

UNIVERSITE SAAD DAHLEB DE BLIDA

Faculté des Sciences de l'ingénieur

Institut d'Aéronautique et des Etudes Spatiales Blida

MEMOIRE DE MAGISTER

En Aéronautique

Spécialité : Aéronautique

**ETUDE DE LA COUCHE LIMITE TURBULENTE AUTOUR DE
PROFILS MINCES PAR LA METHODE DES ONDELETTES**

Par

Mourad ADDA

Devant le jury composé de :

S.BOUKRAA	Professeur, USDBlida1	Président
T.REZOUG	Professeur, USDBlida1	Promoteur
M.LAGHA	Professeur, USDBlida1	Co-Promoteur
M.MOKHTARI	Professeur, ONM Alger	Examineur
A.MATTAOUI	Professeur, USTHB	Examineur

Blida, 2017

ملخص

أصبحت دراسة طبقة الحدود المضطربة موضوع جدير بالاهتمام في الآونة الأخيرة في مجال البحث العلمي و خاصة في الديناميكا الهوائية كما أنها تتدخل خصوصا في تصميم أجنحة الطائرات والمحركات التوربينية لتحسين الأداء. ويسهم هذا العمل في الدراسة العددية للطبقة الحدودية المضطربة التي تتشكل حول الهيكل الرقيق الثنائي ويستند نمذجة التدفق إلى معادلات نافير-ستوكس ، ويستخدم النموذج $k-\omega$ لتنفيذ المحاكاة العددية من قبل برنامج سوليديركس، إيسم-كفد، أنسيس-فلونت. والهدف الرئيسي من هذا العمل هو دراسة تأثير تغيير زاوية الإصابة على سلوك طبقة الحدود. في هذا العمل، يتم دراسة اثنين من أنظمة دون سرعة الصوت وأسرع من الصوت من خلال ثلاثة تكوينات: لوحة رقيقة، الهيكل NACA006 و المعين الرقيق. أخيرا سوف نستعمل طريقة الموجات لتحسين النتائج .

Résumé

L'étude de la couche limite turbulente est devenue un sujet d'intérêt ces dernières années dans la recherche scientifique en particulier dans l'aérodynamique ou elle intervient notamment dans la conception des ailes d'avion et les turbomachines pour améliorer leurs performances. Le présent travail contribue à l'étude numérique de la couche limite turbulente développée sur un profil bidimensionnel mince. La modélisation de l'écoulement est basée sur les équations de Navier-stokes moyennées, le modèle $k-\omega$ SST est utilisé pour modéliser la turbulence. La simulation numérique est effectuée par les logiciels SolidWorks, ICEM-CFD, Ansys-Fluent. L'objectif principal de ce travail est d'examiner l'effet du changement d'angle d'incidence sur le comportement de la couche limite. Dans ce document, on étudiera les deux régimes subsonique et supersonique à travers trois configurations : plaque mince, profil NACA006, et profil losangique. La méthode des ondelettes de type Daubechies est utilisé afin d'améliorer l'analyse des résultats obtenus.

Abstract

The study of the turbulent boundary layer has become a subject of interest in recent years in scientific research especially in aerodynamics where it intervenes notably in the design of aircraft wings and turbomachines to improve their performance. The present work contributes to the numerical study of the turbulent boundary layer developed on a thin two-dimensional profile. The modeling of the flow is based on the Navier-stokes equations, the model $k-\omega$ SST is used to model the turbulence. The numerical simulation is performed by SolidWorks software, ICEM-CFD, Ansys-Fluent. The main objective of this work is to examine the effect of the change of angle of incidence on the behavior of the boundary layer. In this paper, the two subsonic and supersonic regimes are studied through three configurations: thin plate, NACA006 profile, and double wedge profile. The Daubechies wavelet method is used to improve the analysis of the results obtained.

DEDICACES

A la mémoire de ma mère et grand-mère, Aucun mot ne saurait décrire mon immense gratitude et ma profonde reconnaissance pour tous les sacrifices que tu as consentis à mon égard, pour tous ton encouragement tout au long de mes années d'études, que dieu te garde dans son immense paradis.

A mes parents, frères et sœurs Hichem, Hayet et Yousra, Les mots seuls ne sauraient exprimer tout l'amour et l'affection que je vous porte. Puisse Dieu, Tout Puissant, vous procurer santé et prospérité.

A la mémoire de mon grand-père Salah.

A tous ce qui ont participés chaleureusement à l'élaboration de ce travail.

ADDA Mourad

REMERCIEMENTS

Une mission s'achève, une autre commence. Mais avant, qu'il me soit permis de remercier les personnes qui, de près ou de loin, ont contribué à la réussite de celle qui s'achève, je remercierai, en premier lieu, le bon dieu, de m'avoir donné le courage et la force de mener à bien ce travail.

Je tiens à exprimer ma gratitude à mes professeurs, modèles et promoteurs de thèse, Monsieur REZOUG TAHAR et Monsieur LAGHA MOHAND Vous me faites un grand honneur d'avoir accepté de diriger ce travail. Je vous remercie de m'avoir guidé dans ce travail avec rigueur et bienveillance.

Mes plus sincères remerciements vont également à Mr le président, et membres de jury pour l'intérêt qu'ils portent à mon projet.

Et enfin je tiens à remercier tous mes collègues et camarades du Laboratoire des Sciences Aéronautiques, particulièrement : Ch.Leila, H.Narimane, L.Sbaa, O.Fadila.

TABLE DES MATIERES

RESUME

REMERCIEMENTS

TABLE DES MATIERES

LISTE DES FIGURES

LISTE DES TABLEAUX

NOMENCLATURE

INTRODUCTION GENERALE.....	18
Chapitre I : PHENOMENOLOGIES DES ECOULEMENTS	21
I.1. Introduction.....	21
I.2. Différents régimes d'écoulement.....	22
I.3. Notions de Compressibilité.....	23
I.4. Notion de viscosité.....	26
I.5. Description des phénomènes accompagnant un écoulement supersonique.....	27
I.6. Caractéristiques géométriques des profils.....	30
I.7. Forces et coefficients Aérodynamiques.....	31
I.8. Conclusion.....	32
Chapitre II: COUCHE LIMITE TURBULENTE.....	33
II.1. Introduction	33
II.2. Mise en équations.....	34
II.3. Notion de Couche limite.....	37
II.4. Modélisation de la turbulence.....	42
II.5. Modèle de turbulence	48
II.6. Conclusion.....	51

Chapitre III : METHODE DES ONDELETTES	52
III.1. Introduction générale	52
III.2. La Transformée en Ondelettes	53
III.2.1. Introductions	53
III.2.2. Transformée en ondelettes continues	53
III.2.3. Propriétés d'une ondelette mère	57
III.2.4. Transformée en Ondelettes discrètes	57
III.2.5. Famille d'ondelettes.....	60
III.2.5. Ondelette de DAUBECHIES.....	62
III.3. Conclusion.....	70
Chapitre IV : DEFINITION DES OUTILS	71
IV.1. Introduction.....	71
IV.2. Présentation de SOLIDWORKS.....	72
IV.3. Présentation d'ICEM CFD.....	74
IV.4. ANSYS-Fluent.....	79
IV.5. Le Solveur Fluent.....	83
IV.6. Matlab.....	84
IV.7. Conclusion.....	84
Chapitre V : RESULTATS ET INTERPRETATIONS POUR LE REGIME SUBSONIQUE	85
V.1. Introduction.....	85
V.2. Plaque mince.....	85
V.2.1. Construction de la géométrie.....	86
V.2.2. Maillage.....	86
V.2.3. Définition du problème.....	89
V.2.4. Résultats et discussions.....	90
V.2.5. Analyse des résultats par la méthode des ondelettes.....	97
V.3. Profil mince.....	101
V.3.1. Construction de la géométrie	102
V.3.2. Maillage.....	103

V.3.3. Définition du problème.....	105
V.3.4. Résultats et discussions	106
V.3.5. Analyse des résultats par la méthode des ondelettes	119
V.4. Conclusion.....	123
Chapitre VI : RESULTATS ET INTERPRETATIONS POUR LE REGIME SUPERSONIQUE.....	124
VI.1. Introduction.....	124
VI.2. Géométrie du profil.....	124
VI.3. Maillage.....	125
VI.4. Résolution du problème par le solveur FLUENT.....	128
VI.5. Comparaison entre le cas non visqueux et le cas visqueux.....	130
VI.6. Etude de la couche limite pour le profil losangique.....	133
VI.7. Analyse des résultats par la méthode des ondelettes.....	138
VI.8. Conclusion.....	143

CONCLUSION ET PERSPECTIVES

ANNEXES

REFERENCES

INTRODUCTION GENERALE

La dynamique des fluides est l'investigation du mouvement interactif d'un large nombre de particules. Cela veut dire qu'on suppose que la densité du fluide est suffisamment importante pour approximer le fluide à un milieu continu même si on prend un élément infinitésimal (dans le sens du calcul différentiel) il contiendra suffisamment de particules pour lesquelles on peut définir une vitesse, pression, température, densité et autres quantités importantes en chaque point du fluide.

Loin d'un obstacle, l'écoulement est étudié avec les simplifications du fluide parfait mais, près de la paroi, ces approximations tombent en défaut. Car les effets des forces de viscosité cessent d'être négligeables devant ceux des forces d'inertie et de pression. En restant dans le cadre de l'aérodynamique classique. On verra que les effets de la viscosité sont confinés dans une région d'épaisseur faible devant la corde du profil, cette zone est appelée la couche limite. En aval du profil, les couches limites se développant à l'extrados et à l'intrados se fondent pour former le sillage dans lequel il importe également de prendre en compte les effets visqueux.[2]

L'aspect "laminaire-turbulent" peut être observé dans une large gamme de régimes, ce qui va nous intéresser dans ce travail et les deux régimes les plus utilisés dans la simulation numérique des écoulements qui sont le régime subsonique, et le régime supersonique.

Bien que la turbulence soit un phénomène omniprésent dans la nature, il est difficile d'en donner une définition précise. On dit d'un écoulement qu'il est turbulent lorsqu'il suit un mouvement irrégulier et chaotique. Il est caractérisé par des variations rapides irrégulières et aléatoires des différentes grandeurs physiques. Aussi, les mélanges y sont importants et bien plus rapides que pour un écoulement laminaire. Un écoulement turbulent présente des structures 3D, il est rotationnel, et son nombre de Reynolds est grand. La turbulence n'est donc pas une propriété du fluide mais seulement un régime particulier.

La plus célèbre théorie concernant la turbulence est sans doute celle de Kolmogorov. Il a émis l'hypothèse que l'énergie cinétique des structures turbulentes devait se transférer du plus gros tourbillon vers le plus petit, jusqu'à arriver à une échelle de taille tellement petite que la turbulence cesse et que l'énergie est évacuée sous forme de chaleur. C'est ce qu'on appelle la cascade turbulente.

Les caractéristiques de la couche limite dans un écoulement supersonique peuvent être lourdement altérées par une onde de choc. Par exemple, l'interaction des ondes de choc avec la couche limite à causer des dommages à la cellule X-15 pendant un essai en vol. En effet La recompression du gaz, en aval d'une onde de choc, s'accompagne d'un échauffement. La température au "point d'arrêt" croît très rapidement avec le nombre de Mach (comme son carré). Les avions supersoniques subissent donc, sur leurs parties frontales (nez, bords d'attaque) de fortes contraintes thermiques. Bien que ceci entraîne un accroissement de traînée, les nez ou bord d'attaque doivent ainsi être émoussés à nombre de Mach très élevé (régime hypersonique) pour répartir l'afflux de chaleur. Se souvenir du nez très émoussé d'un engin expérimental comme le X-15.

L'interaction entre les ondes de choc et la couche limite sont des phénomènes extrêmement dangereux et nuisibles pour les vols supersoniques, en effet pour les entrées d'air des moteurs ou des ondes de chocs se forment à l'entrée d'air et causes des dommages, ces phénomènes qui ont été largement discuté dans les travaux de Bertin et Cummings [1, 2].

Edney[3] a utilisé des diagrammes polaires de choc pour classifier les interactions des ondes de choc obliques d'abord sur un cylindre. Par ses recherches expérimentales, il a été réalisé que des contraintes thermiques et de pression anormalement élevées peuvent être induites par des interactions de choc Sur des véhicules supersoniques ou de petits changements dans la géométrie peuvent avoir un large impacte dans la structure globale de l'écoulement. Olejniczak et al [4] ont étudié numériquement les écoulements non visqueux des gaz parfait et plus précisément les interactions choc / choc pour un profil losangique.

Il a été constaté qu'à partir d'un nombre de Mach critique, l'écoulement vire en expansion plutôt qu'en onde de choc. La variation de pression à travers le profil losangique donne naissance à des zones subsoniques d'une part et des zones supersoniques d'autre part. Ben-Dor et al [5] ont étudié l'influence de l'angle d'attaque sur la formation des ondes de choc.

L'étude de la couche limite turbulente est devenue un sujet d'intérêt ces dernières années dans la recherche scientifique en particulier dans l'aérodynamique où elle intervient notamment dans la conception des ailes d'avion et les turbomachines pour améliorer leurs performances. Le présent travail contribue à l'étude numérique de la couche limite turbulente développée sur un profil bidimensionnel mince. On étudiera les deux régimes subsonique et supersonique à travers trois configurations : plaque mince, profil NACA006, et profil losangique. La méthode des ondelettes de type Daubechies est utilisée afin d'améliorer l'analyse des résultats obtenus.

Le premier chapitre consiste en une étude bibliographique permettant une compréhension des différents types d'écoulements, ainsi que les phénomènes associés à ces types d'écoulements.

La compréhension de la notion de couche limite turbulente est la clef pour cette étude, le deuxième chapitre traite des généralités sur la couche limite turbulente.

Le troisième chapitre traite la méthode des ondelettes, qui est utilisée afin d'améliorer l'analyse des résultats obtenus par la simulation.

Dans le quatrième chapitre on traite les différents outils utilisés dans la plupart des simulations numériques, afin d'améliorer la compréhension de l'étude.

Dans le cinquième chapitre on traitera le régime subsonique, en faisant notre étude sur plusieurs configurations de profils minces, les résultats et discussions seront également présentés.

Enfin dans le sixième chapitre on traitera le régime supersonique, en faisant notre étude d'abord par comparaison entre le cas non visqueux et le cas visqueux, ensuite on s'intéressera au comportement de la couche limite pour un profil losangique mince, les résultats et discussions seront également présentés.

CHAPITRE 1

PHENOMENOLOGIES DES ECOULEMENTS

I.1. Introduction

L'aérodynamique est une branche de la dynamique des fluides qui porte principalement sur la compréhension et l'analyse des écoulements d'air, ainsi qu'éventuellement sur leurs effets sur des éléments solides qu'ils environnent. L'aérodynamique s'applique aux véhicules en mouvement dans l'air (aérodynes, automobiles, trains), aux systèmes de propulsion (hélices, rotors, turbines, turboréacteurs), aux installations fixes dans un air en mouvement subissant les effets du vent (bâtiments, tours, ponts) ou destinés à la production d'énergie (éoliennes), aux systèmes mécaniques transformant une énergie aérodynamique en énergie mécanique et vice-versa (turbines, compresseurs).

Le mouvement d'un solide dans un fluide compressible initialement au repos donne naissance à un mouvement du fluide. En chaque point, à chaque instant, on peut définir un vecteur vitesse. Dans une première étude des phénomènes aérodynamiques, on suppose que le champ des vitesses ainsi défini est un champ continu par rapport aux variables d'espace et par rapport au temps. Cependant, pour une étude plus précise, il est nécessaire de supposer que la vitesse du fluide et par suite la masse spécifique et la pression peuvent subir des discontinuités.

Dans ce présent travail la définition des notions de viscosité, de compressibilité, est nécessaire pour assimilé la phénoménologie de l'écoulement étudié. Egalement la compréhension de la différence entre les deux régimes subsonique et supersonique est primordiale, afin de distinguer l'influence de l'augmentation de la vitesse amont sur le comportement de la couche limite.

I.2. Différents régimes d'écoulement

L'aérodynamique couvre différents régimes d'écoulement, en fonction du nombre de Mach M , caractéristique des effets de compressibilité du fluide :

$$M = \frac{U}{a} \quad (I.1)$$

Où U est la vitesse de l'écoulement et ' a ' la célérité du son.

On considère ces effets de compressibilité à travers deux types d'écoulement :

- Incompressible ($M < 0,3$) où $\frac{d\rho}{dt} = \text{cst}$;
- Compressible ($M > 0,3$) où $\frac{d\rho}{dt} \neq \text{cst}$;

Il convient également de distinguer les régimes d'écoulement :

- Subsonique ($M < 1$) où les perturbations de l'écoulement se propagent aussi bien en amont qu'en aval ;
- Sonique ($M = 1$) ;
- Transsonique ($0,8 < M < 1,2$) qui présente des zones d'écoulement subsonique et des zones d'écoulement supersonique ;
- Supersonique ($1 > M > 5$) où les perturbations de l'écoulement ne peuvent pas se propager en amont, cet écoulement est aussi marqué par des zones de discontinuité (ondes de choc) ;
- Hypersonique ($M > 5$) avec des ondes de choc très intenses et de très hautes températures près des parois, ce qui entraîne des réactions chimiques (dissociation des molécules) et la création d'un plasma.

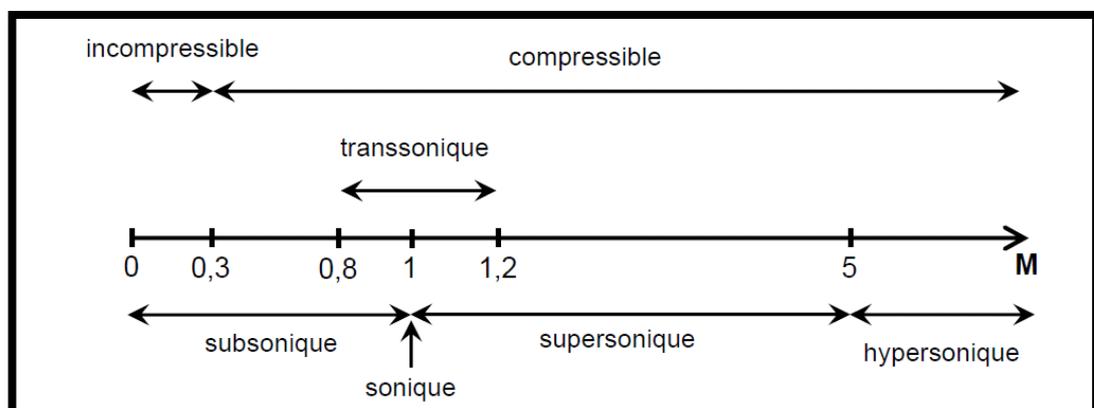


Figure (I.1) : Différents régimes d'écoulements.

I.3. Notions de Compressibilité

La compressibilité est une caractéristique d'un corps, définissant sa variation relative de volume sous l'effet d'une pression appliquée. C'est une valeur très grande pour les gaz, faible pour les liquides et très faible pour les solides usuels.

Elle se définit comme :

$$\chi = - \frac{1}{V} \frac{dV}{dP} \quad (I.2)$$

Où V est le volume du corps et P la pression appliquée. Il s'exprime donc en Pa^{-1} .

La variation de volume avec la pression étant le plus souvent négative, cette définition rend la compressibilité χ positive.

Cette définition est le plus souvent insuffisante : sous l'effet d'une compression, les corps ont tendance à s'échauffer, et donc on définit une compressibilité isotherme pour un corps restant à température constante :

$$\chi_T = - \left. \frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial p} \right|_T \quad (I.3)$$

Le T en indice de la dérivée indiquant que la dérivée est prise à température constante.

On remarquera que le coefficient de compressibilité est l'inverse du module d'élasticité isostatique du milieu, généralement noté K , aussi appelé module de compressibilité. C'est une variable intensive toujours positive, le volume du corps ne pouvant diminuer que lorsqu'on augmente la pression.

Un fluide est appelé compressible si les changements de la densité du fluide ont des effets significatifs sur l'ensemble de la solution. Dans le cas contraire, il s'agit d'un fluide incompressible et les changements de densité sont ignorés. Afin de savoir si le fluide est compressible ou incompressible, on calcule le nombre de Mach. Approximativement, les effets de la compression peuvent être ignorés pour les nombres de Mach en dessous de 0,3.

Presque tous les problèmes impliquant des liquides se trouvent dans cette catégorie, à commencer l'eau, et sont définis comme incompressibles.

Les équations de Navier-Stokes incompressible sont des simplifications des équations de Navier-Stokes dans lesquelles la densité est considérée comme constante. Elles peuvent être utilisées pour résoudre les problèmes impliquant des fluides incompressibles de manière prépondérante, ce qui peut être assez restrictif.

Par exemple, en acoustique, la vitesse du son dans l'air étant finie, le fluide « air » doit être traité comme compressible. En effet, supposons que l'air soit un fluide incompressible : il se déplacerait alors en bloc et propagerait toute modification de pression locale à une vitesse infinie. La vitesse du son c dans un fluide compressible s'écrit d'ailleurs comme fonction de sa compressibilité X :

$$c^2 = (\rho_0 X)^{-1} \quad (1.4)$$

. Écoulement incompressible

L'écoulement incompressible est défini et introduit lorsque l'on a une constance de la densité de chaque particule de fluide le long de sa trajectoire; d'où :

$$\frac{d\rho}{dt} = 0 \quad (1.5)$$

Où les particules fluides n'ont nécessairement pas la même densité, voulant dire seulement que la densité de chaque particule ne change pas durant son mouvement, d'où l'exemple concret du mélange d'eau et d'huile bien que cela représente un mélange hétérogène mais qui peut être traité comme incompressible et que la densité n'est pas constante dans l'espace.

Par conséquent, si à un instant initial (1.5) est vérifiée, alors la densité de la particule considérée reste invariable au cours du temps de déplacement de celle-ci. De ce fait, que si le fluide est homogène (respectivement hétérogène) à un instant initial, il restera homogène (respectivement hétérogène). Ainsi, pour le fluide incompressible et homogène, on admet que la densité ρ est constante.

L'équation de continuité définie par:

$$\begin{cases} \frac{d\rho}{dt} + \nabla \cdot (\rho \mathcal{G}) = 0 \\ \rho \mathcal{G} = \rho_0 \nabla \times A \end{cases} \quad (1.6)$$

A : Vecteur potentiel

$$\Rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} + (\mathcal{G} \cdot \nabla) \rho + \rho (\nabla \cdot \mathcal{G}) = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho (\nabla \cdot \mathcal{G}) = 0 \quad (1.7)$$

Peut, être considérablement simplifiée pour un écoulement incompressible; à partir de

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (1.8)$$

Un champ de vitesse incompressible est donc, sans divergence et de ce fait il est dit Solénoïdal. L'équation (1.8) peut être utilisée pour couvrir les écoulements incompressibles stationnaire de même pour l'instationnaire, pour ce dernier, il n'ya pas de dérivée par rapport au temps dans l'équation de continuité, quoique dépende du temps $\mathcal{G} = \mathcal{G}(r, t)$.

. Écoulement compressible

Dans ce cas d'écoulement, l'équation de continuité s'écrit :

$$\nabla(\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (1.9)$$

Où ρ n'est nullement considéré constant. Le vecteur du flux massique ' $\rho \mathcal{G}$ ' est seulement fonction de r mais pas de \mathbf{t} .

L'équation au potentiel des vitesses, en supposant que les perturbations de vitesse dues à la présence du profil sont petites devant la vitesse à l'infini, peut être mise sous la forme linéaire.

$$(1 - M_0^2) \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \quad (1.10)$$

Pour de faible valeurs du Mach $M_0^2 \ll 1$, on aura, ainsi, l'équation du potentiel de vitesse pour l'incompressibilité.

Les évolutions de C_x , C_z et puis C_m , traduisent l'effet de compressibilité qui apparaît à des valeurs de M_0 d'autant plus petites que le profil est plus épais et que l'indice est plus grand. La notion de compressibilité apparaît bien nettement pour des régimes transsoniques et supersoniques au moment où une onde de choc naît faisant une différence remarquable et notable de pression, de température statique et de masse volumique de part et d'autre de cette onde, cela s'explique par les relations de SAINT-VENANT.

I.4. Notion de viscosité

Les problèmes dus à la viscosité sont ceux dans lesquels les frottements du fluide ont des effets significatifs sur la solution. Dans le cas où les frottements peuvent être négligés, le fluide est appelé non-visqueux.

Le nombre de Reynolds peut être employé pour estimer quel type d'équation est approprié pour résoudre un problème donné. Un nombre de Reynolds élevé indique que les forces d'inertie sont plus importantes que les forces de frottement.

Cependant, même lorsque le nombre de Reynolds est élevé, certains problèmes nécessitent de prendre en compte les effets de la viscosité. En particulier, dans les problèmes où l'on calcule les forces exercées sur un corps (comme les ailes d'un avion), il faut prendre en compte la viscosité. Comme illustré par le Paradoxe de D'Alembert, un corps immergé dans un fluide non visqueux n'est soumis à aucune force.

Les équations normalement utilisées pour l'écoulement d'un fluide non visqueux sont les équations d'Euler. Dans la dynamique des fluides numérique, on emploie les équations d'Euler lorsqu'on est loin du corps et équations tenant compte de la couche limite lorsqu'on est à proximité du corps. Les équations d'Euler peuvent être intégrées le long d'une ligne de flux pour aboutir à l'équation de Bernoulli. Quand l'écoulement est partout irrotationnel et non visqueux, l'équation de Bernoulli peut être employée pour résoudre le problème.

I.5. Description des phénomènes accompagnant un écoulement supersonique

Si une masse d'air animée d'une vitesse supérieure à l'unité du Mach, s'écoule autour d'un corps (profil d'aile par exemple) arrondi, une onde de choc se forme en amont de celui-ci provoquant une région subsonique en aval de ce choc dont son calcul est particulièrement difficile vu l'inexistence d'expressions explicites des pressions locales et des efforts. En revanche, lorsque le profil à un bord d'attaque pointu, une théorie de petites perturbations peut être employée (ACKERET, 1925), et conduit à des expressions très simples, applicables à des profils minces et aux incidences faibles. Cette théorie s'appuie sur les propriétés d'une déviation élémentaire d'un écoulement supersonique de fluide parfait.

Les expressions montrent que le bord d'attaque et le bord de fuite des profils supersonique doivent être aigus de façon à créer un choc oblique et d'éviter un choc détaché, nous verrons plus tard les causes de sa naissance.

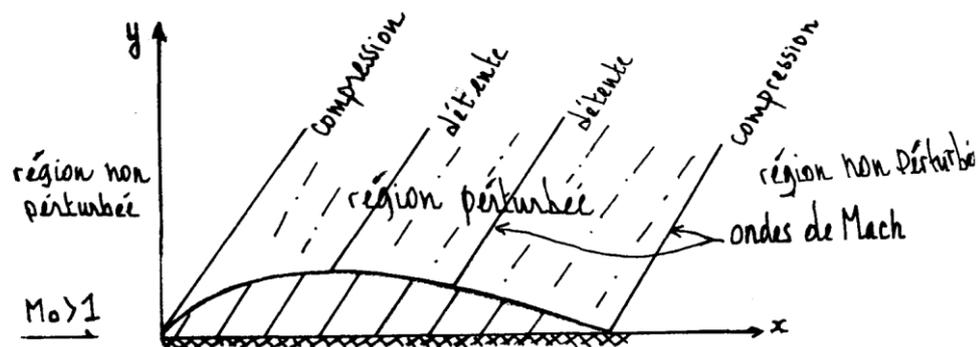


Figure (I.2) : Système d'onde lié à un profil supersonique.

Par rapport au cas de l'écoulement supersonique, il se produit donc autour du profil supersonique un écoulement de caractère complètement différent. La formation d'un domaine d'influence délimité par les lignes de Mach en aval du profil explique le parallélisme établi avec un système d'ondes attachées au profil et se déplacent avec lui (voir Figure 1.2). Dans un "repère fixe" on parle d'un système d'ondes stationnaires. L'écoulement supersonique peut, donc, engendrer quatre types d'ondes, nous l'étudierons en détail dans ce qui suit à proximité d'un corps mouillé dans cet écoulement de fluide et qui sont les suivants:

- Onde de choc normale.
- Onde de choc oblique (Choc Plan ou Choc Conique)
- Détente de PrandTL-Meyer.
- Onde de choc détachée (Combinaison entre choc normal et chocs obliques aux extrémités de celui-ci).

Pour l'étude des écoulements supersoniques la compréhension du phénomène d'onde de choc est indispensable, dans ce chapitre on va traiter ce phénomène et les différents changements qui implique que ça soit pour le nombre de mach ou pour les variables caractérisant l'écoulement : p , ρ , T ...etc.

✓ **Origine et effet des ondes de choc**

Une onde de choc est un cas particulier d'onde, dont le profil a une très forte discontinuité.

En réalité, il n'y a jamais de réelle discontinuité en physique, mais la variation au niveau de la « discontinuité » est telle que le phénomène devient qualitativement différent par rapport à ce qui se passe dans le reste de l'espace. À l'issue de la phase transsonique qui voit l'apparition d'ondes de choc sur l'extrados puis sur l'intrados, lorsque tous les points de l'aile atteignent Mach 1, ces deux chocs sont repoussés au bord de fuite et deviennent obliques. De plus, sur un profil d'aile classique avec un bord d'attaque arrondi, il se forme une onde de choc détachée devant ce bord d'attaque. Elle enferme un volume d'air qui est brutalement ralenti avec une forte surpression. Ce phénomène est à l'origine d'une augmentation de la traînée qui se substitue à la traînée liée au décollement en transsonique. Il existe deux techniques pour réduire cette traînée. Comme en transsonique, l'utilisation d'une aile en flèche ou d'une aile delta diminue le nombre de Mach « vu » par l'aile.

On peut également utiliser un profil supersonique symétrique avec une pointe au bord d'attaque comme au bord de fuite.

L'inconvénient réside alors dans ses mauvaises performances en subsonique car un bord d'attaque aigu « traumatise » beaucoup plus un écoulement subsonique qu'un écoulement supersonique.

Si une masse d'air animée d'une vitesse supérieure à l'unité du Mach, s'écoule autour d'un corps (profil d'aile par exemple) arrondi, une onde de choc se forme en amont de celui-ci provoquant une région subsonique en aval de ce choc dont son calcul est particulièrement difficile vu l'inexistence d'expressions explicites des pressions locales est des efforts.

En revanche, lorsque le profil a un bord d'attaque pointu, une théorie de petites perturbations peut être employée (ACKERET, 1925), et conduit à des expressions très simples, applicables à des profils minces et aux incidences faibles. Cette théorie s'appuie sur les propriétés d'une déviation élémentaire d'un écoulement supersonique de fluide parfait.

✓ **Écoulement autour d'un profil en losange**

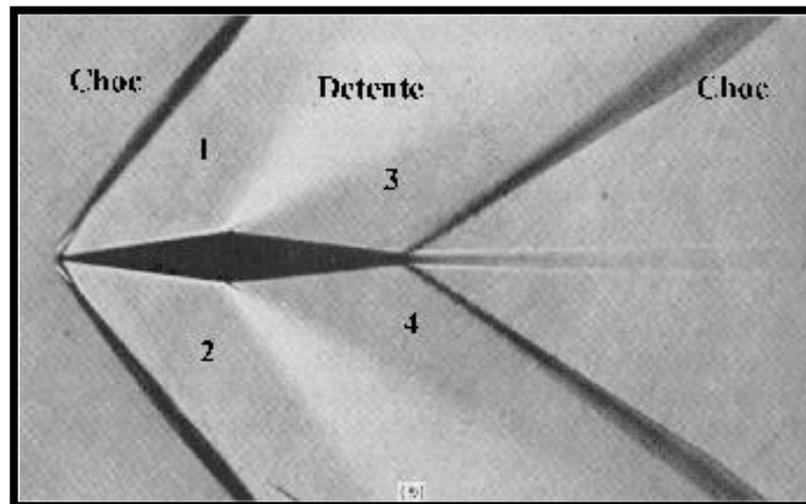


Figure (1.3) : Écoulement supersonique autour d'un profil En forme de losange.

Au voisinage du bord d'attaque d'un profil supersonique, il y a deux écoulements analogues à celui qu'on peut observer sur un dièdre convergent. En chaque point de celui-ci, est attachée une ligne de Mach définie précédemment comme une discontinuité d'amplitude infinitésimale. La superposition de ces différentes discontinuités élémentaires crée une discontinuité d'amplitude finie, une onde de choc. À travers celle-ci, la pression augmente brutalement.

Si le choc est droit, de supersonique l'écoulement devient subsonique. Dans le cas oblique, illustré ci-contre, seule la composante normale, à travers le choc, est réduite : la résultante peut donc rester supersonique. La décroissance de la vitesse dépend donc de l'angle du dièdre.

I.6. CARACTERISTIQUES GEOMETRIQUES DES PROFILS

On désigne par un profil d'aile la section de l'aile par un plan parallèle au plan de symétrie de l'avion.

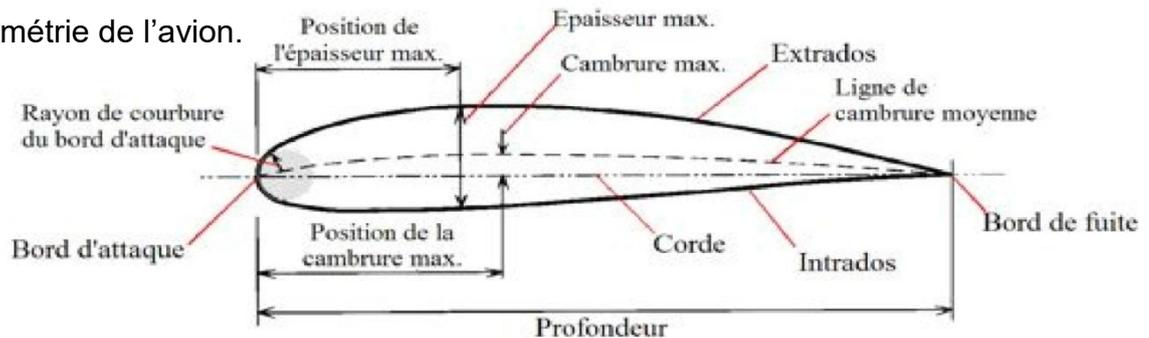


Figure (I.4) : Caractéristiques géométriques d'un profil

- **Extrados** : Partie supérieure du profil.
 - **Intrados** : Partie inférieure du profil.
 - **Bord d'attaque** : Point amont du profil.
 - **Bord de fuite**: Point aval du profil.
 - **La corde de profil** : C'est la droite qui lie le bord d'attaque au bord de fuite notée c .
 - **Ligne moyenne** : Lieu des points milieu entre l'extrados et l'intrados.
- Si le profil est symétrique la ligne moyenne et la corde sont confondues.
- **Angle d'incidence** : C'est l'angle formé par la corde du profil et le vecteur vitesse relative.
 - **L'épaisseur maximale** : c'est le plus grand segment perpendiculaire à la corde et qui est noté par la lettre e_{max} .
 - **L'épaisseur relative** : c'est le rapport de l'épaisseur maximale et la corde du profil et elle est notée par la lettre h .

L'épaisseur relative est comptée en pour-cent de la corde, il permet aussi de classer les profils :

- Si $h \leq 6\%$ le profil est dit mince
- Si $6\% < h < 12\%$ le profil est dit semi-épais.
- Si $h > 12\%$ le profil est dit épais.
-

I.7. Forces et coefficients Aérodynamiques

Lorsqu'un profil d'aile est placé dans un écoulement d'air celui-ci se divise, au niveau du bord d'attaque, en deux parties : l'une sur l'extrados et l'autre sur l'intrados. Comme le profil est conçu de telle sorte que l'extrados soit plus courbé que l'intrados, le flux d'air passant à l'extrados doit s'accélérer pour rejoindre celui qui est passé par l'intrados et qui a parcouru un chemin plus court. En vertu de la loi de Bernoulli, l'augmentation de vitesse à l'extrados se traduit par une diminution de pression de l'air et inversement pour l'intrados. En plus, les divers frottements de l'air ne créent une force de résistance à l'avancement.

Par conséquent :

- la surpression d'intrados ;
- la dépression d'extrados ;
- les frottements sur le profil, dû à la viscosité de l'air.

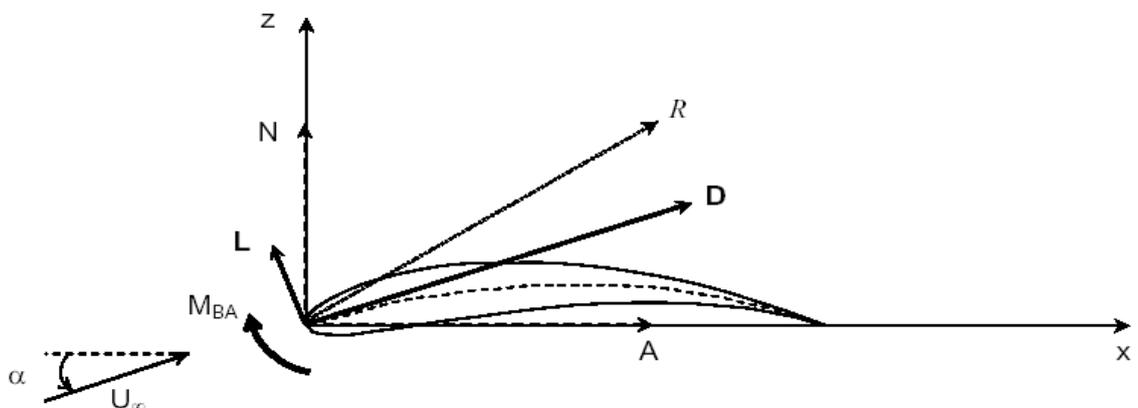


Figure (I.5) : Forces et moments aérodynamique agissants sur un profil

- Efforts aérodynamiques et moments agissants sur un profil :

Dans ce cas, il ne reste que deux forces (trainée et portance) et un moment de tangage qui peut être appliqué au bord d'attaque du profil.

- . D ou F_x : Trainée dans le repère aérodynamique.
- . L ou F_z : Portance dans le repère aérodynamique.

- . A : Force axiale dans le repère du profil
- . N : Force normale dans le repère du profil
- . M_{BA} : Moment de tangage par rapport au bord d'attaque

$$\mathbf{L} = \mathbf{N} \cos\alpha - \mathbf{A} \sin\alpha$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{N} \sin\alpha + \mathbf{A} \cos\alpha$$

- ✓ La portance : $F_z = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_z$
- ✓ Coefficient de portance : $C_z = \frac{2F_z}{\rho S V^2}$
- ✓ La traînée : $F_x = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_x$
- ✓ Coefficient de traînée : $C_x = \frac{2F_x}{\rho S V^2}$
- ✓ Coefficient de pression : $C_p = \frac{p - p_\infty}{q_\infty}$

I.8. Conclusion

Dans ce chapitre on a voulu introduire les différentes notions de base qui sont nécessaires à la compréhension et au contrôle de la problématique posée. Parmi ces notions, on a défini l'aspect de compressibilité d'un écoulement, la viscosité, les phénomènes observés dans un régime supersonique. Finalement on a pu définir les caractéristiques géométriques d'un profil, notamment le profil mince.

CHAPITRE II

COUCHE LIMITE TURBULENTE

II.1. Introduction

Lorsqu'un fluide réel s'écoule le long d'une paroi supposée fixe, les vitesses sur la paroi sont nulles alors qu'à l'infini (c'est-à-dire loin de l'obstacle) elles sont égales à la vitesse de l'écoulement non perturbé. Sur une normale à la paroi, la vitesse doit donc dans tous les cas varier entre 0 et un maximum. La loi de variation dépend de la viscosité du fluide qui induit un frottement entre les couches voisines : la couche la plus lente tend à freiner la couche la plus rapide qui, en retour, tend à l'accélérer. Dans ces conditions, une forte viscosité égalise au maximum les vitesses. Au contraire, si le fluide est peu visqueux, les différentes couches sont beaucoup plus indépendantes : la vitesse à l'infini se maintient jusqu'à une courte distance de l'obstacle et il y a une variation plus forte des vitesses dans la petite épaisseur de la couche limite. Dans le premier cas, il faut utiliser les équations générales du fluide visqueux. Dans le second, on peut utiliser dans la couche limite des équations simplifiées complétées par des résultats expérimentaux. Les équations, également plus simples, du fluide parfait appliquées au-delà de la paroi « engraisée » par la couche limite fournissent les conditions aux limites pour le calcul.

En fait, ce n'est pas la viscosité elle-même qui intervient. Comme toujours en mécanique des fluides, c'est un nombre sans dimension qui caractérise le phénomène : le nombre de Reynolds. Celui-ci décrit le rapport des forces liées à la vitesse aux forces de frottement. Ainsi, au lieu d'augmenter la viscosité, on peut obtenir un phénomène semblable en diminuant la vitesse ou les dimensions de l'obstacle.

II.2. Mise en équations

L'écoulement du fluide à modéliser se caractérise par les spécifications suivantes :

- ✓ Ecoulement incompressible : la masse volumique du fluide est considérée constante le long de toute la longueur de circulation de l'écoulement à modéliser.
- ✓ Ecoulement permanent (stationnaire).

. Equations fondamentales de conservation:

Les équations de conservation de masse, de quantité de mouvement et d'énergie d'un écoulement laminaire de fluide s'écrivent :

. Equation de conservation de la masse :

L'équation de conservation de la masse s'écrit:

$$\frac{d\rho}{dt} + \text{div}(\rho\mathbf{U}) = 0 \quad (\text{II.1})$$

Ou bien :

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + u\frac{\partial\rho}{\partial x} + v\frac{\partial\rho}{\partial y} + w\frac{\partial\rho}{\partial z} + \rho\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right) = 0 \quad (\text{II.2})$$

Sous forme indicielle :

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + U_i\frac{\partial\rho}{\partial x_i} + \rho\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (\text{II.3})$$

Pour un écoulement permanent $\frac{\partial\rho}{\partial t} = 0$ et incompressible $\frac{\partial\rho}{\partial x_i} = 0$, donc l'équation

de conservation de la masse se réduit à :

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (\text{II.4})$$

. Equations de conservation de quantité de mouvement :

L'équation de conservation de quantité de mouvement, sous forme vectorielle, sans forces de volume est :

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + u \frac{\partial \vec{V}}{\partial x} + v \frac{\partial \vec{V}}{\partial y} + w \frac{\partial \vec{V}}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \overrightarrow{\text{grad}P} + \nu \Delta \vec{V} \quad (\text{II.5})$$

La projection de cette équation suivant les différents axes donne :

Suivant x :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)$$

(II.5a)

Suivant y :

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right)$$

(II.5b)

Suivant z :

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (\text{II.5c})$$

Ou bien sous forme indicielle:

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (\text{II.6})$$

Pour un écoulement permanent $\frac{\partial U_i}{\partial t} = 0$, alors l'équation (II.6) devient :

$$U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (\text{II.7})$$

. Equation de conservation d'énergie :

L'équation de conservation d'énergie d'un écoulement incompressible, sous forme vectorielle, est donnée par l'expression suivante :

$$\frac{\partial(\rho \bar{T})}{\partial t} + \text{div}(\rho \bar{U} \bar{T}) = \frac{1}{\rho C_p} (\lambda_t \cdot \text{div}[\overrightarrow{\text{grad}T}] + \Phi) \quad (\text{II.8})$$

Ou bien :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{1}{\rho C_p} \left[\lambda_t \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \Phi \right] \quad (\text{II.9})$$

T [K]: est la température

Soit sous forme indicielle :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + U_j \frac{\partial T}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho C_p} \left(\lambda_t \frac{\partial^2 T}{\partial x_j \partial x_j} + \Phi \right) \quad (\text{II.10})$$

Pour un écoulement permanent $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$, l'équation (II.10) devient :

$$U_j \frac{\partial T}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho C_p} \left(\lambda_t \frac{\partial^2 T}{\partial x_j \partial x_j} + \Phi \right) \quad (\text{II.11})$$

Φ est la dissipation visqueuse (par frottement) à l'intérieur de fluide, donnée par :

$$\Phi = \sigma_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad (\text{II.12})$$

Où σ_{ij} est le tenseur des contraintes visqueuses du fluide, ayant par expression:

$$\sigma_{ij} = \mu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial U_k}{\partial x_k} \quad (\text{II.13})$$

δ_{ij} est le symbole de Kronecker : $\delta_{ij}=1$ si $i=j$

$\delta_{ij}=0$ si $i \neq j$

$$\Phi = 2\mu \left[\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_i} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right)^2 \right] - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \quad (\text{II.14})$$

λ_t [W/m.K]: diffusivité thermique du fluide.

