

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur
et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITE DE BLIDA

INSTITUT D'AERONAUTIQUE

Mémoire de Magister

Spécialité : Aéronautique

Option : Aérodynamique

Thème

ETUDE DES CARACTERISTIQUES AERODYNAMIQUES
DE LA COMBINAISON AILE-FUSELAGE
EN REGIME SUBSONIQUE
PAR LA METHODE DES SINGULARITES

Etudié par :

M^r Ahmed CHEGRANI

Présenté devant le Jury constitué :

D^r Z. YOUBI
D^r A. HAMOUR
D^r T. REZOUG
D^r M. HARHAD
D^r A. SOUABI

Maître de Conférences
Maître de Conférences
Chargé de Cours
Maître de Conférences
Maître de Conférences

Président
Rapporteur
Examineur
Examineur
Examineur

DEDICACE

Je dédie ce modeste travail à:

Mes parents bien aimés

Mes frères et sœurs

Mes amis

Ahmed Chegrani

Remerciements

Le travail qui fait l'objet de la présente thèse de Magister a été réalisé au centre de calcul de l'institut d'aéronautique de l'université de Blida.

Je tiens à exprimer mes sincères remerciements à:

D^r:A.HAMOUR: Maitre de conférences à l'université de Blida, sous la direction de qui ce travail a été effectué .Ses conseils, son aide et surtout sa façon d'analyser les faits de manière critique et concise m'ont permis de mener à bien cette thèse.

D^r:Z.YOUBI: Directeur de l'institut d'aéronautique et Maitre de conférences à l'université de Blida. Je le prie de bien vouloir accepter ici l'expression de ma profonde reconnaissance pour l'aide constante qu'il m'a apporté.

D^r:T.REZOUG: Directeur des études , pour la fructueuse discussion que nous avons eu ensemble sur des sujets aéronautiques et plus particulièrement sur l'aérodynamique expérimentale.

D^r:S.BERGUEL:Directeur de la post-graduation à l'institut d'aéronautique pour ses judicieux conseils et son constant soutientout au long de mon travail.

D^{rs}:M.HARHAD et A.SOUAHI qui ont répondu favorablement à l'évaluation de la présente thèse.

Messieurs les membres du jury qui ont accepté d'évaluer ce travail.

Tous ceux qui ont contribué, de près ou de loin à la réalisation de cette thèse. Finalement et à tous les professeurs qui ont été à la base de ma formation, j'adresse l'expression de mes vifs remerciements.

SOMMAIRE

Le but essentiel de cette étude est de développer une méthode basée sur la distribution des singularités pour estimer les performances aérodynamiques des profils, ailes et diverses configurations aile-fuselage en écoulement subsonique, non visqueux à de faibles angles d'incidences.

La surface de la configuration à analyser est subdivisée en un nombre fini de panneaux contenant chacun une distribution de singularités.

Les composantes locales de la vitesse de perturbation induite aux points de contrôle situés sur les panneaux sont déterminées et forment les matrices aérodynamiques nécessaires au calcul de la distribution de pression et des coefficients aérodynamiques.

La comparaison des résultats expérimentaux et ceux obtenus par la méthode des singularités développée ici, sont satisfaisants et encourageants.

MOTS CLES

Aérodynamique, aérodynamique subsonique, les singularités sources, les singularités doublets, les singularités tourbillons, la distribution de pression, les coefficients aérodynamiques, la méthode des singularités, la méthode des panneaux, la solution des équations algébriques linéaires.

ABSTRACT

The goal of the present study is to develop a method based on surface singularity distribution in order to estimate aerodynamic performances of airfoils, fins and various kinds of fin-body configurations in inviscid, subsonic flow at small angles of attack.

The body surface to analyse was divided into a finite number of panels and each one was then replaced by a singularity distribution.

Components of perturbation velocity induced at specified control points of local panels are determined and make up the aerodynamic matrices which are needed to calculate the pressure distribution and aerodynamic coefficients.

The comparison with experimental data was generally good.

KEY WORDS

Aerodynamic, subsonic aerodynamic, sources singularities, doublets singularities, vortex singularities, pressure distribution, aerodynamic coefficients, singularity method, panel method, solution of algebraic linear equation.

- CHAPITRE 2: LA THEORIE DE LA METHODE DES SINGULARITES.....	35
2.1 - LA DISTRIBUTION DES SINGULARITES BIDIMENSIONNELLES.....	35
2.1.1 - Ecoulement uniforme.....	35
2.1.2 - Source.....	36
2.1.3 - Tourbillon.....	36
2.1.4 - Doublet.....	36
2.1.5 - Le principe de superposition des singularités.....	38
2.1.6 - La théorie des images.....	44
2.1.7 - Utilisation des variables complexes.....	49
2.1.7.1 - Ecoulements élémentaires bidimensionnels....	49
2.1.7.2 - Transformation conforme.....	51
2.1.7.3 - Le théorème inverse du cercle.....	52
2.2 - LA DISTRIBUTION DES SINGULARITES TRIDIMENSIONNELLES....	52
2.2.1 - Source.....	53
2.2.1.1 - Source ponctuelle.....	53
2.2.1.2 - Source linéique	54
2.2.1.3 - Source surfacique	59
2.2.2 - Tourbillon.....	62
2.2.2.1 - Filament tourbillonnaire.....	62
2.2.2.2 - Tourbillon rectiligne.....	62
2.2.2.3 - Tourbillon en fer à cheval.....	66
2.2.3 - Doublet tridimensionnel.....	67
2.3 - ECOULEMENT AUTOUR D'UNE SPHERE.....	68

