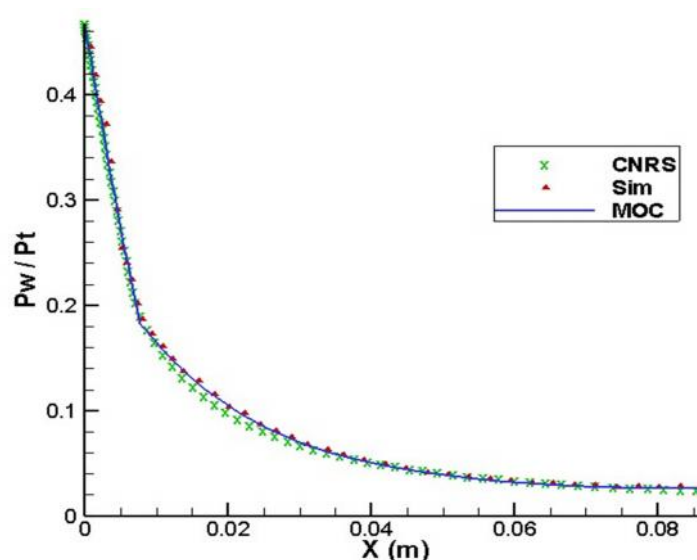


Figure 4.8 : Évolution de la pression le long de la paroi , après troncage de la tuyere

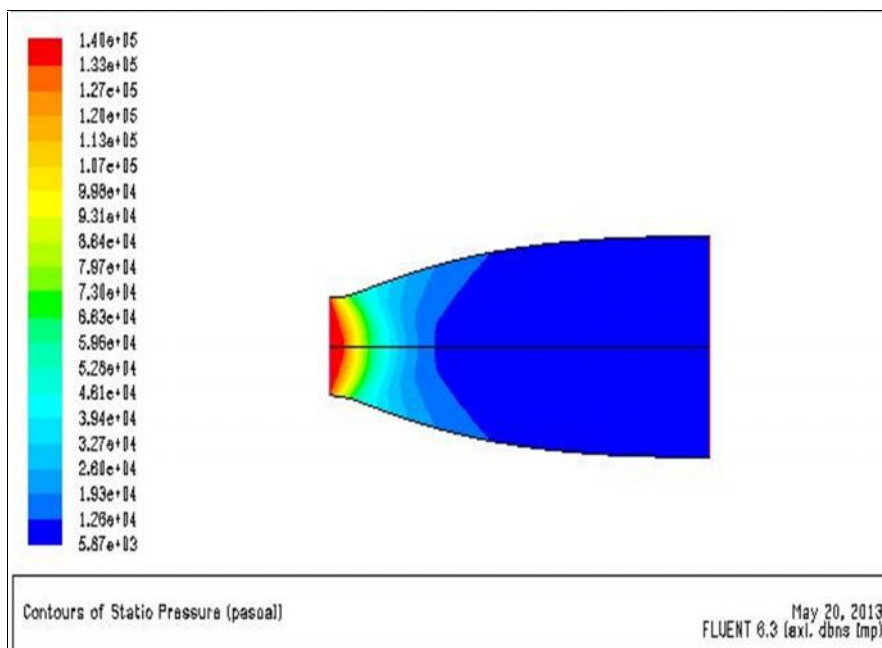


Figure 4.9 : Contours iso-pression , après troncage de la tuyère

Sur la figure 4.8, on remarque que l'évolution de la pression n'a pas changé, l'importance des pentes des courbes particulièrement du col jusqu'au point d'attache a été constaté . Au-delà de ce point, la détente est très lente. Pour les contours isopression, aucune perturbation ou onde de choc dans le champ de l'écoulement n'a été remarquée, figure4.9. Vu l'absence de desavantages, cette tuyère sera utilisée comme une tuyère de base pour la conception de la tuyère double galbes.

B. CAS DU DEUXIÈME GALBE :

Le profil de la tuyère double galbes cité précédemment (chapitre 03) est simulé sous un environnement FLUENT avec une comparaison entre les résultats obtenus par la méthode des caractéristiques et par la simulation.

La figure (4.10) présente le profil de la tuyère double galbes obtenu par la méthode des caractéristiques et dont les données géométriques et thermodynamiques sont déjà citées précédemment.

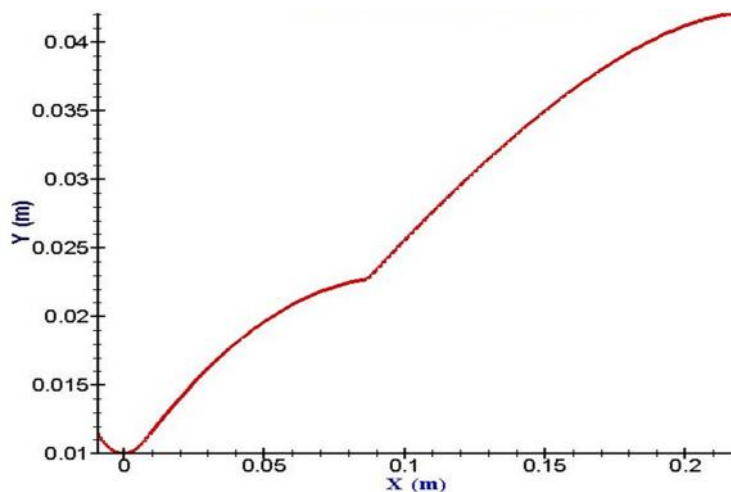


Figure 4.10 : Profil de la tuyère double galbes obtenus par nos calculs.

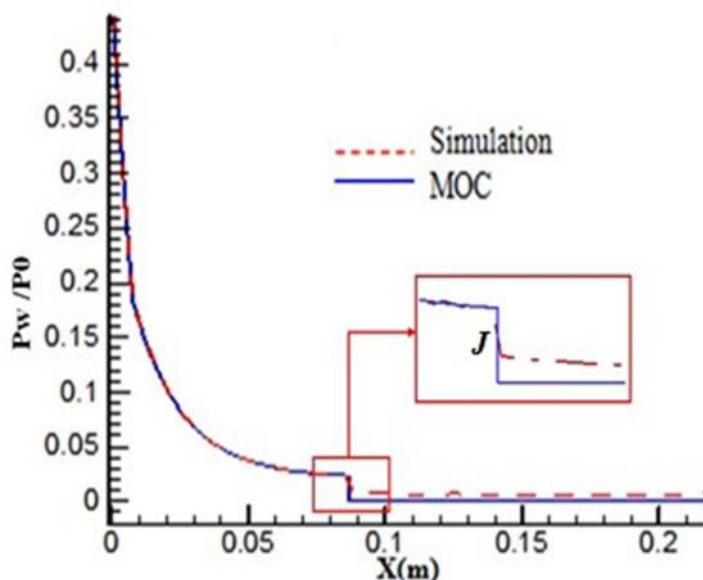


Figure 4.11 : comparaison de l'évolution de la pression le long de la paroi de la tuyère double galbes obtenus par nos calculs

La variation de la pression sur la paroi de la tuyère double galbes (1^{er} et 2^{ème} galbe) est présentée dans la figure 4.11. On constate la diminution brusque de la pression au voisinage du col et de la zone d'expansion et plus lentement dans le reste de la tuyère de base. Au point de jonction J, l'onde de détente centrée est bien visible. Au-delà de ce point de jonction, la pression reste constante tout le long du deuxième galbe et égale à la pression imposée.

Ces résultats sont identiques à ceux qui obtenus par les simulations numériques. Cependant, on remarque que l'expansion au point de jonction n'est pas aussi prononcée que celle obtenue par la méthode des caractéristiques. En outre, on observe un léger écart entre les deux profils dû à la différence d'expansion au point de jonction.

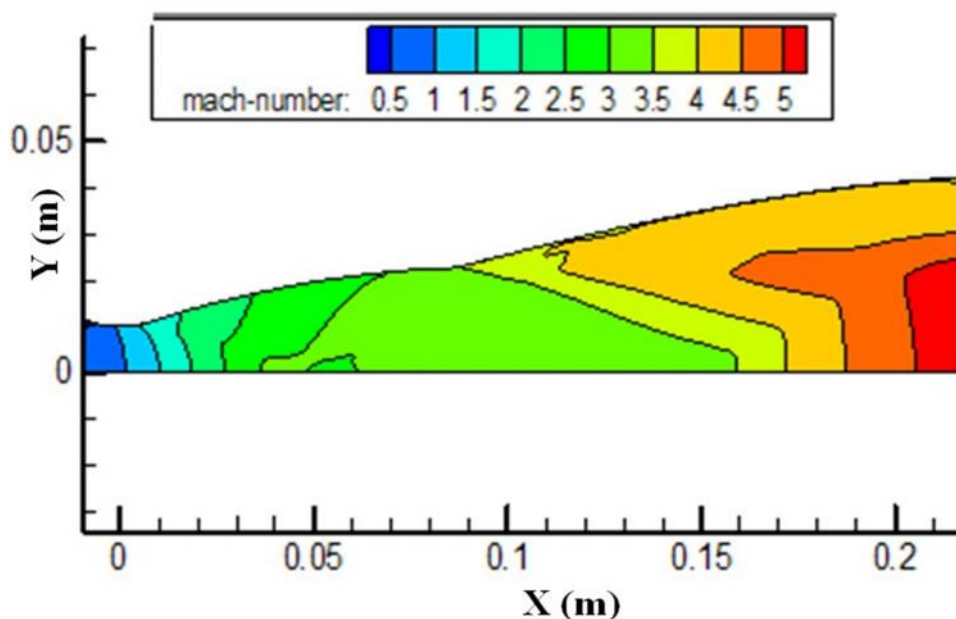


Figure 4.12 : Contour iso-Mach de la tuyère double galbes obtenue par nos calculs.

Une présentation des contours iso-Mach est donnée dans la figure 4.12. Des ondes d'expansion sont visibles au point d'inflexion de ce profil. Ces ondes d'expansion se produisent, en général, lorsque le flux supersonique subit un grand changement dans la courbure de la paroi.

Le tableau 4.3 ci-dessous présente la comparaison des performances de la tuyère obtenue par la méthode des caractéristiques et la simulation numérique sous environnement Fluent.

Tableau 4.3 : Performances de la tuyère double galbes obtenue.

		MOC	Simulation	Erreur(%)
La poussée	$F[N]$	1586.57	1546,27	2.54
Coefficient de poussée	C_f	1.68	1.595	5.05
Coefficient de décharge	C_d	0.94827	0.985	3.72
Nombre de Mach de sortie	M_s	5.33	5.39	1.11
Débit massique	$\frac{\dot{m} C_d}{A_s}$	2.013	2.091	3.73
Impulsion spécifique	I_{sp}	747.32	739.48	1.04

On remarque que l'écart en termes de poussée est très faible, il est de 2.54%. Le nombre de Mach à la sortie de la tuyère est de 5.33 (MOC) contre 5.39 pour la simulation, ce qui représente un écart de 1.11%. Pour les autres performances, l'écart ne dépasse pas 5 %. Ces des écarts qui sont acceptables.

4.3.2. DEUXIÈME CAS : TUYÈRE CNES Perseus-ONERA

Dans cette partie, nous présentons un cas-test pour valider notre étude. La géométrie de la tuyère CNES-Perseus-ONERA [2] a été reproduite afin d'étudier l'écoulement qui prend place, ainsi que le choix du type de maillage et de turbulence.

La tuyère CNES-PERSEUS-ONERA [2] présente les mêmes caractéristiques géométriques que notre cas d'étude, la pression du premier galbe est $P_{a1} = 0.651[\text{bar}]$, la pression et la température statique sont respectivement de 52 [bar] et 330 [K].

La géométrie originale de la tuyère est générée par un code de calcul en appliquant la méthode des caractéristiques, le profil de base est de type TIC. Par contre, le deuxième galbe a été généré de la même manière que précédemment (c'est-à-dire que le profil du deuxième galbe est calculé de façon à maintenir une pression paroi constante P_2 . Les bases de données expérimentales et

numériques fournies par les auteurs dans la référence [2] ont servi pour la validation de notre modèle implémenté sous Fluent.

Les calculs ont été réalisés en utilisant deux types de maillage (structuré et non structuré) et le choix du modèle de turbulence sera justifié.

Tableau 4.4 : Caractéristiques géométriques de la tuyère double galbes CNES-Perseus-ONERA [2].

