# UNIVERSITE SAAD DAHLEB DE BLIDA I

Institut d'aéronautique et des études spatiales

# THESE DE DOCTORAT EN SCIENCE

Spécialité : Aéronautique

# Contribution à l'amélioration des systèmes d'acquisition et de synchronisation d'un signal GNSS par CFAR

Par

# Siham DEHOUCHE

# Devant le jury proposé composé de :

A. Guessoum	Professeur	Université de Blida	Président
L. Bounatiro	Professeur	Université de Blida	Examinateur
F. Boudjema	Professeur	Ecole nationale polytechnique	Examinateur
M. Bouamar	Professeur	Université de M'sila	Examinateur
D. Acheli	Professeur	Université de Boumerdès	Examinateur
M. Hamadouche	Professeur	Université de Boumerdès	Encadreur

« Pauvres montagnards, pauvres étudiants, pauvres jeunes gens, vos ennemis de demain seront pires que ceux d'hier » Mouloud. FERAOUN

### ABSTRACT

This thesis deals with acquisition enhancement performed with collective detection and adaptive CFAR detector in global navigation satellite system - GNSS - receiver. Signal acquisition decides the presence or absence of the GNSS signal by using detection theory, in low signal conditions or in a noisy environment; acquisition operation become difficult and can give a high false alarm and low detection probability. As solution to this problem, we introduce a new method, which is noted collective detection and we combine it with a cell- averaging-constant false alarm rate -CFAR- detector. In this context, we use a new mathematical derivation to develop closed-form analytic expressions for the probabilities of detection and false alarm. The performances of the proposed detector are evaluated and compared with a non-CFAR case through analytical and numerical results.

### RÉSUMÉ

Le but de ce travail de thèse est l'amélioration de l'étage d'acquisition par la détection collective et le détecteur adaptatif CFAR, cette amélioration est réalisée au niveau d'un récepteur GNSS. L'acquisition décide la présence ou l'absence d'un signal GNSS en s'articulant sur la théorie de détection. Cependant dans les situations de signaux faibles ou fortement bruités, la performance d'acquisition s'affaiblit en produisant un nombre important de fausses alarmes. Comme solution à ce problème nous proposons la détection collective combinée avec la détection CFAR. Dans ce contexte, on a développé les formulations mathématiques des probabilités de détection et de fausses alarmes puis nous avons réalisé des validations avec des données réelles.

#### ملخص

الهدف من هذه الاطروحة هو تحسين عملية الاكتساب على مستوى مستقبل GNSS عن طريق الكشف التجميعي ودمجه مع كاشف بعتبة متحولة. الاكتساب يقرر وجود أو غياب إشارة GNSS وذلك بمقارنة خلية تحت الاختبار بعتبة محددة سلفا مما يسمح بتقدير تأخر الترميز وكذا الدوبلر المرتبطان بها. لكن في حالة الإشارة الضعيفة أو المصحوبة بضجيج كثيف تصبح هذه العملية ضعيفة الأداء منتجة الكثير من الإنذارات الكاذبة. في هذا الإطار قدمنا حلا متميزا يعتمد على الكشف التجميعي في مرحلة اولى ثم تحسينه في مرحلة ثانية عن طريق تقنية العتبة المتكيفة من نوع CA-CFAR حيث تم إقتراح صيغ رياضية لإحتمال الكشف وكذا الإنذار الخاطئ.

### REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier mon directeur de thèse, Monsieur Mhamed HAMADOUCHE, pour son aide tout au long de ces années. Qu'il soit aussi remercié pour sa gentillesse, sa modestie, sa disponibilité et ses conseils.

Je tiens à exprimer ma gratitude et mon énorme reconnaissance au Dr. Kamel BENACHENHOU, une lueur de compétences, merci pour son aide inestimable, ses encouragements continus, les mots ne suffisent certainement pas, je dis simplement, sans vous ce travail n'aurait jamais vu le jour.

J'adresse tous mes remerciements et mon respect au président du jury Mr. GUESSOUM, et aux membres, Mme. ACHELI, Mr. BOUAMAR, Mr. BOUDJEMA et Mr. BOUNATIRO, de l'honneur qu'ils m'ont fait en acceptant d'examiner ce travail.

### TABLE DES MATIERES

RESUME REMERCIEMENTS TABLE DES MATIERES LISTE DES FIGURES LISTE DES TABLEAUX LISTE DES ABREVIATIONS LISTE DES SYMBOLES & NOTATIONS INTRODUCTION GENERALE

# GENERALITES SUR LES SYSTEMES DE

### CHAPITRE I: POSITIONNEMENT PAR SATELLITES GNSS

I. 1. Introduction	22
I. 2. Le GPS -Global Positioning System-	23
I. 2. 1. Segment spatial	23
I. 2. 2. Segment de contrôle	25
I. 2. 3. Les services du GPS	26
I. 2. 4. Modernisation du système GPS	26
I. 3. Le système GLONASS	28
I. 3. 1. Le segment spatial	28
I. 3. 2. Le segment de contrôle	29
I. 3. 3. Les utilisateurs	29
I. 4. Le système Galileo	29
I. 4. 1. Le segment spatial	30
I. 4. 2. Le segment de contrôle	31
I. 4. 3. Le segment utilisateur	31
I. 5. Les systèmes GNSS dans la navigation aérienne	33
I. 5. 1. Le système d'augmentation à bord ABAS	35

I. 5. 2. Le système d'augmentation satellitaire SBAS	37
I. 5. 3. Le système d'augmentation terrestre GBAS	38
I. 6. Principe de positionnement d'un système GNSS	40
I. 6. 1. Les signaux GPS	40
I. 6. 2. Calcul de la position du récepteur	44
I. 6. 3. Précision du positionnement GNSS	49
I. 7. Le GPS assisté	51
I.8. Conclusion	52

# CHAPITRE II: L'ETAGE D'ACQUISITION D'UN SIGNAL GNSS

II.1. Introduction	54
II. 2. Les méthodes d'acquisition d'un signal GNSS	55
II. 2. 1. Acquisition par recherche série	56
II. 2. 2. Acquisition par recherche parallèle sur la fréquence	57
II. 2. 3. Acquisition par recherche parallèle sur le code	58
II. 3. Modélisation statistique de l'étage d'acquisition	61
II. 4. Sources de dégradation des performances de l'acquisition	64
II. 4. 1. Incertitude sur l'espace de recherche	65
II. 4. 2. L'effet Doppler	67
II. 4. 2. 1. Effet Doppler sur la fréquence de la porteuse	67
II. 4. 2. 2. Effet Doppler sur le code	68
II. 4. 3. Effet de transition des bits de données	70
II. 4. 4. Effet de la quantification	76
II. 4. 5. Effet du canal de propagation et de transmission	81
II. 4. 5. 1. Atténuation en espace libre	81
II. 4. 5. 2. Trajets multiples et ombrage	82
II. 4. 5. 3. Canal de Rice	84
II. 4. 5.4. Canal de Rayleigh	86
II. 4. 5. 5. Influence sur l'acquisition	87
II.5. Conclusion	90

# CHAPITRE III: LES DETECTEURS DANS LES RECEPTEURS GNSS

III. 1. Introduction	91
III.2. Etat de l'art	92
III. 3. Principe de la détection binaire	95
III. 3. 1. Critère de Bayes	97
III. 3. 2. Critère du rapport de vraisemblance	98
III. 3. 3. Critère de Neyman-Pearson	98
III. 4. Les détecteurs standards	100
III. 4. 1. Le détecteur quadratique	100
III. 4. 2. Le détecteur linéaire	105
III. 5. Les détecteurs avec intégration	108
III. 5. 1. Le détecteur cohérent avec intégration	108
III. 5. 2. Le détecteur différentiel cohérent	111
III. 6. Les détecteurs adaptatifs CFAR	119
III. 7. Comparaison et conclusion	126
III.8. Conclusion	128

# CHAPITRE IV:

IV. 1. Introduction	129
IV. 2. Principe de la détection collective	131
IV. 3. Performances de la détection collective dans un canal AWGN	134
IV. 4.Performances de la détection collective dans un canal de Rayleigh	137
IV.5.Performances d'acquisition d'un signal GNSS par la détection	111
collective adaptative	141
IV. 6. Génération de grille SECA	151
IV. 7. Résultats de la simulation de la grille SECA à seuil fixe et adaptatif	154
IV.8. Conclusion	162

# CONCLUSION GENERALE

163

ANNEXE I.1 : ANNEXE I.2:	Génération et propriétés des codes C/A Modulations des nouveaux signaux GNSS	166 169
ANNEXE II.1:	Les canaux de transmission	173
ANNEXE III.1:	Acquisition des nouveaux signaux GNSS	174

# REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES 185

# LISTE DES FIGURES

Figure I.1 :	Satellites GPS, Block I, IIR, IIF et III	24
Figure I.2 :	Le segment de contrôle	25
Figure I.3 :	La constellation des satellites Galileo	31
Figure I.4 :	Couverture des systèmes SBAS dans le monde	38
Figure I.5 :	Principe de l'étalement de spectre	41
Figure I.6 :	Puissance du signal L1 C/A	42
Figure I.7 :	Message de navigation LNAV GPS	44
Figure I.8 :	Traitement du signal GPS	45
Figure I.9 :	Principe de multilatération	48
Figure I.10 :	Principe du GPS Assisté	52
Figure II.1 :	Espace de recherche	56
Figure II.2 :	L'acquisition par recherche série	57
Figure II.3 :	L'acquisition parallèle sur la fréquence	58
Figure II.4 :	L'acquisition circulaire	59
Figure II.5 :	Acquisition d'un satellite absent	60
Figure II.6 :	Acquisition d'un satellite présent	60
Figure II. 7 :	Modélisation statistique de l'étage d'acquisition d'un signal GNSS	61
Figure II.8 :	Incertitude sur le délai	66
Figure II.9 :	Incertitude sur la fréquence	66
Figure II.10 :	Effet du Doppler sur la démodulation	68
Figure II.11 :	Effet du Doppler sur le code	69
Figure II.12 :	Effet du Doppler sur la corrélation	70
Figure II.13 :	Transition d'un bit de données	71
Figure II.14 :	Effet de la transition dans le domaine temporel	74
Figure II.15 :	Effet de la transition dans le domaine fréquentiel	74
Figure II.16 :	Effet de la position de transition	76
Figure II.17 :	Quantification d'un signal GNSS	77
Figure II. 18 :	Pertes de la quantification	80

Figure II.19:	Les multitrajets et ombrage	83
Figure II.20 :	Densité de probabilité de Rice	
Figure II.21 :	Densité de probabilité de Rayleigh	86
Figure II.22 :	Evanouissement de l'amplitude dans un canal de Rayleigh.	87
Figure II.23 :	Comparaison entre un canal AWGN et un canal de Rayleigh	88
Figure II.24:	Signaux générés selon des distributions Gaussiennes	89
Figure II.25 :	Densités de trois bruits Gaussiens	89
Figure III.1 :	Compromis entre détecteurs	94
Figure III.2 :	Espace de décision en détection binaire	96
Figure III.3 :	Le détecteur quadratique	100
Figure III.4 :	Densités de probabilité sous H0 et H1 pour un détecteur quadratique	104
Figure III.5 :	Courbes ROC pour un détecteur quadratique	104
Figure III.6 :	Le détecteur linéaire	105
Figure III.7 :	Densités de probabilité sous pour un détecteur linéaire.	107
Figure III.8 :	Courbes ROC pour un détecteur linéaire	107
Figure III.9 :	Le détecteur non cohérent	108
Figure III.10 :	Densités de probabilité sous H0 et H1 pour un détecteur non cohérent.	110
Figure III.11 :	Courbes ROC pour un détecteur non cohérent	110
Figure III.12 :	Le détecteur différentiel cohérent	112
Figure III.13 :	Densités de probabilité pour un détecteur différentiel cohérent	116
Figure III.14 :	Courbes ROC pour un détecteur différentiel cohérent	116
Figure III.15 :	Le détecteur différentiel cohérent	117
Figure III.16 :	Courbes ROC pour le détecteur différentiel non cohérent	118
Figure III.17 :	Comparaison entre le seuil fixe et le seuil adaptatif CFAR.	119
Figure III.18 :	Détection d'un signal GNSS par un détecteur CA-CFAR	121
Figure III.19 :	Courbes ROC pour le détecteur CA-CFAR appliqué à un signal GNSS	125
Figure III.20 :	Influence du nombre de cellules CFAR	125
Figure III.21 :	Comparaison entre les détecteurs, quadratique et non cohérent	127

	Comparaison entre les détecteurs quadratique, différentiel	
Figure III.22:	cohérent, différentiel non cohérent et CA-CFAR	127
Figure IV.1 :	Correspondance acquisition – position dans la détection collective.	132
Figure IV.2 :	Récepteur avec détection collective	132
Figure IV.3 :	La grille de recherche pour la détection collective	134
Figure IV.4 :	Les courbes ROC pour la détection collective, canal AWGN, Pfa=10 <sup>-3</sup>	136
Figure IV.5 :	Les courbes ROC pour la détection collective, canal AWGN, Pfa=10 <sup>-5</sup>	136
Figure IV.6 :	Les courbes ROC pour la détection collective, canal de Rayleigh, Pfa=10 <sup>-3</sup>	141
Figure IV.7 :	Les courbes ROC pour la détection collective, canal de Rayleigh, Pfa=10 <sup>-5</sup>	141
Figure IV.8 :	Le détecteur CA-CFAR	143
Figure IV.9 :	La probabilité de détection avec un seuil CFAR, K=1	146
Figure IV.10 :	La probabilité de détection avec un seuil CFAR, K=2	146
Figure IV.11 :	La probabilité de détection avec un seuil CFAR, K=3	147
Figure IV.12 :	La probabilité de détection avec un seuil CFAR, K=4	147
Figure IV.13 :	gure IV.13 : La probabilité de détection avec un seuil CFAR, Pfa= $10^{-3}$ Pfa= $10^{-5}$ .	
Figure IV.14 :	Influence du nombre de cellules CFAR sur la probabilité de détection.	148
Figure IV.15 :	Influence du nombre de satellites, Pfa=10 <sup>-3</sup>	149
Figure IV.16 :	Influence du nombre de satellites, Pfa=10 <sup>-5</sup>	149
Figure IV.17 :	Comparaison seuil fixe, détection collective et CFAR, Pfa=10 <sup>-3</sup> .	150
Figure IV.18 :	Comparaison seuil fixe, détection collective et CFAR, Pfa=10 <sup>-5</sup>	150
Figure IV.19 :	Carte du ciel des satellites visibles	157
Figure IV.20 :	Carte de ciel les satellites sélectionnés	157
Figure IV.21 :	La grille SECA pour des signaux faibles	158
Figure IV.22 :	La grille SECA pour des signaux faibles, seuil fixe	158

Figure IV.23 :	La grille SECA pour des signaux faibles, seuil CFAR.	159	
Figure IV.24 :	La grille SECA pour des signaux forts	159	
Figure IV.25 :	La grille SECA pour des signaux forts, seuil fixe	160	
Figure IV.26 :	La grille SECA pour des signaux forts, seuil CFAR	160	
Figure IV.27 :	L'erreur moyenne de position pour la détection	161	
	conventionnelle et la détection collective	101	
Figure IV.28 :	L'erreur moyenne de position pour la détection	101	
	conventionnelle et la détection collective avec CFAR	101	

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau I.1 :	Caractéristiques des signaux GPS civils	43
Tableau II.1 :	Pertes causées par la quantification	70
Tableau IV.1 :	Dop's de la configuration satellitaire retenue	155
Tableau IV.2 :	Paramètres de simulation	155

## LISTE DES ABREVIATIONS

AAIM	Aircraft Autonomous Integrity Monitoring
ABAS	Aicraft Based Augmentation System
AGC	Automatic Gain Control
APV	Approach with Vertical guidance
ARNS	Aeronautical Radio Navigation Service
AWGN	Additive White Gaussian Noise
BPSK	Binary phase shift key
CA-CFAR	Cell Averaging- CFAR
CAF	Cross Ambiguity Function
CDMA	Code Division Multiple Acess
CFAR	Constant False Alarme Rate

CNAV	Civil Navigation
CNR	Carrier to Noise Ratio
	Cosmicheskaya Sistyema Poiska Avariynich
COSPAS/SARSAT	Sudow/ Search and Rescue Satellite-Aided
	Tracking
CTS	Command Tracking Station
CUT	Cell Under Test
DLL	Delay Locked Loop
DME	Distance Measuring Distance
DS-CDMA	Direct Sequence-CDMA
DSSS	Direct Sequence Spread Spectrum
ECNOS	European Geostationary Navigation Overlay
EGNOS	Service
ESA	European Space Agency
FANS	Futur Air Navigation Systems
FD	Fault Detection
FDE	Fault Detection and Exclusion
FFT	Fast Fourier Transform
FOC	Full Operational Capability
GAGAN	GPS Aided Geo Augmentation System
GBAS	Ground Based Augmentation system
GCC	Ground Control Center
GCC	Ground Control Center
GCS	Ground Control Segment
GDOP	Geometric Dilution Of Precision
GGF	GBAS Ground Facility
GIOVE	Galileo In Orbit Validation Element
CLONASS	Globalnaïa Navigatsionnaïa Spoutnikovaïa
GLONASS	Sistéma
GMS	Ground Mission Segment
GMS	Ground Mission Segment
GNSS	Global Navigation Satellite System
GO-CFAR	Greatest Of-CFAR

GSS	Galileo Sensor Station
HDOP	Horizontal Dilution Of Precision
HOW	Handover Word
IOV	In Orbit Validation
LEO	Low Earth Orbit
LNAV	Legacy Navigation
LOS	Line Of Sight
LPV	Localizer Precision with Vertical guidance
MCS	Master Control Station
MEO	Medium Earth Orbit
ML-GPS	Maximum Likelihood GPS
MS	Mobile Station
MSAS	Multi-functional Satellite Augmentation
WSAS	System
MS-assisted GPS	Mobile Station assisted GPS
NDB	Non Directional Beacon
NED	North Est Down
NNSS	Navy Navigation Satellite System
	Organisation de l'Aviation Civile
UACI	Internationale
OCX	Next Generation Operational Control System
OS	Open Service
OSC	Operational Control System
OS-CFAR	Order Statistic-CFAR
PDOP	Position Dilution Of Precision
PLL	Phase Locked Loop
PPS	PPS (Precise Positioning Service
PRN	Pseudo Random Noise
PRS	Public Regulated Service
QZSS	Quasi-Zenith Satellite System
RAIM	Receiver Autonomous Intergrity Monitoring
RNAV	Area Navigation
ROC	Receiver Operation Characteristic

	Radio Technical Commission for Aeronautics
RTCA DO-208	Document 208
SA	Selectvie Availibility
SAR	Search And Rescue
SBAS	Satellite Based Augmentation System
SDCM	System for Differential Corrections and
	Monitoring
SECA	Systematic and Efficient Collective
SECA	Acquisition
SIS	Signal In Space
SNR	Signal to Noise Ratio
SO-CFAR	Smallest Of-CFAR
SoL	Safety of life
SPS	Standard Positioning Service
TDOP	Time Dilution Of Precision
TLM	Telemetry
тоw	Time Of Week
ттс	Telemetry, tracking and control
TTFF	Time To First Fix
ULS	Up-Link Station
VDB	VHF Data Broadcast
VDOP	Vertical Dilution Of Precision
VOR	Very High Frequency- Omnidirectional Range
WAAS	Wide Area Augmentation System

# LISTE DES SYMBOLES ET NOTATIONS

$A_i$	Amplitude du signal GNSS
$A_G$	Gain de l'amplificateur AGC
$az_k$	Azimut du satellite k
В	Erreur maximale dans le code phase en chip pour la grille SECA
<b>B</b> <sub>IF</sub>	Bande passante de l'étage radio fréquence
$\Delta b_r$	Biais d'horloge du récepteur
$\Delta b_{si}$	Biais d'horloge du satellite <i>i</i>
$C_{ij}$	Coût de décision $H_i$ quand $H_j$ est correcte
С	Coût moyen du test de Bayes
С	Vitesse de la lumière
$d_{euc}$	Distance euclidienne entre le satellite <i>i</i> et le récepteur
$d_i(t)$	Données de navigation
$\Delta D$	Coordonnée dans la direction Down dans le repère NED
$\Delta E$	Coordonnée dans la direction East dans le repère NED
$el_k$	Elévation du satellite k
$e_i(t)$	Produit de code d'étalement primaire et /ou secondaire et la sous porteuse
$f_e$	Fréquence d'échantillonnage
$f_{d\min}$	Fréquence Doppler minimale dans l'espace de recherche
$f_{d\max}$	Fréquence Doppler maximale dans l'espace de recherche
$\Delta f$	Résolution fréquentielle dans l'espace de recherche
$\Delta f_f$	Décalage Doppler sur la fréquence de la porteuse
$\delta f_{_d}$	Erreurs résiduelles entre le centre de la cellule et la vraie position
	de la fréquence Doppler
$\Delta f_f$	Décalage Doppler sur la fréquence de la porteuse

$f_{_E}$	Fréquence du signal émis par le satellite
$f_e$	Fréquence d'échantillonnage
$f_c$	Fréquence du code d'étalement
$f_L$	Fréquence de la porteuse du signal GNSS
$f_{\rm IF}$	Fréquence intermédiaire d'un récepteur GNSS
$f_{c,d}$	Fréquence du code d'étalement affecté par le Doppler
$f_d$	Décalage Doppler
$\hat{f}_d$	Décalage Doppler estimé
$\delta f_c$	Décalage Doppler affectant le code d'étalement
$f_0(s)$	Densité de probabilité de la variable s sous $H_{\scriptscriptstyle 0}$
$f_1(s)$	Densité de probabilité de la variable s sous $H_1$
$G_t$	Gain de transmission
$G_r$	Gain de réception
$H_1$	Hypothèse alternative
$H_0$	Hypothèse nulle
k	Paramètre de Rice
Μ	Nombre de cellules CFAR
Ν	Longueur de la période d'intégration
$N_{\tau}$	Nombre de cellules dans la direction du temps dans l'espace de recherche
$\Delta N$	Coordonnée dans la direction North dans le repère NED
$N_f$	Nombre de cellules fréquentielles dans l'espace de recherche
$N_{\tau}$	Nombre de cellules dans la direction du temps dans l'espace de recherche
$N_r$	Position du bit de transition
$N_{f}$	Nombre de cellules fréquentielles dans l'espace de recherche

$N_0$	Densité spectrale de puissance du bruit
Р	Rapport entre les rapports SNR après et avant quantification
$P_r$	Puissance reçue
$P_t$	Puissance transmise
$P_d$	Probabilité de détection
$P_{fa}$	Probabilité de fausses alarmes
$P_m$	Probabilité de non détection
$P_0$	Probabilité à priori de décider $H_0$
$P_1$	Probabilité à priori de décider $H_1$
p[n]	Séquence contenant les bits de données et / ou les bits
1 L J	secondaires
Q	Pas de quantification
R	Distance entre le satellite et le récepteur
$R_{c}\left(\hat{\tau},\hat{f}_{d} ight)$	Fonction d'ambigüité
$R_n(\hat{ au}, \hat{f}_d)$	Fonction de corrélation en présence du bruit seul
r[n]	Signal échantillonné
$r_q[n]$	Signal quantifié
<i>r</i> <sub>RF</sub>	Signal reçu au niveau de l'antenne du récepteur
$S\!\left(\hat{ au},\hat{f}_{_{d}} ight)$	Variable de décision
$S_{_L}\!\left(\hat{ au},\hat{f}_{_d} ight)$	Variable de décision en considérant L intégrations non cohérentes
$T_{ch_d}$	Durée d'un chip du code d'étalement affecté par le Doppler
T <sub>c</sub>	Temps d'intégration
Т	Facteur CFAR pour l'obtention du seuil

Т	Longueur du code d'étalement
$T_s$	Période d'échantillonnage
$T_{ch}$	Durée d'un chip du code d'étalement
$t_r$	Temps de réception du signal au niveau du récepteur
t <sub>si</sub>	Temps d'émission au niveau du satellite <i>i</i>
$V_r$	Composante radiale de la vitesse du satellite
$Y_{I}\left(\hat{\tau},\hat{f}_{d}\right)$	Partie réelle de la variable de décision
$Y_{Q}\left(\hat{\pmb{ au}},\hat{f}_{d} ight)$	Partie imaginaire de la variable de décision
α	Rapport d'amplitude multitrajet / au signal direct
β	Seuil de détection fixe
Γ	Bruit Gaussien à l'étage radio fréquence
$\eta_{\scriptscriptstyle RF}$	Bruit Gaussien à l'étage radio fréquence
$\eta_{{}_{I\!F}}$	Le bruit à la sortie de l'étage <i>IF</i>
К	Multiplicateur de Lagrange
λ	Paramètre de non centralité
$\lambda_{\scriptscriptstyle L}$	Paramètre de non centralité en considérant L intégrations non cohérentes
$ ho_i$	Pseudo distance entre le récepteur et le satellite <i>i</i>
$ ho_{{}_{MS,k}}$	Pseudo-distance séparant le récepteur du satellite k
$ ho_{{}_{BS,k}}$	Pseudo-distance de la station de référence
$\Delta  ho_k$	Différence entre les pseudo-distances du récepteur et de la station
$\Delta  ho_{err, \max}$	Différence de pseudo-distance entre le récepteur et la station
$\delta\! ho_{\scriptscriptstyle biais}$	Résolution en biais d'horloge
$\delta\! ho_{\scriptscriptstyle position}$	Résolution en distance
δρ	Résolution en pseudo-distance

Variance du bruit reçu après corrélateur
Variance du bruit reçu après corrélateur
Retard de propagation
Retard de propagation estimé
Erreurs résiduelles entre le centre de la cellule et la vraie position
du code phase
Erreurs résiduelles entre le centre de la cellule et la vraie position
du code phase
Phase du signal reçu
Phase du signal estimée
Distribution Khi2
Espace d'observation
Espace d'observation sous H <sub>0</sub>
Espace d'observation sous H <sub>1</sub>
Facteur de pondération entre les résolutions en distance et biais

# Introduction

Introduction

### Introduction générale

La navigation par satellites est considérée la navigation du futur, son utilisation ainsi que ses domaines d'application (terrestre, maritime et aérien) ne cesse de croitre. Bien qu'il ait été développé à des fins militaires, le système de positionnement par satellites américain *GPS* est vite devenu le premier système à couverture mondiale, accessible et gratuit à tous les utilisateurs. Le système *GPS* est en cours de modernisation afin de répondre aux exigences requises dans certaines applications où la sécurité de vies humaines est une priorité, et de garder sa place dans ce domaine où tan de systèmes satellitaires sont en cours de développement.

Dans le domaine de la navigation aérienne, l'utilisation de la composante satellitaire est l'une des priorités de l'organisation de l'aviation civile internationale (OACI), concrétisée par le concept CNS/ATM (Communication Navigation Surveillance /Air Trafic Management), ce concept est essentiellement basé sur la combinaison du meilleur des moyens de la communication, navigation et surveillance conventionnels et la technologie des systèmes satellitaires afin d'offrir de meilleurs services en assurant la précision de la donnée fournie, la continuité du service offert, la disponibilité et l'intégrité du système requis, en assurant une meilleure gestion du trafic aérien qui ne cesse d'augmenter. Actuellement, seul le système GPS est homologué par l'OACI pour l'utilisation dans le domaine de la navigation aérienne dans certaines phases de vol et sous certaines conditions d'exploitation, ce qui n'est pas le cas de son semblable russe Glonass dont l'utilisation ne peut être certifiée pour une couverture mondiale. D'autres systèmes satellitaires sont actuellement en cours de développement, l'Européen Galileo, qui commence déjà à offrir ses services depuis 2016, le système Chinois Beidou, le Japonais QZSS (Quasi-Zenith Satellite System). L'ensemble de tous les systèmes satellitaires sont regroupés sous le nom GNSS (Global Positioning Satellite System), représentant une approche d'uniformisation et l'hybridation des récepteurs au niveau des avions afin de tirer profit des avantages de l'utilisation

de plusieurs systèmes satellitaires pour une meilleure couverture et disponibilité continue en tout point sur la terre.

Le développement des récepteurs *GNSS* se repose sur les avancées technologiques dans le domaine de l'électronique et des techniques du traitement du signal. La structure des nouveaux signaux *GNSS*, leurs modulations, les techniques de leurs détections sont innovantes par rapport au systèmes basiques *GPS* et *Glonass*. Le traitement des signaux *GNSS* se réalise en plusieurs étapes permettant, à la fin, d'extraire les données nécessaires pour l'évaluation de la position, vitesse et temps de l'utilisateur avec la meilleure précision possible.

L'acquisition est la première opération réalisée par le récepteur GNSS, elle permet essentiellement de détecter les satellites visibles pour un récepteur donné, en réalisant une recherche bidimensionnelle en temps et en fréquence pour décider de la présence du satellite en comparant le résultat de la corrélation entre le signal reçu et un signal généré localement avec un seuil prédéterminé par un critère de décision.

La performance de l'acquisition, facteur important de la définition des performances d'un récepteur, est souvent influencée et dégradée par plusieurs sources d'erreurs, notamment dans un milieu urbain caractérisé par la présence d'obstacles générant des trajets multiples et des phénomènes d'atténuation et d'affaiblissement du signal, préalablement très faible compte tenu des pertes qu'il subit en traversant les couches de l'atmosphère pour atteindre l'utilisateur.

Dans les récepteurs *GNSS* actuels, la stratégie de détection utilisée est le choix d'un seuil fixe, s'inspirant de l'utilisation de la technique de la détection adaptative *CFAR* (Constant False Alarm Rate) dans les systèmes radar, nous proposons dans cette thèse l'utilisation de cette approche pour la détection des signaux GNSS.

Les objectifs de ce travail de recherche sont fixés comme suit :

 Analyse de l'étage d'acquisition des signaux GNSS en tant qu'opération d'estimation puis de détection, dans ce contexte, nous formulons analytiquement cet étage pour des signaux GPS L1, les courbes de performances associées seront évaluées ;  Utilisation de la détection collective récemment proposée dans la littérature pour les nouveaux signaux GNSS, avec la détection CFAR afin d'améliorer la performance dans un canal de Rayleigh en cas de faibles signaux.

Notre thèse est organisée de la manière suivante:

- + Le premier chapitre est réservé à la définition, présentation et caractérisation des systèmes de navigation par satellites actuels et en cours de développement, en décrivant quelques notions de la navigation par satellites. Les limites des systèmes satellitaires dans le domaine de la navigation aériennes sont analysées tout en présentant les systèmes d'augmentation existants;
- L'objectif du 2<sup>ème</sup> chapitre de cette thèse est de présenter l'acquisition en tant qu'opération d'estimation. Nous présentons les différentes méthodes d'acquisition. Nous allons par la suite, analyser les différentes sources de dégradation des performances de l'acquisition en exposant l'influence de chaque source ;
- Par la suite, l'acquisition en tant qu'opération de détection est étudiée. Quelques notions de la détection sont données, puis nous analysons plusieurs types de détecteurs, simple et avec intégration, à seuil fixe et adaptatif en développant les formules analytiques des performances de chaque détecteur ;
- Le dernier chapitre est réservé à l'acquisition par la détection collective combinée avec le détecteur adaptatif CFAR.

La thèse est clôturée par une conclusion générale et des perspectives.



Chapitre I

*Généralités sur les systèmes de positionnement par satellites GNSS* 

### **CHPAITRE 1**

# GENERALITES SUR LES SYSTEMES DE POSITIONNEMENT PAR SATELLITES GNSS

### I. 1. Introduction

Le GNSS (Global Navigation Satellite System) est l'ensemble des systèmes de navigation par satellites. Un système de positionnement et de navigation par satellites permet à un utilisateur de connaitre continuellement sa position en termes de longitude, latitude et altitude.

Le *NNSS* (Navy Navigation Satellite System) appelé aussi Transit est le tout premier système conçu par les américains pour des fins de positionnement et de navigation par satellites, il était utilisé depuis 1964 dans des applications militaires et pour le positionnement des navires. L'utilisation de ce système a été élargie par la suite couvrant des utilisateurs civils dans le monde entier. Développé un peu plus tard, le russe Tasikada était le premier système satellitaire russe. Les deux systèmes se constituaient de satellites placés en orbite *LEO* (Low Earth Orbit). Ces deux systèmes offraient une précision de positionnement relativement médiocre, de plus, ils ne permettaient pas une couverture continue à cause des temps importants entre deux passages d'un satellite. Ces deux systèmes ont été suivis des uniques systèmes complètement opérationnels actuellement, le *GPS* (Global Positioning System) et le *GLONASS* (Globalnaïa Navigatsionnaïa Spoutnikovaïa Sistéma).

De nouveaux systèmes sont actuellement en phase de développement, le système européen Galileo dont la constellation actuelle n'est qu'à 22 satellites, le système régional chinois Beidou-1 opérationnel depuis 2003 diffusant ses services en Chine et régions avoisinantes, le *Beidou*-2 prévu vers 2020 permettra une couverture mondiale. Les japonais développent aussi leur propre système

satellitaire QZSS (Quasi-Zenith Satellite System), il sera opérationnel vers 2018. Des systèmes d'augmentation aux systèmes de base cités font aussi partie des systèmes *GNSS* pour améliorer les performances de navigation, l'augmentation peut être au sol, à bord ou par des satellites géostationnaires.

Les satellites permettent de couvrir de larges surfaces par rapport aux stations terrestres et offrent la possibilité de communications intercontinentales indépendamment des reliefs géographiques, de ce fait, l'utilisation des systèmes satellitaires devient de plus en plus un besoin quotidien, la plage des applications est assez large et touche davantage un plus grand nombre d'utilisateurs, dans diverses domaines : assistants de navigation dans la navigation routière, récepteurs intégrés sur les smartphones, ainsi que le positionnement et la navigation dans les secteurs (Aérien, maritime et ferroviaire).

Compte tenu des limites des moyens conventionnels pour la navigation aérienne, et face à l'évolution du trafic aérien dans le monde, l'Organisation de l'Aviation Civile Internationale a mis un programme basé essentiellement sur l'utilisation des moyens satellitaires, en coordination avec les meilleurs systèmes conventionnels pour une meilleure performance globale optimale.

### I. 2. Le GPS -Global Positioning System-

Le *GPS* est un système de positionnement par satellites conçu et développé par le département de défense Américain vers les années 1970, à priori, le système était utilisé par les militaires, l'utilisation civile lui a permis, par la suite, de devenir le premier système mondial. Le système se compose d'une constellation de satellites répartis sur des orbites et un réseau de stations réparties sur le monde entier assurant le contrôle et le suivi des satellites. Les composants du système se divisent en général en trois segments :

### I. 2. 1. Le segment spatial

Regroupe la constellation satellitaire, elle se compose essentiellement de 24 satellites répartis sur quatre orbites semi-circulaires de rayon de 26 560 Km, d'une inclinaison de 55° [1]. Depuis la création du système près de 70 satellites ont été lancés, ils font partie de trois grandes catégories : Block I, Block II et Block III.

- Satellites Block I: Construits par Rockwell International, les 11 satellites Block I ont été mis en orbite entre 1978- 1985, ces satellites ont été conçus pour une durée de vie de 5 ans néanmoins quelques satellites ont été maintenus pour dix années, les derniers satellites Block I ont été mis hors service en 1995 [2].
- Satellites Block II/ II A: 28 satellites étaient prévus pour cette génération de satellites, à partir du 10<sup>ème</sup> satellite, des changements ont été apportés aux satellites et portent alors le nom Block II A. Les 19 satellites Block II A ont été lancés entre 1989 et 1997, d'une durée de vie moyenne de 7,5 années [3]. Le dernier satellite Block II A a terminé sa mission en janvier 2016.
- Satellites Block II R/ II R-M/II F: Cette série contient un total de 21 satellites, construits par General Electric Astro Space Division, les 13 premiers satellites ont été lancés entre 1997 et 2004. Le reste des satellites font partie des satellites incluant de nouveaux signaux militaires et civils en coordination avec la modernisation du système, ces satellites portent désormais le nom Block II R-M lancés entre 2005 et 2009 [4]. Les satellites Block II F ont une durée de vie de 12,7 ans, leur masse est de 1630 kg, douze satellites ont été lancés de 2010 à 2016 [5].
- Satellites Block III: Ce sont les satellites de la troisième génération, le lancement de dix satellites prévu pour 2017 a été retardé pour 2018, appelés aussi GPS III. Chaque satellite possède trois horloges atomiques en rubidium et pèse 2200 Kg, ces satellites diffuseront le quatrième signal civil [6]. Des satellites GPS sont illustrés par la figure I.1 ci-dessous.



Figure I.1 : Satellites GPS, Block I, IIR, IIF et III [7].

### I. 2. 2. Le segment de contrôle

Le fonctionnement du système est assuré par un contrôle et suivi continus réalisés par le segment de contrôle, qui se constitue d'un réseau terrestre de stations réparties à travers le monde tel que illustré par la figure I.2. Le segment de contrôle se compose d'une station principale *MCS* (Master Control Station) à Colorado et de stations secondaires en plus d'un réseau d'antennes. Une station de contrôle suit les satellites lors de leurs passages, collecte les informations de navigation et les mesures des données atmosphériques puis elle les fournit au centre de contrôle principal, 16 stations assurent une couverture globale. La station principale commande et contrôle l'état de la constellation *GPS* en utilisant les données des stations de contrôle pour le calcul des positions des satellites, génère les messages de navigation et les envoi vers les satellites via les antennes terrestres, et enfin, elle assure l'intégrité du système ainsi que la maintenance des satellites en cas d'anomalies y compris le repositionnement des satellites en cas de déviation sur leurs orbites.



Figure I.2 : Le segment de contrôle [7].

### I. 2. 3. Les services du GPS

Le système GPS fournit deux types de services : le service standard SPS (Standard Positioning Service), diffusé sur la fréquence L1 (1575.42 Mhz) en utilisant un code d'étalement pseudo aléatoire appelé code C/A, destiné pour les utilisateurs civils et le service précis (Precise Positioning Service) en utilisant des codes cryptés sur les fréquences L2 (1227.60 Mhz) et L1 et n'est accesible que pour des utilisateurs spécifiques.

Le service standard *SPS* est gratuit et disponible pour tous les utilisateurs, son signal est le signal diffusé dans l'espace *SIS* (Signal In Space), les erreurs ionosphériques, tropausphériques, multitrajets et interférences ne sont pas prises en considération. Ce service subissait une dégradation volentaire *SA* (Selectvie Availibility) qui diminuait la précision du positionnement. Pour le service standard, dans 95% des cas, les erreurs horizontales et verticales sont de l'ordre de 50m et 75m respetcivement [8].

Le service *PPS* (Precise Positioning Service) utilise des codes cryptés *P* et Y. Ce service est utilisé par l'armée américaine, les agences fédérales et quelques gouvernements alliés. Ce service ne subit pas de dégradation volentaire. La précision de ce service est de l'ordre de 6 à 20 mètres [9], néamoins le département de défense américain fournit des valeurs pouvant atteidre les 10m en utilisant des récepteurs bi- fréquence puisque le code *P* est modulé par les deux porteues L1 et L2 contrairement au code *C/A*. Puisque le code P est modulé par es deux porteuses L1 et L2 le service précis est dominant en matière de disponibilité en le comparant avec le signal standard où le code *C/A* n'est diponible que sur la fréquence L1. Le code *P* est plus robuste contre les brouillages que le code *C/A*.

### I. 2. 4. Modernisation du système GPS

Le système *GPS* fait l'objet d'une opération de modernisation. Les segments spatial et terrestre devraient être capables de répondre à la forte demande des utilisateurs dont le nombre ne cesse de croitre, d'un côté, et la concurrence mondiale inévitable par l'émergence de plusieurs systèmes mondiaux

de l'autre. La modernisation concerne la composante spatiale ainsi que le segment de contrôle. Le premier pas de modernisation est la suppression de la dégradation volontaire *SA* en Mai 2000, ce qui a permis une amélioration immédiate de la précision du positionnement. Tous les satellites *GPS* III sont construits sans la dégradation *SA*.