- CHAPITRE 3: ECOULEMENT COMPRESSIBLE SUBSONIQUE.....	70
3.1 - LA REGLE DE PRANDTL-GLAUERT.....	70
3.2 - LA REGLE DE GOTHERT.....	73
3.3 - LA REGLE DE KARMEN-TSIEN.....	73
3.4 - LA REGLE DE LAITON.....	74
- CHAPITRE 4: APPLICATION DE LA METHODE DES SINGULARITES.....	75
4.1 - LA DETERMINATION DE L'INTENSITE TOURBILLON SUR L'AILE..	77
4.2 - LA DETERMINATION DE L'INTENSITE SOURCE SUR LE FUSELAGE.	77
4.3 - LA DETERMINATION DE LA VITESSE VERTICALE SUR L'AILE....	79
4.4 - LA DETERMINATION DE L'ANGLE INDUIT.....	79
4.5 - LE CALCUL DES COEFFICIENTS AERODYNAMIQUES.....	80
- CHAPITRE 5: DESCRIPTION DU PROGRAMME.....	82
- CHAPITRE 6: RESULTATS ET CONFRONTATION.....	84
- CONCLUSION.....	120
- ANNEXES.....	122
ANNEXE A " Détermination des matrices aérodynamiques".....	122
ANNEXE B " Les méthodes de résolution d'un système d'équation".	130
ANNEXE C " Liste des sous-programmes et Organigramme de programmation".....	134
- REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	140

LISTE DES FIGURES ET TABLEAUX

Figure 1-1	: Ecoulement uniforme.....	4
Figure 1-2	: Ecoulement perturbé.....	4
Figure 1-3	: Corps de géométrie mixte.....	8
Figure 1-4	: Corps de géométrie plane.....	8
Figure 1-5	: Corps de revolution.....	8
Figure 1-6	: Ecoulement axisymétrique.....	11
Figure 1-7	: Ecoulement lateral.....	11
Figure 1-8	: Ecoulement de l'air autour d'une aile.....	12
Figure 1-9	: Ecoulement de l'air sur l'extrados d'une aile....	12
Figure 1-10	: Ecoulement de l'air sur l'intrados d'une aile....	12
Figure 1-11	: Système tourbillonnaire attaché à une aile.....	14
Figure 1-12	: Distribution elliptique de circulation.....	14
Figure 1-13	: Profil mince arbitraire.....	17
Figure 1-14	: Profil symétrique.....	18
Figure 1-15	: Profil squelettique avec courbure et incidence nulle	18
Figure 1-16	: Plaque plane à une incidence.....	18
Figure 1-17	: Distribution de sources sur un profil symétrique.	20
Figure 1-18	: Distribution de tourbillons sur un profil avec courbure.....	20
Figure 1-19	: Distribution de tourbillons sur une plaque plane.	20
Figure 1-20	: Domaine élémentaire d'intégration.....	22
Figure 1-21	: La distribution des panneaux sources sur la surface d'un corps de géométrie arbitraire...	25
Figure 2-1	: La superposition d'un écoulement uniforme et d'une source.....	38

Figure 2-2 : La superposition d'un écoulement uniforme et un doublet..... 40

Figure 2-3 : Ecoulement autour d'un cylindre portant..... 43

Figure 2-3a : Ecoulement autour d'un cylindre avec circulation ($\Gamma < 4\pi V_{\infty a}$)..... 43

Figure 2-3b : Ecoulement autour d'un cylindre non portant ($\Gamma = 4\pi V_{\infty a}$)..... 43

Figure 2-3c : Ecoulement autour d'un cylindre avec circulation ($\Gamma > 4\pi V_{\infty a}$)..... 43

Figure 2-4 : L'image de la singularité source placée à proximité d'une paroi plane..... 46

Figure 2-5 : L'image de la singularité tourbillon placée à proximité d'une paroi plane..... 46

Figure 2-6 : Doublet à proximité d'une paroi plane..... 48

Figure 2-7 : La vitesse induite par une source ponctuelle..... 56

Figure 2-8 : La vitesse induite par une source linéique..... 56

Figure 2-9 : Les composantes de la vitesse induite par une source linéique..... 56

Figure 2-10 : Système d'axes orientés d'un angle Ω par rapport à l'axe y..... 58

Figure 2-11 : Distribution de sources sur un système d'axes orientés d'un angle Ω par rapport l'axe y..... 58

Figure 2-12 : Distribution linéique de sources située à une distance ξ de l'origine..... 61

Figure 2-13 : Distribution surfacique de sources..... 61

Figure 2-14 : Distribution de sources sur un panneau avec flèche et effilé..... 61

Figure 2-15 : La vitesse induite par un tourbillon..... 64

Figure 2-16	: Filament tourbillonnaire de longueur infinie situé à une distance ξ de l'axe ox.....	64
Figure 2-17	: Distribution de tourbillon en fer à cheval	64
Figure 2-1	: Schéma du modèle de la combinaison aile-fuselage.	76
Figure 6-1-1	: La variation du coefficient de pression le long de la corde (NACA 4412).....	85
Figure 6-1-2	: La variation du coefficient de portance en fonction de l'incidence (NACA 4412).....	87
Figure 6-1-3	: La variation du coefficient de moment en fonction de l'incidence (NACA 4412).....	88
Figure 6-2-1	: Aile rectangulaire avec une flèche $\Omega=0^\circ$	90
Figure 6-2-2	: Aile rectangulaire avec une flèche $\Omega=30^\circ$	90
Figure 6-2-3	: Aile rectangulaire avec une flèche $\Omega=45^\circ$	90
Figure 6-2-4	: Aile d'allongement 2.....	91
Figure 6-2-5	: Aile d'allongement 6.....	91
Figure 6-2-6	: Aile d'allongement 10.....	91
Figure 6-3-1	: La variation du coefficient de portance le long de l'envergure pour une aile rectangulaire avec une fleche $\Omega=0^\circ$	92
Figure 6-3-2	: La variation du coefficient de portance le long de l'envergure pour une aile rectangulaire avec une flèche $\Omega=30^\circ$	93
Figure 6-3-3	: La variation du coefficient de portance le long de l'envergure pour une aile rectangulaire avec une flèche $A=45^\circ$	94
Figure 6-3-4	: La variation du coefficient de pression pour une aile rectangulaire avec une flèche nulle.....	96
Figure 6-3-5	: L'effet de compressibilité sur le coefficient de pression pour un allongement $A=6$	98