C_p [J/Kg.K] : capacité spécifique de chaleur.

ρ [Kg/m³] : masse volumique du fluide.

II.3. Notion de Couche limite

Si le fluide était parfait, la seule force créée par le positionnement d'un profil dans un écoulement est une force de portance perpendiculaire à la vitesse. Mais l'air n'est pas un fluide parfait. Il est visqueux, ce qui engendre un frottement le long du profil de l'aile.

La partie du fluide qui est infiniment proche de la paroi d'un profil possède donc une vitesse nulle. Il en résulte un accroissement progressif de la vitesse au fur et à mesure que l'on s'éloigne de la paroi. La zone dans laquelle l'écoulement est freiné de par sa proximité avec la paroi est appelée couche limite. Il s'agit de la zone dans laquelle la vitesse de l'écoulement est comprise entre 0 et 99% de la vitesse à l'infini sur la normale à la paroi. Cette couche limite est également dépendante de l'état de surface du profil, donc on peut dire que: La couche limite est la mince pellicule entourant un corps en mouvement dans un fluide (air). Dans cette mince pellicule les forces de viscosité sont importantes.

La couche limite conditionne directement la résistance de frottement du corps en mouvement dans le fluide.

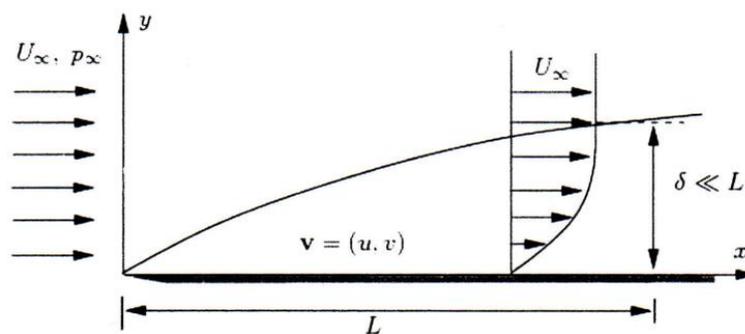


Figure (II.1) : Forme de la couche limite sur une plaque.

On définit généralement la couche limite comme une région de faible épaisseur produite par l'écoulement d'un fluide visqueux en présence d'un obstacle. Une couche limite est qualifiée de laminaire, quand la valeur du nombre de Reynolds Re_x (ordre de grandeur du rapport des forces d'inertie sur les forces visqueuses) est inférieur à une valeur critique, d'environ 3×10^5 ; dans le cas contraire elle est qualifiée de turbulente.

Les premières mesures effectuées dans la couche limite turbulente (Townsend 1951; Klebanoff 1954; Laufer 1954; Kovaszney 1967) ont permis de distinguer différentes régions, décrites par des grandeurs cinématiques caractéristiques différentes.

Dans la région de proche paroi, les grandeurs cinématiques sont généralement reliées aux paramètres internes de la couche limite, à savoir u_τ , la vitesse de frottement à la paroi et ν la viscosité cinématique du fluide. On définit ainsi les grandeurs adimensionnelles telles que la vitesse moyenne \bar{U}^+ et la distance y^+ par: $\bar{U}^+ = \bar{U}/u_\tau$ et $y^+ = y \cdot u_\tau/\nu$. Dans la région externe, d'autres paramètres peuvent intervenir comme δ l'épaisseur de la couche limite et U_∞ la vitesse de l'écoulement à l'extérieur. Ainsi le profil de vitesse moyenne dans la couche limite turbulente permet de distinguer trois régions :

- La sous couche visqueuse, valable pour $0 \leq y^+ \leq 5$ où la contrainte visqueuse est supérieure à la contrainte turbulente. Dans cette région le profil de vitesse moyenne est linéaire $\bar{U}^+ = y^+$.
- Une deuxième région, où la production et la dissipation de l'énergie cinétique turbulente sont dominantes. Elle se compose d'une "zone tampon" appelée aussi "buffer layer" valable pour $5 \leq y^+ \leq 30$, et d'une zone logarithmique définie par :

$$\bar{U}^+ = \frac{1}{k} \ln y^+ + B \quad (\text{II.15})$$

Valable pour $30 \leq y^+ \leq 200$. k étant la constante universelle de Von Karman et B une constante voisine de 5. La sous couche visqueuse et cette deuxième région constituent la région interne de la couche limite turbulente et qui correspond à la zone $y \leq 0.2\delta$.

- Une région externe où la structure de l'écoulement est entièrement contrôlée par la turbulence. Elle est valable pour $y/\delta \geq 0.2$.
- Dans cette région, on parle de loi de vitesse déficitaire qui est donnée par :

$$\frac{U_\infty - \bar{U}}{u_\tau} = \phi\left(\frac{y}{\delta}\right) \quad (\text{II.16})$$

Ou $U_\infty - \bar{U}$, représente le déficit de vitesse par rapport à la vitesse extérieure. a fonction, n'est pas universelle car elle peut être influencée par de nombreux paramètres comme le gradient de pression, le nombre de Reynolds ou les conditions de développement de la couche limite en amont de l'abscisse x.

Notons que la transition entre ces différentes régions nécessite un recouvrement des profils de vitesse valables dans deux régions voisines.

- Epaisseur de la Couche Limite :

L'épaisseur de la couche limite croît de l'amont (quelques mm) vers l'aval (quelques Cm). Conventionnellement l'épaisseur de la couche limite est la distance à la paroi à partir de laquelle $U = 0,99 U_0$

- Epaisseur de déplacement δ^* :

Les lignes de courants en écoulement visqueux sont déplacées par rapport à leurs positions en fluide non-visqueux.

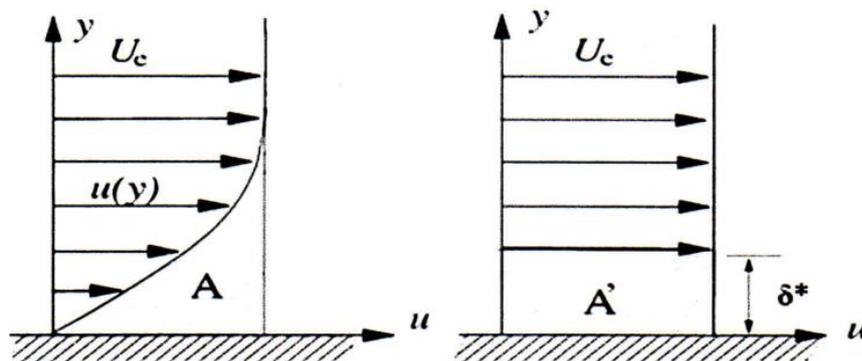


Figure (II.2) : Epaisseur de la couche limite.

Ce déplacement est exploité pour définir une épaisseur tel que les aires A et A'soient égales:

$$\delta^* = \int_0^\delta \left(1 - \frac{u}{U_e}\right) dy \quad (\text{II.17})$$

- Epaisseur de quantité de mouvement θ :

Correspond à la perte de quantité de mouvement dans la CL par rapport à un écoulement de fluide parfait (à débit masse équivalent)

$$\theta = \int_0^\delta \frac{u}{U_e} \left(1 - \frac{u}{U_e}\right) dy \quad (\text{II.18})$$

- Facteur de forme H :

Rapport des deux épaisseurs précédemment définies:

$$H = \frac{\delta^*}{\theta} \quad (\text{II.19})$$

- **Décollement de la Couche Limite :**

La théorie de la couche limite laminaire montre que le profil des vitesses se modifie sous l'effet d'un gradient longitudinal de pression positif.

La pente à l'origine peut devenir nulle, caractérisant le point de décollement. Il est en est demême pour une couche limite turbulente.

- De A à T les vecteurs vitesses restent parallèles entre eux sur une normale à la paroi : la couche limite est laminaire.
- A partir de T, les vecteurs vitesses ne sont plus parallèles entre eux, mais les vecteurs vitesse moyenne restent parallèles entre eux. La couche limite est turbulente. T est le point de transition, sa position dépend essentiellement du nombre de Reynolds, de l'état de surface et du nombre de Mach. La couche limite turbulente est d'autant plus importante que Re est grand.
- A partir de D, la couche limite se décolle, les particules près de la paroi voient leur mouvement s'inverser et entraînent la formation de tourbillons (d'où forte augmentation de la traînée). D est le point de décollement.

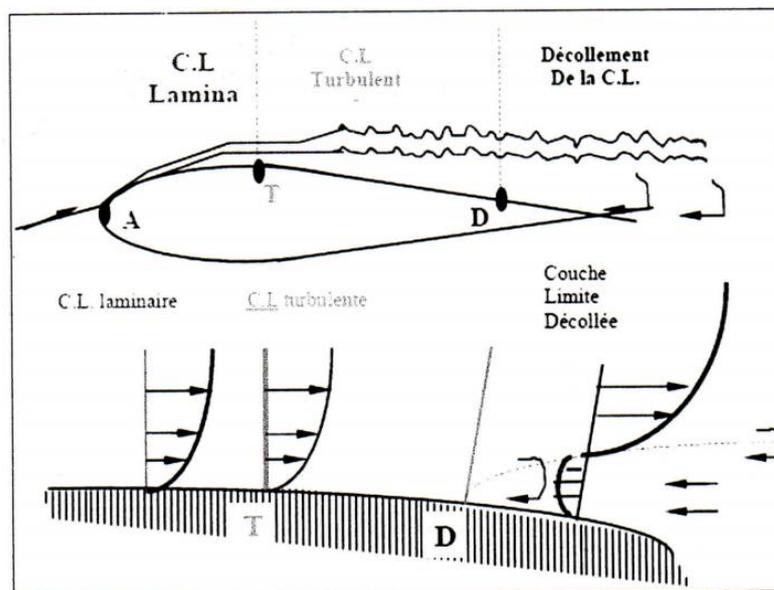


Figure (II.3) : Décollement de la couche limite.

La figure (II.3) montre l'évolution progressive du profil des vitesses d'amont en aval: lorsque la vitesse s'annule dans les couches inférieures, le fluide sous l'effet de la pression plus grande en aval qu'en amont prend une vitesse de sens opposé à celui de la vitesse de l'écoulement extérieur, créant un courant de retour.

L'expérience met en évidence le phénomène très important dit « décollement libre » dont la position peut être prévue lorsqu'on étudie le développement d'une couche limite et en particulier l'évolution du coefficient local de frottement puisque celui-ci s'annule au point de décollement.

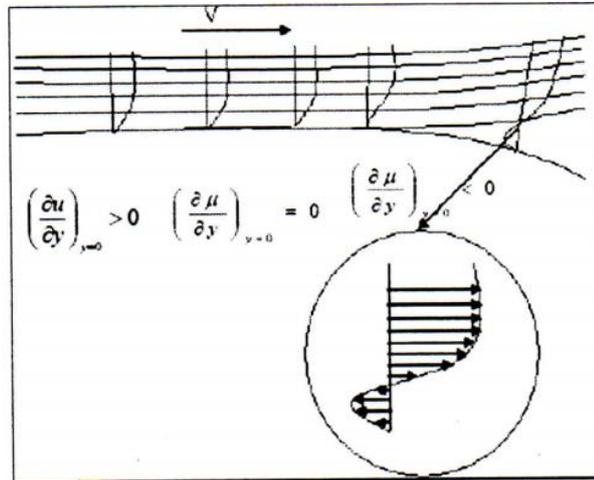


Figure (II.4) : Ecoulement avec gradient longitudinal de pression positif (D est le point de décollement de la couche limite).

Pour les applications, il est très important de noter qu'une couche limite turbulente décolle moins facilement qu'une couche limite laminaire, étant donné l'échange intense d'énergie à l'échelle macroscopique qui existe entre les couches inférieures dans une couche limite turbulente.

Les écoulements décollés tridimensionnels sont caractérisés par la présence de structures tourbillonnaires définies comme des concentrations spatiales de vorticité resulting du décollement de la couche limite figure (II.4).

Une fois que le décollement a eu lieu, la vorticité tend à se concentrer au voisinage de surfaces dont l'enroulement forme les tourbillons. Dans la réalité, de telles surfaces définies comme support de discontinuités (ou singularités) n'existent pas. Ces concepts appartiennent aux modèles de fluide parfait. Dans le monde réel, la vorticité est répartie dans l'espace et occupe un certain volume dans le voisinage de ce que l'on appelle une surface de décollement.

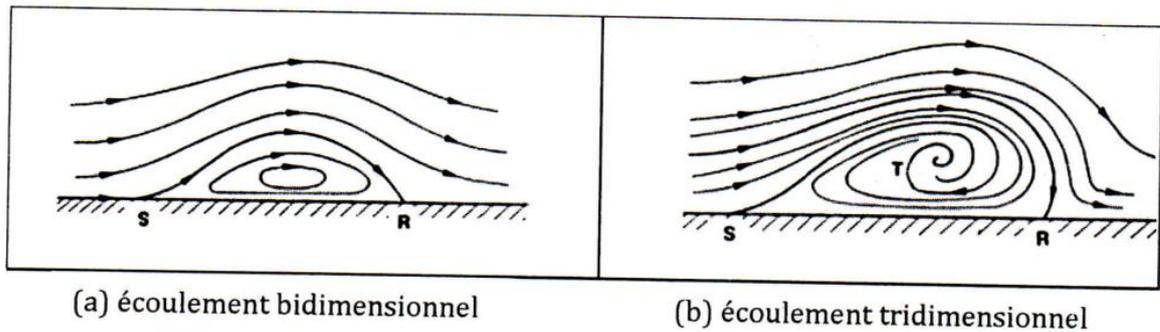


Figure (II.5) : Conceptions simples du décollement.

II.4. Modélisation de la turbulence

La turbulence d'un écoulement se caractérise principalement par une imprévisibilité du détail des fluctuations des variables aérothermochimiques du fluide et par l'existence d'un rotationnel de vitesse, ou, autrement dit, de tourbillons qui sont étroitement liés les uns aux autres. C'est pourquoi, elle est aussi le siège d'un transfert énergétique permanent ; il est en effet possible d'observer un flux d'énergie entre les grandes structures générées par les gradients de vitesse du mouvement moyen vers des structures de tailles inférieures. Au cours de ce transfert, la dissipation de l'énergie due à la viscosité du fluide est de plus en plus importante et s'effectue de manière inversement proportionnelle à la taille des structures turbulentes.

L'intensité de la turbulence peut être traduite, entre autre, par le nombre de Reynolds qui représente le rapport entre le temps nécessaire à une perturbation pour être amortie par la viscosité du fluide et le temps mis par une particule pour traverser une distance caractéristique de l'écoulement sous l'effet de son inertie.

Pour de faibles nombres de Reynolds, l'écoulement demeure laminaire de manière permanente, toute éventuelle instabilité étant immédiatement corrigée. Par contre, dès que ce nombre devient important, l'écoulement est le siège d'un régime turbulent élevé.

La turbulence permet donc de caractériser l'instabilité des écoulements. Un écoulement turbulent est défini comme totalement instationnaire et dont le vecteur vitesse en chaque point varie de manière aléatoire en direction et en norme.

Par ailleurs, il contient un grand nombre de tourbillons de tailles variées. Une visualisation des structures turbulentes autorise une analyse qualitative de l'écoulement, telle que l'étude de la position et de la taille d'une zone de recirculation ou de la formation de tourbillons dans une couche de mélange.

. Propriétés des moyennes : Toute grandeur f peut être décomposée en $f = \bar{f} + f'$ avec, par construction, $\bar{f}' = 0$. Il est important de noter que la partie moyenne représente ce qui est raisonnablement calculable, ou bien encore la partie déterministe, au contraire des fluctuations aléatoires ou incohérentes qui seront modélisées ou mesurées. Pour deux variables aléatoires $f = f(x, t)$ et $g = g(x, t)$ et une constante α , on a les propriétés suivantes, souvent appelées règles de Reynolds: [26]

$$\begin{aligned}\overline{f + g} &= \bar{f} + \bar{g} \\ \overline{\alpha f} &= \alpha \bar{f} \\ \overline{fg} &= \bar{f} \bar{g} \\ \frac{\partial \bar{f}}{\partial x_i} &= \frac{\partial \bar{f}}{\partial x_i} \\ \frac{\partial \bar{f}}{\partial t} &= \frac{\partial \bar{f}}{\partial t}\end{aligned}\tag{II.20}$$

On en déduit ainsi une règle pratique importante, et qui sera souvent utilisée dans la suite, concernant le produit de deux variables f et g :

$$\overline{f \cdot g} = \bar{f} \cdot \bar{g} + \overline{f' \cdot g'}\tag{II.21}$$

. Equations moyennée (Equations de Reynolds) :

Pour un écoulement turbulent la vitesse et la pression ainsi que la température sont traitées comme des fonctions aléatoires de l'espace et du temps. On exprime ces paramètres par la somme d'une partie moyenne et une partie fluctuante, si bien que : [27], [28]

$$U_i(x, t) = \bar{U}_i(x) + u'_i(x, t)\tag{II.22}$$

$$P(x, t) = \bar{P}(x) + P'(x, t)\tag{II.23}$$

$$T(x, t) = \bar{T}(x) + T'(x, t) \quad (II.24)$$

On introduit la décomposition de Reynolds en grandeur moyenne et grandeur fluctuante pour la vitesse $U_i = \bar{U}_i + u'_i$, la pression $P = \bar{P} + P'$ et la température $T = \bar{T} + T'$. Compte tenu de cette décomposition qui permet de distinguer l'écoulement moyen de l'écoulement fluctuant, ce formalisme conduit, en prenant la moyenne de chaque équation, aux équations de Reynolds: [26], [27]

Equation de continuité :

$$\frac{\partial(\bar{U}_i + u'_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (II.25)$$

Et par application de l'opérateur moyenne à l'équation précédente, on a:

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (II.26)$$

Soit encore par soustraction, $\frac{\partial u'_i}{\partial x_i} = 0$

Equations de mouvement : Pour les équations de Navier-Stokes, nous avons:

$$\frac{\partial(\bar{U}_i + u'_i)}{\partial t} + (\bar{U}_j + u'_j) \frac{\partial(\bar{U}_i + u'_i)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial(\bar{P} + P')}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2(\bar{U}_i + u'_i)}{\partial x_j \partial x_j} \quad (II.27)$$

En simplifiant l'équation (II.32), on obtient :

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} - \overline{u'_i u'_j} \right) \quad (II.28)$$

Ou bien :

$$\rho \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial t} + \rho \bar{U}_j \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} - \overline{\rho u'_i u'_j} \right) \quad (II.29)$$

Les équations (II.26) et (II.29) sont les équations de Reynolds et le terme $\tau_{ij} = -\overline{\rho u'_i u'_j}$ s'appelle le tenseur des contraintes de Reynolds.

Pour tenir compte de la turbulence dans l'étude du mouvement moyen, il faut ajouter aux contraintes associées aux vitesses moyennes, les contraintes τ_{ij} liées à l'agitation turbulente, contraintes de Reynolds (1895). Les équations de mouvement moyen ne sont plus fermées et pour caractériser le tenseur des contraintes turbulentes $\tau_{ij} = -\overline{\rho u'_i u'_j}$, il faudrait connaître en chaque point et à chaque instant les propriétés du mouvement d'agitation. C'est l'objet de nombreux travaux fondés sur des considérations statistiques, où $u'_i(\vec{x}, t)$ est considérée comme une fonction aléatoire de la position \vec{x} et du temps t . [29]

. Viscosité turbulente (Hypothèse de Boussinesq) :

Si l'opérateur moyen est appliqué aux équations de transports, des termes de corrélation entre les fluctuations de vitesse apparaissent ; il s'agit du tenseur de Reynolds $\tau_{ij} = -\overline{\rho u'_i u'_j}$ qui traduit le lien entre le mouvement moyen et le mouvement fluctuant. Il ne peut être calculé directement car seules les valeurs moyennes des variables du système sont connues. La fermeture du système d'équations nécessite la modélisation du terme τ_{ij} . De nombreuses méthodes introduisant un terme de viscosité turbulente ν_t proposé par Boussinesq en 1877 qui permet la conservation de la structure du tenseur de cisaillement dans la modélisation de la turbulence.

Les modèles à base de viscosité turbulente s'expriment sous la forme : [30]

$$\overline{u'_i u'_j} = -2\nu_t \overline{S_{ij}} + \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (\text{II.30})$$

Ou bien :

$$-\overline{u'_i u'_j} = \nu_t \left(\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (\text{II.31})$$

Où : ν_t la viscosité turbulente

δ_{ij} le symbole de Kronecker : $\delta_{ij}=1$ si $i=j$

$\delta_{ij}=0$ si $i \neq j$

$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$ tenseur gradient de vitesse en partie symétrique

$$\overline{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U}_j}{\partial x_i} \right) \text{ et } \overline{S}'_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right) \quad (\text{II.32})$$

Application sur l'équation d'énergie :

$$\frac{\partial (\overline{T} + T')}{\partial t} + (\overline{U}_j + u'_j) \frac{\partial (\overline{T} + T')}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho C_p} \left(\lambda \frac{\partial^2 (\overline{T} + T')}{\partial x_j \partial x_j} + \Phi \right) \quad (\text{II.33})$$

On simplifie l'équation (II.38), qui devient :

$$\frac{\partial \overline{T}}{\partial t} + \overline{U}_j \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_j} \right] + \frac{1}{\rho C_p} \Phi \quad (\text{II.34})$$

Pr_t et μ_t sont respectivement le nombre de Prandtl turbulent et la viscosité dynamique turbulente.

Les équations moyennées deviennent finalement :

$$\begin{cases} \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_i} = 0 \\ \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial t} + \frac{\partial \overline{U}_j \overline{U}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P^\circ}{\partial x_i} + \nu_e \left(\frac{\partial^2 \overline{U}_i}{\partial x_j \partial x_j} \right) \\ \frac{\partial \overline{T}}{\partial t} + \overline{U}_j \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_j} \right] + \frac{1}{\rho C_p} \Phi \end{cases} \quad (\text{II.35})$$

Avec :

ν_e : la viscosité cinématique effective : $\nu_e = \nu + \nu_t$

$P^\circ = \overline{P} + \frac{1}{3} \rho k$: la pression modifiée

Pour un écoulement permanent $\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial t} = \frac{\partial \overline{T}}{\partial t} = 0$

On note que la pression résolue n'est pas la vraie pression moyenne mais la pression modifiée P° . On soustrait ensuite à posteriori l'énergie cinétique turbulente moyenne à la pression obtenue par le calcul pour retrouver la pression moyenne. Le premier point important est le fait que u_t , contrairement à la viscosité laminaire, n'est pas une caractéristique du fluide mais de l'écoulement lui-même, ce qui implique un calcul adapté pour chaque situation envisagée où la viscosité turbulente doit être modélisée.

. Energie cinétique moyenne du mouvement d'agitation :

L'équation de Reynolds s'écrit : **[32]**

$$\rho \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial t} + \rho \bar{U}_j \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(2\mu \bar{S}_{ij} - \rho \overline{u'_i u'_j} \right) \quad (II.36)$$

En faisant la soustraction de l'équation de Reynolds (II.36) de l'équation de Navier-Stokes (II.6), on obtient l'équation de la partie fluctuante de vitesse :

$$\frac{Du'_i}{Dt} = -u'_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{P'}{\rho} \delta_{ij} + 2\nu S'_{ij} - u'_i u'_j + \overline{u'_i u'_j} \right) \quad (II.37)$$

En multipliant l'équation (II.37) par U_i , et en moyennant on obtient l'équation de bilan moyen de l'énergie cinétique du mouvement d'agitation $e_c = \frac{1}{2} \overline{\rho u'_i u'_i}$: **[29]**

$$\frac{De_c}{Dt} = \frac{\partial e_c}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial e_c}{\partial x_j} = -\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\overline{P' u'_j} \right) - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(e_c u'_j \right) + \frac{\partial \left(2\mu \overline{S'_{ij} u'_i} \right)}{\partial x_j} - 2\mu \overline{S'_{ij} S'_{ij}} - \rho \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} \quad (II.38)$$

Ou bien pour $k=e_c/\rho$: **[33]**

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = -\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i u'_j} + \frac{1}{\rho} \overline{u'_j P'} \right) + \nu \frac{\partial^2 k}{\partial x_j \partial x_j} - \overline{u'_i u'_j S'_{ij}} - \varepsilon \quad (II.39)$$

Le terme ε est la dissipation par unité de masse et définie par la corrélation suivante :

$$\varepsilon = \nu \frac{\overline{\partial u'_i \partial u'_i}}{\partial x_j \partial x_j} \quad (II.40)$$

Les résultats récents de DNS (Direct numerical simulation) (e.g. Mansour, Kim et Moin (1988)) indiquent que le terme de diffusion de pression et de transport turbulent est assez petit, on suppose alors : **[33]**

$$\frac{1}{2} \overline{\rho u'_i u'_i u'_j} + \overline{P' u'_j} = - \frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \quad (\text{II.41})$$

Où : $\mu_t = \rho \nu_t$ Et σ_k est un coefficient de fermeture.

En combinant les équations (II.39) et (II.41) on peut écrire la version modélisée de l'équation de l'énergie cinétique de turbulence qui est utilisée pratiquement dans tous les modèles de turbulence :

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho \overline{U_j} \frac{\partial k}{\partial x_j} = \tau_{ij} \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} - \rho \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \mu_t / \sigma_k \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (\text{II.42})$$

II.5. Modèle de turbulence

. Modèle k- ω

Le modèle k- ω est également un modèle à deux équations. Un de ces avantages est l'analyse de l'écoulement près de la paroi. Ce modèle se base sur l'énergie cinétique turbulente k et sur la fréquence turbulente ω . **[35]**

Il était le premier travail sur les modèles à deux équations par Kolmogorov (1942). L'équation de taux de dissipation spécifique ω a été donnée et la dissipation ε est modélisée à travers cette quantité.

Le modèle k- ω standard est comme suite : **[27]**

Viscosité turbulente :

$$\nu_t = \frac{k}{\omega} \quad (\text{II.43})$$

Dissipation :

$$\varepsilon = C_\mu \omega k \quad (\text{II.44})$$

Alors l'équation d'énergie cinétique de turbulence devient :

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho \bar{U}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \tau_{ij} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} - \rho C_\mu \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \mu_t / \sigma_k) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (II.45)$$

Taux de dissipation spécifique ou fréquence turbulente :

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = 2\alpha S_{ij} S_{ij} - \beta \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \quad (II.46)$$

Les valeurs des coefficients sont :

$$C_\mu = 0.09, \sigma_k = 2, \sigma_\omega = 2, \alpha = 5/9 \approx 0.56, \beta = 3/40 = 0.075$$

Après plusieurs années de perfectionnement, ce modèle offre à présent un avantage pour la prédiction des écoulements cisailés libres. Il prend aussi en compte les effets des faibles nombres de Reynolds, de la compressibilité, des jets de différentes configurations (plan, radial, ...etc.). Pour ces raisons, il convient particulièrement aux écoulements internes. **[30]**

. Modèle SST

Le modèle SST (Shear Stress Transport) ou transport des contraintes de cisaillement turbulentes, est dérivé du modèle Standard k- ω . Ce modèle combine la robustesse et la précision de la formulation du modèle k- ω dans la région proche de la paroi avec le modèle k- ϵ et tous ses types pour les écoulements libres loin de la paroi. La définition de la viscosité turbulente est modifiée pour prendre en compte le transport des contraintes de cisaillement turbulentes. **[30]**

La formulation de ce modèle à deux équations est : **[30]**

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho \bar{U}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \tilde{P}_k - \rho C_\mu \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \mu_t / \sigma_k) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (II.47)$$

Taux de dissipation spécifique :

$$\rho \frac{\partial \omega}{\partial t} + \rho \bar{U}_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = 2\alpha \rho S_{ij} S_{ij} - \beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu_t + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + 2(1 - F_1) \rho \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (II.48)$$

La fonction de mélange F_1 est définie par :

$$F_1 = \tanh \left\{ \left[\min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{C_\mu \omega L}, \frac{500\nu}{L^2 \omega} \right), \frac{4\rho\sigma_{\omega 2} k}{CD_{k\omega} L^2} \right] \right]^4 \right\} \quad (II.49)$$

$$CD_{k\omega} = \max \left(2\rho\sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-10} \right) \quad (II.50)$$

La viscosité turbulente est donnée par :

$$\nu_t = \frac{\alpha_1 k}{\max(\alpha_1 \omega, \sqrt{2} S_{ij} F_2)} \quad (II.51)$$

La deuxième fonction de mélange est définie par :

$$F_2 = \tanh \left[\left[\max \left(\frac{2\sqrt{k}}{C_\mu \omega L}, \frac{500\nu}{L\omega^2} \right) \right]^2 \right] \quad (II.52)$$

Pour éviter l'accumulation de la turbulence des régions de stagnation une production limitée est utilisée :

$$\tilde{P}_k = \min(P_k, 10 \cdot C_\mu \rho k \omega) \quad (II.53)$$

$$P_k = \mu_t \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (II.54)$$

Les constantes de modèle sont calculées en utilisant la fonction de mélange F_1 :

$$\phi = F_1 \phi_1 + (1 - F_1) \phi_2 \quad (II.55)$$

Les valeurs des constantes de modèles sont :

$$C_\mu=0.09, \alpha_1=5/9, \alpha_2=0.44, \beta_1=3/40, \beta_2=0.0828, \sigma_{k1}=0.85, \sigma_{k2}=1.0, \sigma_{\omega 1}=0.5, \\ \sigma_{\omega 2}=0.856$$

Ce modèle est principalement conseillé dans le cas d'applications telles que les fluides subissant des changements soudains de contrainte, s'écoulant dans des surfaces courbées ou dans les cas de séparation de la couche limite. **[35]**

II.6. Conclusion :

La couche limite est la zone de l'écoulement où la vitesse passe de la vitesse extérieure à une vitesse nulle. Dans la couche limite, les vitesses tangentielles à la paroi sont supposées grandes devant les vitesses normales. Cette zone peut se détacher de la paroi. Le point de décollement de la couche limite est défini comme le point où le frottement s'annule. L'apparition d'un gradient de pression adverse fait apparaître un point d'inflexion dans la couche limite, ce qui déstabilise la couche limite qui se décolle. Cela met en évidence l'importance de l'étude de la couche limite. Deux cas se distinguent :

- La couche limite ne se décolle pas, le gradient de pression adverse n'est pas assez puissant.
- La couche limite se décolle avec un gradient de pression adverse assez puissant.

Le modèle SST (Shear Stress Transport) ou transport des contraintes de cisaillement turbulentes, est dérivé du modèle Standard $k-\omega$. Ce modèle combine la robustesse et la précision de la formulation du modèle $k-\omega$ dans la région proche de la paroi avec le modèle $k-\varepsilon$ et tous ses types pour les écoulements libres loin de la paroi. La définition de la viscosité turbulente est modifiée pour prendre en compte le transport des contraintes de cisaillement turbulentes.

CHAPITRE III

METHODE DES ONDELETTES

III.1. Introduction générale

Les ondelettes sont un outil récent de traitement de signal permettant l'analyse, à plusieurs échelles de temps des propriétés locales de signaux complexe pouvant présenter des zones d'instationnarités. Elles donnent lieu à de nombreuses applications dans des domaines variés, comme par exemple la géophysique, l'astrophysique, les télécommunications, l'imagerie et le codage vidéo. Elles sont à la base de nouvelles techniques d'analyse et de synthèse du signal et trouvent de belles applications pour des problèmes généraux tels que la compression et le débruitage. [22]

La rapidité de la diffusion des ondelettes dans la communauté scientifique tant académique qu'un industriel est surprenante. Elle est liée, en premier lieu, à leur capacité à constituer un outil adapté à un très large spectre de question tant théorique que pratique. [22]

Osons une analogie : l'émergence des ondelettes pourrait s'avérer aussi décisive que celle de l'analyse de Fourier. Un deuxième élément est à noter : les ondelettes ont bénéficié d'une conjoncture sans doute inédite dans l'histoire des mathématiques appliquées. En effet, très tôt après les fondements de la théorie mathématique, au milieu des années 1980 l'algorithme rapide et la connexion avec le traitement de signal sont apparus en même temps que ondelettes orthogonales de Daubechies cet ensemble de connaissance, diffusé au travers du réseau Internet et relayé par le dynamisme de la communauté des chercheurs, a permis un développement rapide dans de nombreux domaines des mathématiques appliquées mais aussi dans de vaste champs d'applications.

III.2. La Transformée en Ondelettes

III.2.1. Introductions

Les ondelettes sont un outil récent de traitement du signal permettant l'analyse, à plusieurs échelles de temps, des propriétés locales de signaux complexes pouvant présenter des zones d'nstationnarité. Elles donnent lieu à de nombreuses applications des domaines variés, comme par exemple :

- ❖ La compression et, en particulier, la compression d'image où les ondelettes constituent une méthode très compétitive. Elles permettent, grâce à des représentations généralement très creuses, de réduire considérablement le nombre d'information à coder.
- ❖ Le dé-bruitage : le dé-bruitage dans le domaine des ondelettes signifie la rejection du bruit par un seuillage adéquat.
- ❖ L'authentification, le tatouage numérique, la cryptographie et bien d'autres domaines on deux familles d'ondelettes :
 - ❖ Les ondelettes continues.
 - ❖ Les ondelettes discrètes.

III.2.2. Transformée en ondelettes continues

Pour pallier la limitation de résolution du TFF, J. Morlet a repris la démarche de Gabor en choisissant la fonction ψ différente de g [22]. Pour que Δt et Δf varient dans le plan temps-fréquence, la famille de ψ n'est pas construite par translation et modulation comme celle de g , mais par translation et dilatation ou contraction (changement d'échelle). On a une représentation « temps-échelle » (Fig III.1)

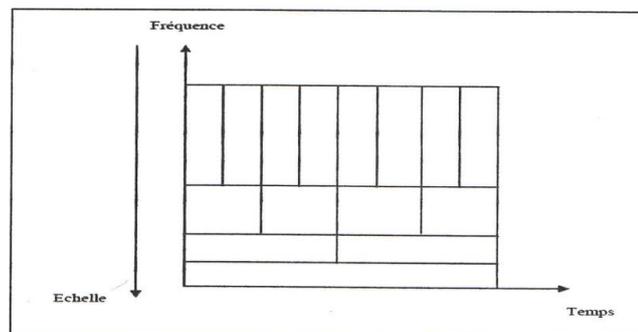


Figure (III.1) : Plan temps-échelle.

L'analyse d'ondelette est faite d'une manière semblable à l'analyse de la TFF. Le signal est multiplié par une fonction, ondelette, semblable à la fonction de fenêtre dans la TFF, et la transformation est calculée séparément pour différents segments du signal dans le domaine temporel.

La différence principale entre la TFF et la transformée en ondelettes continues (TOC) est que dans le cas de TOC, la largeur de la fenêtre sera changée pendant la transformation et sera calculée pour chaque fréquence.

La figure (Fig III.2) montre la résolution « temps-fréquence » de la TFF et la résolution « temps-échelle » de la TO.

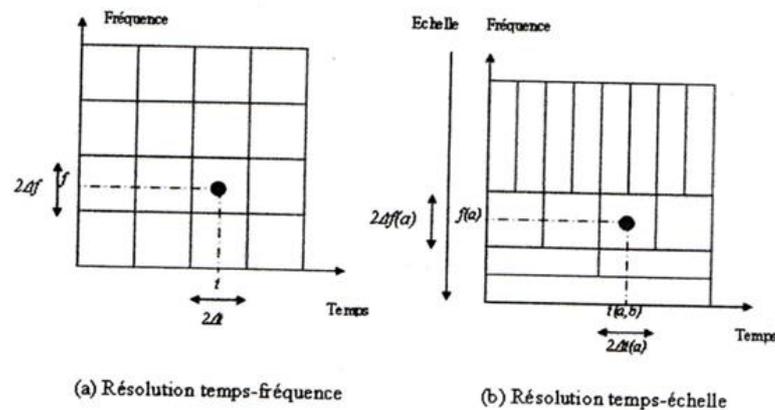


Figure (III.2) : (a) Résolution temps-fréquence et (b) Résolution temps-échelle.

La position sur l'axe horizontal d'un pavé (rectangle) élémentaire de la représentation temps échelle dépend, bien sûr, du décalage b , mais aussi du facteur d'échelle a . Sa position sur l'axe vertical dépend, elle aussi, du facteur d'échelle a . De même, les dimensions du pavé (résolution de l'ondelette $\psi_{a,b}$) dépendent du facteur d'échelle a .

La fonction $\psi(t)$, de la variable réel t , s'appelle « ondelette mère ». Le nom d'ondelette vient du fait que c'est une fonction oscillante (comme une onde), mais localisée. Ces conditions suggèrent que $\psi(t)$ vibre comme une onde et décroît rapidement quant a augmente[24].

La famille d'ondelette $\psi_{a,b}(t)$, $a > 0, b \in \mathbb{R}$, s'écrit :

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{a} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$$

(III.1)

a : Facteur d'échelle qui est l'inverse de la fréquence ($a > 0$).

b : Facteur de décalage, relié à la notion de position temporelle ($b \in \mathbb{R}$).

Les fonctions d'ondelettes sont obtenues à partir de la dilatation ou contraction) et de la translation (ou décalage) de la fonction « mère » ou « analysante » $\psi(t)$. Elles sont par conséquent parfois appelées les ondelettes « filles ».

Les échelles telles que $a > 1$ dilatent les signaux (basses fréquences), tandis que les échelles tel que $a < 1$, compriment les signaux (hautes fréquences). La notion de fréquence est ainsi remplacée par la notion d'échelle, pour tenir compte des hautes et des basses fréquences. Cette représentation s'appelle représentation « temps-échelle ».

L'exemple ci-dessous (fig.III.3) montre l'une des ondelettes de la bibliothèque de MUSTIG [21], avec différents facteurs de dilatation :

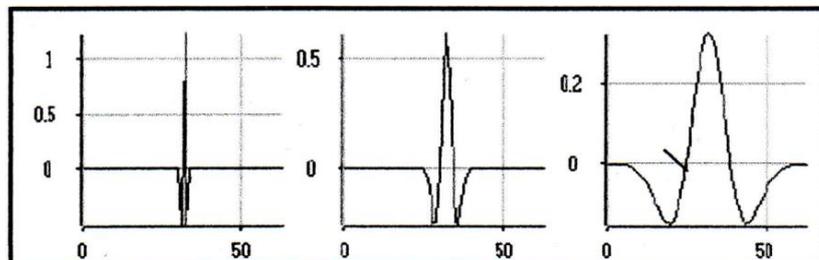


Figure (III.3) : Différents facteurs de dilatation d'une ondelette.

La position de l'ondelette à une échelle donnée peut facilement être modifiée en décalant simplement l'ondelette (fig.III.4) :

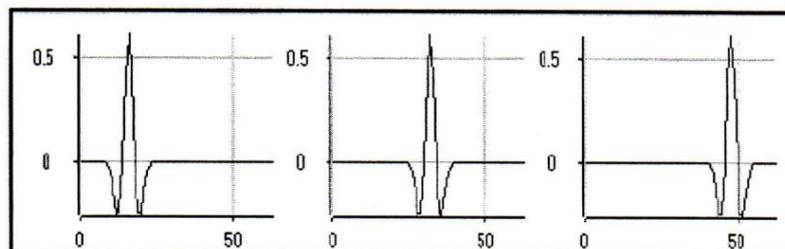


Figure (III.4) : La position d'une ondelette à une échelle donnée.

Soit $s(t)$ le signal à analyser. La transformée continue par ondelette est définie donc par le calcul des coefficients :

$$C(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} S(t) \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (\text{III.2})$$

Les étapes de l'algorithme de la TOC sont les suivantes :

1. Choisir l'ondelette mère $\Psi(t)$.
2. Initialisation de a et b ;
3. L'ondelette mère est placée au début du signal au point qui correspond au temps $t=0$;
4. Calculer la valeur de $C(a,b)=1/\text{sqrt}(a)*\int(s(t)*\Psi\left(\frac{t-b}{a}\right), t = -\text{infinity}..\text{infinity})$
5. Translater (ou décaler) l'ondelette mère vers la droite par une valeur b à l'emplacement $t=b$;
6. Revenir à l'étape 4, jusqu'à ce que l'ondelette atteigne l'extrémité du signal,(une rangée des point sur le plan temps-échelle pour une valeur de a est maintenant accomplie) ;
7. Incrémentation de a ;
8. Revenir à l'étape 3, jusqu'à une valeur désirée de a ;

Notons qu'il s'agit d'une transformation continue, et donc, a et b doivent être incrémentés continuellement. Cependant, si cette transformée a besoin d'être calculée par un ordinateur, alors les deux paramètres sont augmentés par un pas suffisamment petit.

L'algorithme précédent est répété pour chaque valeur de a . chaque calcul pour une valeur donnée de a remplit une rangée simple correspondante du plan temps-échelle. Quand le processus est complété pour toutes les valeurs désirées de a , la TOC du signal a été calculé. La figure (Fig.III.5) représente l'exemple d'un signal sinus bruité $s(t)$, avec un facteur de décalage b égal à 1 et un facteur d'échelle a varié entre 1 et 10 avec un pas égal à 1.

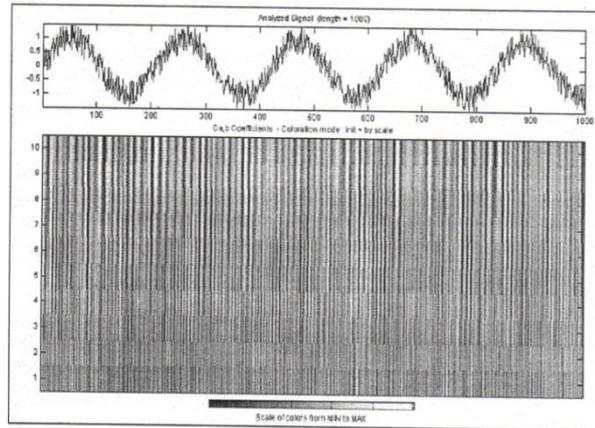


Figure (III.5) : Le signal sinus bruité et sa transformation d'ondelette continue.

III.2.3. Propriétés d'une ondelette mère

- **Moment nuls** : c'est la propriété la plus importante pour une ondelette. Une ondelette $\psi(t)$ a N moment nuls si :

$$M_K = \int_{-\infty}^{+\infty} t^K \psi(t) dt = 0 \quad 0 \leq K \leq N$$

(III.3)

D'après la dernière équation de M_K , toute ondelette se doit d'avoir au moins un moment nul (Le cas où $K=0$, équation (III.3))

- **Support compact** : autant l'ondelette a moins de moments nuls, autant son support est compact, et une analyse plus exacte des hautes fréquences est possible.
- **Symétrie** : comme le nombre de moments nuls, la symétrie de l'ondelette conditionne la régularité de celle-ci sur un intervalle.
- **Orthogonalité** : l'orthogonalité d'une ondelette est la propriété permettant d'éliminer la redondance d'informations.

III.2.4. Transformée en Ondelettes discrètes

Nous la notons (TOD). Son but est d'augmenter l'efficacité de la décomposition obtenue par la (TCO), en limitant le nombre de facteurs d'échelle tout en conservant la même précision. La discrétisation de l'analyse en ondelettes est utile pour le traitement numérique des données. [24]

. Implémentation des ondelettes discrètes par bancs des filtres :

- Algorithme de Mallat :

Le signal $s(n)$ est décomposé par deux filtres DPB (Décomposition Passe-Bas) et DPH (Décomposition Passe-Haut), pour donner deux vecteurs respectivement A « Approximation » et D « Détails ». Cette opération s'appelle aussi filtrage par une paire de filtres complémentaires.

Le vecteur A représente les basses fréquences (transitions lentes) et le vecteur D représente les hautes fréquences (transitions rapides).

Si le signal à traiter $s(n)$ possède N points, le signal d'approximation et le signal de détails feront aussi N points chacun, soit 2N en tout. Pour y remédier, le filtre passe-bas est choisi de telle sorte que le sous-échantillonnage soit d'un facteur 2 (on ne prend qu'un point du signal sur deux) pour chaque signal d'approximation et de détail.