De nouveaux signaux civils et militaires seront ajoutés sur les bandes de fréquences GPS L1 et L2 et une nouvelle fréquence L5 diffusera le signal L5, ce qui fera au total, quatre signaux civils, à savoir : L1, L1C, L2C et L5. Pour les militaires, deux signaux (M codes) seront ajoutés sur les fréquences L1 et L2. L'ajout de signaux civils sur les fréquences existantes offrira la possibilité de corrections bi-fréquence des erreurs ionosphériques aux utilisateurs civils, ce qui n'était pas possible sur l'unique signal L1. Les codes d'étalement des nouveaux signaux auront de meilleures performances de corrélation comparant au code C/A. La coexistence de deux signaux sur la bande L1 permettra d'avoir deux signaux de navigation sur la même fréquence L1 (15575.42 MHz) qui est dans la bande ARNS (Aeronautical Radio Navigation Service) qui englobe des applications de sureté de vie où l'intégrité du système peut être améliorée par la présence de deux signaux, un tel avantage est bénéfique lors des approches de précision. Avec le développement d'autres systèmes mondiaux, ces nouveaux signaux permettront une parfaite interopérabilité sans risque d'interférence. Les nouveaux signaux GPS seront plus robustes vis-à-vis les multitrajets [10].

Pour le segment de contrôle, un nouveau centre de contrôle *OCX* (Next Generation Operational Control System) remplacera l'actuel centre, il assure le contrôle et la commande des satellites *GPS* II-F et *GPS* III diffusant les nouveaux signaux *GPS*. Le développement du programme *OCX* est planifié suivant trois phases, la première nommée bloc 0 contient le lancement et la vérification des satellites *GPS* III ainsi que la diffusion du signal L2C. La deuxième phase (bloc 1) est dédiée pour la transition du centre de contrôle actuel *OSC* (Operational Control System) au centre *OCX* qui est prévue pour 2018. La dernière phase (bloc 2) comprendra le contrôle des signaux de navigation restants L1C et L5 [11].

### I. 3. Le système GLONASS

Glonass est le système de navigation par satellites russe durant les années 80, le système a été conçu par les militaires et son utilisation au début de son déploiement n'était réservée qu'aux militaires. Le premier pas vers l'utilisation du système pour les civils, était en 1998 à la conférence du comité *FANS* (Future Air Navigation Systems) de *l'OACI* (Organisation de l'Aviation Civile Internationale) où le système a été présenté et il a été décidé d'offrir les services Glonass gratuitement pour la navigation aérienne.

Le système Glonass a été déclaré opérationnel le 24 Septembre 1993 mais la constellation nominale de 24 satellites a été atteinte le 18 Janvier 1996 [12]. Le système a rencontré des problèmes de financement après la chute de l'URSS, en l'an 2000 la constellation ne contenait que six satellites en fonctionnement, trois ans plus tard une phase de modernisation a été lancée.

### I. 3. 1. Le segment spatial

La constellation Glonass se compose de 24 satellites à une altitude de 19 100 km répartis sur trois orbites circulaires, la période de révolution est de 11h 15min 44s secondes [12]. Depuis la création du système en 1982, la constellation Glonass a subis d'énormes changements et développements en trois générations de satellites, la première génération contient les premiers satellites lancés jusqu'à l'an 2000, les satellites avaient une durée de vie de trois ans, la seconde génération appelée Glonass M qui constituait la première phase de la modernisation et de la remise en service du système qui ne contenait que six satellites en fonctionnement, le premier satellite a été lancé en 2003, un total de 41 satellites M ont été lancés jusqu'à 2013, leurs durées de vie ont augmenté à sept ans. La dernière génération est la Glonass K dont le premier satellite a été lancé en 2011, la durée de vie des satellites est de dix ans, ils sont plus légers que les satellites de la première et seconde génération (750 kg), ils diffuseront des signaux modulés en technique CDMA (Code Division Multiple Access) contrairement à leurs prédécesseurs utilisant la FDMA (Frequency Division Multiple Access).

### I. 3. 2. Le segment de contrôle

Le segment de contrôle se compose principalement de deux grandes parties : le centre du contrôle du système (System control center) et les stations de commande et de poursuite *CTS* (Command Tracking Station). Toutes les composantes du segment de contrôle se situent sur le territoire russe.

### I. 3. 3. Les utilisateurs

Le système offre deux services de positionnement : le service de positionnement standard *SPS* noté par *S*-code et le signal de haute précision diffusé sur deux sous bandes de la bande L nommées *G*1 et *G*2. Le service de positionnement standard n'est pas soumis à une dégradation, les précisions horizontales et verticales de ce service sont respectivement 57-70m et 70m dans avec une probabilité de 99.7% [13].

Malgré que le système offre des services aux utilisateurs civils, sa commercialisation reste restreinte comparant au système *GPS*. Pour y remédier, le gouvernement russe a rendu obligatoire l'utilisation du système pour tous les véhicules de transport de matière dangereuse depuis 2001, et a incité les constructeurs d'automobile en Russie d'installer le système pour la navigation sur leurs véhicules.

### I. 4. Le système Galileo

Le système de positionnement par satellite Galileo est le fruit d'un projet de collaboration entre l'Union Européenne et l'agence spatiale européenne, l'*ESA* (European Space Agency). En 1998, ces deux organismes ont étudié la possibilité de la réalisation d'un système de positionnement par satellites européen indépendant, le programme a été approuvé en 1999. Le projet devait se réaliser suivant trois phases : la définition, le développement et la et l'implémentation.

Le système offrira un service de positionnement et de navigation de haute précision sous le contrôle civil. Galileo est un système complètement indépendant des autres systèmes satellitaires, mais il sera tout de même interopérable avec les systèmes *GPS* et Glonass. Galileo reste actuellement le seul système de localisation sous contrôle total civil, couvrira les zones de hautes latitudes en offrant des services de pointe garantissant la précision, la continuité et l'intégrité du service.

La phase de définition du système Galileo avait commencé en 2001et a duré deux années, durant cette phase les spécifications et modalités de base du système ont été définis, puis la phase de développement où les premiers satellites seront lancés et validés sur orbite ainsi que la structure terrestre nécessaire pour la validation en orbite. Le système de positionnement par satellites Galileo est actif depuis septembre 2016, et sera totalement opérationnel vers 2020 [14].

Comme pour chaque système de localisation par satellites, Galileo est constitué de trois principaux segments :

- + Le segment spatial ;
- + Le segment de contrôle ;
- + Les utilisateurs.

### I. 4. 1. Le segment spatial

Après la phase de définition du système Galileo, l'agence spatiale européenne a mis en place un système composé de deux satellites et d'un segment au sol pour préparer le développement du système, cette phase porte le nom GIOVE (Galileo In Orbit Validation Element). Deux satellites GIOVE-A et GIOVE-B ont été lancés en 2005 et 2008 respectivement, la durée de vie de ces satellites est deux ans. La mission GIOVE a permis d'acquérir l'expérience nécessaire pour la réussite du programme Galileo en passant à la phase de la mise en œuvre IOV (In Orbit Validation) divisée en deux phases IOV-1 et IOV-2. Durant la phase IOV quatre satellites ont atteint leurs orbites lancés à deux reprises en 2011 et 2012. Les satellites IOV constituent une partie de la constellation finale Galileo. La dernière phase est la phase FOC (Full Operational Capability) où le reste de la constellation sera mis en orbite ainsi que les stations terrestres nécessaire pour le contrôle du système. Les deux premiers satellites FOC ont été lancés en 2014, et le 12 Décembre 2017 guatre satellites ont été mis en orbite atteignant ainsi une constellation de 22 satellites. La constellation finale Galileo se constituera de 30 satellites, les orbites sont des MEO (Medium Earth

Orbit) à une altitude de 23616 km et d'une inclinaison de 56°. Chaque satellite pèse 625 kg, génère une puissance de 1500 W et a les dimenssions 2,7m X 1,2m X 1,1m [15].



Figure I.3 : La constellation des satellites Galileo [16].

### I. 4. 2. Le segment de contrôle

Le segment de contrôle est constitué de deux centres de contrôle *GCC* (Ground Control Center), cinq stations de télémétrie, poursuite et contrôle *TTC* (Telemetry, Tracking and Control), neuf stations de liaison montante *ULS* (Up-Link Station) et 40 stations *GSS* (Galileo Sensor Stations) [12]. Un ensemble de stations régionales permet la détermination de l'intégrité régionale du service. Le segment de contrôle est divisé en deux grands éléments : le *GCS* (Ground Control Segment) contrôle la constellation des satellites et le *GMS* (Ground Mission Segment) assure le contrôle de la navigation et la détermination de l'intégrité.

### I. 4. 3. Le segment utilisateur

Il est constitué de l'ensemble des utilisateurs bénéficiant des services du Galileo militaires qu'ils soient ou civils, disposant de récepteurs capables de décoder et d'exploiter le signal reçu des satellites, afin de fournir au minimum les

informations de temps, de position et de vitesse. La particularité du système Galileo réside dans la diversité des services qu'il offre touchant plusieurs secteurs d'utilisateurs. Contrairement aux systèmes GPS et Glonass, Galileo offrira plusieurs services.

Le service ouvert *OS* (Open Service) est disponible pour les utilisateurs civils, il est ouvert et gratuit et est favorisé dans la navigation par véhicules terrestres et l'hybridation avec les téléphones mobiles. Ce service est gratuit et ne comprend aucune restriction d'accès mais ne fournit pas l'information d'intégrité. C'est le service « grand public » qui concernera la majorité des utilisateurs. Ce service sera diffusé sur les bandes de fréquence E5a (1176.45 MHz), E5b (1207.14 KHz) et E1 (1575.42 MHz). La précision de ce positionnement pour un récepteur bi-fréquence est de 4m horizontalement et 8m verticalement [12].

Pour les applications commerciales exigeant une précision supérieure à celle fournie par le service ouvert le service commercial est offert. Des signaux supplémentaires sont utilisés et ne sont décryptables que par les terminaux possédant des clés d'accès, le service est géré par des fournisseurs d'accès. Le signal de ce service sera modulé par la porteuse de fréquence E6 (1278.75 MHz).

Le service de sûreté de la vie *SoL* (Safety of life) est le même service ouvert complété par un signal d'intégrité, pour fournir une garantie du service offert aux utilisateurs, spécialement dans les applications où la sécurité des vies humaines est importante comme la navigation aérienne. L'intégrité indique d'éventuelles pannes du système et fournit des alertes aux utilisateurs. Dans le domaine de la navigation aérienne, ce service couvrira les exigences pour la navigation océanique, en route et approches de non précision. Le service sera diffusé sur les mêmes bandes de fréquence que le service ouvert et possède la même précision.

Dans les applications gouvernementales (sécurité civile, transports, militaires) pour lesquelles la continuité du service doit être garantie quelles que soient les circonstances, Galileo fournira le service public réglementé *PRS* (Public Regulated Service), particulièrement robuste vis-à-vis de brouillages éventuels ou d'interférences électromagnétiques accidentelles. Ce service utilise deux signaux dédiés et chiffrés,
dont un sur la même fréquence que le futur code militaire (code *M*) du *GPS*. Son accès sera contrôlé par les autorités en charge des questions de sécurité.

Le service de recherche et de sauvetage *SAR* (Search And Rescue) sera un service certifié développé en coordination avec les régulations internationales. Il devrait fournir des transmissions en temps réel des requêtes d'urgence pour faciliter la localisation des messages de détresse. Ce service sera le complément du programme actuel SARSAT/COSPAS (Cosmicheskaya Sistyema Poiska Avariynich Sudow/ Search and Rescue Satellite-Aided Tracking).

### I. 5. Les systèmes GNSS dans la navigation aérienne

La navigation conventionnelle se basait sur l'utilisation de moyens servant essentiellement à déterminer une direction, les routes aériennes étaient définies par le biais des balises plantées au sol tel que le NDB (Non Directional Beacon), VOR (Very High Frequency- Omnidirectional Range) et DME (Distance Measuring Distance). L'avionique a commencé à se développer vers les années 70 et les premiers calculateurs de vol apparaissaient, ça permettait d'insérer des points dont les coordonnées d'un quelconque point et y être guidé par la centrale inertielle, ceci offre une flexibilité dans la création de trajectoire sans passer obligatoirement par une balise terrestre; c'est le concept de la navigation de surface RNAV (Area Navigation). Il s'agit en effet, de créer des waypoints fictifs par les mêmes stations terrestres mais sans avoir à voler vers elles. L'avènement de la navigation de surface coïncidait avec le développement du système GPS, et au moment où la navigation de surface s'étendait dans le monde le GPS se présentait comme un parfait support pour la RNAV. Le service GPS SPS qui était affecté de la dégradation SA offrait une précision bien meilleure par rapport aux aides conventionnelles, le GPS devait alors répondre aux exigences qui régissaient les systèmes avioniques à bord, des standards internationaux et régionaux ont été développés pour l'installation et la certification du GPS (exemples: RTCA DO-208: Radio Technical Commission for Aeronautics Document 208), le GPS pouvait être utilisé mais ne remplace en aucun cas les aides conventionnelles. En 1999 il a été convenu au niveau de l'OACI de développer les standards GNSS, ils ont été publiés dans l'annexe 10 et rendus applicables depuis 2001.

L'OACI estime qu'idéalement les systèmes satellitaires remplaceront les systèmes de navigation, communication et surveillance, néanmoins ce but est loin d'être atteint à cause de plusieurs contraintes techniques, opérationnelles et institutionnelles, dès lors, la communauté aéronautique est appelée à utiliser les systèmes satellitaires en combinaison avec le meilleur des aides conventionnelles pour avoir la meilleure gestion du trafic aérien.

Les systèmes de navigation doivent répondre à des exigences définies par l'OACI en fonction de la phase d'utilisation, ces performances sont la précision, la disponibilité, la continuité et l'intégrité du service. La précision définit l'écart entre la position estimée et la position réelle, la disponibilité est le temps où les services du système sont utilisables, la continuité est la capacité du système à assurer sa mission sans interruption de signal, et l'intégrité est le degré de confiance en la mesure fournie pour l'utilisateur qui devrait être alerté en cas d'une panne du système dans un temps bien défini.

Pour les systèmes *GNSS*, le défaut d'intégrité pourrait résulter soit d'erreurs dans les éphémérides diffusées par un stellite, soit par un problème au niveau des horloges satellitaires, ou encore une panne au niveau de la station principale de contrôle au sol. L'état de la constellation satellitaire est surveillé par le segment de contrôle au sol mais il est impossible d'avoir tous les satellites en visibilité tout le temps, un problème au niveau d'un quelconque satellite pourrait perdurer dans le temps jusqu'à ce que le problème serait détecté par une station de contrôle. Pour améliorer les performances des systèmes *GPS* et Glonass notamment l'intégrité, des systèmes d'augmentation ont été développés. L'augmentation du système *GNSS* peut être satellitaire, terrestre ou à bord de l'avion, ainsi, l'OACI a standardisé trois types d'augmentations :

- Système d'augmentation à bord ABAS (Aicraft Based Augmentation System);
- Système d'augmentation satellitaire SBAS (Satellite Based Augmentation System);
- Système d'augmentation terrestre GBAS (Ground Based Augmentation system).

### I. 5. 1. Le système d'augmentation à bord ABAS

Aucune position fournie par un système *GNSS* n'est absolument précise, plusieurs sources d'erreurs peuvent affecter la précision de l'estimation de la position, les erreurs peuvent être dans les paramètres diffusés dans le message de navigation, les erreurs de propagations dues aux effets ionosphériques et troposphériques, ainsi que le bruit au niveau du récepteur. Comme le domaine de la navigation aérienne est sensible en termes de sécurité, les exigences sont très strictes. Il est important d'avoir une position précise mais il est aussi important d'avoir la certitude que cette précision ne risque pas de se dégrader, et d'en être alerté si jamais c'est le cas, ce degré de confiance est l'intégrité.

L'intégrité est un paramètre très important pour l'aviation, puisque un fonctionnement anormal induisant à une erreur de positionnement affecte directement la sécurité. L'intégrité est définie par trois paramètres, le risque d'intégrité, le temps d'alerte et la limite d'alerte. Le risque d'intégrité est la probabilité de la non détection d'une panne, il est exprimé par heure ou par opération. La détection est déclarée quand l'erreur de positionnement dépasse des seuils prédéterminés : le niveau de protection horizontal ou vertical *xPL* (Horizontal or Vertical Protection Level) et la limite d'alerte est le temps maximal entre la perte des performances du système et l'émission de l'alerte pour l'équipage, il est de 5 min pour la navigation en route, et de 6s pour une approche de précision *CAT* I [17]. La limite d'alerte est la valeur la plus grande de l'erreur pour qu'une opération reste toujours sûre.

Le système d'augmentation à bord *ABAS* est un système qui fournit l'information d'intégrité à un système *GNSS* de base, l'information d'intégrité est fournie par un système à bord de l'avion. Il existe deux possibilités d'obtenir cette information à bord. Si l'intégrité est obtenue par un système externe au système *GPS* (altimètre, horloge, centrale inertielle) l'augmentation porte le nom *AAIM* (Aircraft Autonomous Integrity Monitoring). Dans la deuxième catégorie, l'intégrité est fournie par un algorithme au niveau du récepteur *GPS*, ce type de système est le plus utilisé et est appelé RAIM (Receiver Autonomous Integrity Monitoring). Le *RAIM* se base sur des algorithmes de calcul pour fournir l'intégrité. Le nombre de satellites minimal pour obtenir une solution est quatre, avec la constellation *GPS* le nombre de satellites visibles pour un récepteur donné est souvent supérieur à quatre, l'algorithme effectue plusieurs mesures de la position avec les différentes combinaisons possibles des satellites pour détecter une anomalie. Il existe deux types d'algorithmes d'évaluation de l'intégrité le *FD* (Fault Detection) utilisé quand cinq satellites sont visibles pour le récepteur, et le *FDE* (Fault Detection and Exclusion) dans le cas où six satellites ou plus sont présents [18]. Pour les deux algorithmes, il est supposé qu'un seul satellite pourrait tomber en panne puisque la probabilité de la panne de plusieurs satellites au même temps est minime et peut être négligée.

### Algorithme FD

Cet algorithme nécessite la présence de cinq satellites, avec cinq satellites nous pouvons former cinq sous-ensembles de quatre satellites, un seul sous ensemble ne contient pas le satellite défaillant, la position est calculée à partir de chaque sous-ensemble, les différentes positions sont comparées, si elles sont différentes, il existe un problème au niveau d'un satellite. Cet algorithme ne peut pas indiquer quel satellite est défaillant puisque il ne peut pas connaitre la vraie position, l'équipage est alerté de la présence d'une anomalie, le signal *GNSS* ne peut être utilisé pour le positionnement, d'où l'utilité du temps d'alerte pour chaque opération en vol. Une alerte est aussi émise quand le nombre de satellite est insuffisant pour le calcul de l'intégrité [2].

### Algorithme FDE

L'algorithme *FDE* est plus sophistiqué que le *FD*, il permet de détecter le satellite défaillant et de l'exclure pour l'évaluation de la position sans interruption du service *GNSS*. Le nombre de satellites minimal nécessaire pour cet algorithme est six. A partir de six satellites par exemple, l'algorithme créé six sous-ensembles de cinq satellites, pour chaque sous- ensemble la technique *FD* est appliquée, en comparant les positions obtenues pour toutes les possibilités, l'exclusion du satellite défaillant est faite.

### I. 5. 2. Le système d'augmentation satellitaire SBAS

Le système *SBAS* utilise un réseau de stations terrestres secondaires et une ou plusieurs stations principales pour collecter des données concernant la constellation *GNSS*, ces données sont envoyées vers un centre de traitement, la station maitresse utilise ces données pour générer des corrections des paramètres d'orbites, des horloges ainsi que les influences ionosphériques. Cette opération permet d'augmenter la précision de positionnement. Pour l'intégrité, la station effectue des essais d'intégrité pour surveiller la qualité de positionnement et alerte l'utilisateur en cas de problème d'intégrité. Les corrections et l'information d'intégrité sont envoyées vers des satellites géostationnaires sur la bande C qui les renvoient aux utilisateurs équipés de récepteurs *GNSS* dotés de canaux de réception *SBAS* sur la bande L. L'utilisation de satellites géostationnaires garantit une continuité et disponibilité du service.

Le système *SBAS* permet d'augmenter les performances d'une manière significative, la précision horizontale est de 1 à 3m dans 95% des cas et verticale est de 2 à 4m avec la probabilité de 95%. Le risque d'intégrité est de 2.10<sup>-7</sup> par 150 secondes pour les approches *APV* (Approach with Vertical guidance) ou 10<sup>-7</sup> par heure pour la navigation en route et les approches de non précision [12].

Il existe plusieurs constellations SBAS régionales dans le monde, le système américain *WAAS* (Wide Area Augmentation System) est devenu opérationnel depuis 2003, il assure la navigation en route, terminal et les approches avec guidage vertical *LPV* (Localizer Precision with Vertical guidance)-200 (équivalent d'un *ILS* catégorie I), le système EGNOS (European Geostationary Navigation Overlay Service,) couvre l'Europe une partie de l'afrique du nord, il a été certifié pour les application de sûreté de vie en 2009 en assurant des approches *APV*-I, en 2015, le système devient certifié pour les *LPV*-200.

Le *MSAS* (Multi-functional Satellite Augmentation System) est le système *SBAS* Japonais, il peut être utilisé pour la navigation de surfcae *RNAV* en route jusqu'aux approches de non précsion (*RNP* 0.3). L'inde a développé son propore système le GAGAN (*GPS* Aided Geo Augmentation System), actuellement il est certifié à assurer des approches avec guidage vertical *APV*-I.

Contrairement aux systèmes cités qui augmentent que les satellites *GPS*, le système russe *SDCM* (System for Differential Corrections andMonitoring) est l'augmentation *SBAS* des satellites *GPS* et Glonass. La certification du système pour des approches *APV* est prévue pour 2019. La figure I.4 montre la couverture de chaque stsytème.



Figure I.4 : Couverture des systèmes SBAS dans le monde.

### I. 5. 3. Le système d'augmentation terrestre GBAS

L'augmentation pour le système *GBAS* est implantée au sol, ce système se constitue de stations au sol qui émettent des corrections de la position ainsi que l'information d'intégrité à l'utilisateur, le principe utilisé pour l'amélioration de la précision de positionnement est le principe du *GPS* différentiel. Il est supposé, dans cette architecture que l'erreur de localisation est la même pour la station terrestre et l'avion, ceci est vrai quand la station est à proximité de l'avion. Le segment terrestre se compose d'un ensemble de récepteurs de positions connues précisément, placés aux environs des aérodromes, les corrections différentielles, générées pour chaque satellite *GNSS* visible, sont traitées par des installations

*GGF* (GBAS Ground Facility), et l'intégrité est évaluée par des circuits d'intégrité. Les signaux (corrections et intégrité) sont envoyés vers l'avion via la liaison VHF par des émetteurs *VDB* (VHF Data Broadcast). Le système possède des voies d'approches enregistrées dans une base de données, à la sélection d'une approche le *GBAS* émet le segment d'approche final *FSA* (Final Approach Segment).

Le système d'augmentation *GBAS* possède des performances répondant aux exigences *OACI* qui lui permettent d'assurer des approches de précision au moins *CAT* I, les catégories *CAT* II et III sont possibles suivant les versions du système [19]. Au niveau de l'aéronef, les indications *GBAS* sont similaires à celles d'un système d'atterrissage aux instruments ILS. Le système offre donc une précision égale à celle d'un *ILS*, et il est plutôt plus avantageux, l'*ILS* est caractérisé par un diagramme de rayonnement spécifique qui est important pour la réception et la précision du signal, cela crée des restrictions durant les approches, avec le *GBAS* les contraintes sont plutôt liées aux multi trajets augmentant ainsi les capacités des aéroports. Le *GBAS* offre un guidage latéral et vertical facilitant ainsi la création de procédures en évitant des zones spécifiques proches de l'aéroport à cause des nuisances sonores ou pour éviter d'éventuels obstacles.

Le système *GBAS* permet d'améliorer considérablement les performances, en effet, la précision verticale est de 4,4m dans 95% du temps pour les approches de précision catégorie I et de 2 m pour les catégories II et III. Pour l'intégrité, le temps d'alerte est 2 s pour la catégorie I et de 1s pour les catégories II et III [8]. Grace à sa précision, outre son utilisation pour les approches de précision, le *GABS* offre un service de positionnement pouvant assurer la *RNAV* en augmentant la précision permettant ainsi la réduction des séparations des aéronefs en zones terminales.

Contrairement au système *ILS* qui doit être installé pour chaque piste d'atterrissage, le *GBAS* peut configurer et diffuser jusqu'à 48 approches qui peuvent desservir plusieurs pistes, de plus, pour chaque segment d'approche final *FAS* (Final Approach Segment), plusieurs paramètres peuvent être réglés, tel que la pente de descente, ce qui permet d'avoir plusieurs pentes pour la même piste, un avantage pour supporter plusieurs catégories d'avions, le seuil de piste pourrait

être déplacé où le *GBAS* peut être reconfiguré, chose impossible avec l'*ILS*. Puisque le système utilise les ondes radio *VHF*, les services *GBAS* peuvent être utilisés par plusieurs aéroports dans la couverture *VHF*.

### I. 6. Principe de positionnement d'un système GNSS

### I. 6. 1. Les signaux GPS

La transmission des signaux *GPS* utilise le principe *DSSS* (Direct Sequence Spread Spectrum), le signal transmis contient des codes d'étalement pseudo-aléatoires *PRN* (Pseudo Random Noise) et un message de navigation contenant les paramètres concernant les orbites des satellites nécessaires pour le calcul des positions des satellites dans l'espace. Le code *PRN* et le message de navigation module par *BPSK* (Binary phase shift key) la porteuse. Avant sa modernisation, les satellites du système GPS diffusent deux types de codes *PRN* : le code *C/A* pour le service standard *SPS*, d'une durée de 1 ms émis sur la fréquence L1 (1575.42 Mhz) et le code *P* qui est destiné au service *SPS* module la porteuse L2 (1227.60 Mhz). Après la modernisation du système, un nouveau signal civil sur la fréquence L2 est diffusé par les satellites du bloc *IIR-M* nommé signal L2C, les satellites *IIF* diffusent un autre signal disponible pour les utilisateurs civils sur la fréquence L5 (1176.45 Mhz), la dernière génération des satellites *GPS* III diffuseront le quatrième signal civil L1C.

L'utilisation de l'étalement de spectre en séquence directe consiste à la distribution de la puissance d'un signal sur un large étendu spectral. Ceci permet de rendre le signal noyé dans le bruit, ce qui offre les avantages suivants :

- <u>Résistance au brouillage</u>: le spectre du signal portant l'information étant dupliqué sur une large bande, l'interférence d'un signal brouilleur n'affectera qu'une partie des répliques, les autres restant exploitables pour récupérer les données;
- <u>Confidentialité</u>: pour une puissance du signal d'information donnée, l'étalement de spectre permet de répartir cette puissance sur les différentes répliques ce qui abaisse le niveau global du spectre. Ainsi, celui-ci peut passer en dessous du niveau du bruit ;

- <u>Cryptage</u>: l'étalement de spectre constitue un moyen de cryptage: en effet, le signal étant déjà codé et en dessous du bruit, le seul moyen de le retrouver est de trouver le bon code utilisé à l'émission;
- Capacité de mesure du retard de propagation : les fonctions d'autocorrélation permettent la synchronisation entre le code local et le code entrant et donc de déterminer le retard et la pseudo-distance. Pour une transmission n'utilisant pas l'étalement de spectre, seule la boucle à verrouillage de phase fonctionne ce qui ne permet pas une telle mesure ;
- Partage du canal d'émission : les signaux des différents satellites sont émis simultanément dans une même bande de fréquence. Chaque signal ayant son propre code, il n'y a pas d'interférences avec les autres.

Les avantages de l'étalement de spectre en présence du bruit et d'interférence sont illustrés par la figure I.5 ci-dessous.



Figure I. 5 : Principe de l'étalement de spectre.

Dans le cas du signal *GPS* L1 *C/A*, on garantit un minimum de puissance de -182dBW/Hz à la surface de la terre. Sachant que la puissance du bruit est de l'ordre de -204 dBW/Hz, on observe que la puissance du signal est nettement inferieure par rapport au niveau du bruit. Cette situation est illustrée par la figure 1.6.



Figure I.6 : Puissance du signal L1 C/A.

Les nouveaux signaux *GPS* contiennent des canaux pilotes, le signal contenu dans un canal pilote est un signal *GNSS* sans les données de navigation, cela permet la poursuite du signal par une simple boucle *PLL* sans avoir recours à une boucle Costas avec des rapports *SNR* (Signal to Noise Ratio) faibles, le récepteur peut suivre le code du canal pilote tout en démodulant les données sur le canal de données en quadrature. De longs codes d'étalement sont aussi utilisés, ils réduisent les interférences entre les signaux reçus de plusieurs satellites, traités au niveau du récepteur. Les codes L5 et L1C ont une longueur de 10230 bits, pour les deux canaux pilotes et données. Le signal L2C utilise deux types de codes, un de longueur modéré 10230 appelés *CM* utilisé pour le canal de données, et un code plus long *CL* de 767250 pour le canal pilote [2]. Les nouveaux signaux *GNSS* utilisent des codes secondaires, ils réduisent les interférences entre les signaux, et permettent d'avoir de meilleures formes de corrélation en évitant les inter-corrélations. Le tableau I.1 résume les différentes caractéristiques des signaux *GPS* civils.

	PRN	Longueur PRN (chips) Primaire / secondaire	Modulation	Débit code (MHz)	Débit données (bps)
L <sub>1</sub>	C/A	1023	BPSK(1)	1.023	50
	L1C <sub>D</sub>	10230	<i>TMBOC</i> (6,1,4/33)	1.023	100
	L1C <sub>P</sub>	10230/1800	TMBOC(6,1,4/33)	1.023	50
L <sub>2</sub>	L2CM	10230	BPSK(1)	1.023	50
	L2CL	767250	BPSK (1)	1.023	-
L <sub>5</sub>	L5I	10230/10	BPSK (10)	10.23	100
	L5Q	10230/20	BPSK (10)	10.23	-

Tableau I.1 : Caractéristiques des signaux GPS civils [2].

Après la modernisation du système, les satellites GPS envoient plusieurs types de messages de navigation. Le message de navigation conventionnel appelé LNAV (Legacy Navigation) contenant 37500 bits, avec un taux de donnés de 50 bits par seconde, le message dure 12.5 minutes. Le message se divise en 25 trames, chaque trame contient 1500 bits de 30 secondes. Chaque trame est composée de cinq sous-trames de 6 secondes et contient dix mots de 30 bits [12]. Chaque sous-trame débute avec un mot de télémétrie TLM (Telemetry) constitué de 8 bits utilisés pour la synchronisation, suivi d'un autre mot noté HOW (Handover Word) contenant l'identification de la sous trame ainsi que le temps de la semaine TOW (Time Of Week). Le message de navigation CNAV (Civil Navigation) est le format des données des nouveaux signaux GPS, la structure est plus flexible, le message est constitué d'un mot pour l'en-tête pour identifier le type de message, le champ de données et un mot de répétition cyclique. Le CNAV présente des données plus précises que le message NAV. Le message de navigation pour le signal L5 contient les mêmes informations que le CNAV mais sous un format différent, la durée d'un message est de 6 secondes. Le message CNAV-2 est le message de navigation du signal L1C<sub>D</sub> (L1C, canal de données) est divisé en trames, chaque trame contient trois sous-trames.



Figure I.7 : Message de navigation LNAV GPS.

### I. 6. 2. Calcul de la position du récepteur

Après l'étage radio fréquence, le récepteur GPS réalise deux opérations indispensables : l'acquisition et la poursuite. L'acquisition a pour but l'identification des satellites visibles pour le récepteur et de récupérer leurs codes phases et fréquences. Le code phase détermine le début du code PRN envoyé et la fréquence fait référence au décalage Doppler qui affecte la fréquence du signal reçu. La poursuite sert à raffiner les paramètres estimés au niveau de l'étage d'acquisition, et de les poursuivre en fonction de leur changement dans le temps. Elle est réalisée par deux boucles de poursuite en parallèle, la poursuite de la phase PLL (Phase Locked Loop) et la poursuite de code DLL (Delay Locked Loop). La détermination de ces deux paramètres avec précision est importante et essentielle pour la démodulation du signal afin de récupérer les données de navigation. Les données récupérées contiennent essentiellement les corrections des horloges satellitaires, les données relatives aux positions des satellites (éphémérides) ainsi que des coefficients de corrections, elles sont utilisées pour la détermination de la position du récepteur. Les opérations réalisées par un récepteur GPS sont illustrées dans la figure I.8 ci-dessous.



Figure I.8: Traitement du signal GPS.

Le principe de positionnement se base sur la mesure de la distance séparant l'utilisateur des satellites, utilisant un satellite et connaissant cette distance les positions possibles pour l'utilisateur est l'ensemble des points sur une sphère, en utilisant deux satellites le nombre de points se réduit à l'intersection de deux sphères qui donne un cercle, par trois satellites deux solutions sont possibles dont une est irréelle. Nous en déduisons que pour avoir la position d'un récepteur, trois satellites en minimum doivent être visibles pour l'utilisateur. La distance qui sépare l'utilisateur de chaque satellite peut être calculée connaissant les temps d'émission et de réception des signaux et sachant que les signaux se propagent à la vitesse de la lumière 'c'. Ainsi, la distance qui sépare chaque satellite du récepteur ' $d_i$ ' est donnée par :

$$d_i = c\left(t_r - t_{si}\right) \tag{I.1}$$

*t<sub>r</sub>*: est le temps de réception du signal au niveau du récepteur.

*t*<sub>si</sub>: est le temps d'émission au niveau du satellite i.

La formule 1.1 représente la distance géométrique entre le satellite '*i*' et le récepteur et est données par :

$$d_{i} = \sqrt{\left(x_{si} - x_{r}\right)^{2} + \left(y_{si} - y_{r}\right)^{2} + \left(z_{si} - z_{r}\right)^{2}}$$
(1.2)

 $(x_{si}, y_{si}, z_{si})$  et  $(x_r, y_r, z_r)$ étant les coordonnées du satellite 'i' et du récepteur respectivement.

La distance géométrique ' $d_i$ ' est évaluée en considérant que les temps d'émission et de réception sont en parfaite synchronisation, cette hypothèse n'est malheureusement pas vraie. Les horloges des satellites ainsi que celles des récepteurs ont un décalage horaire par rapport au temps du système. En prenant en compte les biais d'horloges au niveau des satellites et du récepteur, nous évaluons les pseudo-distances. La mesure de pseudo-distance résulte de la mesure du temps de propagation du signal pour atteindre le récepteur en prenant en compte les biais d'horloge et de le multiplier par la vitesse de propagation de la lumière 'c'. Cela donne :

$$\rho_i = c \Big[ \big( t_r + \Delta b_r \big) - \big( t_{si} + \Delta b_{si} \big) \Big]$$
(I.3)

 $\rho_i$ : est la pseudo-distance entre le satellite i et le récepteur.

 $\Delta b_r$  et  $\Delta b_{si}$ : sont les biais d'horloge du satellite i et du récepteur respectivement.

Dans l'équation 1.3, l'effet de l'erreur des positions des satellites sur la distance ainsi que les erreurs ionosphériques et les erreurs du bruit au niveau du récepteur ont été négligés, quelques erreurs peuvent être corrigées au niveau du récepteur, tel est le cas pour les erreurs ionosphériques qui peuvent être corrigées par des récepteurs bi-fréquences [20], l'équation donne :

$$\rho_{i} = c \left[ (t_{r} - t_{si}) + (\Delta b_{r} - \Delta b_{si}) \right]$$
  
=  $d_{i} + c.\Delta b_{r} - c.\Delta b_{si}$   
=  $\sqrt{(x_{si} - x_{r})^{2} + (y_{si} - y_{r})^{2} + (z_{si} - z_{r})^{2}} + c.\Delta b_{r} - c.\Delta b_{si}$  (I.4)

Le segment de contrôle du système *GPS* détermine les corrections du biais d'horloge des satellites qui sont munis d'horloge de précision, et les transmet aux satellites qui seront contenus dans le message de navigation, ces corrections sont alors appliquées au niveau du récepteur, les récepteurs ne sont pas par contre munis d'horloge de haute précision, et leurs décalages ne peuvent être corrigés. Le biais d'horloge du récepteur est considéré comme inconnu à déterminer lors de la résolution de l'équation de positionnement. De ce fait, nous aurons quatre inconnus dans le système d'équations, les coordonnées du récepteur  $(x_r, y_r, z_r)$  et

le biais du récepteur  $\Delta b_r$ . Le nombre de satellites minimum pour la résolution du système est alors quatre. Nous obtiendrons le système d'équations suivant :

$$\rho_{i} = \sqrt{\left(x_{si} - x_{r}\right)^{2} + \left(y_{si} - y_{r}\right)^{2} + \left(z_{si} - z_{r}\right)^{2}} + b$$
(1.5)

Avec  $b = c.\Delta b_r$  est le biais du récepteur exprimé en distance.

Le système d'équation (I.5) est un système non linéaire. Pour sa résolution, les méthodes itératives par linéarisation ou le filtrage de Kalman sont utilisées. La linéarisation par la différentielle totale, donne :

$$\delta \rho_{i} = \sqrt{\left(x_{si} - x_{r}\right)^{2} + \left(y_{si} - y_{r}\right)^{2} + \left(z_{si} - z_{r}\right)^{2}} + b$$

$$= \frac{\left(x_{si} - x_{r}\right)\delta x_{r} + \left(y_{si} - y_{r}\right)\delta y_{r} + \left(z_{si} - z_{r}\right)\delta z_{r}}{\sqrt{\left(x_{si} - x_{r}\right)^{2} + \left(y_{si} - y_{r}\right)^{2} + \left(z_{si} - z_{r}\right)^{2}}} + \delta b$$

$$= \frac{\left(x_{si} - x_{r}\right)\delta x_{r} + \left(y_{si} - y_{r}\right)\delta y_{r} + \left(z_{si} - z_{r}\right)\delta z_{r}}{\rho_{i} - b} + \delta b$$
(1.6)

Dans l'équation 1.6 les valeurs  $\delta x_r, \delta y_r, \delta z_r, \delta b$  peuvent être considérées les inconnues à trouver, les  $x_r, y_r, z_r, b$  sont des valeurs initiales. Par une méthode itératives, les  $\delta x_r, \delta y_r, \delta z_r, \delta b$  trouvés sont ajoutés à la solution jusqu'à atteindre la précision de calcul souhaitée.

Pour quatre satellites, sous forme matricielle, le système d'équations I.6 peut s'écrire comme suit :

$$\begin{bmatrix} \delta \rho_{1} \\ \delta \rho_{2} \\ \delta \rho_{3} \\ \delta \rho_{4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{21} & H_{31} & 1 \\ H_{21} & H_{22} & H_{23} & 1 \\ H_{31} & H_{32} & H_{33} & 1 \\ H_{41} & H_{42} & H_{43} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta x_{r} \\ \delta y_{r} \\ \delta z_{r} \\ \delta b \end{bmatrix}$$
(1.7)

SOIT :

$$\Delta \rho = H \Delta X \tag{1.8}$$

Avec :

$$H_{i1} = \frac{x_i - x_r}{\rho_i - b} \quad H_{i2} = \frac{y_i - y_r}{\rho_i - b} \quad H_{i3} = \frac{z_i - z_r}{\rho_i - b}$$
(1.9)

La solution est alors donnée par :

$$\Delta X = H^{-1} \Delta \rho \tag{I.10}$$

Dans le cas où le nombre de satellites visibles pour le récepteur est supérieur à quatre, nous aurons un nombre d'équations supérieur aux nombres d'inconnus. Dans ce cas le système d'équations a la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} \delta \rho_{1} \\ \delta \rho_{2} \\ \delta \rho_{3} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \delta \rho_{n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{21} & H_{31} & 1 \\ H_{21} & H_{22} & H_{23} & 1 \\ H_{31} & H_{32} & H_{33} & 1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ H_{n1} & H_{n2} & H_{n3} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta x_{r} \\ \delta y_{r} \\ \delta z_{r} \\ \delta b \end{bmatrix}$$
(1.11)  
Ou :

 $\Delta \rho = H \Delta X \tag{I.12}$ 

En multipliant l'équation I.12 par le transposé de la matrice H, nous aurons la solution :

$$\Delta X = \left[ H^T \cdot H \right]^{-1} \cdot H^T \cdot \Delta \rho \tag{I.13}$$

Le principe de positionnement ainsi développé est appelé la multilatération et est illustré par la figure I.9.