Figure 6-3-6	: L'effet de compressibilité sur le coefficient de portance pour un allongement $A=6$	99
Figure 6-3-7	: L'effet de compressibilité sur le coefficient de portance pour un allongement $A=20$	100
Figure 6-3-8	: La variation du coefficient de portance en fonction de l'incidence le long de l'envergure pour un allongement $A=6$	101
Figure 6-3-9	: La variation du coefficient de portance en fonction de l'incidence pour différentes valeurs d'allongement.....	102
Figure 6-3-10	: La variation du coefficient de portance en fonction de l'effilement.....	103
Figure 6-4-1	: La combinaison aile rectangulaire-fuselage.....	105
Figure 6-4-1a	: La combinaison aile-fuselage avec flèche.....	105
Figure 6-4-2	: La variation du coefficient de portance le long de l'envergure pour la combinaison aile-fuselage.....	106
Figure 6-4-3	: La variation du coefficient de portance le long de l'envergure pour la combinaison aile-fuselage.....	107
Figure 6-4-4	: La variation du coefficient de pression le long de l'axe longitudinal pour la combinaison aile-fuselage.....	108
Figure 6-4-5	: La variation du coefficient de pression le long de la corde pour la combinaison aile-fuselage....	109
Figure 6-4-6	: La variation du coefficient de pression sur le fuselage parallèlement à l'axe longitudinal pour la combinaison aile-fuselage.....	110
Figure 6-4-7	: La variation du coefficient de portance le long de l'envergure en fonction de la flèche.....	111

Figure 6-4-8	: La variation de la pression sur l'aile parallèlement à l'axe longitudinal pour la combinaison aile-fuselage.....	112
Figure 6-4-9	: La distribution de pression sur le fuselage parallèlement à l'axe longitudinal pour la combinaison aile-fuselage.....	113
Figure 6-4-10	: La variation du coefficient de portance le long de l'envergure pour la combinaison aile effilée-fuselage	114
Figure 6-4-11	: La variation du coefficient de portance en fonction du nombre de Mach pour la combinaison aile-fuselage.....	116
Figure 6-4-12	: La variation du coefficient de portance de la combinaison aile-fuselage en fonction de l'incidence pour différentes valeurs d'allongements.....	117
Figure 6-4-13	: L'influence du nombre de panneaux sur le coefficient de portance de l'aile.....	119
Figure 6-4-14	: L'influence du nombre de panneaux sur le coefficient de portance de la combinaison aile-fuselage.....	119
Figure A-1	: Les panneaux d'aile.....	123
Figure A-2	: La position du point de contrôle et le tourbillon fer à cheval.....	123
Figure A-3	: Les composantes de la vitesse induite due au tourbillon lié.....	125
Figure A-4	: Les composantes de la vitesse induite due au tourbillon d'extrémité gauche.....	125
Figure A-5	: Les composantes de la vitesse induite due au tourbillon d'extrémité droite.....	125

Tableau 2-1	: La fonction courant et potentielle pour quelques écoulements élémentaires.....	37
Tableau 2-2	: Le champ des vitesses pour quelques écoulements élémentaires.....	37
Tableau 2-3	: Les écoulements élémentaires usuels.....	50

LISTE DES SYMBOLES

- A : Allongement de l'aile
A_n : Les coefficients de Fourier
a : La pente du coefficient de portance ou rayon
B : Matrice aérodynamique
B_n : Les coefficients de Fourier
b : L'envergure
c : Corde du profil
C_p : Coefficient de pression
C_x : Coefficient de trainée
C_{xi} : Coefficient de trainée induite
C_m : Coefficient de moment
D : Matrice diagonale
d : Distance du point de contrôle à l'origine
e : La corde locale du panneau de l'aile
F_z : La portance
F_{xi} : La trainée induite
f : Une fonction quelconque
g : Une fonction quelconque
h : La moitié de la corde locale du panneau
i : Indice dans la direction des abscisses
j : Indice dans la direction des ordonnées
k : Indice dans la direction de l'axe z
L : Longueur de la ligne de source ou filament tourbillonnaire
ou portance ou matrice triangulaire inférieure

- M : Le nombre de Mach ou matrice quelconque
- N : viscosité cinématique ou matrice
- n : Le nombre de panneaux ou la normale à l'élément de surface
- P : Matrice d'influence aérodynamique
- Q : Matrice d'influence aérodynamique ou intensité de source
- R : Matrice d'influence aérodynamique
- r : La distance radiale
- S : La surface de référence de l'aile ou du fuselage
- U : La vitesse de l'écoulement non perturbé ou matrice triangulaire supérieure
- V : La vitesse induite au point de contrôle
- u, v, w, : Les composantes de la vitesse induite
- w : Constante scalaire non nulle
- x, y, z, : Les coordonnées cartésiennes d'un point

LES SYMBOLES GREC

- α : Angle d'incidence ou angle induit
- β : Facteur de compressibilité
- Γ : Circulation du filament tourbillonnaire
- γ : Intensité du tourbillon
- δ : Distribution des singularités
- η : Equation du profil
- θ : Angle
- σ : Intensité de la singularité source
- λ : Tangente de l'angle de flèche du panneau
- Ω : Angle de flèche
- ρ : Distance radiale
- μ : Intensité du doublet
- τ : Coefficient constant ou angle
- ϕ : Potentiel des vitesses
- ψ : Fonction courant
- ξ : Distribution des singularités ou nombre complexe
- Δ : Laplacien ou longueur d'un élément
- ∇ : Gradient

LES INDICES

b : Fuselage

c : Cambrure

e : Epaisseur

d : Doublet

f : Aile

i : Incompressible ou indice du point de contrôle

j : Indice du point de contrôle

l : Intrados

m : Moment

n : Normal

p : Pression

r : Suivant la direction radiale

s : Source

t : Tourbillon ou épaisseur

θ : Suivant la direction de l'angle en coordonnées cylindriques ou
sphériques

u : Extrados

x, y, z : Suivant les axes ox, oy, et oz

ω : Ecoulement libre à l'infini

EXPOSANT

i : Indice du panneau

j : Indice du panneau

sp: Extrémité gauche du tourbillon en fer à cheval

ss: Extrémité droite du tourbillon en fer à cheval

INTRODUCTION

C'est probablement en observant les oiseaux que l'homme a commencé à s'intéresser au vol, comme l'atteste la légende d'Icare de la mythologie grecque. C'est ainsi que les premiers pionniers ont essayé de s'envoler en se confectionnant des ailes mobiles. Cependant, toutes ces tentatives ont été vaines et il a fallu attendre l'avènement du moteur à vapeur puis à explosion pour qu'enfin le rêve devienne réalité.