On se ramène à deux signaux de longueur N/2, soit N point en tout (fig.III.6), il n'y'a alors pas de changement dans la quantité d'information. [24]

La reconstruction parfaite est théoriquement possible. En faisant passer respectivement les deux vecteurs A et D par deux filtres RPB (Reconstruction Passe-Bas) et RPH (Reconstruction Passe-Haut), la sortie est le vecteur d'origine $s(n)$ (fig.III.6).

L'opération de décomposition et de reconstruction sont schématisés par la figure suivante :

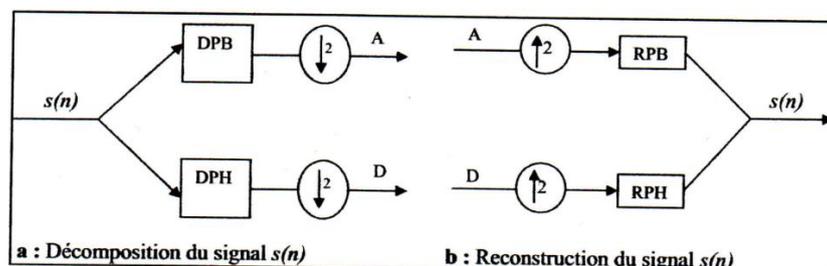


Figure (III.6) : Algorithme de Mallat unidimensionnel.

Ces opérations sont communément appelées « décomposition / reconstruction en banc de filtres ». Elles sont caractéristiques des signaux

unidimensionnels. Le quadruple (DPB, DPH, RPB, RPH) forme un banc de filtres miroirs en quadrature [24].

- Architecture pyramidale :

L'architecture pyramidale se base sur la décomposition du signal en deux signaux : approximations (A_K) et détails (D_K). Le signal d'approximation A_K est à son tour décomposé en approximation A_{K+1} et D_{K+1} ainsi de suite. La figure (fig III.7) illustre cette stratégie [24].

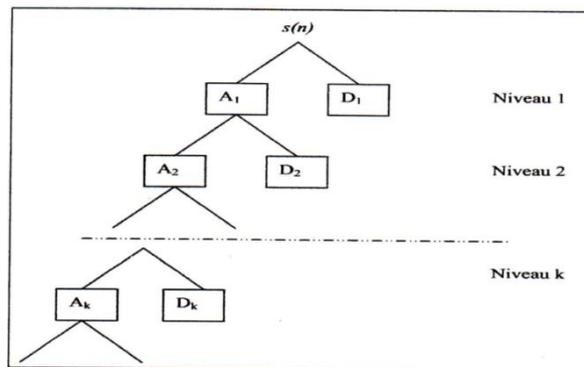


Figure (III.7) : Décomposition pyramidale.

- Analyse multirésolution :

Le filtrage par une paire de filtres complémentaires précédemment décrit se traduit par « un passage à une résolution inférieure » à chaque étape. La TOD est aussi appelée « analyse multi résolution », introduite par Meyer [24], puis développée par Mallat[24] et devenue « Algorithme pyramidal de Mallat ». Elle produit par filtrages successifs une série de signaux correspondant à une résolution de plus en plus faible.

Après la K ème itération, la longueur du signal d'approximation et du signal de détail est de $N/2^K$ [24].

- Ondelettes dyadique :

Très souvent on choisit une résolution dyadique pour simplifier les calculs. La définition des ondelettes dyadiques est basée sur celle des approximations multi-résolution. Cette propriété permet d'implémenter les transformées par des bancs de filtres.

Elle est caractérisée par : $a=a_0^m$ et $b=b_0^n$ avec $a_0, b_0 \in \mathbb{Z}$. on obtient alors une transformée en ondelettes discrète.

Si on choisit $a_0 = 2$ et $b_0 = 1$, c'est l'équivalent de $a=2^j$ et $b=K*2^j$; on parle alors de transformée en ondelette dyadique, où j est le niveau de décomposition [24].

Les nouveaux paramètres sont : K et j , et on définit ainsi une base orthogonale.

$$\psi_{j,K} = 2^{\frac{j}{2}} \psi(2^{-j}t - K) \quad (\text{III.4})$$

Pour séparer les deux signaux approximation et détail, la TOD utilise deux fonctions appelées respectivement « fonction échelle » et « fonction ondelette » qui sont respectivement associées à un filtre passe-bas et un filtre passe-haut.

- Coefficient de la TOD :

Une étape élémentaire de la TOD, donne un signal d'approximation et un signal de détail. Les échantillons des signaux de détail sont appelés « coefficients de fonction d'ondelettes ».

En principe, seuls les échantillons des signaux de détail sont appelés ainsi. Les échantillons des signaux d'approximation devraient être appelés « coefficients de fonction d'échelle ». Par abus de langage, nous appelons souvent coefficients d'ondelettes l'intégralité des échantillons obtenus (approximations et détails) [24].

III.2.5. Familles d'ondelettes

Avant de détailler quelques familles d'ondelettes usuelles, nous dressons dans le tableau suivant (Tab III.1) la liste de quelques-unes de ces familles, avec les abréviations associés.

Tableau III.1 : Familles d'ondelettes.

Nom des familles d'ondelettes	Abréviations
Ondelette de Haar	Haar
Ondelette de Daubechies	Db
Ondelette symlets	Sym
Ondelette Coiflets	Coif

Ondelette biorthogonales	Bior
Ondelette de Meyer	Meyr
Ondelettes gaussiennes	Gaus
Ondelettes gaussiennes complexes	Cgau
Chapeau mexicain	Mexh
Ondelette de Morlet	Morl
Ondelette de Morlet complexes	Cmor
Ondelette de Shannon complexes	Shan

Les familles d'ondelettes peuvent être caractérisées par quatre propriétés principales : Existence de filtre associés, orthogonalité ou bio- orthogonalité, support compact ou non, ondelettes réelles ou complexes. Le tableau (Tableau III.2) résume ces diverses propriétés.

Tableau III.2 : les propriétés principales des ondelettes.

Ondelettes à filtres		Ondelettes sans filtres	
A support compact		Réelles	Complexes
Orthogonales	Biorthogonales	Gaus,Mexh, Morl	Cgau, Shan, Cmor
Db, haar, Sym,Coif	Bior		

Les ondelettes à filtre sont associées à des analyses multi-résolution orthogonales ou bi-orthogonales; la transformée discrète et les calculs rapides en utilisant l'algorithme de Mallat[24] sont alors possibles. Les ondelettes sans filtre, en revanche, sont utilisés pour la transformée en ondelettes continues.

En général, les ondelettes à support compact n'ont pas de forme analytique (c'est-à-dire : on sait comment calculer la fonction, mais on ne peut pas l'exprimer avec une formule mathématique).

III.2.5. Ondelette de DAUBECHIES

. Introduction

L'ondelette de Haar est le type d'ondelette le plus simple en théorie mais qui donne naissance à des inconvénients majeurs. Les ondelettes de Haar possèdent un support compact, mais sont discontinues. Ces ondelettes, avec quelques autres ayant des propriétés similaires, étaient les seuls disponibles avant l'arrivée d'Ingrid Daubechies qui a découvert la hiérarchie des ondelettes qui ont été nommées précédemment.

À part l'ondelette de Haar qui présente une discontinuité les autres types d'ondelettes de la hiérarchie ont tous les deux propriétés : compacte et continue. Mieux encore, en remontant la hiérarchie, ils deviennent de plus en plus "lisses" ; autrement dit, elles peuvent avoir un nombre prescrit de dérivées continues. Le lissage des ondelettes peut être choisi pour satisfaire aux conditions pour une application particulière. Nous passons maintenant à la construction de la première ondelette de Daubechies[25].

. Construction de Daubechie

On considère un polynôme P qui assure que l'itération produit une fonction de mise à l'échelle.

Pour un polynôme $P(z)$:

$$P(\xi) = p(e^{i\xi})$$

(III.5)

En termes de la fonction P , on peut citer trois conditions :

$$P(0) = 1$$

(III.6)

$$|P(\xi)|^2 + |p(\xi + \pi)|^2 = 1$$

(III.7)

$$|P(\xi)| > 0 \text{ pour } -\frac{\pi}{2} \leq \xi \leq \frac{\pi}{2}$$

(III.8)

Le polynôme associé à fonction d'échelle de Haar est :

$$P_0(\xi) = P(e^{-i\xi}) = \frac{1+e^{i\xi}}{2} = \cos\left(\frac{\xi}{2}\right) e^{-\frac{i\xi}{2}} \quad (\text{III.9})$$

La fonction d'échelle de Haar est discontinue. Une façon de générer une fonction continue de la mise à l'échelle est de prendre pouvoirs de convolution. En fait, le produit de convolution de la fonction d'échelle de Haar elle peut être affichée pour égaler la fonction continue qui suit :

$$\phi_0 * \phi_0(x) = \begin{cases} 1 - |x - 1| & \text{pour } 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{III.10})$$

Maintenant, la transformée de Fourier d'une convolution est égale au produit des transformées de Fourier. En particulier, la transformée de Fourier de $\phi * \phi * \dots * \phi$ (n temps) est $(2\pi)^{n/2} (\hat{\phi})^n$. Pour la transformée de Fourier de la fonction d'échelle, nous pouvons être amenés en premiers à essayer $P(\xi) = P_0(\xi)^n = e^{-in\xi/2} \cos^n\left(\frac{\xi}{2}\right)$ pour une puissance convenable de n, comme la fonction qui génère une échelle continue. Toutefois, la propriété (III.7) ne tient plus (sauf si n=1, le cas Haar) et si cette première tentative échoue. Au lieu de se contenter de relever P_0 à la puissance n, nous élevons des deux côtés de l'identité $|P_0(\xi)|^2 + |P_0(\xi + \pi)|^2 = \cos^2\left(\frac{\xi}{2}\right) + \sin^2\left(\frac{\xi}{2}\right) = 1$ à la puissance n. avec n=3 on obtient :

$$1 = \left(\cos^2\left(\frac{\xi}{2}\right) + \sin^2\left(\frac{\xi}{2}\right)\right)^3 \quad (\text{III.11})$$

Ou

$$1 = \cos^6\left(\frac{\xi}{2}\right) + 3 \cos^4\left(\frac{\xi}{2}\right) \sin^2\left(\frac{\xi}{2}\right) + 3 \cos^2\left(\frac{\xi}{2}\right) \sin^4\left(\frac{\xi}{2}\right) + \sin^6\left(\frac{\xi}{2}\right).$$

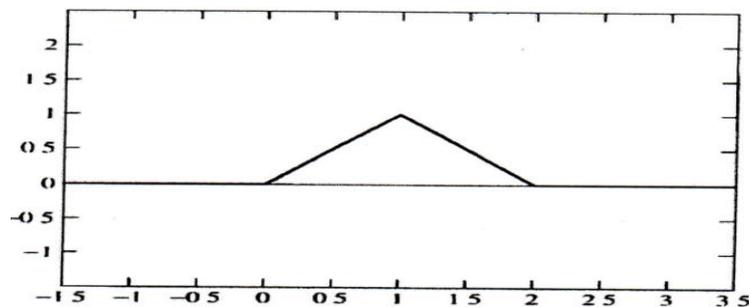


Figure (III.8) : Graphe de $\phi_0 * \phi_0$

Utilisation de l'identité $\cos(u)=\cos (u+\pi/2)$ et $\sin(u) = -\sin (u+\pi/2)$ pour les deux derniers termes sur la droite, nous avons :

$$1 = \left(\cos^6\left(\frac{\xi}{2}\right) + 3 \cos^4\left(\frac{\xi}{2}\right) \sin^2\left(\frac{\xi}{2}\right) + 3 \sin^2\left(\frac{\xi+\pi}{2}\right) \cos^4\left(\frac{\xi+\pi}{2}\right) + \cos^6\left(\frac{\xi+\pi}{2}\right)\right) \quad (\text{III.12})$$

Si nous laissons :

$$|P(\xi)|^2 = \cos^6\left(\frac{\xi}{2}\right) + 3 \cos^4\left(\frac{\xi}{2}\right) \sin^2\left(\frac{\xi}{2}\right) \quad (\text{III.13})$$

Alors l'équation précédente devient :

$$1 = |P(\xi)|^2 + |P(\xi + \pi)|^2 \quad (\text{III.14})$$

A noter également que: $|P(0)| = 1$. Donc, tout ce qui reste est d'identifier P lui-même. Nous réécrivons l'équation définissant pour $|P|$ comme :

$$|P(\xi)|^2 = \cos^4\left(\frac{\xi}{2}\right) \left(\cos^2\left(\frac{\xi}{2}\right) + 3 \sin^2\left(\frac{\xi}{2}\right)\right) = \cos^4\left(\frac{\xi}{2}\right) \left|\cos\left(\frac{\xi}{2}\right) + \sqrt{3}i \sin\left(\frac{\xi}{2}\right)\right|^2 \quad (\text{III.15})$$

En prenant la racine carrée de cette équation, nous laissons :

$$P(\xi) = \cos^2\left(\frac{\xi}{2}\right) \left(\cos\left(\frac{\xi}{2}\right) + \sqrt{3}i \sin\left(\frac{\xi}{2}\right)\right) \alpha(\xi) \quad (\text{III.16})$$

Où $\alpha(\xi)$ est une expression à valeur complexe avec $|\alpha(\xi)| = 1$ qui sera choisi plus tard.

Pour identifier le polynôme P (avec $P(\xi)=P(e^{-i\xi})$), nous utilisons les identités :

$$\cos\left(\frac{\xi}{2}\right) = \frac{e^{\frac{i\xi}{2}} + e^{-\frac{i\xi}{2}}}{2}$$

$$\sin\left(\frac{\xi}{2}\right) = \frac{e^{\frac{i\xi}{2}} - e^{-\frac{i\xi}{2}}}{2i}$$

On obtient :

$$P(\xi) = \frac{1}{8} \left(e^{i\xi} + 2 + e^{-i\xi}\right) \left(e^{\frac{i\xi}{2}} + e^{-\frac{i\xi}{2}} + \sqrt{3}e^{\frac{i\xi}{2}} - \sqrt{3}e^{-\frac{i\xi}{2}}\right) \alpha(\xi) \quad (\text{III.17})$$

Nous choisissons $\alpha(\xi) = e^{-3\xi/2}$ pour effacer toutes les forces positives et fractionnaires dans l'exposant. L'expansion sur la collecte et conditions, nous obtenons :

$$P(\xi) = \left(\frac{1+\sqrt{3}}{8}\right) + e^{-i\xi} \left(\frac{3+\sqrt{3}}{8}\right) + e^{-2i\xi} \left(\frac{3-\sqrt{3}}{8}\right) + e^{-3i\xi} \left(\frac{1+\sqrt{3}}{8}\right) \quad (\text{III.18})$$

L'équation $P(\xi) = P(e^{-i\xi})$ est donc satisfait par le polynôme :

$$P(z) = \left(\frac{1+\sqrt{3}}{8}\right) + \left(\frac{3+\sqrt{3}}{8}\right)Z + \left(\frac{3-\sqrt{3}}{8}\right)Z^2 + \left(\frac{1+\sqrt{3}}{8}\right)Z^3 \quad (\text{III.19})$$

Rappelons que $P(z) = (1/2) \sum_K P_K Z^K$ par conséquent, pour l'exemple de Daubechies, nous avons :

$$P_0 = \left(\frac{1+\sqrt{3}}{8}\right), P_1 = \left(\frac{3+\sqrt{3}}{8}\right), P_2 = \left(\frac{3-\sqrt{3}}{8}\right), P_3 = \left(\frac{1-\sqrt{3}}{8}\right) \quad (\text{III.20})$$

Une fois que les coefficients P_K ont été identifiés et ϕ a été construite, l'ondelette associée est donnée par la formule :

$$\Psi(x) = \sum_{K \in \mathbb{Z}} (-1)^K \overline{P_{K-1}} \phi(2x - K) \quad (\text{III.21})$$

La figure (III.9) montre l'approximation (graphique) de la fonction d'ondelettes associée.

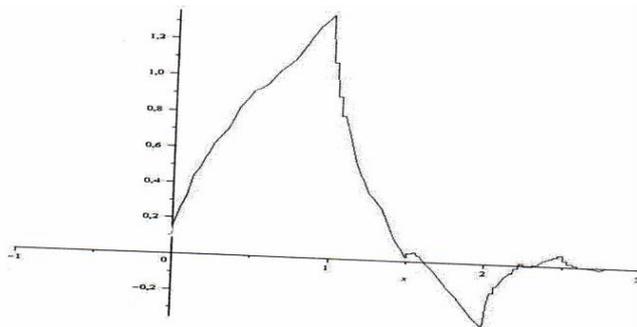


Figure (III.9) : La fonction d'échelle de Daubechies.

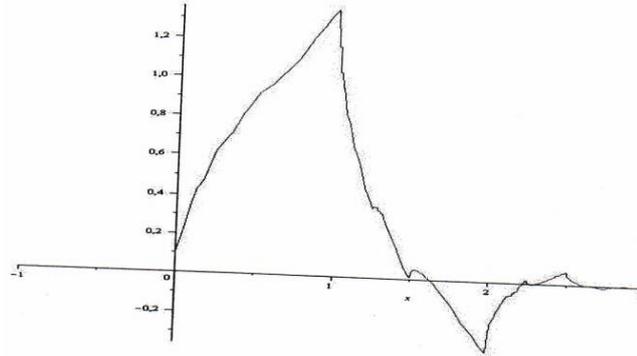


Figure (III.10) : La fonction Ondelette de Daubechies.

. Classifications, Moments

Les ondelettes de Daubechies sont une famille d'ondelettes orthogonales définissant une transformée en ondelettes discrète, caractérisées par un nombre maximal de moments dissipant pour un support donné. Pour chaque type d'ondelette de cette classe, il existe une fonction d'échelle (appelée aussi ondelette mère) qui génère une analyse multirésolution orthogonale.

Les fonctions d'échelle pour un signal (lisse) peuvent être obtenues en choisissant une puissance plus élevée que $n=3$ (toute puissance impaire : $n=2N-1$).

En fait, Daubechies ont montré que pour chaque N il y aura $2N$ non nulle, les coefficients réels d'échelle P_0, \dots, P_{2N-1} résultant en une fonction de mise à l'échelle et d'ondelette qui sont pris en charge sur l'intervalle $0 \leq t \leq N-1$, ils sont choisis de telle sorte que le degré correspondant de $2N-1$ polynôme : $P_N(z) = \frac{1}{2} \sum_{K=0}^{2N-1} P_K Z^K$ a la factorisation,

$$P_N(z) = (Z + 1)^N(z) \quad (\text{III.22})$$

Où le degré de \tilde{P}_N est $N-1$ et $\tilde{P}_N(-1) \neq 0$ ce système garantit que les ondelettes associées auront précisément N « moments nuls ». Nous allons discuter de ce que cela signifie dans ce qui suit.

Mis à part une inversion des coefficients P_N ces coefficients sont uniques. Dans les deux cas, $N=1$ (Haar) et $N=2$ (Daubechies) les polynômes sont $P_1(z) = \frac{1}{2}(1-z)$ et $P_2(z) = \frac{1}{2} \left(\frac{1+\sqrt{z}}{8} + \frac{1-\sqrt{z}}{8} z \right) (1+z)^2$ Deux polynômes ont la factorisation de l'équation (3.35), avec $\tilde{P}_1(x) = \frac{1}{2}$ et $\tilde{P}_2(x) = \frac{1+\sqrt{z}}{8} + \frac{1-\sqrt{z}}{8} z$.

La fonction de mise à l'échelle ϕ_N et d'ondelettes ψ_N générées par la transformées de Fourier sont données en termes de produits infinis. Parce que les coefficients de P_N sont réelles $\overline{P_N(z)} = P_N(-\bar{z})$.

En considérons :

$$\widehat{\Phi}_N(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \prod_{j=0}^{\infty} P_N(e^{\frac{\xi}{2^j}})$$

(III.23)

$$\widehat{\Psi}_N(\xi) = -e^{-i\frac{\xi}{2}} P_N\left(-e^{i\frac{\xi}{2}}\right) \widehat{\Phi}_N\left(\frac{\xi}{2}\right)$$

(III.24)

Noter que $\widehat{\Psi}_N(0) = 0$, a cause de $P_N(-1)=0$ si $N > 1$, nous avons aussi $\widehat{\Psi}'_N(0) = 0$, à cause de $P'_N(-1)=0$, en général, nous savons que :

$$\widehat{\Psi}_N^K(0) = \begin{cases} 0 & K = 0, \dots, N-1 \\ -\frac{N! \left(\frac{i}{2}\right)^N \widehat{P}_N(-1)}{\sqrt{2\pi}} \neq 0, & K = N \end{cases}$$

(III.25)

Cela donne le résultat suivant :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} X^K \psi_N(x) dx = \begin{cases} 0 & K = 0, \dots, N-1 \\ -\left(\frac{2^{-N} N!}{\sqrt{2\pi}}\right) \widehat{P}_N(-1) & K = N \end{cases}$$

(III.26)

En utilisant la propriété de la transformée de Fourier :

$$\mathcal{F}[t^n f(t)](\lambda) = i^n \frac{d^n}{d\lambda^n} \mathcal{F}[f(t)](\lambda).$$

Il suffit de régler $f = \psi_N, n = K$ et $\lambda = 0$.

En mécanique, les intégrales de la forme $\int_{-\infty}^{+\infty} X^K \rho(x) dx$ sont appelés les moments d'une distribution de masse ρ . Le terme « moment » porte sur une partie intégrante de toute fonction contre x^k . Nous pouvons donc reformuler la proposition en disant que ψ_N a ses N premiers moments. Cela est généralement traduit par dire que ψ_N a N moments nuls. Les Ondelettes de Daubechies sont classés selon le nombre de moments nuls qu'ils ont. Le $N=1$ est le même que le cas de l'ondelette de Haar, dans ce cas précis la fonction de mise à l'échelle et celle de l'ondelette sont discontinues. Le cas $N=2$ (Daubechies) la fonction de mise à l'échelle et celle de l'ondelette sont continues, mais non différentiables.

Dans le cas $N=3$, la fonction de mise à l'échelle et celle de l'ondelette sont continues et en même temps différentiables.

Tableau III.3 : Coefficients d'échelle pour les ondelettes de Daubechies.

Coefficient d'échelle	Nombre de moment indéterminés			
	N=1	N=2	N=3	N=4
P_0	1	0.683013	0.470467	0.325803
P_1	1	1.183013	1.141117	1.010946
P_2	0	0.316987	0.650365	0.892200
P_3	0	-0.183013	-0.190934	-0.039575
P_4	0	0	-0.120832	-0.264507
P_5	0	0	0.049817	0.043616
P_6	0	0	0	0.023252
P_7	0	0	0	-0.014987

Pourquoi est-il utile d'avoir des moments de dissipation ? La réponse courte est que les moments de dissipation sont un facteur clé dans de nombreuses applications d'ondelettes : compression, suppression du bruit, et la détection de singularité, par exemple.

Pour mieux comprendre cela, regardons de près le cas $N=2$. Selon l'équation (III.26) avec $N=2$, les deux premiers instants ($K=0,1$) s'annulent. Le moment où $K=2$ est $-\left(\frac{2^{-1}}{\sqrt{2\pi}}\right)\hat{P}_2(-1)$.

De notre discussion précédente, nous voyons que $\hat{P}_2(-1) = \frac{1+\sqrt{3}}{8} + \frac{1-\sqrt{3}}{8} = \frac{\sqrt{3}}{4}$. Ainsi, pour la troisième ($K=2$) Actuellement, nous avons $\psi = \psi_N = 2$:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \psi(x) dx = -\frac{1}{8} \sqrt{\frac{3}{2\pi}}$$

(III.27)

Nous voulons utiliser ces moments afin de réaliser le lissage du signal. Et nous voulons montrer que ces coefficients sont petits lorsque le niveau j est élevé. Si f est un signal lisse, continue et différentiable, alors son coefficient f , K -ondelettes est :

$$b_K^j = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) 2^j \psi(2^j x - K) dx = \int_{-2^{-j}K}^{2^{2j}} f(x + 2^j K) 2^j \psi(2^j x) dx$$

(III.28)

Si j est assez grand, l'intervalle d'intégration sera faible, et l'on peut alors remplacer $f(x + 2^j K)$ par son quadratique polynôme de Taylor en x' ($x + 2^{-j} K$) $\approx (2^{-j} K) + x f'(2^{-j} K) + \frac{1}{2} x^2 f''(2^{-j} K)$. Ce faisant, nous obtenons l'approximation suivante pour b_K^j :

$$b_K^j \approx \int_{-2^{-j}K}^{2^{2j}} (f(2^{-j}K) + x f'(2^{-j}K) + \frac{1}{2} x^2 f''(2^{-j}K)) 2^j \psi(2^j x) dx$$

(III.29)

L'intégrale peut être réduite à faire des intégrales pour les trois premiers moments de ψ . Les deux premiers moments disparaissent, et le troisième est donnée dans (III.27), nous pouvons évaluer l'intégrale. Notre résultat final est que les f, K coefficients des ondelettes sont d'environ :

$$b_K^j \approx -\frac{1}{16} \sqrt{\frac{3}{2\pi}} 2^{-2j} f''(2^{-j}K)$$

(III.30)

III.3. Conclusion

L'analyse de Fourier est sans conteste l'un des outils les plus puissants mis à la disposition des mathématiciens et physiciens d'aujourd'hui et aussi l'un des outils les plus utilisés. Néanmoins, bien que bâtie sur la base du concept physique de fréquence (spatiale ou temporelle), elle se révèle imparfaitement adaptée à la description de fonction ou signaux que l'on peut rencontrer couramment.

Les ondelettes de Daubechies sont une famille d'ondelettes orthogonales définissant une transformée en ondelettes discrète, caractérisées par un nombre maximal de moments dissipant pour un support donné. Pour chaque type d'ondelette de cette classe, il existe une fonction d'échelle (appelée aussi ondelette mère) qui génère une analyse multirésolution orthogonale.

CHAPITRE IV

DEFINITION DES OUTILS

IV.1. Introduction

Historiquement, les problèmes de mécanique (dynamique) des fluides ont été résolus en utilisant des méthodes analytiques (AFD : Analytical Fluid Dynamics) ou des techniques expérimentales (EFD : Experimental Fluid Dynamics). De nos jours, avec l'arrivée des calculateurs numériques, une nouvelle technique de résolution des problèmes de l'aérodynamisme est née. Elle s'appelle CFD et est de plus en plus populaire dans tous les domaines qui font appel à l'aérodynamique.

La compréhension du comportement des fluides est bien souvent un facteur important dans le développement du produit et du processus. Grâce à la capacité de calcul disponible toujours plus grande, l'analyse des écoulements a de plus en plus tendance à quitter le laboratoire pour entrer dans le monde de la simulation numérique. Des interfaces conviviales et intuitives ainsi que son intégration dans le processus de développement élargissent continuellement la palette d'utilisateurs de calcul fluide. Le rôle central pour ce type de calcul est détenu comme auparavant par l'ingénieur calcul spécialiste en CFD (Computational Fluid Dynamics), mais les environnements de nouvelle génération comme ICEM CFD et FLUENT donnent un accès à certaines applications aux ingénieurs de mécanique des fluides avec l'importance croissante des calculs couplés comme par exemple l'interaction fluide/structure.

Les applications du code de calcul FLUENT interviennent sous différentes formes dans de nombreux domaines : depuis la climatisation de grands bâtiments jusqu'à la simulation d'essais en soufflerie pour l'industrie automobile, en passant par l'optimisation de turbines, de pompes et par les calculs d'écoulements dans les domaines micro et nano-scopiques. Dans ce chapitre on va traiter les différents outils numériques utilisés pour décrire les différents phénomènes régissant notre écoulement.

IV.2. Présentation de SOLIDWORKS

Créé en 1993 par l'éditeur américain éponyme, SOLIDWORKS a été acheté le 24 juin 1997 par la société Dassault Systèmes. Parmi les plus grandes entreprises utilisant SOLIDWORKS, on peut citer Michelin, Patek Philippe, MegaBlocs, Axiome, ME2C, SACMO, le Boulch Robert Renaud.

SOLIDWORKS est un modéleur 3D utilisant la conception paramétrique. Il génère 3 types de fichiers relatifs à trois concepts de base : la pièce, l'assemblage et la mise en plan. Ces fichiers sont en relation. Toute modification à quelque niveau que ce soit est répercutée vers tous les fichiers concernés.

Un dossier complet contenant l'ensemble des relatifs à un même système constitue une maquette numérique. De nombreux logiciels viennent compléter l'éditeur SOLIDWORKS. Des utilitaires orientés métiers (tôlerie, bois, BTP...), mais aussi des applications de simulation mécanique ou d'image de synthèse travaillent à partir des éléments de la maquette virtuelle.

- **Les pièces** : La pièce est l'objet 3D monobloc. La modélisation d'une telle entité dépendra de la culture de l'utilisateur. Comme de nombreux logiciels conviviaux, SOLIDWORKS permet d'aboutir à un même résultat apparent par des voies souvent différentes. C'est lors de l'écriture de ces fichiers ou de leur exploitation qu'on appréciera la bonne méthode.

Une pièce est la réunion d'un ensemble de fonctions volumiques avec des relations d'antériorité, des géométries, des relations booléennes (ajout retrait)... Cette organisation est représentée sur l'arbre de construction. Chaque ligne est associée à une fonction qu'on peut nommer à sa guise.



Figure (IV.1) : Interface de SOLIDWORKS.

Parmi les fonctions génératrices on trouve:

-l'extrusion : déplacement d'une section droite dans une direction perpendiculaire à la section. La section est définie dans une esquisse (qui apparaît alors dans l'arbre de création comme élément générateur de la fonction). Cette esquisse contient l'ensemble des spécifications géométriques (cotation) nécessaires à la complète définition de la section. Cet ensemble de cotes auquel il faut ajouter la (ou les) longueur d'extrusion constitue l'ensemble des paramètres de la fonction; il est possible de les modifier une fois la fonction validée.

-la révolution : déplacement d'une section droite autour d'un axe, ou extrusion suivant un cercle ou un arc de cercle.

-le balayage : déplacement d'une section droite le long d'une ligne quelconque.

Lorsque la génératrice de balayage est gauche, l'esquisse est en 3 dimensions. D'autres fonctions, plutôt orientées métier intègrent des notions qu'il serait fastidieux de modéliser :

- congés et chanfreins,
- nervures,
- dépouilles,
- coque (permettant d'évider un objet en lui conférant une épaisseur constante),
- trous normalisés (perçages, mortaises...),
- plis de tôle...

Des fonctions d'ordre logiciel comme la répétition linéaire, circulaire, curviligne ou par symétrie...

Les dernières versions autorisent la réalisation de pièces momentanément disjointes, ce qui permet de concevoir un objet fonctionnellement, c'est-à-dire en définissant d'abord les éléments fonctionnels, puis en joignant les différentes parties par de la matière (nervures, carter...).

L'édition de familles de pièces est possible en associant à SolidWorks, le tableur

IV.3. Présentation d'ICEM CFD

Le logiciel ICEM CFD est un mailleur 2D/3D; préprocesseur qui permet de mailler des domaines de géométrie d'un problème de CFD (Computational Fluid Dynamics). Il génère des fichiers *.msh pour Fluent. Fluent est un logiciel qui résout par la méthode des volumes finis des problèmes de mécanique des fluides et de transferts thermiques.

ICEM CFD regroupe trois fonctions : définition de la géométrie du problème (construction si la géométrie est simple ou bien import de la géométrie CAO), le maillage et sa vérification, la définition des frontières (Types de conditions aux limites) et définitions des domaines de calculs.

Avant de lancer une simulation sur un logiciel de CFD, il convient de régler les différents paramètres la régissant.

Les principaux éléments influençant le résultat d'une simulation sont les suivants :

- Le maillage
- La géométrie du domaine de calcul
- Les propriétés du fluide (gaz parfait, viscosité, ...)
- Le modèle de turbulence
- Le schéma numérique utilise
- Les conditions aux limites
- Le choix de ces différents paramètres sera motivé et expliqué dans les différentes situations étudiées dans ce projet. Il convient cependant de détailler au préalable certains éléments récurrents.

. Construction De La Géométrie

ICEM CFD 4.2 permet d'établir la géométrie du système étudié. La géométrie est construite à partir de points, de courbes, de surfaces et de volumes. La finalité de la construction de la géométrie est de définir les domaines de calcul qui seront des faces dans un problème 2D et des volumes dans un problème 3D.

. Import De La Géométrie Et Nettoyage

Souvent la géométrie est conçue par des logiciels de la CAO (SolidWorks, CATIA...). Dans le cas des turbomachines, elle peut être aussi conçue par des logiciels de dimensionnement (problème inverse) comme BladeGen+ et Turbo Gen. Dans ce cas, on a recours à l'importation de la géométrie.

Il est conseillé d'importer des fichiers sous format TETIN (*.tin). Souvent il est indispensable de nettoyer la géométrie.

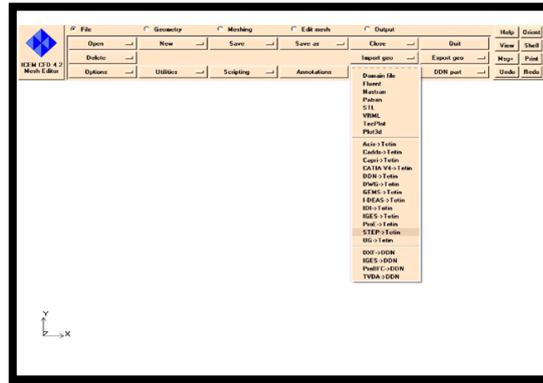


Figure (IV.2): importation de la géométrie

. Maillage

La génération du maillage (2D ou 3D) est une phase très importante dans une analyse CFD, vu l'influence de ses paramètres sur la solution calculée.

La technique de génération de maillage peut être résumée sous la forme suivante :

- La géométrie doit être préparée au préalable, avec la définition de tous les composants de la géométrie, moyeu, volute, stator, rotor ...etc., sous forme de données numériques, fichier CAD préétabli ou plutôt sous forme de fichier maillage qu'on peut importer sous ICM CFD.
- La géométrie qui représente les différents domaines fluides est décomposée en sous domaines « maillables ».
- Maillages des sous domaines fluides.

La réduction du temps nécessaire à la génération du maillage est un critère de bonne maîtrise de l'utilisation des outils CFD.

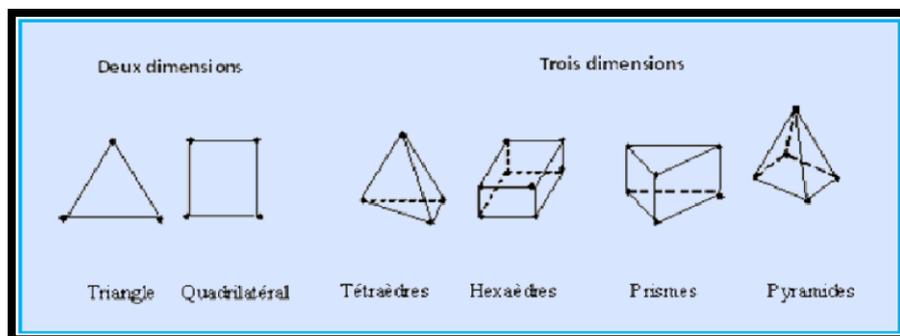


Figure (IV.3):Exemples de mailles utilisées en Volumes Finis.

-Choix Du Type De Maillage :

. Maillage structuré (quadra/hexa) :

Il est beaucoup plus facile de le générer en utilisant une géométrie à multi bloc, il présente les avantages suivants :

- Economique en nombre d'éléments, présente un nombre inférieur de maille par rapport à un maillage non structuré équivalent.
- Réduit les risques d'erreurs numériques car l'écoulement est aligné avec le maillage.

Ses inconvénients :

- Difficile à le générer dans le cas d'une géométrie complexe
- Difficile d'obtenir une bonne qualité de maillage pour certaines géométries complexes

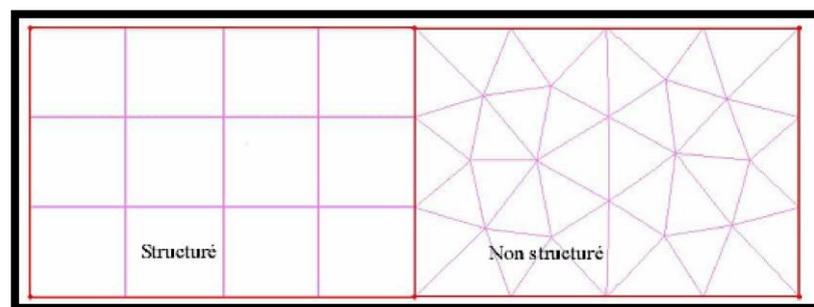


Figure (IV.4):Maillage structuré et non structuré

. Maillage non structuré :

Les éléments de ce type de maillage sont générés arbitrairement sans aucune contrainte quant à leur disposition. Ses avantages :

- Peut être généré sur une géométrie complexe tout en gardant une bonne qualité des éléments.
- Les algorithmes de génération de ce type de maillage (tri/tétra) sont très automatisés.

Ses inconvénients :

- Très gourmand en nombre de mailles comparativement au maillage structuré
- Engendre des erreurs numériques (fausse diffusion) qui peuvent être plus importante si l'on compare avec le maillage structuré.

. Maillage hybride :

Maillage généré par un mélange d'éléments de différents types, triangulaires ou quadrilatéraux en 2D, tétraédriques, prismatiques, ou pyramidaux en 3D.

Ses avantages :

- Combine entre les avantages du maillage structuré et ceux du maillage non structuré.

-Techniques Générales De Génération Du Maillage :

Pratiquement, il n'existe pas de règle précise pour la création d'un maillage valable, cependant il existe différentes approches qui permettent d'obtenir une grille acceptable.

Nous pouvons résumer ces règles ainsi :

- Maintenir une bonne Qualité des éléments.

- Assurer une bonne Résolution dans les régions à fort gradient.

- Assurer un bon Lissage dans les zones de transition entre les parties à maillage fin et les parties à maillage grossier.

- Minimiser le nombre Total des éléments (temps de calcul raisonnable)

-Qualité D'un Maillage :

La génération d'une très bonne qualité de maillage est essentielle pour l'obtention d'un résultat de calcul précis, robuste et signifiant.

Une bonne qualité de maillage repose sur les éléments suivants :

- Minimisation des éléments présentant des distorsions (skewness en anglais)

- Une bonne résolution dans les régions présentant un fort gradient (couches limites, ondes de choc ...etc.)

Enfin, la qualité de maillage a un sérieux impact sur la convergence, la précision de la solution et surtout sur le temps de calcul.

-Nombre total d'éléments :

Un nombre important d'éléments de maillage permet sans doute d'améliorer la précision des calculs, mais pénalise les ressources informatiques en terme de mémoire et alourdit le système. Par voie de conséquence, un compromis entre précision et temps de calcul s'impose.

Des techniques existent pour économiser un certain nombre d'éléments :

· Utilisation des maillages non uniformes, en concentrant la bonne qualité du maillage uniquement dans les zones où c'est nécessaire.

- Utilisation de la fonction adaptation de maillage pour raffiner uniquement sur des zones bien précises.
- Utilisation des éléments de maillage hexaédriques dans les zones adéquates.

-Indépendance De La Solution Du Maillage :

Dans une modélisation CFD, la solution doit être indépendante de la densité du maillage pour être sûr du réalisme de la solution que donne le solveur après convergence.

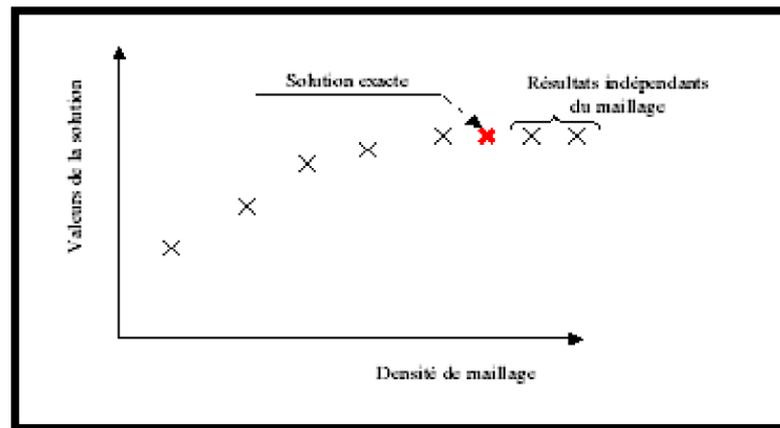


Figure (IV.5):indépendance de la solution du maillage

Le raffinement du maillage peut se faire aussi sous Fluent et ce en utilisant la fonction « ADAPT », cette fonction adapte la grille de maillage à l'écoulement en intervenant particulièrement sur :

- Les zones à fort gradient
- Les zones définissant les frontières des volumes fluides
- A l'intérieur de certaines zones

Le but du raffinement du maillage sous un code mailleur (ICEM CFD), et de l'adaptation de la grille à la solution sous le solveur (Fluent), est d'obtenir une solution indépendante de la résolution et de la qualité du maillage, cela revient à dire que les paramètres de la solution deviennent insensibles au bout d'un certain nombre d'éléments.

IV.4. ANSYS-Fluent

ANSYS et Fluent : Ces deux logiciels permettent d'effectuer des simulations en matière de mécanique des fluides. Ils portent le nom des compagnies qui les ont développés, rachetés par ANSYS.Inc respectivement en février 2003 et

en février 2006². *Fluent* est un solveur : il ne comporte pas de mailleur (le maillage doit être réalisé avec un logiciel de maillage, Gambit par exemple, qui est également édité par ANSYS). *Fluent* est un solveur très utilisé dans l'industrie et la R&D à travers le monde. Il est souvent considéré comme une référence dans le domaine de la modélisation fluide. Le paramétrage du modèle se fait par une interface graphique. Il dispose d'une interface de scripts pour automatiser les processus de calcul. L'un des intérêts de ce logiciel de simulation généraliste, est qu'il dispose d'un nombre relativement important de modèles, pouvant faire face à divers aspects de la mécanique des fluides : écoulements diphasiques (miscible, non miscible, cavitation, solidification), turbulence (LES, KE, Kw, SA, Reynolds stress...), combustion (pré-mélangé et non pré-mélangé), transport de particules, écoulements en milieux poreux, maillages mobiles et dynamiques avec reconstruction du maillage, entre autres. Les schémas numériques temporels et spatiaux peuvent être modifiés pour améliorer la convergence. *Fluent* est parallélisé et permet de tirer parti de systèmes multiprocesseurs aussi bien au sein d'une seule machine qu'en réseau (cluster, dualcore, plateforme multi-CPU).

La création de la géométrie, le maillage, la définition physique, la solution et le poste traitement pour le CFD sont disponibles dans un environnement simple de simulation. Le CFD avec la solution de Ansys fournit une interface à l'utilisateur et une structure de dossier communes, permettant l'exécution facile de la simulation à partir de la géométrie jusqu'au post-traitement.

. Design Modeler :

Le DesignModeler du logiciel ANSYS est un outil spécialement conçu pour la création et la modification de la géométrie à analyser. En utilisant un système avancé d'interfaces, le DesignModeler donne un lien direct et bidirectionnel aux modèles de géométrie créés dans une large variété. Le DesignModeler fournit une source simple de géométrie pour une gamme complète des outils de simulation d'ingénierie.

Le DesignModeler aide à créer la géométrie détaillée exigée pour la simulation d'ingénierie, à réduire au minimum la reprise de la géométrie et à simplifier les analyses interdisciplinaires.

. Maillage :

Ce module permet de générer un maillage s'appuyant sur la géométrie créée à travers le Design Modeler. L'utilisateur fixe alors les paramètres de maille qu'il souhaite obtenir sur les surfaces et dans les volumes. Ce module permet de générer des mailles tétraédriques et prismatiques (Figure VI.6). Une fois le maillage effectué, ANSYS-Mesh crée un fichier portant l'extension «.gtm», qui regroupe les informations relatives au maillage.