Figure 1.9 : Principe de multilatération.

### I. 6. 3. Précision du positionnement GNSS

Le positionnement par satellite *GNSS* est influencé par plusieurs sources d'erreur qui affectent la précision de la position fournie. Les signaux envoyés par le segment de contrôle ne sont pas parfaits, les effets atmosphériques sur la propagation des signaux, ainsi que les interférences et multi trajets liés à la propagation locale affecte le signal reçu au niveau du récepteur, plus le bruit généré au niveau du récepteur, induisent à une mauvaise estimation de la position. Des coefficients de corrections sont envoyés par le segment de contrôle aux satellites, mais même ces coefficients ne peuvent être parfaitement corrects [21]. Toutes ces erreurs causent des erreurs pour la mesure des pseudo-distances qui influence directement la précision de la position du récepteur. La modélisation de ces erreurs sur la pseudo distance montre que la géométrie des satellites dans l'espace par rapport à l'utilisateur influence la précision de la position GNSS. L'influence de la géométrie des satellites dans l'espace se décrit par un paramètre appelé *GDOP* (Geometric Dilution Of Precision). Ce paramètre relie les erreurs de position aux erreurs commises sur la mesure de la distance.

Pour estimer les erreurs de positionnement, nous calculons la matrice de covariance du vecteur de solution  $\Delta X$  (équation I.13). La matrice de covariance sera de la forme suivante :

$$\operatorname{cov}(\Delta X) = \begin{bmatrix} \partial_{xx} & \partial_{xy} & \partial_{xz} & \partial_{xb} \\ \partial_{yx} & \partial_{yy} & \partial_{yz} & \partial_{yb} \\ \partial_{zx} & \partial_{zy} & \partial_{zz} & \partial_{zb} \\ \partial_{bx} & \partial_{by} & \partial_{bz} & \partial_{bb} \end{bmatrix}$$
(I.14)

Par définition, la matrice de covariance  $cov(\Delta X)$  est donnée par :

$$\operatorname{cov}(\Delta X) = E\left[\Delta X \cdot \Delta X^{T}\right] \tag{I.15}$$

En remplaçant (1.13) dans (1.15) et après quelques développements, nous aurons :

$$\operatorname{cov}(\Delta X) = (H^T \cdot H)^{-1} \cdot H^T \cdot E[\Delta \rho \cdot \Delta \rho^T] \cdot H(H \cdot H^T)^{-1}$$
(I.16)

Dans l'équation (1.16) le terme  $E[\Delta \rho \Delta \rho^T]$  n'est autre que la matrice de covariance du vecteur des erreurs liées aux mesures des pseudo distances  $\Delta \rho$ . Ce vecteur contient les erreurs de l'estimation de la distance entre récepteur et les satellites, généralement, il est supposé que ces erreurs sont des variables aléatoires de moyennes nulles et sont indépendantes les unes des autres, et de variances identiques  $\sigma^2$  [22], la matrice sera alors de la forme :

$$\operatorname{cov}(\Delta \rho) = \sigma^2 I \tag{1.17}$$

En remplaçant (I.17) dans (I.16), nous aurons :

$$\operatorname{cov}(\Delta X) = \sigma^2 \cdot (H^T \cdot H)^{-1}$$
(I.18)

Et enfin, sous forme matricielle :

$$\operatorname{cov}(\Delta X) = \begin{bmatrix} \partial_{xx} & \partial_{xy} & \partial_{xz} & \partial_{xb} \\ \partial_{yx} & \partial_{yy} & \partial_{yz} & \partial_{yb} \\ \partial_{zx} & \partial_{zy} & \partial_{zz} & \partial_{zb} \\ \partial_{bx} & \partial_{by} & \partial_{bz} & \partial_{bb} \end{bmatrix} = \sigma^{2} \cdot (H^{T} \cdot H)^{-1} = \sigma^{2} \cdot \begin{bmatrix} G_{xx} & G_{xy} & G_{xz} & G_{xb} \\ G_{yx} & G_{yy} & G_{yz} & G_{yb} \\ G_{zx} & G_{zy} & G_{zz} & G_{zb} \\ G_{bx} & G_{by} & G_{bz} & G_{bb} \end{bmatrix}$$
(1.19)

Les paramètres décrivant l'influence de la géométrie des satellites sur les erreurs de mesure sont définis à partir des éléments de la matrice  $G = (H^T.H)^{-1}$  de l'équation I.19. Cinq paramètres *DOP* sont évalués pour le calcul de la précision de la position estimée, le *DOP* géométrique *GDOP*, le *DOP* de position *PDOP* (Position Dilution Of Precision), le *DOP* horizontal HDOP (Horizontal Dilution Of Precision), le *DOP* vertical *VDOP* (Vertical Dilution Of Precision) et le *DOP* sur le biais *TDOP* (Time Dilution Of Precision), ils sont donnés par :

$$GDOP = \sqrt{G_{xx} + G_{yy} + G_{zz} + G_{bb}}$$

$$PDOP = \sqrt{G_{xx} + G_{yy} + G_{zz}}$$

$$HDOP = \sqrt{G_{xx} + G_{yy}}$$

$$VDOP = \sqrt{G_{zz}}$$

$$TDOP = \sqrt{G_{bb}}$$
(1.20)

La meilleure géométrie des satellites pour le calcul de la position du récepteur correspond à de faibles valeurs du *DOP*. Les paramètres *DOP* sont dépendants les uns des autres, un *TDOP* important implique des erreurs dans l'horloge du récepteur, ce qui affectera certainement la précision de la position, les autres *DOP* seront influencés.

### I. 7. Le GPS assisté

Pour qu'un récepteur GPS détermine sa position, il doit réaliser l'acquisition des signaux reçus des satellites visibles. Durant cette opération, il détermine les décalages fréquentiel et temporel du satellite correspondant. Un récepteur conventionnel décode le message de navigation, récupère les données éphémérides et calcule la position du récepteur. Les paramètres récupérés sont principalement ceux des horloges des satellites dans la sous-trame 1 du message de navigation, les éphémérides dans les sous-trames 2 et 3. Le récepteur utilise les paramètres d'horloge pour déterminer le temps de l'émission du signal et les éphémérides pour calculer les positions des satellites dans l'espace pour ensuite résoudre l'équation de navigation pour obtenir la position. La recherche des paramètres fréquence et code phase sans aucune connaissance préalable, revient à chercher tous les décalages fréquentiel et temporels, ceci augmente le temps *TTFF* (Time To First Fix), temps mis par le récepteur pour fournir une première position après sa mise en marche. Si en plus le signal reçu devient plus faible que -173 dBw le récepteur ne pourrait obtenir une position [2].

Un système GPS assisté utilise des réseaux de téléphonie mobile pour permettre une acquisition rapide des signaux satellitaires en particuliers les signaux faibles, dans des environnements urbains, réduisant significativement le te temps *TTFF*, en effet, le *TTFF* est réduit à quelques secondes [23]. L'assistance fournit des informations sur les satellites visibles, leurs fréquences ou même parfois leurs positions. La figure I.10 ci-dessous illustre le principe du *GPS* Assisté.



Figure I.10 : Principe du GPS Assisté.

Il existe deux types de récepteurs *GPS* assistés, les récepteurs MSassisted (Mobile Station assisted *GPS*) et les récepteurs MS-Based. Dans la première catégorie, la position est calculée par un serveur, le récepteur ne réalise que l'acquisition des signaux et renvoie les résultats au serveur, le récepteur n'a donc pas besoin des données relatives aux orbites des satellites, le message de navigation n'est donc pas démodulé, les boucles de poursuite *PLL* et *DLL* ne sont d'ailleurs pas nécessaires, le temps *TTFF* est donc réduit, et même la conception du récepteur devient moins complexe. Dans les récepteurs MS-Based, la position est calculée par le récepteur, la fréquence Doppler est estimée au niveau du serveur en utilisant une position approximative du récepteur fournie par une base de données par le service de téléphonie.

### I.8. Conclusion

Ce chapitre est un chapitre introductif pour la thèse, des généralités sur les différents systèmes satellitaires ont été données. Les segments des systèmes existants *GPS* et Glonass ainsi que les systèmes en cours de développement tel que Galileo ont été décrits. Nous avons exploré les limites de l'utilisation des

systèmes satellitaires dans le domaine de la navigation aérienne, et défini et décri par la suite les différents systèmes d'augmentation satellitaire, terrestres et à bord en citant les avantages qu'ils offrent par rapport aux systèmes de base. Enfin, le principe de positionnement d'un système *GNSS* est donné tout en évaluant les différents paramètres *DOP* pour décrire la précision de la position fournie. De brèves généralités ont été données à la fin du chapitre concernant le principe des récepteurs *GNSS* assistés.

# Chapitre II

Chapitre II

## Etage d'acquisition d'un signal GNSS

### CHAPITRE 02 L'ETAGE D'ACQUISITION D'UN SIGNAL GNSS

### II.1. Introduction

Se positionner par un récepteur GNSS est caractérisé par le temps mis par le récepteur à fournir une première estimation de la position TTFF, il est bien évidemment souhaitable de le minimiser. Le TTFF varie d'un récepteur à un autre et dépend aussi des conditions de la mise en marche du récepteur en outre les informations disponibles, il peut aller de quelques secondes jusqu'à plusieurs minutes [10]. Si le récepteur GNSS ne possède aucune information de position récente, de temps précis et d'almanach, ni des satellites visibles, il devrait chercher les satellites visibles en testant parallèlement tous les satellites possibles, la détection d'au moins un satellite suffit pour recevoir d'approximatives informations du reste de la constellation visible (almanach), cette opération est connu sous le nom de démarrage à froid. Si toutefois le récepteur a une estimation de la position et du temps estimés généralement à partir des almanachs disponibles depuis quelques semaines, le récepteur réalise un démarrage tiède. Quand une estimation plus au moins précise de la position du récepteur, du temps et de l'almanach ou même des éphémérides est fournie par une source d'assistance, la position peut être calculée sans avoir à démoduler le message de navigation, c'est le démarrage à chaud.

Pour démoduler le signal *GNSS* au niveau du récepteur, récupérer le message de navigation et fournir la position de l'utilisateur, le récepteur réalise deux opérations : l'acquisition et la poursuite. Le signal est préalablement amplifié et filtré au niveau de l'étage radio fréquence puis passe à l'étage d'acquisition. Le but principal de l'acquisition est de déterminer la présence d'un satellite par la détection du signal correspondant, l'acquisition réalise par la suite une opération de recherche bidirectionnelle dans le temps et la fréquence, puisque les deux

paramètres essentiels et nécessaires pour la démodulation du signal sont le code phase qui est le décalage temporel du code PRN reçu ' $\tau$ ' et le décalage Doppler affectant la fréquence de la porteuse ' $f_d$ '.

### II. 2. Les méthodes d'acquisition d'un signal GNSS

L'acquisition est une opération primordiale pour la démodulation du signal GNSS, elle permet essentiellement de définir l'ensemble des satellites visibles pour le récepteur dans le cas d'un démarrage à froid, ceci est possible grâce aux propriétés de corrélation des codes PRN attribués à chaque satellite, une fois le satellite déclaré présent l'acquisition fournit une estimation des décalages temporel et fréquentiel. Le décalage temporel correspond au retard lié au code PRN du signal reçu, connaitre ce décalage permet de générer le code PRN localement exactement aligné avec le code reçu afin de le supprimer du signal pour récupérer les données de navigation, ceci n'est encore possible que si la fréquence de la porteuse est connue, elle correspond à la fréquence intermédiaire mais celle-ci est affectée par l'effet Doppler, l'acquisition devrait alors fournir une estimation du décalage Doppler pour générer la même porteuse au niveau du récepteur. Il s'agit alors, de tester tous les décalages fréquentiels et les codes phases, c'est l'évaluation de la CAF (Cross Ambiguity Function), cette partie de l'acquisition est l'étage d'estimation. Après l'estimation, un seuil de détection est défini suivant le type de détecteur utilisé pour la détection du signal utile.

La fonction d'ambigüité est définie suivant une grille de recherche bidimensionnelle, chaque cellule est définie par un code phase et une fréquence Doppler. Le code phase varie de 0 jusqu'à la taille maximale de la séquence *PRN*, dans le cas du signal *GPS* L1 c'est 1023 chips. Le décalage Doppler maximal pour un utilisateur stationnaire ou se déplaçant à faible vitesse est de  $\pm$ 5 kHz et de  $\pm$ 10 kHz pour un utilisateur en mouvement [20].



Figure II.1 : Espace de recherche.

Suivant la stratégie utilisée pour la recherche des paramètres de l'acquisition temps et fréquence, II existe trois méthodes fondamentales d'acquisition :

- + Acquisition par recherche série ;
- + Acquisition par recherche parallèle sur la fréquence ;
- + Acquisition par recherche parallèle sur code phase.

### II. 2. 1. L'acquisition par recherche série

La recherche série est la méthode la plus simple, elle consiste à effectuer la corrélation des répliques des codes et des porteuses générés localement avec le signal reçu en essayant pour chaque code phase toutes les fréquences Doppler possibles dans la plage des fréquences Doppler ±10 kHz avec un pas de 500 Hz. Le principe d'acquisition série est illustré sur la figure II.2.

Le signal est multiplié par une porteuse générée localement dont la fréquence est définie par incrément de 500 Hz allant de -10 kHz à +10 kHz suivant les voies en phase et en quadrature de phase, puis multiplié par le code *PRN* local avec un décalage variant de 0 à 1022. Le résultat de la multiplication est ensuite intégré sur une période complète du code *PRN* (1ms pour le code *C/A*) puis mis au carrée pour avoir la puissance du signal pour former la variable de décision  $S(\tau, f_d)$  qui sera utilisé pour la décision de la présence du signal, si le signal est acquis les paramètres ' $\tau$ ' et ' $f_d$ ' sont maintenus et passés vers l'étage de poursuite.

Dans cette méthode, la grille de recherche contient toutes les combinaisons possibles des retards temporels (1023) ainsi que les fréquences Doppler (41) pour générer une matrice de corrélation. Ainsi le nombre total d'opérations est de 41943. Ce nombre de combinaison important est l'inconvénient principal de cette méthode, elle est en effet couteuse en terme de temps de traitement.



Figure II. 2 : Acquisition par recherche série.

### II. 2. 2. Acquisition par recherche parallèle sur la fréquence

L'acquisition par recherche série a révélé que la recherche de tous les retards temporels et fréquentiels en série implique un très grand nombre de combinaison, l'idée est donc de trouver un moyen de paralléliser un des deux paramètres. L'acquisition en recherche parallèle sur la fréquence ne teste que les différents codes phases ce qui réduit l'espace de recherche au nombre de retards temporels, soit 1023 itérations dans le cas du code *C/A*. Le schéma de principe de cette technique est représenté par la figure II. 3.

La méthode utilise la transformée de Fourier *FFT* (Fast Fourier Transform) pour passer du domaine temporel au domaine fréquentiel. Le signal reçu contenant le code *PRN* du satellite visible est multiplié par le code local dont le retard possible est testé, le résultat est transformé en domaine fréquentiel pour obtenir toutes les composantes fréquentielles possibles. Grâce aux propriétés de corrélation des codes *PRN*, la multiplication des deux codes reçu et généré donne certainement un pic quand les codes sont parfaitement alignés placé sur la fréquence *IF* plus la fréquence Doppler.



Figure II. 3 : L'acquisition parallèle sur la fréquence [24].

### II. 2. 3. Acquisition par recherche parallèle sur le code

Dans l'acquisition par recherche parallèle sur le code, l'espace de recherche est basé sur les fréquences Doppler, ainsi le nombre d'itérations est encore réduit au nombre de fréquences Doppler possibles, soit 41 fréquences. Cette méthode est la plus rapide mais la plus complexe à implémenter. La figure II.4 montre le principe de cette méthode.

Le principe se base sur l'évaluation de la corrélation entre le signal reçu et le code *PRN* généré au niveau du récepteur. La corrélation est obtenue par la transformée de Fourier inverse du produit entre le signal reçu et le conjugué du code local dans le domaine fréquentiel, puisque la transformée de Fourier de la corrélation entre deux signaux est le produit du spectre conjugué du premier signal et la transformée de Fourier du deuxième signal, pour plus de détails, tous les développements mathématiques sont illustrés en [20].

Le signal reçu est multipliée par la porteuse locale dont la fréquence est choisie de la plage allant de -10 kHz à +10 kHz avec un pas de 500 Hz, suivant les deux voies en phase et en quadrature, le signal complexe obtenu est converti en domaine fréquentiel via la transformée de Fourier. D'un autre côté, le spectre du code local est évalué, son conjugué est multiplié par le signal complexe obtenu précédemment, la transformée de Fourier inverse permet alors d'obtenir la corrélation entre le signal reçu et le code généré localement.



Figure II. 4 : L'acquisition circulaire.

La méthode de recherche utilisée n'influence pas le résultat de l'acquisition, la différence réside dans la complexité et le temps de traitement. Quel que soit la stratégie utilisée, le résultat de l'acquisition représente les valeurs de corrélation entre le signal reçu et le code local dont le maximum se situe au décalages temporels et fréquentiels liés au signal reçu. Dans la figure II.5 nous observons le résultat d'acquisition dans le cas où le satellite considéré est absent. Si le satellite considéré est présent, le résultat de l'acquisition montre une concentration des valeurs maximales de la corrélation correspondant à la fréquence Doppler et aux décalages fréquentiel et temporel introduits au signal simulé (figure II.6). Les résultats ont été obtenus pour un signal *GPS* L1 utilisant un code *PRN C/A* avec une fréquence d'échantillonnage de 11.253 MHz.



Figure II. 5 : Acquisition d'un satellite absent.



Figure II. 6 : Acquisition d'un satellite présent.

### II. 3. Modélisation statistique de l'étage d'acquisition

Quel que soit la technique utilisée pour la recherche des paramètres de l'acquisition, l'acquisition se réduit en un problème de détection basé sur les théories des lois statistiques. L'opération de l'acquisition se réalise en deux étapes distinctes, la première consiste à l'évaluation de la *CAF* et la deuxième est dédiée à la détection où la décision de la présence ou de l'absence du signal est prise en comparant le résultat de l'acquisition à un seuil défini avec une probabilité de fausse alarmes donnée.

Nous considérons l'étage d'acquisition d'un signal *GNSS* à recherche série, montré par la figure II.7. Nous présentons une modélisation analytique de l'étage d'acquisition aboutissant aux lois de distributions à la sortie de l'étage qui permettront par la suite l'évaluation des probabilités de détection et de fausses alarmes.

Le signal GNSS reçu au niveau de l'antenne du récepteur est donné par :

$$r_{RF}(t) = \sum_{i=1}^{L} y_i(t) + \eta_{RF}(t)$$
(II.1)

*L* est le nombre de satellites visibles au récepteur, le signal est entaché de bruit Gaussien aditif  $\eta_{RE}(t)$ .



Figure II. 7 : Modélisation statistique de l'étage d'acquisition d'un signal GNSS.

On a :

$$y_{i}(t) = A_{i}e_{i}(t-\tau_{i})d_{i}(t-\tau_{i})\cos\left[\left(2\pi(f_{RF}+f_{d,i})t+\varphi_{i}\right]\right]$$
(II.2)

Où :  $f_{RF}$  est la fréquence du signal GNSS, ' $\tau_i$ ' et ' $f_{d,i}$ ' sont le code phase et la fréquence Doppler associés au signal reçu,  $\varphi_i$  est la phase du signal,  $e_i(t)$  contient les codes d'étalement, pour le signal GPS L1 il s'agit des codes PRN, pour les nouveaux signaux *GNSS*  $e_i(t)$  contient généralement des codes primaire et secondaire et une sous porteuse,  $d_i(t)$  représentent les données de navigation.

Le signal sera translaté en fréquence intermédiaire, en négligeant les effets du filtrage, le signal à la sortie de l'étage radio fréquence sera alors :

$$r_{RF}(t) = \sum_{i=1}^{L} A_i e_i (t - \tau_i) d_i (t - \tau_i) \cos\left[\left(2\pi (f_{IF} + f_{d,i})t + \varphi_i\right] + \eta(t)\right]$$
(II.3)

Où :  $f_{IF}$  est la fréquence intermédiaire du récepteur GNSS,  $\eta(t)$  est le bruit filtré en étage intermédiaire. Le signal est ensuite échantillonné à la fréquence  $f_e$ , en négligeant les effets de la quantification, le signal sera de la forme :

$$r(nT_{e}) = \sum_{i=1}^{L} A_{i}e_{i}(nT_{e} - \tau_{i})d_{i}(nT_{e} - \tau_{i})\cos\left[\left(2\pi(f_{IF} + f_{d,i})nT_{e} + \varphi_{i}\right] + \eta_{IF}(nT_{e})\right]$$
(II.4)

Pour la simplification, dans ce qui suit, nous adoptons la notation  $x[n]=x(nT_e)$ , ' $T_e$ ' étant la période d'échantillonnage, nous aurons ainsi :

$$r[n] = \sum_{i=1}^{L} A_{i} e_{i} [n - \frac{\tau_{i}}{T_{e}}] d_{i} \left[ n - \frac{\tau_{i}}{T_{e}} \right] \cos \left[ 2\pi \frac{(f_{IF} + f_{d,i})}{f_{e}} n + \varphi_{i} \right] + \eta_{IF}[n]$$
(II.5)

Les codes d'étalement des signaux GNSS possèdent des propriétés d'orthogonalité, ils peuvent alors être traités individuellement par le récepteur, nous pouvons considérer le signal reçu à partir d'un satellite :

$$r[n] = Ae_{i}[n - \tau_{0}]d_{i}[n - \tau_{0}]\cos[2\pi F_{D}n + \varphi] + \eta_{IF}[n]$$
(II.6)

Dans cette équation,  $F_D = (f_{IF} + f_{d,i})/fe$  et  $\tau_0 = \tau_r / T_e$ .  $\eta_{if} = [n]$  est un bruit Gaussien centré discrétisé à la fréquence ' $f_e$ ' de densité spectrale de puissance ' $N_0$ ' et variance  $\sigma_{if}^2 = N_0 B_{IF}$ .  $B_{IF}$  est la bande passante après l'étage radio fréquence. Il est souvent préférable de choisir la fréquence d'échantillonnage  $f_e = 2B_{IF}$  [25].

D'après la figure II.7, en considérant que la cellule sous test 'CST' coïncide avec les paramètres correctes de l'acquisition, la fonction d'ambigüité est évaluée en multipliant le signal échantillonné r[n] par une porteuse locale de fréquence ' $f_d$ ' et un code local décalé par ' $\hat{\tau}$ '. La fonction d'ambigüité est donnée par :

$$R_{c}(\hat{\tau}_{i},\hat{f}_{d,i}) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} r(n) \cdot c_{i}(n-\hat{\tau}_{i}) \cdot e^{-j2\pi \hat{f}_{d,i}n}$$
(II.7)

A ce niveau les paramètres de l'acquisition sont estimés, l'étape suivante consiste à la décision de la présence du signal et ce en évaluant une variable de décision, en fonction du type de détecteur utilisé par le récepteur GNSS, la variable de décision définit la loi de distribution suivant laquelle la probabilité de fausses alarmes est calculée, le seuil de détection est directement lié à la valeur de la probabilité de fausses alarmes. Dans le cas illustré par la figure II.7, un détecteur quadratique est utilisé, la variable de décision est alors donnée par :

$$S(\hat{\tau}_{i}, \hat{f}_{d,i}) = \left| \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} r(n) . c_{i}(n - \hat{\tau}_{i}) . e^{-j2\pi \hat{f}_{d,i}n} \right|^{2}$$
(II.8)

La connaissance de la loi de distribution de la variable de décision est une étape importante et primordiale pour la détection du signal *GNSS*. L'étage de détection permettra d'évaluer les probabilités de détection et de fausses alarmes. La détection du signal *GNSS* est basé sur deux hypothèses, l'hypothèse où le signal est basent ou présent mais non aligné avec la réplique générée localement, et l'hypothèse alternative où le signal est présent et est parfaitement aligné avec le signal local. La statistique de la variable de décision dépend directement du détecteur choisi, ainsi les probabilités de fausses alarmes et de détection diffèrent d'un détecteur à un autre. La définition analytique des lois de probabilités qui régissent la variable de décision caractérise le récepteur via les courbes dites *ROC* (Receiver Operation Characteristic), ces courbes décrivent la variation de la probabilité de détection en fonction de la probabilité de fausses alarmes.

Dans le cas où le signal reçu est entaché d'un bruit additif Gaussien, la variable de décision '*S*' suit une loi  $\chi^2$  centrée sous l'hypothèse  $H_0$  et non centrée sous l'hypothèse  $H_1$ , avec un paramètre de non centralité  $\lambda = A^2/4$ .

Les probabilités de détection et de fausses alarmes sont données par les équations II.9, avec ' $\beta$ ' est le seuil de détection.

$$\begin{cases} P_{fa}(\beta) = exp\left(-\frac{\beta}{2\sigma_n^2}\right) \\ P_d(\beta) = Q_1\left(\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma_n^2}}, \sqrt{\frac{\beta}{\sigma_n^2}}\right) \end{cases}$$
(II.9)

Les démonstrations détaillées liées à ces probabilités seront données dans le chapitre suivant.

### II. 4. Sources de dégradation des performances de l'acquisition

L'opération de l'acquisition est la première étape du traitement du signal GNSS au niveau du récepteur. Les performances de l'étage d'acquisition définissent les performances du récepteur. Ces performances sont affectées par plusieurs sources, l'incertitude sur l'espace de recherche de l'acquisition en est une. L'espace de recherche est défini par une grille en deux dimensions : temps et fréquence. La précision de l'estimation des paramètres de l'acquisition dépendent alors de la largeur de la cellule de recherche qui a une résolution de 1 chip en temps et du pas de recherche de la fréquence Doppler. Les performances d'acquisition peuvent être dégradées à cause de l'effet Doppler causé par le mouvement des satellites par rapport à l'utilisateur. La fréquence Doppler affecte la fréquence de la porteuse ainsi que celle du code d'étalement. Lors de la modulation d'un signal GNSS, la transition des bits de données affectent l'évaluation de la fonction de corrélation, qui pourrait même s'annuler dans la situation la plus critique, en plus des transitions causées par les bits de données, les nouveaux signaux GNSS contiennent aussi des bits secondaires au niveau des canaux pilotes. D'autres sources peuvent être considérées, nous en citons l'effet de la quantification, le type de canal de propagation considéré, les interférences et du bruit non homogène.

### II. 4. 1. Incertitude sur l'espace de recherche

L'acquisition se réalise sur une grille de recherche temps-fréquence. Nous considérons une grille composée d'un nombre fini de cellules allant dans le domaine fréquentiel de  $f_{d,min}$  à  $f_{d,max}$  avec une résolution  $\Delta f$ , ce qui donne un nombre de cellules fréquentielles  $N_f = 2 f_{d,max} / \Delta f + 1$ . En temps, elle s'étale de 0 à T chips avec une résolution ' $\tau$ ', donnant un nombre de cellules  $N_{\tau} = \tau T$ . Nous aurons ainsi un nombre total de cellules de  $N_{\tau} N_f$ .

En général, pour l'évaluation des probabilités de détection, il est supposé que les valeurs ( $\tau$ ,  $f_d$ ) recherchés se trouvent au centre de la cellule, ce qui ne peut être toujours le cas. La différence entre les valeurs ( $\tau$ ,  $f_d$ ) au centre de la cellule et les vraies valeurs ( $\tau_r$ ,  $f_{dr}$ ) représentent les erreurs résiduelles  $\delta \tau$  et  $\delta f_d$ . Ces erreurs résiduelles affectent la probabilité de détection. La probabilité de détection pour un détecteur cohérent donnée par l'équation II.9, dans cette équation un nouveau paramètre de non centralité ' $\lambda_n$ ' est introduit afin de prendre en compte les erreurs résiduelles  $\delta \tau$  et  $\delta f_d$ , il est donné par [26] :

$$\lambda_n = \frac{A^2}{N_0} T_c R_c^2 \left( \delta_\tau \right) \sin c^2 \left( \pi \delta f_d T_c \right) \tag{II.10}$$

Pour montrer concrètement l'influence de l'incertitude sur la grille de recherche sur la probabilité de détection, nous considérons un rapport signal à bruit de 45 dB-Hz, pour cette valeur, dans le cas idéal (les erreurs  $\delta \tau$  et  $\delta f_d$  sont nulles), la probabilité de détection vaut 0,9781. Nous représentons la variation de la probabilité de détection en considérant les erreurs résiduelles par rapport à cette probabilité prise comme valeur de référence.

La figure II.8 montre la variation de la probabilité de détection en fonction de l'erreur sur le code phase, avec une erreur nulle sur le retard temporel la probabilité atteint la probabilité de référence tracé en rouge, en augmentant l'erreur  $\delta \tau$  la probabilité de détection diminue jusqu'à s'annuler pour une erreur d'un chip. L'influence de l'erreur sur la fréquence est illustrée dans la figure II.9. La probabilité de détection avoisine la valeur de référence dans une plage d'erreur de ±50 *Hz*, au-delàs elle diminue en augmentant l'erreur sur la fréquence Doppler.



Figure II. 8. Incertitude sur le délai.



Figure II. 9. Incertitude sur la fréquence.

### II. 4. 2. L'effet Doppler

La deuxième source de dégradation des performances de l'étage d'acquisition est l'effet Doppler. L'effet Doppler cause une variation de fréquence du signal reçu au niveau du récepteur, qui est due essentiellement au mouvement relatif entre le satellite et le récepteur. Cette variation affecte le signal reçu en modifiant la fréquence de la porteuse et le débit du code d'étalement. La connaissance de cette variation est primordiale puisque la démodulation du signal GNSS nécessite la valeur exacte de la fréquence de la porteuse et un alignement parfait entre le code *PRN* reçu et celui généré au niveau du récepteur.

### II. 4. 2. 1. Influence du Doppler sur la fréquence de la porteuse

La composante radiale de la vitesse du déplacement d'un satellite génère un effet Doppler, qui est caractérisé par le changement de la fréquence de la porteuse reçue au niveau du récepteur. La fréquence du signal émis par le satellite est la fréquence de la porteuse, pour le signal *GPS* L1 elle est de 1575.42 MHz. Idéalement, sans effet Doppler, la fréquence du signal utilisé pour l'acquisition et la poursuite est la fréquence intermédiaire du récepteur, mais en considérant l'effet Doppler, une fréquence Doppler positive (quand le satellite se rapproche de l'utilisateur) ou négative (quand le satellite s'éloigne de l'utilisateur) sera ajoutée à la fréquence intermédiaire.

Le décalage Doppler varie en fonction de la vitesse du satellite et celle du récepteur. Il est donné par :

$$\Delta f_f = \frac{f_e V_r}{c} \tag{II.12}$$

Où :  $f_e$  est la fréquence émise,  $V_r$  est la composante radiale de la vitesse du satellite et *c* est la vitesse de la lumière.

Nous notons que dans le cas du signal *GPS* L1, pour un utilisateur stationnaire le décalage Doppler maximal est de  $\pm 5 \ kHz$  et de  $\pm 10 \ kHz$  pour un utilisateur en mouvement.
Un décalage de fréquence important entraînera une modulation sinusoïdale du code *PRN* reçu, ce qui inverse périodiquement la polarité de ce code. Ceci est illustré par la figure II.10. A titre illustratif, nous avons supposé que la période de modulation sinusoïdale égale à la moitié de la longueur du code.

L'inversion de la polarité influence directement l'acquisition, et ce durant l'évaluation de la fonction de corrélation.

Figure II. 10. Effet du Doppler sur la démodulation.

### II. 4. 2. 2. Influence du Doppler sur le code

La fréquence du code d'étalement est aussi affectée par l'effet Doppler. Si ' $f_c$ ' est la fréquence du code non affecté par le Doppler, ' $\Delta f_f'$  est le décalage Doppler sur la fréquence porteuse, ' $f_L$ ' est la fréquence de la porteuse du signal GNSS considéré, la fréquence du code ' $f_{c,d}$ ' affecté par un décalage doppler ' $\Delta f_c'$ ' est donnée par [26] :

$$f_{c,d} = f_c + \Delta f_c \tag{II.13}$$

Avec :

$$\Delta f_c = f_c \cdot \frac{\Delta f_f}{f_L} \tag{II.14}$$

Un changement du débit du code entraine un changement de sa période. Ceci est illustré par la figure II.11 où nous avons considéré trois période d'un code, nous remarquons clairement que le changement de la fréquence du code engendre un décalage sur sa période créant ainsi un décalage entre le code reçu et le code local. Il suffit en effet de calculer la nouvelle durée d'un chip du code affecté par le Doppler ' $T_{ch,d}$ ':

$$T_{ch,d} = \frac{1}{f_{c,d}} = T_{ch} \left( \frac{f_L}{f_L + \Delta f_f} \right)$$
(II.15)

Un doppler positif sur la fréquence augmentera la fréquence du code *PRN* ce qui diminue la durée du code, contrairement au cas d'un Doppler négatif qui va l'étendre.



Figure II. 11. Influence du Doppler sur le code [26].

Pour le signal *GPS* L1, l'effet Doppler sur le code est moins important que sur la porteuse puisque la fréquence de la porteuse est plus importante que celle du code *C/A*. Le décalage maximal que peut atteindre le décalage sur la fréquence du code *C/A* est de 3,2 Hz [20]. L'influence du Doppler sur le code affecte l'acquisition d'une façon négligeable s'il est faible. Si par exemple, le Doppler décale le code d'un chip l'acquisition sera impossible. Pour le signal *GPS* L1, l'apparition de cette situation nécessite plusieurs millisecondes, à titre d'exemple, un Doppler sur la fréquence de 6 kHz, induit un décalage sur le code de 3,89 Hz, ce qui requiert un temps de 257 ms pour décaler le code d'un chip, c'est l'équivalent de 257 périodes du code *C/A*. Cependant, ce n'est pas le cas des nouveaux signaux *GNSS* qui possèdent des codes d'étalement à des fréquences plus élevées, l'effet Doppler sur le code ne peut être négligé et devrait être estimé et corrigé puisqu'il affecte la fonction de corrélation et par conséquent les performances de l'étage d'acquisition.

La figure II.12 illustre l'effet Doppler sur le décalage du code, cette situation affecte directement la fonction d'autocorrélation. Nous constatons que plus le décalage Doppler est important plus le pic de la corrélation diminue et est décalé par rapport au pic de référence sans décalage doppler.



Figure II. 12. Effet du Doppler sur la corrélation,  $T_c$ =1ms et  $T_l$ =126ms.

### II. 4. 3. Effet de transition des bits de données

La transition des bits de données ou des codes secondaires affectent la fonction de corrélation et influence la probabilité de détection. La transition se traduit par l'inversion de signe lors de l'intégration, son influence dépend fortement de sa position par rapport à la période du code primaire. La dégradation causée par la transition des bits de données est plus importante quand la position du bit de transition ' $N_r$ ' est proche du milieu de la période d'intégration de longueur 'N' (figure II.13) et devient moins importante en s'éloignant de cette position, la situation la plus critique qui engendre l'annulation de la fonction de corrélation est le cas où le bit de transition se situe exactement au milieu de la période d'intégration.

Pour le signal *GPS* L1, la fréquence des données est de 50 Hz, cela signifie qu'un code de données dure 0,02 s ce qui correspond à vingt période du

code *C/A*, en effet, une transition de bits pourrait apparaitre une fois pendant une intégration de vingt codes. Cela semble rare, mais n'est juste que si nous supposons que durant une période d'intégration le bit de donnée soit constant, mais en réalité, les bits de données ne sont pas nécessairement synchronisés parfaitement avec le code local. Les performances de détection dépendent alors de la période d'intégration. Des périodes d'intégration sont choisies sous-multiples de 20, soit : 1, 2, 4, 5,10 ou 20 ms [8], pour chaque cas la probabilité de l'apparition d'une transition des bits de données peut être évaluée. En considérant la transition des bits de données, la probabilité de détection dépend de la position de la transition et le nombre de bits de transition durant l'intégration.



Figure II. 13. Transition d'un bit de données

Dans [27], une étude détaillée sur l'influence de la transition des bits de données sur la probabilité de détection des signaux *GNSS* a été menée. Pour le signal *GPS* L1, il a été montré que le meilleur compromis est de considérer les temps d'intégration de 4, 5 ou 10 ms pour une probabilité de détection optimale. Pour les temps d'intégration long (20 ms), la probabilité de détection est fortement dégradée par les transitions des bits de données. Cependant, pour les temps d'intégration très courts (1 ou 2 ms) et notamment dans le cas des signaux faibles l'acquisition devient difficile même sans considérer les transitions des bits.

Pour les nouveaux signaux *GNSS* qui contiennent deux canaux données et pilote, la durée d'un bit de donnée est proche de la période du code d'étalement, par exemple pour le signal *GPS* L1C et le signal Galileo du service ouvert E1 OS, la durée d'un bit de données est égale exactement à la période du code *PRN* qui sont respectivement 10 ms et 4 ms, une transition de bits de données peut alors

apparaitre à chaque période du code *PRN*. La répartition de la puissance du signal entre les canaux de données et pilote diffère d'un signal *GNSS* à un autre, pour le signal *GPS* L1C seulement 25% de la puissance est contenue dans le canal de données, pour les signaux Galileo E1 OS et le signal *GPS* L5, la puissance est divisée équitablement entre les deux canaux. Pour le signal L1C l'acquisition en combinant les deux canaux donne pratiquement les mêmes performances sans et avec les transitions des bits, que l'acquisition du canal pilote seul, il est alors recommandé de ne considérer que le canal pilote pour obtenir la même probabilité de détection et en réduisant le temps d'exécution. Pour les signaux possédant la même répartition de la puissance entre les deux canaux, l'acquisition combinée des deux composantes données et pilote est la plus appropriée [27].