Quantités	Symboles	Valeurs
Rayon au col	Y_t [mm]	10
Nombre de Mach de conception	M_d	5.34
Longueur du premier galbe	L_b/Y_t	8.83
Rayon de sortie du premier galbe	Y_b/Y_t	2.879
Longueur du deuxième galbe	L_{ext}/Y_t	17.67
Longueur du divergent	L_{tot}/Y_t	26.51
Diamètre sortie tuyère	D_{ext}/Y_t	14.92
Pression chambre	P_0 [Pa]	52×10^5
Température génératrice	T_0 [K]	330

Le tableau 4.4 et la figure 4.13 représentent respectivement les caractéristiques géométriques et la reproduction de la géométrie de la tuyère CNES-Perseus-ONERA [2].

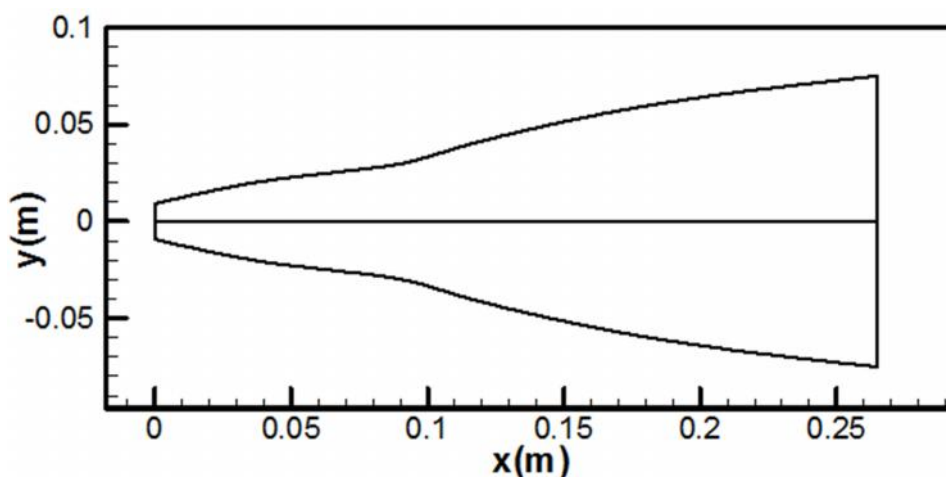


Figure 4.13 : Reproduction de la Géométrie de la tuyère CNES-Perseus-ONERA.

4.3.2.1. CALCUL NON VISQUEUX

Cette première étape porte uniquement sur le profil de la tuyère sans convergent et sans domaine extérieur en écoulement non visqueux. L'objectif est de vérifier que le profil reproduit ne comporte pas d'ondes de choc notables. Les conditions aux limites utilisées pour les calculs sont représentées sur le tableau 4.5 ci-dessous.

Tableau 4.5 : Conditions aux limites utilisées pour les calculs non visqueux de la tuyère CNES-Perseus-ONERA

Caractéristiques	ANSYS-Fluent
Domaine de simulation	2D ; Axisymétrique
Régime de simulation	Stationnaire
Maillage	Structuré : 386 nœuds 11910 cellules quadrilatères
Fluide	Gaz idéal
Solveur	Couplé (vitesse pression)
Schéma numérique	Implicite
Résidu moyen (RSM)	10^{-6}
Modèle de turbulence
Conditions aux limites à l'entrée	$P_0=52 \cdot 10^5$ [Pa]
Conditions aux limites à la sortie	$P_s=6448$ [Pa] $T_s=62.54$ [k]

La figure 4.14 illustre le maillage de la tuyère CNES-Perseus-ONERA, plusieurs tailles de maillage sont utilisées. Ces maillages sont raffinés dans les régions du col et de la paroi (régions où les propriétés locales de l'écoulement varient rapidement). C'est un maillage structuré monobloc de la géométrie de tuyère généré sous environnement ANSYS.

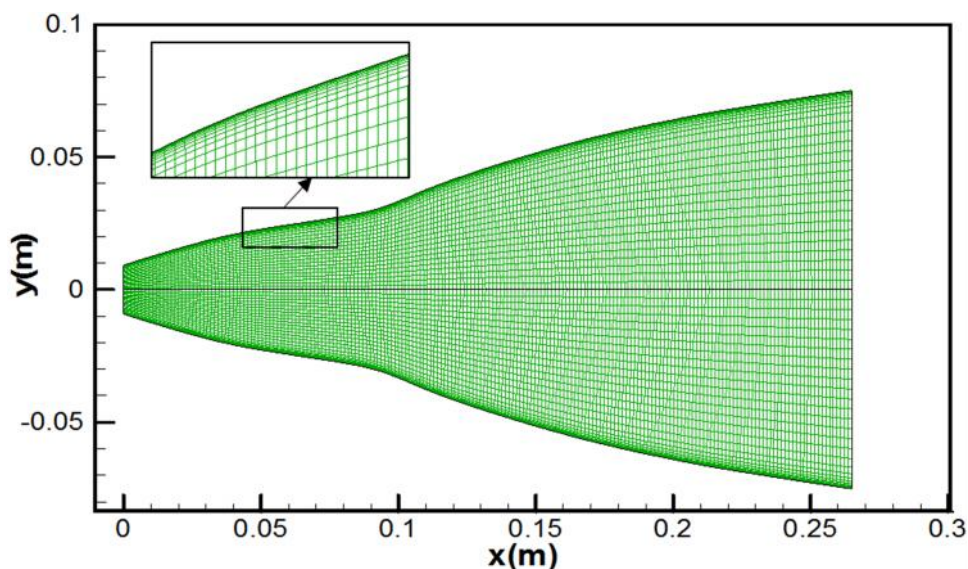


Figure 4.14 : Maillage structuré de la tuyère CNES Perseus-ONERA

➤ Résultats et discussions

Les résultats de calculs (champ de Mach et l'évolution de pression sur la paroi et sur l'axe) sont visualisés à l'aide du logiciel de visualisation Tecplot. Cet outil est performant en termes de visualisation des variables de l'écoulement sous forme d'un champ (contours). Il permet aussi d'extraire des variables, notamment la pression sur la paroi, de visualiser les vecteurs de vitesse et les lignes de courant.

Les figures (4.15 et 4.16) présentent respectivement le champ de Mach dans la tuyère CNES-Perseus-ONERA reproduit par nos calculs pour un NPR=806 et implémenté sous Fluent et celui établi par Reidjass P. et al [2].

Dans les deux cas de simulation, l'écoulement épouse parfaitement les parois de la tuyère, ce qui confirme, l'absence de décollement.

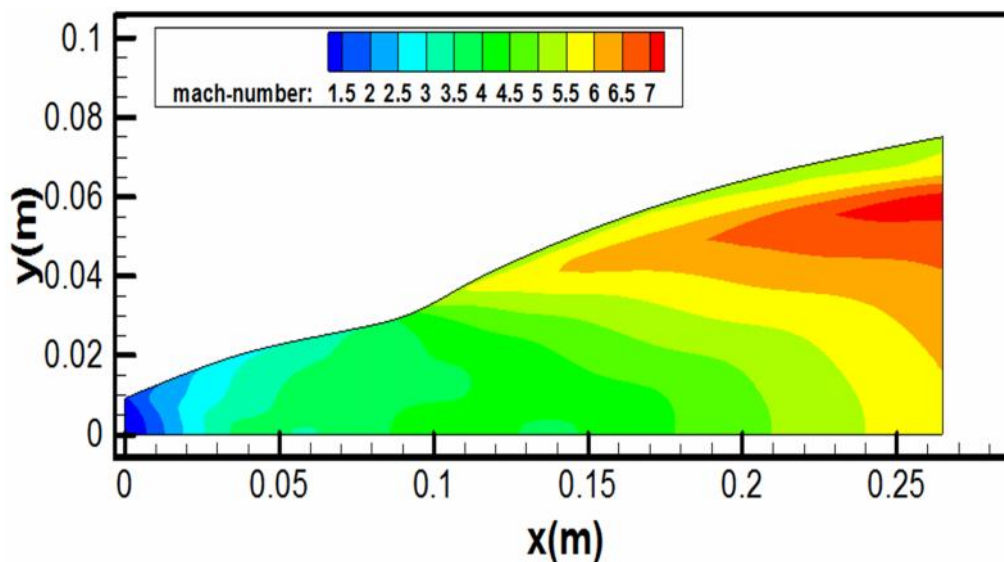


Figure 4.15 : Contours d'iso-Mach dans la tuyère CNES PERSEUS en mode AM, NPR=806 , cas de notre étude.

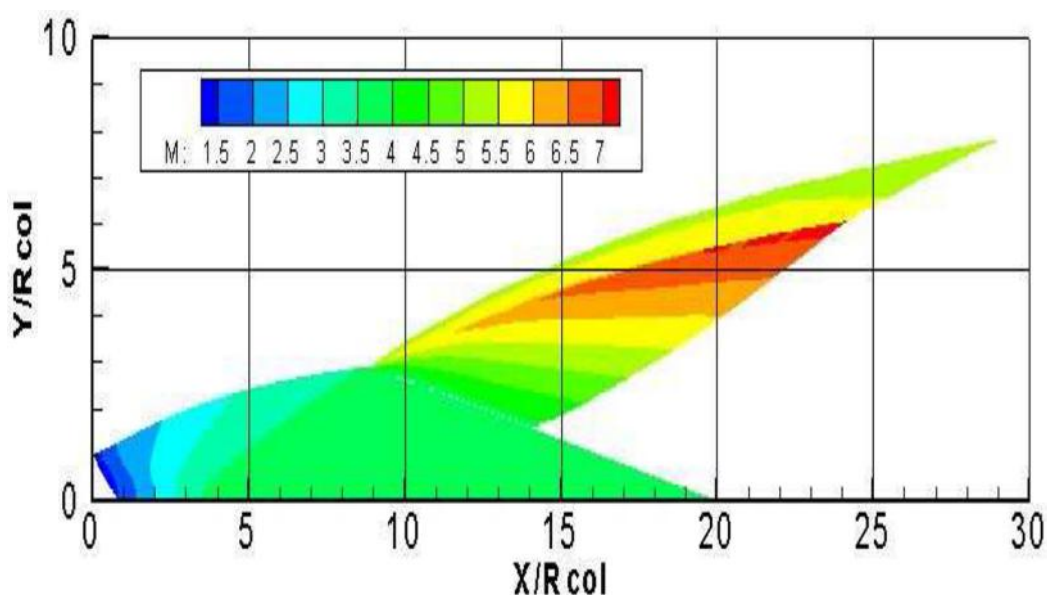


Figure 4.16 : Contours d'iso-Mach dans la tuyère CNES PERSEUS en mode AM, NPR=806 [2].

La reproduction de la géométrie et l'implémentation de notre modèle sous Fluent (géométrie, maillage, conditions aux limites et méthode de résolution) est acceptable, car, les contours iso-Mach obtenus par notre étude sont conformes à ceux obtenus par Reidjass P. et al [2].

4.3.2.2. CALCULS VISQUEUX

À la différence de la première étape (calcul non visqueux), nous ajoutons un convergent avant la section du col et un caisson (très large) à la sortie de la tuyère. Le convergent permet d'obtenir des conditions soniques au col sans avoir recours, au calcul quasi monodimensionnel. Il est généré en utilisant un polynôme de deuxième degré pour s'assurer d'une faible pente et éviter le renversement d'écoulement à l'entrée. Un tel caractère de l'écoulement (renversement) ne ferait qu'augmenter le temps de calcul et créerait des instabilités et même la divergence de ce dernier [95]. Le choix d'un tel modèle (convergent en amont et caisson en aval) supprime plusieurs contraintes et facilite le choix des conditions aux limites.

Seules les conditions de la chambre de combustion à l'entrée et la pression statique atmosphérique à la sortie sont imposées. Aucune condition n'est imposée au col ni à la sortie de la tuyère.

1. MAILLAGE DE CALCUL

Nous avons utilisé deux types de maillages, l'un structuré et l'autre non structuré, tous les deux sont générés sous environnement Ansys-ICEM. Le but d'une telle démarche est de vérifier l'effet des deux maillages sur les résultats et le temps nécessaire pour le calcul. En général, un maillage non structuré est automatisé ce qui a pour effet de réduire la phase de préparation du modèle. Par contre, un maillage structuré facilite l'adaptation (raffine les cellules dans les zones d'intérêts) sans augmenter la taille globale du maillage par un facteur multiplicatif.