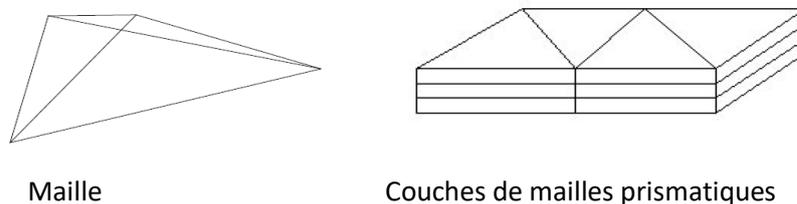


Figure (IV.6) : Types de maillage générés par ANSYS-

. Prétraitement du CFD:

Le module ANSYS est une interface moderne de la définition physique exigée pour l'analyse du CFD. En outre, cet outil lit un ou plusieurs maillages d'une variété de sources et fournit à l'utilisateur des options pour assigner des différents milieux. La fidélité de la simulation est liée directement au choix des modèles physiques disponibles.

Le logiciel ANSYS contient un grand nombre de modèles physique pour avoir une simulation précise d'une grande variété d'applications industrielles.

Le module ANSYS-pre permet quant à lui de définir les conditions aux limites et initiales du système, ainsi que les équations à résoudre, le type de résolution (régime permanent ou non permanent), les paramètres du solveur, à savoir : le pas de temps, le nombre d'itérations, le critère de convergence ainsi que la nature des fluides (ou solides) en présence.

Les conditions aux limites sont de 5 types : inlet, outlet, opening, wall et symmetry.

Les conditions de type (**Entrée**) sont utilisées dans le cas d'un écoulement entrant à l'intérieur du domaine.

Les conditions de type (**Sortie**) sont quant à elles utilisées dans le cas d'un écoulement sortant à l'extérieur du domaine.

La condition (**Ouverture**) est utilisée dans le cas d'une méconnaissance de la nature entrante ou sortante de l'écoulement.

La condition aux limites de type (**Paroi**) est attribuée aux parois imperméables à l'écoulement.

Enfin, si l'écoulement présente un plan de symétrie, il est possible d'attribuer la condition (**Symétrie**) à ce plan.

Une fois tous les paramètres définis, ANSYS-pre génère un fichier « .def » qui contient toutes les informations relatives au maillage, aux conditions aux limites et initiales, ainsi que tous les autres paramètres introduits dans ANSYS-pre. C'est ce fichier qui va être la base de travail du solveur.

. ANSYS-Solver:

Le cœur du CFD avancé dans l'interface d'ANSYS est le solveur algébrique couplé avec ANSYS. Il réalise une convergence fiable et rapide pendant la résolution des équations.

ANSYS-solver est le module qui effectue les calculs. Il est basé sur l'intégration des équations de Navier Stokes dans chaque maille et dispose de modèles additionnels pour prendre en compte la turbulence, et le rayonnement thermique.

Dans le cas d'une résolution en régime permanent, le calcul se poursuit jusqu'à ce que, soit le nombre maximal d'itération demandé par l'utilisateur est atteint, soit la solution satisfait au critère de convergence. Dans le cas d'une résolution en régime non permanent, le calcul prend fin lorsque la durée de résolution du phénomène étudiée est atteinte.

En fin de calcul, ANSYS-solver génère deux types de fichiers :

- Un fichier « .out » lisible par un éditeur de texte. Ce fichier résume le déroulement du calcul. Il contient, entre autres, les informations de « .def », ainsi que le bilan masse du système
- Un fichier « .res » qui contient l'ensemble des résultats. Ce fichier est directement exploitable par ANSYS-post.

. ANSYS-Post :

Le module ANSYS-post est un outil graphique permettant le traitement et la visualisation des résultats. Il permet d'appliquer des textures sur la géométrie, de visualiser des contours, des iso-surfaces, des lignes de courant, des champs de vitesses.... Il permet également l'exportation des résultats sous forme numérique, comme par exemple la valeur des différentes variables sur chaque nœud, sous forme photographique et même sous forme d'animation.

Le post traitement ANSYS est l'interface utilisateur qui représente les résultats graphiques et quantitatifs. La possibilité de visualisation par ANSYS-Post fournit une perspicacité dans le comportement de champ d'écoulement. La possibilité de quantifier le phénomène étudié permet aussi à l'utilisateur d'extraire facilement des valeurs d'intérêt au concepteur et à l'analyste qui peut être utilisée pour obtenir une meilleure compréhension et améliorer la performance.

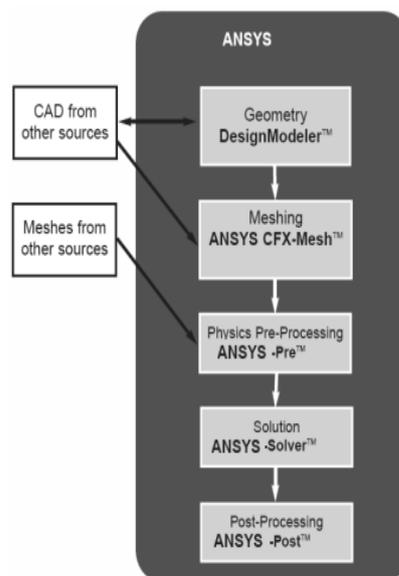


Figure (IV.7) : Schéma de l'ensemble des modules d'ANSYS.

IV.5. Le Solveur Fluent

Fluent est un solveur qui utilise des maillages non-structurés 2D ou 3D (avec la méthode des volumes finis). Ces maillages sont : soit des maillages triangulaires (tétraédriques en 3D), soit des maillages structurés interprétés en format non-structurés comme des rectangles (hexaèdres), pour une simulation de tous les écoulements fluides, compressibles ou incompressibles, impliquant des phénomènes physiques complexes tels que la turbulence, le transfert thermique, les réactions chimiques, les écoulements multiphasiques... et ce sur les géométries complexes industrielles. Ce produit inclut également un véritable environnement CAO et un mailleur paramétrique de dernière génération, permettant de mettre en place rapidement les modèles numériques ou de s'intégrer aux outils de conception déjà existants.

IV.6. Matlab

MATLAB (« matrix laboratory ») est un langage de programmation de quatrième génération émulé par un environnement de développement du même nom; il est utilisé à des fins de calcul numérique. Développé par la société The MathWorks, MATLAB permet de manipuler des matrices, d'afficher des courbes et des données, de mettre en œuvre des algorithmes, de créer des interfaces utilisateurs, et peut s'interfacer avec d'autres langages comme le C, C++, Java, et Fortran. Le langage MATLAB a été conçu par CleveMoler à la fin des années 1970 à partir des bibliothèques Fortran, LINPACK et EISPACK. Alors professeur de mathématiques à l'université du Nouveau-Mexique, il souhaitait permettre à ses étudiants de pouvoir utiliser ces deux bibliothèques sans connaître le Fortran. CleveMoler l'utilisa ensuite pour des cours donnés à l'université Stanford où il reçut un accueil mitigé de la part des étudiants en mathématiques (habitués au Fortran). Par contre, les étudiants en technologie, en particulier en traitement du signal, furent beaucoup plus intéressés. Un ingénieur, Jack Little en comprend rapidement les capacités et entreprend avec un collègue,

Steve Bangert, de le recoder en langage C. Jack Little, CleveMoler et Steve Bangert créèrent la société The MathWorks en 1984 afin de commercialiser la version 1.0 de MATLAB3. MATLAB a ensuite évolué, en intégrant par exemple la bibliothèque LAPACK en 2000, en se dotant de nombreuses boîtes à outils (Toolbox) et en incluant les possibilités données par d'autres langages de programmation comme C++ ou Java.

IV.7. Conclusion

Pour toute simulation numérique, on doit suivre les étapes suivantes : élaboration de la géométrie, génération du maillage, définir les paramètres physiques, lancer le solveur. La qualité de la simulation dépend de plusieurs facteurs : la qualité du maillage, l'élaboration de la géométrie, les schémas numériques, les conditions initiales, et les conditions aux limites. Pour des géométries simples le maillage structuré présente un meilleur choix, par contre pour des géométries complexes on optera pour un maillage non structuré.

CHAPITRE V

RESULTATS ET INTERPRETATIONS POUR LE REGIME SUBSONIQUE

V.1. Introduction

Dans ce chapitre on se propose de faire l'étude de la couche limite pour deux configurations différentes, d'abord une plaque mince d'épaisseur 5% de la corde, afin de conserver l'aspect de profil mince, ensuite un profil mince symétrique d'épaisseur 6% de la corde. Afin de mettre en évidence l'influence des conditions amont de l'écoulement sur la formation de la couche limite et son comportement vis-à-vis à la proche paroi, on se propose de faire varier l'angle d'attaque de l'écoulement et observer l'impact de ce changement sur la formation de la couche limite. L'initialisation d'une méthode itérative, nécessite une initialisation du champ de l'écoulement, le principe de base pour la procédure et d'imposer un champ aérodynamique initial décrivant un écoulement simplifié et aussi physique.

Les données initiales imposées à l'infini amont, sont le nombre de Mach (vitesse initiale), la température, la pression, et l'angle d'incidence. En dernière partie on analysera les résultats obtenus par notre simulation, en utilisant la méthode des ondelettes de types Daubechies, afin d'extraire le signal (vitesse, pression de l'écoulement) et le débruité.

V.2. Plaque mince

En premier lieu on étudiera un profil représentant une plaque mince, exposé à un écoulement incompressible, subsonique, on maintiendra l'hypothèse de fluide visqueux. Notre étude se fera en utilisant ANSYS 18.2-Fluent, La création de la géométrie, le maillage, la définition physique, la solution et le poste traitement pour le CFD sont disponibles dans un environnement simple de simulation. Le CFD avec la solution de ANSYS fournit une interface à l'utilisateur et une structure de dossier communes, permettant l'exécution facile de la simulation à partir de la géométrie jusqu'au post-traitement.

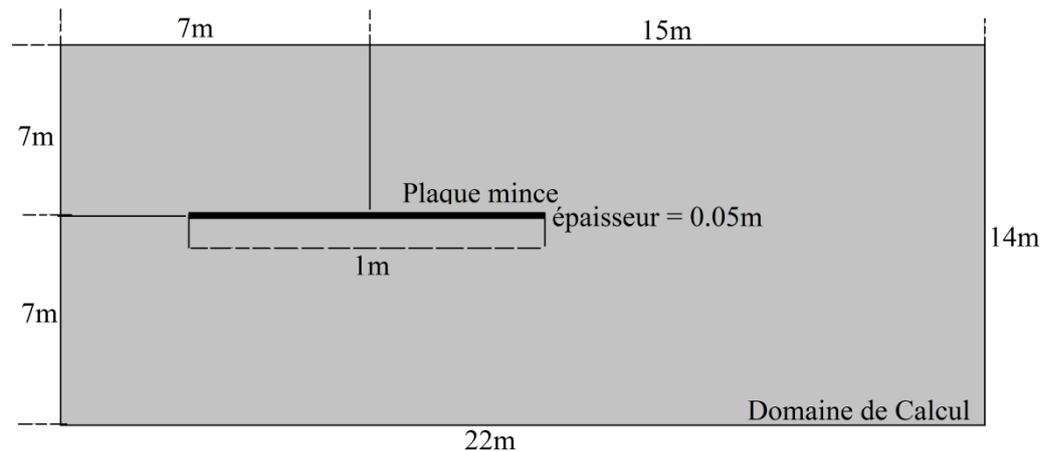


Figure (V.1) : Dimensions (plaque mince + domaine de calcul)

V.2.1. Construction de la géométrie

2D, plaque rectangulaire d'épaisseur 0.05m, domaine rectangulaire.

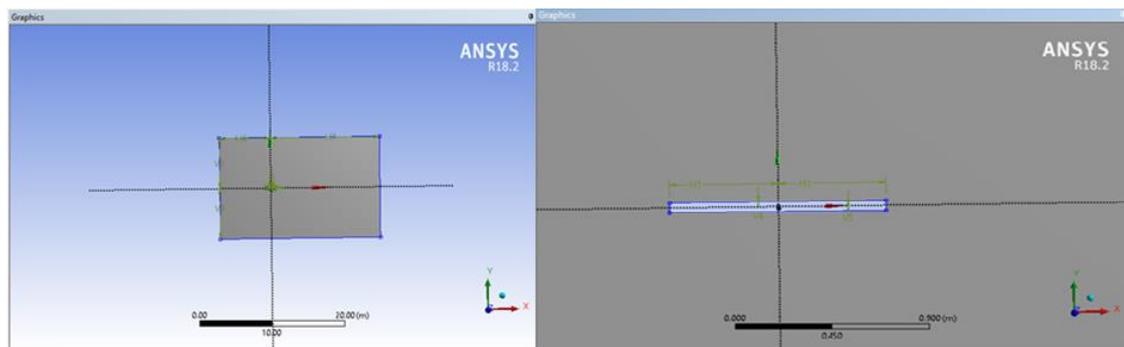


Figure (V.2) : Construction de la géométrie sous Ansys

V.2.2. Maillage

Afin de faire un choix judicieux du type du maillage, plusieurs essais ont été effectués, ce qui nous a emmenés à choisir un maillage structuré, d'abord vue l'aspect uniforme, simple de la géométrie. En effet ce choix va nous permettre d'économiser le nombre d'éléments, ce dernier présente un nombre inférieur de maille par rapport à un maillage non structuré équivalent.

Egalement va nous permettre de réduire les risques d'erreurs numériques car l'écoulement est aligné avec le maillage.

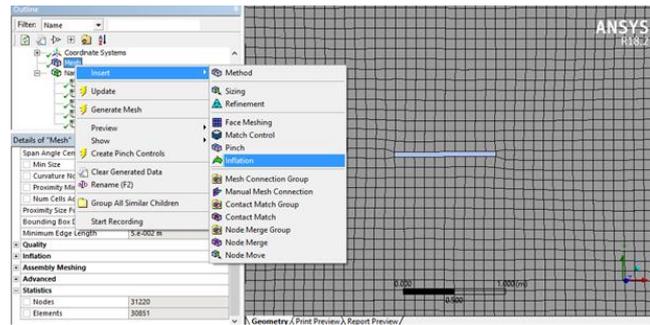


Figure (V.3) : Génération du maillage

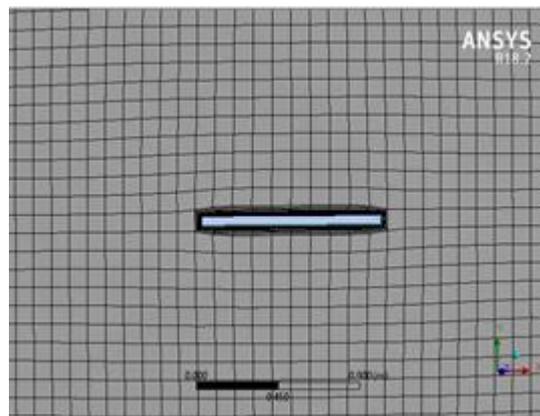


Figure (V.4) : Raffinage du maillage au niveau de proche paroi

On génère un maillage surfacique pour voir la distribution des mailles, en prenant soin d'assurer le raffinement du maillage au niveau de l'obstacle et de la paroi. On définit la valeur minimale dey^+ afin de pouvoir raffiner convenablement le maillage au niveau de la couche limite de sorte à s'adapter au comportement du fluide dans la couche limite. Nombre total d'éléments : 30851 éléments.

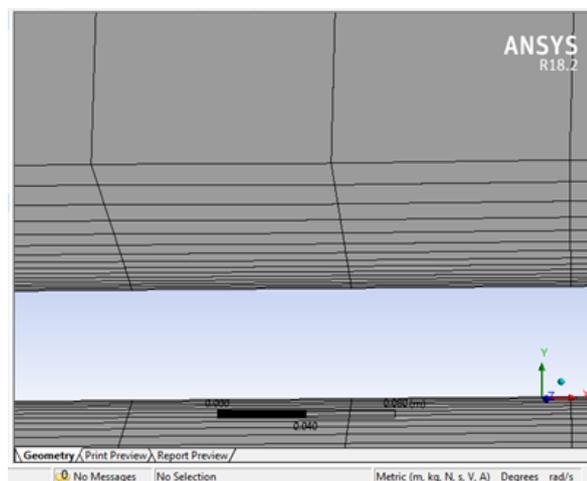


Figure (V.5) : Adaptation du maillage proche paroi

Afin de vérifier la qualité du maillage, une interface dans ANSYS nous permet d'analyser le maillage, la figure (V.6) montre une comparaison entre notre maillage et les critères d'évaluation de maillage effectué par ANSYS.

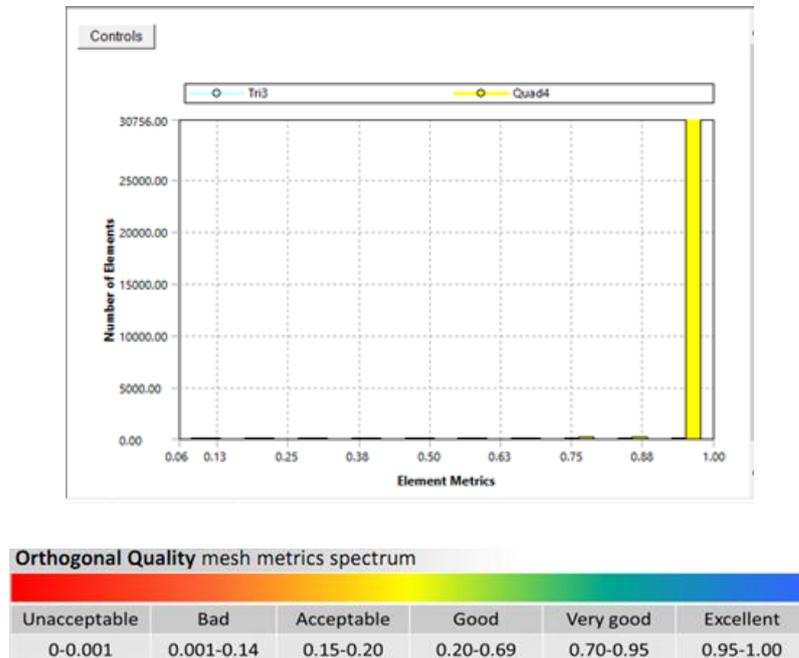


Figure (V.6) : Evaluation de la qualité du maillage. [Annexe A]

D'après la figure (V.6) on remarque que la quasi-totalité des éléments sont situés dans un intervalle entre [0.95-1.00], de plus l'adaptation de notre maillage proche paroi nous permet de conclure que notre maillage est adapté pour capter les variations physiques du phénomène recherché.

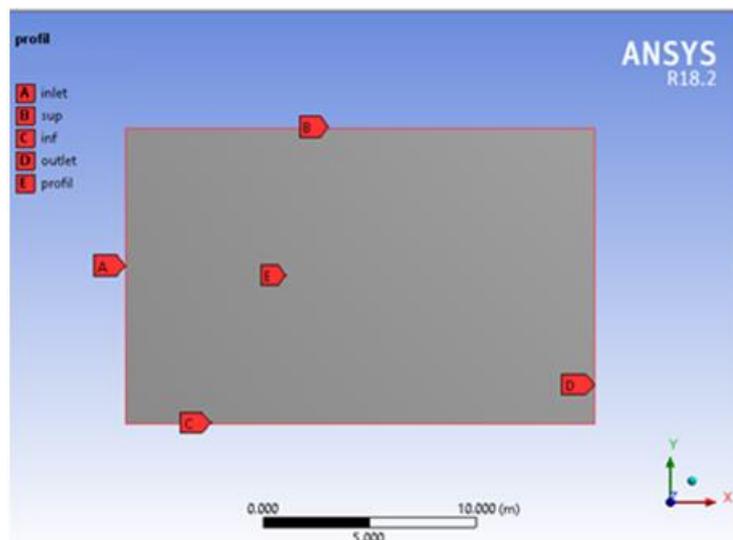


Figure (V.7) : Décomposition de la géométrie

V.2.3. Définition du problème

Hypothèses :

- ✓ Ecoulement Incompressible.
- ✓ Fluide visqueux.
- ✓ Ecoulement stationnaire.

Conditions initiales :

- Nombre de Mach : $M = 0.2$
- Nombre de Reynolds : $Re = 4.75.10^6$
- Température : $T = 300^{\circ}K$
- Vitesse initiale : $V = M \cdot \sqrt{\gamma \cdot R \cdot T} = 69.43m/s$

Conditions aux limites :

Tableau (V.1) : Conditions aux limites

zones	Conditions aux limites
inlet	Velocity inlet $v = 69.43m/s$
outlet	Pressure outlet
profil	wall

Modèle de turbulence

Le modèle de turbulence choisis pour notre simulation est le modèle $k-\omega$ – SST, le modèle $k-\omega$ est un modèle à deux équations. Un de ces avantages est l'analyse de l'écoulement près de la paroi. Ce modèle se base sur l'énergie cinétique turbulente k et sur la fréquence turbulente ω . Le modèle SST (Shear Stress Transport) ou transport des contraintes de cisaillement turbulentes, est dérivé du modèle Standard $k-\omega$. Ce modèle combine la robustesse et la précision de la formulation du modèle $k-\omega$ dans la région proche de la paroi avec le modèle $k-\varepsilon$ et tous ses types pour les écoulements libres loin de la paroi. La définition de

la viscosité turbulente est modifiée pour prendre en compte le transport des contraintes de cisaillement turbulentes.

V.2.4. Résultats et Discussions

. Erreur de convergence : 10^{-4}

. Méthode numérique : Volumes finis

. Schéma de méthode numérique : Schéma de grande puissance

Tableau (V.2) : Positions des 5 stations

Stations	x	y	z
5%			
Points 1	-0.45	0.025	0
Points 2	-0.45	0.2	0
25%			
Points 1	-0.25	0.025	0
Points 2	-0.25	0.2	0
50%			
Points 1	0	0.025	0
Points 2	0	0.2	0
75%			
Points 1	0.25	0.025	0
Points 2	0.25	0.2	0
90%			
Points 1	0.4	0.025	0
Points 2	0.4	0.2	0

Afin de mettre en évidence l'évolution de la couche limite, et son comportement proche de la paroi, on a créé 5 stations sur la plaque mince, qui vont nous permettre de localiser le point de décollement de la couche limite s'il existe.

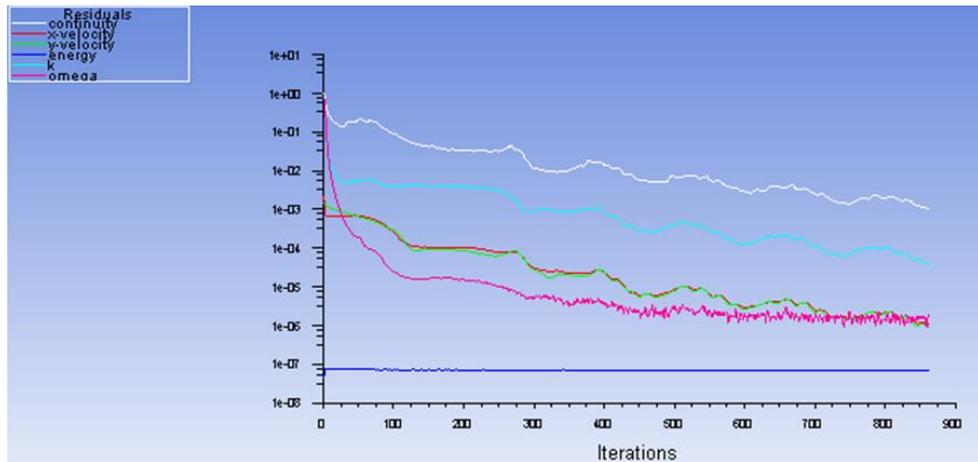


Figure (V.8) : l'histoire de convergence des résiduels

Après avoir définis les conditions physiques de notre problématique, et après avoir obtenus la convergence de notre modèle après 860 itérations, viens alors l'étape d'analyse des résultats obtenus. Pour ce faire, on se propose de faire varier l'angle d'incidence α de la valeur 0° à la valeur 18° , afin de mettre en évidence l'influence de l'angle d'incidence sur la formation de la couche limite.

- $\alpha = 0^\circ$:

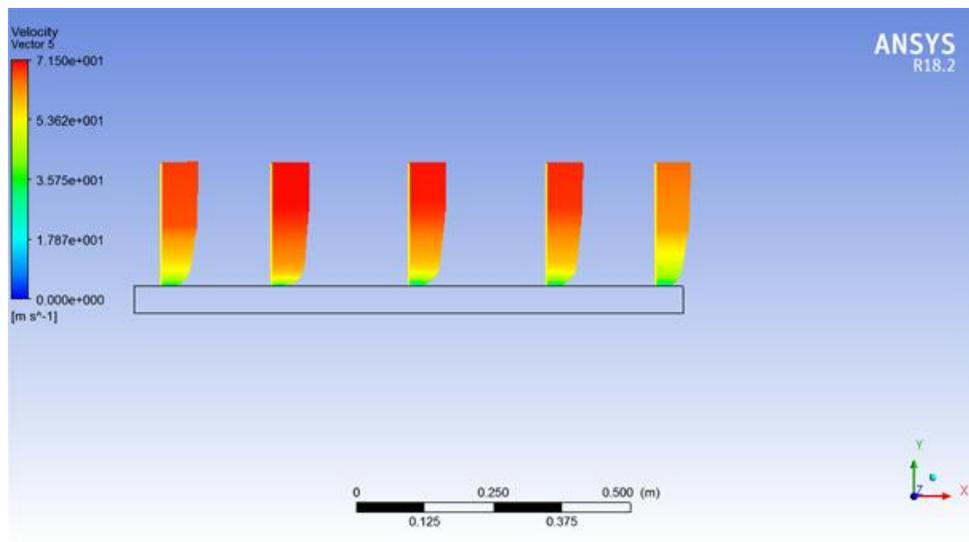


Figure (V.9) : vecteurs vitesse proche de paroi $\alpha=0^\circ$

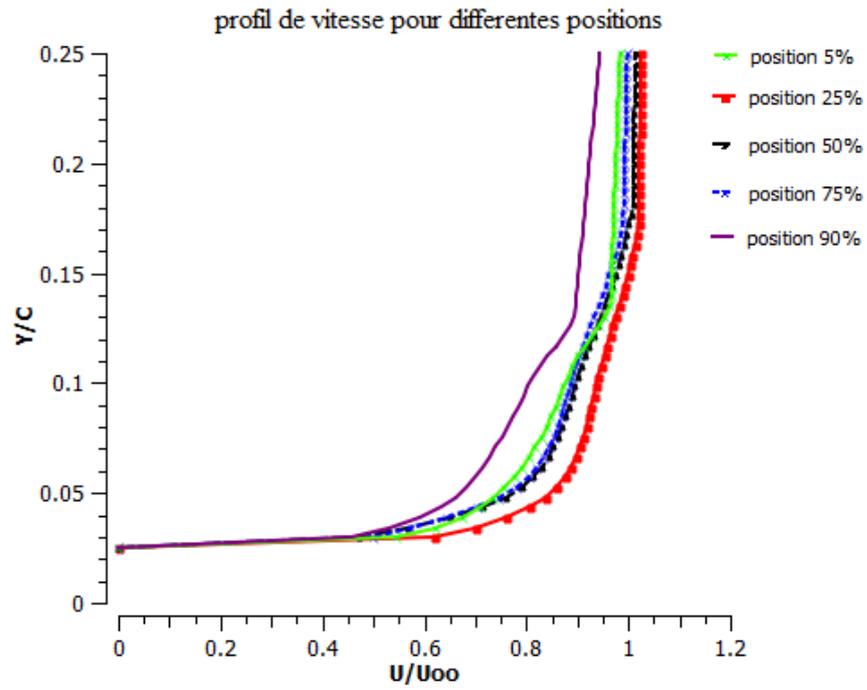


Figure (V.10) : Profil de vitesse pour différentes positions

- $\alpha = 5^\circ$:

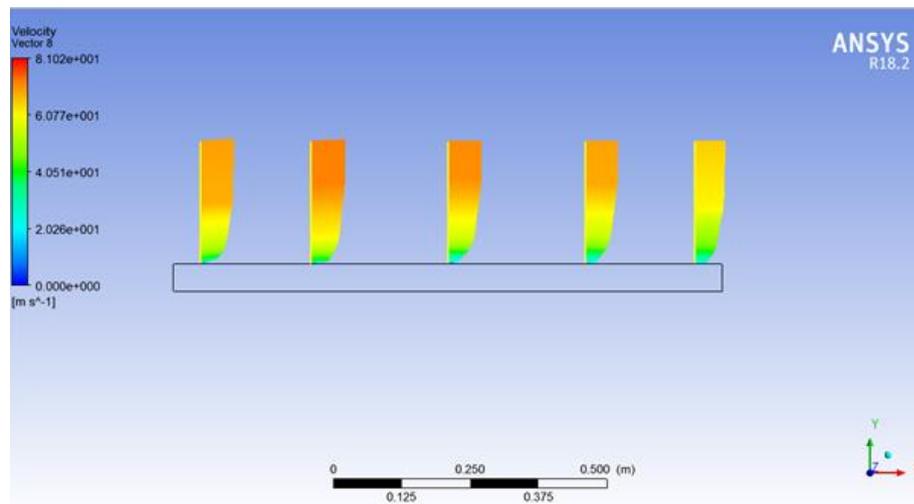


Figure (V.11) : vecteurs vitesse proche de paroi $\alpha=5^\circ$

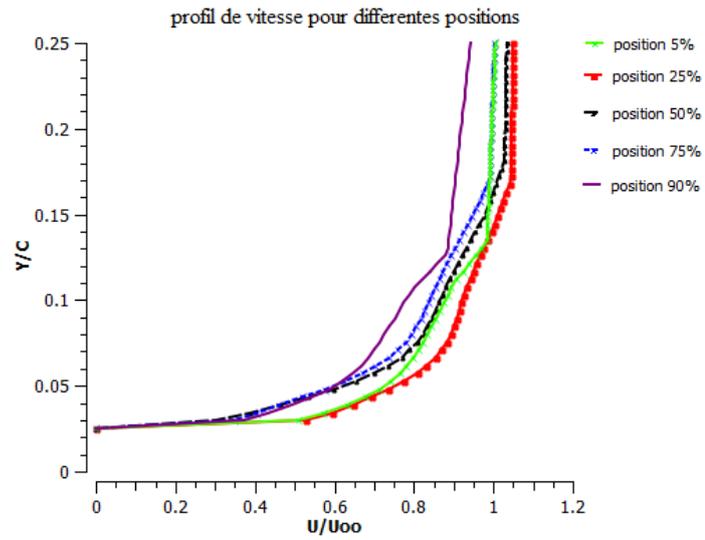


Figure (V.12) : Profil de vitesse pour différentes positions

- $\alpha = 10^\circ$:

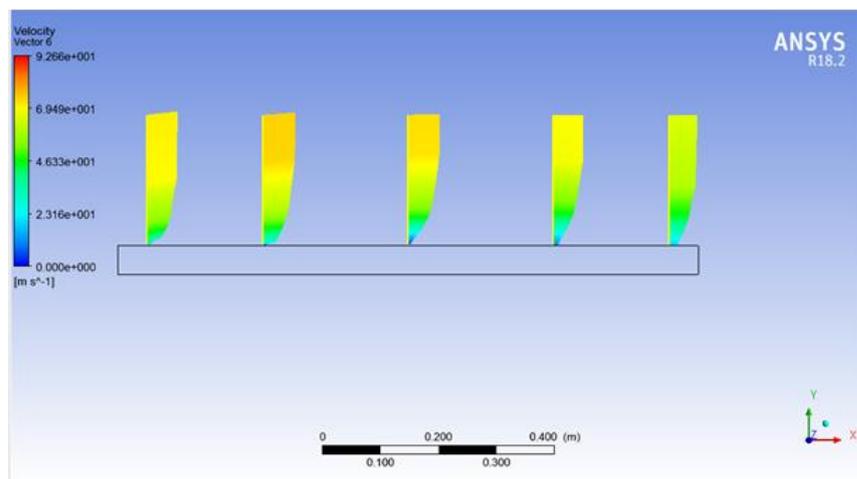


Figure (V.13) : vecteurs vitesse proche de paroi $\alpha=10^\circ$

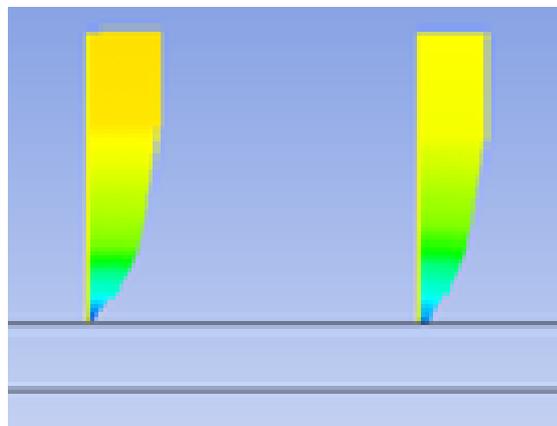


Figure (V.14) : Point d'inflexion

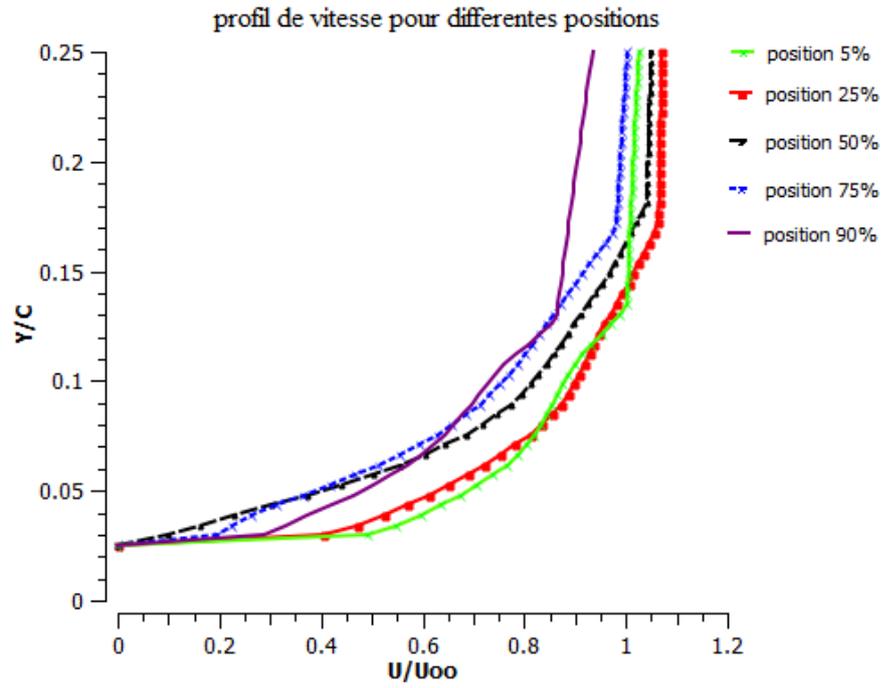


Figure (V.15) : Profil de vitesse pour différentes positions

- $\alpha = 15^\circ$:

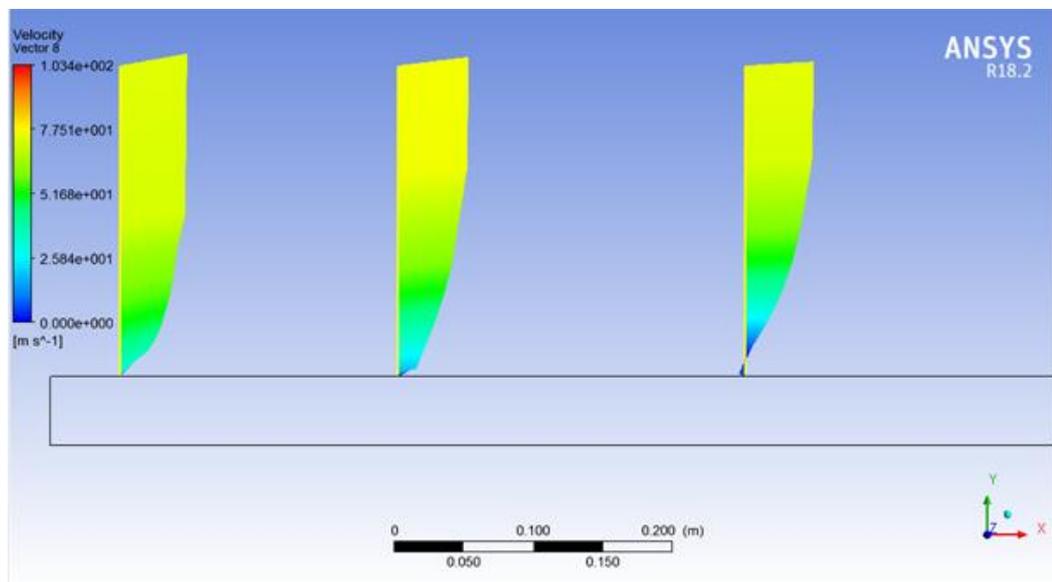


Figure (V.16) : vecteurs vitesse proche de paroi $\alpha=15^\circ$

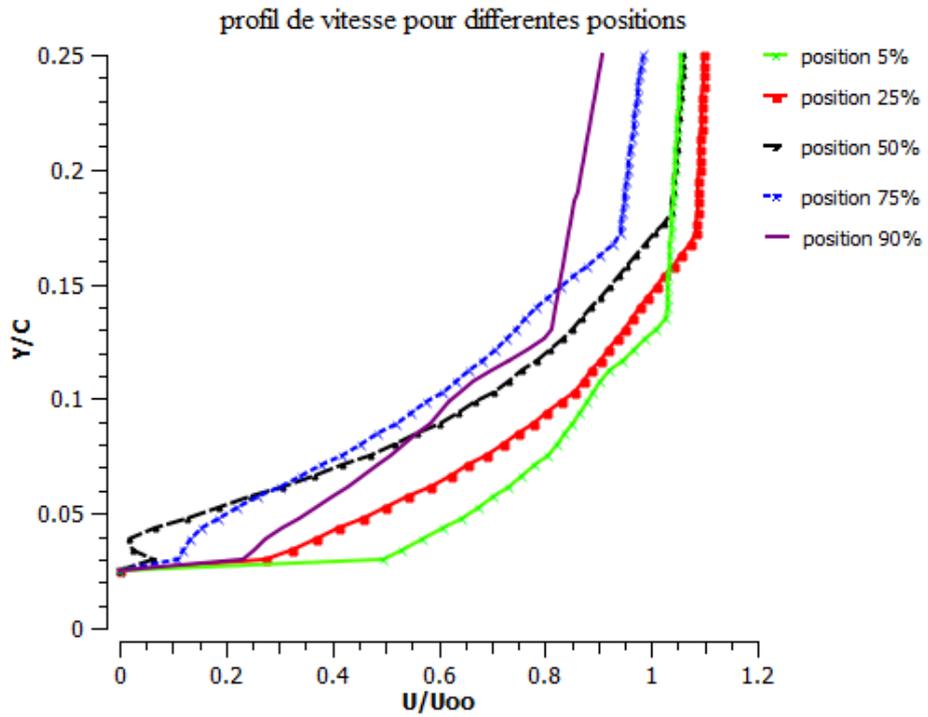


Figure (V.17) : Profil de vitesse pour différentes positions

- $\alpha = 18^\circ$:

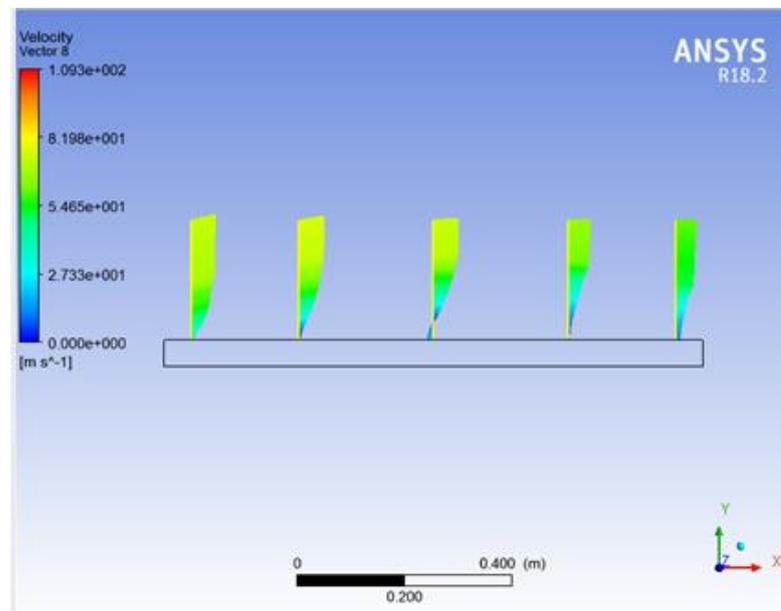


Figure (V.18) : vecteurs vitesse proche de paroi $\alpha=18^\circ$

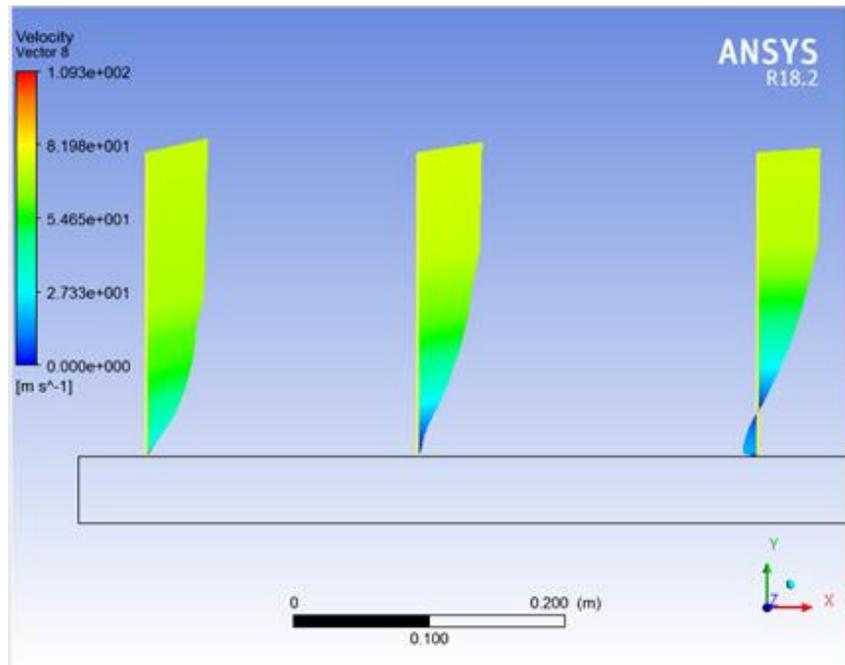


Figure (V.19) : vecteurs vitesse proche de paroi $\alpha=18^\circ$

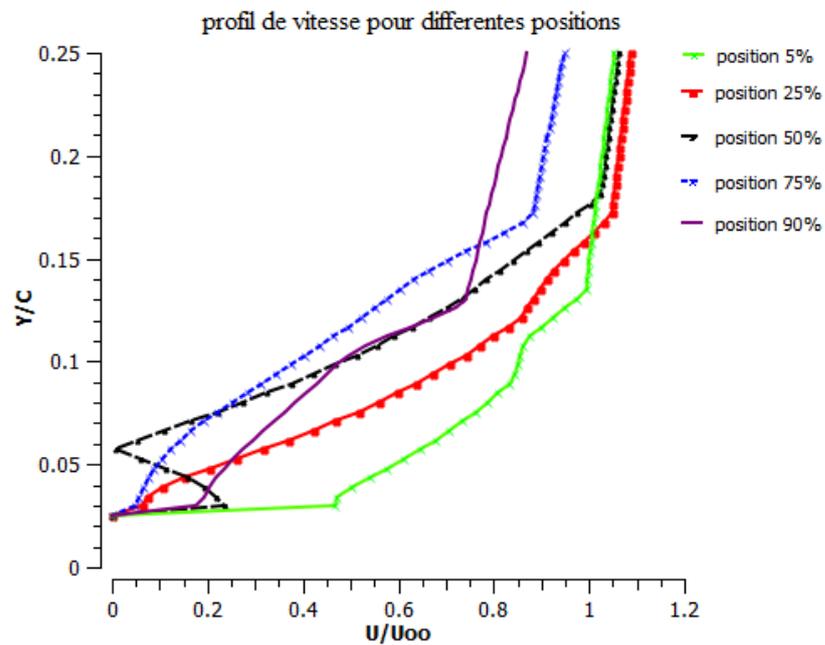


Figure (V.20) : Profil de vitesse pour différentes positions

On présente sur les figures (V.9), (V.11), (V.13), (V.14), (V.16), (V.18), (V.19), les vecteurs vitesse proche parois pour la plaque mince aux 5 stations (5%, 25%, 50%, 75%, 90% de la corde), et à $Re=4.75.10^6$.