L'analyse analytique de la transition d'un bit de donnée montre qu'un autre problème se manifeste, le pic de corrélation dans le domaine fréquentiel se partage en deux parties distinctes positionnées à deux fréquences différentes. Rappelons que la fonction d'ambigüité dans une cellule test où le retard du code est correcte est donnée par :

$$R_{c}(\tilde{\tau}_{i}, \hat{f}_{d,i}) = \sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{2} A_{i} p_{i} (nT_{e} - \tilde{\tau}_{i}) \cos\left(2\pi (f_{if} + \hat{f}_{d,i}) nT_{e} + \varphi_{i}\right)$$
(II.16)

Où : p[n] est une séquence qui englobe les bits de donnés avec ou sans les bits secondaires.  $\hat{f}_{d,i}$  est la fréquence Doppler testée générée par l'oscillateur local. Après quelques développements mathématiques nous aurons :

$$\mathbf{R}_{c}\left(\tilde{\tau}_{i},\hat{f}_{d,i}\right) = \frac{1}{2}A_{i}\sum_{n=0}^{N-1}p_{i}(nT_{e}-\tilde{\tau}_{i})\left[e^{+j\left[2\pi\left(f_{d}-\hat{f}_{d,i}\right)nT_{s}+\varphi_{i}\right]}+e^{-j\left[2\pi\left(2f_{IF}+f_{d}+\hat{f}_{d,i}\right)nT_{s}+\varphi_{i}\right]}\right]$$
(II.17)

Dans cette équation, le terme en double fréquence est négligé. Nous considérons  $N_r$  la position de la transition, la fonction d'ambigüité peut être divisée en deux intervalles, soit :

$$\mathbf{R}_{c}\left(\hat{f}_{d,i}\right)\Big|_{\hat{\tau}_{i}} = \frac{1}{2}A_{i}e^{j\varphi_{i}}\sum_{n=0}^{N_{r}-1}e^{+j\left[2\pi\left(f_{d}-\hat{f}_{d,i}\right)\mathbf{n}\mathbf{T}_{s}\right]} - \frac{1}{2}A_{i}e^{j\varphi_{i}}\sum_{n=N_{r}}^{N_{r}-1}e^{+j\left[2\pi\left(f_{d}-\hat{f}_{d,i}\right)\mathbf{n}\mathbf{T}_{s}\right]}$$
(II.18)

Dans l'équation II.18, les termes en exponentiel sont des séries géométriques, en développant les sommes nous en aurons :

$$\mathbf{R}_{c}(\hat{f}_{d,i})\Big|_{\tilde{\tau}_{i}} = \frac{1}{2}A_{i}e^{j\varphi_{i}}\left\{e^{j\alpha_{1}}\frac{\sin\left(\pi\left(f_{d}-\hat{f}_{d,i}\right)\right)N_{r}T_{e}}{\sin\left(\pi\left(f_{d}-\hat{f}_{d,i}\right)\right)T_{e}} - e^{j\alpha_{2}}\frac{\sin\left(\pi\left(f_{d}-\hat{f}_{d,i}\right)\right)(N-N_{r})T_{e}}{\sin\left(\pi\left(f_{d}-\hat{f}_{d,i}\right)\right)T_{e}}\right\} \quad (II.19)$$

$$\mathsf{Avec}: \ \alpha_{1} = \pi\left(f_{d}-\hat{f}_{d,i}\right)(N_{r}-1)T_{e} \ \mathsf{et} \ \alpha_{2} = \pi\left(f_{d}-\hat{f}_{d,i}\right)(N+N_{r}-1)T_{e}.$$

En considérant la cellule correcte où la fréquence Doppler générée localement coïncide aussi avec celle liée au signal reçu, la fonction d'ambigüité devient alors :

$$\mathbf{R}_{c}|_{\tilde{\tau}_{i},\hat{f}_{d,i}} = \frac{1}{2}A_{i}e^{j\varphi_{i}}\left(N_{r} - (N - N_{r})\right)$$
(II.20)

La fonction d'ambigüité obtenue s'annule pour  $N_r = N/2$ . Cela confirme que la présence d'une transition de bit au milieu de la période de la longueur du code, annule la fonction de corrélation, ce qui supprime complètement le pic d'acquisition même si la cellule considérée est la cellule qui contient la fréquence Doppler correcte. Cependant, l'information n'est pas perdue car l'équation (II-19) dévoile la présence de deux pics latéraux qui peuvent être correctement exploités pour récupérer les estimations correctes du retard de code et la fréquence Doppler [28].

Les figures II.14 et II.15 illustrent le tracé du résultat d'acquisition dans les domaines fréquentiel et temporel représentés séparément. Dans le domaine temporel, nous remarquons que la présence de la transition fait disparaitre le pic de corrélation, dans le domaine fréquentiel les deux pics sont clairement visibles de part et d'autre du pic principal sans la présence de la transition, en effet, la multiplication du signal par la séquence p[n] peut être considéré comme une multiplication par une sous porteuse ce qui divise le spectre en deux.



Figure II. 14. Effet de la transition dans le domaine temporel.



Figure II. 15. Effet de la transition dans le domaine fréquentiel.

Pour la description des performances d'acquisition des signaux *GNSS* les courbes *ROC* sont utilisées, mais il est préférable d'avoir recours à une seule métrique appelée le rapport signal à bruit à la sortie de l'étage d'acquisition ou le *SNR* de corrélation *SNR*<sub>c</sub>. L'utilisation du *SNR*<sub>c</sub> permet de caractériser entièrement l'étage d'acquisition puisqu'il englobe toutes les informations qu'offrent les courbes *ROC*, il peut également être utilisé pour modéliser et exprimer les dégradations causées par la quantification, le filtrage et les erreurs sur le code phase et la fréquence [25].

Nous utilisons le rapport signal à bruit  $SNR_c$  pour mieux évaluer l'effet de la position de transition sur la division du pic d'acquisition, le  $SNR_c$  est donné par [28] :

$$SNR_{c} = \frac{\left|R_{c}\left(\hat{\tau}, \hat{f}_{d}\right)\right|^{2}}{E\left\{\left|R_{n}\left(\hat{\tau}, \hat{f}_{d}\right)\right|^{2}\right\}} = \max_{\varphi_{0}} \frac{E^{2}\left[r\left[n\right]c\left[n-\tau\right]\cos\left(2\pi F_{D}n\right)\right]}{Var\left[r\left[n\right]c\left[n-\tau\right]\cos\left(2\pi F_{D}n\right)\right]}$$
(II.21)

En calculant la moyenne et la variance de la composante en phase de la fonction d'ambigüité, nous pouvons facilement démontrer que le  $SNR_c$  est lié au rapport  $C/N_0$  et le temps d'intégration  $T_c$  par :

$$SNR_c = 2\frac{C}{N_0}T_c \tag{II.22}$$

Le terme  $R_c(\hat{\tau}, \hat{f}_d)$  est la valeur de la fonction de corrélation liée à la position du pic lorsque le signal utile est présent,  $E\left\{\left|R_n(\hat{\tau}, \hat{f}_d)\right|^2\right\}$  est la valeur de corrélation en présence du bruit uniquement. Le  $SNR_c$  est donc une mesure du rapport de la puissance du signal à la puissance moyenne du bruit. Afin de déterminer la variation de  $SNR_c$  en fonction des positions de transitions, plusieurs simulations ont été effectuées pour différentes valeurs de  $C/N_0$ , on a choisi  $C/N_0=36$ , 39 et 42 dB-Hz. Dans la simulation considérée, nous avons opté pour une intégration cohérente de quatre périodes du code. Les résultats obtenus sont présentés par la figure II.16, où on constate que la valeur de  $SNR_c$  diminue et s'annule lorsque la transition causée par le bit de donnée se déplace vers le centre de la durée considérée.



Figure II.16. Effet de la position de transition.

### II. 4. 4. Effet de la quantification

Après la réception du signal *GNSS* au niveau de l'antenne, le signal est préparé au niveau de l'étage radio fréquence avant son traitement. A ce niveau, le signal subit des opérations de filtrage et d'amplification dans le but de réduire les effets du bruit et des pertes de propagation. Le signal est ensuite translaté en une fréquence plus basse soit par une conversion directe en bande de base ou par des techniques hétérodynes. Le signal résultant est numérisé pour enfin passer au traitement nécessaire pour l'extraction des données de navigation via les deux étages d'acquisition et de poursuite.

La numérisation du signal se réalise au niveau du convertisseur analogique / numérique en passant deux étapes distinctes (figure II.17) : l'échantillonnage et la quantification. L'échantillonnage transforme le signal continu en un signal à temps discret. La quantification consiste à attribuer pour chaque échantillon du signal un mot binaire. En respectant le critère de Shannon pour l'échantillonnage, l'information contenue dans le signal est bien conservée, ce qui n'est pas le cas pour la quantification où un nombre des bits limité est utilisé pour exprimer l'amplitude du signal ce qui dégrade sa qualité. Généralement un circuit assurant le contrôle automatique du gain *AGC* (Automatic Gain Control) est utilisé avec le convertisseur analogique /numérique, c'est un amplificateur à gain adaptatif qui a pour but la minimisation des pertes de quantification, essentiellement il permet d'assurer que la variance du bruit reste plus au moins constante à l'entrée du convertisseur analogique /numérique.

Pour le grand public, à des couts relativement bas, les récepteurs *GNSS* utilisent des convertisseurs analogique/numérique à un ou deux bits. Pour le *GPS* par exemple, les récepteurs utilisent en général des convertisseurs analogique / numérique à moins de quatre bits, les erreurs de quantification sont de l'ordre de 0,16 dB en utilisant 3 bits, et n'atteignent que 1,96 pour 1 bit [8].

Ce genre de récepteurs, utilisent généralement une quantification uniforme qui utilise un pas de quantification unique défini par Q = (Vmax-Vmin)/L, où  $V_{max}$  et  $V_{min}$  sont les bornes du signal et 'L' est le nombre d'intervalles de longueur 'Q'. Pour les récepteurs plus précis, la quantification est faite par plusieurs bits.



Figure II.17. Numérisation du signal GNSS.

L'analyse statistique des différentes méthodes de quantification permet de modéliser et d'estimer l'ampleur des pertes de performances causées par la quantification. Trois cas sont largement étudiés dans la littérature, dans le cas général la quantification à '*B*' bits est évoquée, deux cas particuliers sont toutefois plus courants à savoir la quantification à un bit et la quantification à deux bits. La modélisation statistique est réalisée par le biais du rapport signal à bruit de corrélation *SNR*<sub>c</sub> avant et après le quantificateur.

Peu de travaux dans la littérature ont étudié les effets de la quantification sur les performances d'acquisition notamment leurs modélisations analytiques, l'essentiel du développement suivant est basé sur l'étude menée dans [25] sur les pertes causée par la quantification sur l'acquisition.

Quand un seul bit est utilisé pour la représentation du signal r[n] le signal  $r_q[n]$  peut prendre les valeurs {-1,1} avec les probabilités suivantes :

$$\begin{cases} P(r_q[n]=1) = P(r[n]>0) = P(y[n]+\eta[n]>0) = P(\eta[n]>-y[n]) \\ P(r_q[n]=-1) = P(r[n]<0) = P(y[n]+\eta[n]<0) = P(\eta[n]<-y[n]) \end{cases}$$
(II.23)

Puisque  $\eta[n]$  est un bruit Gaussien centré et de variance  $\sigma_{l'}^2$ , les deux probabilités seront :

$$\begin{cases} P(r_q[n]=1) = Q\left(-\frac{y[n]}{\sigma_{If}}\right) \\ P(r_q[n]=-1) = Q\left(\frac{y[n]}{\sigma_{If}}\right) \end{cases}$$
(II.24)

*Q*: est la fonction de Gauss pour une variable aléatoire centrée et réduite, donnée par :

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{x}^{+\infty} e^{-\frac{t^{2}}{2}} dt$$
(II.25)

Les probabilités des équations II.24 et II.25 permettent de calcuelr l'espéraance et la variance du signal  $r_b[n]$  pour l'évaluation du rapport signal à bruit après corrélation en considérant les effets de la quantification  $SNR_{c,q}$ . Rappelons que le  $SNR_{c,q}$  est donné par :

$$SNR_{c,q} = \max_{\varphi_0} \frac{E^2 \left[ r_q \left[ n \right] c \left[ n - \tau \right] \cos \left( 2\pi F_D n \right) \right]}{Var \left[ r_q \left[ n \right] c \left[ n - \tau \right] \cos \left( 2\pi F_D n \right) \right]}$$
(II.26)

Après des développements nécessaires pour le calcul de la moyenne et de la variance du signal à la sortie du quantificateur, le *SNR*<sub>c</sub> sera donné par :

$$SNR_{c,q} = \frac{2NA^2}{\pi 2\sigma_{IF}^2} \tag{II.27}$$

Le rapport entre les rapports signal à bruit avant et après la quantification représente les pertes causées par l'étage de quantification, soit :

$$P = \frac{SNR_{c,q}}{SNR_c} = \frac{2}{\pi}$$
(II.28)

Dans le cas d'un quantificateur utilisant deux bits, quatre valeurs sont possibles pour représenter l'amplitude du signal. Les pertes de quantifications seront fonction du gain de l'amplificateur *AGC* ' $A_G$ '. Une profonde analyse statistique des pertes de quantifications dans le cas général ou '*B*' bits sont utilisés pour la quantification a été présentée dans [25], les différents cas sont présentés dans le tableau II.1. D'après les formules analytiques nous remarquons que les pertes ne dépendent que de la quantité ' $A_G . \sigma_{if}$ ' qui caractérise la variance du bruit après le passage dans le quantificateur.

La figure II.16 montre le tracé des pertes de la quantification dans les différents cas nous observons bien que pour un quantificateur à un bit les pertes sont plus importantes qu'en utilisant trois bits, à partir de ces courbes il est possible de déterminer la valeur optimale du gain  $A_G$  pour minimiser les pertes de quantification.

N (bits)	Perte
1	2/π
2	$\frac{2}{\pi} \frac{\left[1 + 2\exp\left(-\frac{\left(1/A_g\right)^2}{2\sigma_{IF}^2}\right)\right]^2}{1 + 8erfc\left(\frac{1/A_g}{\sqrt{2}\sigma_{IF}}\right)}$
В	$\frac{2}{\pi} \frac{\left[1 + 2\sum_{i=1}^{2^{B-1}-1} \exp\left(-\frac{\left(i/A_{g}\right)^{2}}{2\sigma_{IF}^{2}}\right)\right]^{2}}{1 + 8\sum_{i=1}^{2^{B-1}-1} i.erfc\left(\frac{i/A_{g}}{\sqrt{2}\sigma_{IF}}\right)}$

Tableau II.1: Pertes causées par la quantification.



Figure II. 18. Pertes de la quantification.

### II. 4. 5. Effet du canal de propagation et de transmission

Le positionnement par un système satellitaire *GNSS* est affecté par plusieurs sources d'erreurs qui dégradent la précision de la position fournie. Les erreurs peuvent exister au niveau des satellites, du récepteur ou causées par le milieu de propagation.

Pour le système *GPS*, les erreurs au niveau de la constellation englobent les erreurs d'éphémérides, des horloges et la dégradation volontaire '*SA*'. Les erreurs d'éphémérides sont les erreurs orbitales affectant les positions des satellites diffusées, elles sont de l'ordre de 2 à 5 m [29]. Les horloges satellitaires aussi précises qu'elles soient ne peuvent être parfaites, elles causent des erreurs ne dépassant pas 17,28 ns ce qui est équivalent à une distance de 5,18 m [1], ces erreurs sont tout de même évaluées et transmises par les stations de contrôle terrestres qui seront diffusées dans le message de navigation.

Au niveau du récepteur, les erreurs sont essentiellement dues aux horloges du récepteur, les erreurs des trajets multiples et le bruit. Contrairement aux horloges des satellites (en rubidium et césium) les horloges des récepteurs sont beaucoup moins précises et engendrent des écarts plus importants, le biais d'horloge du récepteur est néanmoins inclus dans la solution de navigation. Les erreurs des multitrajets sont les erreurs les plus importantes; elles sont difficiles à estimer puisqu'elles dépendent directement du milieu environnant du récepteur.

Comme tous les signaux radios, les signaux *GNSS* qui se propagent dans l'espace passant par l'ionosphère jusqu'au récepteur sont affectés par les phénomènes de propagation courants tels que : la réflexion, la diffraction, la diffusion, et la réfraction, tous ces phénomènes conduisent à trois principaux modèles de propagation radio, à savoir : atténuation en espace libre, l'ombrage et l'évanouissement par trajets multiples.

### II. 4. 5. 1. Atténuation en espace libre

L'évaluation des pertes dans l'espace caractérise les pertes de puissance causées par la distance séparant les satellites du récepteur, il s'agit en effet de fournir une relation entre la puissance émise et la puissance reçue, pouvant ainsi prédire le niveau de puissance minimal reçu au niveau du récepteur. Par définition, les pertes de puissances sont données par le rapport entre la puissance ' $P_t$ ' transmise par l'antenne d'un satellite ayant un gain ' $G_t$ ' et la puissance reçue ' $P_r$ ' avec un gain de réception ' $G_r$ '. La puissance reçue est liée à la puissance transmise par la formule de Friis :

$$P_r = P_t \cdot G_t \cdot G_r \cdot \left(\frac{\lambda}{4\pi R}\right)^2 \tag{II.29}$$

Dans l'équation II.29 seule l'influence de la distance est prise en considération, pour généraliser la formule, en prenant en considération les atténuations causées par l'atmosphère et la pénétration dans divers obstacles, un facteur multiplicatif sans dimension est ajoutée à la formule, il sert à modéliser toutes ces pertes, il varie de 1 (cas où il n'y a aucune perte) à l'infini (cas de perte total du signal). Dans ce cas, la formule devient :

$$P_r = \frac{P_t \cdot G_t \cdot G_r}{L} \cdot \left(\frac{\lambda_c}{4\pi R}\right)^2 \tag{II.30}$$

Les pertes de puissance dans l'espace sont généralement évaluées en décibel, elles sont données par :

$$\Lambda = 10.Log\left(L.\left(\frac{4\pi R}{\lambda}\right)^2\right) \tag{II.31}$$

Les signaux *GNSS* sont très faibles vu la distance importante séparant la constellation satellitaire du récepteur, et compte tenu des différentes pertes que subit l'onde électromagnétique au cours de son parcours. Des niveaux de puissances minimaux sont garantis pour chaque signal *GNSS*, pour le signal *GPS* L1 il est de -158.5 dBW, et il est de -157, -160 et -154 dBW pour les signaux L1C, L2C et L5 respectivement [21].

### II. 4. 5. 2. Trajets multiples et ombrage

Les nouveaux récepteurs *GNSS* sont conçus en implémentant des structures visant à réduire les erreurs causées par les différentes sources, les erreurs des trajets multiples restent un sérieux problème qui affecte la précision du positionnement, de nouvelles techniques ne cessent de se développer pour la réduction des effets des multitrajets.

Le phénomène des trajets multiples illustré par la figure II. 19, se produit quand le signal *GNSS* se réfléchit par un obstacle, ainsi le récepteur reçoit en plus du signal utile plusieurs répliques décalées. Quand le retard lié au trajet réfléchi est très grand par rapport à la période du code d'étalement le multitrajet n'affecte pas la performance du récepteur puisque le signal utile arrive en premier, l'acquisition du signal utile pourrait se réaliser en supprimant le trajet réfléchi. Les trajets réfléchis par des obstacles proches du récepteur mettront moins de temps pour atteindre le récepteur, ils sont ainsi très proches du signal utile, ces multitrajets affectent la fonction de corrélation entre le signal utile contenant la composante des trajets réfléchis et le signal généré par le récepteur, ceci induit à des erreurs dans la mesure de la pseudo-distance et par conséquent sur la position. Les multitrajets caractérisent la navigation dite « indoor » comme les milieux urbains pleins d'obstacles.

L'ombrage est l'atténuation du signal utile qui se produit généralement quand le signal se propage à travers des obstacles, bâtiments ou arbres par exemples. C'est une fluctuation de la puissance du signal utile. La puissance d'un trajet multiple est beaucoup plus importante qu'un signal ombré. L'ombrage peut se produire en milieux « indoor » ou « outdoor ». Les trajets-multiples et l'ombrage peuvent avoir des effets combinés, le signal utile pourrait se réfléchir sur un mur d'un bâtiment et subir par la suite une atténuation due à l'ombrage en traversant un arbre, dans certaines situations, l'ombrage peut atténuer le signal utile au point où le récepteur ne suivra que les trajets multiples perdant ainsi le signal utile.



Figure II. 19. Les multitrajets et ombrage.

En prenant en considérations les conditions locales auxquelles est exposé le signal reçu au niveau du récepteur et son environnement, le signal est modélisé par un canal de transmission qui prend en considérations toutes les sources notamment le bruit qui affecte le signal. Le choix d'un modèle est nécessaire pour la modélisation statistique des performances du récepteur. Pour les signaux *GNSS*, le canal le plus communément utilisé est le canal à bruit additif Gaussien *AWGN* (Additive White Gaussian Noise), dans ce modèle il est supposé que le bruit généré au niveau du récepteur est Gaussien et s'ajoute au signal utile. Pour caractériser le signal reçu dans un milieu plein de trajets multiples et d'évanouissement les modèles de Rayleigh et Rice sont généralement utilisés.

### II. 4. 5. 3. Canal de Rice

Le modèle de Rice est utilisé pour caractériser un milieu doté de multitrajets mais avec une composante dominante due généralement à une vue directe entre l'émetteur et le récepteur (*LOS* : Line Of Sight), cette situation peut se présenter dans des environnements ouverts tel que les zones rurales. Même si parfois la vue directe entre le satellite et le récepteur n'est pas conservée, il existe généralement un trajet dominant parmi les trajets multiples réfléchis ou diffusés. Le trajet dominant donne une composante spéculaire et plusieurs composantes secondaires faibles, ce qui cause l'évanouissement de l'enveloppe du signal reçu qui sera distribué suivant la loi de Rice [30].

Une variable aléatoire '*x*' distribuée suivant la loi de Rice a pour fonction de densité de probabilité la fonction suivante :

$$p_{X}(x) = \frac{x}{\sigma^{2}} \exp\left(-\frac{\left(x^{2} + \mu^{2}\right)}{2\sigma^{2}}\right) I_{0}\left(\frac{x\mu}{\sigma^{2}}\right) \quad x \ge 0$$
(II.32)

Où :  $\mu$  et  $\sigma$  sont les paramètres de forme de la distribution. La distribution de Rice est illustrée par la figure II.20 pour plusieurs valeurs de  $\mu$ .

Dans le contexte de canal à évanouissement, la distribution est réécrite en utilisant deux nouveaux paramètres 'k' et ' $\Omega = E[R^2]$ ', en effet, l'amplitude du signal R(t) reçu est caractérisée par la distribution donnée par [31] :

$$p_{R}(r) = \frac{2(k+1)r}{\Omega} \exp\left(-k - \frac{(k+1)r^{2}}{\Omega}\right) I_{0}\left(2r\sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega}}\right) \qquad r \ge 0$$
(II.33)

Dans l'équation II.33, '*k*' est appelé paramètre de Rice et correspond au rapport entre la puissance moyenne de la composante dominante et les trajets secondaires, il varie entre 0 et + $\infty$ ,  $\Omega = E[R^2]$  et I<sub>0</sub>(.) est la fonction de Bessel modifiée d'ordre zéro et de première espèce définie par :

$$I_0(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-x\cos\theta} d\theta$$
(11.34)

Lorsque k=0, la densité de probabilité de Rice devient celle de Rayleigh, ça correspond à l'évanouissement de la composante dominante. Si par contre, 'k' tend vers l'infini, le canal devient sans évanouissement et la transmission se fait suivant un canal à bruit additif Gaussien [32].



Figure II. 20. Densité de probabilité de Rice.

### II. 4. 5.4. Canal de Rayleigh

Quand le satellite et le récepteur ne sont plus en vue directe, une situation présente et courante dans les milieux urbains denses, une composante dominante ne peut exister dans les multitrajets reçus au niveau du récepteur, l'existence d'une multitude d'obstacles génère plusieurs trajets dans toutes les directions par le phénomène de diffusion, ainsi, le signal reçu n'est que la somme de plusieurs copies dispersées de phase et d'amplitude différentes. Pour modéliser le canal dans ce cas, le modèle de Rayleigh est utilisé. La densité de probabilité de l'amplitude du signal est distribuée suivant la loi de Rayleigh et est donnée par :

$$p_{R}(r) = \frac{r}{\sigma^{2}} \exp\left(-\frac{r^{2}}{2\sigma^{2}}\right) \quad r \ge 0$$
(II.35)

La figure II.21 montre la densité de probabilité de Rayleigh pour différentes valeurs de ' $\sigma$ ' et la figure II.22 représente la variation de l'amplitude du signal reçu dans le canal.



Figure II. 21. Densité de probabilité de Rayleigh.



Figure II. 22. Evanouissement de l'amplitude dans un canal de Rayleigh.

### II. 4. 5. 5. Influence sur l'acquisition

Toute source d'atténuation agissant sur la puissance du signal reçu affecte directement les performances de l'étage d'acquisition. Les pertes dans l'espace causent la diminution de la puissance du signal reçu, en effet le signal *GNSS* est très faible de puissance surtout quand il s'agit de la navigation « indoor ». La puissance du signal *GNSS* reçu est de l'ordre de 10<sup>-16</sup> watts quand le récepteur est en dehors des zones denses, ce signal s'affaiblit encore 10 à 100 fois plus dans une maison et 100 à 1000 fois dans un large immeuble [23]. La performance d'acquisition est exprimée en fonction des probabilités de détection et de fausses alarmes, nous avons déjà fait référence à la relation étroite entre ces performances et le rapport signal à bruit, plus le signal est faible plus la probabilité de détection diminue.

Pour l'évaluation des performances d'acquisition en considérant un canal à bruit additif Gaussien, il est supposé que le signal reçu et déterministe, seul le bruit additif au signal utile est Gaussien, cette supposition est loin de la réalité

dans la navigation dans un milieu plein d'interférences et de trajets multiples, en effet, l'amplitude du signal ne peut être déterministe, la probabilité de détection sera surestimée par rapport à un canal de Rayleigh décrivant un milieu qui se rapproche de la réalité, en caractérisant les interférences, évanouissements et trajets multiples. Une comparaison entre la probabilité de détection d'un signal *GNSS* pour chaque canal est faite sur la figure II.23.



Figure II. 23. Comparaison entre un canal AWGN et un canal de Rayleigh.

La modélisation de l'étage d'acquisition est généralement faite en considérant que le signal est noyé dans un bruit de puissance constante, les probabilités de détection et de fausses alarmes sont d'ailleurs fonction de la variance du bruit à la sortie du détecteur  $\sigma_n^2$ . Ceci n'est possible qu'en supposant que le bruit affectant le signal utile est homogène. La non-homogénéité se caractérise par un changement de la distribution du bruit mais aussi d'une variation de sa moyenne ou de sa variance. Ces variations affectent les probabilités de détection et de fausses alarmes. Les figures II.24 et II.25 montrent respectivement trois variables Gaussiennes *X*, *Y* et *Z* ainsi que leurs densités de probabilités.



Figure II. 24. Signaux générés selon des distributions Gaussiennes.



Figure II.25. Densités de trois bruits Gaussiens.

### II.5. Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre le principe de l'acquisition d'un signal *GNSS* et les différentes stratégies utilisées pour sa réalisation à savoir la recherche série et parallèle sur le code et sur la fréquence. L'étage de l'acquisition a été décrit dans un cadre statistique pour sa description en fonction des probabilités de détection et de fausses alarmes, cette description était nécessaire pour l'étude des sources de dégradation qui affectent l'étage d'acquisition.

L'incertitude sur l'espace de recherche constitue une des sources affectant l'acquisition, la probabilité de détection idéale sans aucune erreur sur l'estimation de la vraie cellule de recherche diminue en augmentant l'erreur sur le code phase  $\delta \tau$  jusqu'à son annulation pour un retard d'un chip, dans la direction de la fréquence, une plage d'erreur ne dépassant pas les ±50 *Hz* permet de garantir une probabilité de détection proche du cas idéal, en dehors de cette plage la probabilité diminue.

L'effet Doppler affecte la porteuse en inversant la polarité du code qui affecte la fonction de corrélation et le code d'étalement, nous avons conclu que son effet sur le signal *GPS* L1 est négligeable mais pour les codes des signaux *GNSS* ayant une fréquences importantes, l'effet du Doppler sur le code devrait être corrigé, puisqu'il décale et affaiblit le pic de corrélation.

Les transitions des bits de données ou les bits secondaires des nouveaux signaux *GNSS* affectent la fonction de corrélation dans le domaine temporel en diminuant voire annulant le pic de corrélation et dans le domaine fréquentiel par l'apparition de deux pics.

La quantification du signal *GNSS* cause des pertes dans le rapport signal à bruit, ce qui a une influence directe sur la performance de détection, plus le nombre de bits utilisé pour la quantification est important mieux sont les performances.

Enfin, nous avons analysé l'effet du canal de propagation et de transmission, en passant par les différents phénomènes qui agissent sur la puissance du signal.

# Chapitre III

Les détecteurs dans les récepteurs GNSS

## CHAPITRE 03 LES DETECTEURS DANS LES RECEPTEURS GNSS

### III. 1. Introduction

L'acquisition d'un signal *GNSS* se réalise suivant deux étapes distinctes, la première consiste à estimer la fonction d'ambigüité et de fournir une première estimation des paramètres temporel et fréquentiel, elle a été présentée dans le chapitre précédent en tant qu'un processus d'estimation. La deuxième étape comprend la détection du signal en décidant sa présence ou son absence. La détection du signal revient à établir un seuil selon un critère et suivant la structure du détecteur utilisé. Concrètement, le type du détecteur définit la manière de la combinaison des voies en phase et en quadrature afin d'extraire une quantité réelle puis la comparer avec le seuil préétabli selon un critère de décision.

L'étude de l'acquisition en tant qu'opération de détection est réalisée suivant les lois de détection dans un cadre stochastique étant donné la nature aléatoire du bruit entachant le signal utile ainsi que le canal de transmission. Le principe de la détection dans un récepteur *GNSS* est basé sur la décision de la présence d'un signal reçu à partir d'un satellite donné ou de son absence avec des probabilités de détection et de fausses alarmes déterminées suivant la statistique de la variable de décision issue du détecteur.

Dans le domaine de la détection, la décision est prise sous deux hypothèses, l'hypothèse nulle  $H_0$  qui correspond à l'absence du signal, et l'hypothèse alternative  $H_1$  sous laquelle le signal est présent. Dans le cas d'un signal *GNSS*, les conditions de la présence ou de l'absence du signal sont liées à deux hypothèses ; l'hypothèse nulle  $H_0$  qui correspond à l'absence du signal ou son non alignement avec la réplique générée localement, l'hypothèse dite alternative  $H_1$  où le signal est présent et est parfaitement aligné avec le signal local. Du point de vue du satellite deux situations sont possibles, le satellite est visible ou absent, au niveau du récepteur deux décisions peuvent être prises, le signal envoyé à partir d'un satellite est bien reçu ou non détecté. La combinaison de ces différentes possibilités donne quatre décisions :

+ Le détecteur décide que le satellite est bien présent lorsqu'il est réellement présent, cet évènement correspond au cas idéal, le satellite est bien visible, le signal reçu est aligné avec la réplique locale et est associé à une probabilité de détection  $P_d$  qui est définie par la probabilité que le signal dépasse le seuil sous l'hypothèse  $H_1$ ;

+ Le récepteur décide de la présence du signal or que le satellite n'est pas visible, en outre, le signal dépasse le seuil sous l'hypothèse nulle  $H_0$ , la probabilité associée est la probabilité de fausses alarmes  $P_{fa}$  définie par la probabilité que le signal dépasse le seuil sous l'hypothèse nulle  $H_0$ ;

+ Le satellite est bien présent mais le récepteur le déclare absent, c'est une non détection du signal avec une probabilité  $P_m = 1 - P_d$ ;

+ Le satellite est décidé absent lorsque il est réellement absent.

### III.2. Etat de l'art

La modélisation analytique de l'étape d'acquisition est faite en utilisant les probabilités de détection et de fausses alarmes, qui diffèrent suivant le type du détecteur. Des techniques de traitement post-corrélation sont utilisées pour améliorer les performances des détecteurs, elles sont englobées dans trois approches principales: Les techniques de combinaison cohérente, non cohérente et différentielle.

La technique de combinaison cohérente est basée sur l'augmentation du temps d'intégration cohérent est une solution idéale, efficace et simple. Les acquisitions résultantes à chaque période sont additionnées de façon cohérente, ceci augmentera le niveau du pic de corrélation en réduisant l'effet du bruit.

Cependant, la sommation des corrélations sur plusieurs périodes du code d'étalement risque de poser un problème quant aux transitions des bits de données, de plus, l'accroissement du temps d'exécution et du nombre d'opérations correspondant, ces inconvénients et l'instabilité de l'horloge du récepteur empêchent l'application de cette technique dans la plupart des cas, sauf si une source d'assistance est disponible. La technique de combinaison non cohérente quant à elle, consiste à sommer les acquisitions sur plusieurs périodes mais après le détecteur d'enveloppe, ce qui la rend insensible aux transitions des bits de données, l'inconvénient de cette approche est que l'augmentation de la corrélation s'accompagne par une augmentation de la puissance du bruit. En doublant le temps d'intégration le gain du détecteur augmente de 3 dB par une intégration cohérente contre 0,5 à 1 dB dans le cas d'une intégration non cohérente [33]. La combinaison non cohérente est alors moins bénéfique en termes de gain mais elle permet d'accéder à des temps d'intégration plus importants que la combinaison cohérente.

La dernière technique est la combinaison différentielle, c'est la plus récente, elle a été proposée dans le domaine de la communication par [34] puis introduite pour le système *GPS* et même Galileo [35,36]. Le principe de la technique se base sur la multiplication de la sortie complexe du corrélateur par son conjugué retardé. La variable de décision sera évaluée à partir de l'enveloppe estimée après la cumulation de plusieurs périodes. L'efficacité de cette méthode est assurée par la corrélation entre les composantes du signal pendant des intervalles de corrélations consécutives et la non-corrélation des échantillons du bruit. La méthode offrira donc une nette amélioration par rapport à la combinaison non cohérente mais elle présente des pertes à cause de la transition des bits de données qui dépendent de la fréquence des données par rapport à celle du code d'étalement, à titre d'exemple, ces pertes s'estiment à 0,47 dB pour le signal *GPS* L1 et de 6 dB pour le signal Galileo E1 [37].

Les approches de détection cohérente sont optimales en offrant moins de pertes dans le *SNR* puisqu'elles diminuent l'effet du bruit mais elles sont limitées par les variations de la phase du signal. Les combinaison non cohérente et différentielle sont par contre moins sensibles aux variations de la phase du signal mais restent sous-optimales, la figure III.1 l'illustre, nous constatons que le

meilleur cas est d'obtenir les pertes minimales en *SNR* avec une minimale sensibilité aux variations de la phase, c'est le type de détecteurs qui sont souhaitables pour les récepteurs *GNSS*, les recherches s'orientent dans ce sens en développant de nouveaux algorithmes de détection pour satisfaire ce compromis, nous soulignons tout de même que l'hybridation entre l'approche cohérente et différentielle ou non cohérente permet de se retrouver dans une zone à caractéristiques modérées.



Figure III.1 : Compromis entre détecteurs [38].

Le développement de nouveaux systèmes satellitaires et la modernisation de l'existent *GPS* a donné naissance à de nouvelles techniques de modulation et de nouveaux signaux. Tous les nouveaux signaux *GNSS* sont composés de deux composantes, le canal de données et le canal pilote. L'acquisition pourrait se réaliser sur un seul canal, généralement c'est le canal pilote qui est utilisé, ceci offre des temps d'intégration importants puisqu'ils sont insensibles aux transitions des bits de données qui ne sont contenues que dans le canal de données. Néanmoins, l'acquisition d'un seul canal revient à perdre la moitié de la puissance reçue. Dans ce contexte des techniques de combinaison des deux canaux pour exploiter la totalité de la puissance ont été étudiées et proposées. Les canaux de données et pilote peuvent être combinés d'une manière non cohérente, la variable de décision est formée par la somme des deux corrélations évaluées pour chaque

canal, la méthode a été étudiée dans [39,40], et elle offre une performance meilleure que l'acquisition du canal pilote. Par une combinaison cohérente des canaux, deux corrélations sont faites avec deux répliques locales, l'une est la somme du code pilote et le code donnée et l'autre c'est leur différence, la variable de décision est le maximum entre les deux corrélations, c'est l'acquisition cohérente avec récupération du signe. La dernière méthode est l'acquisition différentielle, le principe est le même que celui utilisé pour les récepteurs conventionnels mais la corrélation est faite entre les deux composantes du canal pilote et le canal de données, cette technique a été proposée par [25] et offre une description statistique des différentes méthodes. Les trois méthodes ont été largement étudiées et comparées dans la littérature, l'acquisition cohérente avec récupération de signe semble être la plus performante et adaptée pour les nouveaux signaux *GNSS* [41,42].

### III. 3. Principe de la détection binaire

Le principe de la détection dans un récepteur *GNSS* utilise les bases de la détection binaire, ce type de détection est basé sur une décision donnant deux hypothèses correspondant à la présence ou l'absence du satellite. Si y(t) est le signal reçu et traité par le récepteur noyé dans un bruit Gaussien n(t), l'ensemble des valeurs possibles pour y(t) forme l'espace d'observation appelé  $\Omega$ . L'espace d'observation, illustré par la figure III.2, est divisé en deux sous espaces complémentaires  $\Omega_0$  et  $\Omega_1$ . A la sortie de l'acquisition, une décision est faite à partir de l'espace d'observation comme suit :

- + Si *y* ∈ Ω<sub>1</sub> le récepteur prend comme décision l'hypothèse *H*<sub>1</sub> qui correspond à la présence du signal ;
- + Si y ∈ Ω₀ le signal utile est déclaré absent ; l'hypothèse H₀ est la décision prise.

Les décisions prises sur  $H_0$  et  $H_1$  sont caractérisées par les fonctions de densités de probabilité de 'y' qui sont respectivement  $p(y/H_0)$  et  $p(y/H_1)$ . La règle de



Figure III.2 : Espace de décision en détection binaire.

### III. 3. 1. Critère de Bayes

Le test de Bayes est un test qui permet d'établir une règle de décision en associant à chaque décision prise un coût  $C_{ij}$  qui peut être pénalisant ou récompensant.  $C_{ij}$  correspond au coût de décider  $H_i$  quand  $H_j$  est correcte. L'application du test de Bayes exige la connaissance des probabilités à priori  $P(H_0)=P_0$  et  $P(H_1)=P_1$  des deux hypothèses  $H_0$  et  $H_1$  qui sont les probabilités de la réalisation de chaque hypothèse. La définition des deux zones  $\Omega_0$  et  $\Omega_1$  est faite en minimisant le coût moyen donné par [43] :

$$C = C_{00}P\{D_0, H_0\} + C_{10}P\{D_1, H_0\} + C_{01}P\{D_0, H_1\} + C_{11}P\{D_1, H_1\}$$
(III.1)

La probabilité  $P(D_i, H_j)$  est la probabilité de décider  $H_i$  alors que  $H_j$  est correcte. Elle est définie comme la probabilité pour que 'y' appartienne à la région  $\Omega_i$  où normalement l'hypothèse  $H_i$  est prise sachant que la vraie hypothèse est  $H_j$ . En utilisant le théorème de Bayes :

$$P\{D_i, H_j\} = P\{D_i \mid H_j\} P(H_j) = P\{y \in \Omega_i \mid H_j\} P(H_j)$$
  
=  $P(H_j) \int_{\Omega_i} p_{Y/H_j}(y \mid H_j) dy$  (III.2)

En remplaçant (III.2) dans (III.1) nous aurons :

$$C = C_{00}P_{0} \int_{\Omega_{0}} p_{Y/H_{0}} (y | H_{0}) dy + C_{10}P_{0} \int_{\Omega_{1}} p_{Y/H_{0}} (y | H_{0}) dy$$

$$+ C_{01}P_{1} \int_{\Omega_{0}} p_{Y/H_{1}} (y | H_{1}) dy + C_{11}P_{1} \int_{\Omega_{1}} p_{Y/H_{1}} (y | H_{1}) dy$$
(III.3)

Le problème de détection dans les systèmes *GNSS* est une détection binaire puisque le récepteur décide la présence ou l'absence du signal, de ce fait, les deux sous-ensembles  $\Omega_0$  et  $\Omega_1$  sont complémentaires, cela implique :

$$\int_{\Omega_{1}} p_{Y/H_{1}}(y \mid H_{1}) dy = 1 - \int_{\Omega_{0}} p_{Y/H_{0}}(y \mid H_{0}) dy$$
(III.4)

Le coût devient alors :

$$C = C_{11}P_1 + C_{10}P_0 + \int_{\Omega_0} \left( P_1 \left( C_{01} - C_{11} \right) p_{y/H_1} \left( y \mid H_1 \right) - P_0 \left( C_{10} - C_{00} \right) p_{y/H_0} \left( y \mid H_0 \right) \right) dy \qquad (III.5)$$

Pour minimiser le coût de l'équation III.5 nous devons minimiser l'intégrale puisque les deux premiers termes de l'équation sont indépendants de l'espace  $\Omega_0$ , sont fixes et sont supposés être connus à priori, donc la condition pour avoir un coût minimal est :

+ Sous l'hypothèse  $H_1$ :

$$\frac{p_{Y/H_1}(y \mid H_1)}{p_{Y/H_0}(y \mid H_0)} > \frac{P_0(C_{10} - C_{00})}{P_1(C_{01} - C_{11})}$$
(III.6)

+ Sous l'hypothèse  $H_0$ :

$$\frac{p_{Y/H_1}(y \mid H_1)}{p_{Y/H_0}(y \mid H_0)} < \frac{P_0(C_{10} - C_{00})}{P_1(C_{01} - C_{11})}$$
(III.7)

Le rapport  $\frac{p_{Y/H_1}(y \mid H_1)}{p_{Y/H_0}(y \mid H_0)}$  est appelé le *rapport de vraisemblance*.