➤ **Maillage structuré**

Un maillage structuré avec des éléments quadrilatères a été utilisé pour surmonter la contrainte d'un maillage raffiné inutile dans les zones de moindres intérêts. Deux blocs ont été créés dans le domaine extérieur :

- Un maillage fin sur le bloc le plus proche de la sortie de la tuyère ;
- Un maillage structuré grossier pour le bloc le plus en aval.

La structure générale du maillage est constituée de 171 012 cellules (quadrilatères) pour l'ensemble du modèle. Un total de 300 nœuds est distribué sur les parois du divergent de la tuyère. La plupart de ces nœuds sont groupés dans la région du col et à la jonction des deux galbes, figure (4.17 a).

➤ **Maillage non-structuré**

Pour le même cas-test, un maillage non structuré a été utilisé. Ce dernier est constitué de 73 406 cellules (triangulaires) avec un total de 108 313 nœuds, dont 356 distribués, sur la paroi de la tuyère. Remarquons que ce maillage a une taille de 2.3, légèrement inférieure à celle du maillage structuré, figure (4.17 b).

La figure (4.18) présente la comparaison entre les deux maillages utilisés.

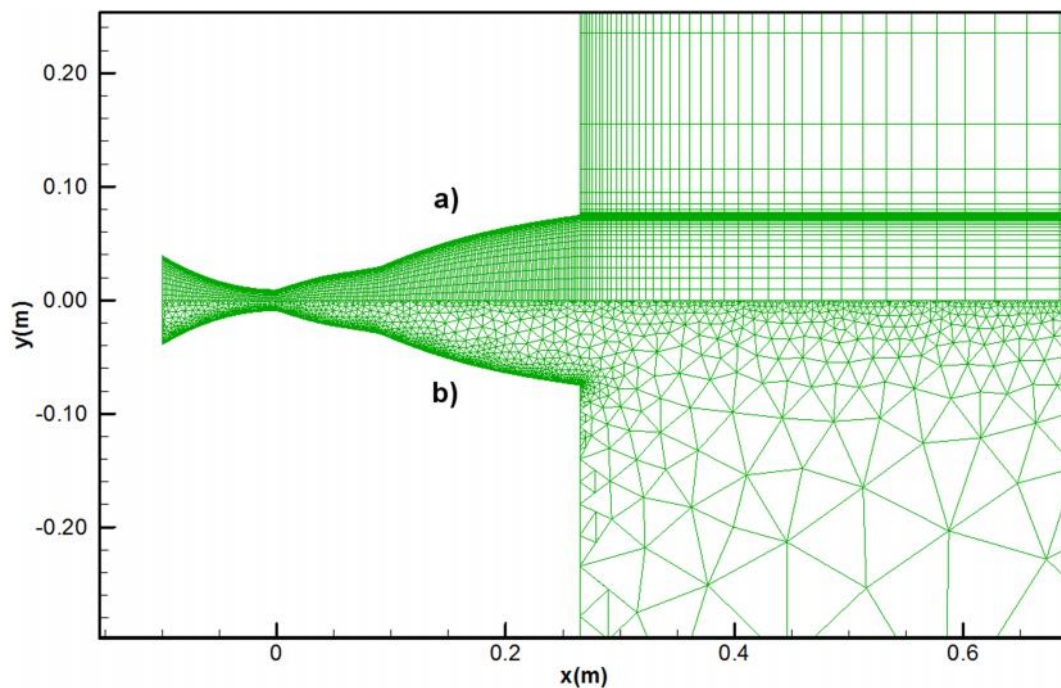


Figure 4.17 : Maillage de la tuyère CNES PERSEUS avec convergent et caisson.
a) maillage structuré, b) maillage non structuré.

➤ Comparaison des résultats de maillage structuré et non structuré

Pour étudier l'influence du type de maillage sur nos résultats, nous avons réalisé des calculs visqueux sur deux maillages de type structuré et non structuré. Pour pouvoir les comparer aux résultats expérimentaux, nos calculs ont été réalisés en mode AM avec un NPR=435. La figure 4.18 ci-dessous offre une comparaison entre les résultats expérimentaux obtenus à la référence [2] et ceux qui sont obtenus par nos calculs.

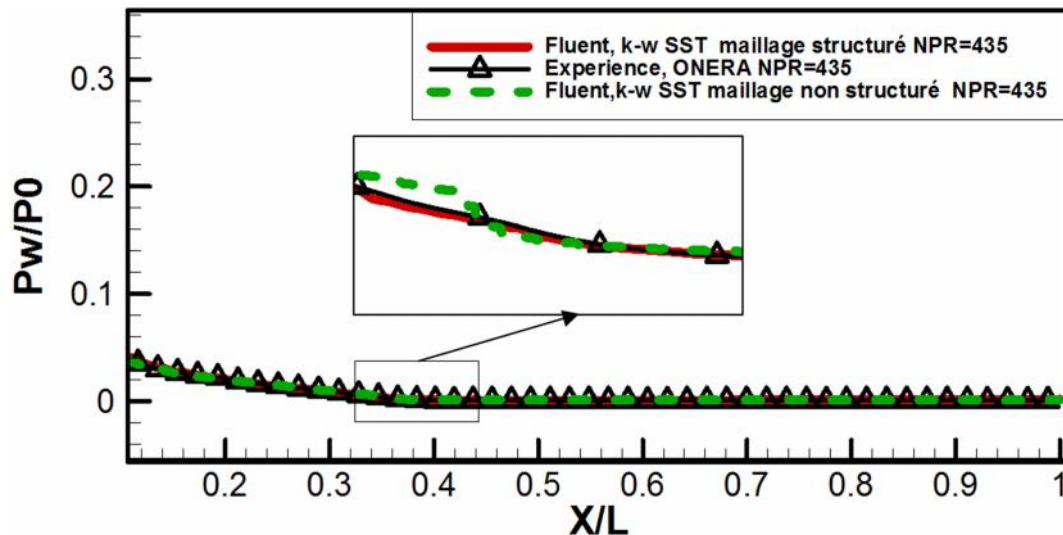


Figure 4.18 : Comparaison de l'évolution de la pression , maillages structuré et non structuré pour NPR=435.

Nous constatons qu'il y a une cohérence entre les deux résultats pour les deux types de maillages utilisés. Néanmoins, nous adopterons le maillage structuré multi blocs pour les raisons suivantes:

- L'utilisation du maillage non structuré pour le calcul turbulent nécessite un raffinement près de la paroi (pour assurer un y^+ de l'ordre de 1) sans déformer les cellules triangulaires ce qui rend les calculs très longs.
- Possibilité de contrôler la génération du maillage structuré, mais pas le non structuré.
- La convergence du calcul pour le maillage non structuré est plus coûteuse en termes de temps de calcul que celle du maillage structuré (82.12×10^4 itérations pour le maillage non structuré contre 33.4×10^4 itérations pour le maillage structuré).

2. CONDITIONS AUX LIMITES

Afin de reproduire fidèlement la physique du problème, il est important de traiter soigneusement les conditions aux limites du domaine de calcul. Pour cela, dans le plan d'entrée (du convergent), des conditions sont imposées aux limites issues des conditions d'arrêt de la chambre de combustion.

Le tableau 4.6 ci-dessous regroupe les différentes conditions aux limites utilisées.

Tableau 4.6 : Conditions aux limites utilisées pour les calculs visqueux de la tuyère CNES-Perseus-ONERA.

Caractéristiques	ANSYS-Fluent
Domaine de simulation	2D ; Axisymétrique
Régime de simulation	Stationnaire
Maillage	Structuré : 386 nœuds 11910 cellules quadrilatères
Fluide	Gaz idéal
Solveur	Couplé (vitesse pression)
Schéma numérique	Implicite
Résidu moyenne (RSM)	10^{-6}
Modèle de turbulence	Kw-sst
Conditions aux limites à l'entrée	$P_0=52 \cdot 10^5$ [Pa] $P_s=509980$ [Pa] $T_0= 330$ [k]
Conditions aux limites à la sortie

Plusieurs simulations ont été réalisées, en variant chaque fois la pression à la sortie afin d'obtenir les différents modes de fonctionnements de la tuyère : basses altitudes (SM), transition (TRAN) jusqu'au mode hautes altitudes (AM).

Le Tableau.4.7 résume les conditions de pression statique à la sortie de la tuyère pour chaque cas test avec le NPR équivalent.

Tableau 4.7 : Conditions de la pression à la sortie de la tuyère.

Cas-test	1	2	3	4	5
P_s [Pa]	6446	11954	37956.20	26530	65000
NPR	806.7	435	137	196	80

3. MODELE DE TURBULENCE

En présence de parois, les écoulements turbulents en présence de parois sont très courants dans les applications industrielles comme : l'aéronautique et le spatial. Ils interviennent :

- En aérodynamique interne, c'est le cas des chambres de combustion, tuyères ou turbine.
- En aérodynamique externe c'est le cas des arrière-corps ou bien les écoulements sur le fuselage et sur la nacelle d'un avion.

L'apparition de la turbulence est due à la grande intensité de l'énergie de la source qui met le fluide en mouvement devant ses effets visqueux. Les écoulements turbulents sont instationnaires avec un caractère tridimensionnel. Le phénomène a été étudié pour la première fois, en 1883 par Reynolds.

L'expérience a été répétée depuis et montre que loin de l'entrée de la conduite et à faible nombre de Reynolds, les lignes de courant sont parfaitement parallèles à l'axe de la conduite. Dans ce cas, l'écoulement est stationnaire et il est dit laminaire.

À plus grand nombre de Reynolds, des instabilités apparaissent sous forme d'ondes, l'écoulement devient alors instationnaire tout en restant parfaitement organisé.

Trois approches sont utilisées actuellement pour décrire les écoulements turbulents. Leurs avantages et leurs inconvénients respectifs, loin de les dresser en simples concurrentes, mais les destinent plutôt, à des tâches spécifiques, voire complémentaires.

Pour le choix du modèle de turbulence, il n'y a pas une règle générale pour choisir un modèle ou un autre. Le choix est lié à la nature du problème:

- Faible ou nombre élevé de Reynolds ;
- Comportement du modèle au voisinage des parois;
- Capacité de chaque modèle de prédire d'une manière efficace le phénomène de décollement ;
- Précision voulue par l'utilisateur.

A titre d'exemple, si l'on souhaite une première approche de la turbulence avec un maillage grossier, pas suffisamment raffiné au voisinage de la paroi, le modèle k-e avec des lois à la paroi suffit. Pour plus de précision, avec un maillage raffiné, mais un temps de calcul plus long, on peut utiliser le modèle K -SST.

Perrot. Y [96] souligne que le modèle k -SST prédit la répartition de la pression pariétale en très bon accord avec l'expérience et il permet le positionnement du point de décollement au bon endroit. À noter aussi que, le modèle K -SST englobe à la fois les avantages :

- Du modèle K-e dans les régions à haut nombre de Reynolds (zone extérieure) ;
- Du modèle K qui se comporte bien au voisinage de la paroi (région à faible nombre de Reynolds).

Comme seul inconvénient, il nécessite un maillage plus raffiné que le modèle Ke et exige un y^+ proche de 1 à la paroi.

4. CALCUL DE Y^+

Si le nombre de Reynolds est élevé et l'écoulement n'est pas laminaire. Nous sommes dans l'obligation d'utiliser un modèle de turbulence. Contrairement au cas non visqueux, les solutions sont plus dépendantes du maillage et une attention particulière doit être portée sur la vérification, a posteriori, de la finesse du maillage près des parois afin de s'assurer que tous les phénomènes sont capturés.

Pour satisfaire le modèle de turbulence adopté ($k-\epsilon$ -SST), le premier point de maillage proche de la paroi doit se trouver dans la sous-couche visqueuse.

Pour cela, y^+ doit avoir une valeur proche de l'unité (1) au niveau de la paroi. La figure (4.19) montre un zoom sur le maillage (no-structuré) proche de la paroi de la tuyère. Le y^+ est compris entre 0.1 $y^+ = 0.93$ pour un maillage structuré et entre 1.3 $y^+ = 4$ pour un maillage non structuré.