En effet, le pas décisif n'a été franchi que lorsque les fonctions motrices et de sustentation ont été séparées. L'intérêt pour l'aérodynamique est alors venu naturellement aussi bien pour les voilures fixes que pour les voilures tournantes. Des organismes spécialisés ont ensuite été créés (NACA, NASA, RAF, ONERA....) pour stimuler les travaux de recherche en aérodynamique surtout que la plage des vitesses couvertes par les aéronefs a considérablement augmenté pour atteindre le régime supersonique, voir hypersonique.

Le développement de l'aérodynamique a suivi celui d'autres sciences telles que l'informatique avec l'apparition d'ordinateurs, de plus en plus puissants, les mathématiques avec les grands progrès des techniques numériques et bien sûr les techniques expérimentales avec la construction de souffleries géantes et sophistiquées. Cependant, les essais en soufflerie sont très coûteux et laborieux. Le besoin de gagner du temps dans la phase de conception et les simulations numériques de plus en plus maîtrisées ont ouvert des alternatives aux constructeurs d'avions aussi bien civils que militaires.

Malgré les récents progrès dans le calcul des écoulements (Euler, Navier-Stokes) à l'aide des superordinateurs, la méthode des singularités reste d'un usage très courant dans les bureaux d'études et les centres de recherche aéronautiques et spatiale. La plupart des nouveaux codes, comme "Ecopan " de l'ONERA, "quadpan " de Lockheed et "Pan'air " de Boeing sont basés sur cette méthode.

C'est en fonction de ces objectifs et de l'importance de la méthode des singularités que le programme de calcul développé dans ce travail a été entrepris. Il s'applique au calcul d'écoulements subsoniques de fluide non visqueux autour de diverses configurations. Le potentiel de l'écoulement est discrétisé en un ensemble de singularités surfaciques, réparties sur des panneaux, qui sont des solutions élémentaires de l'équation de Laplace.

Le présent mémoire est composé de six chapitres dont la séquence retrace l'objectif assigné. Il est rédigé selon le plan suivant:

Le premier chapitre est consacré à une analyse bibliographique des études théoriques, numériques et expérimentales dont la connaissance est indispensable pour une meilleure compréhension des phénomènes aérodynamiques.

Le chapitre suivant présente d'une manière détaillée les fondements de base de la méthode des singularités tout en introduisant la variable complexe afin d'aborder la méthode des images qui permet de tenir compte de l'effet d'interaction. Par ailleurs, la définition des singularités tridimensionnelles et la notion de tourbillon en fer à cheval sont exposées.

Dans le troisième chapitre, nous avons présenté, les règles de similarité permettant de déterminer les caractéristiques aérodynamiques des corps en écoulement compressible.

Le quatrième chapitre est consacré à l'application concrète de la méthode des singularités en vue de la détermination des matrices des coefficients d'influence, l'ensemble des coefficients aérodynamiques et la distribution de pression de la configuration choisie.

Le cinquième chapitre donne une description globale du programme élaboré et montre les étapes principales de calcul ainsi que sa structure générale.

Pour éprouver la validité du programme réalisé, le chapitre six présente les résultats numériques et la confrontation entre la théorie, le calcul numérique et l'expérience. Ces résultats ont permis d'analyser l'efficacité du modèle numérique utilisé.

En annexe, sont rassemblés: la détermination des matrices aérodynamiques, les méthodes de résolution du système d'équations algébriques et l'organigramme du programme.

CHAPITRE 1

ANALYSE BIBLIOGRAPHIQUE

1.1 - ETUDES THEORIQUES

La détermination des performances aérodynamiques des avions a été l'une des préoccupations majeures des laboratoires de recherche durant ce siècle. Ceci a permis d'établir des méthodes analytiques fiables très utilisées dans la conception des aéronefs. Quelques unes de ces techniques sont décrites dans les paragraphes qui vont suivre.

1.1.1 - La théorie des petites perturbations

Cette théorie est basée sur l'observation, somme toute évidente, que l'écoulement autour d'un obstacle fin, tel qu'un profil d'aile mince, perturbe peu l'écoulement à l'infini amont appelé aussi écoulement de base. La situation est décrite dans les figures (1-1) et (1-2).

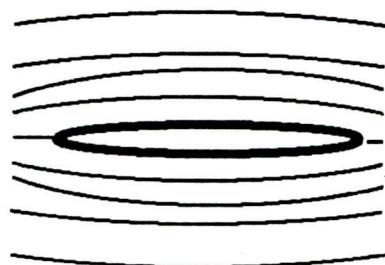
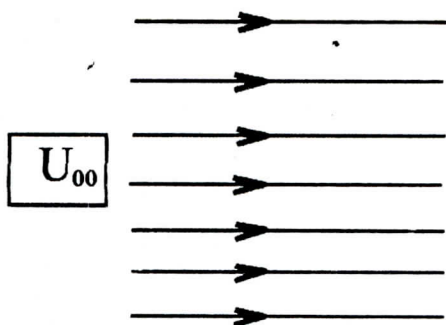


Fig 1-1 : Ecoulement uniforme Fig 1-2 : Ecoulement perturbé

La vitesse autour de l'obstacle reste voisine, en tout point, de la vitesse à l'infini amont.

D'un point de vue analytique, le potentiel des vitesses est la somme d'un potentiel du champ uniforme de vitesse parallèle à l'axe des abscisses et d'un potentiel de perturbation. Les vitesses de perturbation sont considérées très petites en module comparées à V_{∞} .