En conclusion, le test de Bayes revient simplement à comparer le rapport des fonctions de densités de probabilité sous les deux hypothèses  $H_0$  et  $H_1$  à un seuil  $\beta = \frac{P_0(C_{10} - C_{00})}{P_1(C_{01} - C_{11})}$ . Ce seuil ne peut être déterminé sans la connaissance des probabilités à priori  $P_0$  et  $P_1$ .

### III. 3. 2. Critère du rapport de vraisemblance

Ce test se base sur la comparaison directe des observations sous les deux hypothèses, concrètement entre les deux densités de probabilité  $p_{Y/H0}(y/H_0)$  et  $p_{Y/H1}(y/H_1)$ . Si  $p_{Y/H0}(y/H_0) > p_{Y/H1}(y/H_1)$ , l'hypothèse  $H_0$  est prise et vice versa. Ce test est un cas particulier du test de Bayes pour  $P_0 = P_1 = 1/2$  en fixant les coûts  $C_{10} = C_{01} = 1$  et  $C_{00} = C_{11} = 0$ .

### III. 3. 3. Critère de Neyman - Pearson

L'approche Bayésienne nécessite la connaissance des probabilités à priori qui détermine le seuil de détection, ainsi que les coûts associés aux décisions prises, l'inconvénient de cette approche est l'impossibilité d'évaluer l'efficacité de la méthode puisque même en associant des coûts aux décisions ils restent le plus souvent inconnus ou arbitraires. Les tests de Neyman-Pearson sont une solution alternative dans le domaine de la détection.

Contrairement aux deux tests présentés précédemment, le test de Neyman Pearson agit directement sur les performances du détecteur modélisé par les probabilités de détection  $P_d$ , de fausse alarme  $P_{fa}$  et de la non-détection  $P_m$ . Dans le domaine de la détection les probabilités de détection et de fausses alarmes sont les plus utilisées pour la description des performances d'un détecteur, idéalement nous cherchons à augmenter la probabilité de détection (ce qui revient à diminuer la  $P_m$ ) tout en diminuant la probabilité de fausses alarmes, ce qui n'est malheureusement pas possible pratiquement puisque augmenter la probabilité de détection revient aussi à augmenter la probabilité de fausses alarmes ; les deux probabilités sont évaluées pour deux évènements appartenant à l'espace  $\Omega_1$ . Le choix le plus approprié serait de limiter une probabilité et maximiser l'autre, c'est ce principe qu'utilise le critère de Neyman-Pearson, il tente de maximiser la probabilité  $P_d$  de détection sous la contrainte que la probabilité de fausses alarmes  $P_{fa}$  qui devrait maintenir une valeur au-dessous d'une valeur admissible, soit  $P_{fa} \leq \alpha$ . Le problème se réduit à un problème d'optimisation, qui est résolu en utilisant le multiplicateur de Lagrange  $\kappa$ , la fonction  $\Phi$  est généralement considérée [44] :

$$\Phi = P_m + \kappa \Big[ P_{fa} - \alpha \Big] \tag{III.8}$$

En remplaçant les probabilités par leurs définitions respectives nous aurons :

$$\Phi = \int_{\Omega_0} p_{y/H_1}(y \mid H_1) + \kappa \left[ \int_{\Omega_1} p_{y/H_0}(y \mid H_0) - \alpha \right]$$
(III.9)

L'équation III.9 peut s'écrire en fonction de l'espace  $\Omega_0$  :

$$\Phi = \kappa \left(1 - \alpha\right) + \int_{\Omega_0} \left[ p_{y/H_1} \left( y \mid H_1 \right) - \kappa p_{y/H_0} \left( y \mid H_0 \right) \right] dy$$
(III.10)

Pour minimiser  $\Phi$  l'intégrale de l'équation III.10 devrait être négative, cela revient à considérer, sous l'hypothèse  $H_0$ :

$$\frac{p_{_{Y/H_1}}(y \mid H_1)}{p_{_{Y/H_0}}(y \mid H_0)} < \kappa$$
(III.11)

Et pour l'hypothèse alternative  $H_1$ :

$$\frac{p_{Y|H_1}(y \mid H_1)}{p_{Y|H_0}(y \mid H_0)} > \kappa$$
(III.12)

Le facteur  $\kappa$  est choisi de telle sorte à satisfaire la contrainte  $P_{fa} = \alpha$ . En conclusion, le test de Neyman-Pearson revient à comparer le rapport de vraisemblance à un seuil qui est déterminé en fonction de la probabilité de fausses alarmes fixée à une valeur admissible afin de maximiser la probabilité de détection.

### III. 4. Les détecteurs standards

Les détecteurs standards sont les détecteurs basiques où aucune technique n'est utilisée pour augmenter leurs performances. Après l'évaluation de la fonction d'ambigüité, il faudrait évaluer le seuil de détection suivant un critère de décision donné pour déclarer la présence du signal. Les performances de détection sont évaluées suivant la distribution statistique de la *CAF*, distribution influencée par la conversion du signal complexe en signal réel qui se fait généralement par la considération de son module.

Il existe deux types de détecteurs standards :

- + Le détecteur quadratique ;
- + Le détecteur linéaire.

### III. 4. 1. Le détecteur quadratique

Le synoptique du détecteur est illustré par la figure III.3. Nous considérons que le signal reçu est entaché d'un bruit Gaussien  $\eta(t)$  caractérisé par une moyenne nulle et une variance  $\sigma_{IF} = N_0 B_{IF}$ ,  $B_{IF}$  est la bande de l'étage radiofréquence. Généralement, le choix de la fréquence d'échantillonnage  $f_e = 2.B_{IF}$  est adopté [25].



Figure III.3 : Le détecteur quadratique.

Reprenons le modèle du signal considéré au chapitre précédent, ainsi que la fonction d'ambigüité  $S(\hat{\tau}, \hat{f}_D)$  soit :

$$r_{i}[n] = Ae_{i}[n - \tau_{i}].c_{i}[n - \tau_{i}]\cos[2\pi f_{D}n + \varphi_{i}] + \eta_{IF}[n]$$
(III.13)

et :

$$S(\hat{\tau}, \hat{f}_D) = \left| \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} r[n] c[n-\hat{\tau}] e^{-j2\pi \hat{f}_D n} \right|^2$$
(III.14)

Dans ce qui suit nous évaluons la distribution du signal à la sortie du corrélateur sous les deux hypothèses  $H_0$  et  $H_I$ . Considérons les parties réelle et imaginaire de  $S(\hat{\tau}, \hat{f}_D)$  et  $Y_I(\hat{\tau}, \hat{f}_D)$  et  $Y_Q(\hat{\tau}, \hat{f}_D)$ .

En considérant un canal à bruit additif Gaussien, sous l'hypothèse nulle  $H_0$ où le signal est absent ou n'est pas aligné avec la réplique locale, la moyenne du signal à la sortie du détecteur sera toujours nulle, puisque le signal est absent et la seule composante aléatoire est le bruit qui a été considéré centré, la variance par contre sera donnée comme suit :

$$Var\left[Y_{I}\left(\hat{\tau},\hat{f}_{D}\right)\right] = Var\left[Re\left\{\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}r\left[n\right]c\left[n-\hat{\tau}\right]e^{-j2\pi\hat{f}_{D}n}\right\}\right]$$
$$= Var\left[\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}r\left[n\right]c\left[n-\hat{\tau}\right]cos\left(2\pi\hat{f}_{D}n\right)\right]$$
$$= \frac{1}{N^{2}}\sum_{n=0}^{N-1}Var\left[r(n)c\left[n-\hat{\tau}\right]cos\left(2\pi\hat{f}_{D}n\right)\right]$$
$$= \frac{1}{N^{2}}\sum_{n=0}^{N-1}\frac{\sigma_{IF}^{2}}{2} = \frac{\sigma_{IF}^{2}}{2N}$$
(III.15)

De même pour la composante en quadrature, nous aurons :

$$Var\left[Y_{Q}(\hat{\tau}, \hat{f}_{D})\right] = Var\left[Y_{I}(\hat{\tau}, \hat{f}_{D})\right] = \frac{1}{N^{2}} \sum_{n=0}^{N-1} \frac{\sigma_{IF}^{2}}{2} = \frac{\sigma_{IF}^{2}}{2N}$$
(III.16)

 $S(\hat{\tau}, \hat{f}_D)$  est la somme des carrés de deux variables aléatoires Gaussiennes centrées et de variance  $\sigma_n^2 = \frac{\sigma_{IF}^2}{2N}$ . En utilisant les caractéristiques des variables aléatoires Gaussiennes  $S(\hat{\tau}, \hat{f}_D)$  est distribuée suivant une loi exponentielle de paramètre  $\frac{1}{2\sigma_n^2}$ , ce qui donnera :

$$f_0(s) = \frac{1}{2\sigma_n^2} exp\left(-\frac{s}{2\sigma_n^2}\right) \tag{III.17}$$

La probabilité de fausses alarmes est la probabilité que le signal dépasse le seuil de détection  $\beta$  sous l'hypothèse  $H_0$ , soit :

$$P_{fa}\left(\beta\right) = \int_{\beta}^{+\infty} f_0\left(s\right) ds = exp\left(-\frac{\beta}{2\sigma_n^2}\right)$$
(III.18)

Sous l'hypothèse alternative  $H_I$ , le signal est bien présent et est parfaitement aligné avec la réplique locale en temps et en fréquence, les deux composantes en phase et en quadrature ne sont plus centrées, leurs moyennes sont données par :

$$\begin{split} E\Big[Y_{l}(\hat{\tau},\hat{f}_{D})\Big] &= E\Bigg[\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} r\Big[n\Big] c\Big[n-\hat{\tau}\Big] \cos\Big(2\pi\hat{f}_{D}n\Big)\Bigg] \\ &= \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} E\Big[y[n] + \eta_{IF}[n]\Big] .c\Big[n-\hat{\tau}\Big] \cos\Big(2\pi\hat{f}_{D}n\Big) \\ &= \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} Ae_{i}[n-\tau_{i}] .c_{i}\Big[n-\tau_{i}\Big] \cos\Big[2\pi f_{i,D}n+\varphi_{i}\Big] .c\Big[n-\hat{\tau}\Big] cos\Big(2\pi\hat{f}_{i,D}n\Big) \\ &= \frac{A}{N}\sum_{n=0}^{N-1} c_{i}^{2}\Big[n-\tau_{i}\Big] cos\Big(2\pi f_{i,D}n+\varphi_{i}\Big) cos\Big(2\pi\hat{f}_{i,D}n\Big) \\ &= \frac{A}{2N}\sum_{n=0}^{N-1}\Big[cos\big(\varphi_{i}\big) + cos\big(4\pi\hat{f}_{i,D}n+\varphi_{i}\big)\Big] \\ &= \frac{A}{2} \cos(\varphi_{i}\big) \end{split}$$
(III.19)

De même, on démontre que pour la variable en quadrature :

$$E\left[Y_{Q}(\hat{\tau}, \hat{f}_{D})\right] = \frac{A}{2}\sin(\varphi_{i})$$
(III.20)
Etant donné que le bruit est la seule composante aléatoire, le signal utile est déterministe, les variances des composantes  $Y_I(\hat{\tau}, \hat{f}_D)$  et  $Y_Q(\hat{\tau}, \hat{f}_D)$  sont les mêmes que sous l'hypothèse nulle.

Dans ce cas,  $S(\hat{\tau}, \hat{f}_D)$  est la somme des carrés de deux variables aléatoires Gaussiennes non centrées, elle suivra la loi de  $\chi^2$  non centrée à deux degrés de liberté avec un paramètre de non centralité  $\lambda$  donné par :

$$\lambda = E^{2} \left[ Y_{I} \left( \tau, F_{D} \right) \right] + E^{2} \left[ Y_{Q} \left( \tau, F_{D} \right) \right] = \frac{A^{2}}{4}$$
(III.21)

La fonction de densité de probabilité sous l'hypothèse  $H_1$  est alors [45] :

$$f_1(s) = \frac{1}{2\sigma_n^2} exp\left(-\frac{s+\lambda}{2\sigma_n^2}\right) I_0\left(\frac{\sqrt{s\lambda}}{\sigma_n^2}\right)$$
(III.22)

La probabilité de détection est définie comme la probabilité que le signal dépasse le seuil sous l'hypothèse  $H_i$ , elle est donnée par :

$$P_{d}(\beta) = \int_{\beta}^{\infty} f_{1}(s) ds$$
  
=  $\int_{\beta}^{\infty} \frac{1}{2\sigma_{n}^{2}} exp\left(-\frac{s+\lambda}{2\sigma_{n}^{2}}\right) I_{0}\left(\frac{\sqrt{s\lambda}}{\sigma_{n}^{2}}\right) ds$  (III.23)  
=  $Q_{1}\left(\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma_{n}^{2}}}, \sqrt{\frac{\beta}{\sigma_{n}^{2}}}\right)$ 

Dans l'équation III.23,  $Q_1$  est la fonction de Marcum de forme générale donnée par l'équation suivante :

$$Q_{K}(a,b) = \frac{1}{a^{K-1}} \int_{b}^{+\infty} x^{K} \exp\left\{-\frac{a^{2} + x^{2}}{2}\right\} I_{K-1}(ax) dx$$
(III.24)

Avec : *I*<sub>K-1</sub> est la fonction de Bessel modifiée de première espèce, d'ordre *K*-1.



Figure III.4 : *Pdf* sous  $H_0$  et  $H_1$  pour un détecteur quadratique.



Figure III.5 : ROC pour un détecteur quadratique.

L'élaboration des deux probabilités de détection et de fausses alarmes décrivent les performances du détecteur, le choix d'un seuil de détection en fonction de la probabilité de fausses alarme souhaité (généralement  $P_{fa}=10^{-3}$ ) permet de diviser l'espace de détection en deux régions indépendantes, la valeur du seuil agit directement sur les surfaces des deux régions. La figure III.4 représente les deux densités de probabilité  $f_0(s)$  et  $f_1(s)$ . Pour caractériser les performances du détecteur nous présentons les courbes *ROC* (Receiver Operating Curves) dans la figure III.5, les variations de la probabilité de détection sont tracées en fonction de la probabilité de fausses alarmes pour plusieurs valeurs du rapport signal à bruit, nous constatons bien qu'en fixant la probabilité de fausses alarmes la probabilité de détection s'améliore en augmentant le rapport signal à bruit.

### III. 4. 2. Le détecteur linéaire

Dans le détecteur linéaire la variable de décision est constituée en considérant la racine carrée de la sortie d'un corrélateur quadratique. Pour la description statistique de ce détecteur, nous cherchons la distribution d'une variable aléatoire constituée à partir de la racine carrée de la somme des carrés de deux variables aléatoires Gaussiennes centrées sous l'hypothèse nulle  $H_0$  et non centrée sous l'hypothèse  $H_1$ .



Figure III.6 : Le détecteur linéaire.

Sous l'hypothèse  $H_0$  le signal utile est absent, la cellule de recherche considérée ne contient que du bruit Gaussien de moyenne nulle et de variance  $\sigma_n^2$ . La variable de décision est la racine de la somme des carrées des deux variables  $Y_I(\hat{\tau}, \hat{f}_D)$  et  $Y_Q(\hat{\tau}, \hat{f}_D)$ . D'après les propriétés des variables aléatoires Gaussiennes,  $S(\hat{\tau}, \hat{f}_D)$  est distribuée suivant la loi de Rayleigh, soit [45] :

$$f_0(s) = \frac{s}{\sigma_n^2} exp\left(-\frac{s^2}{2\sigma_n^2}\right)$$
(III.25)

Par conséquent, la probabilité de fausses alarmes pour un seuil de détection  $\beta$  est donnée par :

$$P_{fa}(\beta) = \int_{\beta}^{+\infty} f_0(s) ds$$

$$= exp\left(-\frac{\beta^2}{2\sigma_n^2}\right)$$
(III.26)

Quand le signal est présent et est bien aligné avec la réplique locale, sous l'hypothèse  $H_I$  nous aurons comme variable de décision la racine carrée de la somme des carrées de deux variables aléatoire Gaussiennes  $Y_I(\hat{\tau}, \hat{f}_D)$  et  $Y_Q(\hat{\tau}, \hat{f}_D)$  non centrées, leurs moyennes et variances sont développées pour le détecteur quadratique. La distribution de la variable de décision  $S(\hat{\tau}, \hat{f}_D)$  est la distribution de Rice avec un paramètre de non centralité  $\lambda$ , on a [45] :

$$f_1(s) = \frac{s}{\sigma_n^2} exp\left(-\frac{s^2 + \lambda}{2\sigma_n^2}\right) I_0\left(\frac{s\sqrt{\lambda}}{\sigma_n^2}\right)$$
(III.27)

La probabilité de détection est alors :

$$P_{d}(\beta) = \int_{\beta}^{\infty} f_{1}(s) ds$$

$$= \int_{\beta}^{\infty} \frac{s}{\sigma_{n}^{2}} exp\left(-\frac{s^{2} + \lambda}{2\sigma_{n}^{2}}\right) I_{0}\left(\frac{s\sqrt{\lambda}}{\sigma_{n}^{2}}\right) ds = Q_{1}\left(\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma_{n}^{2}}}, \frac{\beta}{\sqrt{\sigma_{n}^{2}}}\right)$$
(III.28)

Les deux distributions sous les deux hypothèses  $H_0$  et  $H_1$  ainsi que le seuil de détection, sont représentées sur la figure III.7. Le détecteur linéaire est caractérisé par les courbes *ROC* tracées sur la figure III.8, pour plusieurs valeurs du rapport signal à bruit la probabilité de détection est tracée en fonction de la probabilité de fausses alarmes.



Figure III.7 : *Pdf* sous  $H_0$  et  $H_1$  pour un détecteur linéaire.



Figure III.8 : ROC pour détecteur linéaire.

### III. 5. Les détecteurs avec intégration

### III. 5. 1. Le détecteur quadratique avec intégration non cohérente

Pour améliorer les performances des détecteurs standards, des techniques de traitement de signal sont utilisées. Nous commençons par la technique de l'intégration non cohérente appliquée à un détecteur quadratique. Le principe est basé sur une sommation de '*L*' corrélations issues du corrélateur. Le synoptique est présenté par la figure III.9. En considérant '*L*' le nombre d'intégrations non cohérentes réalisées, la variable de décision est donnée par :

$$S_{L}(\hat{\tau}, \hat{f}_{D}) = \sum_{j=0}^{L-1} S_{j}(\hat{\tau}, \hat{f}_{D})$$
  
$$= \sum_{j=0}^{L-1} \left[ Y_{I,j}^{2}(\hat{\tau}, \hat{f}_{D}) + Y_{Q,j}^{2}(\hat{\tau}, \hat{f}_{D}) \right]$$
(III.29)

Nous avons démontré que pour un détecteur quadratique la variable de décision  $S(\hat{\tau}, \hat{f}_D)$  est distribuée suivant une loi  $\chi^2$  à deux degrés de liberté, centrée sous  $H_0$  et non centrée sous  $H_I$ ,  $S_L(\hat{\tau}, \hat{f}_D)$  est donc la somme de 'L' variables aléatoires  $\chi^2$  indépendantes. En utilisant les propriétés des variables  $\chi^2$  la variable  $S_L(\hat{\tau}, \hat{f}_D)$  suit une loi de  $\chi^2$  avec '2L' degrés de liberté centrée sous l'hypothèse nulle et non centrée sous l'hypothèse alternative.



Figure III.9 : Le détecteur non cohérent.

Quand le signal est absent ou non aligné avec la réplique locale, sous l'hypothèse  $H_0$  la densité de probabilité de la variable de décision est une loi  $\chi^2$  centrée à '2*L*' degrés de liberté, elle est donnée par [45] :

$$f_{0L}(s) = \frac{1}{2\sigma_n^2 \Gamma(L)} \left(\frac{s}{2\sigma_n^2}\right)^{L-1} exp\left(-\frac{s}{2\sigma_n^2}\right)$$
(III.30)

Par conséquent La probabilité de fausses alarmes est donnée par [25,45] :

$$P_{pfa,L}(\beta) = \int_{\beta}^{+\infty} \frac{1}{2\sigma_n^2 \Gamma(L)} \left(\frac{s}{2\sigma_n^2}\right)^{L-1} exp\left(-\frac{s}{2\sigma_n^2}\right) ds$$
  
$$= \exp\left(-\frac{\beta}{2\sigma_n^2}\right) \sum_{i=0}^{L-1} \frac{1}{i!} \left(\frac{\beta}{2\sigma_n^2}\right)^i$$
 (III.31)

Sous l'hypothèse  $H_I$ ,  $S_L(\hat{\tau}, \hat{f}_D)$  devient une variable  $\chi^2$  non centrée, à '2L' degrés de liberté, sa fonction de densité de probabilité est donnée par [45] :

$$f_{1,L}(s) = \frac{1}{2\sigma_n^2} \left(\frac{s}{\lambda_L}\right)^{(L-1)/2} exp\left(-\frac{s+\lambda_L}{2\sigma_n^2}\right) I_{L-1}\left(\sqrt{\frac{\lambda_L s}{\sigma_n^4}}\right)$$
(III.32)

Le paramètre de non centralité ' $\lambda_L$ ' est lié au paramètre de non centralité sans intégration non cohérente par :

$$\lambda_{L} = L.\lambda \tag{III.33}$$

La probabilité de détection est donnée par [25,45] :

$$P_{dL}(\beta) = \int_{\beta}^{+\infty} f_{1,L}(s) ds$$
  
=  $\int_{\beta}^{+\infty} \frac{1}{2\sigma_n^2} \left(\frac{s}{\lambda_L}\right)^{(L-1)/2} exp\left(-\frac{s+\lambda_L}{2\sigma_n^2}\right) I_{L-1}\left(\sqrt{\frac{\lambda_L s}{\sigma_n^4}}\right) ds$  (III.34)  
=  $Q_L\left(\sqrt{\frac{\lambda_L}{\sigma_n^2}}, \sqrt{\frac{\beta}{\sigma_n^2}}\right)$ 

Les densités de probabilité sous les deux hypothèses sont présentées par la figure III.10. L'intégration non cohérente augmente la probabilité de détection, pour L=1 nous retrouvons la performance du détecteur sans intégration, en augmentant le nombre d'intégrations la performance s'améliore.



Figure III.10 : Pdf pour un détecteur quadratique avec intégration non cohérente.



Figure III.11 : ROC pour le détecteur quadratique avec intégration non cohérente.

### III. 5. 2. Le détecteur différentiel cohérent

La considération du carré des échantillons en phase et en quadrature  $Y_I(\hat{\tau}, \hat{f}_D)$  et  $Y_Q(\hat{\tau}, \hat{f}_D)$  dans le détecteur avec intégration non cohérente garantie la suppression de la dépendance à la phase du signal. En utilisation la notation complexe, la variable de décision de l'équation III.29 peut être réécrite par :

$$S_{L}(\hat{\tau}, \hat{f}_{D}) = \sum_{j=0}^{L-1} \left[ Y_{I,j}^{2}(\hat{\tau}, \hat{f}_{D}) + Y_{Q,j}^{2}(\hat{\tau}, \hat{f}_{D}) \right]$$
  
$$= \sum_{j=0}^{L-1} \left[ Y_{I,j}(\hat{\tau}, \hat{f}_{D}) + jY_{Q,j}(\hat{\tau}, \hat{f}_{D}) \right] \left[ Y_{I,j}(\hat{\tau}, \hat{f}_{D}) + jY_{Q,j}(\hat{\tau}, \hat{f}_{D}) \right]^{*}$$
(III.35)

La considération du carré des composantes en phase et en quadrature ne réduit pas l'effet du bruit qui sera aussi mis au carré. Pour résoudre ce problème, des techniques dites différentielles ont été développées, elles se basent sur le fait que des sorties successives du corrélateur sont fortement liées (ont la même phase) en présence du signal, et deviennent indépendantes sous l'effet du bruit seul, concrètement, il s'agit d'apporter une modification à la variable de décision de l'équation III.35 qui consiste à considérer une séquence antérieure de la corrélation complexe du signal  $Y_{I,J-1}(\hat{\tau}, \hat{f}_D) + jY_{Q,J-1}(\hat{\tau}, \hat{f}_D)$ , les résultats seront accumulés par la suite par une sommation, elle est donnée par l'équation III.36, les échantillons du bruit sommés par intégrations restent ainsi indépendants.

$$S_{L}(\hat{\tau}, \hat{f}_{D}) = \sum_{j=0}^{L-1} \left[ Y_{I,j}(\hat{\tau}, \hat{f}_{D}) + jY_{Q,j}(\hat{\tau}, \hat{f}_{D}) \right] \left[ Y_{I,j-1}(\hat{\tau}, \hat{f}_{D}) + jY_{Q,j-1}(\hat{\tau}, \hat{f}_{D}) \right]^{*}$$
(III.36)

Dans la littérature, plusieurs formes de la variable de décision ont été proposée, pour le signal *GPS* [46] a proposé et analysé cette technique avec une caractérisation statistique sans pour autant donner une forme analytique de la probabilité de détection, la forme proposée est la plus utilisée pour l'acquisition des signaux *GNSS* et a été reprise par [25], [47], elle est donnée par l'équation III.37. La structure correspondante est illustrée par la figure III.12.

$$S_{L}(\hat{\tau}, \hat{f}_{D}) = \operatorname{Re}\left\{\sum_{j=0}^{L-1} \left[Y_{I,2j+1}(\hat{\tau}, \hat{f}_{D}) + jY_{Q,2j+1}(\hat{\tau}, \hat{f}_{D})\right] \left[Y_{I,2j}(\hat{\tau}, \hat{f}_{D}) + jY_{Q,2j}(\hat{\tau}, \hat{f}_{D})\right]^{*}\right\}$$

$$= \operatorname{Re}\left\{\sum_{j=0}^{L-1} Z_{2j+1}(\hat{\tau}, \hat{f}_{D}) Z_{2j}^{*}(\hat{\tau}, \hat{f}_{D})\right\}$$
(III.37)



Figure III.12 : Le détecteur différentiel cohérent.

Dans III.37 la notation  $Z_{\kappa}(\hat{\tau}, \hat{f}_{D}) = Y_{I,\kappa}(\hat{\tau}, \hat{f}_{D}) + jY_{Q,\kappa}(\hat{\tau}, \hat{f}_{D})$  a été considérée. Pour évaluer les probabilités de détection et de fausses alarmes, nous devons caractériser la distribution de la variable  $S_{L}(\hat{\tau}, \hat{f}_{D})$  sous les deux hypothèses nulle et alternative. [46] a démontré que la variable  $S_{L}(\hat{\tau}, \hat{f}_{D})$  peut être exprimée comme la différence de deux variables  $\chi^{2}$  à '2*L*' degrés de liberté.

$$S_{L}(\hat{\tau}, \hat{f}_{D}) = \operatorname{Re}\left\{\sum_{j=0}^{L-1} Z_{2j+1}(\hat{\tau}, \hat{f}_{D}) Z_{2j+1}^{*}(\hat{\tau}, \hat{f}_{D})\right\}$$

$$= \sum_{i=0}^{L-1} \frac{1}{4} \left[ \left| Z_{2j+1}(\hat{\tau}, \hat{f}_{D}) + Z_{2j}(\hat{\tau}, \hat{f}_{D}) \right|^{2} - \left| Z_{2j+1}(\hat{\tau}, \hat{f}_{D}) - Z_{2j}(\hat{\tau}, \hat{f}_{D}) \right|^{2} \right]$$

$$= \sum_{i=0}^{L-1} \left[ \frac{\left| Z_{2j+1}(\hat{\tau}, \hat{f}_{D}) + Z_{2j}(\hat{\tau}, \hat{f}_{D}) \right|^{2}}{2} - \left| \frac{Z_{2j+1}(\hat{\tau}, \hat{f}_{D}) - Z_{2j}(\hat{\tau}, \hat{f}_{D})}{2} \right|^{2} \right]$$

$$= \sum_{i=0}^{L-1} \left| \frac{Z_{2j+1}(\hat{\tau}, \hat{f}_{D}) + Z_{2j}(\hat{\tau}, \hat{f}_{D})}{2} \right|^{2} - \sum_{i=0}^{L-1} \left| \frac{Z_{2j+1}(\hat{\tau}, \hat{f}_{D}) - Z_{2j}(\hat{\tau}, \hat{f}_{D})}{2} \right|^{2}$$

$$= C_{1}(\hat{\tau}, \hat{f}_{D}) - C_{2}(\hat{\tau}, \hat{f}_{D})$$
(III.38)

Les deux variables  $C_1(\hat{\tau}, \hat{f}_D)$  et  $C_2(\hat{\tau}, \hat{f}_D)$  sont centrées sous  $H_0$  où seul la composante du bruit existe, sous l'hypothèse alternative  $H_I$ ,  $C_1(\hat{\tau}, \hat{f}_D)$  est non centrée et  $C_2(\hat{\tau}, \hat{f}_D)$  est centrée. Les variances des variables aléatoires Gaussiennes générant les variables  $C_1(\hat{\tau}, \hat{f}_D)$  et  $C_2(\hat{\tau}, \hat{f}_D)$  sont données comme suit :

$$Var\left\{ \operatorname{Re}\left[\frac{Z_{2j+1}(\hat{\tau},\hat{f}) + Z_{2j}(\hat{\tau},\hat{f})}{2}\right] \right\} = Var\left\{\frac{Y_{I,2j+1}(\hat{\tau},\hat{f}) + Y_{I,2j}(\hat{\tau},\hat{f})}{2}\right\}$$
$$= \frac{1}{4}Var\left\{Y_{I,2j+1}(\hat{\tau},\hat{f}) + Y_{I,2j}(\hat{\tau},\hat{f})\right\}$$
$$= \frac{1}{4}\left(2.\sigma_n^2\right) = \frac{\sigma_n^2}{2}$$
(III.39)

La formulation analytique des densités de probabilités sous les deux hypothèses est compliquée, aucune formulation mathématique n'est d'ailleurs fournie par [46] qui a utilisé des intégrations numériques, nous proposons de nouvelles formules pour les deux densités de probabilités pour le cas général grâce aux formules des densités de probabilités fournies pour la différence entre deux variables aléatoires  $\chi^2$  à un degré de liberté différent de deux fournie dans [45]. En effet la sommation dans l'équation III.37 agit sur la densité des variables  $C_1(\hat{\tau}, \hat{f})$  et  $C_2(\hat{\tau}, \hat{f})$  en modifiant seulement le degré de liberté,  $C_1(\hat{\tau}, \hat{f})$  et  $C_2(\tau, F_D)$  sont la somme de 'L' variables aléatoires  $\chi^2$  à deux degrés de liberté, d'après les propriétés de la distribution  $\chi^2$  elles suivront une loi  $\chi^2$  à '2L' degrés de liberté,  $S_L(\hat{\tau}, \hat{f}_D)$  est alors la différence entre deux variables  $\chi^2$  indépendantes à '2L' degrés de liberté. Sous l'hypothèse  $H_0$  la densité de probabilité de  $S_L(\hat{\tau}, \hat{f}_D)$ est donnée par [45] :

$$f_{0,L}(s) = \begin{cases} \frac{1}{2^{L} \cdot \sigma_{n}^{2}} exp\left(\frac{s}{\sigma_{n}^{2}}\right) \frac{1}{(L-1)!} \sum_{i=0}^{L-1} \left[\frac{(2(L-1)_{-i})!}{i!(L-1-i)!} \left(\frac{1}{2}\right)^{L-1-i} \left(-\frac{s}{\sigma_{n}^{2}}\right)^{i}\right] s < 0 \\ \frac{1}{2^{L} \cdot \sigma_{n}^{2}} exp\left(-\frac{s}{\sigma_{n}^{2}}\right) \frac{1}{(L-1)!} \sum_{i=0}^{L-1} \left[\frac{(2(L-1)_{-i})!}{i!(L-1-i)!} \left(\frac{1}{2}\right)^{L-1-i} \left(\frac{s}{\sigma_{n}^{2}}\right)^{i}\right] s > 0 \end{cases}$$
(III.40)

La probabilité de fausses alarmes est et est donnée par :

$$P_{fa,L}(\beta) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{2^{L}} \exp\left(\frac{\beta}{\sigma_{n}^{2}}\right) \frac{1}{(L-1)!} \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{l=0}^{i} \left[\frac{(2(L-1)-i)!}{(i-l)!(L-1-i)!} \frac{1}{2^{(L-1-i)}} \left(-\frac{\beta}{\sigma_{n}^{2}}\right)^{i-l}\right] \beta < 0 \\ \frac{1}{2^{L}} \exp\left(-\frac{\beta}{\sigma_{n}^{2}}\right) \frac{1}{(L-1)!} \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{l=0}^{i} \left[\frac{(2(L-1)-i)!}{(i-l)!(L-1-i)!} \frac{1}{2^{(L-1-i)}} \left(\frac{\beta}{\sigma_{n}^{2}}\right)^{i-l}\right] \beta > 0 \end{cases}$$
(III.41)

La densité de probabilité de  $S_L(\hat{\tau}, \hat{f}_D)$  sous l'hypothèse  $H_0$  est la densité de la différence entre deux variables  $\chi^2$  à '2*L*' degrés de liberté non centrée et centrée, elle est donnée comme suit :

Pour s<0 :

$$P_{fa,L}(\beta) = \frac{1}{(2)^{2L} \sigma_n^2} exp\left(\frac{s-\lambda}{\sigma_n^2}\right) \sum_{i=0}^{L-1} \begin{bmatrix} \frac{1}{2^i} \frac{1}{i!(L-1-i)!} \frac{(L-1+i)!}{(L-1)!} \\ \left(-\frac{s}{\sigma_n^2}\right)^{L-1-i} \\ \left(-\frac{s}{\sigma_n^2}\right)^{L-1-i} \Gamma_1\left(L+i;L;\frac{\lambda}{2\sigma_n^2}\right) \end{bmatrix}$$
(III.42)

Pour s>0 :

$$P_{ja,L}(\beta) = \frac{1}{(2)^{\frac{L+1}{2}}\sigma_n^2} exp\left(\frac{2y-\lambda}{2\sigma_n^2}\right) \left(\frac{\sigma_n^2}{2\lambda}\right)^{\frac{L-1}{2}} \sum_{i=0}^{L-1} \left[\frac{1}{(2)^{2i}i!(L-1-i)!} \left(\frac{1}{(2)^{2i}i!(L-1-i)!} \left(\frac{1}{(2)^{2i}i!(L-1-i)!} \left(\frac{1}{(2)^{2i}i!(L-1-i)!} \left(\frac{1}{(2)^{2i}i!(L-1-i)!} \left(\frac{1}{(2)^{2i}i!(L-1-i)!} \right)\right)\right)\right]$$
(III.43)

Dans l'équation III.42,  $_{_1}F_1(\alpha;\beta;\sigma)$  est la fonction confluente hypergéométrique et  $Q_{_{K,L}}(a,b)$  est la forme générale de la fonction de Marcum donnée par :

$$Q_{K,L}(a,b) = \frac{1}{a^{K-1}} \int_{b}^{+\infty} x^{K} \exp\left\{-\frac{a^{2} + x^{2}}{2}\right\} I_{L}(ax) dx$$
(III.44)

Pour le cas spécial *L*=1, nous aurons les densités de probabilités correspondantes suivantes :

$$f_{0,L=1}(s) = \begin{cases} \frac{1}{2\sigma_n^2} exp\left(\frac{s}{\sigma_n^2}\right) & s < 0\\ \frac{1}{2\sigma_n^2} exp\left(-\frac{s}{\sigma_n^2}\right) & s \ge 0 \end{cases}$$
(III.45)

La probabilité de fausses alarmes est alors :

$$P_{fa,L=1}\left(\beta\right) = \int_{\beta}^{+\infty} f_{0,L=1}\left(s\right) ds = \begin{cases} \int_{\beta}^{+\infty} \frac{1}{2\sigma_n^2} \exp\left(\frac{s}{\sigma_n^2}\right) ds = 1 - \frac{1}{2} \exp\left(\frac{\beta}{\sigma_n^2}\right) \quad \beta < 0\\ \int_{\beta}^{+\infty} \frac{1}{2\sigma_n^2} \exp\left(-\frac{s}{\sigma_n^2}\right) ds = \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{\beta}{\sigma_n^2}\right) \quad \beta \ge 0 \end{cases}$$
(III.46)

Quand le signal est présent, sous l'hypothèse  $H_1$ , la densité est :

$$f_{1,L=1}(s) = \begin{cases} \frac{1}{2\sigma_n^2} \exp\left(\frac{2s-\lambda}{2\sigma_n^2}\right) & s < 0\\ \frac{1}{2\sigma_n^2} \exp\left(\frac{2s-\lambda}{2\sigma_n^2}\right) Q_1\left(\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma_n^2}}, \sqrt{\frac{4s}{\sigma_n^2}}\right) & s \ge 0 \end{cases}$$
(III.47)

La probabilité de détection est donnée en utilisant la fonction cumulative de cette distribution fournie dans [45], après le développement nous obtiendrons le résultat :

$$P_{dL=1}(s) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{2} exp\left(\frac{2\beta - \lambda}{2\sigma_n^2}\right) & \beta < 0\\ Q_1\left(\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma_n^2}}, \sqrt{\frac{\beta}{\sigma_n^2}}\right) - \frac{1}{2} exp\left(\frac{2\beta - \lambda}{4\sigma_n^2}\right) Q_1\left(\sqrt{\frac{\lambda}{2\sigma_n^2}}, \sqrt{\frac{2\beta}{\sigma_n^2}}\right) & \beta \ge 0 \end{cases}$$
(III.48)

Les densités de probabilités sous les deux hypothèses sont représentées par la figure III. 13. Les résultats de simulation de la probabilité de détection en fonction de la probabilité de fausses alarmes sont donnés par la figure III.14.



Figure III.13 : *Pdf* sous  $H_0$  et  $H_1$  pour détecteur différentiel cohérent.



Figure III.14 : ROC pour le détecteur différentiel cohérent.

Il existe une autre forme courante de détecteur différentiel se basant sur le choix du module au carré au lieu de la partie réelle de la séquence différentielle, soit :

$$S_{L}(\tau, F_{D}) = \left| \sum_{i=0}^{L-1} Z_{2i+1}(\tau, F_{D}) Z_{2i}^{*}(\tau, F_{D}) \right|^{2}$$
(III.49)

Ce type de détecteur est connu sous le nom de détecteur différentiel non cohérent, sa structure est illustrée par la figure III.15.



Figure III.15 : Le détecteur différentiel non cohérent.

Bien que son utilisation améliore considérablement la performance de détection notamment dans le cas d'un résidu Doppler inconnu, sa métrique de décision est formée par la somme de deux variables dépendantes ce qui rend son analyse théorique compliquée, en effet, pour sa modélisation statistique aucune formulation statistique des probabilités de détection n'est trouvée dans la littérature, l'approche utilisée généralement est l'approximation par une distribution Gaussienne par le théorème central limite, nous retrouvons cette démarche dans [47] qui souligne les limites de cette approximation en cas d'un nombre d'intégrations relativement petit où les composantes de la métrique de décision ne sont pas Gaussiennes. Une analyse détaillée du détecteur différentiel non cohérent est présentée dans [48], l'auteur a modélisé la structure statistiquement pour L=1, et a démontré que les probabilités de fausses alarmes et de détections sont données respectivement par les équations III.50 et III.51 :

$$P_{fa} = \frac{\sqrt{\beta}}{\sigma_n^2} K_1 \left( \frac{\sqrt{\beta}}{\sigma_n^2} \right)$$
(III.50)

Où  $K_1$  est la fonction de Bessel modifiée de deuxième espèce, d'ordre 1.

$$P_{d} = \frac{1}{2\sigma_{n}^{2}} \int_{0}^{\infty} \exp\left(-\frac{s+\lambda}{2\sigma_{n}^{2}}\right) Q_{1}\left(\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma_{n}^{2}}}, \sqrt{\frac{\beta}{s\sigma_{n}^{2}}}\right) I_{0}\left(\frac{\sqrt{\lambda s}}{\sigma_{n}^{2}}\right) ds$$
(III.51)

Pour la simulation, l'intégrale de la probabilité de détection a été évaluée numériquement. Les différentes formes des détecteurs différentiels sont préférables pour la détection des signaux faibles selon plusieurs auteurs, néanmoins leur complexité rend leur modélisation compliquée voire même parfois impossible, une comparaison avec les détecteurs non cohérents reste difficile.