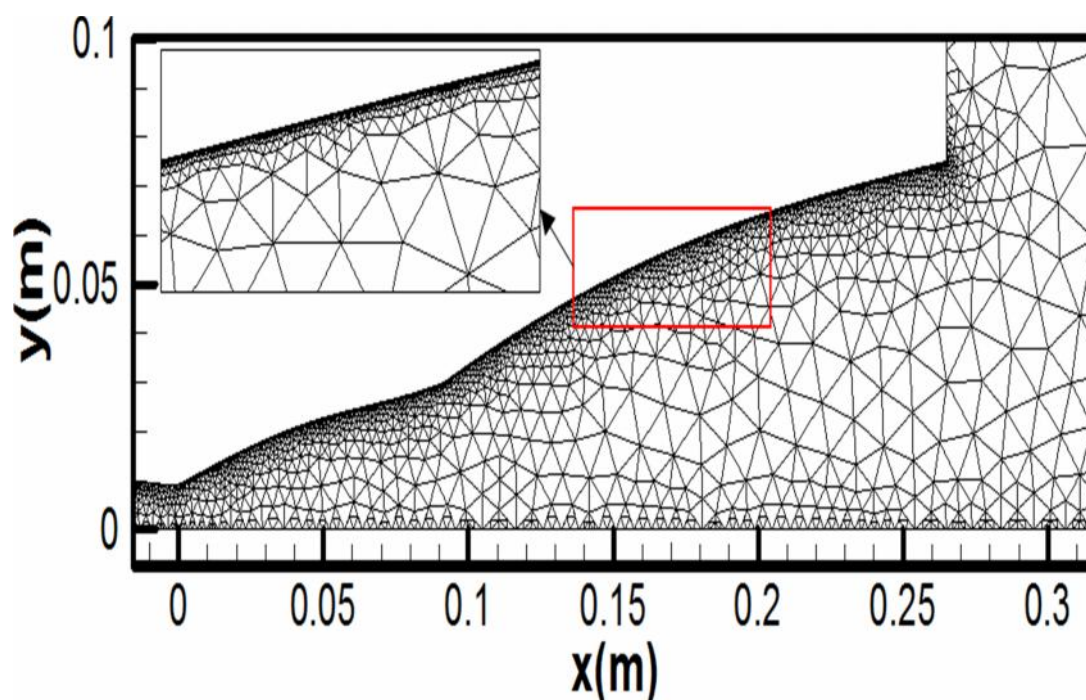


Figure 4.19 : Maillage dans la région proche de la paroi.

5. RÉSULTATS ET DISCUSSIONS

➤ Contours de Mach

Les contours de Mach sont représentés sur la figure 4.20, ils montrent le développement de l'écoulement dans la tuyère CNES-Perseus-ONERA issue d'un calcul visqueux en utilisant le modèle de turbulence $k-\epsilon$ -SST.

- En mode AM avec NPR=435 (figure 4.20a) ;
- En mode SM avec NPR=80 (figure 4.20b).

Les contours du mode AM sont calculés avec un maillage structuré et les contours du mode SM sont calculés avec un maillage non structuré.

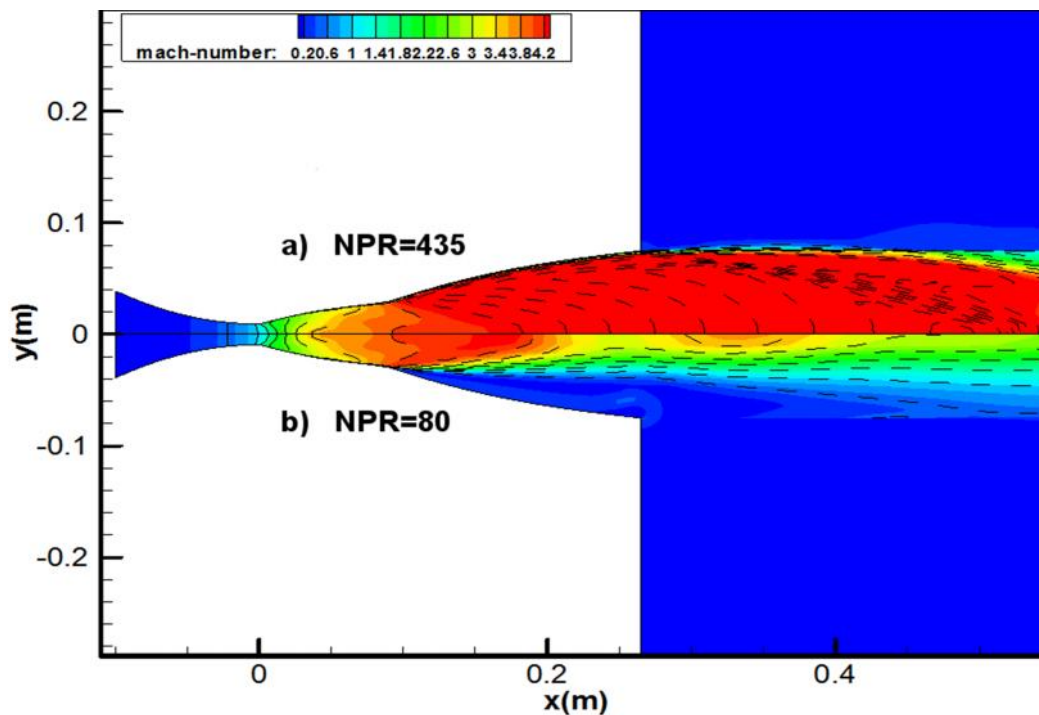


Figure 4.20 : Contours d'iso-Mach dans la tuyère CNES-Perseus-ONERA en mode, a) AM, b) SM.

- **En mode SM avec un NPR=80:** seul le premier galbe est en fonctionnement « full flowing ». L'écoulement se sépare immédiatement au point d'inflexion pour former un jet libre à l'intérieur du deuxième galbe.

- **En mode AM avec un NPR=435** : L'écoulement épouse la paroi du deuxième galbe en totalité (absence de décollement sur toute la longueur de l'extension).

D'autre part, nous remarquons que le fonctionnement du premier galbe est identique pour les deux modes, malgré l'utilisation de deux maillages différents à savoir: **AM** (figure 4.20a) et **SM** (figure 4.20b). Dans le cas visqueux, on constate que, le décollement de la couche limite est détecté ce qui reflète mieux le phénomène physique.

Finalement, on peut affirmer que l'implémentation de notre modèle y compris le modèle de turbulence est réussie.

➤ Coefficient de pression pariétale

La figure 4.21 ci-dessous montre les différentes évolutions de la pression pariétale dans le divergent. Elles sont calculées en utilisant le modèle de turbulence $k-\omega$ -SST implémenté dans Fluent. Les résultats sont récapitulés et comparés aux données expérimentales et numériques obtenues par les auteurs de la référence [2].

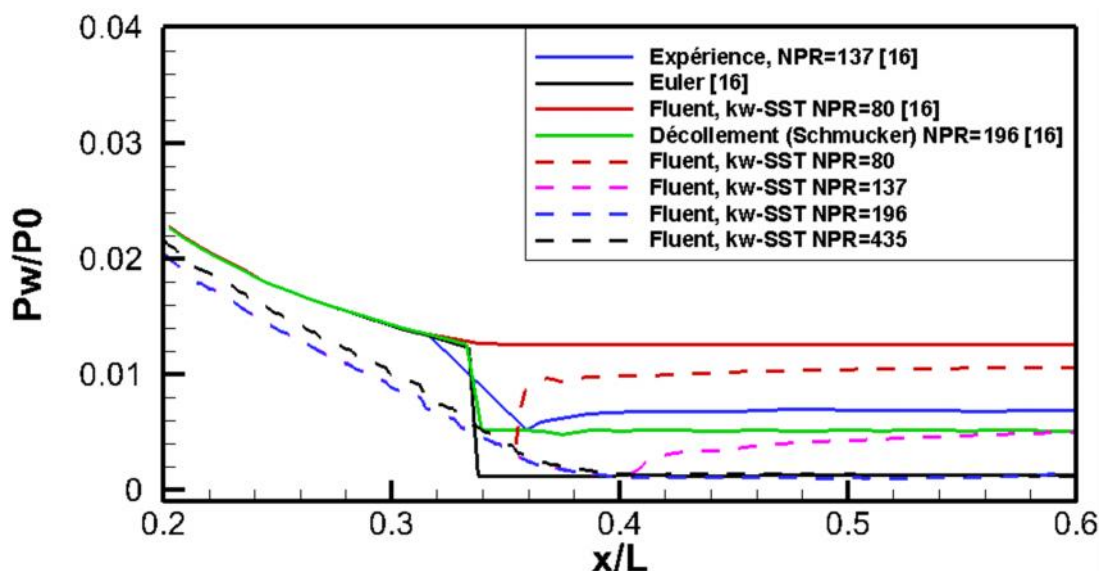


Figure 4.21 : Différentes évolutions de la pression pariétale sous Fluent, comparées à celles de la référence [2].

En analyse de la figure 4.21, nous constatons :

- Une très bonne concordance entre nos résultats et ceux de la référence [2], tant pour les résultats numériques qu'expérimentaux ;
- La tuyère fonctionne en mode SM pour tous les NPR 137, cela est bien démontré par l'augmentation brusque de la pression pariétale peu en aval du point d'inflexion
- La tuyère fonctionne en régime transitoire (TRAN) pour le NPR=137, dans ce mode (TRAN) on remarque que le point de décollement est légèrement en aval par rapport à celui détecté dans l'expérimental.

L'application du critère de SCHMUCKER [97] effectué par Reidjass et al [2] pour capter le décollement de la couche limite à un NPR=196 montre une pression pariétale légèrement supérieure à notre résultat.

- La tuyère fonctionne en mode AM à partir d'un NPR 196.

La figure 4.22 présente le champ de Mach lors du fonctionnement en mode transitoire. Un zoom est effectué dans la zone de recirculation (en visualisant les vecteurs de vitesse) pour faciliter l'interprétation. Contrairement au cas du mode SM où le point de décollement est confondu avec le point d'inflexion, en mode transitoire, ce dernier est repoussé vers l'aval de la paroi de l'extension.

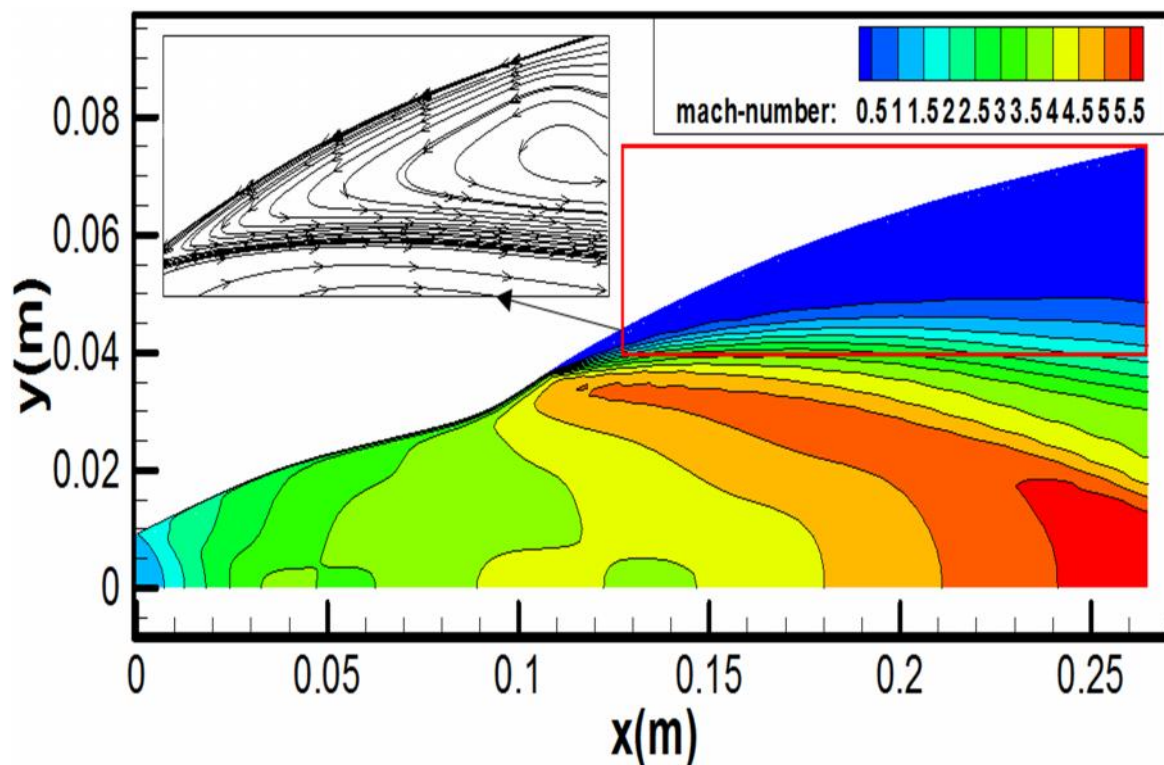


Figure 4.22 : Contours d'iso-Mach dans la tuyère CNES-Perseus-ONERA en mode TRAN, NPR=137.