En régime permanent, l'équation de la quantité de mouvement associée à l'équation de continuité donne le résultat exact et classique suivant:

$$\begin{aligned}
 (1-M_{\infty}^2) \frac{\partial u}{\partial x_1} + \frac{\partial v}{\partial x_2} + \frac{\partial w}{\partial x_3} = & \\
 M_{\infty}^2 \left[(\gamma + 1) \frac{u}{U_{\infty}} + \frac{(\gamma + 1)}{2} \frac{u^2}{U_{\infty}^2} + \frac{(\gamma - 1)}{2} \frac{v^2 + w^2}{U_{\infty}^2} \right] \frac{\partial u}{\partial x_1} & \\
 + M_{\infty}^2 \left[(\gamma - 1) \frac{u}{U_{\infty}} + \frac{(\gamma + 1)}{2} \frac{v^2}{U_{\infty}^2} + \frac{(\gamma - 1)}{2} \frac{u^2 + w^2}{U_{\infty}^2} \right] \frac{\partial v}{\partial x_2} & \\
 + M_{\infty}^2 \left[(\gamma - 1) \frac{u}{U_{\infty}} + \frac{(\gamma + 1)}{2} \frac{w^2}{U_{\infty}^2} + \frac{(\gamma - 1)}{2} \frac{u^2 + v^2}{U_{\infty}^2} \right] \frac{\partial w}{\partial x_3} & \\
 + M_{\infty}^2 \left[\frac{v}{U_{\infty}} \left(1 + \frac{u}{U_{\infty}} \right) \left(\frac{\partial u}{\partial x_2} + \frac{\partial v}{\partial x_1} \right) + \frac{w}{U_{\infty}} \left(1 + \frac{u}{U_{\infty}} \right) \left(\frac{\partial u}{\partial x_3} + \frac{\partial w}{\partial x_1} \right) + \right. & \\
 \left. \frac{vw}{U_{\infty}^2} \left(\frac{\partial w}{\partial x_2} + \frac{\partial v}{\partial x_3} \right) \right] & \quad (1-1)
 \end{aligned}$$

Cette équation différentielle est du type elliptique, parabolique ou hyperbolique selon que $(1-M_{\infty}^2)$ est positif, nul ou négatif. Elle est applicable dans le cas d'écoulement subsonique, transonique et supersonique.

Pour un nombre de mach nul, c'est à dire en incompressible, on aboutit à l'équation suivante:

$$\operatorname{div} \vec{v} = 0 \quad (1-2)$$

Cette dernière conduit à l'équation de Laplace en ajoutant la condition d'irrotationnalité.

L'équation (1-1) ci-dessus, peut être simplifiée en négligeant les termes contenant les quantités de perturbation du membre de droite. Pour un écoulement isentropique, stationnaire, irrotationnel et faiblement perturbé d'un fluide non visqueux et compressible l'équation précédente peut être simplifiée dans le cas d'un régime subsonique et supersonique en négligeant les termes de droite. L'équation obtenue, contrairement à la première, est maintenant linéaire.

Dans le cas transonique $M_{\infty}^2 = 1$ et le premier terme de droite doit être retenue. L'équation obtenue est alors non linéaire.

Dans le cadre de la théorie des petites perturbations, on montre que le coefficient de pression est égal à :

$$C_p = - \left[2 \frac{u}{U_{\infty}} + (1-m_{\infty}^2) \frac{u^2}{U_{\infty}^2} + \frac{v^2 + w^2}{U_{\infty}^2} \right] \quad (1-3)$$

Les termes contenant les carrés des vitesses de perturbation peuvent être négligés dans le cas bidimensionnel ou dans celui des obstacles plans.

Les conditions aux limites sont rapportées à la surface de l'obstacle. C'est ainsi que l'imperméabilité des parois se traduit, dans le cas d'un fluide non visqueux, par la tangentialité de la vitesse sur la surface de l'obstacle. A ces contraintes à la paroi, il faut ajouter une condition à l'infini. Généralement, on stipule que les vitesses de perturbations tendent vers zéro à de grandes distances de l'obstacle.

1.1.2 - La théorie des corps fuselés et de révolution

L'étude de l'écoulement autour d'obstacles, tels que les avions, est généralement difficile car ces derniers présentent des géométries complexes figure, (1-3). Néanmoins et dans la réalité pratique, le problème peut être résolu en considérant que l'écoulement autour de l'obstacle de forme arbitraire est une combinaison de l'écoulement autour d'une surface à géométrie plane figure (1-4) dont la pente varie faiblement et celui autour d'un corps fuselé de révolution, figure (1-5). Cette approche permet de simplifier le problème et facilite le choix du type de singularités à utiliser dans la modélisation.

En général, pour analyser le problème des corps fuselés ou de révolution, on utilise les coordonnées cylindriques [6].

L'écoulement est décrit par l'équation de Laplace à laquelle on doit ajouter la condition à la paroi ainsi qu'une condition à l'infini.