La figure III.16 représente les courbes *ROC* du détecteur différentiel non cohérent représentant la variation de la probabilité de détection en fonction du rapport signal à bruit pour différentes valeurs de la probabilité de fausses alarmes, la meilleure probabilité de détection correspond à la valeur la plus importante de la probabilité de fausses alarmes.



Figure III.16 : ROC pour le détecteur différentiel non cohérent.

### III.6. Les détecteurs adaptatifs CFAR

Toutes les techniques de détection présentées précédemment se basent sur le choix d'un seuil de détection fixe, qui dépend directement de la probabilité de fausses alarmes. Fixer un seuil de détection pour une probabilité de fausses alarmes donnée, ne prend en aucun cas en considération les variations du bruit pouvant intervenir. En effet si le seuil choisi est très bas la probabilité de détection s'améliore mais le taux de fausses alarmes augmente, c'est l'inconvénient principal de la détection à seuil fixe notamment en milieu non homogène.

La détection adaptative *CFAR* (Constant False Alarme Rate) se repose sur l'estimation d'un seuil de détection adaptatif en utilisant les sorties du corrélateur en prenant en considération le niveau du bruit. Si le niveau de la sortie du signal est faible, le niveau du bruit est censé être faible et le seuil devrait être réduit. Cette technique offre alors un seuil adaptatif en fonction des changements des caractéristiques du bruit environnant dans le système de détection, et ce en maintenant un taux de fausses alarmes constant. La figure III.17 montre l'efficacité de la détection adaptative où le seuil est variable en fonction des variations de la sortie de l'acquisition, par rapport à la détection à seuil fixe pour l'acquisition d'un signal *GNSS*.



Figure III.17 : Comparaison entre le seuil fixe et le seuil adaptatif CFAR.

La détection adaptative *CFAR* a été largement utilisée dans les systèmes Radars puis a envahi les systèmes de communication *DS-CDMA* (Direct Sequence Code Division Multiple Access), leur utilisation fait l'objet de plusieurs travaux de recherche dans la littérature et a montré leur efficacité en termes de performance de détection [49, 50, 51].

La toute première structure CFAR a été proposée par Finn et Johnson [52] sous le nom CA-CFAR (Cell Averaging- CFAR), elle est composée d'un registre à décalage placé après un corrélateur cohérent classique, servant de fenêtres de références pour l'estimation de la puissance moyenne du bruit. Le seuil est obtenu en multipliant la moyenne du bruit estimé dans les cellules de part et d'autre d'une cellule dite cellule sous test CUT (Cell Under Test); où est contenu le signal utile; par un facteur qui sert à maintenir la probabilité de fausse alarme constante, le contenu de la cellule de test sera ensuite comparé au seuil estimé pour déclarer la présence du signal. Pour un nombre de cellules assez grand, la performance de ce détecteur tend vers celle d'un détecteur optimal de Neyman-Pearson où le niveau du bruit devrait être connu à priori. Ce type de structure n'est malheureusement efficace qu'en environnement homogène où les échantillons du signal contenus dans les cellules de référence sont considérés statistiquement de la même distribution et indépendants, une situation qui ne se rapproche pas de la réalité, de ce fait en milieu non homogène le seuil adaptatif est considérablement mal estimé causant une dégradation des performances de détection. Dans un milieu non homogène deux situations se présentent dans un détecteur CFAR, la cellule sous test ne contenant aucun fouillis tandis qu'une partie des cellules de référence en contiennent, l'évaluation du seuil CA-CFAR dans ce cas donnerait un seuil élevé qui diminuera la probabilité de fausses alarmes mais aussi la probabilité de détection, dans le cas inverse où seule la cellule sous test contient un fouillis le seuil serait bas, ce qui entrainera un augmentation de la probabilité de détection et de la probabilité de fausses alarmes [53], dès lors, l'idée d'évaluer deux moyennes de part et d'autre de la cellule sous test est née, deux autres structures CFAR ont été alors proposée. Le GO-CFAR (Greatest Of CFAR) proposé par [54] établie le seuil de détection en choisissant le maximum des deux moyennes évaluées, une solution pour élever le seuil afin de diminuer le taux de fausses alarmes, mais ses performances diminuent en présence de cibles

interférentes. Dans le cas où la cellule test ne contient que du bruit et les cellules de référence des fouillis, [55] a proposé de choisir plutôt le minimum entre les deux moyennes évaluées donnant un seuil moins important afin d'améliorer la probabilité de détection ; c'est le *SO-CFAR* (Smallest Of CFAR). Dans [56], le détecteur *OS-CFAR* (Order Statistic CFAR) a été considéré, dans ce type de détecteur, les échantillons des cellules de référence sont classés par ordre croissant et une cellule d'ordre k est choisie, dont le contenu est utilisé pour l'estimation du bruit pour l'évaluation du seuil *CFAR*. Plusieurs types de détecteurs *CFAR* ont été développés, nous nous concentrons sur le *CA-CFAR* que nous allons utiliser dans le chapitre suivant pour la proposition de notre structure pour l'acquisition d'un signal *GNSS*.

La structure du détecteur *CA-CFAR* est illustrée dans la figure III.18, il est utilisé à la sortie d'un détecteur non cohérent pour la détection d'un signal *GNSS*. Le détecteur *CA-CFAR* se constitue d'un ensemble de cellules de référence,  $S_1,...,S_M$  et une cellule sous test 'S', le signal issu de la sortie de l'étage d'acquisition parcourt les cellules *CFAR* où la moyenne du contenu des cellules est évaluée, multipliée par un facteur '*T*' fournit le seuil adaptatif, le facteur '*T*' sert à fixer un taux de fausses alarme souhaité, il est donc obtenu à partir de la probabilité de fausses alarmes, le contenu de la cellule sous test est comparé au seuil calculé pour décider de la présence ou l'absence du signal.



Figure III.18: Détection d'un signal GNSS par un détecteur CA-CFAR.

Nous rappelons qu'à la sortie du détecteur quadratique, en considérant un canal AWGN la distribution de la variable de décision sous les deux hypothèses nulle et alternative est donnée par :

$$f_0(s) = \frac{1}{2\sigma_n^2} exp\left(-\frac{s}{2\sigma_n^2}\right)$$
(III.52)  
Et :

$$f_1(s) = \frac{1}{2\sigma_n^2} exp\left(-\frac{s+\lambda}{2\sigma_n^2}\right) I_0\left(\frac{\sqrt{s\lambda}}{\sigma_n^2}\right)$$
(III.53)

Nous considérons la somme des échantillons des cellules de référence, soit :

$$Z = \sum_{i=1}^{M} S_i \tag{III.54}$$

Dans la stratégie pour l'évaluation des performances du détecteur *CA*-*CFAR* il est considéré que sous l'hypothèse  $H_1$  la cellule de test contient le signal utile distribué suivant  $f_1(s)$ , et que les cellules de référence contiennent le bruit suivant la loi  $f_0(s)$ , quand le signal est absent, toutes les cellules ne contiennent que du bruit distribué suivant  $f_0(s)$ . *Z* est la somme de *M* variables aléatoires exponentielles, statistiquement, *Z* suivra une loi de Gamma à *M* degrés de liberté, sa distribution est donnée par [45] :

$$f(z) = \frac{1}{\Gamma(M) \cdot \left(2\sigma_n^2\right)^M} z^{M-1} e^{-\left(\frac{z}{2\sigma_n^2}\right)}$$
(III.55)

La probabilité de fausses alarmes est définie comme étant la probabilité que le signal utile dans la cellule sous test dépasse le seuil '*T*.*Z*' sous l'hypothèse  $H_0$ , sachant que la variable '*Z*' est distribuée par la loi f(z), soit :

$$P_{fa} = \int_{0}^{\infty} P(s > T.Z / H_0) . f(z) dz$$
(III.56)

La probabilité que la variable 'S' dépasse le seuil sous l'hypothèse  $H_0$  est donnée par :

$$P(s > T.Z / H_0) = \int_{TZ}^{\infty} f_0(s) ds$$
 (III.57)

En remplaçant III.52 et III.55 dans III.56, et après développement, nous aurons :

$$P_{fa} = \int_{0}^{\infty} f(z) \int_{7Z}^{\infty} f_{0}(s) ds dz$$
  
$$= \frac{1}{\Gamma(M) \cdot (2\sigma_{n}^{2})^{M}} \int_{0}^{+\infty} z^{M-1} e^{-\left(\frac{1+T}{2\sigma_{n}^{2}}\right)^{Z}} dz \qquad (III.58)$$
  
$$= \frac{1}{\Gamma(M) \cdot (2\sigma_{n}^{2})^{M}} \cdot \frac{\Gamma(M)}{\left(\frac{1+T}{\sigma_{n}^{2}}\right)^{M}}$$
  
Nous obtiendrons enfin :

$$P_{fa} = \frac{1}{(1+T)^{M}}$$
(III.59)

Nous observons bien, à partir de la formule III.59 que la probabilité de fausses alarmes ne dépend que du facteur 'T' et du nombre de cellules 'M', ces paramètres qui peuvent être fixés pour avoir une probabilité de fausse alarme constante qui est le but principal de la détection adaptative *CFAR*.

La probabilité de détection est la probabilité que le signal contenu dans la cellule sous test dépasse le seuil 'T.Z' sous l'hypothèse  $H_I$ , sachant que la variable 'Z' est distribuée par la loi f(z), soit :

$$P_{d} = \int_{0}^{\infty} P(s > T.Z / H_{1}).f(z)dz$$
(III.60)

Avec :

$$P(s > T.Z / H_1) = \int_{TZ}^{\infty} f_1(s) ds$$
  
=  $\int_{0}^{\infty} \frac{1}{\Gamma(M) \cdot (2\sigma_n^2)^M} z^{M-1} e^{-\left(\frac{z}{2\sigma_n^2}\right)} Q_1\left(\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma_n^2}}, \sqrt{\frac{TZ}{\sigma_n^2}}\right) dz$  (III.61)  
=  $Q_1\left(\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma_n^2}}, \sqrt{\frac{TZ}{\sigma_n^2}}\right)$ 

La probabilité de détection sera donnée par :

$$P_{d} = \int_{0}^{\infty} f(z) \int_{TZ}^{\infty} f_{1}(s) ds.dz$$

$$= \int_{0}^{\infty} \frac{1}{\Gamma(\mathbf{M}) \cdot \left(2\sigma_{n}^{2}\right)^{\mathbf{M}}} z^{\mathbf{M}-1} e^{-\left(\frac{z}{2\sigma_{n}^{2}}\right)} Q_{1}\left(\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma_{n}^{2}}}, \sqrt{\frac{TZ}{\sigma_{n}^{2}}}\right) dz \qquad (III.61)$$

$$= \frac{1}{\Gamma(\mathbf{M}) \cdot \left(2\sigma_{n}^{2}\right)^{\mathbf{M}}} \int_{0}^{\infty} z^{\mathbf{M}-1} e^{-\left(\frac{z}{2\sigma_{n}^{2}}\right)} Q_{1}\left(\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma_{n}^{2}}}, \sqrt{\frac{TZ}{\sigma_{n}^{2}}}\right) dz$$

L'intégrale de l'équation III.61 est difficile à évaluer, une nouvelle formulation pour cette intégrale a été récemment proposée par [57] en se basant sur la relation étroite entre la fonction de Marcum Q et les fonctions hypergéométriques. Dans [57] la solution suivante est donnée par :

$$\int_{0}^{\infty} x^{k-1} Q_{m}(a, b\sqrt{x}) e^{-px} dx = \frac{\Gamma(k)}{p^{k}} - \frac{\Gamma(k) b^{2m} e^{-\frac{a^{2}}{2}}}{p^{k} (b^{2} + 2p)^{m}} \sum_{l=0}^{k-1} \frac{\frac{(m)_{l} (2p)^{l}}{l! (b^{2} + 2p)^{l}}}{{}_{1}F_{1}\left(l+m;m;\frac{a^{2}b^{2}}{2b^{2} + 4p}\right)}$$
(III.62)

Où :  $\Gamma(k)$  est la fonction Gamma et  $_{1}F_{1}(\alpha,\beta,\gamma)$  est la fonction hypergéométrique de Kummer.

En appliquant cette solution à notre cas, après quelques manipulations nous aurons le résultat suivant :

$$P_{d} = 1 - \left(\frac{T}{T+1}\right) e^{-\frac{\lambda^{2}}{2\sigma_{n}^{2}}} \sum_{l=0}^{M-1} \frac{(1)_{l}}{l!(T+1)^{l}} \times {}_{1}F_{1}\left(l+1;1;\frac{\lambda T}{2\sigma_{n}^{2}(T+1)}\right)$$
(III.63)

Nous présentons dans la figure III.19 les courbes de performances du détecteur *CA-CFAR* appliqué pour l'acquisition d'un signal *GPS L*1. La probabilité de détection fonction du rapport signal à bruit est tracée pour plusieurs probabilités de fausses alarmes en garantissant un seuil de détection adaptatif tout en gardant la probabilité de fausses alarmes constante.

La figure III.20 représente l'influence du nombre de cellules sur la probabilité de détection, nous observons bien que la performance de détection s'améliore en augmentant le nombre de cellules.



Figure III.19: ROC pour le CA-CFAR appliqué à un signal GNSS.



Figure III.20 : Influence du nombre de cellules CFAR.

Nous présentons dans cette section une comparaison générale entre les différents détecteurs présentés précédemment, en termes de performances de détection en fonction du rapport signal à bruit pour une probabilité de fausses alarmes de 10<sup>-3</sup>.

Dans un premier cas nous nous intéressons à une comparaison entre le détecteur standard quadratique et le détecteur avec intégration non cohérente. La figure III.21 montre les résultats de la simulation. Il est clair que les intégrations non cohérentes à la sortie d'un détecteur quadratique améliorent la probabilité de détection.

La figure III.22 représente une comparaison entre les détecteurs non cohérents, différentiel cohérent, différentiel non cohérent et le détecteur CA-CFAR.

Les résultats montrent que les détecteurs quadratique et adaptatif offrent pratiquement la même probabilité de détection, et présentent les détecteurs les moins performants en comparaison avec les autres détecteurs, ils sont suivis par les détecteurs différentiels qui offrent une nette amélioration de la probabilité de détection, la meilleure probabilité de détection a été obtenue pour le détecteur différentiel non cohérent, pour un *CNR* de 35 dB-Hz ce dernier offre une probabilité de détection de 0,90 contre 0,44 pour le détecteur cohérent et seulement 0,13 pour les détecteurs quadratique et *CA-CFAR*.



Figure III.21 : Comparaison entre les détecteurs quadratique et non cohérent.



Figure III.22: Comparaison entre les détecteurs quadratique, différentiel cohérent, différentiel non cohérent et CA-CFAR.

### III. 8. Conclusion

En conclusion, pour la détection des signaux *GNSS* plusieurs types de détecteurs ont été analysés sous un cadre statistique permettant ainsi une comparaison entre leurs performances de détection. La comparaison a révélé que les détecteurs différentiels sont à favoriser notamment en milieux caractérisés par de faibles signaux. D'un autre côté, les performances du détecteur standard quadratique pourraient être améliorées par intégration non cohérente, plus simple à implémenter et à modéliser par rapport aux détecteurs différentiels, il s'agirait de trouver le bon compromis entre les performances et la complexité du détecteur. Le détecteur adaptatif offre quant à lui l'avantage de garantir un seuil adaptatif variant en fonction des variations du signal en fonction de son milieu environnant tout en gardant un taux de fausses alarmes constant contrairement aux détecteurs à seuil fixe où le taux de fausses alarmes est variable et augmente en augmentant la probabilité de détection.

# Chapitre IV

Amélioration de l'acquisition par la détection collective adaptative

## CHAPITRE 04 AMELIORATION DE L'ACQUISITION PAR LA DETECTION COLLECTIVE ADAPTATIVE

### IV. 1. Introduction

En navigation urbaine, avec de faibles signaux *GNSS* reçus, le récepteur devrait fonctionner en sensibilité élevée car il devrait détecter et acquérir des signaux de très faible puissance, ainsi l'acquisition du signal devient une tâche délicate et difficile, pour le système *GPS* par exemple, il est question de détecter des signaux de niveaux de puissances de -160 dBW à -200 dBW [58], si le niveau du signal *GNSS* s'affaiblit au-dessous de cette limite, il est nécessaire de développer de nouvelles techniques de traitement pour améliorer les performances de détection des signaux *GNSS*.

Dans le contexte de l'amélioration des performances de l'acquisition des signaux *GNSS*, de nombreux travaux ont été réalisés, des techniques d'intégration cohérentes et non cohérentes, l'introduction de la notion des canaux pilotes dans les nouveaux signaux *GNSS* ainsi que des techniques de combinaison des canaux de données et pilotes cohérente, non cohérente et différentielle, ce sont des techniques qui agissent au niveau de l'étage de l'acquisition.

Pendant ces dernières années, un nouveau concept d'acquisition commence à apparaitre dans la littérature, c'est la détection collective. Le concept, se base sur la relation entre les mesures des retards des codes *PRN* liés aux satellites visibles et une estimation de la position du récepteur sur une région d'incertitude prédéfinie. La première idée a été proposée par [59], un récepteur *ML-GPS* (Maximum Likelihood GPS) propose de traiter les signaux issus de plusieurs satellites, tous les satellites visibles seront traités au même temps au niveau de l'étage d'acquisition pour une recherche bidimensionnelle dans les domaines temporels et fréquentiels. Dans le même contexte, [60] expose un nouvel algorithme pour réduire le *TTFF* pour un récepteur *A-GPS*, l'idée est de

corréler le signal reçu avec la somme des répliques du code C/A en utilisant la FFT, c'est une recherche parallèle pour tous les satellites visibles, l'opération d'acquisition est plus rapide mais des pertes dans le rapport  $C/N_0$  ont été notées avec l'augmentation du nombre de satellites. Dans [61], les signaux reçus de plusieurs satellites sont combinés d'une manière cohérente au niveau de l'étage d'acquisition pour un récepteur A-GPS, la méthode garde tout de même le concept de la recherche bidimensionnelle en temps et en fréquence ce qui implique un temps important. En parallèle, [62] propose une nouvelle méthode pour la résolution de la solution de navigation et ce directement en se basant sur l'estimation des paramètres de synchronisation des satellites visibles et obtenir une estimation de la position à partir de ces paramètres contrairement au concept conventionnel de la recherche bidimensionnelle et poursuite. Dans [63], la détection collective est proposée avec une combinaison non cohérente des signaux reçus des satellites visibles au niveau de l'acquisition, en recherchant que le code phase. Plusieurs implémentations de la détection collective commencent à apparaitre dans la littérature, [64] propose une recherche multi-résolution avec une implémentation efficace permettant de limiter l'espace d'incertitude. Dans [65], la recherche est hybride afin de réduire l'espace de recherche, une meilleure solution de position et une faible charge de calcul ont été obtenues. Un algorithme de détection collective nommé SAGE a été analysé dans [66] pour l'acquisition des données combinées GPS/Locata, il a permis d'obtenir une précision de 100 m pour  $C/N_0$  de 36 dB-Hz au lieu de 42 dB-Hz dans les méthodes conventionnelles. Par la suite, les travaux se dirigeaient vers l'accélération de la méthode, [67] analyse les limites des algorithmes de la détection collective et propose d'en faire face par la supposition qu'au moins un des satellites visibles pourrait être acquis séparément afin de réduire le temps de traitement. [68] a fourni une version améliorée pour la détection collective sous le nom de SECA (Systematic and Efficient Collective Acquisition) implémentation Systématique et Efficace de l'Acquisition Collective, où l'introduction d'une grille de recherche en coordonnées polaires était introduite afin de remplacer la grille Nord-Est cartésienne initialement réalisée. C'est ce dernier algorithme que nous avons utilisé dans notre travail, tout en proposant une amélioration au niveau de la détection par le biais de la détection adaptative CFAR.

### IV. 2. Principe de la détection collective

La détection collective est un nouveau concept d'acquisition basé sur des données d'assistance, spécialement conçu pour les situations de signaux faibles. Dans cette méthode, les mesures des retards de codes et des décalages Doppler réalisés conventionnellement par l'acquisition d'une manière séparés sont remplacées par une recherche sur une grille de position. Chaque cellule de la grille combine les signaux provenant des satellites visibles dans une solution de navigation directe, ce qui a pour conséquence l'obtention d'une sensibilité accrue.

La méthode de détection collective nécessite une connaissance a priori de la position d'une station de référence et optionnellement des données d'éphémérides et de synchronisation. En se basant sur ces informations, la méthode fait correspondre une position du récepteur sous forme de grille avec l'opération d'acquisition conventionnelle dans le récepteur GNSS, cette opération est illustrée par la figure IV.1. La partie droite de cette figure est liée aux résultats il s'agit conventionnelle. d'une opération d'acquisition de recherche bidimensionnelle temps-fréquence, une fois réalisée pour l'ensemble des satellites visibles, les résultats obtenus seront combinés en une seule grille de recherche en position (et décalage d'horloge en cas de la non-synchronisation), évidement en considérant les valeurs d'acquisition prises aux mêmes retards. Par conséquent, la cellule de la grille contenant la corrélation la plus élevée est identifiée comme étant la meilleure position et la meilleure estimation du décalage d'horloge et sera par conséquent choisie comme solution de navigation [69].

Cette méthode est appropriée dans les situations nécessitant une solution de navigation dans un environnement de signaux faibles où les techniques d'acquisition sont insuffisantes. La détection collective classiques est principalement avantageuse dans le cas de navigation urbaine. Elle peut être utilisée aussi dans les applications de surveillance pour une longue durée mais avec une précision modérée. Dans les récepteurs GPS conventionnels, pour avoir la position deux étapes sont primordiales ; l'acquisition et la poursuite comme le montre la figure IV.2 [70], dans les milieux caractérisés par de faibles signaux où des pertes de puissance apparaissent, une ré-acquisition par le biais de la détection collective pourrait être efficace car elle permet de recouvrir rapidement ces pertes. La détection collective est relativement simple à mettre en œuvre,

dans le sens où il s'agit d'une combinaison d'acquisitions évaluées classiquement par les récepteurs *GPS* classiques.



Figure IV.1 : Correspondance acquisition – position dans la détection collective.



Figure IV.2 : Intégration de la détection collective dans un récepteur GNSS [70].

Afin de mieux comprendre le principe de la détection collective, nous considérons la situation illustrée par la figure IV.3. Un récepteur de position inconnue exprimée dans un système de coordonnées *NED* (North Est Down), une station de référence de position connue. La pseudo-distance séparant le récepteur (MS : Mobile Station) du satellite k est donnée par :

$$\rho_{MS,k} = \rho_{BS,k} + \Delta \rho_k \left( \Delta N, \Delta E, \Delta D, \Delta B \right) \tag{IV.1}$$

Dans l'équation IV.1,  $\rho_{BS,k}$  est la pseudo-distance de la station de référence,  $\Delta \rho_k$  est la différence entre les deux pseudo-distances du récepteur et de la station,  $\Delta N$ ,  $\Delta E$ ,  $\Delta D$  sont les coordonnées dans le repère *NED* et  $\Delta B$  est le biais du récepteur.

La différence entre la pseudo-distance du récepteur et de la station de référence est exprimée en fonction de la position du récepteur par :

$$\Delta \rho_k (\Delta N, \Delta E, \Delta D, \Delta B) = -\cos(az_k)\cos(el_k)\Delta N - \sin(az_k)\cos(el_k)\Delta E + \sin(el_k)\Delta D + c\Delta B$$
(IV.2)

Le décalage du code *PRN* de période  $T_c$  correspondant à chaque satellite est donné par :

$$\tau_{k} = \frac{\left[\rho_{BS,k} + \Delta \rho_{k} \left(\Delta N, \Delta E, \Delta D, \Delta B\right)\right]_{c.T_{c}}}{c.T_{c}} . N_{c}$$
(IV.3)

Dans l'équation IV.3,  $[\rho_{BS,k}+\Delta\rho_k(\Delta N, \Delta E, \Delta D, \Delta B)]_{c.Tc}$  est le reste de division de la distance  $\rho_{BS,k}+\Delta\rho_k(\Delta N, \Delta E, \Delta D, \Delta B)$  sur  $c.T_c$ ,  $T_c$  est la période du code d'étalement et  $N_c$  est sa longueur en échantillons.

En utilisant les coordonnées polaires, idée proposée par [70], qui sont les mieux adaptées au mouvement des satellites *GPS*, nous pouvons écrire :

$$\begin{cases} \Delta N = R \cdot \cos \theta \\ \Delta E = R \cdot \sin \theta \end{cases}$$
(IV.4)

En remplaçant l'équation IV.4 dans l'équation IV.2 nous aurons :

$$\Delta \rho_k (R, \theta, \Delta D, \Delta B) = -R \cos(el_k) \cos(az_k - \theta) + \sin(el_k) \Delta D + c\Delta B \tag{IV.5}$$

Selon le principe de la détection collective, l'acquisition résulte de la combinaison des différents satellites dans le domaine des positions, ainsi, la métrique utilisée pour la détection du signal est la somme de la métrique de l'acquisition individuelle pour chaque satellite, soit :

$$S_{DC}(\Delta N, \Delta E, \Delta D, \Delta B) = \sum_{i=1}^{k} S_i(\tau_i(\Delta N, \Delta E, \Delta D, \Delta B))$$
(IV.6)

L'équation IV.6 reflète l'idée principale de la détection collective, où les pics de corrélation correspondant à la même position sont combinés sachant que leurs délais sont différents.



Figure IV.3 : La grille de recherche pour la détection collective.

### IV. 3.Performances de la détection collective dans un canal AWGN

Nous présentons la caractérisation statistique de l'étage de l'acquisition en appliquant la technique de la détection collective, afin de comparer la performance de cette technique à celle de l'acquisition conventionnelle.

Tous les signaux issus des *k* satellites visibles seront acquis individuellement, en considérant un détecteur quadratique pour l'acquisition de chaque satellite, à la sortie de chaque étage d'acquisition une variable de décision  $D_i(\tau_i) = |S_i(\tau_i)|^2$  est évaluée. Nous rappelons que dans ce cas la variable de décision

 $D_i(\tau_i)$  est distribuée suivant une loi  $\chi^2$  à deux degrés de liberté, centrée sous l'hypothèse nulle et non centrée sous l'hypothèse alternative. L'application de la détection collective en considérant k satellites revient à sommer k variables aléatoires  $\chi^2$ , la métrique de décision  $\Delta S_{DC}(\Delta N, \Delta E, \Delta D, \Delta B)$  est distribuée suivant la loi  $\chi^2$  à 2k degrés de liberté centrée sous  $H_0$  et non centrée sous  $H_1$  avec un paramètre de non centralité  $\lambda_k$ . Les densités de probabilité sont alors :

$$f_{0,DC}(s) = \frac{1}{2\sigma_n^2 \Gamma(k)} \left(\frac{s}{2\sigma_n^2}\right)^{k-1} exp\left(-\frac{s}{2\sigma_n^2}\right)$$
Et :
$$(IV.7)$$

$$f_{1,DC}(s) = \frac{1}{2\sigma_n^2} \left(\frac{s}{\lambda_k}\right)^{(k-1)/2} exp\left(-\frac{s+\lambda_k}{2\sigma_n^2}\right) I_{k-1}\left(\sqrt{\frac{\lambda_k s}{\sigma_n^4}}\right)$$
(IV.8)

Les probabilités de fausses alarmes et de détection sont par conséquent données par :

$$P_{fa,DC}\left(\beta\right) = \int_{\beta}^{+\infty} \frac{1}{2\sigma_{n}^{2}\Gamma(k)} \left(\frac{s}{2\sigma_{n}^{2}}\right)^{k-1} exp\left(-\frac{s}{2\sigma_{n}^{2}}\right) ds$$
  
$$= \exp\left(-\frac{\beta}{2\sigma_{n}^{2}}\right) \sum_{i=1}^{k-1} \frac{1}{i!} \left(\frac{\beta}{2\sigma_{n}^{2}}\right)^{i}$$
  
Et :

$$P_{d,DC}\left(\beta\right) = \int_{\beta}^{+\infty} \frac{1}{2\sigma_n^2} \left(\frac{s}{\lambda_k}\right)^{(k-1)/2} exp\left(-\frac{s+\lambda_k}{2\sigma_n^2}\right) I_{L-1}\left(\sqrt{\frac{\lambda_k s}{\sigma_n^4}}\right) ds$$
  
$$= Q_k\left(\sqrt{\frac{\lambda_k}{\sigma_n^2}}, \sqrt{\frac{\beta}{\sigma_n^2}}\right)$$
(IV.10)

La figure IV.4, présente les courbes ROC pour une probabilité de fausses alarmes de 10<sup>-3</sup> dans le cas de la détection collective et ce pour différentes valeurs de k. La meilleure performance est obtenue pour k = 4 et la mauvaise pour k = 1, qui correspond à l'acquisition conventionnelle. Nous observons que la probabilité de détection s'améliore en augmentant le nombre de satellites. En utilisant un seul satellite la probabilité de détection de 0,9 correspond au CNR=51 dB-Hz, alors qu'il est seulement de 42 dB-Hz en utilisant trois satellites combinés par la détection collective et de 41 dB-Hz pour quatre satellites. La figure IV.5 illustre les mêmes résultats mais pour une probabilité de fausse alarme égale à 10<sup>-5</sup>.



Figure IV.4 : Les courbes ROC pour la détection collective, canal AWGN, Pfa=10<sup>-3</sup>.



Figure IV.5 : Les courbes ROC pour la détection collective, canal AWGN, Pfa=10<sup>-5</sup>.

### IV. 4. Performance de la détection collective dans un canal de Rayleigh

Dans la navigation dans les milieux urbains pleins d'obstacles, la réception des multitrajets constitue l'un des problèmes qui affectent la performance de détection. Ces multitrajets résultent de la propagation du signal à travers des obstacles tels que les arbres et les bâtiments. Lorsque le récepteur se déplace, le signal est constamment réfléchi et par conséquent reçu en suivant plusieurs chemins, de sorte que l'amplitude et la phase résultantes auront des fluctuations rapides et profondes, ce phénomène aléatoire est nommé évanouissement. Si la période du bit transmis est supérieure à la durée de cohérence, l'évanouissement est appelé évanouissement rapide. Inversement, si la période est inférieure l'évanouissement peut être modélisé dans un cadre stochastique par différentes distributions, les plus utilisées sont *Rayleigh, Rice* et *Nakagami*.

En utilisant le modèle du signal reçu au niveau du récepteur GNSS considéré dans l'équation II.2, et en considérant un canal de Rayleigh, le modèle du signal devient :

$$y_i(t) = A_i \alpha_i e_i(t - \tau_i) d_i(t - \tau_i) \cos\left[\left(2\pi (f_{RF} + f_{d,i})t + \varphi_i\right]\right]$$
(IV.11)

Où  $\alpha$  est une variable aléatoire distribuée suivant la distribution de Rayleigh, donnée par [45] :

$$f_{\alpha}(\alpha) = \frac{\alpha}{\sigma_m^2} \exp\left(-\frac{\alpha^2}{2\sigma_m^2}\right)$$
(IV.12)

Où la variance  $\sigma_m^2$  représente la puissance moyenne du signal reçu.

Sous l'hypothèse  $H_0$  (non synchronisation), où soit le signal est absent soit la corrélation entre le code reçu et sa réplique locale tend vers zéro, la variable de décision devient la somme des carrés de deux variables Gaussiennes centrées qui donnera une loi de  $\chi^2$  à deux degrés de liberté centrée. La probabilité de fausses alarmes est alors la même qu'en cas du canal *AWGN*.

Dans le cas de la synchronisation c'est-à-dire, sous l'hypothèse  $H_1$ , les deux codes reçu et local sont fortement corrélés. La variable de décision est la
somme des carrés de deux variables gaussiennes non centrées, elle suivra donc une loi  $\chi^2$  non centrée à deux degrés de liberté tout en sachant que l'amplitude est multipliée par la variable  $\alpha$ , le paramètre de non centralité est  $\alpha^2 A^2/4$ . Cela mène à la distribution conditionnelle suivante :

$$f_1(s/\alpha, H_1) = \frac{1}{2\sigma_n^2} exp\left(-\frac{s + \frac{\alpha^2 A^2}{4}}{2\sigma_n^2}\right) I_0\left(\frac{\alpha A\sqrt{s}}{2\sigma_n^2}\right)$$
(IV.13)

La distribution sous l'hypothèse  $H_1$  est :

$$f_{s}(s,H_{1}) = \int_{0}^{\infty} f_{1}(s / \alpha,H_{1}) f_{\alpha}(\alpha) d\alpha$$

$$= \frac{1}{2\sigma_{m}^{2}\sigma_{n}^{2}} \exp\left(-\frac{s}{2\sigma_{n}^{2}}\right) \int_{0}^{\infty} \alpha. exp\left(-\frac{A^{2}\sigma_{m}^{2} + 4\sigma_{n}^{2}}{8\sigma_{m}^{2}\sigma_{n}^{2}}\alpha^{2}\right) I_{0}\left(\frac{\alpha A\sqrt{s}}{2\sigma_{n}^{2}}\right) d\alpha$$
(IV.14)

Et :

$$f_{s}(s,H_{1}) = \int_{0}^{\infty} f_{1}(s/\alpha,H_{1}) f_{\alpha}(\alpha) d\alpha$$

$$= \frac{1}{2\sigma_{m}^{2}\sigma_{n}^{2}} \exp\left(-\frac{s}{2\sigma_{n}^{2}}\right) \int_{0}^{\infty} \alpha.exp\left(-\frac{A^{2}\sigma_{m}^{2}+4\sigma_{n}^{2}}{8\sigma_{m}^{2}\sigma_{n}^{2}}\alpha^{2}\right) I_{0}\left(\frac{\alpha A\sqrt{s}}{2\sigma_{n}^{2}}\right) d\alpha$$
(IV.15)

Après intégration, nous obtiendrons [73] :

$$f_1(s) = \frac{1}{2\sigma_n^2 \left(1 + A^2 \frac{\sigma_m^2}{4\sigma_n^2}\right)} \exp\left(-\frac{s}{2\sigma_n^2 \left(1 + A^2 \frac{\sigma_m^2}{4\sigma_n^2}\right)}\right)$$
(IV.16)

En résumé, à la sortie de l'étage d'acquisition en considérant un canal de Rayleigh, nous avons les deux distributions suivantes :

$$f_0(s) = \frac{1}{2\sigma_n^2} exp\left(-\frac{s}{2\sigma_n^2}\right)$$
(IV.17)

Et :

$$f_1(s) = \frac{1}{2\sigma_n^2(1+\mu)} \exp\left(-\frac{s}{2\sigma_n^2(1+\mu)}\right)$$
(IV.18)

Avec :

$$\mu = A^2 \frac{\sigma_m^2}{4\sigma_n^2} \tag{IV.19}$$

Les probabilités de fausses alarmes et de détection sont données par :

$$P_{fa} = exp\left(-\frac{\beta}{2\sigma_n^2}\right) \tag{IV.20}$$

Et :

$$P_{d} = \exp\left(-\frac{\beta}{2\sigma_{n}^{2}\left(1 + \frac{1}{2}\frac{C}{N_{0}}T_{c}\right)}\right)$$
(IV.21)

Où  $C/N_0$  est le rapport *CNR* (Carrier to Noise Ratio) et  $T_c$  est le temps d'intégration cohérent qui est généralement égal à une période du code d'étalement.

Lorsque la détection collective est appliquée, en utilisant *k* satellites, la variable de décision  $S_{DC}$  est la somme de *k* variables aléatoires exponentielles dont les fonctions de densité de probabilité ont été données par (IV.17) et (IV.18). Dans le cas général, la somme de *k* variables indépendantes exponentielles de paramètres  $\lambda$  donne une distribution Gamma de paramètres *k* et  $\lambda$  donnée par l'équation IV.20 [74]. Pour le cas particulier  $\lambda$ =1/2 et *k* =*n*/2, *n* étant un entier, la distribution Gamma devient une distribution  $\chi^2$  à *n* degrés de liberté [75].

$$f(x;k,\lambda) = \frac{\lambda^{k}}{\Gamma(k)} x^{k-1} e^{-\lambda x}$$
(IV.22)

D'après ces propriétés de la fonction Gamma et en considérant les distributions  $f_0(s)$  et  $f_1(s)$  de l'équation IV.17 et 18,  $S_{DC}$  aura les distributions suivantes :

$$f_{0,DC}(s) = \frac{1}{2\sigma_n^2 \Gamma(k)} \left(\frac{s}{2\sigma_n^2}\right)^{k-1} exp\left(-\frac{s}{2\sigma_n^2}\right)$$
Et :
$$(IV.23)$$

$$f_{1,DC}(s) = \frac{1}{2\sigma_n^2 \Gamma(k)} \left(\frac{s}{2\sigma_n^2 (1+\mu)}\right)^{k-1} exp\left(-\frac{s}{2\sigma_n^2 (1+\mu)}\right)$$
(IV.24)

En utilisant la fonction CDF (Cumulative Density Function) fournie dans [45] pour la distribution  $\chi^2$ , nous aurons les probabilités de fausses alarmes et de détection pour caractériser l'opération d'acquisition en utilisant la détection collective dans un canal de Rayleigh :

$$P_{fa,DC}\left(\beta\right) = \exp\left(-\frac{\beta}{2\sigma_n^2}\right) \sum_{i=0}^{k-1} \frac{1}{i!} \left(\frac{\beta}{2\sigma_n^2}\right)^i$$
(IV.25)  
Et :

Et :

$$P_{d,DC}(\beta) = \exp\left(-\frac{\beta}{2\sigma_n^2 \left(1 + \frac{1}{2}\frac{C}{N_0}T_c\right)}\right) \sum_{i=0}^{k-1} \frac{1}{i!} \left(\frac{\beta}{2\sigma_n^2 \left(1 + \frac{1}{2}\frac{C}{N_0}T_c\right)}\right)^i$$
(IV.26)

Si nous considérons quatre satellites, les formules IV.25 et IV.26 deviennent :

$$P_{fa,DC_4}\left(\beta\right) = \left[1 + \frac{\beta}{2\sigma_n^2} + \frac{1}{2}\left(\frac{\beta}{2\sigma_n^2}\right)^2 + \frac{1}{6}\left(\frac{\beta}{2\sigma_n^2}\right)^3\right] \exp\left(-\frac{\beta}{2\sigma_n^2}\right)$$
(IV.27)

Et :

$$P_{d,DC_{4}}(\beta) = \left[1 + \frac{\beta}{2\sigma_{n}^{2}\left(1 + \frac{1}{2}\frac{C}{N_{0}}T_{c}\right)} + \frac{1}{2}\left(\frac{\beta}{2\sigma_{n}^{2}\left(1 + \frac{1}{2}\frac{C}{N_{0}}T_{c}\right)}\right)^{2} + \frac{1}{6}\left(\frac{\beta}{2\sigma_{n}^{2}\left(1 + \frac{1}{2}\frac{C}{N_{0}}T_{c}\right)}\right)^{3}\right] \exp\left(-\frac{\beta}{2\sigma_{n}^{2}\left(1 + \frac{1}{2}\frac{C}{N_{0}}T_{c}\right)}\right)$$
(IV.28)

Les courbes *ROC* pour l'acquisition avec la détection collective sont illustrées dans la figure IV.6 pour une probabilité de fausses alarmes de  $10^{-3}$  pour différentes valeurs de *k*. La probabilité de détection s'améliore en augmentant le nombre de satellites, avec un seul satellite, le cas de l'acquisition conventionnelle, le *CNR* requis pour obtenir une probabilité de détection de 0,9 est de *CNR*=51 dB/Hz, alors qu'il est seulement de 42 dB-Hz en utilisant trois satellites combinés par détection collective et de 41 dB-Hz pour quatre satellites. La figure IV.7 illustre les mêmes résultats mais pour une probabilité de fausse alarme égale à  $10^{-5}$ .