4.3. VALIDATION

Dans cette partie de l'étude, nous proposons de reproduire la géométrie de la tuyère CNES-Perseus-ONERA en utilisant notre code de calcul avec les conditions thermodynamiques et géométriques de la référence [2].

Notre code de calcul est fondé sur la méthode des caractéristiques. Le profil de la tuyère de base est imposé et simulé à un polynôme de deuxième degré. Par contre, le deuxième galbe est généré de la même manière que celui de la référence [2]. Les caractéristiques thermodynamiques et géométriques utilisées pour nos calculs sont données respectivement dans les tableaux (4.8 et 4.9).

Tableau 4.8 : Données thermodynamiques de la tuyère CNES-Perseus-ONERA.

Données	Valeurs
Y_t Rayon au col	10 [mm]
P_0 Pression	52×10^5 [Pa]
P_{w1}/P_0 : Rapport de pression à la sortie du premier galbe	0.01252
P_{w2}/P_0 : Rapport pression à la sortie du deuxième galbe	0.00124
M_s Mach de conception	5.34
T_0 Température	330 [K]

Tableau 4.9 : Comparaison des caractéristiques géométriques avec celles de la référence [2].

Données	Ref [2]	Notre géométrie
Y_t Rayon au col	10 [mm]	10 [mm]
R_b/Y_t Rayon de sortie du premier galbe	2.879	2.885
R_{ext}/Y_t Rayon de sortie du deuxième galbe	7.46	5.91
L_b/Y_t Longueur du premier galbe	8.833	8.80143
L_{ext}/Y_t Longueur de l'extension	17.67	17.73
L_{tot}/Y_t Longueur totale de la tuyère	26.51	26.54

La figure 4.23 présente la comparaison du profil obtenu par notre code de calcul en utilisant un profil TOP pour la tuyère de base avec celui de la référence [2]. Pour le premier galbe, le profil engendré par la méthode des caractéristiques est identique à celui de la référence [2]. Par contre, une différence est visible entre les deux géométries du deuxième galbe.

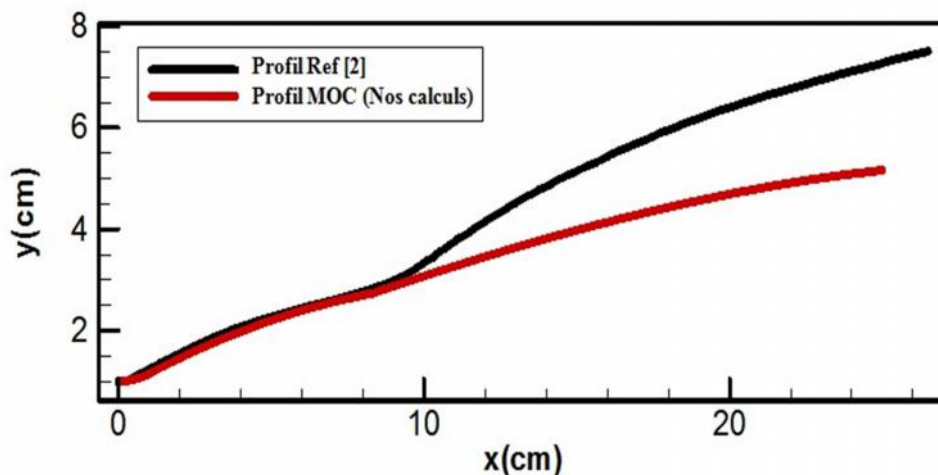


Figure 4.23 : Comparaison entre le profil obtenu et celui de référence [2].

➤ MAILLAGE DE CALCUL

Un maillage structuré multiblocs a été utilisé, pour générer le profil. Un total de 350 nœuds distribué sur la paroi de divergent de la tuyère et 11910 cellules quadrilatères ont été nécessaires. La figure 4.24 présente le maillage utilisé pour le calcul non visqueux du profil généré. Nous soulignons aussi que les calculs sont réalisés en ajoutant un convergent au profil obtenu par nos calculs.

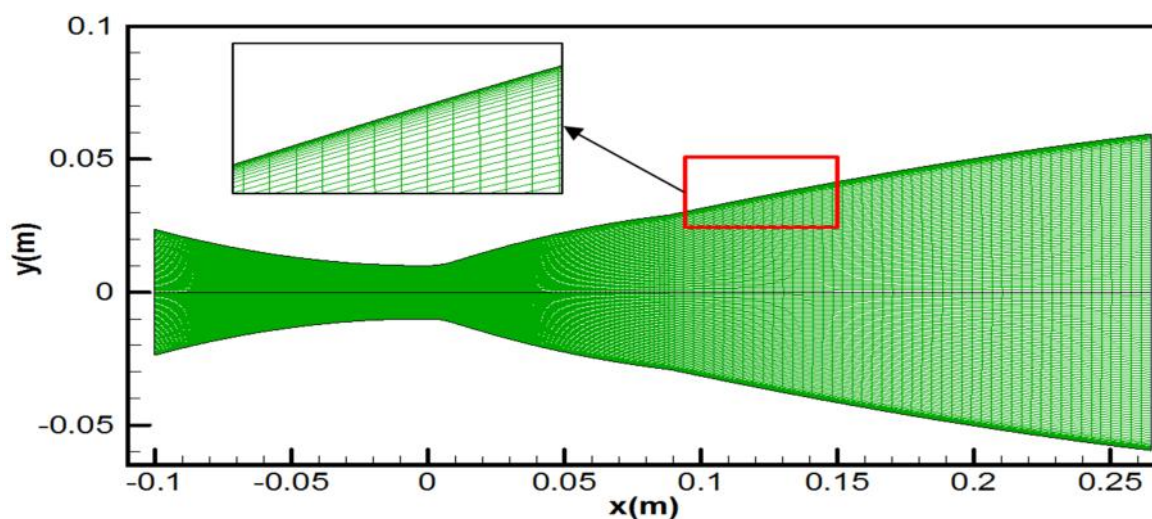


Figure 4.24 : Maillage de calcul de la tuyère CNES-Perseus-ONERA obtenue par nos calculs

4.3.1. CALCUL NON-VISQUEUX

Les calculs non visqueux entrepris dans cette partie ont pour objectifs de :

- Valider les résultats de la méthode des caractéristiques ;
- Évaluer si le profil ne comporte pas d'onde de choc.

Les conditions aux limites utilisées dans le calcul non visqueux pour générer le profil sont regroupées dans le tableau 4.10 ci-dessous.

Tableau 4.10: conditions aux limites utilisées pour les calculs non visqueux de la tuyère CNES-Perseus-ONERA (nos calculs).

Caractéristiques	ANSYS-Fluent
Domaine de simulation	2D ; Axisymétrique
Régime de simulation	Stationnaire
Maillage	Structuré : 386 nœuds 11910 cellules quadrilatères
Fluide	Gaz idéal
Solveur	Couplé (vitesse pression)
Schéma numérique	Implicite
Résidu moyen (RSM)	10^{-6}
Modèle de turbulence	
Conditions aux limites à l'entrée	$P_0=52 \cdot 10^5$ [Pa] $P_s=509980$ [Pa] $T_0= 330$ [k]
Conditions aux limites à la sortie	$P_s=6500$ [Pa] $T=330$ [k]

➤ Le contour de Mach

La figure 4.25 illustre le champ de Mach dans la tuyère obtenue par nos calculs. Comme on peut le constater, les contours d'iso-Mach indiquent que l'écoulement épouse complètement la paroi de la tuyère. Le nombre de Mach à la sortie est évalué à $M_s = 5.24$, valeur qui est proche du nombre de Mach de

conceptions ($M_s = 5.36$) obtenu par la méthode des caractéristiques (MOC). Sur la même figure, aucune onde de détente ni de choc n'est détectée.

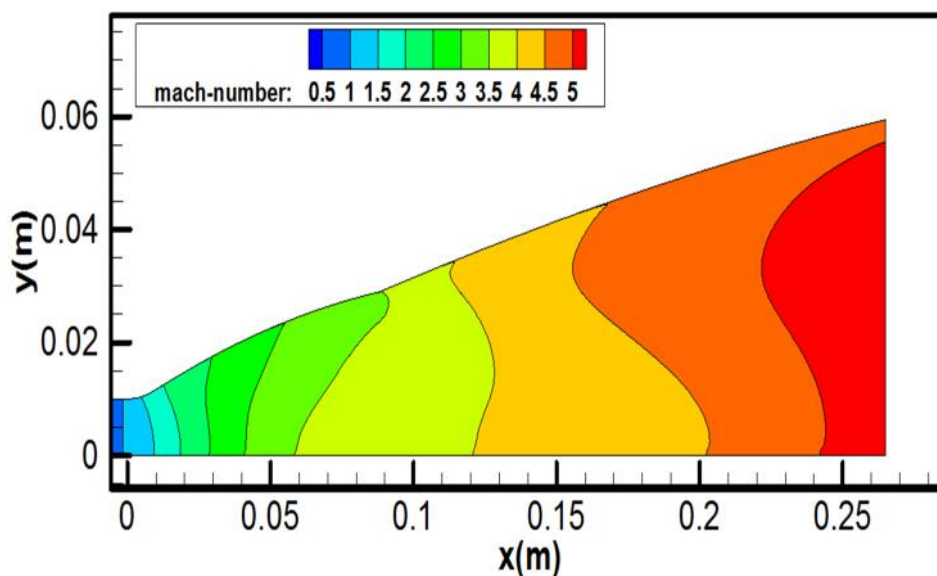


Figure 4.25 : Contours d'iso-Mach dans la tuyère CNES-Perseus-ONERA, obtenus par nos calculs avec un NPR=800.

➤ Coefficient de pression pariétale

La pression pariétale est un paramètre très important dans les écoulements dans les tuyères supersoniques.

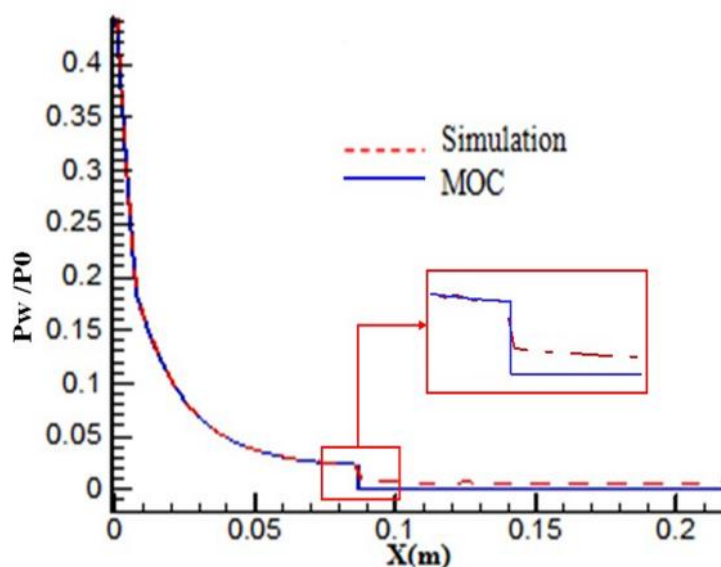


Figure 4.26 : Évolution de la pression pariétale pour la tuyère CNES-Perseus-ONERA obtenue par nos calculs avec les données de la réf [2].

La figure 4.26 présente l'évolution de la pression pariétale de la tuyère double galbe (CNES-Perseus-ONERA). On peut noter que la courbe de pression pariétale est semblable à celle obtenue par la méthode des caractéristiques. D'autre part, nous remarquons que la pression diminue rapidement au niveau du col, de la zone d'expansion initiale et dans la partie divergente formant le 1^{er} galbe.