Pour les valeurs d'angle d'incidence α comprises entre $[0^\circ, 10^\circ]$ le profil de vitesse prend la forme classique de la couche limite, une vitesse nulle à la paroi ensuite celle-ci augmente progressivement jusqu'à atteindre la valeur maximale de la vitesse externe, indiquant que la couche limite reste attachée à la paroi en ces différentes stations. Par contre pour $\alpha=10^\circ$ on est en présence d'un point d'inflexion ($x/c=0.5$ de la corde) au-delà duquel la couche limite commence à se décoller. Pour des valeurs d'angles d'incidence entre $[15^\circ, 18^\circ]$ et à la même station ($x/c=0.5$ de la corde) la couche limite est déjà décollée, ou on a un retour d'écoulement traduit par les valeurs négatives de vitesse.

On présente sur les figures (V.10), (V.12), (V.15), (V.17), (V.20), l'évolution du profil de vitesse sur la plaque mince aux 5 stations (5%, 25%, 50%, 75%, 90% de la corde), et à $Re=4.75.10^6$. En premier lieu, la vitesse moyenne est nulle à la paroi à cause de la condition de non glissement. Ensuite la vitesse augmente au fur et à mesure qu'on s'éloigne de la paroi jusqu'à atteindre la couche externe. Ce gradient de vitesse détermine l'épaisseur de la couche limite. Pour chaque valeur de l'angle d'incidence α , on remarque une concordance entre les résultats obtenus précédemment, en effet le point d'inflexion ($x/c=0.5$ de la corde) au-delà duquel la couche limite commence à se décoller pour $\alpha=10^\circ$, également pour des valeurs d'angles d'incidence entre $[15^\circ, 18^\circ]$ et à la même station ($x/c=0.5$ de la corde) la couche limite est déjà décollée, ou on a un retour d'écoulement traduit par les valeurs négatives de vitesse. En superposant les résultats obtenus aux 5 stations pour les différentes valeurs d'angles d'incidence, on remarque bien sur les figures représentant l'évolution du profil de vitesse, que l'épaisseur de la couche limite augmente le long de la plaque plane mince, c'est-à-dire que l'épaisseur augmente en allant vers le bord de fuite de la plaque.

V.2.5. Analyse des résultats par la méthode des Ondelettes :

Après avoir fait l'étude physique de notre plaque mince, viens alors l'étape d'analyse des résultats en utilisant la méthode des ondelettes. La famille d'ondelettes qu'on va utiliser pour notre étude est celles de Daubechies à 3 niveaux. L'objectif de la décomposition d'un signal en séries d'ondelettes est la mise en relief de propriétés particulières du signal, comme la contamination du signal par des bruits de différentes origines.

Le but est donc la séparation des deux composantes du signal, en supprimant les composantes inutiles (parasites), et extraire l'information utile. Notre choix s'est porté sur la famille d'ondelettes de Daubechies, car elles offrent le meilleur compromis entre l'admission d'un maximum de moments évanescents pour un minimum de support.

- $\alpha=0^\circ$:

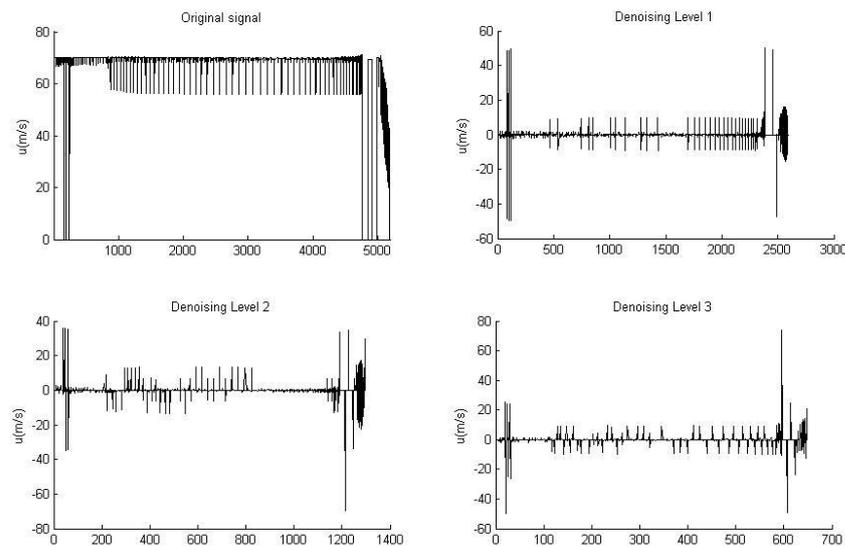


Figure (V.21) : Débruitage du champ de vitesse pour $\alpha=0^\circ$

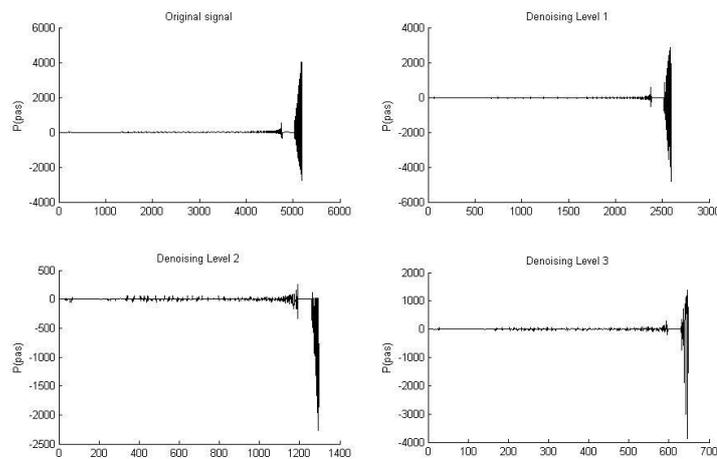


Figure (V.22) : Débruitage du champ pression pour $\alpha=0^\circ$

- $\alpha=10^\circ$:

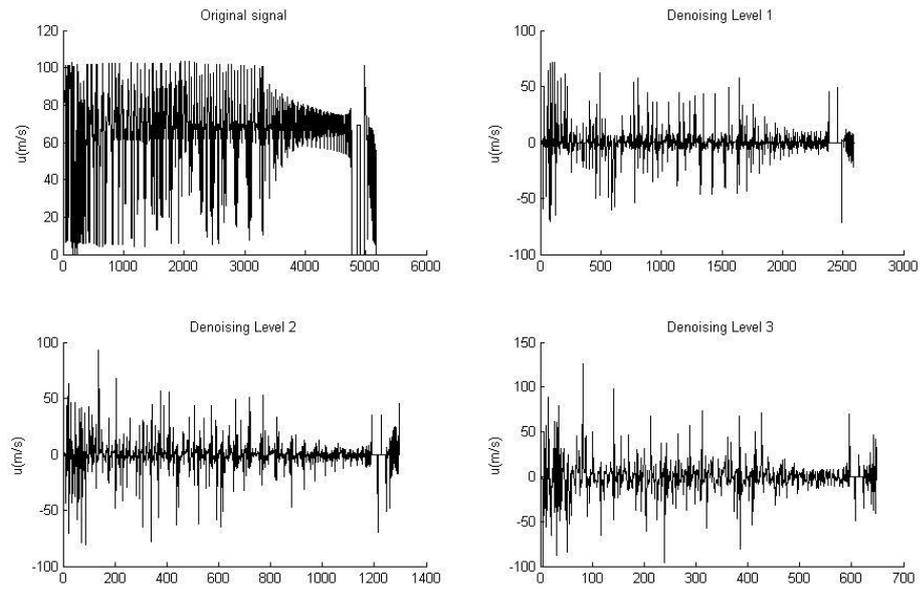


Figure (V.23) : Débruitage du champ de vitesse pour $\alpha=10^\circ$

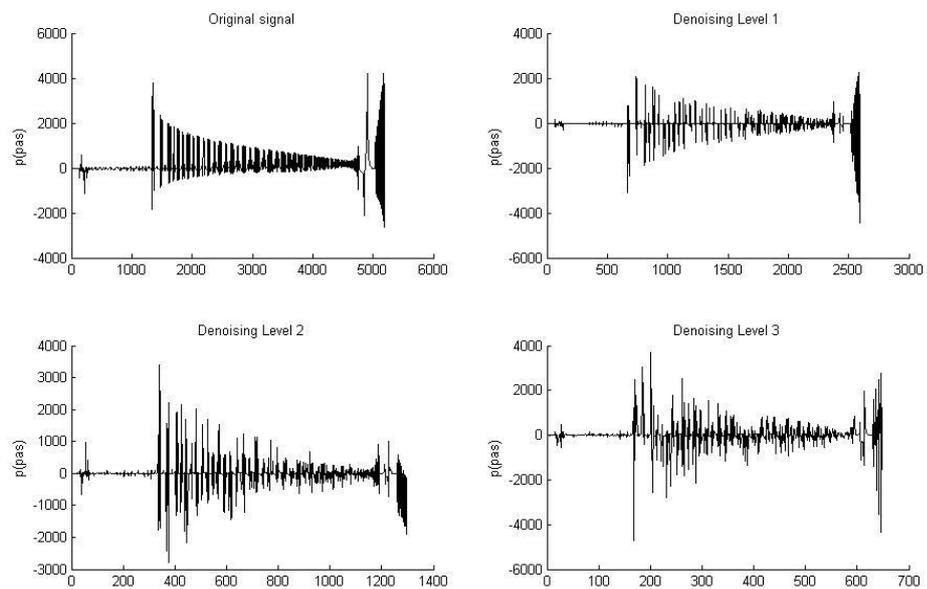


Figure (V.24) : Débruitage du champ pression pour $\alpha=10^\circ$

- $\alpha=18^\circ$:

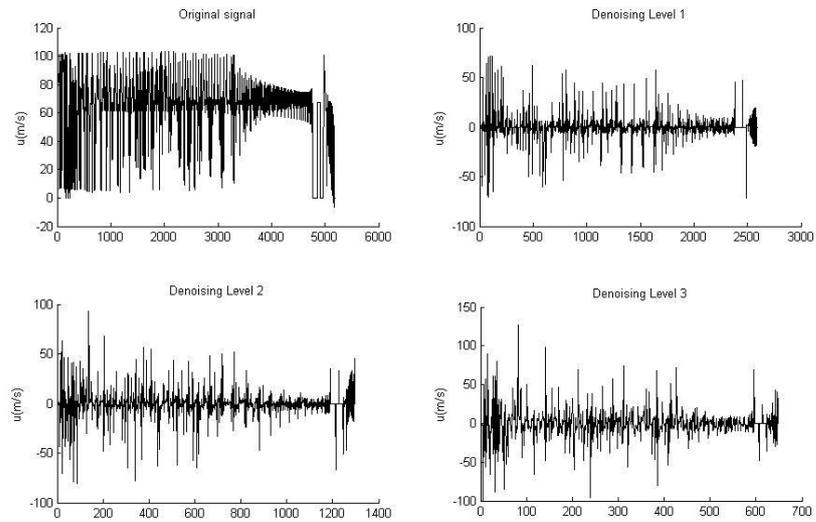


Figure (V.25) : Débruitage du champ de vitesse pour $\alpha=18^\circ$

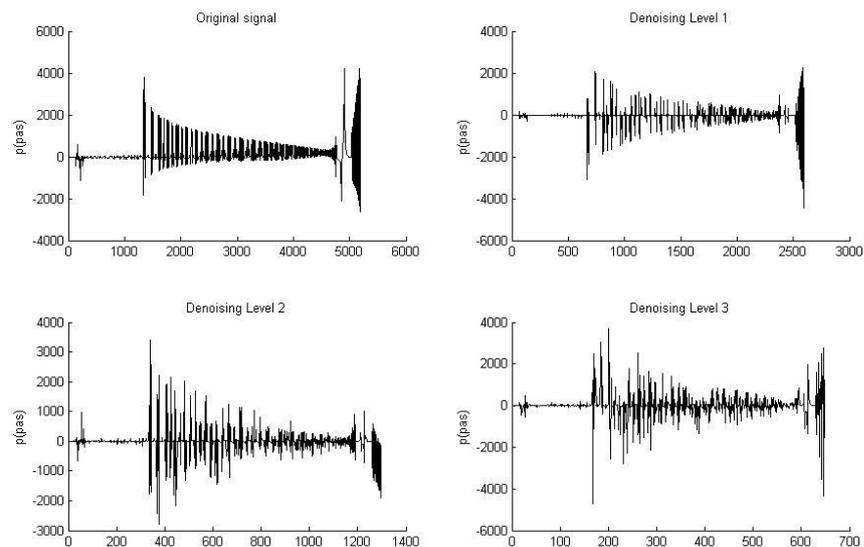


Figure (V.26) : Débruitage du champ pression pour $\alpha=18^\circ$

Le but de notre analyse du signal en utilisant la méthode des ondelettes, est l'élaboration d'outils de mesure adaptés aux caractéristiques des écoulements fluides. Le développement des méthodes du traitement de signal, associé à l'utilisation de techniques de visualisation d'écoulements en mécanique des fluides, permet d'envisager l'extraction, à l'aide de méthodes de débruitage, du mouvement d'écoulements perçu dans des séquences de signaux.

L'objectif consiste ici à proposer une méthode de débruitage de type « DAUBECHIES » pour l'estimation multiéchelle de mouvements de fluides, en s'appuyant sur une représentation en ondelettes du mouvement recherché. Cette formulation en ondelettes introduit un formalisme multiéchelle, intéressant tant du point de vue de l'estimation du signal que de la représentation de champs de vitesse turbulents. Elle permet en outre la construction de bases à divergence nulle, respectant ainsi une contrainte issue de la physique des fluides. La méthode procède par troncature de la base aux petites échelles, en utilisant des coefficients de connexion de la base d'ondelette.

La méthode des ondelettes type Daubechies niveaux 3, est appliquée afin d'élaborer le débruitage du signal d'origine (champs de vitesse), l'algorithme de la méthode élaborée est présenté en Annexe B. D'après les figures du champ de vitesse et celui de la pression qu'on a obtenu pour la plaque mince, à $Re = 4.75.10^6$, on remarque que pour le cas $\alpha=0^\circ$, le champ de vitesse et de pression présentent des petites fluctuations comparés aux cas $\alpha=10^\circ$ et 18° . L'intensité des fluctuations augmente au fur et à mesure que l'angle d'incidence augmente. La méthode des ondelettes type DEBAUCHIES permet d'enlever les parasites présents dans le champ de vitesse et de pression, ainsi que de localiser grâce à la réduction de l'intervalle de calcul. Vue les résultats obtenus précédemment, on peut associer à chaque configuration de la couche limite une forme de signal associée. Le signal original présente un aspect condensé, vue la présence des structure cohérente et incohérente à la fois. Après débruitage on remarque l'élimination d'une partie du volume à cause de l'extraction de la partie cohérente et élimination de la partie incohérente.

V.3. Profil mince

En seconde partie on s'intéressera à l'étude des mêmes phénomènes observés précédemment (plaque mince) mais pour un profil symétrique mince, exposé à un écoulement incompressible, subsonique, on maintiendra l'hypothèse de fluide visqueux. Notre étude se fera en utilisant ANSYS 18.2-Fluent, La création de la géométrie, le maillage, la définition physique, la solution et le poste traitement pour le CFD sont disponibles dans un environnement simple de simulation.

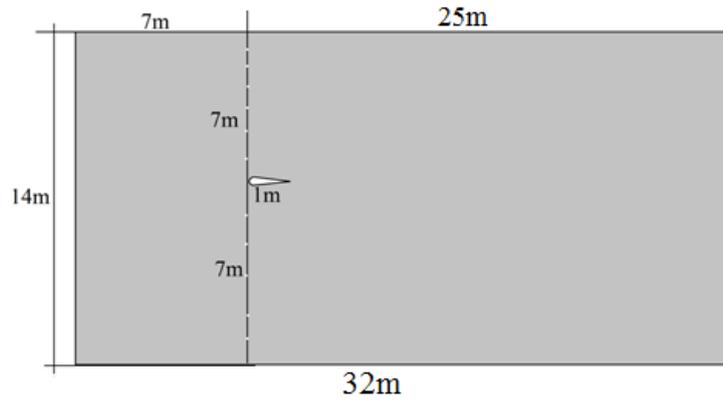


Figure (V.27) : Dimensions (profil mince + domaine de calcul)

V.3.1. Construction de la géométrie

2D, profil mince NACA 0006, domaine rectangulaire.

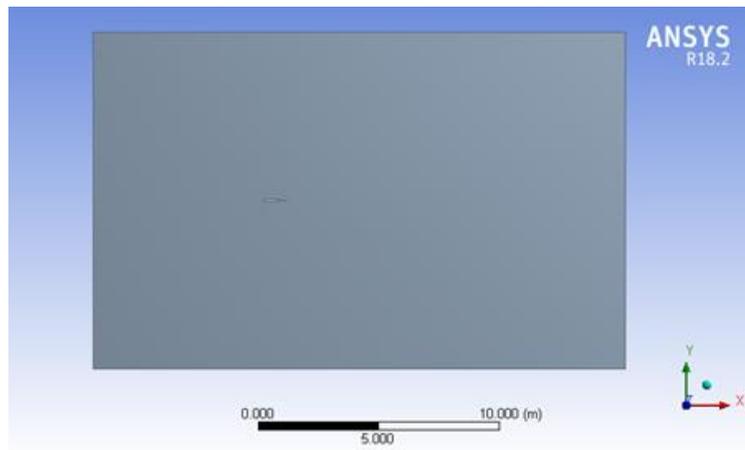


Figure (V.28) : Construction de la géométrie sous ANSYS

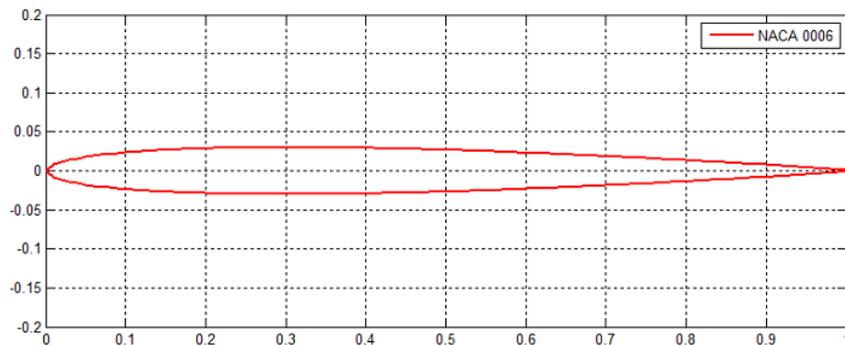


Figure (V.29) : profil mince NACA 0006

V.3.2. Maillage

Le profil mince utilisé, est un profil de base NACA 0006, le point d'épaisseur maximal se trouve à 6% de la corde à partir du bord d'attaque. Le maillage généré par le mailleur d'ANSYS est un maillage non structuré adapté au type d'écoulement étudié. La figure (V.30) représente un maillage global du profil mince + le domaine de calcul.

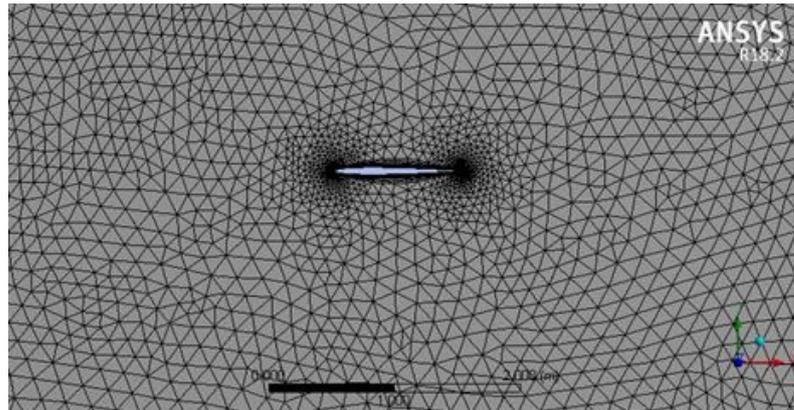


Figure (V.30) : Génération du maillage

On génère un maillage surfacique pour voir la distribution des mailles, en prenant soin d'assurer le raffinement du maillage au niveau de l'obstacle et de la paroi. On définit la valeur minimale dey^+ afin de pouvoir raffiner convenablement le maillage au niveau de la couche limite de sorte à s'adapter au comportement du fluide dans la couche limite. Nombre total d'éléments : 58152 éléments.

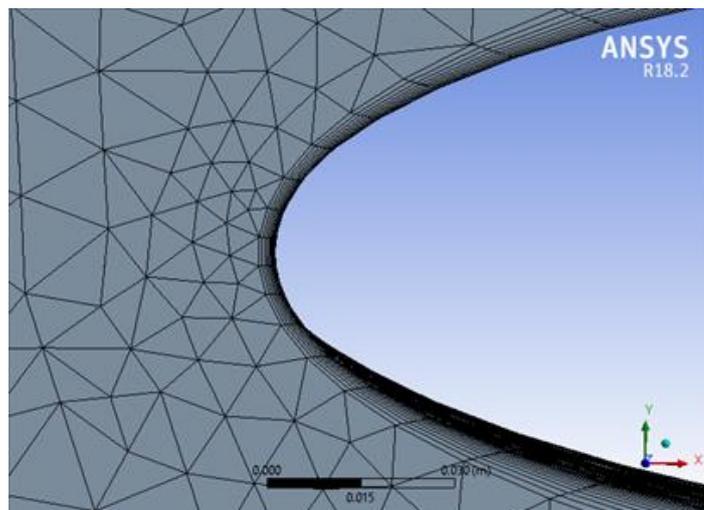


Figure (V.31) : Adaptation du maillage proche paroi

Afin de vérifier la qualité du maillage, on doit minimiser au maximum le facteur de distorsion (skewness), qui induit des erreurs de calcul et ralentissent considérablement le processus de convergence.

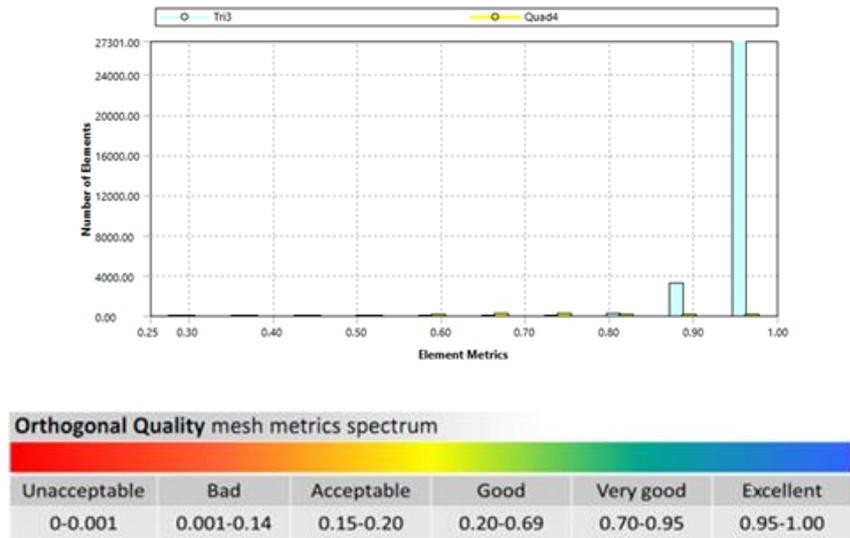


Figure (V.32) : Evaluation de la qualité du maillage [Annexe A]

D’après la figure (V.32) on remarque que la quasi-totalité des éléments sont situés dans un intervalle entre [0.90-1], de plus l’adaptation de notre maillage proche paroi nous permet de conclure que notre maillage est adapté pour capter les variations physiques du phénomène recherché.

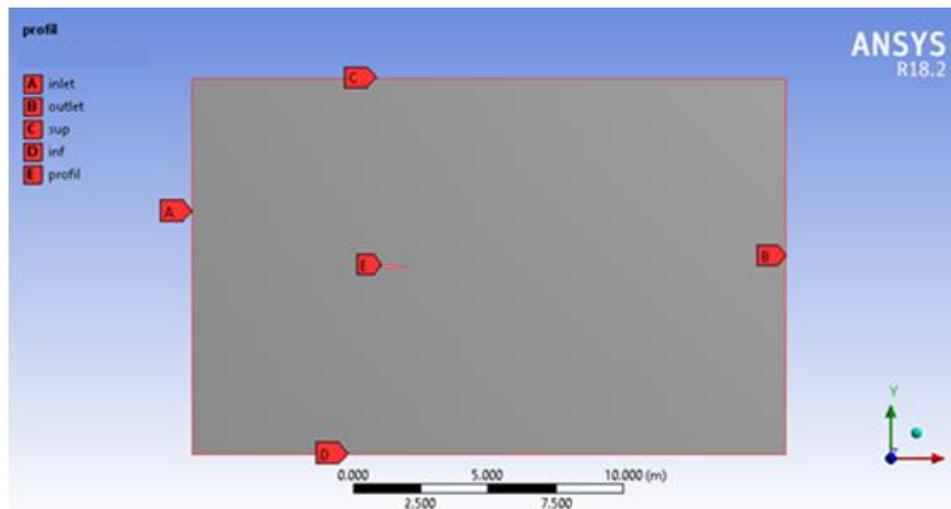


Figure (V.33) : Décomposition de la géométrie

V.3.3. Définition du problème

Hypothèses :

- ✓ Ecoulement Incompressible.
- ✓ Fluide visqueux.
- ✓ Ecoulement stationnaire.

Conditions initiales :

- Nombre de Mach : $M = 0.2$
- Nombre de Reynolds : $Re = 4.75 \cdot 10^6$
- Température : $T = 300^\circ K$
- Vitesse initiale : $V = M \cdot \sqrt{\gamma \cdot R \cdot T} = 69.43 \text{ m/s}$

Conditions aux limites :

Tableau (V.3) : Conditions aux limites

zones	Conditions aux limites
inlet	Velocity inlet $v = 69.43 \text{ m/s}$
outlet	Pressure outlet
profil	Wall

Modèle de turbulence

Le modèle de turbulence choisie pour notre simulation est le modèle $k-\omega$ –SST, le modèle $k-\omega$ est un modèle à deux équations. Un de ces avantages est l'analyse de l'écoulement près de la paroi. Ce modèle combine la robustesse et la précision de la formulation du modèle $k-\omega$ dans la région proche de la paroi avec le modèle $k-\epsilon$ et tous ses types pour les écoulements libres loin de la paroi.

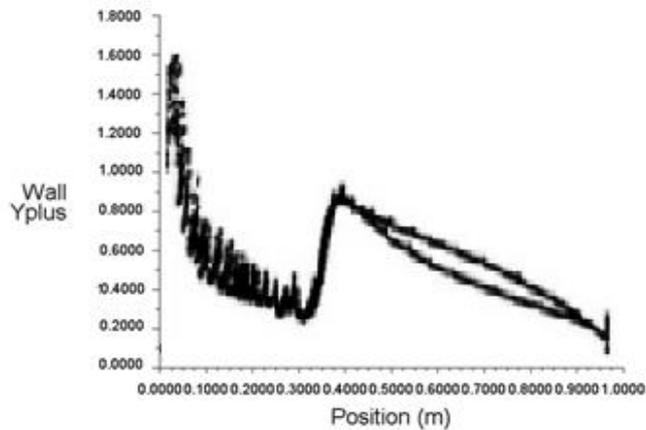


Figure (V.34) : Variation du paramètre y^+ le long du profil mince pour le modèle de turbulence SST.

Notre choix s'est porté donc sur ce modèle pour la résolution du système d'équations. La zone de validation du paramètre y^+ devrait se situer entre $0 < y^+ < 5$. Pour le modèle SST, figure (V-34), la plage de variation se trouve entre $0.1 < y^+ < 1.6$, qui est une zone de sous couche visqueuse laminaire tout à fait acceptable pour ce paramètre.

V.3.4. Résultats et Discussions

- . Nombre d'itération max : 1000
- . Erreur de convergence : 10^{-4}
- . Méthode numérique : Volumes finis
- . Schéma de méthode numérique : Schéma de grande puissance

Afin de mettre en évidence le caractère de la couche limite, et son évolution proche de la paroi, on va créer 5 stations sur le profil mince, qui vont nous permettre de localiser le point de décollement de la couche limite s'il existe. Pour ce faire on va jouer sur la variation de l'angle d'incidence de l'écoulement amont et essayer d'extraire des conclusions sur le comportement de la couche limite proche de la paroi.

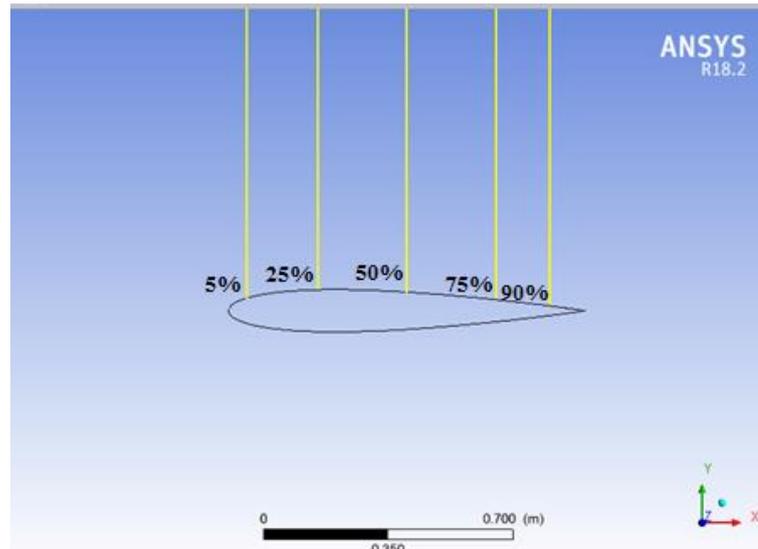


Figure (V.35) : Positions des stations.

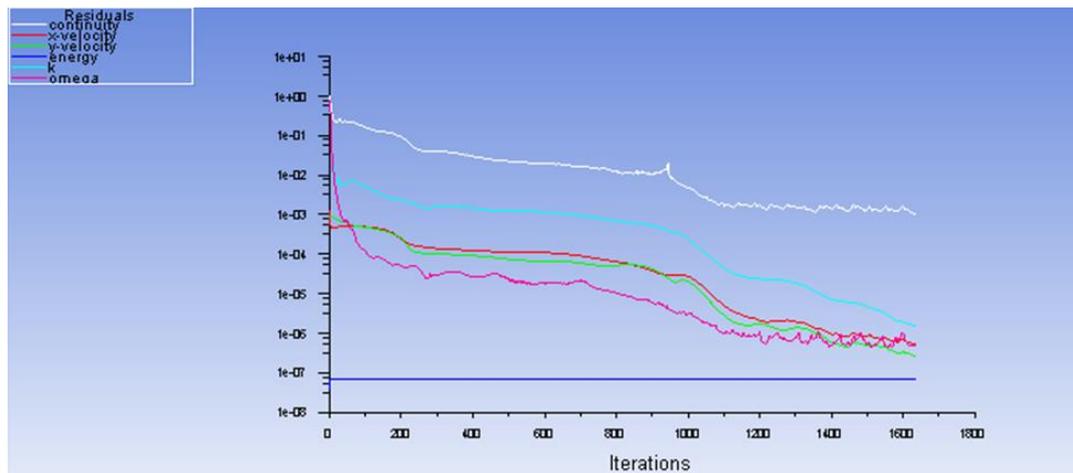


Figure (V.36) : l'histoire de convergence des résiduels

Après avoir définis les conditions physiques de notre problématique, et après avoir obtenus la convergence de notre modèle après 1700 itérations, viens alors l'étape d'analyse des résultats obtenus. Pour ce faire, on se propose de faire varier l'angle d'incidence α de la valeur 0° à la valeur 24° , afin de mettre en évidence l'influence de l'angle d'incidence sur la formation de la couche limite.

- $\alpha=0^\circ$:

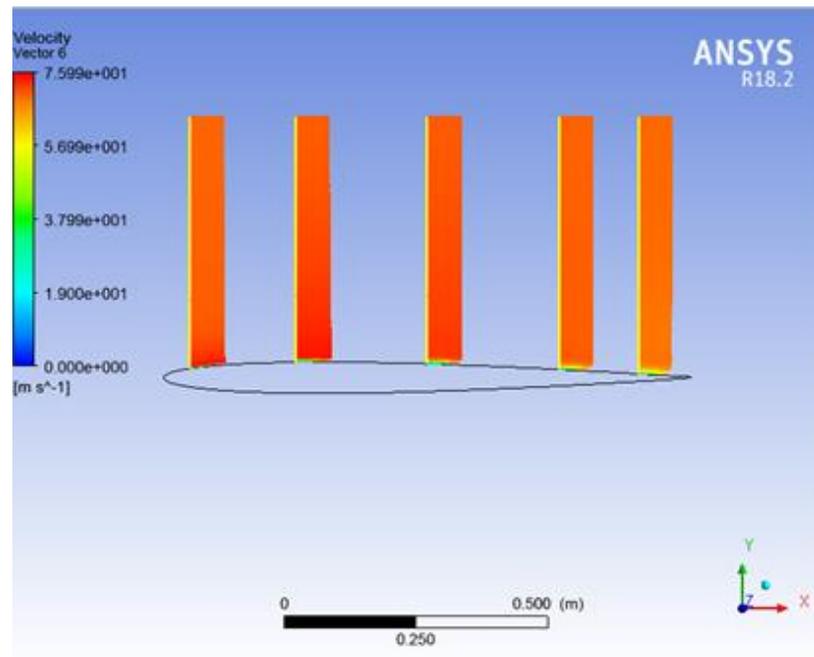


Figure (V.37) : vecteurs vitesse proche de paroi $\alpha=0^\circ$

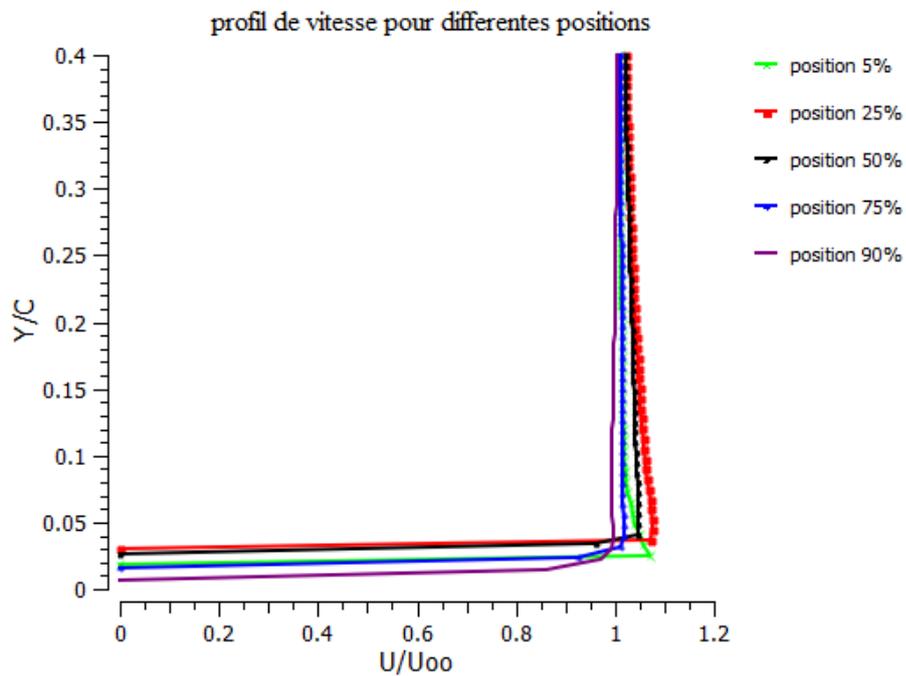


Figure (V.38) : Profil de vitesse pour différentes positions

- $\alpha=5^\circ$:

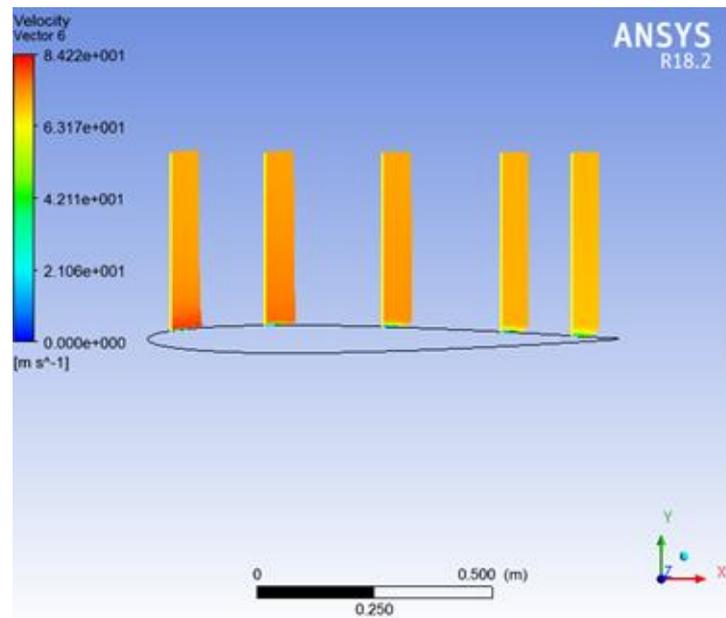


Figure (V.39) : vecteurs vitesse proche de paroi $\alpha=5^\circ$

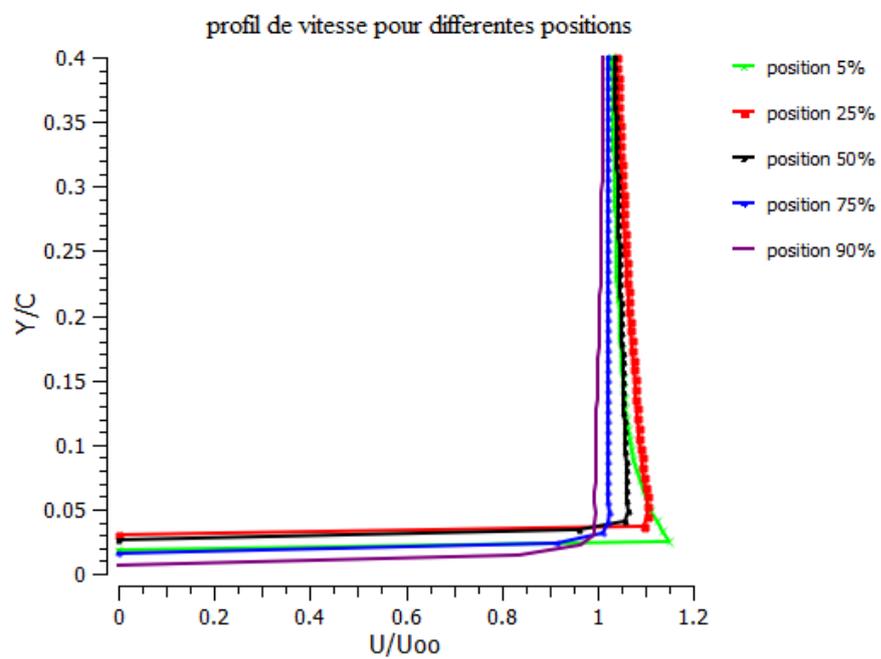


Figure (V.40) : Profil de vitesse pour différentes positions

- $\alpha=10^\circ$:

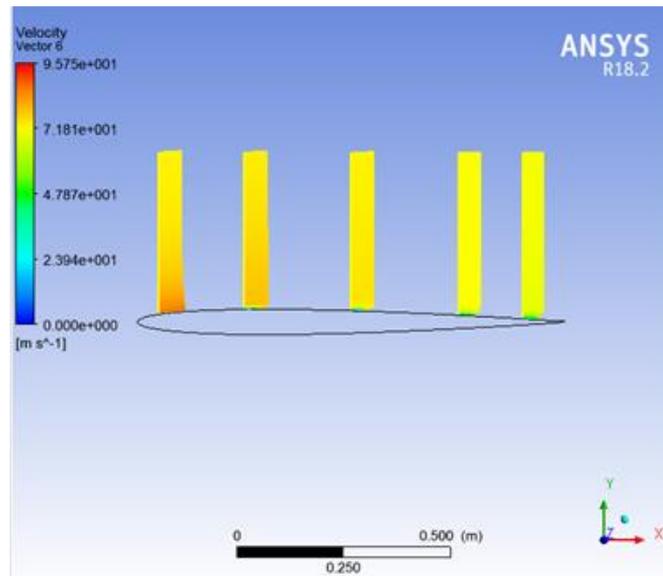


Figure (V.41) : vecteurs vitesse proche de paroi $\alpha=10^\circ$

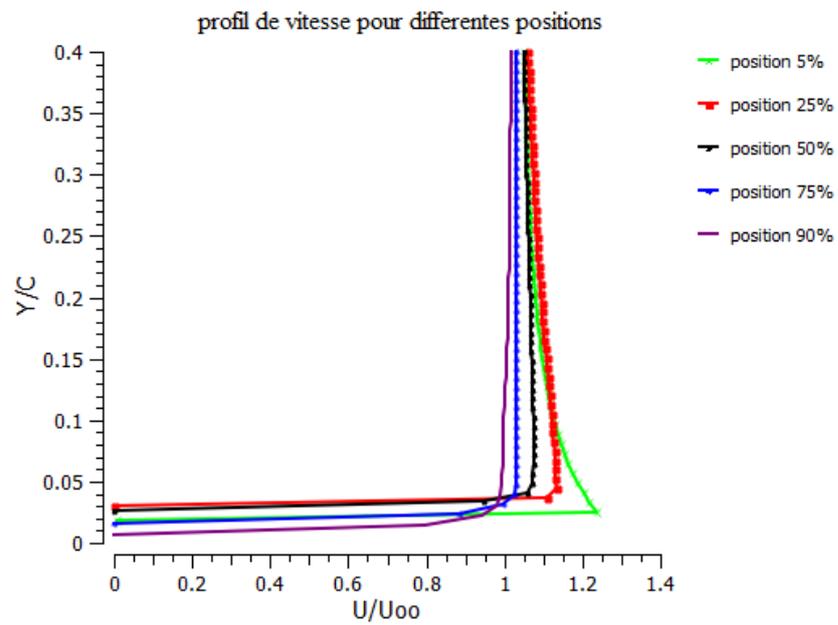


Figure (V.42) : Profil de vitesse pour différentes positions

- $\alpha=15^\circ$:

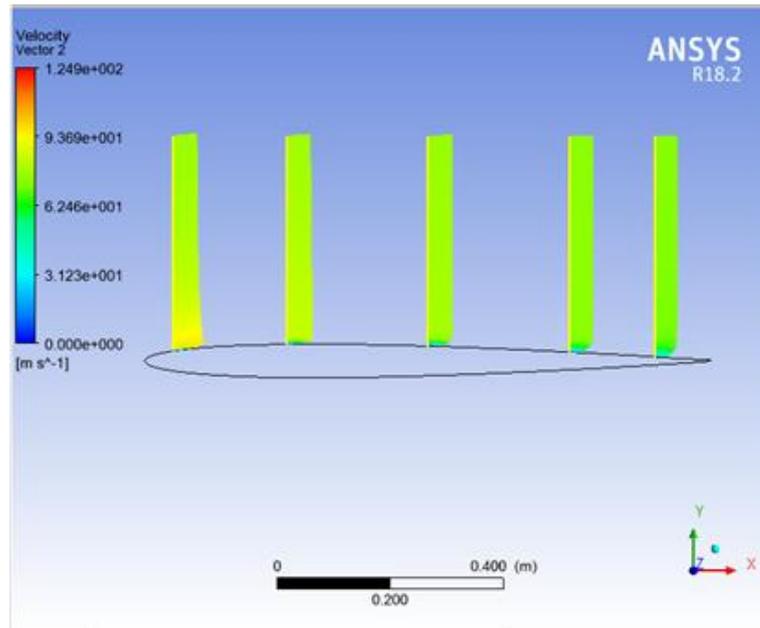


Figure (V.43) : vecteurs vitesse proche de paroi $\alpha=15^\circ$

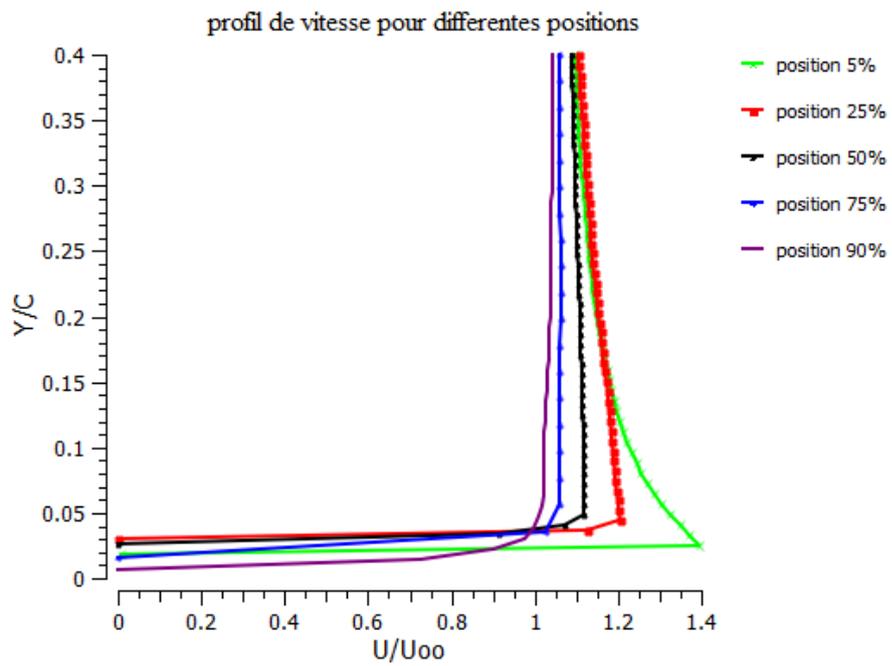


Figure (V.44) : Profil de vitesse pour différentes positions

- $\alpha=18^\circ$:

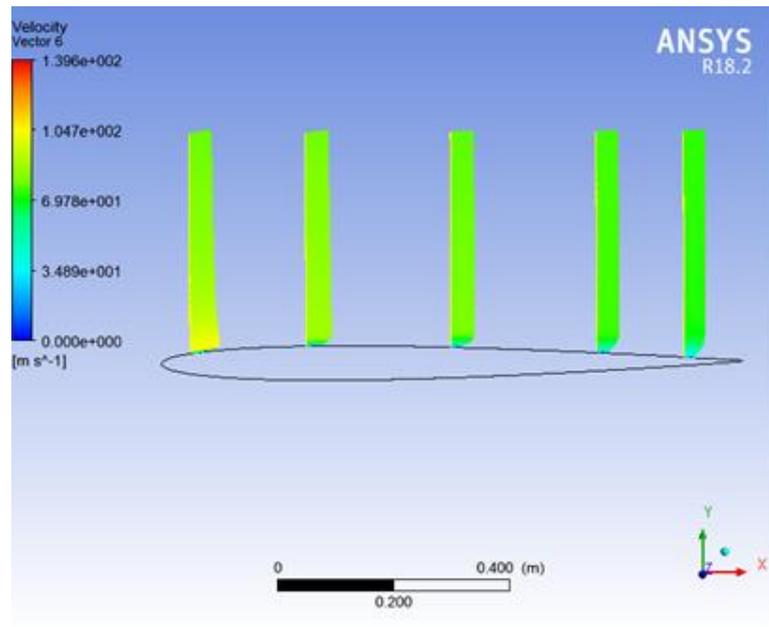


Figure (V.45) : vecteurs vitesse proche de paroi $\alpha=18^\circ$

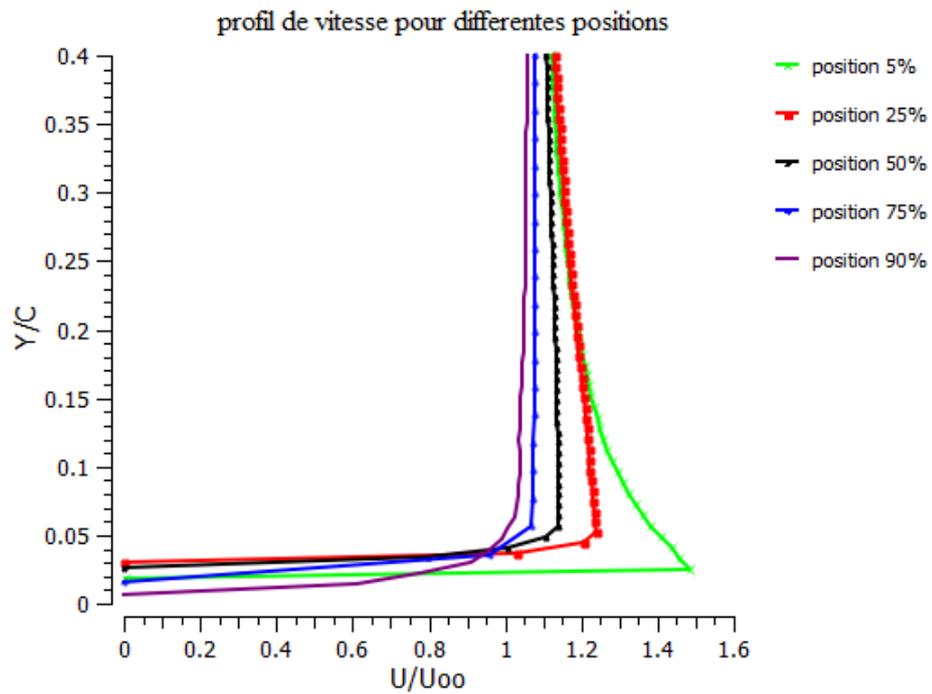


Figure (V.46) : Profil de vitesse pour différentes positions

- $\alpha=20^\circ$:

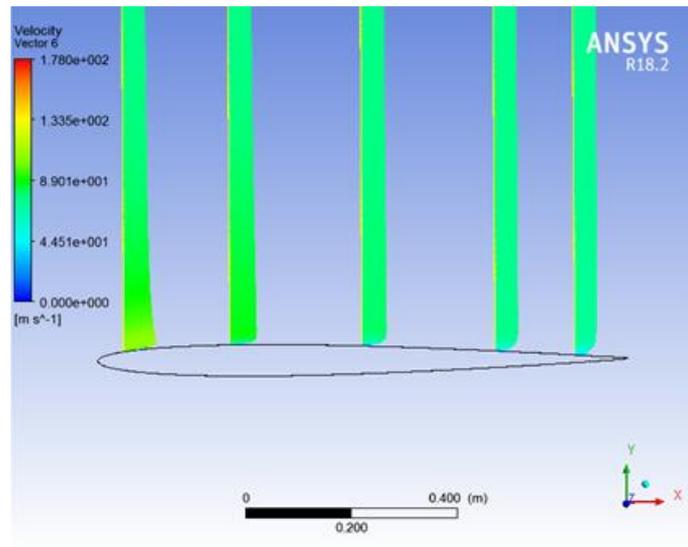


Figure (V.47) : vecteurs vitesse proche de paroi $\alpha=20^\circ$

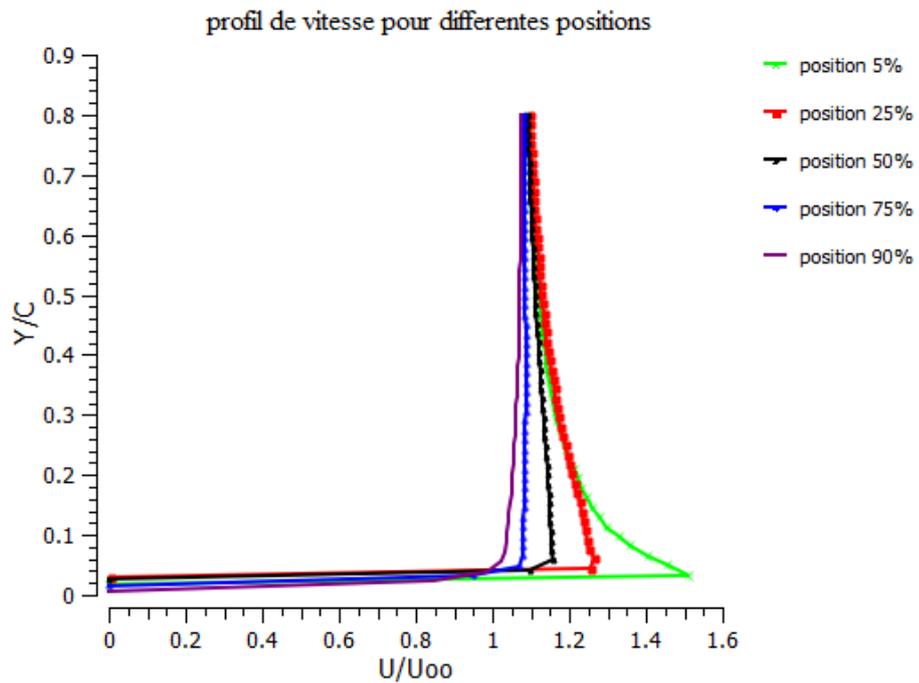


Figure (V.48) : Profil de vitesse pour différentes positions

- $\alpha=24^\circ$:

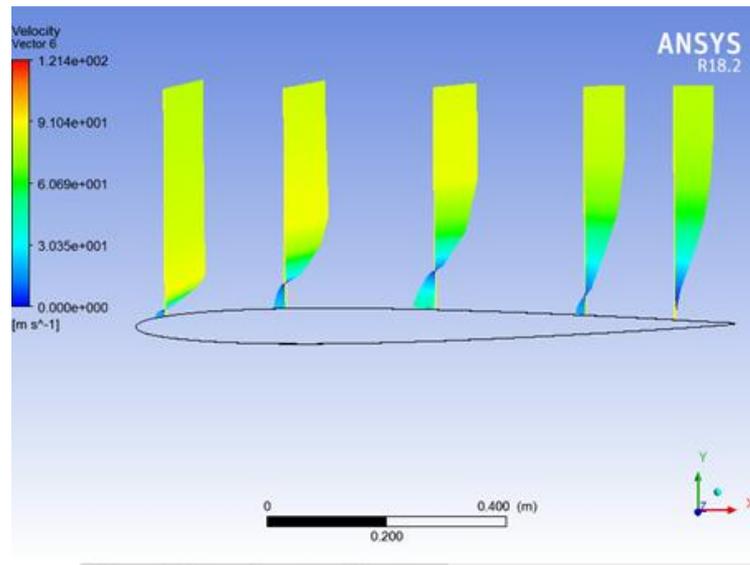


Figure (V.49) : vecteurs vitesse proche de paroi $\alpha=24^\circ$

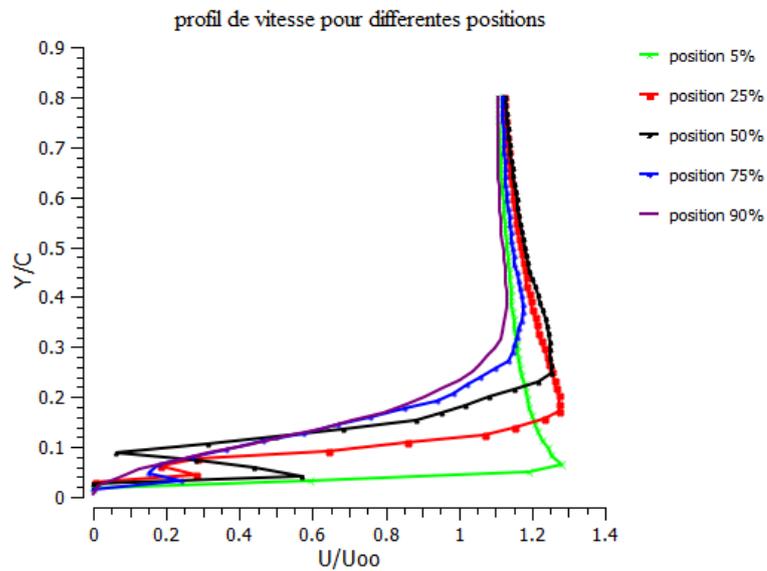


Figure (V.50) : Profil de vitesse pour différentes positions

On présente sur les figures (V.37), (V.39), (V.41), (V.43), (V.45), (V.47), (V.49), les vecteurs vitesse proche parois pour le profil mince aux 5 stations (5%, 25%, 50%, 75%, 90% de la corde), et à $Re = 4.75 \cdot 10^6$.

Pour les valeurs d'angle d'incidence α comprises entre $[0^\circ, 24^\circ]$ le profil de vitesse prend la forme classique de la couche limite, une vitesse nulle à la paroi ensuite celle-ci augmente progressivement jusqu'à atteindre la valeur maximale de la vitesse externe, indiquant que la couche limite reste attachée à la paroi en ces différentes stations. Par contre pour $\alpha=20^\circ$ on est en présence d'un point d'inflexion ($x/c=0.25$ de la corde) au-delà duquel la couche limite commence à se décoller. Pour $\alpha=24^\circ$ et à la station ($x/c=0.05$ de la corde) la couche limite est déjà décollée, ou on a un retour d'écoulement traduit par les valeurs négatives de vitesse.

On présente sur les figures (V.38), (V.40), (V.42), (V.44), (V.46), (V.48), (V.50), l'évolution du profil de vitesse sur la plaque mince aux 5 stations (5%, 25%, 50%, 75%, 90% de la corde), et à $Re = 4.75 \cdot 10^6$. En premier lieu, la vitesse moyenne est nulle à la paroi à cause de la condition de non glissement. Ensuite la vitesse augmente au fur et à mesure qu'on s'éloigne de la paroi jusqu'à atteindre la couche externe. Ce gradient de vitesse détermine l'épaisseur de la couche limite.

Pour chaque valeur de l'angle d'incidence α , on remarque une concordance entre les résultats obtenus précédemment, en effet le point d'inflexion ($x/c=0.25$ de la corde) au-delà duquel la couche limite commence à se décoller pour $\alpha=20^\circ$, également pour $\alpha=24^\circ$ et à la station ($x/c=0.05$ de la corde) la couche limite est déjà décollée, ou on a un retour d'écoulement traduit par les valeurs négatives de vitesse. En superposant les résultats obtenus aux 5 stations pour les différentes valeurs d'angles d'incidence, on remarque bien sur les figures représentant l'évolution du profil de vitesse, que l'épaisseur de la couche limite augmente le long de la plaque plane mince, c'est-à-dire que l'épaisseur augmente en allant vers le bord de fuite de la plaque.

- **Coefficients aérodynamiques du profil :**

- . **Coefficient de pression :**

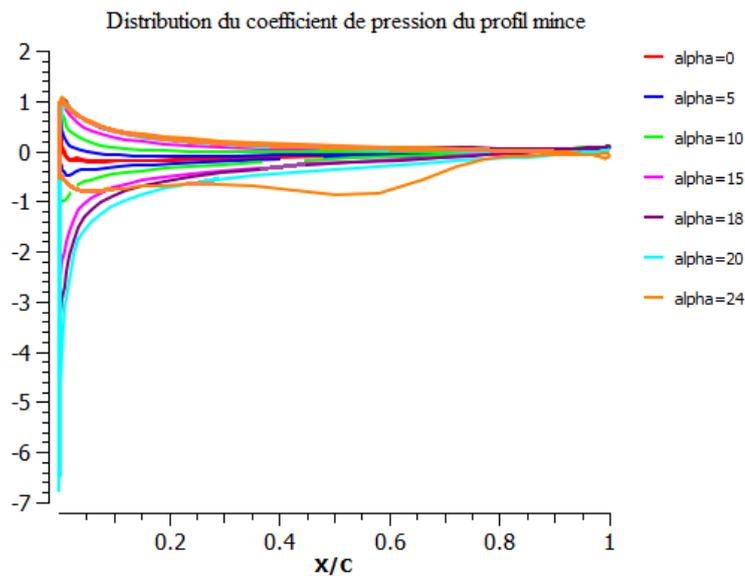


Figure (V.51) : Distribution du coefficient de pression pour différents valeur d'angles d'incidence

La figure (V.51) représente l'évolution du coefficient de pression à travers la corde du profil mince, à angle d'incidences $[0^\circ \dots 24^\circ]$, l'intérêt de suivre l'évolution du coefficient de pression est la caractérisation des coefficients de portance et de trainée, ainsi que pour déterminer la zone où le gradient de pression sera soit favorable ou défavorable pour l'écoulement.

On remarque que le coefficient de pression ne change pas d'allure, mais change de valeurs suite au changement de l'angle d'incidence. Au fur et à mesure que l'angle d'incidence augmente, de la valeur 0° à la valeur 24° , l'écart entre les valeurs du coefficient de pression intrados/extrados augmente. Sur le graphe obtenu et plus précisément à la valeur de l'angle d'incidence $\alpha=24^\circ$, on remarque que le coefficient de pression atteint des valeurs minimales en commençant par $x/c = 0.05$, puis croit plus fortement que dans le cas à incidence nulle, ce gradient de pression défavorable conduit au décollement de la couche limite. En effet le

phénomène de décollement se produit lorsqu'une couche limite se développe en présence d'un gradient de pression dit adverse ($\frac{dp}{dx} > 0$). C'est-à-dire un gradient de pression tel que la pression croît dans le sens de l'écoulement.

On sait que l'effet de la viscosité est de ralentir l'écoulement (en transportant par diffusion de la quantité de mouvement des régions de vitesses élevées vers les régions de vitesses faibles) et que cet effet est d'autant plus important qu'on soit près de la paroi. D'après les résultats obtenus on remarque qu'en augmentant la valeur de l'angle d'incidence de l'écoulement amont, le gradient de pression positif à l'extrados du profil tend à augmenter, jusqu'à atteindre le décollement.

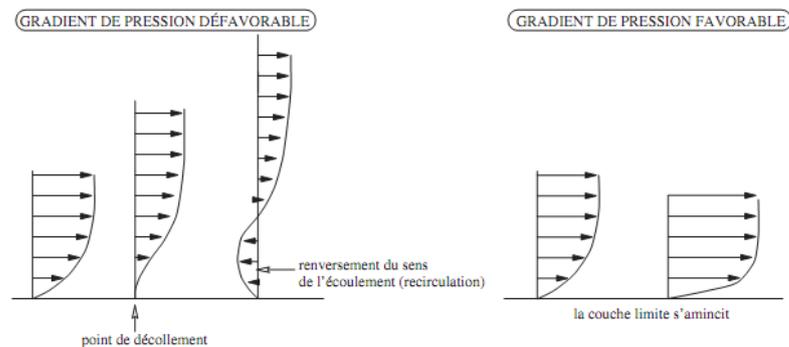


Figure (V.52) : Influence du gradient de pression sur la couche limite [26]

. Coefficient de frottement :

En se basant sur les résultats obtenus précédemment, on se propose de tracer le coefficient de frottement dans le cas $\alpha=24^\circ$, afin de mettre en évidence l'évolution du coefficient de frottement dans le cas de décollement de la couche limite.

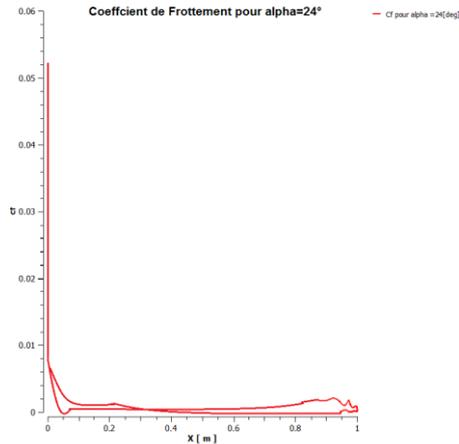


Figure (V.53) : Evolution du coefficient de frottement pour $\alpha=24^\circ$

La figure (V.53), on remarque que la position où le coefficient de frottement s'annule, est $x/c = 0.05m$. Autrement dit à cette même position on a $\tau_w = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} = 0$. Ce qui confirme les résultats déjà obtenus par notre simulation, d'où on conclut que la position de décollement de la couche limite du profil mince pour $\alpha = 24^\circ$ et à $x/c = 0.05m$.

. Coefficient de trainée :

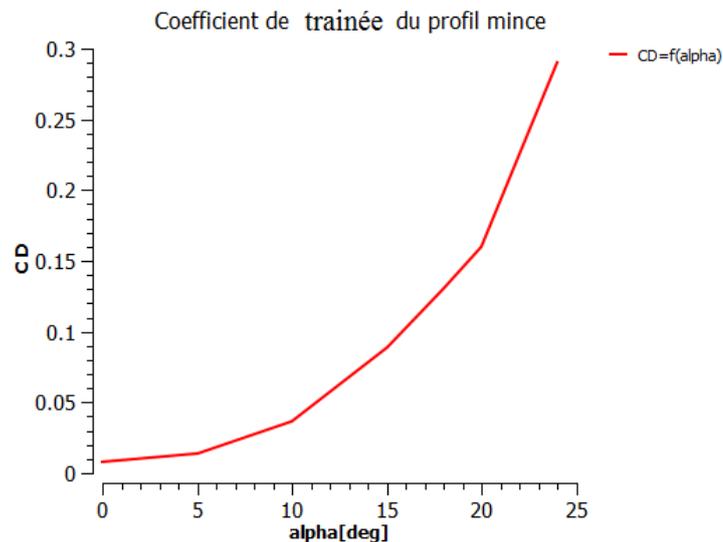


Figure (V.54) : Distribution du coefficient de trainée du profil NACA006

. Coefficient de portance :

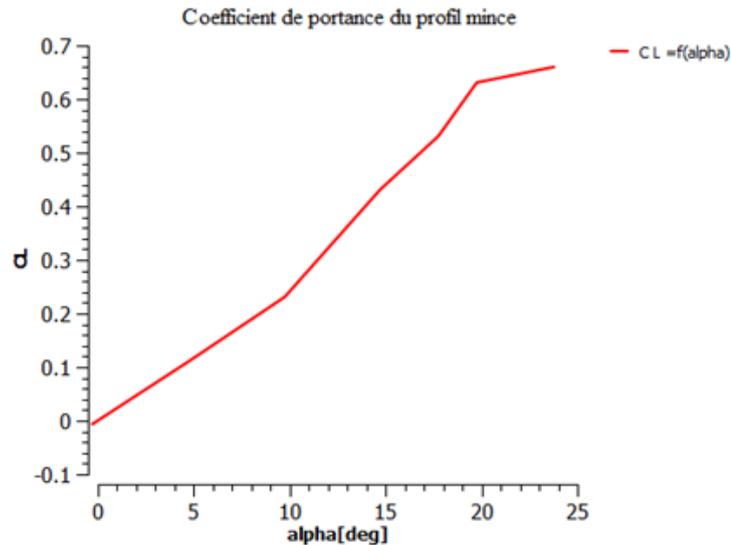


Figure (V.55) : Distribution du coefficient de portance du profil NACA0006

Les figures (V.54) et (V.55) expliquent la variation de ces coefficients selon les divers angles d'attaque. A un angle d'attaque nul, la portance est nulle, c'est la caractéristique des profils symétriques (profil NACA 0006 dans ce cas). Par la suite, le coefficient de portance augmente d'une manière brusque linéaire avec l'angle d'attaque, à un angle d'attaque $\alpha = 20^\circ$, commence à augmenter très lentement, à cause de l'approche de phénomène de décrochage. Dans le cas du coefficient de traînée, la variation avec l'angle d'attaque est d'abord lente, puis devient de plus en plus forte, particulièrement lorsqu'approche le phénomène de décrochage. Toutefois, contrairement à la portance, la traînée n'est jamais nulle, mais elle passe par un minimum.

V.3.5. Analyse des résultats par la méthode des Ondelettes :

Après avoir fait l'étude physique de notre profil mince, viens alors l'étape d'analyse des résultats en utilisant la méthode des ondelettes. La famille d'ondelettes qu'on va utiliser pour notre étude est celles de Daubechies à 3 niveaux.

L'objectif de la décomposition d'un signal en séries d'ondelettes est la mise en relief de propriétés particulières du signal, comme la contamination du signal par des bruits de différentes origines. Le but est donc la séparation des deux composantes du signal, en supprimant les composantes inutiles (parasites), et extraire l'information utile. Notre choix s'est porté sur la famille d'ondelettes de

Daubechies, car elles offrent le meilleur compromis entre l'admission d'un maximum de moments évanescents pour un minimum de support.

Le signal lu en entrée est celui de la vitesse, et de la pression en fonction du temps, pour le cas du profil mince.

- $\alpha=0^\circ$:

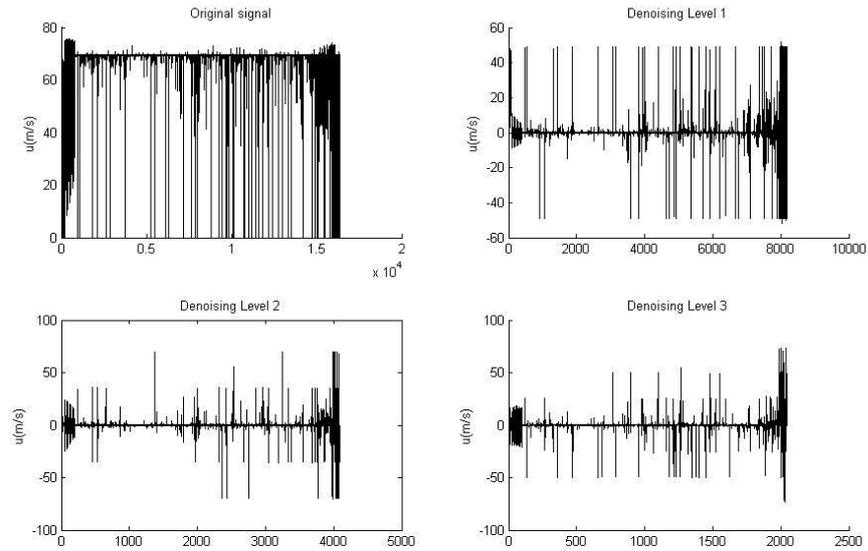


Figure (V.56) : Débruitage du champ de vitesse pour $\alpha=0^\circ$

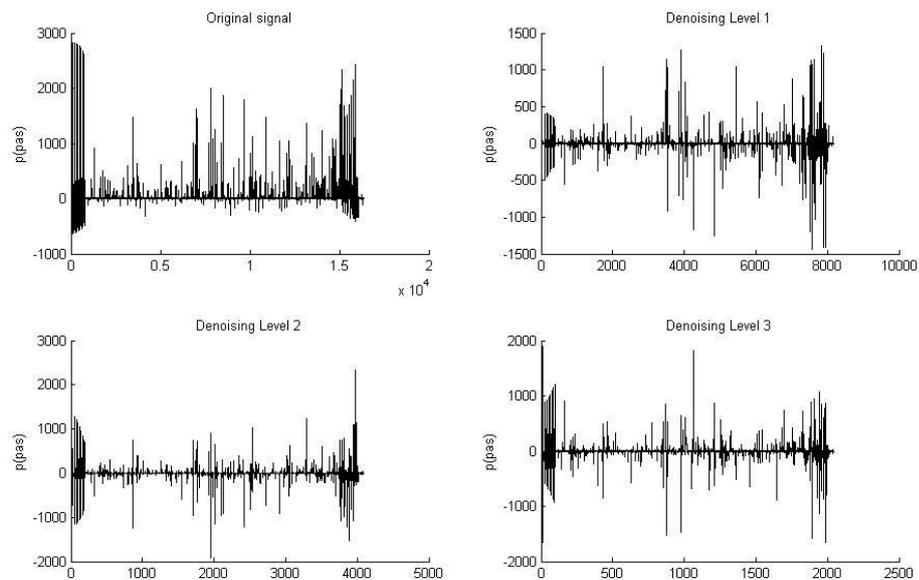


Figure (V.57) : Débruitage du champ pression pour $\alpha=0^\circ$

- $\alpha=15^\circ$:

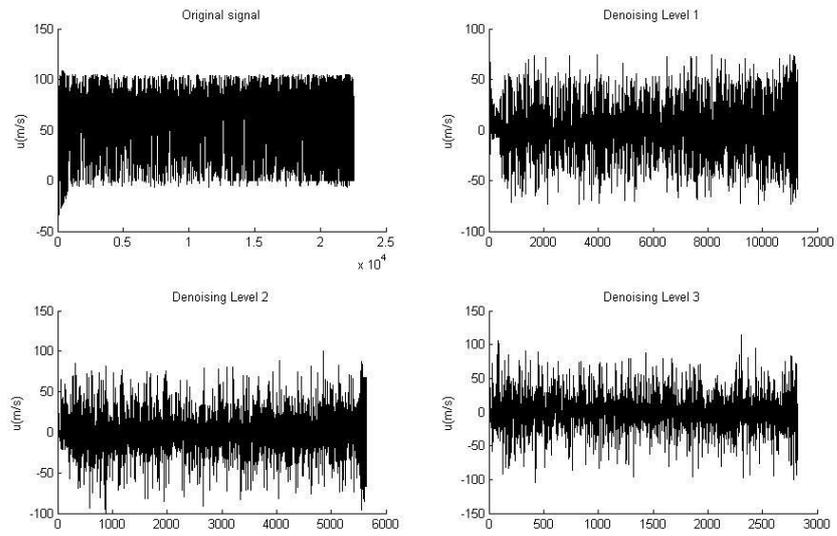


Figure (V.58) : Débruitage du champ de vitesse pour $\alpha=15^\circ$

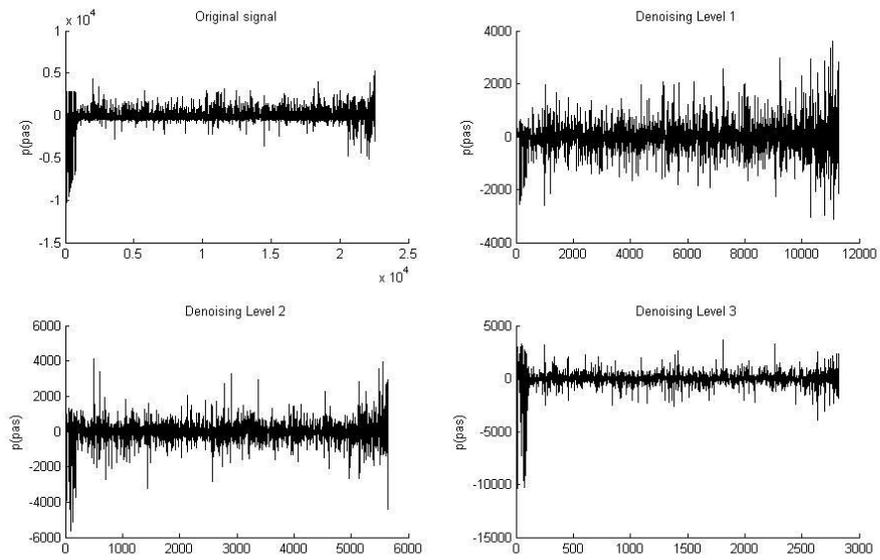


Figure (V.59) : Débruitage du champ pression pour $\alpha=15^\circ$

- $\alpha=24^\circ$:

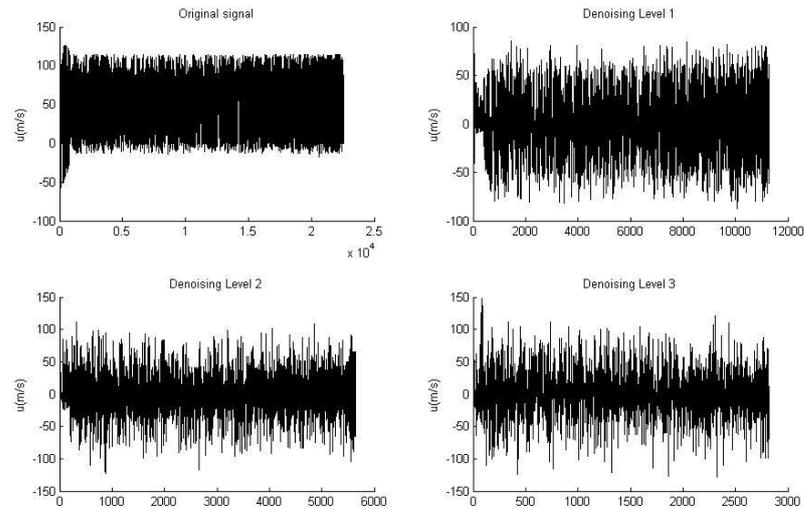


Figure (V.60) : Débruitage du champ de vitesse pour $\alpha=24^\circ$

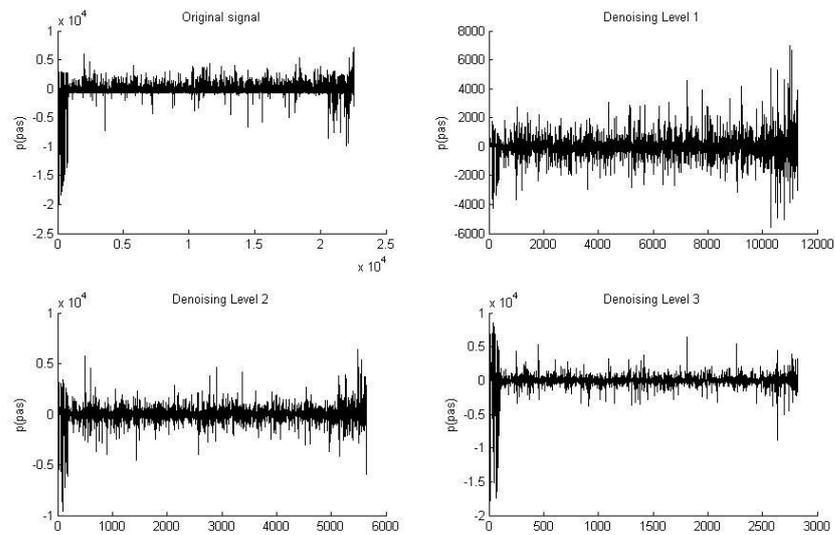


Figure (V.61) : Débruitage du champ pression pour $\alpha=24^\circ$

La méthode des ondelettes type Daubechies niveaux 3, est appliquée afin d'élaborer le débruitage du signal d'origine (champs de vitesse), l'algorithme de la méthode élaborée est présenté en Annexe B. D'après les figures du champ de vitesse et celui de la pression qu'on a obtenu pour le profil mince, à $Re = 4.75 \cdot 10^6$, on remarque que pour le cas $\alpha=0^\circ$, le champ de vitesse et de pression présentent des petites fluctuations comparés aux cas $\alpha=15^\circ$ et 24° .

L'intensité des fluctuations augmente au fur et à mesure que l'angle d'incidence augmente. La méthode des ondelettes type DEBAUCHIES permet d'enlever les parasites présents dans le champ de vitesse et de pression, ainsi que de localiser grâce à la réduction de l'intervalle de calcul.

Vue les résultats obtenus précédemment, on peut associer à chaque configuration de la couche limite une forme de signal associée. Le signal original présente un aspect condensé, vue la présence des structure cohérente et incohérente à la fois. Après débruitage on remarque l'élimination d'une partie du volume à cause de l'extraction de la partie cohérente et élimination de la partie incohérente.

V.4. Conclusion :

D'après les différentes étapes de notre simulation, on a pu faire l'étude du comportement de la couche limite pour deux configurations différentes qui sont la plaque mince et le profil mince pour plusieurs valeurs de l'angle d'incidence. Afin d'avoir des résultats valides, on peut se référer à la qualité du maillage, le modèle de turbulence choisis, ainsi que le choix des conditions initiales/limites.

La caractérisation du point de décollement nécessite l'étude du profil de vitesse au voisinage de la paroi, ainsi que les coefficients aérodynamiques. En effet d'après notre étude on peut caractériser le point de décollement par :

- Présence de point d'inflexion dans le profil de vitesse.
- Coefficient de pression présente un minimal, gradient de pression adverse.
- Point ou le coefficient de frottement s'annule.

La méthode des ondelettes permet d'effectuer une localisation à partir du signal d'entrée, la détermination des coefficients de DAUBECHIES permet de supprimé le bruit présent dans le signal d'origine. Chaque comportement de la couche limite peut être identifié par la forme du signal, en fin la méthode d'ondelettes permet l'extraction des structures cohérentes, et l'élimination des structures incohérentes.

CHAPITRE VI

RESULTATS ET INTERPRETATIONS POUR LE REGIME SUPERSONIQUE

VI.1. INTRODUCTION

Dans le chapitre précédent on a fait l'étude de la couche limite pour une plaque mince ainsi que pour un profil NACA006, pour un régime subsonique. Dans ce chapitre on se propose de traiter le cas supersonique, c'est-à-dire observer l'influence du régime supersonique sur la formation de la couche limite. Le profil choisit est un profil losangique mince, de corde $c = 0.1\text{m}$, et d'épaisseur $t = 3.5 \cdot 10^{-3}\text{m}$.

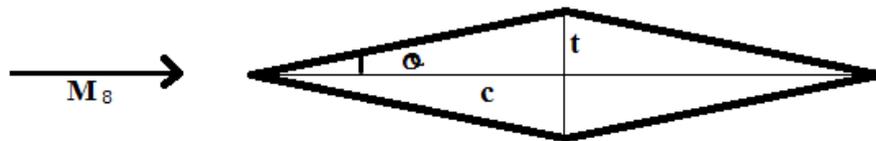


Figure (VI.1) : Profil losangique mince.

VI.2. Géométrie du profil

On se propose dans cette partie de faire notre étude en imposant l'hypothèse d'un fluide visqueux afin de mettre en évidence les différents phénomènes accompagnant la naissance de la couche limite turbulente.

Le profil choisit est un profil losangique symétrique mince, de corde $c = 0.1\text{ m}$, d'épaisseur maximale $t = 3.5 \cdot 10^{-3}\text{ m}$ et de côté $a = 5 \cdot 10^{-2}\text{ m}$. On maintiendra un nombre de Mach amont égal à 2. Sachant que notre écoulement est visqueux, compressible, 2D.

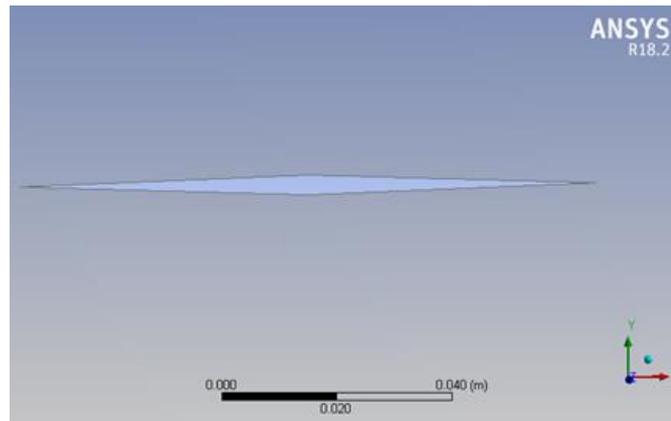


Figure (VI.2) : Profil losangique mince.

Le profil choisit pour la simulation numérique est un profil losangique mince, de cotés identiques, la construction de la géométrie est élaborée à l'aide du logiciel Solid Works. Après la construction de la forme du profil vient alors l'étape de construction du domaine de calcul, on a opté pour une forme qui nous garantit de capté tous les phénomènes physiques générés par l'écoulement sans avoir un domaine trop imposant.

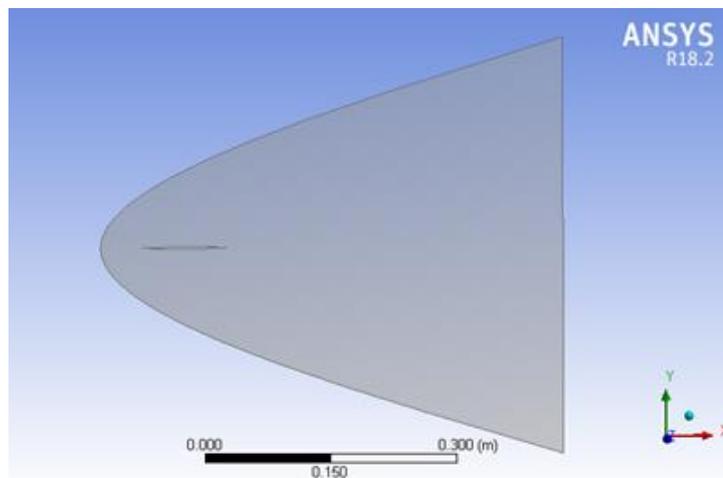


Figure (VI.3) : profil + domaine de calcul.

VI.3. Maillage

Après avoir réalisé la géométrie via le logiciel Solid Works vient alors la deuxième étape de simulation qui est le maillage via le logiciel ANSYS, pour ce faire on a opté pour un maillage non structuré de forme tétraédrale.

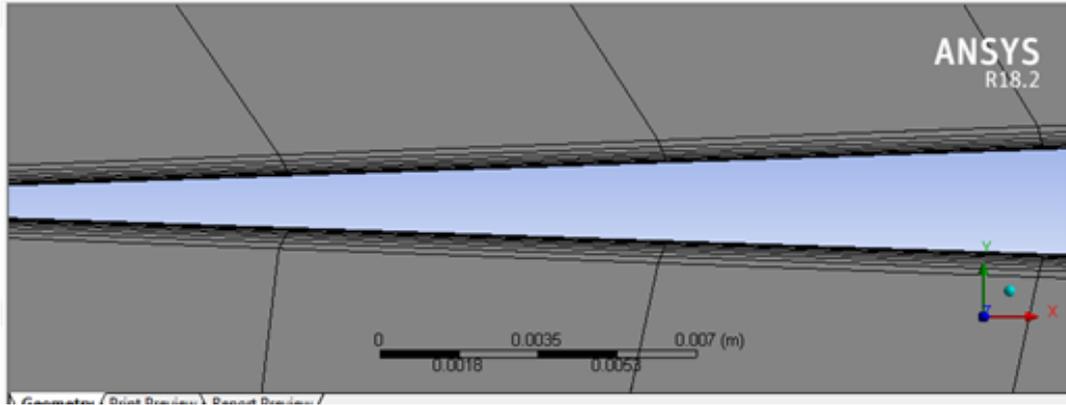


Figure (V.4) : Adaptation du maillage proche paroi

On génère un maillage surfacique pour voir la distribution des mailles, en prenant soin d’assurer le raffinement du maillage au niveau de l’obstacle et de la paroi. On définit la valeur minimale dey^+ afin de pouvoir raffiner convenablement le maillage au niveau de la couche limite de sorte à s’adapter au comportement du fluide dans la couche limite. Nombre total d’éléments : 40782 éléments.

Afin de vérifier la qualité du maillage, une interface dans ANSYS nous permet d’analyser le maillage, la figure (V.5) montre une comparaison entre notre maillage et les critères d’évaluation de maillage effectué par ANSYS.

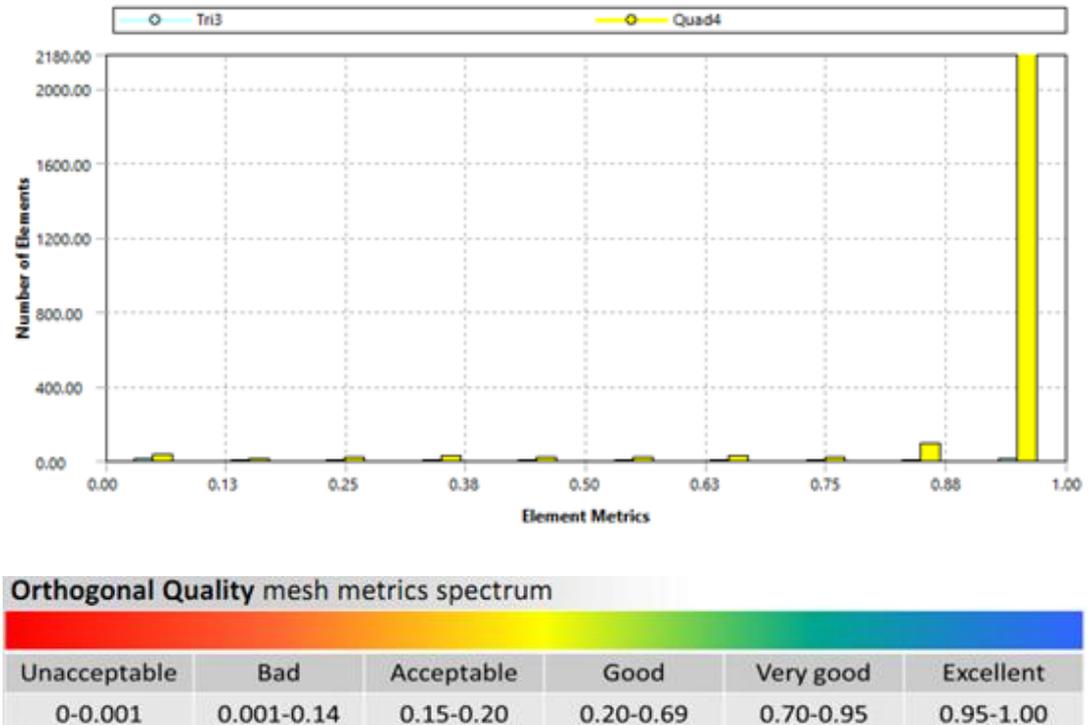


Figure (V.5) : Evaluation de la qualité du maillage

D'après la figure (V.5) on remarque que la quasi-totalité des éléments sont situés dans un intervalle entre [0.95-1.00], de plus l'adaptation de notre maillage proche paroi nous permet de conclure que notre maillage est adapté pour capter les variations physiques du phénomène recherché.