Figure IV.7 : ROC pour la détection collective, canal de Rayleigh, Pfa=10<sup>-5</sup>.

### IV. 5. Performance d'acquisition d'un signal GNSS par la détection collective adaptative

Nous proposons dans cette section de combiner la détection collective et la détection adaptative *CFAR* pour la détection d'un signal *GNSS*. Le but est de tirer profit des avantages des deux techniques. La détection collective améliore considérablement la probabilité de détection en traitant les signaux issus de plusieurs satellites et la détection adaptative *CFAR* permet d'obtenir un seuil adaptatif variable en fonction des variations du signal entaché de bruit et affecté par les multitrajets, tout en garantissant un taux de fausses alarmes constant. Les détecteurs *CFAR* sont bien connus dans le domaine des radars, les systèmes de communication *CDMA* et dans quelques travaux liés aux systèmes *GNSS* [76, 77].

Nous appliquons le détecteur *CA-CFAR* représenté par la figure IV.8 sur les échantillons issus à la sortie de la détection collective. La structure proposée est formulée dans un contexte probabiliste où les probabilités de détection et de fausse alarme correspondantes sont développées.

Le détecteur *CFAR* est composé d'une fenêtre de *M* cellules de référence dont le contenu est noté par  $S_i$ . Les cellules de référence fournissent l'estimation du bruit ou les interférences telles que les trajets multiples. Ces fenêtres sont divisées en deux sous-fenêtres et d'une cellule sous test notée *CUT*. L'estimation faite en utilisant les cellules de référence peut être réalisée par plusieurs méthodes, dans notre cas nous considérons un détecteur *CA-CFAR*, où la variable *Z* correspond à la moyenne des ces cellules, cette moyenne est multipliée par un facteur d'échelle *T* produisant un seuil adaptatif assurant une probabilité de fausse alarme constante. Le contenu de la cellule sous-test est comparé avec le seuil adaptatif estimé, s'il dépasse le seuil établi, le signal utile est déclaré présent.

Nous avons démontré qu'à la sortie de l'acquisition en considérant un canal de Rayleigh, avec la détection collective, les fonctions de densité de probabilité sous les hypothèses  $H_0$  et  $H_1$  sont des variables aléatoires de distribution Gamma décrites par les équations IV-23 et IV-24.



Figure IV.8 : Le détecteur CA-CFAR.

Nous considérons la variable  $Z = \sum_{i=1}^{M} S_i$  somme des échantillons contenus dans les cellules de référence distribués suivant la loi sous l'hypothèse  $H_0$  décrite par l'équation IV.23. La variable Z est la somme de M variables aléatoires de distribution Gamma de paramètres k et  $\frac{1}{2\sigma_n^2}$ . Z est aussi une variable de distribution Gamma mais de paramètres M k et  $\frac{1}{2\sigma_n^2}$  [78], sa fonction de densité de probabilités est donnée par :

$$f(z) = \frac{1}{2\sigma_n^2 \Gamma(Mk)} \left(\frac{z}{2\sigma_n^2}\right)^{Mk-1} exp\left(-\frac{z}{2\sigma_n^2}\right)$$
(IV.29)

La variable contenue dans la cellule sous test est notée par *S*. Quand le signal est absent elle ne contient que du bruit décrit par la distribution de l'équation IV.23, sous l'hypothèse alternative, la cellule contient le signal utile caractérisé par la distribution de l'équation IV.24.

La probabilité de fausses alarmes est la probabilité que le signal contenu dans la cellule sous test dépasse le seuil évalué sous l'hypothèse nulle, soit :

$$P_{fa} = \int_{0}^{\infty} f(z) \int_{TZ}^{\infty} f_{0,DC}(s) ds dz$$

$$= \int_{0}^{\infty} \frac{1}{2\sigma_n^2 \Gamma(Mk)} \left(\frac{z}{2\sigma_n^2}\right)^{Mk-1} exp\left(-\frac{z}{2\sigma_n^2}\right) \int_{TZ}^{\infty} \frac{1}{2\sigma_n^2 \Gamma(k)} \left(\frac{s}{2\sigma_n^2}\right)^{k-1} exp\left(-\frac{s}{2\sigma_n^2}\right) ds dz$$
(IV.30)

De même, la probabilité de détection est donnée par :

$$P_{d} = \int_{0}^{\infty} f(z) \int_{TZ}^{\infty} f_{1,DC}(s) ds.dz$$
  
$$= \int_{0}^{\infty} \frac{1}{2\sigma_{n}^{2}\Gamma(Mk)} \left(\frac{z}{2\sigma_{n}^{2}}\right)^{Mk-1} exp\left(-\frac{z}{2\sigma_{n}^{2}}\right)$$
  
$$\int_{TZ}^{\infty} \frac{1}{2\sigma_{n}^{2}\Gamma(k)} \left(\frac{s}{2\sigma_{n}^{2}(1+\mu)}\right)^{k-1} exp\left(-\frac{s}{2\sigma_{n}^{2}(1+\mu)}\right) ds dz$$
 (IV.31)

Le développement des deux intégrales IV.30 et IV.31 est détaillé dans l'annexe IV.1.

Nous avons démontré que pour k = 1 les probabilités de fausses alarmes et de détection sont :

$$P_{fa,CFAR1} = (1+T)^{-M}$$
(IV.32)

Et :

$$P_{d,CFAR1} = \left(1 + \frac{T}{1 + \mu}\right)^{-M}$$
(IV.33)

Puis pour le cas où k = 2, nous aurons :

$$P_{fa,CFAR2} = (1+T)^{-M} + \frac{1}{2}(2M+1).(1+T)^{-2M}.(1+\frac{T}{1+T})$$
(IV.34)

Et :

$$P_{d,CFAR2} = \left(1 + \frac{T}{1+\mu}\right)^{-M} + \frac{1}{2}\left(2M+1\right) \cdot \left(1 + \frac{T}{1+\mu}\right)^{-2M} \cdot \left(1 + \frac{T}{1+T+\mu}\right)$$
(IV.35)

Nous avons développé les cas suivants k = 3, 4 pour enfin aboutit aux formules généralisées suivantes :

$$P_{fa,CFAR,k} = \sum_{i=1}^{k} \frac{1}{i!} \frac{\Gamma(kM+i-1)}{\Gamma(kM)} \cdot \left(1+T\right)^{-iM} \cdot \left(1+\frac{T}{1+T}\right)^{i-1}$$
(IV.36)

Et :

$$P_{d,CFAR,k} = \sum_{i=1}^{k} \frac{1}{i!} \frac{\Gamma(kM+i-1)}{\Gamma(kM)} \cdot \left(1 + \frac{T}{1+\mu}\right)^{-iM} \cdot \left(1 + \frac{T}{1+T+\mu}\right)^{i-1}$$
(IV.37)

Les deux formules IV.36 et IV.37 sont les formules analytiques des probabilités de fausses alarmes et de détection que nous proposons pour l'étage de l'acquisition du signal *GPS* en considérant la détection collective suivie d'un détecteur *CA-CFAR*.

La figure IV.9 illustre la probabilité de détection fonction du *CNR* pour une probabilité de fausse alarme de 10<sup>-3</sup>, dans le cas d'un seul satellite. Notre formule développée, montre que le *CFAR* n'améliore pas la performance par rapport au cas du seuil fixe. Dans les trois figures suivantes IV.10, 11, 12 nous avons analysé les termes qui s'ajoutent à la probabilité de détection en fonction du nombre des satellites.

Dans la figure IV.13, l'influence de la probabilité de fausse alarme sur la probabilité de détection a été analysée. Nous observons que la probabilité de détection pour une fausse alarme de  $10^{-3}$  est plus élevée que celle obtenue pour  $10^{-5}$ . L'influence du nombre de cellules *M* quant à elle est analysée dans la figure IV.14, nous observons bien que la performance de détection augmente en augmentant le nombre de cellules.

Dans la figure IV.15, la comparaison entre les performances du schéma proposé est rapportée pour différentes valeurs de *k* dans le cas d'une probabilité de fausse alarme de  $10^{-3}$ . Les résultats montrent une amélioration de la probabilité de détection lorsque le nombre de satellites augmente. Ceci est aussi obtenu pour une fausse alarme de  $10^{-5}$  tel que présenté par la figure IV.16.

La figure IV.17 fournit une comparaison globale entre l'acquisition

conventionnelle, la détection collective avec un seuil fixe et la détection collective avec un seuil *CFAR* pour une probabilité de fausse alarme de 10<sup>-3</sup>. L'acquisition conventionnelle possède la moindre performance et la détection collective avec un seuil fixe est la meilleure. Les mêmes résultats sont illustrés par la figure IV.18 mais pour une probabilité de fausse alarme de 10<sup>-5</sup>.



Figure IV.9 : La probabilité de détection avec un seuil CFAR, *k*=1.



Figure IV.10 : La probabilité de détection avec un seuil CFAR, *k*=2.



Figure IV.11 : La probabilité de détection avec un seuil CFAR, k = 3.



Figure IV.12 : La probabilité de détection avec un seuil CFAR, k = 4.



Figure IV.13 : La probabilité de détection avec CFAR,  $Pfa=10^{-3}$  et  $Pfa=10^{-5}$ .



Figure IV.14 : Influence du nombre de cellules sur la probabilité de détection.



Figure IV.15 : Influence du nombre de satellites,  $Pfa=10^{-3}$ .



Figure IV.16 : Influence du nombre de satellites,  $Pfa=10^{-5}$ .



Figure IV.17 : Comparaison seuil fixe, détection collective et CFAR, Pfa=10<sup>-3</sup>.



Figure IV.18 : Comparaison seuil fixe, détection collective et CFAR, Pfa=10<sup>-5</sup>.

#### IV. 6. Génération de la grille SECA

Comme nous l'avons déjà présenté, la détection collective repose sur le principe que la recherche des codes phases de tous les satellites visibles est transformée en une recherche sur une grille de position et de biais d'horloge, contrairement à l'acquisition conventionnelle, dans la détection collective, tous les satellites sont traités en même temps. Concrètement, il est question de définir une plage d'incertitude spatiale et temporelle du récepteur de position inconnue par rapport à une station de référence de position bien connue, et d'établir une grille de recherche pour parcourir cette plage. Le plus grand inconvénient des algorithmes de la détection collective est le nombre de points important de la grille de recherche requis pour avoir une bonne résolution, ce qui la rend parfois moins pratique. Le choix de la grille de recherche est très important pour la garantie de la performance de la méthode, un bon compromis devrait être trouvé entre la sensitivité et la complexité de la méthode.

La méthode *SECA* est par définition une méthode systématique garantissant une résolution pour la recherche du biais d'horloge en fonction de paramètres prédéfinis, et efficace dans le sens où la vraie valeur du code phase n'est pas loupée tout en évitant une grille de recherche contenant un nombre inacceptable de points. Nous définissons dans ce qui suit les paramètres utilisés pour la définition de la grille *SECA* tel que défini dans [70].

Nous définissons l'erreur maximale dans le code phase en chip '*B*', ce qui permettra d'avoir une valeur acceptable à ne pas dépasser lors de la recherche dans la grille *SECA*. *B* est liée à l'erreur sur la différence de la pseudo-distance entre le récepteur et la station  $\Delta \rho_{err max}$  par :

$$\pm B = \frac{\pm \Delta \rho_{err,\max}}{c.T_{code}} N_{code} = \frac{\pm \Delta \rho_{err,\max}}{c.T_{chip}}$$
(IV.38)

Ce qui donnera :

$$\Delta \rho_{err,\max} = B.c.T_{chip} = \frac{\delta \rho}{2} \tag{IV.39}$$

 $\delta \rho$  correspond à la résolution en pseudo-distance à laquelle correspond l'erreur maximale en code phase *B*. Cette résolution en pseudo-distance est partagée entre les deux résolutions dans les deux directions de recherche (en distance et en biais d'horloge)  $\delta \rho_{position}$  et  $\delta \rho_{biais}$ . La somme des deux résolutions dans les deux directions ne doit pas dépasser la résolution totale en pseudo-distance  $\delta \rho$ , soit :

$$\delta \rho \ge \delta \rho_{\text{position}} + \delta \rho_{\text{biais}} \tag{IV.40}$$

La résolution en pseudo-distance  $\delta \rho$  peut être divisée équitablement entre les deux directions distance et biais d'horloge, ou dans le cas général pondérée par un facteur  $w_{biais}$  pour la partition de la résolution d'une manière non équitable entre les deux directions, ce qui donne :

$$\delta \rho = \delta \rho_{\text{position}} + \delta \rho_{\text{biais}} = (1 - w_{\text{biais}}) \delta \rho + w_{\text{biais}} \delta \rho \tag{IV.41}$$

Le facteur de pondération  $w_{biais}$  est un entier pris entre 0 et 1, ainsi les deux résolutions  $\delta \rho_{position}$  et  $\delta \rho_{biais}$  peuvent être exprimées en fonction de  $w_{biais}$  et la résolution en pseudo-distance  $\delta \rho$ .

En considérant la résolution en biais d'horloge  $\delta B$  la grille est réalisée en exploration temporelle selon la résolution :

$$\delta B = w_{biais} \frac{\delta \rho}{c} = w_{biais} \cdot 2B \cdot T_{chip} \tag{IV.42}$$

La résolution temporelle  $\delta B$  est transformée en nombre de points  $n_{points, biais}$  à traiter donné par :

$$n_{points,biais} = \left\lceil \frac{\Delta B_{dimension}}{\delta B} \right\rceil = \left\lceil \frac{T_{code}}{w_{biais} \cdot 2B \cdot T_{chip}} \right\rceil = \left\lceil \frac{N_{code}}{w_{biais} \cdot 2B} \right\rceil$$
(IV.43)

Pour la distance, deux résolutions sont définies radiale et angulaire. La résolution radiale  $\Delta R_{dimension}$  qui correspond à la distance maximale horizontale à parcourir qui est le rayon d'un cercle dont le centre est la station de référence. La résolution radiale est obtenue en considérant :

$$(1 - w_{biais}) \delta \rho \ge \delta R \cos(el_k) \cos(az_k - \theta) \tag{IV.44}$$

Ce qui donne :

$$\delta R \le \frac{(1 - w_{biais}) \delta \rho}{\cos(el_k) \cos(az_k - \theta)} \tag{IV.45}$$

Dans l'équation IV.45, la valeur minimale est obtenue pour  $\theta = a.z_k$  et l'élévation minimale des satellites visibles, ce qui donne :

$$\delta R = \frac{(1 - w_{biais})\,\delta\rho}{\cos(el_{\min})} \tag{IV.46}$$

En nombre de points, la résolution est transformée par :

$$n_{points,radius} = \left\lceil \frac{\Delta R_{dimension}}{\delta R} \right\rceil$$
(IV.47)

La recherche se fait avec une résolution angulaire avec la condition suivante :

$$R\cos(el_k)\cos(az_k - (\theta + \delta\theta)) - R\cos(el_k)\cos(az_k - \theta) \le (1 - w_{biais})\delta\rho$$
(IV.48)

Ce qui donne :

$$\cos(az_{k} - (\theta + \delta\theta)) - \cos(az_{k} - \theta) = \frac{(1 - w_{biais})\,\delta\rho}{R\cos(el_{\min})} \tag{IV.49}$$

En utilisant la relation suivante :

$$\cos(u) - \cos(v) = -2\sin\left[\frac{1}{2}(u+v)\right]\sin\left[\frac{1}{2}(u-v)\right]$$
(IV.50)

Nous obtiendrons :

$$2\sin\left(az_{k}-\theta-\frac{\delta\theta}{2}\right)\sin\left(-\frac{\delta\theta}{2}\right) \leq \frac{(1-w_{biais})\,\delta\rho}{R\cos\left(el_{\min}\right)} \tag{IV.51}$$

Et enfin :

$$2\sin\left(az_{k}-\theta-\frac{\delta\theta}{2}\right)\sin\left(-\frac{\delta\theta}{2}\right) \leq \frac{(1-w_{biais})\,\delta\rho}{R\cos\left(el_{\min}\right)} \tag{IV.52}$$

La résolution angulaire adoptée est finalement :

$$\delta\theta = 2.\sin^{-1}\frac{(1-w_{biais})\,\delta\rho}{2.R\cos(el_{\min})} \ge 2.\sin^{-1}\frac{(1-w_{biais})\,\delta\rho}{2.R\cos(el_{\min})} \tag{IV.53}$$

La grille *SECA* est générée en fixant pour chaque point de la grille les quatre paramètres suivants :

- L'incertitude liée au code phase B, plus elle est choisie petite plus le nombre de points de la grille est important ;
- Le facteur de pondération de la résolution en pseudo-distance w<sub>biais</sub>, plus il est grand plus l'erreur liée au biais d'horloge est grande ;
- + La distance maximale  $\Delta R_{dimension}$  à considérer à partir de la station de référence ;
- L'élévation minimale de chaque satellite des satellites visibles pour le récepteur.

Pour chaque point de la grille, le code phase de chaque satellite est évalué suivant l'équation IV.54 avec une précision de  $\pm B$ :

$$\zeta_{k} = \frac{\left[\rho_{BS,k} + \Delta \rho_{k} \left(\Delta N, \Delta E, \Delta D, \Delta B\right)\right]_{c.T_{c}}}{c.T_{c}} . N_{c}$$
(IV.54)

Avec la précision de  $\pm B$  la métrique de détection pour chaque satellite est évaluée autour du code phase central selon (IV.6), soit :

$$S_{DC}(R,\theta,\Delta B,\beta) = \sum_{i=1}^{k} S_i(\zeta_i,(\Delta N,\Delta E,\Delta D,\Delta B)) \qquad \zeta_{i,k} - B \le \zeta_i \le \zeta_{i,k} + B \qquad (IV.55)$$

#### IV. 7. Résultats de la simulation de la grille SECA à seuil fixe et adaptatif

Afin de réaliser notre simulation, nous avons utilisé des données *GPS* réelles récupérées à partir d'un récepteur *GPS AC12* sous format *RINEX*. Ces données correspondent à la position de la station de référence. Les données liées à huit satellites sont récupérées, ils sont représentés sur une carte du ciel (azimutélévation) dans la figure IV.19. Dans le tableau IV.1, la première ligne, nous présentons les Dops liés à l'ensemble des huit satellites, tandis que dans la deuxième ligne les Dops liés à la sélection des satellites retenue pour la simulation sont donnés, les quatre satellites sélectionnés sont représentés dans la figure IV.20. Tous les paramètres liés à la génération de la grille *SECA* sont résumés dans le tableau IV.2.

Tableau IV.1 : Dop's de l	a configuration	satellitaire retenue.
---------------------------	-----------------	-----------------------

DOP's	GDOP	PDOP	HDOP	VDOP	TDOP
Vals 8 sats	2.70584	2.28046	2.13335	0.80580	1.45638
Vals 4 sats	10.33514	9.78361	8.13335	3.33106	5.83841

#### Tableau IV.2 : Paramètres de simulation

Paramètres	Valeurs
Nombre de satellites k	4
Elévation minimale <i>el<sub>min</sub></i>	7.232°
Fréquence d'échantillonnage $f_e$	1.023 MHz
Echantillons / chip	1
Erreur code phase maximale <i>B</i>	1 chip
Dimension de recherche $\Delta R_{dimension}$	10 Km
Résolution angulaire minimale $\Delta \theta$	1.71°
Résolution radiale	300 m
Nombre de cercles	35
Nombre des cellules	3279

Nous présentons maintenant les résultats obtenus après la génération de la grille *SECA*, la détection collective et la détection collective avec *CFAR*. Nous notons bien que le choix de la puissance des signaux est fait selon les courbes de performance établies dans les sections précédentes.

La figure IV.21, représente le contenu des cellules de la grille *SECA* pour la situation où les signaux sont faibles. En appliquant un seuil de détection fixe nous aurons le résultat présenté par la figure IV.22. Dans cette figure, la position réelle du récepteur est représentée par l'intersection des deux lignes blanches, tandis que la position estimée est illustrée par l'intersection des deux lignes rouges, ce qui correspond à la position fournie par l'algorithme *SECA*. Nous observons que la position fournie est différente de la position réelle. Les mêmes résultats sont obtenus en considérant la détection adaptative *CFAR* présentée par la figure IV.23.

La figure IV.24 quant à elle présente le cas de signaux fort. Nous observons que la valeur de corrélation maximale issue de la combinaison des satellites se trouve dans une cellule qui coïncide exactement avec la position du récepteur. Ce résultat est consolidé par la figure IV.25 où le seuil de détection fixe est appliqué. Nous montrons également l'efficacité de la détection *CFAR* lorsque le seuil adaptatif est considéré, la détection collective avec le seuil *CFAR* fournit le résultat attendu. Dans les deux cas, la position obtenue correspond à la position réelle.

Enfin, nous présentons l'erreur moyenne de position évaluée après mille simulations de la grille pour les trois cas, conventionnelle collective et collective avec le *CFAR*. Les résultats obtenus sont présentés par les figures IV.26 et IV.27. L'erreur de position moyenne pour la détection collective avec un seuil fixe et adaptatif est inférieure à l'erreur par rapport à l'acquisition conventionnelle. L'erreur se situe au voisinage de 7000m pour un *CNR* = 25 dB-Hz et diminue en augmentant ce dernier jusqu'à ce qu'elle atteigne zéro près de *CNR* = 48 dB-Hz pour la détection collective avec *CFAR* et *CNR* = 44 dB-Hz pour le cas sans *CFAR*, alors qu'elle reste élevée pour l'acquisition conventionnelle atteignant la valeur de 2100m pour le *CNR*= 44 dB-Hz.



Figure IV.19 : Carte du ciel des satellites visibles.



Figure IV.20 : Carte du ciel des satellites sélectionnés.



Figure IV.21 : La grille SECA pour des signaux faibles.



Figure IV.22 : la grille SECA pour des signaux faibles, seuil fixe.



Figure IV.23 : La grille SECA pour des signaux faibles, seuil CFAR.



Figure IV.24 : La grille SECA pour des signaux forts.



Figure IV.25 : La grille SECA pour des signaux forts, seuil fixe.



Figure IV.26 : La grille SECA pour des signaux forts, seuil CFAR.



Figure IV.27 : L'erreur moyenne de position pour la détection conventionnelle et la détection collective.



Figure IV.28 : L'erreur moyenne de position pour la détection conventionnelle et la détection collective avec CFAR.

#### IV.8. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons proposé la combinaison de la technique de la détection collective récemment proposée dans la littérature pour l'acquisition des signaux *GNSS* avec la détection adaptative *CFAR*.

Une description de la détection collective ainsi que son principe de fonctionnement ont été donnés. Par la suite, nous avons proposé la description statistique de l'acquisition en utilisant la détection collective dans le cas d'un canal *AWGN* et un canal de Rayleigh. Les formules des probabilités de fausses alarmes et de détection ont été développées, les résultats ont bien montré l'amélioration de la performance de la détection collective par rapport à la détection conventionnelle en augmentant le nombre de satellites traités.

Nous avons proposé l'application de la détection adaptative combinée avec la détection collective pour l'acquisition d'un signal *GPS* L1, dans le cas d'un canal de Rayleigh, les formules analytiques des probabilités de fausses alarmes et de détection ont été proposées pour la première fois, et les performances obtenues ont permis de tracer les courbes *ROC* caractérisant la structure proposées. La comparaison globale des résultats obtenus permet de conclure qu'en terme de performance de détection la détection collective à seuil fixe est la meilleure suivie par la détection collective adaptative et en dernier vient la détection conventionnelle.

Les résultats obtenus à partir des courbes de performances ont été utilisés pour la simulation de l'algorithme de la détection collective à seuil fixe et adaptatif en utilisant une grille de recherche basée sur l'algorithme *SECA*. Les résultats ont montré l'efficacité de la détection collective à seuil fixe et adaptatif à déterminer la position réelle du récepteur.

Tous les résultats obtenus ont été consolidés par l'évaluation de l'erreur moyenne de position pour les différents cas, la détection conventionnelle offre l'erreur la plus importante surtout pour de faibles signaux et ne s'annule que pour un *CNR* de 62 dB-Hz, tandis que pour la détection collective fixe et adaptative l'erreur s'annule entre 44 et 48 dB-Hz.

# Conclusion

Conclusion

#### **Conclusion générale & perspectives**

#### 1. Conclusion générale

L'utilisation de la technologie des satellites dans le domaine aéronautique se révèle être une nécessité pour faire face à la croissance continue du trafic aérien dans le monde, et offrir une meilleure gestion de ce trafic en assurant des vols sûres tout en évoluant vers une approche d'optimisation de l'utilisation de l'espace aérien. Les systèmes satellitaires existants le *GPS* et le *Glonass* ne répondent pas aux exigences requises pour leurs utilisations pendant toutes les phases de vol, leur modernisation et augmentation devient, de ce fait, une nécessité et d'autres systèmes sont en cours de développement.

L'opération de l'acquisition d'un signal *GNSS* est une étape importante puisqu'elle permet la détection des signaux provenant des satellites visibles, et la récupération des décalages temporel et fréquentiel, paramètres nécessaires pour la démodulation du signal. L'acquisition est affectée par plusieurs sources d'erreurs : l'incertitude sur l'espace de recherche, l'effet Doppler sur la porteuse et sur le code, les transitions des bits de données et la quantification. Les phénomènes de propagation ainsi que les conditions des milieux de réception des signaux *GNSS* affectent aussi l'acquisition en agissant sur la puissance du signal reçu. L'utilisation d'un seuil fixe pour la détection dans des milieux favorisant la variation et la diminution de la puissance du signal reçu causent des probabilités de fausses alarmes élevées, et pourrait même rendre l'opération de l'acquisition difficile voire impossible dans certaines situations critiques.

Nous avons proposé dans ce travail de thèse, l'utilisation de la détection adaptative *CFAR* pour l'acquisition des signaux *GNSS*, son utilisation permet de garantir un taux de fausses alarmes constant indépendant du seuil de détection contrairement à la détection conventionnelle à seuil fixe qui génère une probabilité de fausses alarmes fonction du seuil de détection et qui augmente en augmentant la probabilité de détection. Nous avons combiné cette approche de détection avec le concept de la détection collective, une technique récente dans la littérature pour l'acquisition des signaux *GNSS*, en adoptant la grille de recherche *SECA*, meilleure technique en termes de temps de traitement.

Nous avons formulé dans un cadre statistiques la structure proposé en donnant les formules analytiques des probabilités de détection et de fausses alarmes, ces formules nous ont permis une comparaison entre l'acquisition conventionnelle, l'acquisition avec la détection collective à seuil fixe et adaptatif. Les résultats ont montré que la détection collective à seuil fixe est la meilleure, plus le nombre de satellites traités est important meilleure est la performance de détection, suivie par la détection collective adaptative et en dernier vient la détection conventionnelle.

La simulation de l'algorithme de la détection collective en utilisant la grille *SECA* en utilisant des données réelles, nous a permis de prouver l'efficacité de la détection collective à seuil fixe et adaptatif pour la détection des signaux *GNSS* en fournissant la position du récepteur. En analysant l'erreur moyenne du positionnement, il s'est avéré que la détection à seuil fixe cause des erreurs importantes dans la position du récepteur notamment pour de faibles signaux, la détection collective à seuil fixe et adaptatif offrent une nette amélioration en réduisant l'erreur, qui reste assez proche entre les deux techniques. L'utilisation de la détection adaptative garantit un seuil adaptatif aux changements qui pourraient affecter le signal tout en garantissant une erreur de positionnement assez proche de la détection collective à seuil fixe.

#### 2. Perspectives

Ce travail de recherche s'inscrit dans un domaine innovant et qui ouvre plusieurs axes de recherche, nous résumons les propositions suivantes pour d'éventuels futurs travaux :

- 1. Utilisation de la détection adaptative pour la détection des signaux *GNSS* en considérant les détecteurs avec intégration et les détecteurs différentiels.
- Etude et analyse d'autres structures CFAR autres que le CA-CFAR pour l'acquisition des signaux GNSS, plus adaptées pour des milieux non homogènes.
- Utilisation de la structure proposée pour l'acquisition des nouveaux signaux GNSS contenant les canaux pilote et données.
- 4. Pour l'évaluation de la grille de recherche *SECA*, la considération d'un facteur de pondération entre les deux résolutions angulaires et radiales.



#### Annexe I. 1 : Génération du code C/A

Le code PRN (Pseudo Random Noise) ou le code pseudo-aléatoire est un signal semblable au bruit par ses caractéristiques, il satisfait plusieurs des tests standards de la statistique aléatoire. Chaque satellite GPS possède un code PRN permettant de l'identifier en se basant sur la technique CDMA. Le code pseudo-aléatoire se compose d'une séquence déterministe d'impulsions périodiques. Chaque code est caractérisé par une longueur de 1023 bits correspondant à une durée de 1 ms, et es transmis à une fréquence de 1.023 Mhz.

Pour générer une séquence pseudo-aléatoire, nous utilisons un registre à décalage ayant un nombre de cases n qui est lié à la longueur de la séquence désirée L selon la formule suivante :

$$L = 2^{n} - 1$$

La séquence obtenue est appelée code à longueur maximale où il y a  $2^{n-1}$  de 1 et  $2^{n-1} - 1$  de 0.

La sortie du registre à décalage est généralement récupérée à la dernière case. La valeur de chaque chip se présentant à la sortie est parfaitement déterministe mais le code obtenu à la fin semble obéir aux lois aléatoires.

En utilisant deux registres à décalage, et en additionnant en modulo 2 les deux séquences des deux registres, chip à chip, nous obtiendrons une nouvelle séquence ayant des propriétés de corrélations différentes. Ce genre de codes est appelé codes de GOLD.

Les codes basés sur la combinaison de deux séquences binaires générées par deux registres à décalage, présentent d'excellentes caractéristiques de corrélation qui font leur point fort.

Le code C/A est généré à partir de deux registres à décalage de dix étages appelés LFSR (Linear Feedback Shift Register). Ces deux registres produisent deux polynômes générateurs :

$$G_1 = 1 + x^3 + x^{10}$$
  
$$G_2 = 1 + x^2 + x^3 + x^6 + x^8 + x^9 + x^{10}$$

Les deux registres  $G_1$  et  $G_2$  sont initialisés à : 1111111111.

La sortie du deuxième registre G<sub>2</sub> provient d'une sélection de deux cases de ce registre et sera additionnée avec la sortie du premier registre G<sub>1</sub> pour

produire l'un des trente-six codes possibles. Le schéma de la figure I.1 présente le générateur du code C/A.





Figure I.1. Le générateur du code C/A.

C'est le choix de la combinaison des deux étages de sortie du registre G<sub>2</sub> (Sélecteur de prise de code) qui produit l'ensemble de la famille des 37 codes C/A possibles. Un sous-ensemble des 32 premiers codes PRN est affecté nominalement aux 24 satellites de la constellation et réutilisé quand les vieux satellites sont en fin de vie et de nouveaux satellites sont lancés. Les codes 33 à 37 sont réservés pour d'autres usages, y compris les émissions au sol. Le tableau I.1 donne l'assignation des codes C/A pour l'ensemble des satellites GPS :

Numéro du satellite	Numéro du code PRN	Sélecteur de prise de		
		code		
1	1	2 🕀 6		
2	2	3 🕀 7		
3	3	4 🕀 8		
4	4	5 🕀 9		
5	5	1 🕀 9		
6	6	2 🕀 10		
7	7	1 🕀 8		
8	8	2 🕀 9		
9	9	3 🕀 10		
10	10	2 🕀 3		
11	11	3 🕀 4		
12	12	5 🕀 6		
13	13	6 🕀 7		
14	14	7 🕀 8		
15	15	8 🕀 9		
16	16	9 🕀 10		
17	17	1 🕀 4		
18	18	2 🕀 5		
19	19	3 ⊕ 6		
20	20	4 🕀 7		
21	21	5 🕀 8		
22	22	6 🕀 9		
23	23	1 🕀 3		
24	24	4 🕀 6		
25	25	5 🕀 7		
26	26	6 🕀 8		
27	27	7 🕀 9		
28	28	8 🕀 10		
29	29	1 🕀 6		
30	30	2 🕀 7		
31	31	3 🕀 8		
32	32	4 🕀 9		
-	33	5 🕀 10		
-	34	4 🕀 10		
-	35	1 🕀 7		
-	36	2 🕀 8		
-	37	4 🕀 10		

## Tableau I.1. Assignation des codes C/A pour les satellites GPS.

#### Annexe I. 2 : Modulations des nouveaux signaux GNSS GPS et Galileo

La bande de fréquence allouée pour les systèmes de navigation par satellites est la bande L(1164-1610 MHZ), elle est actuellement partagée par les systèmes GPS, GLONASS et Galileo. Le développement de nouveaux signaux GNSS et la modernisation des systèmes existants a créé des problèmes de saturation spectrale. Le GPS et Galileo cohabite dans les bandes de fréquences L1 et L5. Dans la bande L1 (1575.42 Mhz) le signal Galileo destiné au service ouvert E1 partage la même bande de fréquence avec l'actuel signal GPS L1. Le signal Galileo E5 occupera une bande de fréquence qui sera aussi partagée par le nouveau signal GPS L5 ainsi que le signal Glonass. La naissance de la modulation BOC (Binary Offset Carrier) a pu résoudre ce problème de la saturation spectrale.

La modulation BOC est caractérisée par un spectre composé de deux lobes principaux décalés symétriquement par rapport à la fréquence centrale de la porteuse qui pourra être utilisée par plusieurs systèmes sans problèmes d'interférences avec la possibilité de la réalisation de récepteurs hybrides. La modulation BOC représente un apport d'une nouvelle technique de modulation en introduisant une sous porteuse de type rectangulaire, en vue d'une meilleure utilisation de la bande fréquentielle allouée.

La modulation BOC sera utilisé pour le nouveau signal GPS L1C ainsi que pour les nouveaux signaux militaires sur les bandes L1 et L2. Pour le système Galileo, la modulation BOC sera utilisée pour tous ses signaux exceptés pour le signal destiné au service commercial E6. Galileo E1 et E6.

Le principe de base de la modulation BOC Pour illustrer la modulation BOC, il est nécessaire de définir un signal s(t) qui modulera une porteuse rectangulaire avec une puissance nominale  $P_s$  soit :

$$s(t) = \sqrt{2P_s}e(t) \tag{1.1}$$

Avec:  $e(t) \in \{+1, -1\}$ 

e(t) contient les données d(t) transmises avec la fréquence  $f_d$  multiplié par une séquence PRN c(t) à la fréquence  $f_c$  tel que  $f_c > f_d$ ; soit :

$$e(t) = d(t).c(t)$$
  

$$d(t), c(t) \in \{+1, -1\}$$
(1.2)

Le signal BOC modulé est obtenu en multipliant le signal s(t) par la sous porteuse rectangulaire de fréquence  $f_{sub}$ , soit :

$$S_{BOC}(t) = s(t).sign[sin(2\pi f_{sub}t)]$$
(I.3)

Cette modulation est notée BOC (m, n), où :

- 'm'est la fréquence de la sous porteuse f<sub>sub</sub> normalisée par la fréquence de référence f<sub>0</sub>=1.023Mhz.
- 'n' note la fréquence du code f<sub>c</sub> normalisée à la fréquence fondamentale f<sub>0</sub>.

A partir de la modulation BOC plusieurs variantes se sont développées. La modulation CBOC caractérisée par le décalage duspectrevers leshautes ou les basses fréquences s'obtient de la même manière que pour la modulation BOC, mais cette fois ci la sous porteuse est complexe. Le signal CBOC peut s'écrire comme suit :

$$S_{CBOC} = s(t) \cdot \left\{ sign\left[ \cos\left(2\pi f_{sub}t\right) \right] + jsign\left[ \sin\left(2\pi f_{sub}t\right) \right] \right\}$$
(1.4)

Par ce principe le principe des deux lobes du spectre BOC peuvent contenir des informations différentes. La modulation AltBoc exploite l'avantage de cette idée; transmettre des informations en utilisant quatre canaux ( $E_{5a-I}$ ,  $E_{5a-Q}$ ,  $E_{5b-I}$  and  $E_{5b-Q}$ ) qui seront décalés en deux lobes (E5a and E5b), tel que chaque lobe contient deux canaux qui sont en phase et en quadrature.

Les composantes du signal E5 sont générées comme suit

- e<sub>E5a-I</sub>: issu des données de navigation (F/NAV) D<sub>E5a-I</sub> modulé avec le code C<sub>E5a-I</sub>.
- e<sub>E5a-Q</sub>: (canal pilote) du code C<sub>E5a-Q</sub>.
- e<sub>E5b-I</sub>: obtenu à partir des données de navigation (I/NAV) D<sub>E5b-I</sub> modulé avec le code C<sub>E5b-I</sub>.
- e<sub>E5b-Q</sub>: (canal pilote) du code C<sub>E5b-Q</sub>.

Ces composantes sont définies comme suit :

$$e_{E5a-I}(t) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \left[ C_{E5a-I, |i|_{L_{E5a-I}}} d_{E5a-I, [i]_{DC_{E5a-I}}} \operatorname{rect}_{T_{C, E5a-I}}(t - iT_{C, E5a-I}) \right]$$
(1.5)

$$e_{E5a-Q}(t) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \left[ C_{E5a-Q, |i|_{L_{E5a-Q}}} rect_{T_{C,E5a-Q}}(t-iT_{C,E5a-Q}) \right]$$
(I.6)

$$e_{E5b-I}(t) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \left[ C_{E5b-I,|i|_{L_{E5b-I}}} d_{E5b-I,[i]_{DC_{E5b-I}}} \operatorname{rect}_{T_{C,E5b-I}}(t-iT_{C,E5b-I}) \right]$$
(1.7)

$$e_{E5b-Q}(t) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \left[ C_{E5b-Q,|i|_{L_{E5b-Q}}} rect_{T_{C,E5b-Q}}(t-iT_{C,E5b-Q}) \right]$$
(1.8)

Le signal E5 est généré en utilisant la modulation *AltBoc* avec une sous porteuse de fréquence 15.345Mhz, suivant l'expression 2.21 avec les composantes  $e_{E5a-I}$ ,  $e_{E5a-Q}$ ,  $e_{E5b-I}$ ,  $e_{E5b-Q}$ , sa forme est :

$$S_{E5}(t) = \frac{1}{2\sqrt{2}} \left( e_{E5a-I}(t) + je_{E5a-Q}(t) \right) \left[ sc_{E5-S}(t) - jsc_{E5-S}(t - \frac{T_{s,E5}}{4}) \right] + \frac{1}{2\sqrt{2}} \left( e_{E5b-I}(t) + je_{E5b-Q}(t) \right) \left[ sc_{E5-S}(t) + jsc_{E5-S}(t - \frac{T_{s,E5}}{4}) \right] + \frac{1}{2\sqrt{2}} \left( \overline{e}_{E5a-I}(t) + j\overline{e}_{E5a-Q}(t) \right) \left[ sc_{E5-P}(t) + jsc_{E5-P}(t - \frac{T_{s,E5}}{4}) \right] + \frac{1}{2\sqrt{2}} \left( \overline{e}_{E5b-I}(t) + j\overline{e}_{E5b-Q}(t) \right) \left[ sc_{E5-P}(t) - jsc_{E5-P}(t - \frac{T_{s,E5}}{4}) \right] + \frac{1}{2\sqrt{2}} \left( \overline{e}_{E5b-I}(t) + j\overline{e}_{E5b-Q}(t) \right) \left[ sc_{E5-P}(t) - jsc_{E5-P}(t - \frac{T_{s,E5}}{4}) \right]$$

Les signaux  $\overline{e}_{_{E5a-I}}$ ,  $\overline{e}_{_{E5a-Q}}$ ,  $\overline{e}_{_{E5b-I}}$  et  $\overline{e}_{_{E5b-Q}}$  sont donnés par :

$$\overline{e}_{E5a-I} = e_{E5a-Q} e_{E5b-I} e_{E5b-Q} \qquad \overline{e}_{E5b-Q} = e_{E5b-Q} e_{E5a-I} e_{E5a-Q}$$
(1.10)  
$$\overline{e}_{E5b-Q} = e_{E5a-I} e_{E5b-I} e_{E5b-Q} \qquad \overline{e}_{E5b-Q} = e_{E5b-I} e_{E5a-I} e_{E5a-Q}$$

Les sous-porteuses  $sc_{E5-S}$  et  $sc_{E5-P}$  sont choisies de telle sorte à obtenir un signal à enveloppe constante et sont données par :

$$sc_{E5-S}(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} AS_{|i|_{8}} rect_{T_{S,E5}/8} \left( t - iT_{S,E5} / 8 \right)$$

$$sc_{E5-P}(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} AP_{|i|_{8}} rect_{T_{S,E5}/8} \left( t - iT_{S,E5} / 8 \right)$$
(I.11)

Les coefficients  $AS_i$  et  $AP_i$  sont donnés dans le tableau suivant :

i	0	1	2	3	4	5	6	7
$2 AS_i$	$\sqrt{2} + 1$	1	-1	$-\sqrt{2}-1$	$-\sqrt{2}-1$	-1	1	$\sqrt{2}+1$
$2 AP_i$	$-\sqrt{2}+1$	1	-1	$-\sqrt{2}-1$	$\sqrt{2} - 1$	-1	1	$-\sqrt{2}+1$

Tableau. I.2 : Coefficients des sous porteuses du AltBoc E5
Le tableau I.3 résume tous les signaux GPS et GNSS, leurs fréquences de porteuses ainsi que les modulations associées.