Au point de jonction **J**, l'onde de détente centrée est bien apparente. Le long du deuxième galbe, la pression reste constante et identique à la pression imposée.

La comparaison entre la pression pariétale du profil CNES-Perseus-ONERA et celle obtenue par la méthode des caractéristiques montre que les deux courbes marquent une détente isentropique dans le premier galbe. Par contre, la chute de pression au point d'inflexion est plus prononcée dans le cas de calcul par la méthode des caractéristiques.

Dans le deuxième galbe, les deux courbes marquent un palier jusqu'à la sortie de la tuyère, avec, une légère différence en aval du point d'inflexion. Ce résultat témoigne de la bonne reproduction de la géométrie du profil donné dans [2].

Le tableau 4.11 ci-dessous montre la comparaison des performances de la tuyère obtenue par la méthode des caractéristiques et la simulation numérique.

Comme on peut le constater, ces résultats sont assez proches les uns des autres et donnent une entière satisfaction.

Tableau 4.11: Comparaison des performances de la tuyère double galbes obtenue par la méthode MOC et la simulation en utilisant les données de la référence [2].

Performances		MOC	Simulation numérique
Poussée développée	F [N]	2802.85	2687.91
Débit massique	\dot{m} [Kg/s]	3.49	3.625
Coefficient de décharge	C_d	0.94827	0.98
Coefficient de poussée	C_f	1.72	1.60
Mach de sortie	M_s	5.36	5.24
Impulsion spécifique	I_s	742.266	741.49

Le nombre de Mach de sortie calculé $M_s = 5,24$ est proche du nombre de Mach de design obtenu par la méthode des caractéristiques $M_s = 5.34$ [2] soit une erreur relative estimée à 1.87%. Cette erreur atteint la valeur de 2.23 % par rapport à la valeur obtenue par la méthode des caractéristiques.

Pour les autres paramètres, l'erreur entre les résultats obtenus par la méthode des caractéristiques et la simulation ne dépasse pas 5%, exception faite, pour le coefficient de poussée où l'erreur atteint 6.97 %.

4.3.2. CALCUL VISQUEUX

À hauts nombres de Reynolds, les effets visqueux restent confinés dans la région de paroi. Dans ces conditions, l'écoulement à calculer peut-être séparé en deux domaines :

- Une région externe : régie par les équations d'Euler, car, la viscosité est négligée.
- Une région interne : régie par des équations simplifiées de type couche limite, car, la viscosité est prise en compte.

1. CORRECTION DES EFFETS DE VISCOSITÉ

Disposant du profil de la tuyère généré par la méthode des caractéristiques et ainsi que les propriétés de l'écoulement à chacun point P, le calcul de la couche limite donne la distribution de l'épaisseur de déplacement δ^* le long de ce profil. Le contour définitif de la tuyère est obtenu en déplaçant le profil généré par la méthode des caractéristiques de $\delta^*(x)$ vers l'extérieur, de sorte que les caractéristiques du fluide ne sont pas affectées par la viscosité.

La figure 4.27 ci-dessous présente un schéma explicatif de cette correction.

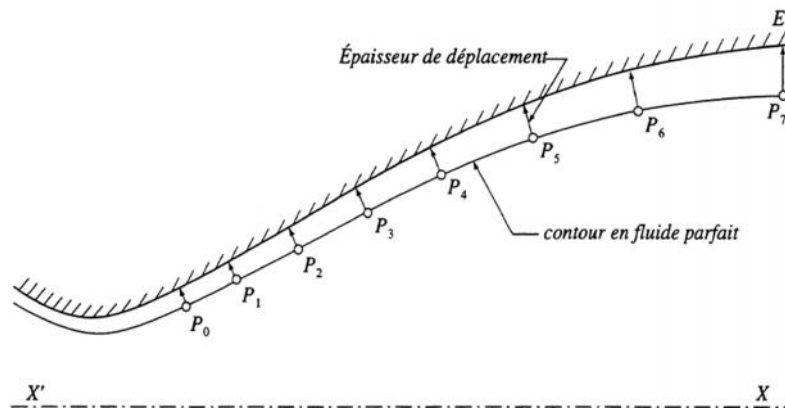


Figure 4.27 : Schéma explicatif de la correction de couche limite [98].

➤ RÉSULTATS DE CALCUL VISQUEUX

Des calculs visqueux ont été réalisés pour notre cas-test avec les mêmes conditions aux limites que le calcul non visqueux. La figure 4.28 présente les contours d'iso-Mach du profil CNES-Perseus-ONERA issu d'un calcul visqueux sans correction de couche limite.

On remarque que la structure générale de l'écoulement est la même que celle du cas non visqueux. La présence de la couche limite est constatée dans le cas d'écoulement visqueux. L'épaisseur de cette dernière augmente à partir de l'entrée jusqu'à la sortie de la tuyère.

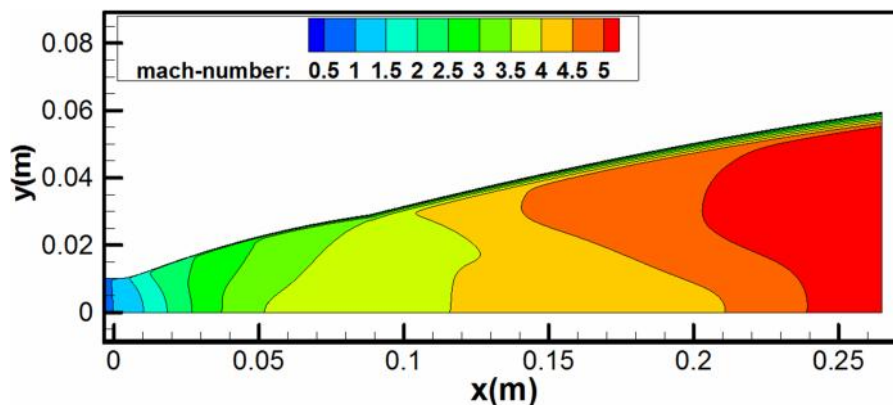


Figure 4.28 : Contours d'iso-Mach profil obtenus par nos calculs (calcul visqueux).

Le nombre de Mach de sorties $M_s = 5.20$ au lieu de 5.24 obtenu dans le cas de l'écoulement visqueux, soit une correction de 0.76%.

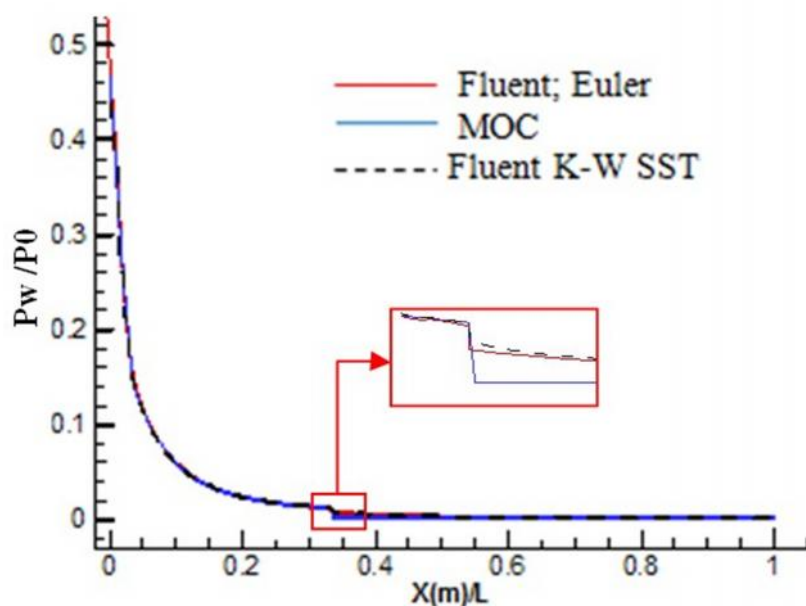


Figure 4.29 : Comparaison entre la pression pariétale de la tuyère CNES-Perseus-ONERA calculée par Fluent (Euler, k -SST) et par MOC en mode AM, (NPR=800).

La figure 4.29 illustre la comparaison de la pression pariétale calculée dans le cas visqueux, non visqueux et par la méthode des caractéristiques. On remarque que l'écoulement est exclu de tout décollement (fonctionnement en

mode AM). La pression pariétale du point d'inflexion dans le cas visqueux diffère légèrement par rapport aux cas non visqueux.

Une fois que la solution est obtenue par un calcul visqueux, nous avons procédé, à la correction de la couche limite. Cette correction est effectuée sur le profil CNES-Perseus-ONERA.

2. CORRECTION DE LA COUCHE LIMITE

L'épaisseur de déplacement δ^* obtenue, on calcule lors le nouveau profil en déplaçant chacun de ces points grâce à l'équation suivante

$$r^* = r + \delta^*(x) :$$

Où :

r^* : Rayon du profil corrigé ;

r : rayon du profil calculé par la méthode des caractéristiques ;

$\delta^*(x)$: Épaisseur de déplacement.

La figure 4.30 montre une comparaison entre les deux profils, celui qui a été généré par la méthode des caractéristiques et le profil corrigé à partir du calcul visqueux.

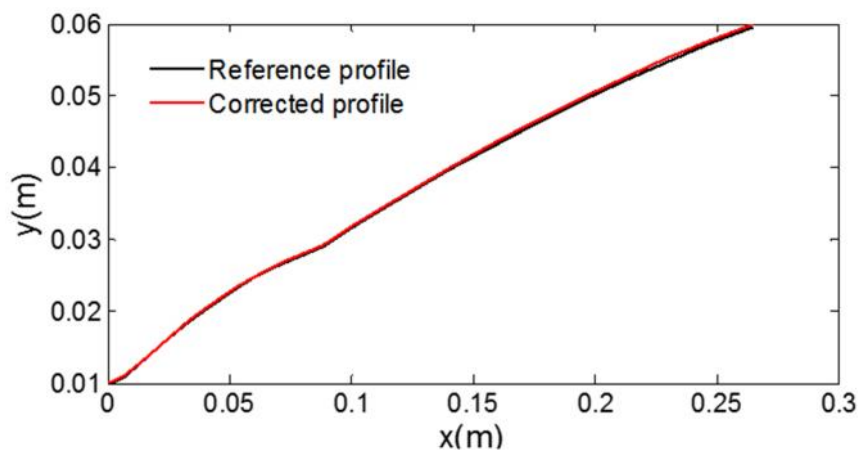


Figure 4.30 : Profil CNES-Perseus-ONERA corrigé.

➤ CALCUL DES PERFORMANCES APRES LA CORRECTION DE LA COUCHE LIMITE

Le Tableau 4.12 montre la comparaison de performances du profil obtenu issues de différents calculs, Euler, visqueux (k -SST 1) et visqueux corrigé (k -SST 2) aux résultats de MOC. Ces performances sont aussi comparées aux performances de la tuyère CNES –Perseus-ONERA [2].

Tableau 4.12 : Comparaison des performances de profil issues de plusieurs modèles de calculs.

	Euler	Kw-SST1	MOC	Kw-SST2	Euler Ref[2].
M[Kg/s]	3.625	3.557	3.49	3.63	-
M _s	5.24	5.20	5.36	5.20	5.34
C _f	1.6	1.58	1.53	1.59	1.31
C _d	0.98	0.971	0.94	0.9891	-

Analysant le tableau ci-dessus, nous remarquons que le profil double galbe avec correction de la couche limite, possède un C_f supérieur à celui du profil de la tuyère CNES-Perseus-ONERA [2] de 17.6%.

La diminution du débit dans le cas du calcul visqueux par rapport au cas du calcul non visqueux a été récupérée en faisant la correction de couche limite.

Le nombre de Mach obtenu pour le profil avec correction de la couche limite est égal 5.20, avec une erreur relative de 2.62% par rapport au nombre de Mach donné par la réf [2].

CONCLUSION

Les travaux de recherche décrits dans cette thèse montrent que les problèmes, posés par la conception d'une tuyère de propulseur aérothermodynamique peuvent être résolus, par le calcul numérique qui est souvent d'une grande précision. Sans même concevoir la tuyère, le constructeur peut étudier le comportement de l'écoulement, développer un design avec les meilleures performances possible et enfin, réaliser la conception.