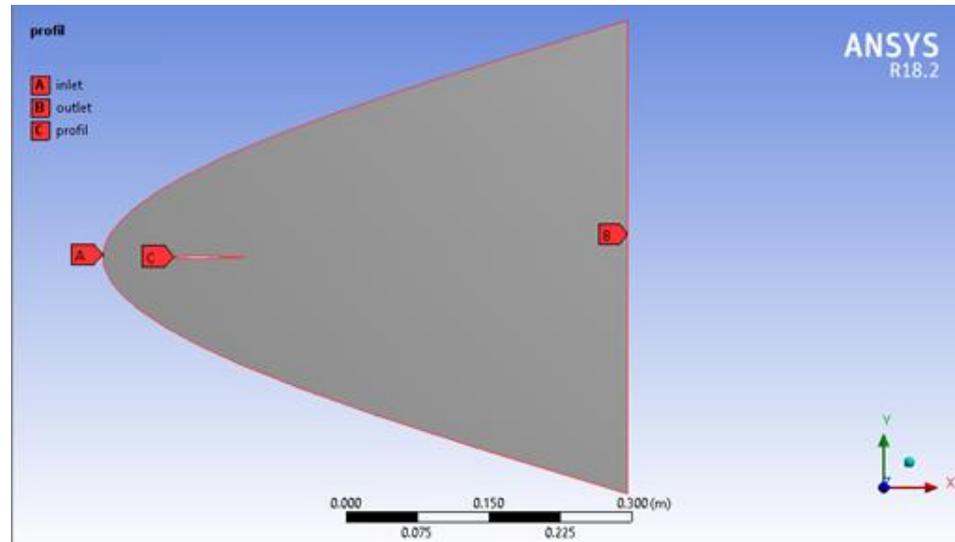


Figure (V.6) : Décomposition de la géométrie

Hypothèses :

- ✓ Ecoulement compressible.
- ✓ Fluide visqueux.
- ✓ Ecoulement stationnaire.

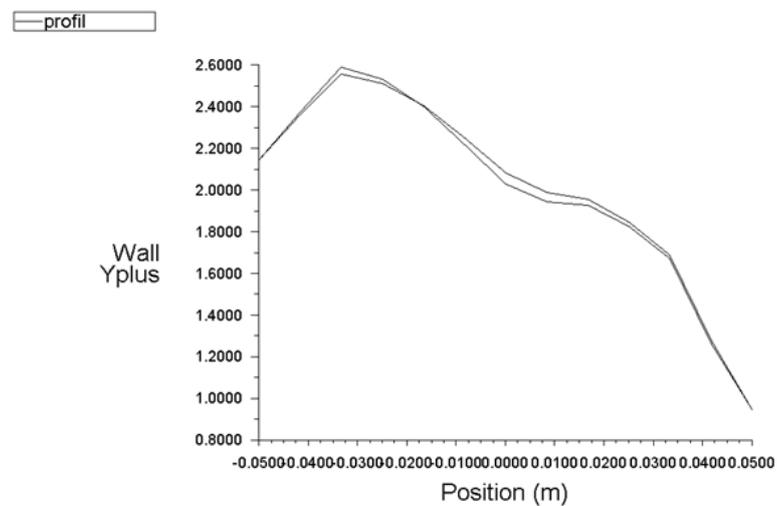


Figure (V.7) : Variation du paramètre y^+ le long du profil losangique pour le modèle de turbulence $k\omega$ -SST.

Notre choix s'est porté donc sur ce modèle pour la résolution du système d'équations. La zone de validation du paramètre y^+ devrait se situer entre $0 < y^+ < 5$. Pour le modèle SST, figure (V.7), la plage de variation se trouve entre $1 < y^+ < 2.6$, qui est une zone de sous couche visqueuse laminaire tout à fait acceptable pour ce paramètre.

VI.4. Résolution du problème par le solveur FLUENT :

Après avoir effectué le maillage sous ANSYS vient alors l'étape du traitement du problème via le solveur Fluent. Pour ce faire on va résumer les différentes étapes de résolution dans le tableau ci-dessous :

Le Solveur	DensityBased : vue le caractère supersonique de notre écoulement qui induit automatiquement la formation des ondes de choc le solveur le plus adéquat est DensityBased.
Modèle de turbulence	K - ω modèle SST : idéal pour capter les phénomènes proche de la paroi, le modèle SST afin d'éviter la surestimation de la viscosité turbulente.
Materials	Idealgas + Sutherland Pour le calcul de la viscosité du fluide on opte pour la loi empirique de Sutherland
Conditions aux limites	<ul style="list-style-type: none"> • L'entrée du domaine Pressure "Far-field". • Les 4 côtés du profil "Wall". • Nombre de Mach amont = 2 • Température = 166.66°K • Pression = 12949.87 pas

Conditions initiales :

Afin de déterminer la pression initiale on utilise la relation suivante :

$$\frac{p_0}{p} = \left[1 + \left(\frac{\gamma - 1}{2} \right) M^2 \right]^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \quad (\text{VI.1})$$

Avec :

P_0 = pression totale = 101325 pa

P = pression statique

$\gamma = 1.4$ pour l'air

$M = 2$

D'où on trouve : $P = 12949.87$ pa

Afin de déterminer la température initiale on utilise la relation suivante :

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \left(\frac{\gamma - 1}{2} \right) M^2 \quad (\text{VI.2})$$

Avec :

T_0 = Température totale = 300K

T = Température statique

$\gamma = 1.4$ pour l'air

$M = 2$

D'où on trouve : $T = 166.66$ K

VI.5. Comparaison entre le cas non visqueux et le cas visqueux pour $\alpha = 0^\circ$:

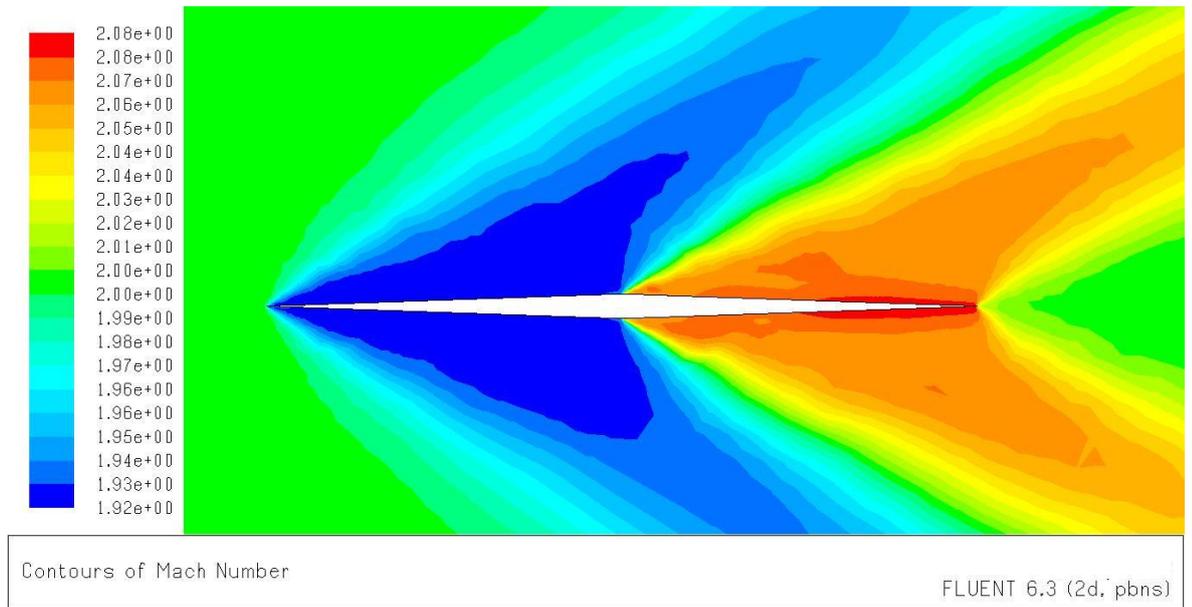


Figure (VI.8) : Variation du nombre de Mach à travers le profil losangique

Dans le cas non visqueux.

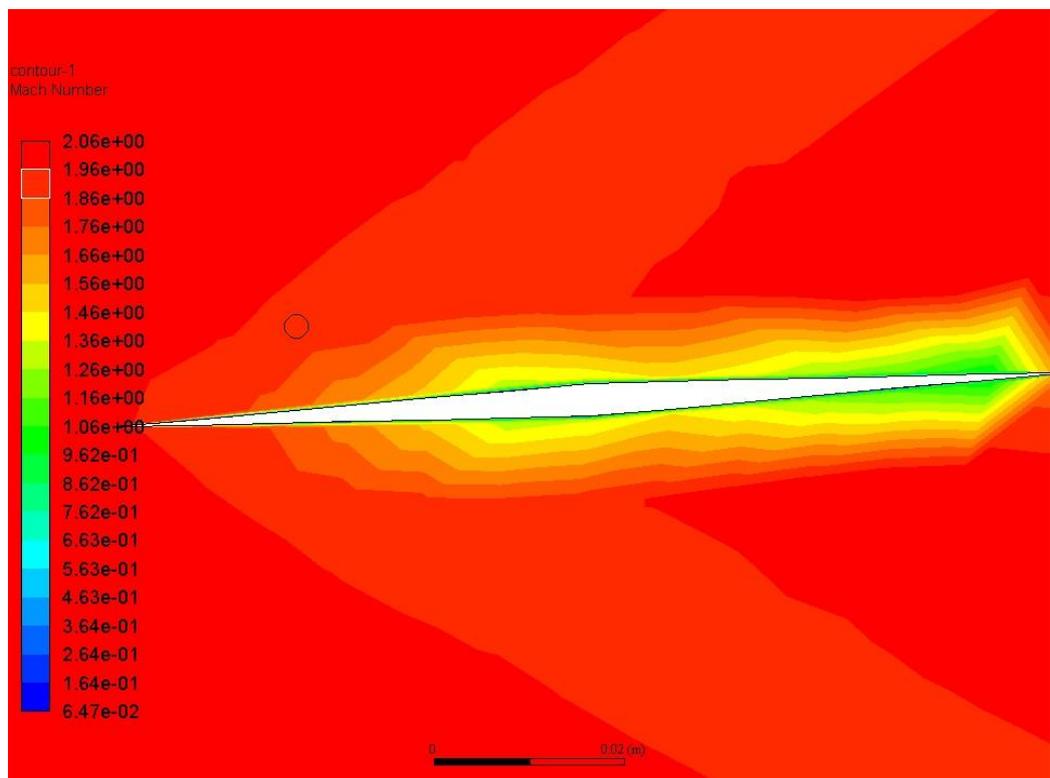


Figure (VI.9) : Variation du nombre de Mach à travers le profil losangique

Dans le cas visqueux.

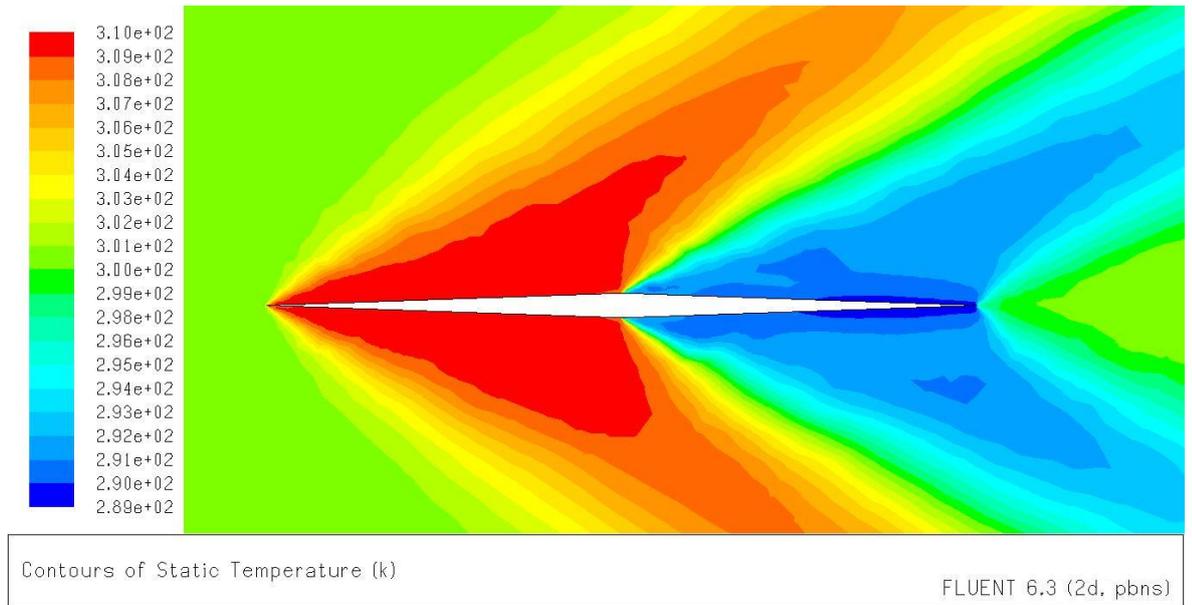


Figure (VI.10) : Variation de la température statique à travers le profil losangique, dans le cas non visqueux.

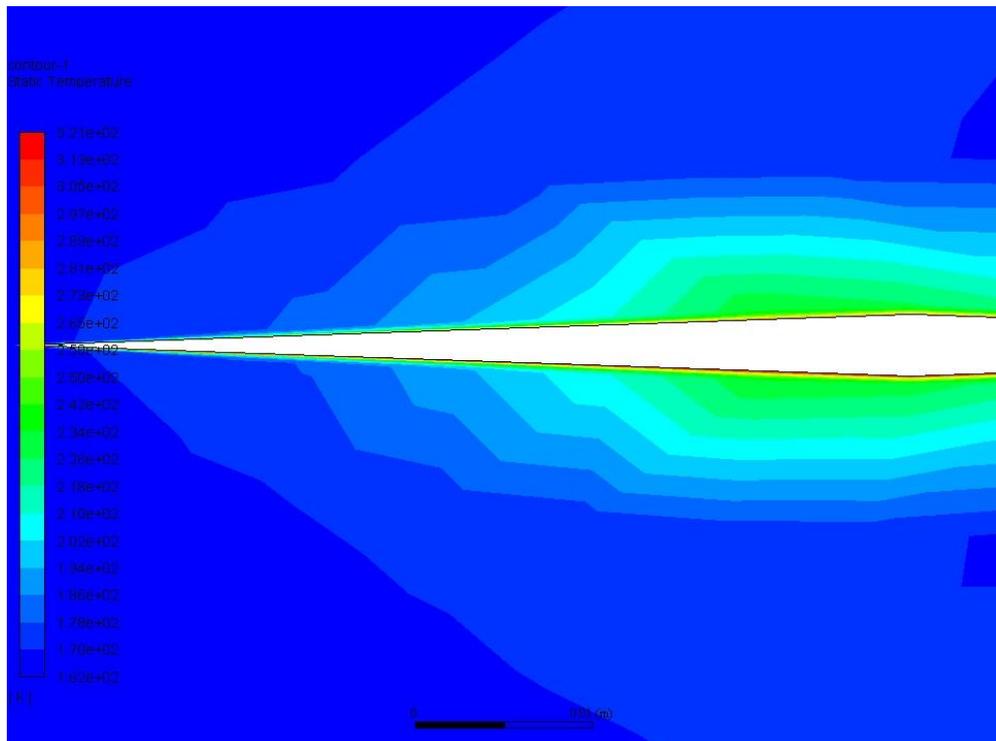


Figure (VI.11) : Variation de la température statique à travers le profil losangique, dans le cas visqueux

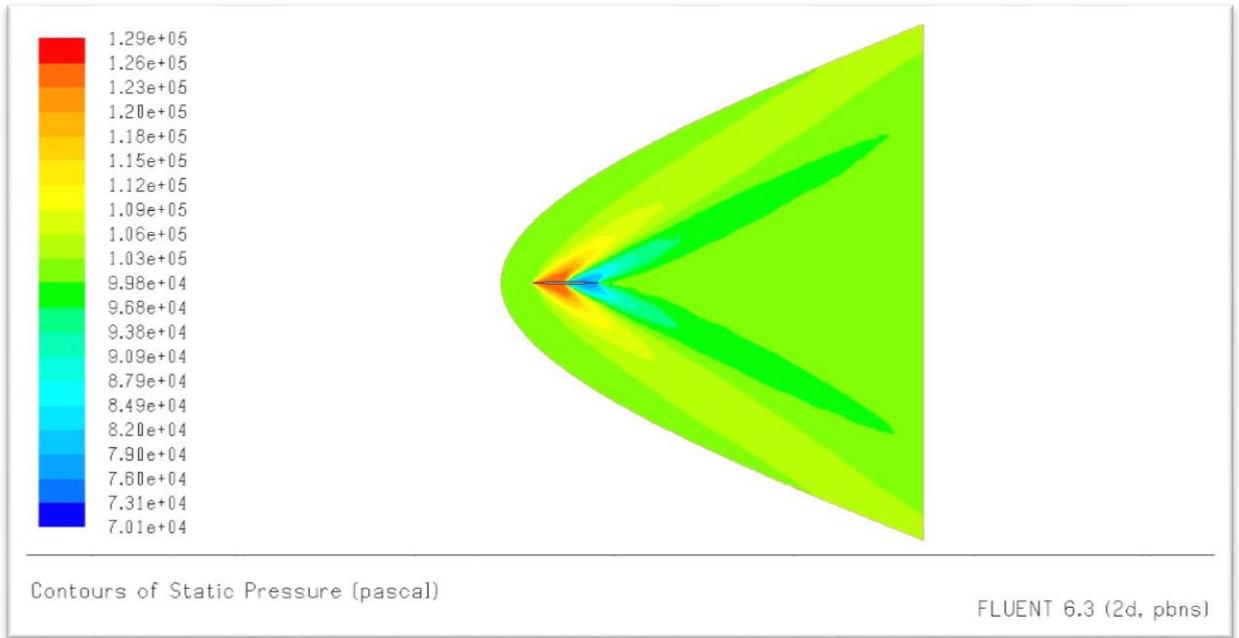


Figure (VI.12) : Variation de la pression statique à travers le profil losangique, dans le cas non visqueux.

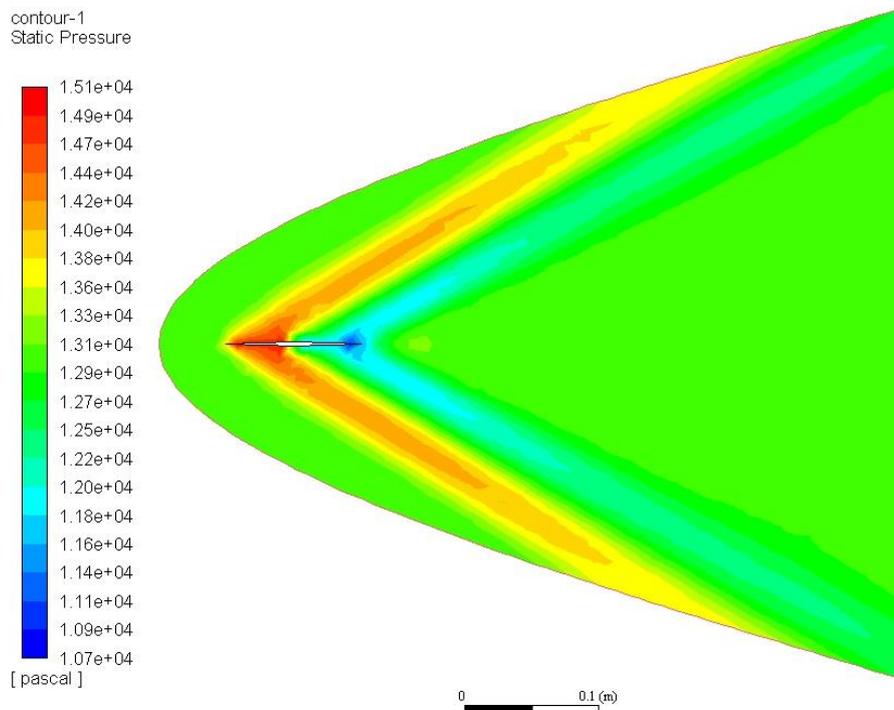


Figure (VI.13) : Variation de la pression statique à travers le profil losangique, dans le cas visqueux.

D'après les figures (VI.8), (VI.9), (VI.10), (VI.11), (VI.12), (VI.13), qui représente la variation des paramètres physiques de l'écoulement pour les deux cas visqueux et non visqueux, on remarque que les effets de viscosité ont une nette influence sur la variation du nombre de Mach de la température et de la pression après la traversée de l'onde de compression au bord d'attaque et après la traversée des ondes de détente. En effet dans le cas visqueux le nombre de Mach après l'onde de choc oblique au bord d'attaque et après l'onde de détente à la moitié du profil est moins important que celui du cas non visqueux, a contrario l'évolution pour la température, on remarque que dans le cas visqueux la température est importante à la proche paroi. La pression statique est moins importante dans le cas visqueux. Cela s'explique par les effets de viscosité proche de la paroi qui en interagissant avec le choc oblique et de détente résulte une augmentation de la température et diminution de la pression et du nombre de Mach au voisinage de la paroi.

VI.6. Etude de la couche limite pour le profil losangique :

Afin de mettre en évidence l'évolution de la couche limite, et son comportement proche de la paroi, on a créé 5 stations sur le profil losangique, qui vont nous permettre de localiser le point de décollement de la couche limite s'il existe.

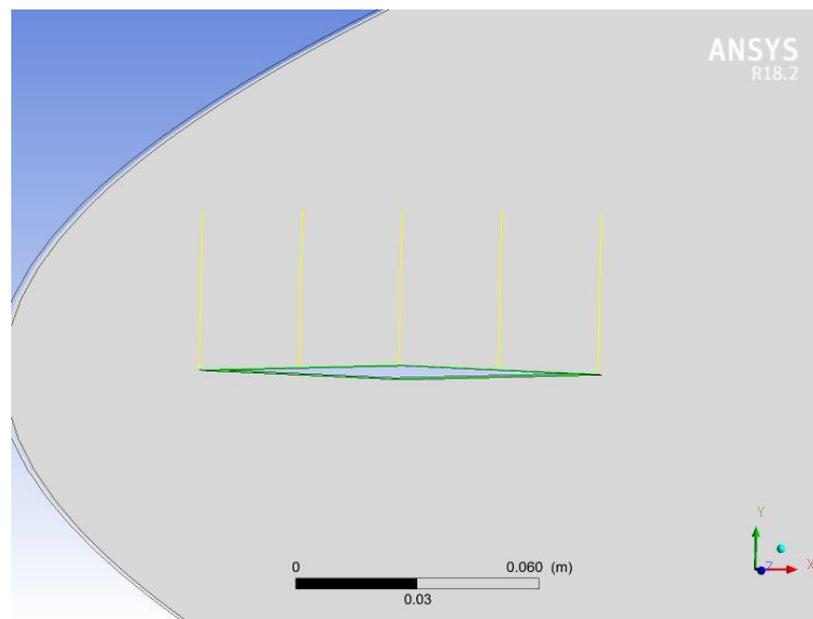


Figure (V.14) : Positions des stations.

Après avoir définis les conditions physiques de notre problématique, et après avoir obtenus la convergence de notre modèle après 1400 itérations, viens alors l'étape d'analyse des résultats obtenus. Pour ce faire, on se propose de faire varier l'angle d'incidence α de la valeur 0° à la valeur 12° , afin de mettre en évidence l'influence de l'angle d'incidence sur la formation de la couche limite.

- $\alpha=0^\circ$:

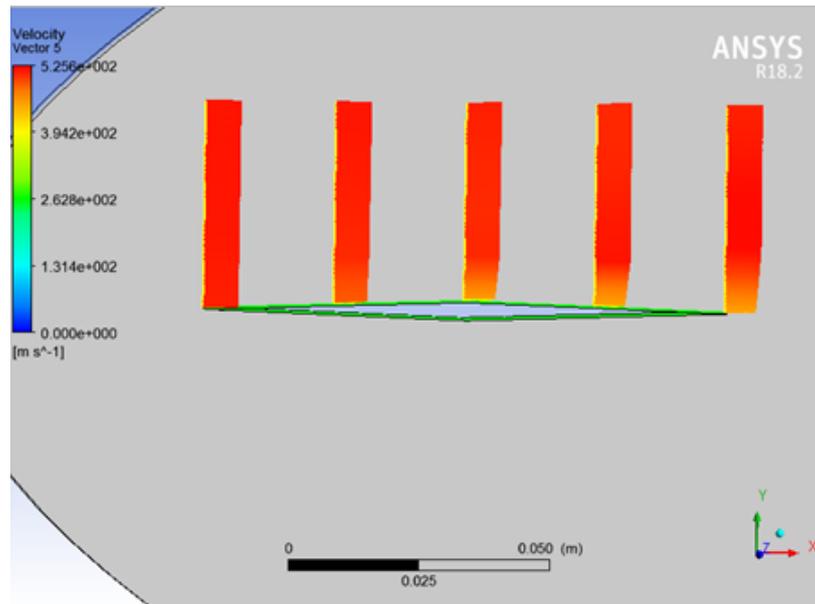


Figure (V.15) : vecteurs vitesse proche de paroi $\alpha=0^\circ$

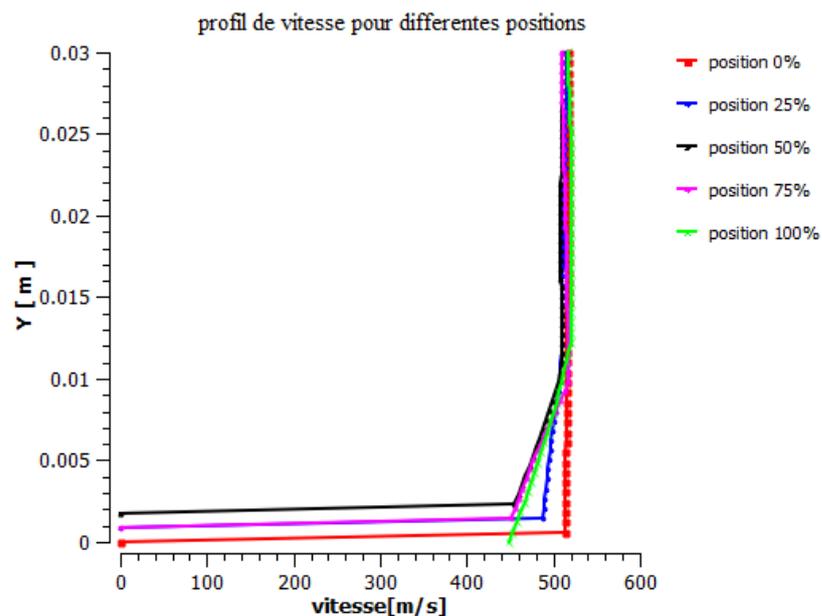


Figure (V.16) : Profil de vitesse pour différentes positions

- $\alpha=5^\circ$:

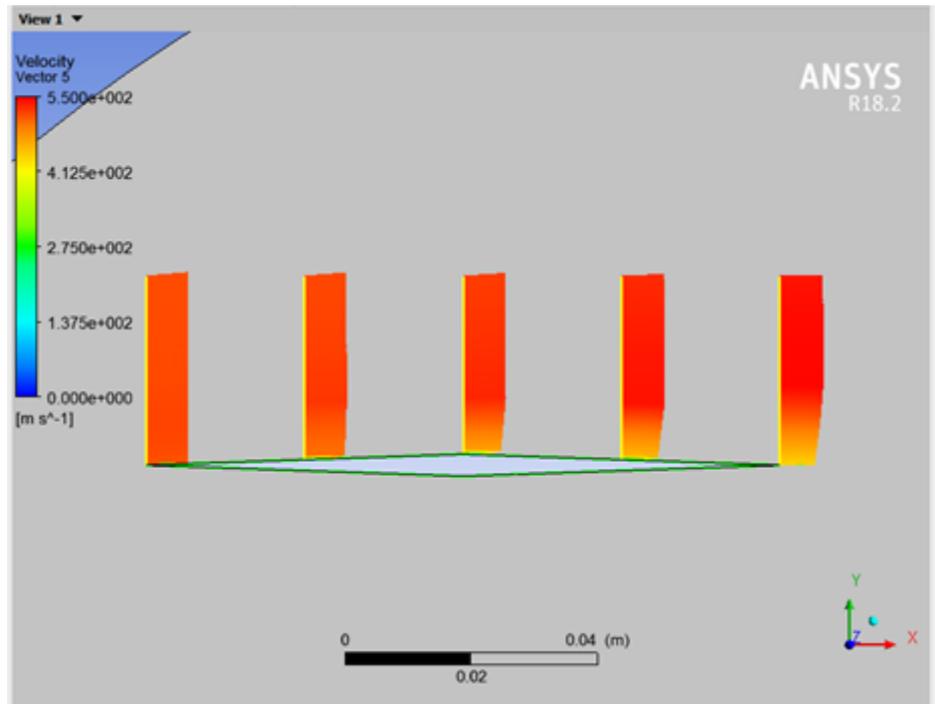


Figure (V.17) : vecteurs vitesse proche de paroi $\alpha=5^\circ$

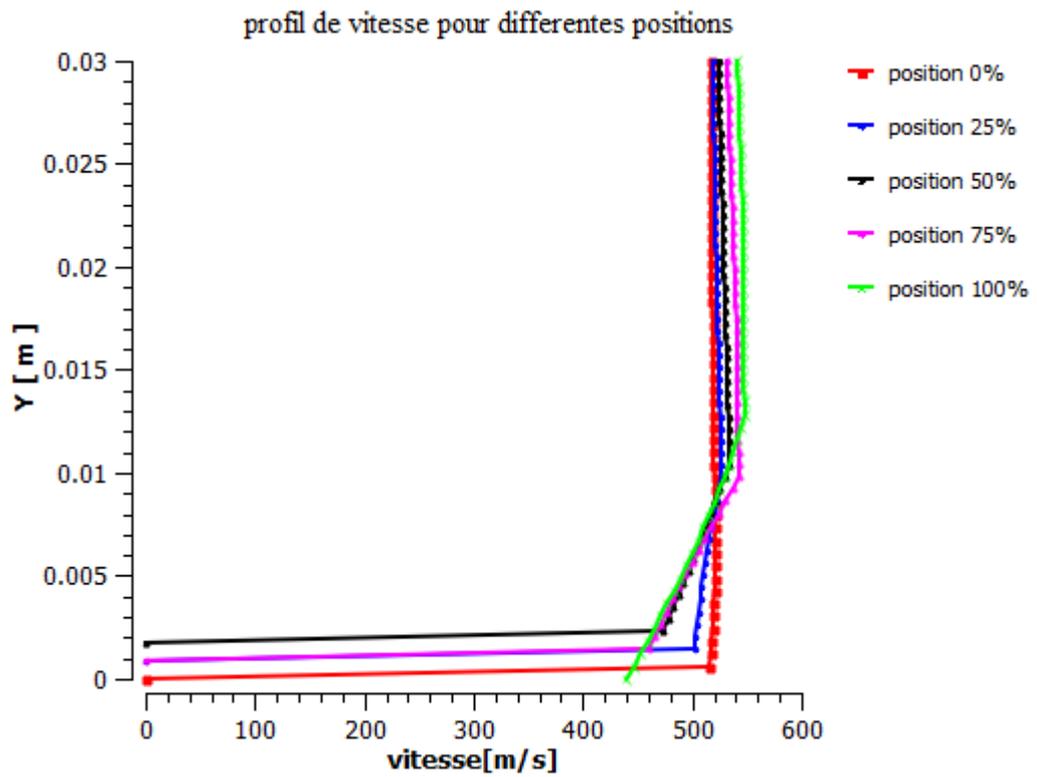


Figure (V.18) : Profil de vitesse pour différentes positions

- $\alpha=10^\circ$:

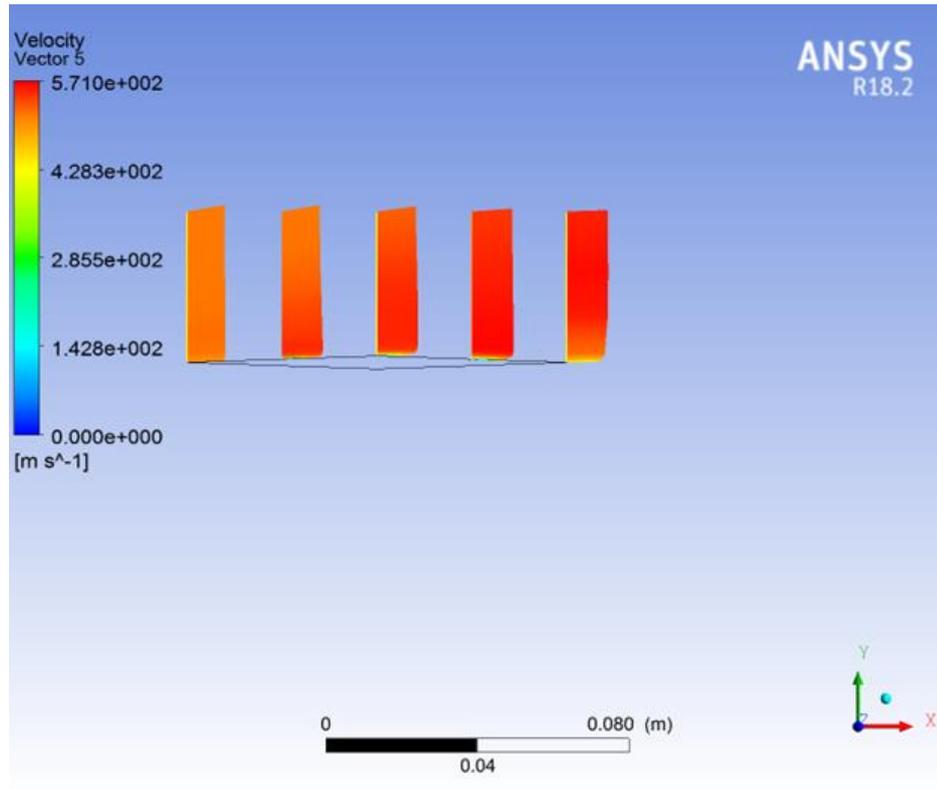


Figure (V.19) : vecteurs vitesse proche de paroi $\alpha=10^\circ$

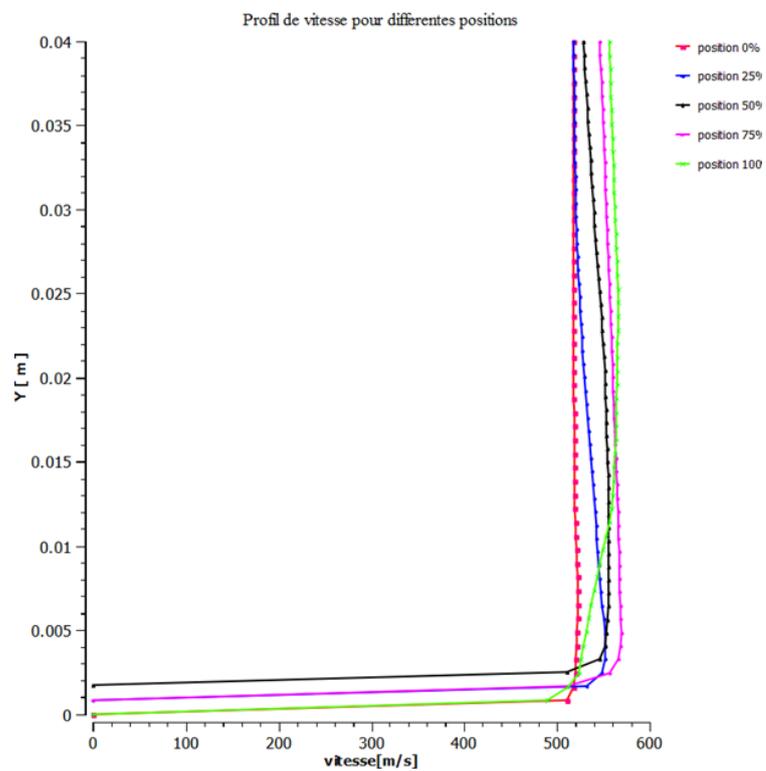


Figure (V.20) : Profil de vitesse pour différentes positions

- $\alpha=12^\circ$:

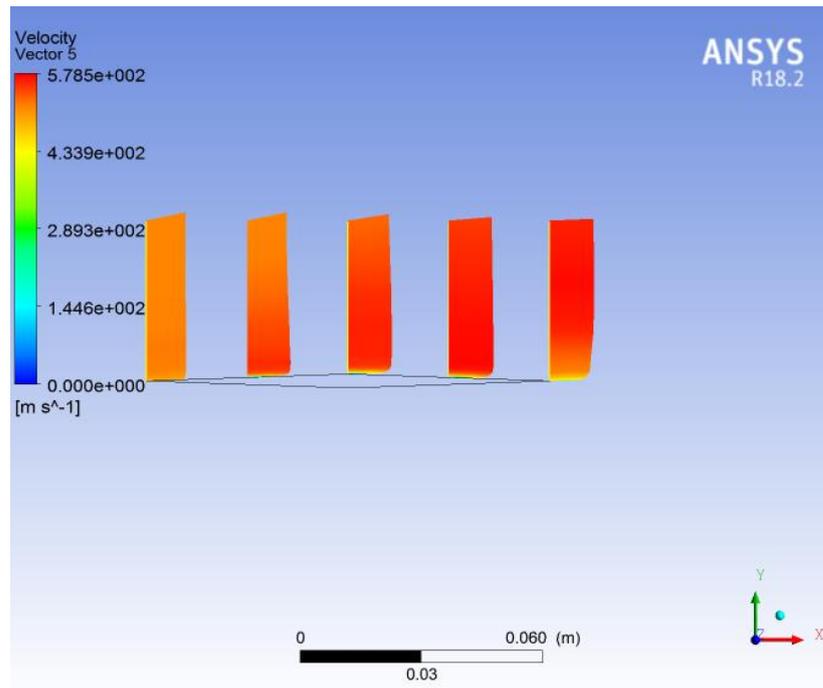


Figure (V.21) : vecteurs vitesse proche de paroi $\alpha=12^\circ$

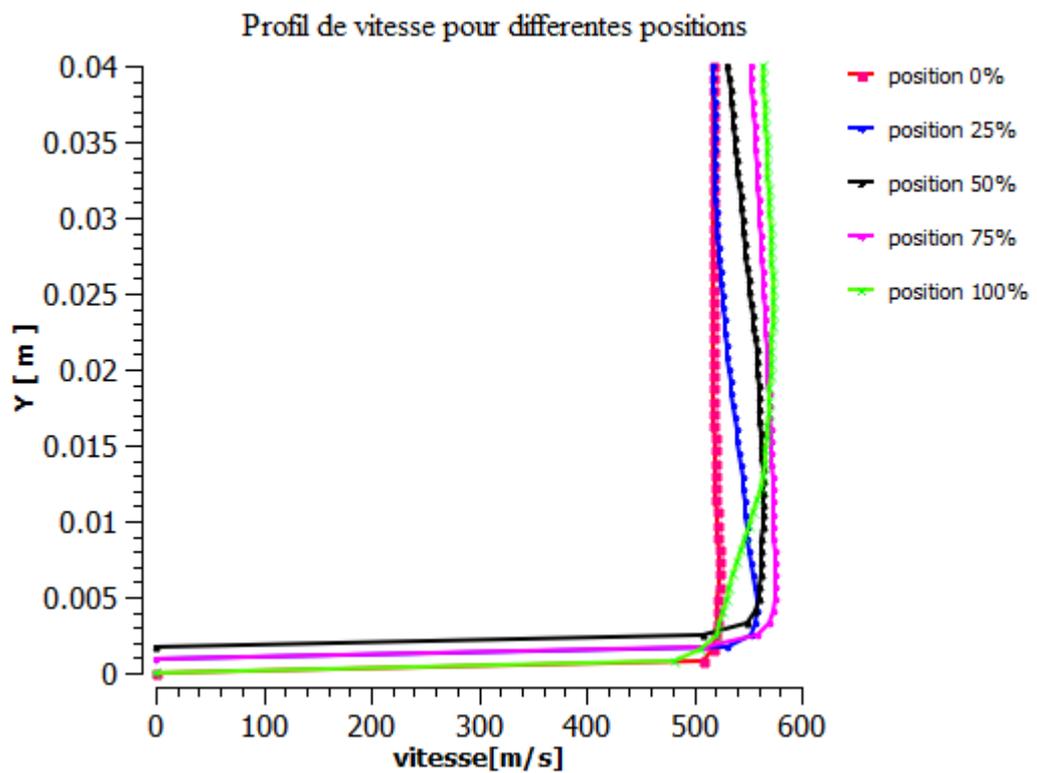


Figure (V.22) : Profil de vitesse pour différentes positions

On présente sur les figures (V.15), (V.17), (V.19), (V.21), les vecteurs vitesse proche parois pour le profil losangique mince aux 5 stations (0%, 25%, 50%, 75%, 100% de la corde), et à nombre de Mach $M=2$. Pour les valeurs d'angle d'incidence α comprises entre $[0^\circ, 12^\circ]$ le profil de vitesse prend la forme classique de la couche limite, une vitesse nulle à la paroi ensuite celle-ci augmente progressivement jusqu'à atteindre la valeur maximale de la vitesse externe, indiquant que la couche limite reste attachée à la paroi en ces différentes stations. Par contre pour $\alpha=12^\circ$ on est en présence d'un point d'inflexion ($x/c=0.25$ de la corde).

On présente sur les figures (V.16), (V.18), (V.20), (V.22), l'évolution du profil de vitesse sur la plaque mince aux 5 stations (0%, 25%, 50%, 75%, 100% de la corde), et à $M=2$. En premier lieu, la vitesse moyenne est nulle à la paroi à cause de la condition de non glissement. Ensuite la vitesse augmente au fur et à mesure qu'on s'éloigne de la paroi jusqu'à atteindre la couche externe. Ce gradient de vitesse détermine l'épaisseur de la couche limite.

Pour chaque valeur de l'angle d'incidence α , on remarque une concordance entre les résultats obtenus précédemment, en effet le point d'inflexion ($x/c=0.25$ de la corde) pour $\alpha=12^\circ$. En superposant les résultats obtenus aux 5 stations pour les différentes valeurs d'angles d'incidence, on remarque bien sur les figures représentant l'évolution du profil de vitesse, que l'épaisseur de la couche limite augmente le long de la plaque plane mince, c'est-à-dire que l'épaisseur augmente en allant vers le bord de fuite de la plaque.

VI.7. Analyse des résultats par la méthode des Ondelettes :

Après avoir fait l'étude physique de notre profil losangique mince, viens alors l'étape d'analyse des résultats en utilisant la méthode des ondelettes. La famille d'ondelettes qu'on va utiliser pour notre étude est celles de Daubechies à 3 niveaux.

L'objectif de la décomposition d'un signal en séries d'ondelettes est la mise en relief de propriétés particulières du signal, comme la contamination du signal par des bruits de différentes origines.

Le but est donc la séparation des deux composantes du signal, en supprimant les composantes inutiles (parasites), et extraire l'information utile. Notre choix s'est porté sur la famille d'ondelettes de Daubechies, car elles offrent le meilleur compromis entre l'admission d'un maximum de moments évanescents pour un minimum de support.

Le signal lu en entrée est celui de la vitesse, et de la pression en fonction du temps, pour le cas du profil losangique mince.