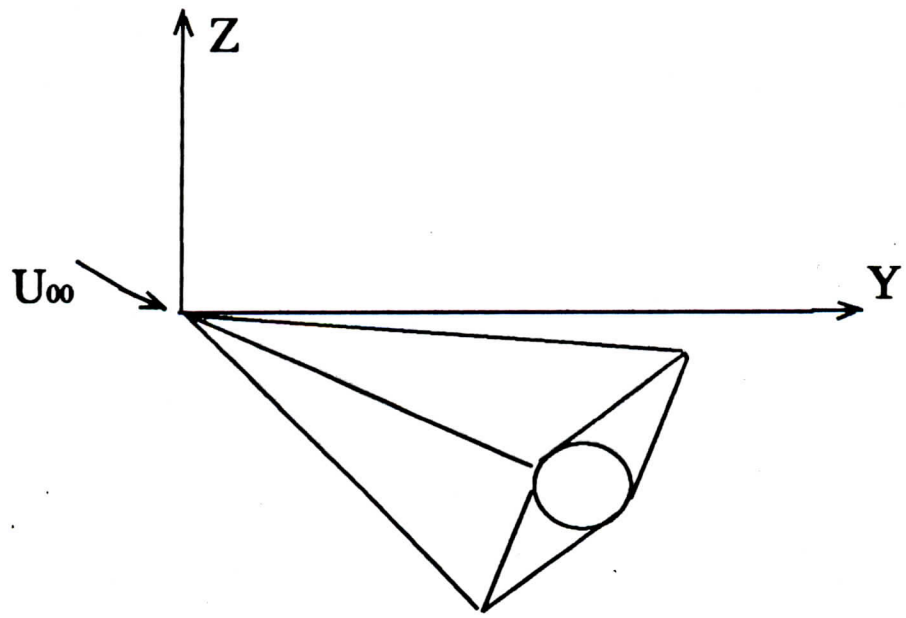


Fig 1-3 : Corps de géométrie mixte

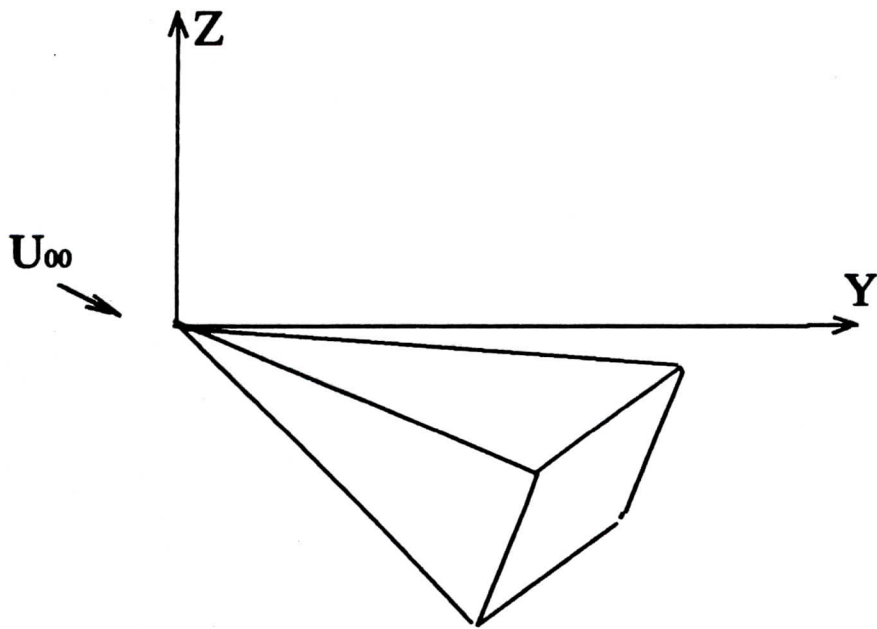


Fig 1-4 : Corps de géométrie plane

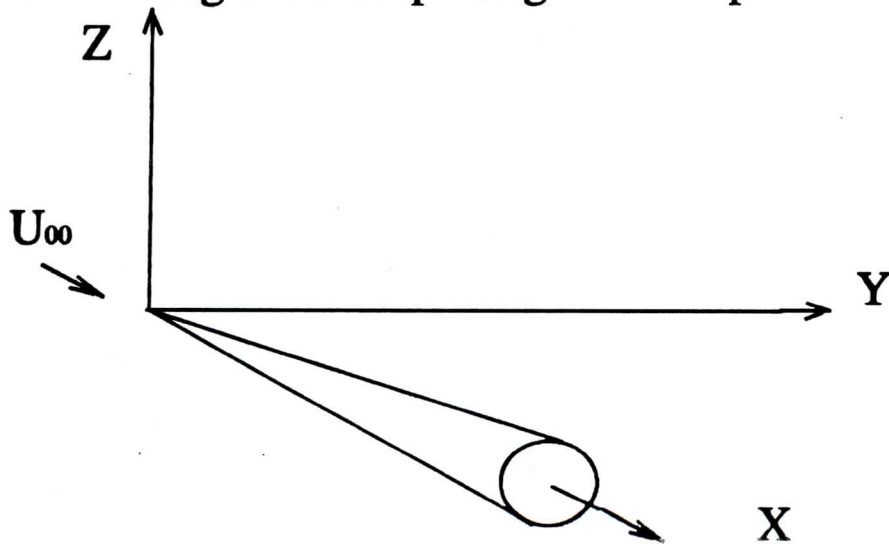
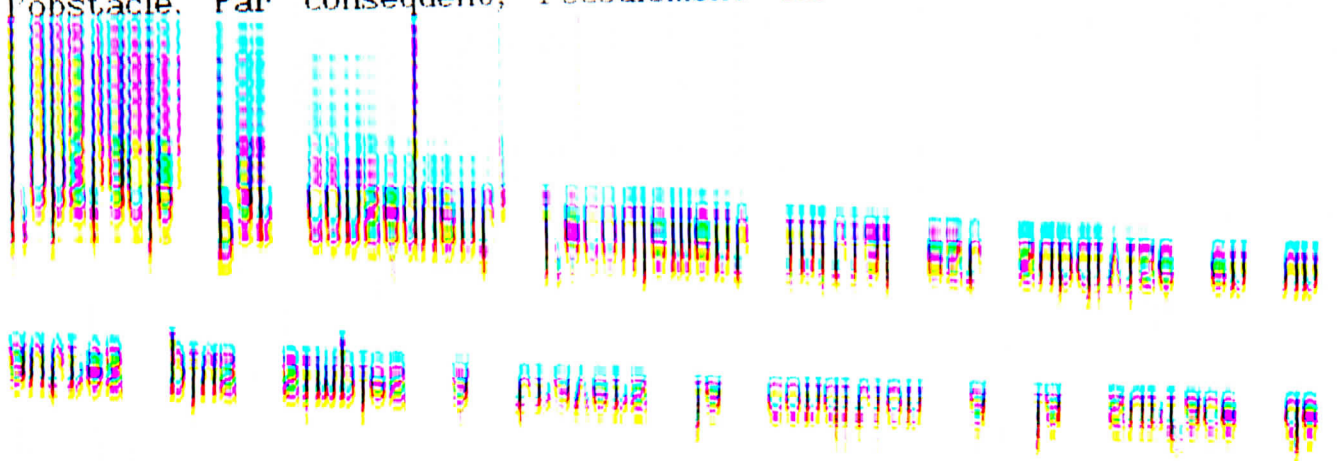


Fig 1-5 : Corps de révolution

La methode classique consiste a decomposer ce probleme en deux autres plus simples a travers la condition a la surface de l'obstacle. Par consequent, l'ecoulement initial est subdivise en un



La methode classique consiste a decomposer ce probleme en deux autres plus simples a travers la condition a la surface de l'obstacle.