Une conception de tuyères double galbes, basée, sur la méthode des caractéristiques a été testée par un code de calcul dédié. Les calculs des écoulements transsoniques dans le col de la tuyère ont été réalisés, au moyen de trois approches analytiques, à savoir:

- Celle de Sauer : elle permet de résoudre l'équation des petites perturbations qui concerne les composantes de la vitesse.
- Celle de Hall : elle permet le développement en série des composantes de la vitesse sur le plan de puissances inverses du rapport du rayon de courbure sur celui au col « R ».
- Celle Kliegel & Levine : elle permet de résoudre le problème des conditions aux limites, en tenant compte de la géométrie de la tuyère. Ces derniers proposent d'étudier l'écoulement dans un système de coordonnées toroïdales. Les composantes de la vitesse sont données, en termes de puissances inverses du rapport du rayon de courbure sur celui au col augmenté d'une unité.

Ces méthodes nous ont permis de décrire l'écoulement du fluide dans le col d'une manière précise tout en présentant, la distribution de la pression et

du nombre de Mach sur la ligne sonique. L'application de ces trois méthodes a été réalisée sur trois tuyères, à savoir:

- Deux tuyères appartenant à l'Office National des Études et de Recherches aérospatiales (ONERA) qui équipent les engins de recherches aérospatiales « ANATARES » et « BERENICE ».
- Une tuyère TIC appartenant au Centre National de Recherches aérospatiales (CNRS).

Les valeurs des composantes axiales et radiales du vecteur vitesse montrent que l'écoulement au col est de type axial. Les écarts relatifs constatés entre les différentes vitesses sont dus principalement à la différence d'approche des méthodes.

Pour le coefficient de décharge, les résultats obtenus montrent:

- Pour des petites valeurs du rapport du rayon de courbure sur celui au col « R », les coefficients de décharge sont très proches les uns par rapport aux autres.
- Pour de grandes valeurs du rapport du rayon de courbure sur celui au col « R », les coefficients de décharge convergent vers des valeurs voisines de 1.

Ces résultats sont conformes à ceux publiés dans la bibliographie.

Ensuite, nous avons considéré plusieurs facteurs qui ont une influence sur l'écoulement, comme : le rapport de la chaleur spécifique, la géométrie de la tuyère et le paramètre « R ». Néanmoins, seul le rapport du rayon de courbure sur celui au col « R » a un effet sur l'écoulement. Cet effet est tangible au niveau de la position de la ligne sonique et de la variation du coefficient de décharge.

Dans la méthode des caractéristiques, les lignes soniques, la distribution de la pression et le nombre de Mach sont considérés comme des lignes de départ dans la conception du divergent de la tuyère où l'écoulement est supersonique.

Nos travaux par la suite ont porté sur la conception de la tuyère de base et du profil du deuxième galbe. Habituellement, le profil adopté pour le premier galbe est de type TIC. Dans notre cas, un profil de type TOP est proposé. Ce dernier a été conçu en utilisant la méthode des caractéristiques inverse et simulé à un polynôme de deuxième degré.

Pour valider la méthode des caractéristiques inverses choisie, nous avons réalisé des applications, sur deux cas, de tuyères réelles, appartenant à l'ONERA et dont les données thermodynamiques et géométriques sont connues. Les résultats obtenus montrent une bonne concordance avec ceux publiés dans les revues internationales.

Après la validation de la méthode des caractéristiques sur la tuyère de base. Le Design du deuxième galbe a alors été entrepris, de telle façon à maintenir, une pression paroi constante P_2 . Avec l'hypothèse d'un fluide non visqueux, ce profil coïncide avec la ligne de courant isobare du fluide parfait de pression P_2 . Cette ligne de courant est obtenue en utilisant la méthode directe des caractéristiques appliquées pour une onde de détente (de Prandtl-Meyer) d'intensité P_2/P_1 au point de jonction J.

En conclusion, on peut affirmer que l'application de cette méthode est satisfaisante, car les résultats obtenus sont conformes aux travaux des autres auteurs. En effet :

- Une extension de la tuyère de base de 20.45 %, soit une augmentation de la longueur de la tuyère de 0.131518 m, produit un gain de poussée de 5.57 %.

- Par contre le nombre de Mach à la sortie de la tuyère de base passe de 3.21 à 5.33 dans le deuxième galbe, soit un gain de 39.78 %.

- L'avantage de cette tuyère ne réside pas uniquement dans l'accroissement des performances, mais c'est son fonctionnement à deux régimes différents sans aucune perturbation ou décollement de l'écoulement.

Pour raffermir notre approche, une comparaison de nos résultats avec ceux obtenus expérimentalement par Reijasse P et al. [2] a été réalisée. La tuyère utilisée par cette équipe a été conçue dans la cadre du programme CNES-Perseus et testée dans la soufflerie de l'ONERA-R2Ch. Les écarts relatifs entre les différents résultats obtenus sont inférieurs à 5 %. En effet :

- Sur le plan de la géométrie, le profil des deux tuyères de base est pratiquement identique, avec, une différence de 0.20% entre les sections et 0.35% entre les longueurs.

- Les écarts entre le nombre de Mach à la sortie du premier galbe et l'impulsion spécifique sont respectivement 0.42 % et 5 %.

- L'extension normalisée au rayon du col du deuxième galbe obtenu par nos calculs est de 17.73. Par rapport à celui de Reijasse P et al [2], un écart relatif de 0.34% est constaté.

- L'erreur relative sur les longueurs du deuxième galbe ne dépasse pas les 0.11%, ce qui représente un avantage.

S'agissant de la section de sortie, la tuyère proposée dans notre étude possède un diamètre inférieur à celui proposé par Reijasse P et al [2]. Ce qui est en soi représente un avantage important, néanmoins, d'autres études restent nécessaires pour confirmer ces résultats.

On a abordé par la suite la simulation numérique des écoulements dans les tuyères double galbes. Pour cela, le premier cas-test étudié porte sur la tuyère obtenue par la méthode des caractéristiques avec les données du

CNRS. Le premier galbe de cette dernière est simulé à un polynôme de deuxième degré, la simulation ne présente aucune perturbation et/ou décollement de l'écoulement. Par ailleurs, la comparaison avec la méthode des caractéristiques donne une entière satisfaction. Pour le nombre de Mach, la marge d'erreur est faible entre les deux méthodes (MOC et simulation), elle est estimée à 1.11%. Le concept des écoulements dans les tuyères double galbes a été reproduit numériquement, avec un degré de fidélité maximal.

D'autre part, nous avons reproduit la géométrie de la tuyère réalisée par Reijasse P. et al [2] sous environnement Fluent pour l'étudier. Les résultats de la simulation montrent l'absence de perturbations ou discontinuités dans l'écoulement.

- Pour le nombre de Mach, l'erreur relative est de 2.23% entre notre simulation et la méthode des caractéristiques;
- Entre notre simulation et les résultats de l'équipe de Reijasse P et al. [2], l'erreur relative est estimée à 1.87 % avec une diminution de la section de sortie de 20.78 %.

Cela est valide pour les différents calculs, à savoir: visqueux, non visqueux.

PERSPECTIVES :

Comme perspectives, nous proposons d'étendre cette étude à:

- D'autres cas-tests en utilisant la même méthode (profil TOP pour le premier galbe et le jet libre pour générer le deuxième galbe) ;
- Des tests expérimentaux pour valider d'une manière décisive une telle approche;

- Dans le domaine de l'aérothermique, il serait intéressant de développer des modèles qui prennent en compte les aspects thermiques en plus de la turbulence ;
- L'étude des charges latérales exercées sur la tuyère particulièrement au point d'inflexion est nécessaire.

REFERENCES

1. Horn, M. and Fisher S., "Altitude compensating nozzles," Rocket dyne Division. NASA-CR-194719, 1994.
2. Reijasse, P., et al., "Wall pressure and thrust of a dual-bell nozzle in a cold gas facility," Progress in Propulsion Physics, Vol. 2, pp. 655-674, 2011.
3. YOHANN PERROT, "étude, mise au point et validation de modèles de turbulence compressible", Thèse de doctorat, INSA de Rouen 2006.
4. Mayer, T, uber zweindimensionale bewegungsvorgange in einem gaz, das mi tuber shallgeschwindigkert stromt. Forchung sheft vereindeutsher ingenieure62:31-67, 1908. Original available but not translated, cited by Hall,I.M and Oswatitsh,K. ed. Symposium transsonicum.Berlin, Germany, springer-verlag 1964
5. Taylor,G.I. the flow of air at hight speeds past curved surfaces; Aeronautical Research Concil (London), reports memoranda no1382.1930
6. Hookers,S.G: the flow of a compressible fluid in the neighbourhood of the throat of a constriction in a circular wind channel.R.&M.No.1429, British A.R.C, May,1931
7. Oswatitsh,K. and Rothstein,W. flow pattern in a converging-diverging nozzle. National advisory committee for aeronautics technical memorandum 1215.1949.
8. Sauer, R. General characteristics of the flow through nozzles at near critical speeds. Natioanl advisory committee for aeronautics technical memorandum 1174.1947
9. Hall,I.M. Transonic flow in two-dimensional and axially-symetrics nozzles. Quarterly Journal of Mecanics and applied mathematics 15: 487-508.1962
10. Kliegel,J.R and Levine,J.N. transonic flow in small throat radius of curvature nozzles. American Institute of Aeronautics and Astronautics journal7:1373-1378.1969.
11. Back,L.H, Messier,P.F., and Gier,H.L. comparison of measured and predicted flows through conical supersonic nozzles with emphasis of the transonic region. American Institute of Aeronautics and astronautics journal3:1606-1614.1966

12. Liddle, S.G. and Archer, R.D. Application of the method of integral relations to axisymmetric conical nozzles. The third Australasian conference on hydraulics and fluid mechanics; Sydney from 25 to 29 November, 1968
13. Rizk, M.A. Serag-Eldin, A. Mobarak. (1983) Semi-elliptic computation of an axis-symmetric transonic nozzle flow. Applied Mathematical Modelling 7:2, 123-127 online publication date: 1-Apr-1983.
14. Kenneth, E.T. Finite element methods for transonic flow analysis. Presented as a paper 82-0930 at the AIAA/ASME, third joint thermophysics, fluids, plasma and heat transfer conference, St. Louis, Mo, June 7-11, 1982.
15. Östlund, J., and Muhammad-Klingmann, B., "Supersonic flow separation with application to rocket engine nozzles," Transactions of the ASME, AMR, Vol. 58, pp. 143-177, 2005.
16. Shapiro, A.H., "The dynamics and thermodynamics of compressible fluid flow," Volume I, The Ronald Press Co., New York, 1953.
17. Cline, M.C., "VNAP2: A computer program for computation of two-dimensional, time-dependent, compressible, turbulent flow," Rept. LA-8872, Los Alamos National Laboratory, Los Alamos, NM, Aug. 1981.
18. Zucrow, M. J. and Hoffman, J. D., "Gas Dynamics," Vol. 1, John Wiley and Sons, New York, 1977.
19. Zucrow, M.J. and Hoffman, J.D., "Gas Dynamics," Vol. 2, John Wiley and Sons, New York, 1977.
20. Malina, F. J., "Characteristics of the rocket motor based on the theory of perfect gases", J. Frankling Inst., Vol. 230, pp. 433-454, 1940.
21. Beneche, T. and Quick, W.W., "History of German guided missile development," AGARDograph 20, Verlag E. Appelhos & Co, Brunswick, Germany, 1957.
22. Anderson, J.D., "Modern compressible flow with historical perspective," McGraw-Hill Book Co.-Singapore, Jr-2nd ed, 1990.
23. Östlund, J., "Flow processes in rocket engine nozzles with focus on flow separation and side-loads," Licentiate thesis TRITA-MEK-2002, RIT, Stockholm, Sweden.
24. Ahlberg, J.H. et al., "Truncated perfect nozzles in optimum nozzle design," ARS Journal, Vol. 31, No. 5, pp. 614-620, 1961.
25. Frey, H.M., and Nickerson, G.R., "TDK - Two Dimensional Kinetic reference program," SEA Inc. NAS8-36863, 1989.