- $\alpha=0^\circ$:

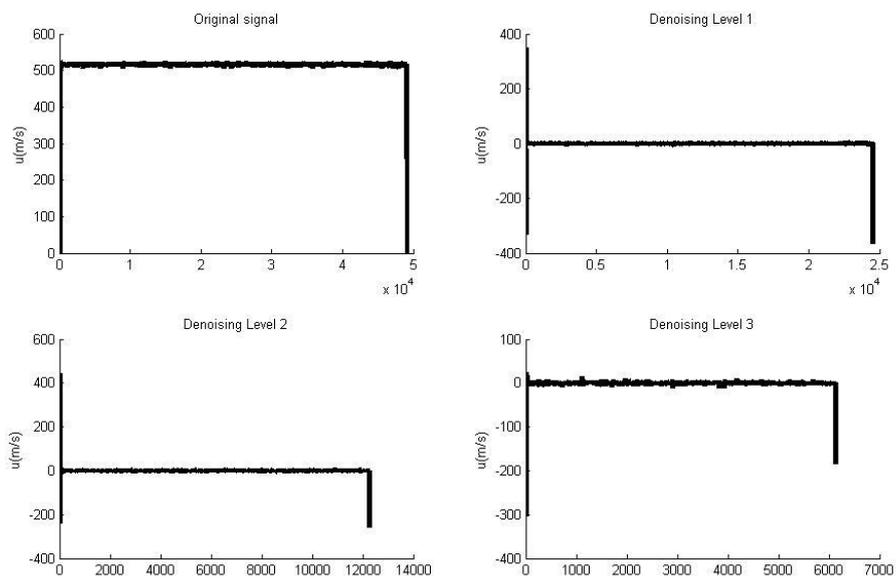


Figure (V.23) : Débruitage du champ de vitesse pour $\alpha=0^\circ$

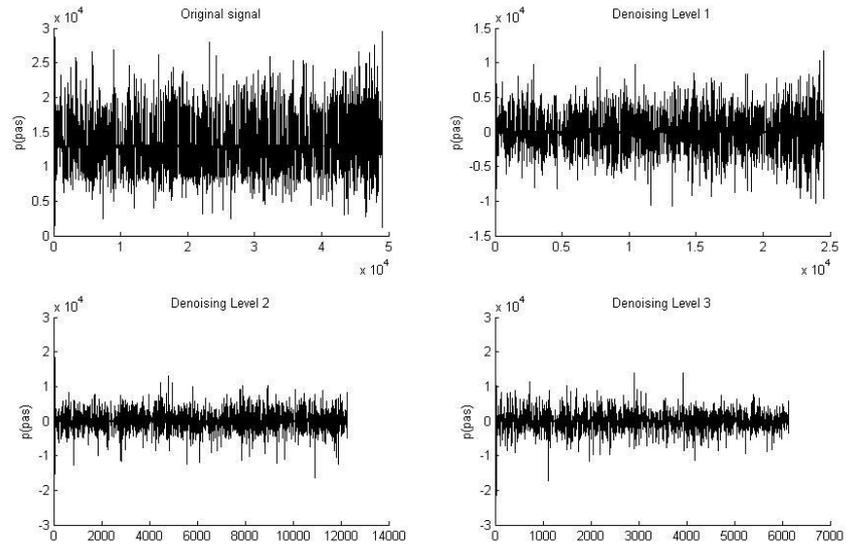


Figure (V.24) : Débruitage du champ pression pour $\alpha=0^\circ$

- $\alpha=5^\circ$:

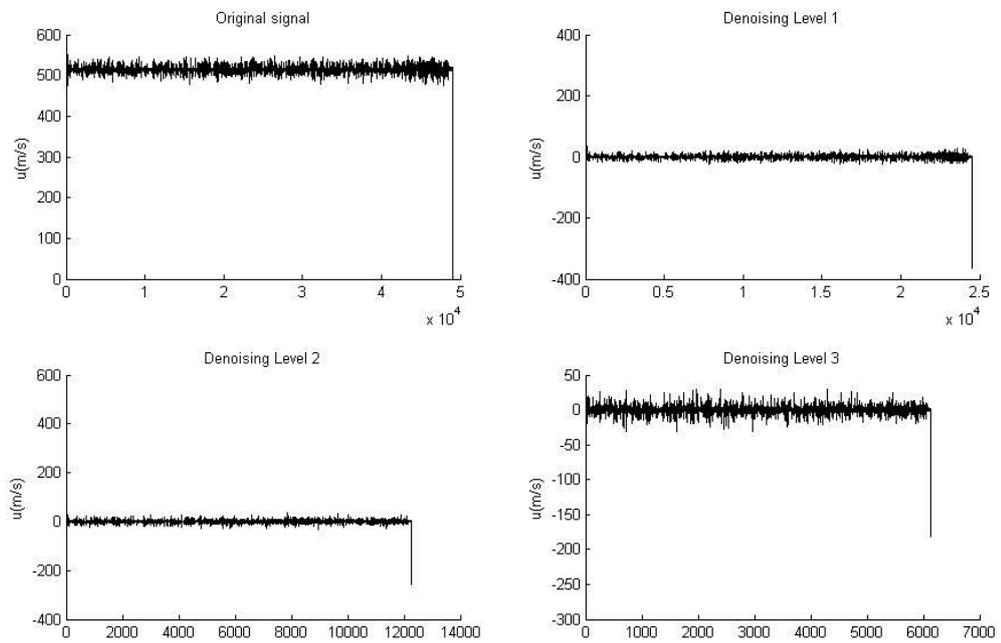


Figure (V.25) : Débruitage du champ de vitesse pour $\alpha=5^\circ$

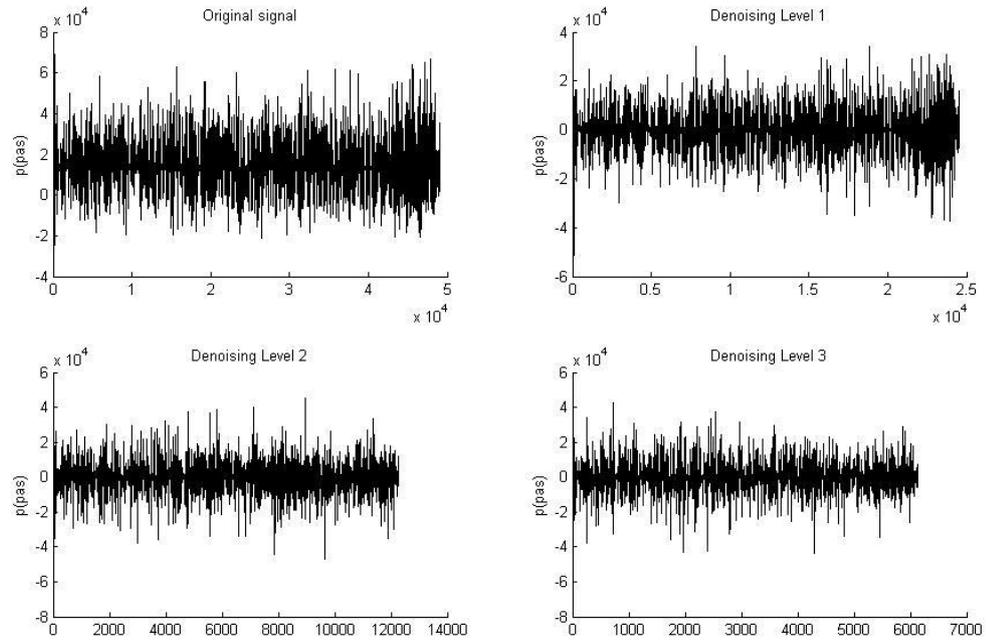


Figure (V.26) : Débruitage du champ pression pour $\alpha=5^\circ$

- $\alpha=12^\circ$:

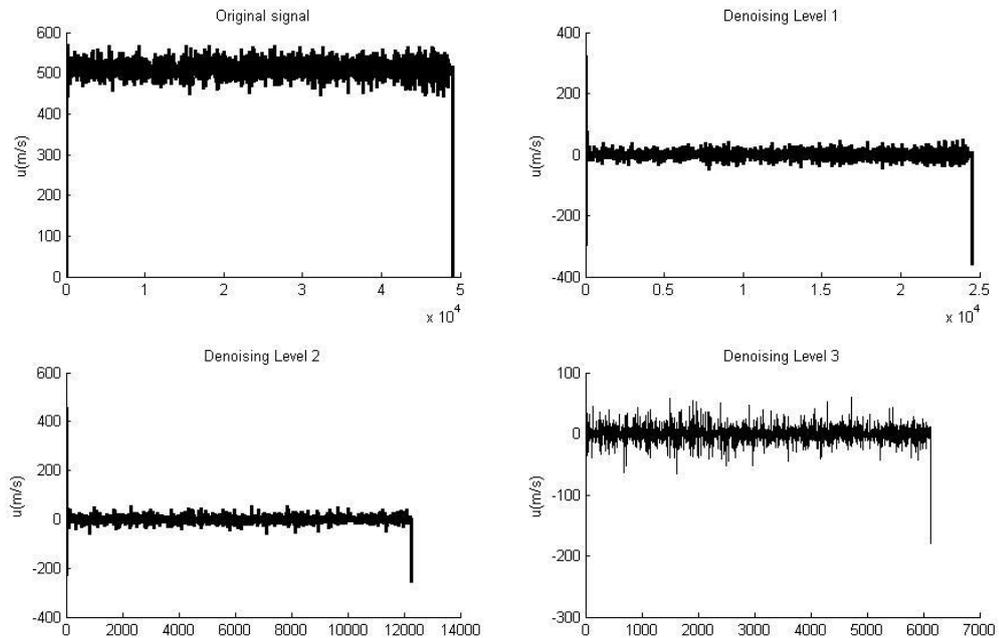


Figure (V.27) : Débruitage du champ de vitesse pour $\alpha=12^\circ$

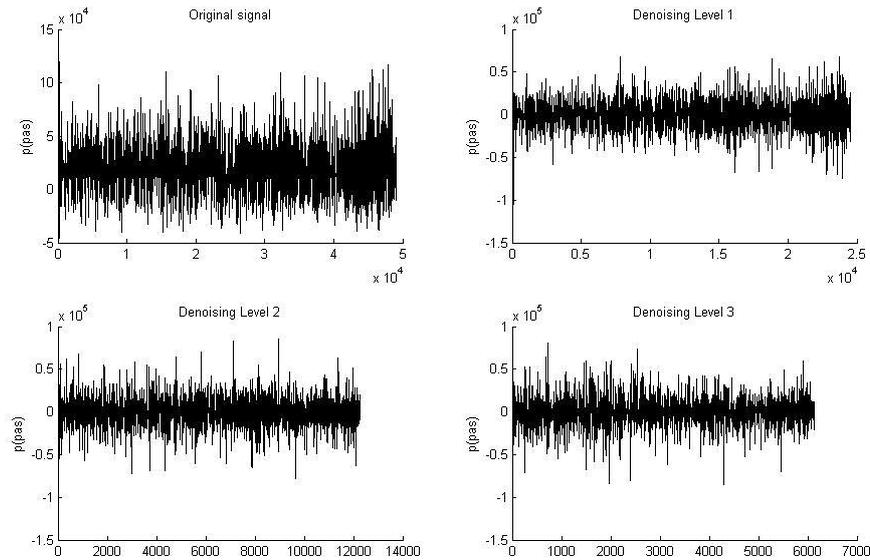


Figure (V.28) : Débruitage du champ pression pour $\alpha=12^\circ$

La méthode des ondelettes type Daubechies niveaux 3, est appliquée afin d'élaborer le débruitage du signal d'origine (champs de vitesse), l'algorithme de la méthode élaborée est présenté en Annexe B. D'après les figures du champ de vitesse et celui de la pression qu'on a obtenu pour le profil mince, à $M=2$, on remarque que pour le cas $\alpha=0^\circ$, le champ de vitesse présente des petites fluctuations comparés aux cas $\alpha=5^\circ$ et 12° , par contre le champ de pression présente de grandes variations vue les ondes de choc et de détente qui se forme au bord d'attaque et au bord de fuite du profil losangique.

L'intensité des fluctuations augmente au fur et à mesure que l'angle d'incidence augmente. La méthode des ondelettes type DEBAUCHIES permet d'enlever les parasites présents dans le champ de vitesse et de pression, ainsi que de localiser grâce à la réduction de l'intervalle de calcul.

Vue les résultats obtenus précédemment, on peut associer à chaque configuration de la couche limite une forme de signal associée. Le signal original présente un aspect condensé, vue la présence des structure cohérente et incohérente à la fois. Après débruitage on remarque l'élimination d'une partie du volume à cause de l'extraction de la partie cohérente et élimination de la partie incohérente.

VI.8. Conclusion :

Dans ce chapitre on a présenté une étude de l'écoulement supersonique pour un fluide visqueux, vue les résultats obtenus, on a pu conclure que la couche limite épouse parfaitement la paroi du profil losangique pour une plage d'angle d'incidence $[0^\circ, 12^\circ]$ cela est dû à l'aspect mince du profil, ainsi que pour l'angle d'incidence 12° un point d'inflexion est présent, ce qui nous permet de conclure que pour des angles d'incidence dépassant 12° la couche limite aura un aspect de décollement. Ce qui valide les résultats obtenus par B. D. HENSHALL [36], en effet pour un profil losangique mince épaisseur inférieur à 6% la plage d'angle d'incidence ou la couche limite décolle est $\alpha > 12^\circ$.

La méthode des ondelettes permet d'effectuer une localisation à partir du signal d'entrée, la détermination des coefficients de DAUBECHIES permet de supprimer le bruit présent dans le signal d'origine. Chaque comportement de la couche limite peut être identifié par la forme du signal, en fin la méthode d'ondelettes permet l'extraction des structures cohérentes, et l'élimination des structures incohérentes.

CONCLUSION ET PERSPECTIVES

D'après les différentes étapes de notre simulation, on a pu faire l'étude du comportement de la couche limite pour trois configurations différentes qui sont la plaque mince le profil mince NACA0006, et le profil losangique, pour plusieurs valeurs de l'angle d'incidence. Afin d'avoir des résultats valides, on peut se référer à la qualité du maillage, le modèle de turbulence choisis, ainsi que le choix des conditions initiales/limites, pour valider les résultats obtenus.

Pour la plaque mince le point d'inflexion survient à $\alpha=10^\circ$ (régime subsonique), pour le profil NACA006 à $\alpha= 20^\circ$ (régime subsonique), et pour le profil losangique à $\alpha=12^\circ$ (régime supersonique).

La caractérisation du point de décollement nécessite l'étude du profil de vitesse au voisinage de la paroi, ainsi que les coefficients aérodynamiques. En effet d'après notre étude on peut caractériser le point de décollement par :

- Présence de point d'inflexion dans le profil de vitesse.
- Coefficient de pression présente un minimal, gradient de pression adverse.
- Point ou le coefficient de frottement s'annule.

La méthode des ondelettes permet d'effectuer une localisation à partir du signal d'entrée, la détermination des coefficients de DAUBECHIES permet de supprimer le bruit présent dans le signal d'origine. Chaque comportement de la couche limite peut être identifié par la forme du signal, en fin la méthode d'ondelettes permet l'extraction des structures cohérentes, et l'élimination des structures incohérentes.

Les travaux effectués dans le cadre de cette thèse offrent de nombreuses perspectives. Nous en résumons ici quelques-unes :

- Comme perspectives on propose de faire notre étude en utilisant d'autres familles d'ondelettes, Comme celles de Haar, Morlet, Meyer.....Afin d'évaluer les avantages et les défauts de chaque famille d'ondelettes.
- on propose, de faire une étude de l'influence de l'épaisseur du profil sur la formation de la couche limite et son comportement. En effet l'épaisseur du profil joue un rôle très important sur la position du point de décollement [35].
- Mettre en évidence l'influence des modèles de turbulence, sur la qualité du calcul, est une approche très intéressante, pour la simulation de la couche limite, en utilisant des modèles récents, comme la DNS, LES.
- Mettre en évidence l'influence du nombre de Reynolds sur le comportement de la couche limite.
- Mettre en évidence l'influence de la formation de l'onde de choc sur la formation de la couche limite pour des configurations d'écoulement internes.

APPENDICE A

Qualité du maillage

Une bonne qualité de maillage est synonyme d'absence de grandes distorsions d'éléments (skewness). Le facteur de distorsion se calcule de deux façons différentes :

1° - Calcul basé sur le volume équilatéral :

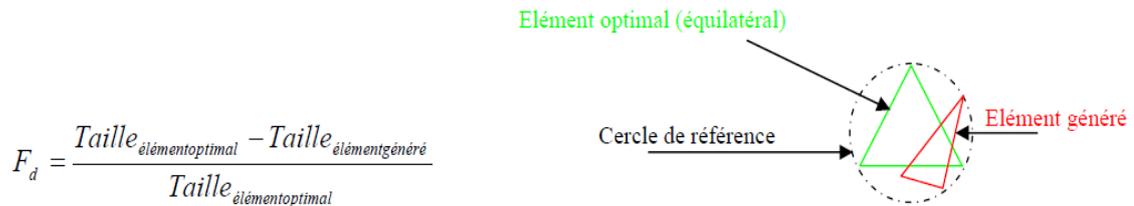


Figure : la distorsion

Applicable uniquement pour les éléments triangulaires ou tétraédriques

2° Calcul basé sur la déviation angulaire :

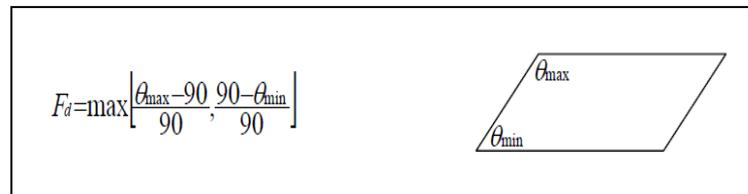


Figure : déviation angulaire

Applicable pour tout type d'élément, notons que les grandes valeurs du facteur de distorsion induisent des erreurs de calcul et ralentissent considérablement le processus de convergence. Quelques distorsions peuvent être tolérées si elles sont situées dans des régions à faible gradient. Ce tableau illustre la variation de la qualité des éléments de maillage en fonction de la valeur du coefficient de distorsion F_d :

Orthogonal Quality mesh metrics spectrum					
Unacceptable	Bad	Acceptable	Good	Very good	Excellent
0-0.001	0.001-0.14	0.15-0.20	0.20-0.69	0.70-0.95	0.95-1.00

Table: le facteur de distorsion

APPENDICE B

Algorithme de la méthode des ondelettes DAUBECHIES

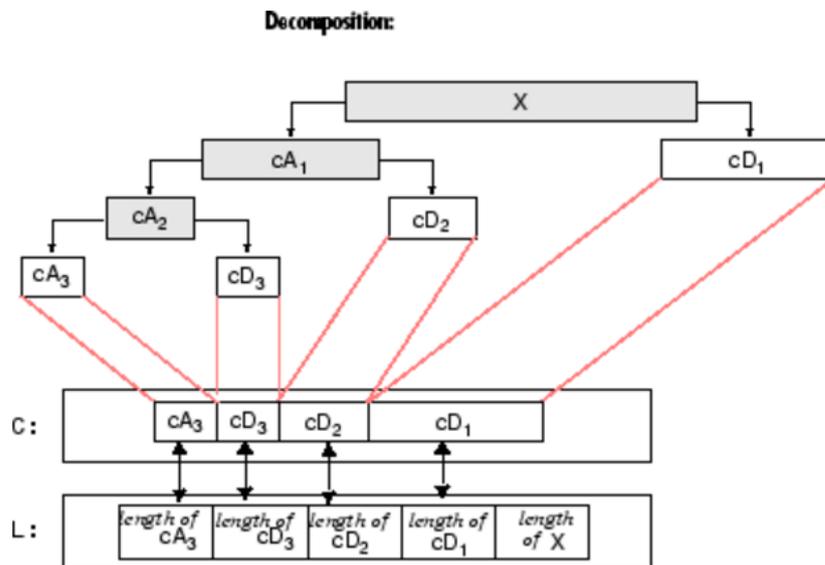
$[c, l] = \text{wavedec}(S, 3, 'db1');$

Wavedec: Décomposition en ondelettes.

S : signal d'origine

3 : niveau de décomposition

'db1' : famille d'ondelette à utiliser

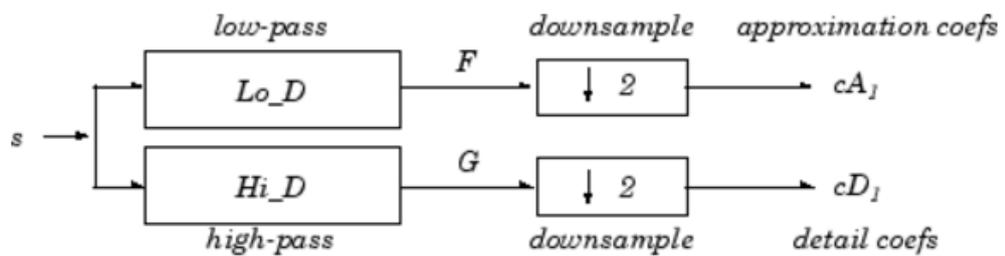


x : signal d'origine.

N : niveaux de décomposition.

CA_1, CA_2, CA_3 : Coefficient d'approximation (vecteur).

CD_1, CD_2, CD_3 : Coefficient de détail (vecteur).



S : signal d'origine

N : taille du signal d'origine

Lo_D : filtre passe-bas (approximation)

Hi_D : filtre passe-haut (détail)

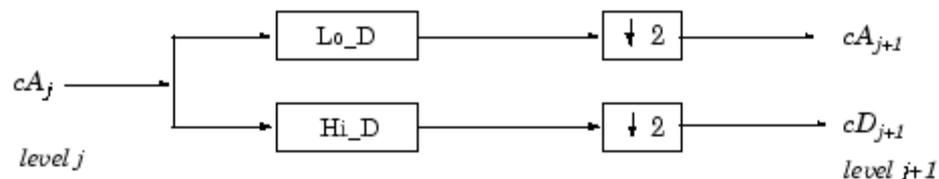
Etape 1 : partant de S, on génère deux coefficients CA1 et CD1, ces deux coefficients sont obtenus en faisant une convolution entre le signal S et les deux filtres passe-haut et passe-bas, ensuite on applique une réduction du taux d'échantillonnage.

La taille des deux filtres est 2N.

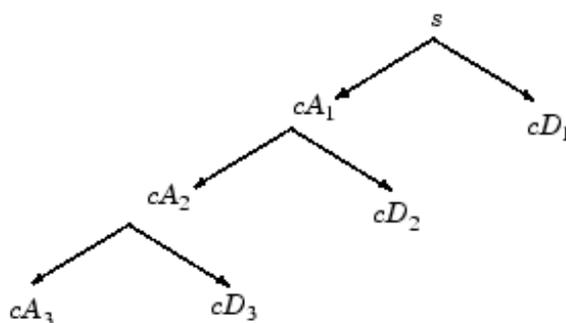
Si on admet que la taille du signal S est N, alors la tailles des 2 signaux F et G est (N+2N-1).

La taille des coefficients CA1 et CD1 est de : $\left(\frac{N-1}{2}\right) + N$

Etape 2 : On suit la même procédure en étape 1, en remplaçant S par CA1, pour produire CD2 et CA2.



Etape 3 : on refait les mêmes étapes pour atteindre le niveau 3.



LISTE DES FIGURES

Chapitre I ----- PHENOMENOLOGIES DES ECOULEMENTS

Figure (I.1) : Différents régimes d'écoulements.....	22
Figure (I.2) : Système d'onde lié à un profil supersonique.....	27
Figure (I.3) : Écoulement supersonique autour d'un profil En forme de losange.	29
Figure (I.4) : Caractéristiques géométriques d'un profil.....	30
Figure (I.5) : Forces et moments aérodynamique agissants sur un profil.....	31

Chapitre II ----- COUCHE LIMITE TURBULENTE

Figure (II.1) : Forme de la couche limite sur une plaque.....	37
Figure (II.2) : Epaisseur de la couche limite	39
Figure (II.3) : Décollement de la couche limite.....	40
Figure (II.4) : Ecoulement avec gradient longitudinal de pression positif (D est le point de décollement de la couche limite).....	41
Figure (II.5) : Conceptions simples du décollement.....	41

Chapitre III ----- METHODE DES ONDELETTES

Figure (III.1) : Plan temps-échelle	53
Figure (III.2) : (a) Résolution temps-fréquence et (b) Résolution temps-échelle.....	86
Figure (III.3) : Différents facteurs de dilatation d'une ondelette.....	54
Figure (III.4) : La position d'une ondelette à une échelle donnée.....	55
Figure (III.5) : Le signal sinus bruité et sa transformation d'ondelette continue.....	55
Figure (III.6) : Algorithme de Mallat unidimensionnel.....	57

Figure (III.7) : Décomposition pyramidale.....	58
Figure (III.8) : Graphe de $\phi_0^* \phi_0$	64
Figure (III.9) : La fonction d'échelle de Daubechies.....	66
Figure (III.10) : La fonction Ondelette de Daubechies.....	66

CHAPITRE IV ----- DEFINITION DES OUTILS

Figure (IV.1) : Interface de SOLIDWORKS.....	72
Figure (IV.2) : importation de la géométrie.....	75
Figure (IV.3) : Exemples de mailles utilisées en Volumes Finis.....	75
Figure (IV.4) : Maillage structuré et non structuré.....	76
Figure (IV.5) : indépendance de la solution du maillage.....	78
Figure (IV.6) : Types de maillage généré par ANSYS-Mesh.....	80
Figure (IV.7) : Schéma de l'ensemble des modules d'ANSYS.....	83

CHAPITRE V ----- RESULTATS ET INTERPRETATIONS POUR LE REGIME SUBSONIQUE.

Figure (V.1) : Dimensions (plaque mince + domaine de calcul).....	86
Figure (V.2) : Construction de la géométrie sous Ansys.....	86
Figure (V.3) : Génération du maillage.....	87
Figure (V.4) : Raffinage du maillage au niveau de proche paroi.....	87
Figure (V.5) : Adaptation du maillage proche paroi.....	87
Figure (V.6) : Evaluation de la qualité du maillage.....	88
Figure (V.7) : Décomposition de la géométrie.....	88
Figure (V.8) : l'histoire de convergence des résiduels.....	91
Figure (V.9) : vecteurs vitesse proche de paroi $\alpha=0^\circ$	91

Figure (V.10) : Profil de vitesse pour différentes positions.....	92
Figure (V.11) : vecteurs vitesse proche de paroi $\alpha=5^\circ$	92
Figure (V.12) : Profil de vitesse pour différentes positions	93
Figure (V.13) : vecteurs vitesse proche de paroi $\alpha=10^\circ$	93
Figure (V.14) : point d'inflexion.....	93
Figure (V.15) : Profil de vitesse pour différentes positions.....	94
Figure (V.16) : vecteurs vitesse proche de paroi $\alpha=15^\circ$	94
Figure (V.17) : Profil de vitesse pour différentes positions.....	95
Figure (V.18) : vecteurs vitesse proche de paroi $\alpha=18^\circ$	95
Figure (V.19) : vecteurs vitesse proche de paroi $\alpha=18^\circ$	96
Figure (V.20) : Profil de vitesse pour différentes positions.....	96
Figure (V.21) : Débruitage du champ de vitesse pour $\alpha=0^\circ$	98
Figure (V.22) : Débruitage du champ pression pour $\alpha=0^\circ$	98
Figure (V.23) : Débruitage du champ de vitesse pour $\alpha=10^\circ$	99
Figure (V.24) : Débruitage du champ pression pour $\alpha=10^\circ$	99
Figure (V.25) : Débruitage du champ de vitesse pour $\alpha=18^\circ$	100
Figure (V.26) : Débruitage du champ pression pour $\alpha=18^\circ$	100
Figure (V.27) : Dimensions (profil mince + domaine de calcul).....	102
Figure (V.28) : Construction de la géométrie sous ANSYS.....	102
Figure (V.29) : profil mince NACA 0006	102
Figure (V.30) : Génération du maillage.....	103
Figure (V.31) : Adaptation du maillage proche paroi.....	103
Figure (V.32) : Evaluation de la qualité du maillage.....	104
Figure (V.33) : Décomposition de la géométrie.....	104
Figure (V.34) : Variation du paramètre y^+ le long du profil mince pour le modèle de turbulence SST.....	106

Figure (V.35) : Positions des stations.....	107
Figure (V.36) : l'histoire de convergence des résiduels.....	107
Figure (V.37) : vecteurs vitesse proche de paroi $\alpha=0^\circ$	108
Figure (V.38) : Profil de vitesse pour différentes positions.....	108
Figure (V.39) : vecteurs vitesse proche de paroi $\alpha=5^\circ$	109
Figure (V.40) : Profil de vitesse pour différentes positions.....	109
Figure (V.41) : vecteurs vitesse proche de paroi $\alpha=10^\circ$	110
Figure (V.42) : Profil de vitesse pour différentes positions.....	110
Figure (V.43) : vecteurs vitesse proche de paroi $\alpha=15^\circ$	111
Figure (V.44) : Profil de vitesse pour différentes positions.....	111
Figure (V.45) : vecteurs vitesse proche de paroi $\alpha=18^\circ$	112
Figure (V.46) : Profil de vitesse pour différentes positions.....	112
Figure (V.47) : vecteurs vitesse proche de paroi $\alpha=20^\circ$	113
Figure (V.48) : Profil de vitesse pour différentes positions.....	113
Figure (V.49) : vecteurs vitesse proche de paroi $\alpha=24^\circ$	114
Figure (V.50) : Profil de vitesse pour différentes positions.....	114
Figure (V.51) : Distribution du coefficient de pression pour différents valeur d'angles d'incidence.....	116
Figure (V.52) : Influence du gradient de pression sur la couche limite	117
Figure (V.53) : Evolution du coefficient de frottement pour $\alpha=24^\circ$	117
Figure (V.54) : Distribution du coefficient de traînée du profil NACA006...	118
Figure (V.55) : Distribution du coefficient de portance du profil NACA0006.....	118
Figure (V.56) : Débruitage du champ de vitesse pour $\alpha=0^\circ$	120
Figure (V.57) : Débruitage du champ de vitesse pour $\alpha=0^\circ$	120
Figure (V.58) : Débruitage du champ pression pour $\alpha=15^\circ$	121
Figure (V.59) : Débruitage du champ de vitesse pour $\alpha=15^\circ$	121

Figure (V.60) : Débruitage du champ pression pour $\alpha=24^\circ$	122
Figure (V.61) : Débruitage du champ pression pour $\alpha=24^\circ$	122

CHAPITRE VI ----- RESULTATS ET INTERPRETATIONS POUR LE REGIME SUPERSONIQUE.

Figure (VI.1) : Profil losangique mince.....	124
Figure (VI.2) : Profil losangique mince.....	125
Figure (VI.3) : profil + domaine de calcul	125
Figure (VI.4) : Adaptation du maillage proche paroi.....	126
Figure (VI.5) : Evaluation de la qualité du maillage.....	126
Figure (VI.6) : Décomposition de la géométrie.....	127
Figure (VI.7) : Variation du paramètre y^+ le long du profil losangique pour le modèle de turbulence kw-SST.....	127
Figure (VI.8) : Variation du nombre de Mach à travers le profil losangique Dans le cas non visqueux.....	130
Figure (VI.9) : Variation du nombre de Mach à travers le profil losangique Dans le cas visqueux.....	130
Figure (VI.10) : Variation de la température statique à travers le profil losangique, dans le cas non visqueux.....	131
Figure (VI.11) : Variation de la température statique à travers le profil losangique, dans le cas visqueux.....	131
Figure (VI.12) : Variation de la pression statique à travers le profil losangique, dans le cas non visqueux.....	132
Figure (VI.13) : Variation de la pression statique à travers le profil losangique, dans le cas visqueux.....	132
Figure (VI.14) : Positions des stations.....	133
Figure (VI.15) : vecteurs vitesse proche de paroi $\alpha=0^\circ$	134
Figure (VI.16) : Profil de vitesse pour différentes positions.....	134
Figure (VI.17) : vecteurs vitesse proche de paroi $\alpha=5^\circ$	135

Figure (VI.18) : Profil de vitesse pour différentes positions.....	135
Figure (VI.19) : vecteurs vitesse proche de paroi $\alpha=10^\circ$	136
Figure (VI.20) : Profil de vitesse pour différentes positions.....	136
Figure (VI.21) : vecteurs vitesse proche de paroi $\alpha=12^\circ$	137
Figure (VI.22) : Profil de vitesse pour différentes positions.....	137
Figure (V.23) : Débruitage du champ de vitesse pour $\alpha=0^\circ$	139
Figure (V.24) : Débruitage du champ de vitesse pour $\alpha=0^\circ$	140
Figure (V.25) : Débruitage du champ pression pour $\alpha=5^\circ$	140
Figure (V.26) : Débruitage du champ de vitesse pour $\alpha=5^\circ$	141
Figure (V.27) : Débruitage du champ pression pour $\alpha=12^\circ$	141
Figure (V.28) : Débruitage du champ pression pour $\alpha=12^\circ$	142

LISTE DES TABLEAUX

Tableau (III.1) : Familles d'ondelettes.

Tableau (III.2) : les propriétés principales des ondelettes.

Tableau (III.3) : Coefficients d'échelle pour les ondelettes de Daubechies.

Tableau (V.1) : Conditions aux limites

Tableau (V.2) : Positions des 5 stations

Tableau (V.3) : Conditions aux limites

NOMENCLATURE

Symboles	Grandeurs	Unités
a	célérité du son.	$m\ s^{-1}$
c	corde de l'aile.	m
c	vitesse du son.	$m\ s^{-1}$
C_L	coefficient de portance.	---
C_D	coefficient de traînée.	---
C_x	coefficient de trainée.	---
C_{x0}	coefficient de trainée minimale.	---
C_z	coefficient de portance.	---
E, e	l'énergie totale.	$kg\ m^2\ s^{-2}$
E	effilement.	---
e_{max}	épaisseur maximum.	m
F	force.	N
F_x, F_y, F_z	composantes cartésiennes de F.	$m\ s^{-2}$
F_D	force de traînée.	N
F_L	force de portance.	N
f	résultante des forces massiques.	$N\ kg^{-1}$
h	hauteur.	m
\bar{I}	tenseur unité.	---
K	coefficient de diffusion.	---
k	Energie cinétique turbulente	m^2/s^2
L	Longueur.	m
L	largeur.	m
L_o	corde du profil losangique.	m
M	masse molaire du fluide.	$Kg\ mol^{-1}$
M	nombre de Mach.	---
M	nombre de Mach à l'infini.	---
M₀	nombre de Mach initial.	---
M_c	nombre de Mach critique.	---
M_L	nombre de Mach limite.	---
M_{n,1}	nombre de Mach normal en amont.	---

$M_{n,2}$	nombre de Mach normal en aval.	---
m	masse d'une particule de fluide.	kg
n	vecteur normal.	---
P	pression.	Pa
P_∞	pression à l'infini.	Pa
Pr	Nombre de Prandtl	
$\overline{Q_s}$	force correspondant au terme source de surface.	N
Q_v	source de volume.	N
Q_s	source de surface.	N
\dot{q}	flux de chaleur.	$J m^{-2} s^{-1}$
R	constante des gaz parfaits.	$J kg^{-1} K^{-1}$
r	perte de chaleur volumique.	$J m^{-3} s^{-1}$
Re	nombre de Reynolds.	---
S	surface d'un corps	m^2
S	entropie.	$M^2 s^{-2} K^{-1}$
T	température	K
T_∞	température à l'infini	K
t	temps	s
u, U	composante cartésienne selon x du vecteur vitesse	$m s^{-1}$
V	volume	m^3
v	vitesse eulérienne d'une particule fluide	$m s^{-1}$
u, v, w	composantes cartésiennes de v	$m s^{-1}$
u^+	Fonction de loi de paroi	
X	compressibilité	Pa^{-1}
X_T	compressibilité isotherme	Pa^{-1}
x, y, z	coordonnées cartésiennes	m
α	angle d'attaque	rad
α	angle d'inclinaison du dièdre	rad
δ	Epaisseur de la couche limite	m
γ	accélération	$m s^{-2}$
η	viscosité de volume du fluide	Po
λ	allongement	---
λ	conductivité thermique	$W K^{-1} m^{-1}$
μ	viscosité dynamique du fluide	Po

μ_t	Viscosité dynamique turbulente	Kg/m.s
μ	angle de Mach	rad
θ	angle d'inclinaison du dièdre	rad
θ_{\max}	angle de déviation max.	rad
ψ	angle de déviation de l'écoulement.	rad
β	angle de déviation de l'onde de choc.	rad
β^*	angle de déviation critique correspondant à θ^* .	rad
β_{\max}	angle d'inclinaison Max. de l'onde.	rad
ε	Dissipation turbulente	m ⁴ /s ³
ρ	densité (masse volumique)	kg m ⁻³
ρ_0	Masse volumique du fluide non perturbé.	kg m ⁻³
Φ	la flèche	rad
σ_{ij}	Tenseur des contraintes visqueuses	
σ_k	Coefficient de fermeture, constante	
τ	tenseur des contraintes visqueuses	N m ⁻²
Ω	volume de control	m ³
∇	gradient (vecteur).	m ⁻¹
∇	divergence (scalaire).	m ⁻¹
ϕ	potentiel de vitesse.	m ² s ⁻¹
ζ	angle d'incidence de l'écoulement	rad
$\nu = \mu / \rho$	viscosité cinématique.	M ² s ⁻¹
$\lambda = \sqrt{M_0^2 - 1}$	nombre sans dimension.	---
$\gamma = Cp / Cv$	coefficient adimensionnel de rapport des chaleurs spécifiques.	---
$\nu(M)$	fonction de PRANDTL MEYER.	rad
ν_{\max}	angle de déviation max.	rad
ν	Viscosité cinématique	m ² /s
ν_e	Viscosité cinématique effective	m ² /s
ν_t	Viscosité cinématique turbulente	m ² /s
y^+	Distance adimensionnelle à la paroi	
ω	Fréquence turbulente	s ⁻¹
$\partial/\partial t$	dérivée locale.	s ⁻¹

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] J. J. Bertin, R. M. Cummings. Progress in Aerospace Sciences 39, 2003.
- [2] J. J. Bertin, R. M. Cummings. Annual Review of Fluid Mechanics 38, 2006.
- [3] B. Edney. Anomalous heat transfer and pressure distributions on blunt bodies at hypersonic speeds in the presence of an impinging shock. Rep.115, The Aerospace Research Institute of Sweden, Stockholm, Sweden 1968.
- [4] J. Olejniczak, W. J Wright, and G.V Candler. Journal of fluid Mechanics 352, 1997.
- [5] G. Ben-Dor, E.I Vasilev, T. Elperin, and A.V Zenovich. Physics of Fluids 15,12, 2003.
- [6] Th. FAURE. Aérodynamique Appliquée. Master SDI Parcours MIS – Module MS 154, université Pierre et Marie Curie, Paris 2006.
- [7] John D.Anderrson.Jr, Fundamentals of Aerodynamics, Edition 1985.
- [8] Florent Renac, Contrôle expérimental de l'écoulement tourbillonnaire sur une aile Delta, Thèse de doctorat de l'université Paris, Mars 2004.
- [9] L .Taurel. Aérodynamique expérimentale (T₁), Aérodynamique des profils et des ailes, Edition 1981.
- [10] L .Taurel. Aérodynamique expérimentale (T₂), Aérodynamique des profils et des ailes, Edition 1981.
- [11] H. Baleh, K. Moussaoui Détermination des coefficients aérodynamiques d'un écoulement supersonique autour d'un profil d'aile validation numérique de la théorie des profils minces. Thèse d'Ingénieur d'état, université Saad Dahleb Blida-1, 1997.
- [12] H. Lakhal, N. Mouaici Etude de dimensionnement et performance d'un missile à statoréacteur. Thèse Ingénieur d'état, université Saad Dahleb Blida-1, 2006.
- [13] J.C Robinet, Aérodynamique Fondamentale (tome 1), 2009/2010.
- [14] C. Ahmed Brahim, Thèse de Master, La méthode des ondelettes et ses applications, université Saad Dahleb Blida-1, 2014.

- [15] Y. Amirouche, Thèse de Master, Etude de l'écoulement autour d'un cylindre par la méthode des ondelettes, université Saad Dahleb Blida-1, 2011/2012.
- [16] C. Ahmed, Thèse d'ingénieur, Etude de la couche limite turbulente pour un cylindre, université Saad Dahleb Blida-1, 2014.
- [17] J.C Robinet, Aérodynamique Fondamentale tome 2, 2009/2010.
- [18] Marie Farge, Kai Schneider, Nicholas Kevlahan, Non-Gaussianity and coherent vortex simulation for two-dimensional turbulence using an adaptive orthogonal wavelet basis, PHYSICS OF FLUIDS, 1999.
- [19] A.Amar, K.Hamidi, Thèse ingénieur d'état, simulation numérique des écoulements séparés autour des géométries simples, université Saad Dahleb Blida-1, 2010.
- [20] M.Farge, K.Schneider, Wavelets Application to Turbulence, 1999.
- [21] Marie Farge, Kai Schneider, Olivier Pannekouke et Romain Nguyen van yen, Multiscale representations, fractals, self-similar random processes and wavelets, PHYSICS OF FLUIDS 2010.
- [22] Albert Boggess, Francis J. Narcowich "A First Course in Wavelets with Fourier analysis" second edition 2009.
- [23] Michel Misiti et Yves Misiti et Georges Oppenheim, Jean-Michel Poggi "les ondelettes et leurs applications" 2003.
- [24] Abid Tarek "Analyse du signal ECG par les ondelettes", thèse de mémoire de magister université Saad Dahleb Blida-1, 2008.
- [25] Cohen, A."Ondelettes et traitement Numérique du signal, Masson" 1992.
- [26] BAILLY CHRISTOPHE ET COMTE-BELLOT GENEVIEVE, « Turbulence »; Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique ; Ecole Centrale de Lyon & UMR CNRS 5509 ; Septembre 2003.
- [27] SCHIESTEL ROLAND, « Les écoulements turbulents, modélisation et simulation »; Editions HERMES 8, Paris, 1993.

- [28] SIMO MÄKIHARJU, WILLIAM POLASHENSKI, JR., AZARDOCHT HAJILOO, PIROZ ZAMANKHAN, MARJA VILJANEN, AND RAIJA LANKINEN, «Augmented heat transfer in counterflow heat exchangers with helical turbulators », The 6th ASME-JSME Thermal Engineering Joint Conference, JSME, TED-AJ03-257, 2003.
- [29] LEVEQUE EMMANUEL, « De la turbulence universelle aux modèles de fermeture »; Laboratoire de physique, CNRS UMR 5672 ; École normale supérieure de Lyon, 2010.
- [30] REVEILLON JULIEN, « Ecoulements turbulents ; Simulations - Modélisations - Etudes analytiques » ; CORIA/LMFN - UMR 6614 - Université de ROUEN ; Version 1.2, Novembre 2000.
- [31] JOHANSSON ARNE, « Engineering Turbulence Models and Their Development, With Emphasis on Explicit Algebraic Reynolds Stress Models »; Department of Mechanics, KTH, SE-100 44 Stockholm, Sweden, 2002.
- [32] CHASSAING PATRICK, « Turbulence en mécanique des fluides », ENSEEIHT, Collection POLYTECH de l'I.N.P de Toulouse, CEPADUES-EDITIONS ; 111, TOULOUSE-France, 2000.
- [33] DAVID WILCOX C., « Turbulence Modeling for CFD »; DCW Industries, Inc. ; La Cafiada, California 91011 ; November 1994.
- [34] DHINSA K., BAILEY C., PERICLEOUS K., "Investigation into the Performance of Turbulence Models for Fluid Flow and Heat Transfer Phenomena in Electronic Applications", 20th IEEE SEMI-THRM Symposium, 2005.
- [35] PATARIN CHRISTOPHE, « Simulation numérique du détachement et de l'écoulement d'un jet en sortie d'un injecteur de turbine Pelton », Projet de fin d'études, Ecole polytechnique fédérale de Lausanne, 2003.
- [36] B. D. HENSHALL « The interaction between shockwaves and boundary layers at the trailing edge of double wedge aerofoil at supersonic speed », Aeronautical research council, 1955.