La méthode classique consiste à décomposer ce problème en deux autres plus simples à travers la condition à la surface de l'obstacle. Par conséquent, l'écoulement initial est subdivisé en un écoulement axisymétrique et un écoulement latéral autour du corps de révolution.

La solution au problème de l'écoulement axisymétrique peut être obtenue par une distribution continue de sources, figure (1-6), tandis que celle de l'écoulement latéral autour d'un corps de révolution est obtenue par une distribution de doublets dont les axes sont opposés à la vitesse W , figure (1-7).

La solution finale du problème des corps de révolution avec un écoulement amont faisant un angle d'attaque α , est la superposition des solutions aux deux problèmes précédents. Par conséquent, on peut déduire toutes les caractéristiques aérodynamiques des corps éfilés par la méthode que nous venons de décrire en notant que l'effet de compressibilité, s'il y a lieu, peut être inclus en appliquant une règle de similarité telle que la règle de Prandtl-Glauert.

1.1.3 - La théorie de la ligne portante de PRANDTL

Avant de présenter la théorie de la ligne portante de Prandtl, il est nécessaire de donner un aperçu qualitatif sur la théorie tourbillonnaire appliquée aux écoulements subsoniques tridimensionnels.

Lorsque l'aile est portante et d'envergure infinie, le courant est plan et normal à l'envergure ; à une incidence de sustentation positive, les dépressions qui s'établissent sur l'extrados et les surpressions d'intrados sont uniformes sur toute l'envergure.