Système	Bande de	Fréquence de	Signal	Modulation
	fréquence	la porteuse		
GPS			C/A	BPSK(1)
			P(Y)	BPSK(10)
	L1	1575.42 MHz	L1C	ТМВОС
			М	BOC(10,5)
	L2	1227.62 MHz	P(Y)	BPSK(10)
			L2C	BPSK(1)
			М	BOC(10,5)
	L5	1176.45 MHz	L5	BPSK(10)
Galileo	E1	1575.42 MHz	E1 OS	CBOC
			PRS	BOC(15,2.5)
	E6	1278.75 MHz	CS	BPSK(5)
			PRS	BOC((10,5)
	E5	1191.795 MHz	E5a et E5b	AltBoc(15,10)

Tableau I.3. Modulations des signaux GPS et Galileo.

### ANNEXE II.1: Les canaux de transmission

#### 1. Canal à bruit additif blanc Gaussien

Le canal à bruit additif Gaussien est le canal le plus utilisé dans les systèmes de transmission et aussi un des plus faciles à générer et à analyser. Ce bruit modélise tous types de bruits (bruit thermique dû aux imperfections des équipements bruits d'antennes,...). Dans ce type de canal le signal utile est considéré d'amplitude déterministe, la composante aléatoire caractérise le bruit additif qui s'ajoute au signal utile.

Le signal reçu s'écrit sous la forme :

$$r(t) = s(t) + \eta(t) \tag{II.1}$$

où  $\eta(t)$  est le bruit, considéré un processus aléatoire gaussien de moyenne nulle, de variance  $\sigma_n^2$  et de densité spectrale de puissance  $\frac{N_0}{2}$ .

La densité de probabilité conditionnelle de r(t) est donnée par l'expression :

$$f(r/s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_n^2}} e^{-\left(\frac{(r-s)^2}{2\sigma_n^2}\right)}$$
(II.2)

#### 2. Canal à évanouissement

Pour caractériser les communications compte tenue des différents phénomènes de propagation et de transmission affectant le signal durant son trajet de l'émetteur vers le récepteur, générant les phénomènes d'atténuations et d'évanouissements, un modèle de canal plus élaboré est nécessaire. Ces phénomènes sont principalement dus à un environnement de propagation riche en échos et donc caractérisé par de nombreux multi-trajets et parfois au mouvement relatif entre l'émetteur et le récepteur entraînant des variations temporelles du canal. Le phénomène de multi-trajets se produit quand le signal utile se propage par plusieurs chemins de l'émetteur au récepteur. Deux phénomènes résultent des phénomènes de propagation et permettent de définir les catégories des canaux à évanouissement. L'étalement temporel  $T_m$  est défini comme étant la différence entre le grand retard mis par une des répliques du signal reçues et le délai le plus court, puisque dans un canal à évanouissement le signal reçu sera composé de plusieurs signaux reçus à des retards différents. Chaque canal peut être caractérisé par l'étalement temporel qui dépend des objets réfléchissants et les distances qui les séparent du récepteur.

Si l'étalement temporel est supérieur ou égal à la durée de symbole  $T_s$  le canal est appelé canal à large bande, et il est à bande étroite dans le cas contraire. Si la bande du signal transmis  $B_s$  est inférieure à la bande de cohérence du signal  $B_c$  qui correspond à la bande de fréquence où les amplitudes du signal ont des atténuations proches, le canal est dit non sélectif en fréquence, si par contre plusieurs composantes fréquentielles subissent des atténuations différentes le canal devient sélectif en fréquence.

Sous l'effet de l'effet Doppler causé par le mouvement relatif entre l'émetteur et le récepteur, un décalage fréquentiel se produit et cause une augmentation de la fréquence occupée par le signal. Ce phénomène est caractérisé par le décalage fréquentiel, défini par analogie au décalage temporel par l'écart entre le plus grand et le plus petit écart en fréquence entre les trajets multiples B<sub>m</sub>. De la même manière que pour l'étalement temporel, on définit le temps de cohérence d'un canal T<sub>c</sub> durant lequel les distorsions du signal restent négligeables dans le temps et définir aussi la sélectivité du canal dans le domaine temporel.

#### II.3. Canal à trajets multiples :

Quand la durée d'un symbole est très inférieure au temps de cohérence du canal, c'est-à-dire que le signal ne varie pas durant la durée d'un symbole, le signal subit des évanouissements lents. En considérant le bruit additif Gaussien  $\eta(t)$ , le signal reçu avec L<sub>T</sub> trajets d'amplitude  $\alpha_i$  et le retard  $\tau_i$  sera de la forme :

$$r(t) = \sum_{i=0}^{L_T - 1} \alpha_i s(t - \tau_i) + \eta(t)$$
(II.3)

La phase de  $\alpha_i$  est une variable aléatoire uniformément distribuée sur [0, 2 $\pi$ ], la loi de distribution de son module varie en fonction de l'environnement de propagation. Si le modèle considère qu'il n'y a pas de trajet direct, le module de  $\alpha_i$  suit une loi de Rayleigh, dans le cas contraire le canal est un canal de Rice.

## ANNEXE III.1: Acquisition des nouveaux signaux GNSS

Les signaux GNSS modernes sont composés de deux composants, le canal de données et le canal pilote. Le premier contient le message de navigation et le deuxième ne contient pas de données mais seulement les codes, ce dernier est utilisé pour déterminer les pseudos distances, permettant des temps d'intégration importants. Le seul inconvénient d'avoir un canal pilote et un canal de données est qu'en traitant les deux canaux séparément, la moitié de la puissance est perdue. Il est cependant possible d'exploiter la puissance totale issue des deux canaux, cela en combinant les deux canaux pilote et données au niveau de l'étage d'acquisition. En effet, le fait d'avoir deux canaux laisse le champ de développer les techniques d'acquisition très large.

L'acquisition est possible sur un seul canal (canal pilote généralement) évitant ainsi le problème des transitions causées par les bits de données. D'un point statistique, cette méthode correspond à la technique d'acquisition conventionnelle. Les deux canaux pourraient être combinés au niveau de l'étage d'acquisition avec une combinaison non cohérente où les sorties des deux corrélateurs des canaux des données et pilote seront additionnées (Figure III.1). Une des techniques récemment développée dans la littérature pour l'acquisition des signaux GNSS est la combinaison cohérente des deux canaux et ce en multipliant le signal reçu par deux codes locaux générés en combinant les deux codes pilote et données (Figure III.2).

Pour la technique de la combinaison non cohérente la variable de décision finale est la somme de quatre variables aléatoires Gaussiennes centrées sous l'hypothèse nulle et non centrées quand le signal est présent et est bien aligné en fréquence et en temps, soit :

$$S(\tau, F_D) = Y_{D,I}^2(\tau, F_D) + Y_{D,Q}^2(\tau, F_D) + Y_{P,I}^2(\tau, F_D) + Y_{P,Q}^2(\tau, F_D)$$
(III.1)

Dans ce cas, la variable  $S(\tau, F_D)$ est de distribution  $\chi^2$  de quatre degrés de liberté. Quand le signal reçu et le signal généré localement sont alignés, c'est-àdire, sous l'hypothèse H<sub>1</sub>,  $S(\tau, F_D)$ est non centrée. La fonction de densité de probabilité est donnée par :

$$f_1(s) = \frac{1}{2\sigma_n^2} \sqrt{\left(\frac{s}{\lambda}\right)} \exp\left(-\frac{s+\lambda}{2\sigma_n^2}\right) I_1\left(\frac{\sqrt{s\lambda}}{\sigma_n^2}\right)$$
(III.2)

Le paramètre de non centralité est égal à  $2\lambda$  avec  $\lambda = \frac{A^2}{4}$ .

La fonction  $I_1(.)$  est la fonction de Bessel de type 1 et d'ordre 1.

Sous l'hypothèse H<sub>0</sub>,  $S(\tau, F_D)$ est une loi  $\chi^2$  centrée. La fonction de densité de probabilité est donnée par :

$$f_0(s) = \frac{1}{4\sigma_n^4} s \exp\left(-\frac{s}{2\sigma_n^2}\right)$$
(III.3)

En considérant ces résultats les probabilités de fausse alarme et de détection sont :

$$P_{fa}(\beta) = \int_{\beta}^{\infty} f_0(s) ds = \int_{\beta}^{\infty} \frac{1}{4\sigma_n^4} s \exp\left(-\frac{s}{2\sigma_n^2}\right) = \exp\left\{-\frac{\beta}{2\sigma_n^2}\right\} \left(1 + \frac{\beta}{2\sigma_n^2}\right)$$
(III.4)

$$P_{d}(\beta) = \int_{\beta}^{\infty} f_{1}(s) ds = \int_{\beta}^{\infty} \frac{1}{2\sigma_{n}^{2}} \sqrt{\left(\frac{s}{\lambda}\right)} \exp\left(-\frac{s+\lambda}{2\sigma_{n}^{2}}\right) I_{1}\left(\frac{\sqrt{s\lambda}}{\sigma_{n}^{2}}\right) = Q_{2}\left(\sqrt{\frac{A}{2\sigma_{n}^{2}}}, \sqrt{\frac{\beta}{\sigma_{n}^{2}}}\right)$$
(III.5)



Figure III.1. Acquisition avec combinaison non cohérente d'un signal GNSS[25].

Pour l'acquisition cohérente la variable de décision est le maximum entre les deux corrélations réalisées avec les codes  $C_d[n] + jC_p[n]$  et  $C_d[n] - jC_p[n]$ , soit :

$$S(\tau, F_{D}) = \max\left\{ \left| Y^{+}(\tau, F_{D}) \right|^{2}, \left| Y^{-}(\tau, F_{D}) \right|^{2} \right\}$$
(III.6)

Où :

$$Y^{+}(\tau, F_{D}) = Y_{D}(\tau, F_{D}) + jY_{P}(\tau, F_{D})$$
  
=  $\left[Y_{D,I}(\tau, F_{D}) + jY_{D,Q}(\tau, F_{D})\right] + j\left[Y_{P,I}(\tau, F_{D}) + jY_{P,Q}(\tau, F_{D})\right]$  (III.7)

$$Y^{-}(\tau, F_{D}) = Y_{D}(\tau, F_{D}) - jY_{P}(\tau, F_{D})$$

$$= \left[Y_{D,I}(\tau, F_{D}) + jY_{D,Q}(\tau, F_{D})\right] - j\left[Y_{P,I}(\tau, F_{D}) + jY_{P,Q}(\tau, F_{D})\right]$$
(III.8)

Sous l'hypothèse H<sub>0</sub>, la probabilité de fausse alarme peut se calculer comme suit :

$$P_{fa} = P(s > \beta, H_0) = P\left(\max\left\{\left|Y^{+}(\tau, F_D)\right|^2, \left|Y^{-}(\tau, F_D)\right|^2\right\} > \beta, H_0\right)$$
  
=  $1 - P\left(\max\left\{\left|Y^{+}(\tau, F_D)\right|^2, \left|Y^{-}(\tau, F_D)\right|^2\right\} < \beta, H_0\right)$  (III.9)  
=  $1 - P\left(\left|Y^{+}(\tau, F_D)\right|^2 < \beta, H_0\right) P\left(\left|Y^{-}(\tau, F_D)\right|^2 < \beta, H_0\right)$ 

Avec :

$$P(|Y^{+}(\tau, F_{D})|^{2} < \beta, H_{0}) = P(|Y^{-}(\tau, F_{D})|^{2} < \beta, H_{0}) = \int_{0}^{\beta} f_{0}(s) ds$$
(III.10)

Les variables  $Y^+(\tau, F_D)$  et  $Y^-(\tau, F_D)$  sont la somme des carrées de deux variables aléatoires gaussiennes, elles suivront alors une loi de khi2 centrée à deux degrés de liberté.

Après développement et intégration, la probabilité de fausse alarme s'obtient comme suit :

$$P_{fa} = 1 - \left(1 - \exp(-\frac{\beta}{4\sigma_n^2})\right)^2$$
(III.11)

Sous l'hypothèse H<sub>1</sub>, les variables  $Y^+(\tau, F_D)$  et  $Y^-(\tau, F_D)$  ne sont plus centrées, et la variable de décision  $S(\tau, F)$  est le maximum entre deux variables aléatoires centrée et non centrée.

En se référant à [45], et après intégration, la probabilité de détection est donnée par :

$$P_{d} = 1 - \left(1 - \exp\left(-\frac{\beta}{4\sigma_{n}^{2}}\right)\right) \left(1 - Q_{1}\left(\sqrt{\frac{4\lambda}{2\sigma_{n}^{2}}}, \sqrt{\frac{\beta}{2\sigma_{n}^{2}}}\right)\right)$$
(III.12)

La figure III.3 montre la comparaison en termes de performance de détection entre les deux techniques ainsi que l'acquisition à canal unique conventionnelle. L'acquisition du canal unique était la plus mauvaise, ce qui est explicable par le fait que la puissance était divisée en deux, en deuxième lieu l'acquisition non cohérente et enfin l'acquisition cohérente est la meilleure de toutes les trois méthodes.



Figure III.2. Acquisition cohérente d'un signal GNSS [25].



Figure III.3 : Comparaison entre l'acquisition à canal unique et techniques de combinaison cohérente et non cohérente pour les signaux GNSS.

# ANNEXE IV.1: Probabilités de détection et de fausses alarmes pour la détection collective avec CFAR

Dans cette annexe nous allons démontrer les formules analytiques des probabilités de détection et de fausses alarmes pour la détection collective adaptative proposées (équations IV.32 et IV.33), soit l'évaluation des deux intégrales suivantes :

$$P_{fa_{k}} = \int_{0}^{\infty} \frac{1}{2\sigma_{n}^{2}\Gamma(Mk)} \left(\frac{z}{2\sigma_{n}^{2}}\right)^{Mk-1} e^{-\frac{z}{2\sigma_{n}^{2}}} \int_{TZ}^{\infty} \frac{1}{2\sigma_{n}^{2}\Gamma(k)} \left(\frac{s}{2\sigma_{n}^{2}}\right)^{k-1} e^{-\frac{s}{2\sigma_{n}^{2}}} ds dz$$
(IV.1)

$$P_{d_{-k}} = \int_{0}^{\infty} \frac{1}{2\sigma_{n}^{2}\Gamma(Mk)} \left(\frac{z}{2\sigma_{n}^{2}}\right)^{Mk-1} e^{-\frac{z}{2\sigma_{n}^{2}}} \int_{TZ}^{\infty} \frac{1}{2\sigma_{n}^{2}\Gamma(k)} \left(\frac{s}{2\sigma_{n}^{2}(1+\mu)}\right)^{k-1} e^{-\frac{s}{2\sigma_{n}^{2}(1+\mu)}} ds dz$$
(IV.2)

Soit :

$$I_{Pfa_k} = \int_{TZ}^{\infty} \frac{1}{2\sigma_n^2 \Gamma(k)} \left(\frac{s}{2\sigma_n^2}\right)^{k-1} e^{-\frac{s}{2\sigma_n^2}}$$
(IV.3)

$$I_{Pd_k} = \int_{TZ}^{\infty} \frac{1}{2\sigma_n^2 \Gamma(k)} \left( \frac{s}{2\sigma_n^2 (1+\mu)} \right)^{k-1} e^{-\frac{s}{2\sigma_n^2 (1+\mu)}}$$
(IV.4)

Nous utilisons l'approximation suivante [45] :

$$\int_{TZ}^{\infty} \frac{1}{2\sigma_n^2 \Gamma(k)} \left(\frac{s}{2\sigma_n^2}\right)^{k-1} e^{-\frac{s}{2\sigma_n^2}} ds = e^{-\frac{TZ}{2\sigma_n^2}} \sum_{i=0}^{k-1} \frac{1}{i!} \left(\frac{TZ}{2\sigma_n^2}\right)^i$$
(IV.5)

+ <u>k=1</u>

En utilisons IV.4, nous aurons :

$$I_{Pfa_{-1}} = e^{-\frac{TZ}{2\sigma_n^2}}$$
(IV.6)

En remplaçant IV.5 dans IV.4, nous aurons :

$$P_{fa_{-1}} = \frac{1}{\left(2\sigma_{n}^{2}\right)^{M}} \Gamma(M) \int_{0}^{\infty} Z^{M-1} e^{-\frac{z}{2\sigma_{n}^{2}}} e^{-\frac{TZ}{2\sigma_{n}^{2}}} dz$$
  
$$= \frac{1}{\left(2\sigma_{n}^{2}\right)^{M}} \Gamma(M) \int_{0}^{\infty} Z^{M-1} e^{-\frac{1}{2\sigma_{n}^{2}}(1+T)Z} dz$$
 (IV.7)

Sachant que :

$$\int_{0}^{\infty} x^{n} e^{-ax} dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$$
(IV.8)

Nous aurons :

$$P_{fa_{-1}} = \frac{1}{\left(2\sigma_{n}^{2}\right)^{M}} \Gamma(M) \cdot \frac{(M-1)!}{\left(\frac{1}{2\sigma_{n}^{2}}\right)^{M}} \left(1+T\right)^{M}}$$

$$= (1+T)^{-M}$$
(IV.9)

Pour la probabilité de détection, nous aurons :

$$I_{Pd_{-1}} = e^{-\frac{TZ}{2\sigma_n^2(1+\mu)}}$$
(IV.10)

La probabilité de détection est donnée alors par :

$$P_{d_{-1}} = \frac{1}{\left(2\sigma_{n}^{2}\right)^{M}} \Gamma(M) \int_{0}^{\infty} Z^{M-1} e^{-\frac{z}{2\sigma_{n}^{2}}} e^{-\frac{TZ}{2\sigma_{n}^{2}(1+\mu)}} dz$$

$$= \frac{1}{\left(2\sigma_{n}^{2}\right)^{M}} \Gamma(M) \int_{0}^{\infty} Z^{M-1} e^{-\frac{1}{2\sigma_{n}^{2}} \left(1 + \frac{T}{(1+\mu)}\right)^{Z}} dz$$

$$= \frac{1}{\left(2\sigma_{n}^{2}\right)^{M}} \Gamma(M) \cdot \frac{(M-1)!}{\left(\frac{1}{2\sigma_{n}^{2}}\right)^{M}} \left(1 + \frac{T}{(1+\mu)}\right)^{M}$$

$$= \left(1 + \frac{T}{(1+\mu)}\right)^{-M}$$
(IV.11)

La probabilité de fausses alarmes est donnée alors par :

$$P_{fa_{1}} = (1+T)^{-M}$$
 (IV.12)

Ce qui confirme qu'il s'agit bien d'un seuil adaptatif de type CFAR.

+ <u>k=2</u>

En remplaçant la valeur de k dans l'équation IV.3, nous aurons :

$$I_{Pfa_2} = e^{-\frac{TZ}{2\sigma_n^2}} \left(1 + \frac{TZ}{2\sigma_n^2}\right)$$
(IV.13)

La probabilité de fausses alarmes sera obtenue en utilisant l'intégration par partie. Le premier terme n'est que la probabilité de fausses alarmes pour k=1, nous pouvons alors écrire :

$$P_{fa_{2}} = P_{fa_{1}} + \frac{1}{\left(2\sigma_{n}^{2}\right)^{2M}} \Gamma\left(2M\right) \int_{0}^{\infty} Z^{2M-1} e^{-\frac{z}{2\sigma_{n}^{2}}} e^{-\frac{TZ}{2\sigma_{n}^{2}}} \cdot \frac{TZ}{2\sigma_{n}^{2}} dZ$$
(IV.14)

Après développement de l'intégrale restante dans l'équation nous aurons :

$$P_{fa_{2}} = P_{fa_{1}} + \frac{T}{\left(2\sigma_{n}^{2}\right)^{2M+1}}\Gamma\left(2M\right)^{\circ}_{0} Z^{2M}e^{-\frac{1}{2\sigma_{n}^{2}}\left(1+T\right)Z}dZ$$

$$= \left(1+T\right)^{-M} + \frac{1}{2}\left(2M+1\right).\left(1+T\right)^{-2M}.\left(1+\frac{T}{1+T}\right)$$
(IV.15)

Nous procédons de la même manière pour la probabilité de détection, nous aurons, la forme finale de la probabilité de détection est :

$$P_{d_{2}} = \left(1 + \frac{T}{1 + \mu}\right)^{-M} + \frac{1}{2}\left(2M + 1\right) \cdot \left(1 + \frac{T}{1 + \mu}\right)^{-2M} \cdot \left(1 + \frac{T}{1 + T + \mu}\right)$$
(IV.16)

## + <u>k=3</u>

Nous suivrons la même démarche pour les deux cas précédents, nous obtiendrons, la probabilité de fausses alarmes sera :

$$P_{fa_{-3}} = \frac{1}{\left(2\sigma_n^2\right)^{3M}} \Gamma\left(3M\right) \int_0^\infty Z^{3M-1} e^{-\frac{z}{2\sigma_n^2}} e^{-\frac{TZ}{2\sigma_n^2}} \left(1 + \frac{TZ}{2\sigma_n^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{TZ}{2\sigma_n^2}\right)^2\right) dz$$
(IV.17)

Nous aurons après quelques manipulations :

$$P_{fa_{3}} = (1+T)^{-M} + \frac{1}{2}(2M+1)(1+T)^{-2M} \cdot \left(1+\frac{T}{1+T}\right) \dots + \frac{1}{6}(3M+1)(3M+2)(1+T)^{-3M} \cdot \left(1+\frac{T}{1+T}\right)^{2}$$
(IV.18)

De même pour la probabilité de détection, nous aurons :

$$P_{d_{3}} = (1+T)^{-M} + \frac{1}{2}(2M+1)\left(1+\frac{T}{1+\mu}\right)^{-2M} \cdot \left(1+\frac{T}{1+T+\mu}\right) \cdots + \frac{1}{6}(3M+1)(3M+2)\left(1+\frac{T}{1+\mu}\right)^{-3M} \cdot \left(1+\frac{T}{1+T+\mu}\right)^{2}$$
(IV.19)

Nous avons développé le cas suivant pour k = 4 pour enfin aboutit aux formules généralisées suivantes :

$$P_{fa,CFAR,k} = \sum_{i=1}^{k} \frac{1}{i!} \frac{\Gamma(kM+i-1)}{\Gamma(kM)} \cdot \left(1+T\right)^{-iM} \cdot \left(1+\frac{T}{1+T}\right)^{i-1}$$
(IV.20)

Et :

$$P_{d,CFAR,k} = \sum_{i=1}^{k} \frac{1}{i!} \frac{\Gamma(kM+i-1)}{\Gamma(kM)} \cdot \left(1 + \frac{T}{1+\mu}\right)^{-iM} \cdot \left(1 + \frac{T}{1+T+\mu}\right)^{i-1}$$
(IV.21)

Ces formules sont illustrées par les figures correspondantes au niveau du chapitre IV, de plus, elles sont validées par des simulations de types Monte-Carlo.



## **REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES**

- [01]. El-Rabbany.A, "Introduction to GPS: The Global Positioning System", Artech House, ISBN 1-58053-183-0, 2002.
- [02]. Peter J.G.Teunissen, Oliver Montenburk (Eds), "Handbook of Global Navigation Satellite system", Springer, e-ISBN: 978-3-319-42928-1, 2017.
- [03]. G.S.Rao, "Global Navigation Satellite System with essentials of satellite communication", Tata McGraw- Hill, ISBN: 978-0-07-070029-1, 2010.
- [04]. "The Almanac, Orbit Data and Resources on Active GNSS Satellites", GPS World, August 2015.
- [05]. Steven C, Fisher and Kamran Ghassemi, "GPS IIIF- The Next Generation", Proceedings Of The IEEE, Vol. 87, No. 1, January 1999.
- [06]. Jacek Januszewski, "New satellite navigation systems and moderenization of current systems, why and for whom?, "Scientific Journals, Maritime University of Szczecin, 2012.
- [07]. https://www.gps.gov/
- [08]. Elliott D. Kaplan, Christopher J. Hegarty, "Understanding GPS, Principles and Applications, Second Edition", Artech House, ISBN: 1-58053-894-0, 2006.
- [09]. John T. Kelly, "SPS vs PPS, Why Military GPS Applications Require GPS", Proceedings of the 17<sup>th</sup> international Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation, 2004.
- [10]. Mohinder S. Grewal, Angus P. Andrews, and Chris G. Bartone, "Global Navigation Satellite Systems, Inertial Navigation, and Integration", Third Edition, Willey, ISBN: 978-1-118-44700-0, 2013.
- [11]. Col Matthew Smitham, "Global Positioning Systems Directorate", GPS Program Update to ION GNSS, 10 September 2014.
- [12]. Hofmann-Wellenhof Lichtenegger Wasle, "GNSS, Global Navigation Satellite Systems, GPS, Glonass, Galileo & more", Springer Wien New York, ISBN 978-3-211-73012-6, 2008.
- [13]. R.M. Alikan, H. Karaman & M.Sahin, "GPS, Galileo and Glonass Satellite Navigation Systems & GPS modernization", DOI: 0-7803-89/7-8/0, IEEE, 2005.

- [14]. Galileo Initial Services, European Commission Fact Sheet, , Brussels, 14 December 2016.
- [15]. G.W. Hein, T. Pany, "The European Satellite Navigation System Galileo", ID: 1007-1202(2003)02B-0517-12, Wuhan University Journal Of Natural Sciences, Vol. 8 No.2B 2003 517-528.
- [16]. European Space Agnecy
- [17]. Global Navigation Satellite System (GNSS) Manual, Second Edition, ICAO Doc 9849, June 2012.
- [18]. Joeao Pedro Duque Duarte, "Integrity Monitoring Techniques in GPS/Galileo", Instituto Superior Técnico, Lisboa, Portugal, May 2015.
- [19]. Guide For Ground Based Augmentation System Implementation, ICAO Doc, May 2013.
- [20]. James Bao-Yen Tsui, "Fundamentals of Global Positioning System Receivers: A Software Approach", John Wiley & Sons, ISBN 0-471-20054-9, 2000.
- [21]. John W.Betz, "Engineering Satellite-Based Navigation and Timing, Global Navigation SatelliteSystems, Signals, and Receivers", IEEE Press Editorial Board, ISBN: 978-1-118-61597-3, 2016.
- [22]. Fevzi Aytaç Kaya, Müzeyyen Sarıtaş, "A Computer Simulation Of Dilution Of Precision In The Global Positioning System Using Matlab".
- [23]. Frank van Diggelen, "A-GPS: Assisted GPS, GNSS, and SBAS", Artech House, ISBN-13: 978-1-59693-374-3, 2009.
- [24]. Kai Borre and al, "A Software-Defined GPS and Galileo Receiver A Single-Frequency Approach", ISBN-13: 978-0-8176-4540-3, 2007.
- [25]. Daniele Borio, "A Statistical Theory for GNSS Signal Acquisition", Doctoral thesis, Polytechnic Of Turin, Doctorate School, 2008.
- [26]. Myriam Foucras. Performance Analysis of Modernized GNSS Signal Acquisition. Engineering Sciences, [physics]. INP DE TOULOUSE, 2015.
- [27]. Myriam Foucras, Bertrand Ekambi, Fayaz Bacard, Olivier Julien, Christophe Macabiau, "Optimal GNSS Acquisition Parameters when Considering Bit Transitions", IEEE/ION PLANS 2014, Position Location and Navigation Symposium, May 2014, Monterey, United States.
- [28]. Kewen Sun, Letizia Lo Presti, "Channels Combining Techniques for a Novel Two Steps Acquisition of New Composite GNSS Signals in Presence of Bit Sign Transitions", DOI: 978-1-4244-5037-4/10, IEEE, 2010.

- [29]. B. Hofmann-Wellenhof, H. Lichtenegger, J. Collins, "Global Positioning System Theory and Practice", Fifth, revised edition, Springer, ISBN 978-3-7091-6199-9, 2001.
- [30]. G. Sateesh Kumar, G. Sasi Bhushana Rao, M. N. V. S. S. Kumar, "GPS Signal Short-Term Propagation Characteristics Modeling in Urban Areas for Precise Navigation Applications", Positioning, 2013, 4, 192-199.
- [31]. Ali Abdi, Cihan Tepedelenlioglu, Mostafa Kaveh, and Georgios Giannakis, "On the Estimation of the K Parameter for the Rice Fading Distribution", 92 IEEE Communications Letters, Vol. 5, No. 3, March 2001.
- [32]. Philippe Mary, "Etude analytique des performances des systèmes radiomobiles en présence d'évanouissements et d'effet de masque", Traitement du signal et de l'image, INSA de Lyon, 2008.
- [33]. Oliver Garcia, Angel Magallanes, Qin Hong Lei, "Coherent vs. Noncoherent Integration a Deal of Gain for GPS Weak Signal Acquisition", School of Electronic Information Engineering Beijing University of Aeronautics & Astronautics Beijing, China.
- [34]. Mohammad H. Zarrabizadeh and Elvino S. Sousa, "A Differentially Coherent PN Code Acquisition Receiver for CDMA Systems", IEEE Transactions On Communications, Vol. 45, No. 11, November 1997.
- [35]. Harald Elders-Boll, Uwe Dettmar, "Efficient Differentially Coherent Code/Doppler Acquisition of Weak GPS Signals", ISSSTA2004, Sydney, Australia, 30 Aug. 2 Sep. 2004.
- [36]. Andreas Schmid, André Neubauer, "Differential Correlation For Galileo/GPS Receivers", DOI: 0-7803-8874-7/05, IEEE, ICASSP 2005.
- [37]. Fabio Dovis and Tung Hai Ta, "High Sensitivity Techniques for GNSS Signal Acquisition, Global Navigation Satellite Systems: Signal, Theory and Applications, Prof. Shuanggen Jin (Ed.), ISBN: 978-953-307- 843-4, 2012.
- [38]. Surendran K. Shanmugam, John Nielsen and Gérard Lachapelle, "Enhanced Differential Detection Scheme for Weak GPS Signal Acquisition", ION GNSS 2007, Session C1, Fort Worth, TX, 26-29 September 2007.
- [39]. Frédéric Bastide, Olivier Julien, Christophe Macabiau, Benoit Roturier, "Analysis of L5/E5 acquisition, tracking and data demodulation thresholds", ION GPS 2002, 15th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation, Sep 2002, Portland, United States. pp 2196 -2207, 2002.

- [40]. C. Mongrédien, G. Lachapelle and M.E. Cannon, "Testing GPS L5 Acquisition and Tracking Algorithms Using a Hardware Simulator", ION GNSS 2006, Fort Worth TX, 26-29 September 2006.
- [41]. T.H. Ta, F. Dovis, D. Margaria, L.L. Presti, "Comparative study on joint data/pilot strategies for high sensitivity Galileo E1 open service signal acquisition", DOI: 10.1049/iet-rsn.2009.0256, IET Radar Sonar Navig., 2010, Vol. 4, Iss. 6, pp. 764–779.
- [42]. Daniele Borio, Cillian O'driscoll, Gerard Lachapelle, "Coherent, Noncoherent, and Differentially Coherent Combining Techniques for Acquisition of New Composite GNSS Signals", DOI: 0018-9251/09, IEEE Transactions On Aerospace and Electronic Systems Vol. 45, No. 3 July 2009.
- [43]. MESSALI Zoubeida, "Performances des Détecteurs Distribués CFAR Dans Un Clutter α-Stable Basés Sur des Méthodes de Prétraitement : La Transformée en Ondelettes et La Compression Non Linéaire ", Université De Constantine –Département D'électronique.
- [44]. Kamil Sh. Zigangirov, "Theory of Code Division Multiple Access Communication", ISBN 0-471-45712-4, Institute of Electrical and Electronics Engineers, 2004.
- [45]. Marvin K. Simon, "Probability Distributions Involving Gaussian Random Variables, A Handbook For Engineers And Scientists", ISBN: 978-0-387-47694-0, 2006.
- [46]. Vincent Heiries, Thomas Pany, Bernd Eissfeller, "Theory on Acquisition algorithms for indoor positioning", June 2014.
- [47]. Cillian O'Driscoll B.E. M.Eng.Sc, "Performance Analysis of the Parallel Acquisition of Weak GPS Signals", A Thesis Submitted to the National University of Ireland in Fulfillment of the Requirements for the Degree of Ph.D, January, 2007.
- [48]. Rethnakaran Pulikkoonattu, Markus Antweiler, "Analysis of Differential Non Coherent Detection Scheme for CDMA Pseudo Random (PN) code Acquisition", DOI: 0-7803-8408-3/04, IEEE ISSSTA2004, Sydney, Australia, 30 Aug. - 2 Sep. 2004.
- [49]. BENKRINAH Sabra, "La Synchronisation CFAR Dans Les Systèmes De Communications CDMA", thèse de doctorat, Université des Frères Mentouri Constantine, 2018.
- [50]. Latifa HACINI, "Schémas hybrides d'acquisition adaptative de codes PN pour des Communications DS-CDMA dans un Canal Rayleigh", thèse de doctorat, Université des Frères Mentouri Constantine, Juin 2012.
- [51]. Hong Gil Kim, lickho Song, Sun Yong Kim, Jung Hoon Lee, and Suk Chan Kim, "Adaptive Code Acquisition Using a GO-CFAR Processor in DS/CDMA

systems", DOI: 0-7803-5739-6/99, IEEE, 1999.

- [52]. Finn, H. M., and R. S. Johnson, "Adaptive Detection Mode with Threshold Control as a Function of Spatially Sampled Clutter-Level Estimates," RCA Review, Vol. 29, September 1968, pp. 414–64.
- [53]. Mourad Barkat, "Signal Detection and Estimation", Second Edition, Artech House, ISBN: 1-58053-070-2, 2005.
- [54]. Hansen, V. G., and J. H. Sawyers, "Detectability Loss Due to Greatest of Selection in a Cell-Averaging CFAR," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. AES-16, January 1980, pp. 115–118.
- [55]. Weiss, M., "Analysis of Some Modified Cell-Averaging CFAR Processors in Multiple Target Situations," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. AES-14, No. 1, 1982, pp. 102–114.
- [56]. Hermann Rohling, "Radar CFAR Thresholding in Clutter and Multiple Target Situations", DOI: 10.1109/TAES.1983.309350, IEEE, 1983.
- [57]. Paschalis C. Sofotasios, Sami Muhaidat, George K. Karagiannidis and Bayan S. Sharif, "Solutions to Integrals Involving the Marcum Q-Function and Applications", DOI: 10.1109/LSP.2015.2432064, IEEE Signal Processing Letters, 2015.
- [58]. George Dedes, Andrew G Dempster, "Indoor GPS Positioning Challenges and Opportunities".
- [59]. Ilir F. Progri, Matthew C. Bromberg, "Maximum-Likelihood GPS Parameter Estimation", NAVIGATION: Journal of The Institute of Navigation Vol. 52, No. 4, Winter 2005–2006.
- [60]. Hanaa Al Bitar-El Natour, Michel Monnerat, Anne-Christine Escher, Christophe Macabiau, Marie- Laure Boucheret, " A new algorithm to reduce AGPS acquisition TTFF", ION NTM 2006, National Technical Meeting of The Institute of Navigation, Jan 2006, Monterey, United States. pp 301 -311, 2006.
- [61]. DiEsposti, Raymond, "GPS PRN Code Signal Processing and Receiver Design for Simultaneous All-in-View Coherent Signal Acquisition and Navigation Solution Determination," Proceedings of the 2007 National Technical Meeting of The Institute of Navigation, San Diego, CA, January 2007, pp. 91-103.
- [62]. Pau Closas, Carles Fernández-Prades, and Juan A. Fernández-Rubio, " Maximum Likelihood Estimation of Position in GNSS", IEEE Signal Processing Letters, Vol. 14, No. 5, May 2007.
- [63]. Penina Axelrad, Ben K. Bradley, James Donna, Megan Mitchell, and Shan Mohiuddin, "Collective Detection and Direct Positioning Using Multiple GNSS Satellites", Navigation, Vol. 58, No. 4, Winter 2011.

- [64]. Joon Wayn Cheong, Jinghui Wu, Andrew G. Dempster, Chris Rizos, "Efficient Implementation of Collective Detection", International Global Navigation Satellite Systems Society IGNSS Symposium 2011, University of New South Wales, Sydney, NSW, Australia, 15 – 17 November, 2011.
- [65]. Joon Wayn Cheong, Andrew G. Dempster, Chris Rizos, "Hybrid of Collective Detection with Conventional Detection for Weak Signal Acquisition", International Global Navigation Satellite Systems Society IGNSS Symposium 2011 University of New South Wales, Sydney, NSW, Australia, 15 – 17 November 2011.
- [66]. Joon Wayn Cheong, "Towards Multi-Constellation Collective Detection for Weak Signals: A Comparative Experimental Analysis", University of New South Wales, Australia.
- [67]. Lakshay Narula, Keshava P. Singh, Mark G. Petovello, "Accelerated Collective Detection Technique for Weak GNSS Signal Environment", DOI: 978-1-4799-6004-0/14, IEEE ,UPINLBS 2014, Corpus Christi, Texas, Nov 20-21, 2014.
- [68]. Paulo Esteves, Mohamed Sahmoudi, Lionel Ries, " Collectice Detection of Multi-GNSS Signals", Inside GNSS, 2014.
- [69]. Penina Axelard, James Donna, Megan Mitchell, and Shan Mohiuddin, "Collective Detection, Enhancing GNSS Receiver Sensitivity by Combining Signals from Multiple Satellites", GPS World, January 2010.
- [70]. Paulo Alexandre Ferreira Esteves, "Techniques d'acquisition à haute sensibilité des signaux GNSS", thèse de Doctorat, Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace (ISAE), Université de Toulouse, Mai 2014.
- [71]. Elina Pajala, "Code-Frequency Acquisition Algorithms for BOC Modulated CDMA Signals with Applications in Galileo and GPS Systems", Master of Science Thesis, 2005.
- [72]. Md. Farzan Samad, "Effects of MBOC Modulation on GNSS Acquisition Stage", Master of Science Thesis, 2009.
- [73]. Albert H. Nuttall, "Some Integrals Involving the Q.Function", Naval Underwater Systems Center, 1972.
- [74]. Robert P. Dobrow, "Probability With Applications and R", Wiley & Sons, Inc, ISBN: 9781118241257, 2014.
- [75]. Christian Walck, "Hand-book on Statistical Distributions for experimentalists", 2007.
- [76]. K. Benachenhou, M. Hamadouche, A.Taleb-Ahmed, 'New formulation of GNSS acquisition with CFAR detection', International journal of satellite communications and networking, Wiley Online Library, DOI: 10.1002/sat.1177, 2016.

[77]. S. Dehouche, K.Benachenhou, 'Acquisition of the Galileo AltBoc signal with a fixed and adaptive threshold', Signal Processing and their Applications, 8th International Workshop, INSPEC 13779562, IEEE, 2013.