26. Guderley, K.G. et al., "Continuous and discontinuous solutions for optimum thrust nozzles of given length," *Journal of Optimization Theory and Applications*, Vol. 12, No. 6, pp. 588-628, 1973.
27. Rao, G.V.R., "Exhaust nozzle contour for optimum thrust," *Jet Propulsion*, Vol. 28, No. 6, pp. 377-382, 1958.
28. Shmyglevsky, Yu D., "Supersonic profiles with minimum drag," In *Russian, Prikladnaya Matematika i Mekhanika*, Vol. 22, No. 2, pp. 269-273, 1958.
29. Shmyglevsky, Yu D., "Variational problems for supersonic bodies of revolution and nozzles," *Prikladnaya Matematika i Mekhanika*, Vol. 26, No. 1, pp. 110-125, 1962.
30. Borisov, V.M. et Shmyglevsky Yu D. "The formulation of variational problems of gas dynamics," *Prikladnaya Matematika i Mekhanika*, Vol. 27, No. 1, pp. 183-184, 1963.
31. Shmyglevsky, Yu D., "Some variational problems of gas dynamics," *Fluid Dynamics Transactions*, pp. 635-647, 1965.
32. Shmyglevsky, Yu D., "Variational problems of gas dynamics," *U.S.S.R. Compt. Maths. Math. Phys.* Vol. 20, No. 5, pp. 113-127, 1980.
33. Rao, G.V.R., "Recent developments in rocket nozzle configurations," *ARS Journal*, Vol. 31, No. 11, pp. 1488-1494, 1961.
34. Rao, G.V.R., "Approximation of optimum thrust nozzle contour," *ARS Journal*, Vol. 30, No. 6, pp. 561, 1960.
35. Wade, M., *Encyclopedia Astronautica*, 25687 pages-9423 images, <http://www.astronautix.com/>, 2011.
36. Gogish, L.V., "A study of short supersonic nozzles," *Mekhanika Zhidkosti i Gaza*, Vol. 1, No. 2, pp. 175-180, 1966.
37. Hoffman, J.D., "Design of compressed truncated perfect nozzles," *J. of Propulsion and Power*, Vol.3, No. 2, pp. 150-156, 1987.
38. Stark, R., "Flow Separation in Rocket Nozzles, a Simple Criteria," 41st AIAA/ASME/SAE/SEE Joint Propulsion Conference & Exhibit, Tucson, AZ, AIAA paper 2005-3940, 2005.
39. Boman, A., "Apparatus for controlling the flow separation line of rocket nozzles," U.S. Patent No. 6.574.952 B2, 2003.

40. Sato, M., et al., "Experimental study on transitional phenomena of extendible nozzle," 43rd AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit, Cincinnati, OH, AIAA paper 2007-5471, 2007.
41. Kusaka, K, et al., "Experimental study on extendible and dual-bell nozzles under high altitude conditions," 36th Joint Propulsion Conference and Exhibit, AIAA Paper 2000-3303, 2000.
42. Schmucker, R., "Flow processes in over-expanded chemical rocket nozzles. Part 1: Flow separation," NASA TM-77396, 1984.
43. Chiou, J., and Hung, R., "A study of forced flow separation in rocket nozzles," Final Report, Alabama University, Huntsville, 1974.
44. Sutton, G.P., "Stepped Nozzle," U.S. Patent No. 5,779,151, 1998.
45. Brown, J.L., et al., "Altitude compensating ablative stiffening band for rocket motor nozzles," U.S. Patent No. 08,034,452, 1993.
46. Goncharov, N., et al., "Reusable launch vehicle propulsion based on the RD-0120 engine," 31st Joint Propulsion Conference and Exhibit, AIAA 1995-3003, 1995.
47. Sutton, G.P. and Biblarz, O., "Rocket propulsion elements," 7th ed. John Wiley & Sons, 2001.
48. Clayton. R. and Back, L., "Thrust improvement with ablative insert nozzle extensions," Journal of Propulsion and Power, Vol. 2, No. 1, pp. 91-93, 1986.
49. Parsley, R.C. and Van Stelle, K.J., "Altitude compensating nozzle evaluation," 28th Joint Propulsion Conference and Exhibit, AIAA 92-3456, 1992.
50. Semenov, V.V., et al., "Liquid propulsion with altitude compensation concept trade study," 57th International Astronautical Congress of the International Astronautical Federation, Valencia, Spain, IAC paper 06-C4.1.09, 2006.
51. Musial, N.T. and Ward, J.J., "Overexpanded performance of conical nozzles with area ratios of 6 and 9 with and without supersonic external flow," NASA TM X-83, 1959.
52. Bonniot, C.E., "Rocket engine expansion nozzle with complementary annular nozzle," U.S. Patent No. 05,067,316, 1991.
53. Boccaletto, L. and Dussauge J.P., "High-performance rocket nozzle concept," J. of Propulsion and Power, Vol. 26, No. 5, 2010.

54. Génin, C., et al., "Experimental and numerical study of dual-bell nozzle flow," *Progress in Flight Physics* Vol. 5, pp. 363-376, 2013.
55. Martelli, E., et al., "Numerical parametric analysis of dual-bell nozzle flows," *AIAA Journal*, Vol. 45, No. 3, pp. 640-650, 2007.
56. Foster, C. and Cowles, F., "Experimental study of gas-flow separation in over-expanded exhaust nozzles for rocket motors," *Progress Report No. 4-103*. JPL, 1949.
57. Hagemann, G., et al., "Advanced rocket nozzles," *J. of Propulsion and Power*, Vol. 14, No. 5, pp. 620-634, 1998.
58. Frey, M. and Hagemann, G. "Critical assessment of dual-bell nozzles," *J. of Propulsion and Power*, Vol. 15, No. 1, pp. 137-143, 1999.
59. Immich, H. and Caporicci, M., "FESTIP technology developments in liquid rocket propulsion for reusable launch vehicles," 32nd AIAA Joint propulsion conference, Lake Buena Vista, Florida, AIAA-96-3113, 1996.
60. Immich, H., Caporicci, M., "Status of the FESTIP rocket propulsion technology program," 33rd AIAA Joint propulsion conference, Seattle, WA, AIAA-97-3311, 1997.
61. Miyazawa, M., et al., "Flight performance of dual-bell nozzles," 40th Aerospace science meeting, Reno, NV, AIAA-2002-0686, 2002.
62. Hagemann, G., et al., "Experimental and analytical design verification of the dual-bell concept," *J. of Propulsion and Power*, Vol. 18, No. 1, pp. 116-122, 2002.
63. Génin, C. and Stark, R., "Flow Transition in dual-bell nozzles," *Shock Waves*, Vol. 19, pp. 265-270, Springer-Verlag, 2009.
64. Proshchanka, D., et al., "Control of operation mode transition in dual-bell nozzle," 46th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint propulsion conference, Nashville, TN, AIAA 2010-6815, 2010.
65. Stark, R. and Génin, C., "Side loads in dual-bell nozzles, Part I Phenomenology," 2010,
66. Verma, S. B., et al., "Cold gas dual-bell tests in high-altitude simulation chamber," *Shock Waves*, Vol. 21, pp. 131-140, Springer-Verlag, 2011.
67. Verma, S. B., et al., "Cold-gas experiments to study the flow separation characteristics of a dual-bell nozzle during its transition modes," *Shock Waves*, Vol. 20, pp. 191-203, Springer-Verlag, 2010.

68. Génin, C. and Stark, R., "Side loads in dual-bell nozzles, Part II design parameters," 46th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint propulsion conference, Nashville, TN, AIAA 2010-6730, 2010.
69. Génin, C. and Stark, R., "Experimental study on flow transition in dual-bell nozzles," J. of Propulsion and Power, Vol. 26, No. 3, pp. 497-502, 2010.
70. Génin, C. and Stark, R., "Hot flow testing of dual bell nozzles," 49th AIAA Aerospace Science Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition, Orlando, Florida, AIAA 2011-387, 2011.
71. Génin, C., and Stark, R., "Experimental study of dual-bell nozzle," 2nd European Conference for Aerospace Science (EUCASS) - Bruxelles, Belgium, 2007.
72. Martelli, E., et al., "Thermo-fluid dynamics analysis of film Cooling in Over expanded Rocket Nozzles," 42nd AIAA Joint Propulsion Conference, Sacramento, CA, AIAA 2006-5207, 2006.
73. Presz, J. et al., "Lobed mixer/ejector nozzle," EP Patent No. 09,913,568, A2, 1999.
74. Asbury, S.C. and Hunter, C.A., "Effects of convoluted divergent flap contouring on the performance of a fixed-geometry nonaxisymmetric exhaust nozzle," NASA TP-209093, 1999.
75. Häggander, J. and Pekkari, L., "Rocket engine nozzle," U.S. Patent No. 06,308,514, 2001.
76. Östlund, J. and Bigert, M., "A subscale investigation on side loads in sea level rocket nozzle," 35th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit, Fort Lauderdale, Florida, AIAA 99-2759, 1999.
77. Ewen, R.L. and O'Brian, C.J., "Dual-Throat thruster test results," 22nd AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference, Huntsville, Alabama, AIAA 86-1518, 1986.
78. Beichel, R., "Dual expander rocket engine," U.S. Patent No. 04,220,001, 1980.
79. Nguyen, T. V. et al., "Aerodynamic performance analysis of dual-fuel/dual-expander nozzles," 24th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference, Boston, Massachusetts, AIAA 88-2818, 1988.
80. Hagemann, G. et al., "Dual-Expander engine flowfield simulations," 31st AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit, San Diego, CA, AIAA 95-3135, 1995.

81. Singer, V., "Method of making rocket motor extendible nozzle exit cone," U.S. Patent No. 04,707,899, 1987.
82. Smith-Kent, R. and al., "Analytical contouring of pintle nozzle exit cone using computational fluid dynamics," 31st AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit, San Diego, CA, AIAA 95-2877, 1995.
83. Wasko, R. A., "Performance of annular plug and expansion-deflection nozzles including external flow effects at transonic mach numbers," NASA TN D-4462, 1968.
84. Dunn, S.S. and Coats, D.E., "Optimum nozzles contours for aerospike nozzles using the TDK 99TM computer code," 36th JANNAF Combustion Subcommittee, Cocoa Beach, FL, 1999.
85. Calabro, M., et al., "ELV: pressure fed LOX/LH2 upper stage," Acta Astronautica, Vol. 64, No. 11-12, pp. 1015-1020, 2009.
86. Le Bozec, A., et al., "Afterbody testing and comparison to CFD simulations," AIAA 8th International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference. Norfolk, VA. 1998.
87. Wisse, M.E.N., and Van Oudheusden, B., "Analytical optimisation of an inviscid flow linear plug nozzle boattail," 40th AIAA/SAE/ASME/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit, Fort Lauderdale, FL. AIAA 2004-4017, 2004.
88. Wisse, M.E.N., "An asymptotic analysis of compressible base flow and the implementation into linear plug nozzles," PhD thesis, TU Delft, Netherlands, 2005.
89. Onofri, M., "Plug nozzles: summary of flow features and engine performance," OTAN Report RTO-TR-AVT-007-V1, 2002.
90. A Haddad "Application de la méthode des caractéristiques à la conception des tuyères Supersoniques de propulsion", Chaire de M.D.F Ecole nationale d'ingénieurs, Alger, 1990.
91. ZMIJANOVIC, V., "Secondary injection fluidic thrust vectoring of an axisymmetric supersonic nozzle", PhD thesis, Université d'Orléans, France, 2013.
92. Tannehill, J.C. et al., "Computational Fluid Mechanics and heat transfer," 2nd ed., Taylor & Francis Group, 1997.
93. Anderson, J. D., "Fundamentals of aerodynamics," 3rd ed., McGraw-Hill series, 2001.

94. Ansys Fluent 12.0 Theory Guide, Ansys Inc. 2009.
95. Denton, B.L., "Design and analysis of rocket nozzle contours for launching Pico-satellites," M.Sc. thesis, DME, Rochester, 2007.
96. Perrot, Y., "Etude, mise au point et validation des modèles de turbulence compressible," PhD thesis, Université de Rouen, France, 2006.
97. Schmucker, R., "Flow processes in over-expanded chemical rocket nozzles. Part 1: Flow separation," NASA TM-77396, 1984.
98. Delery, J., "Aérodynamique interne: tuyères et arrières corps," ENSAE, Toulouse, 3e éd. Revue et corrigée, 1996.
99. Hoffman, J.D. et al., "Thrust nozzle optimization including boundary layer effects," J. of optimization theory and applications, Vol. 10, No. 3, pp. 133-159, 1972.