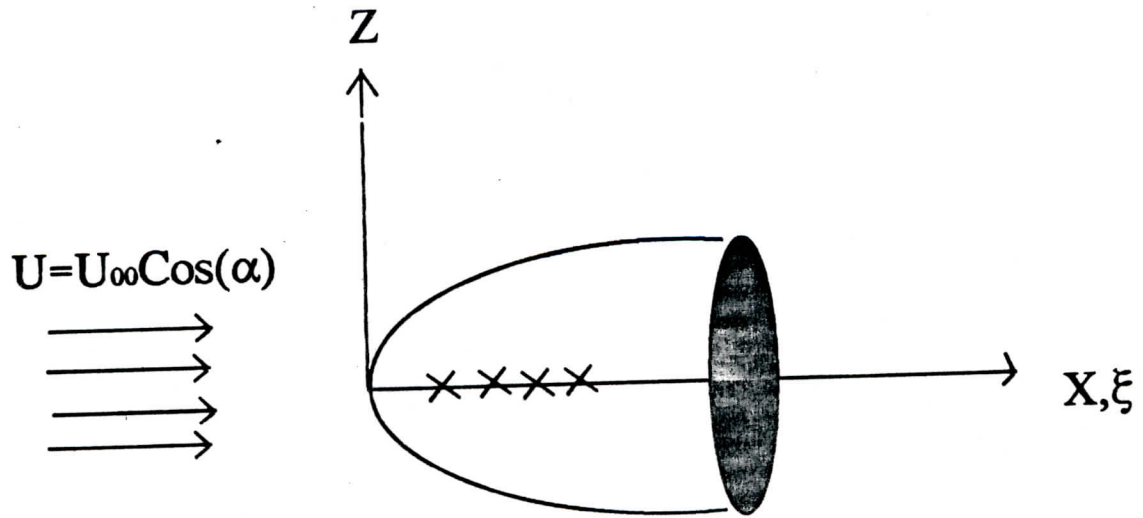


Fig 1-6 : Ecoulement axisymétrique

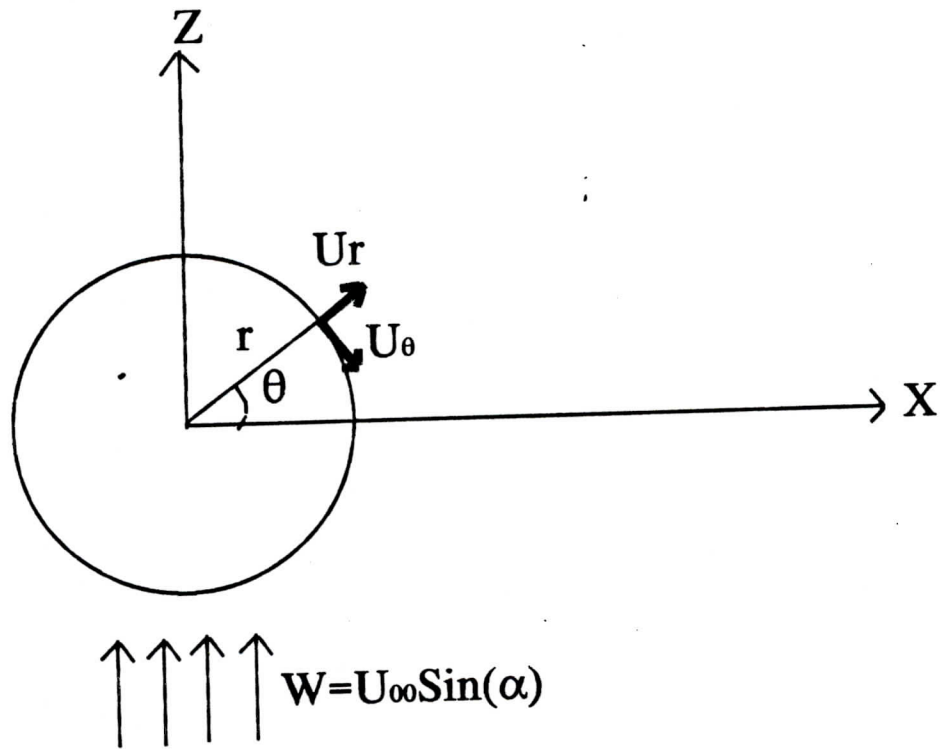


Fig 1-7 : Ecoulement lateral

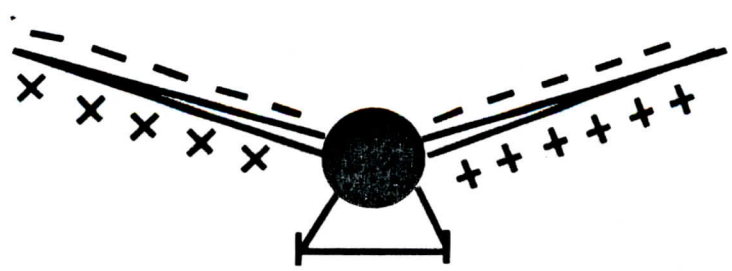


Fig 1-8 : Ecoulement de l'air autour d'une aile

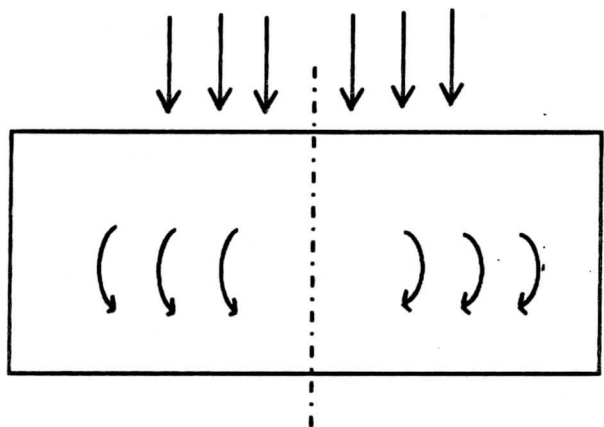


Fig 1-9 : Ecoulement de l'air sur l'extrados d'une aile

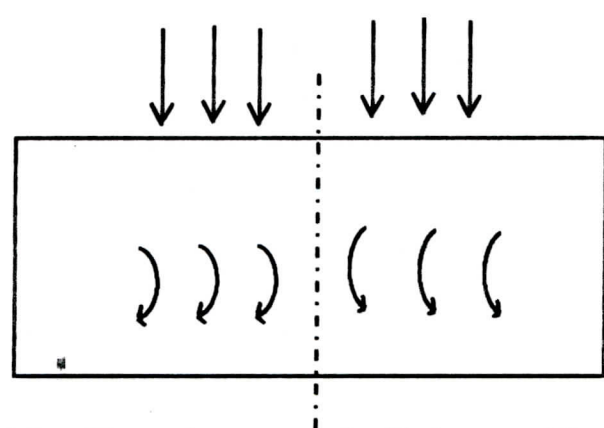


Fig 1-10 : Ecoulement de l'air sur l'intrados d'une aile

Dans le modèle de la surface portante, l'écoulement est remplacé par deux nappes tourbillonnaires, la nappe de tourbillons liés et la nappe de tourbillons libres.

La théorie de la ligne portante de Prandtl est plus simple et applicable aux ailes rectangulaires de grand allongement et de faible flèche [22]. Le modèle de Prandtl considère que tous les tourbillons liés sont parallèles et peuvent être réunis sur un seul segment dit segment porteur et une nappe tourbillonnaire plane située dans le plan de l'aile.

Considérons dans la théorie des fluides parfaits un tourbillon rectiligne infini de circulation Γ . Ce tourbillon produit en un point M situé à une distance r de son axe, une vitesse induite perpendiculaire.

Soit maintenant une aile plane, ayant ox comme axe de symétrie transversal figure (1-9). Dans la théorie de Prandtl, on admet qu'une nappe tourbillonnaire plane s'étend jusqu'à l'infini, vers l'arrière, dans le prolongement de l'aile. Cette nappe est formée des demi-tourbillons élémentaires juxtaposés de circulation $d\Gamma$, dont la vitesse induite est par conséquent deux fois moindre que précédemment. Etant donné que la vitesse induite est dirigée vers le bas dans la section de l'aile contenant le point M_0 , l'incidence aérodynamique est diminuée en valeur absolue. Prandtl admet que le théorème de Joukowski s'applique, d'où une force perpendiculaire à la vitesse résultante et qui est décomposée en deux composantes. Pour progresser dans les calculs, il faut connaître la loi de répartition de la circulation le long de l'envergure.

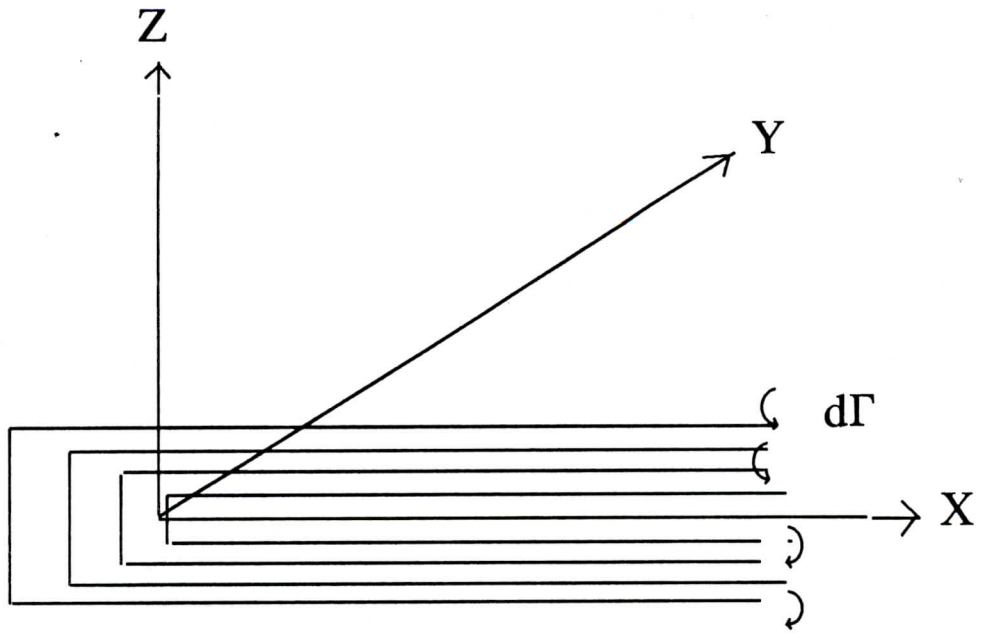


Fig 1-11 : Système tourbillonnaire attaché à une aile d'envergure finie

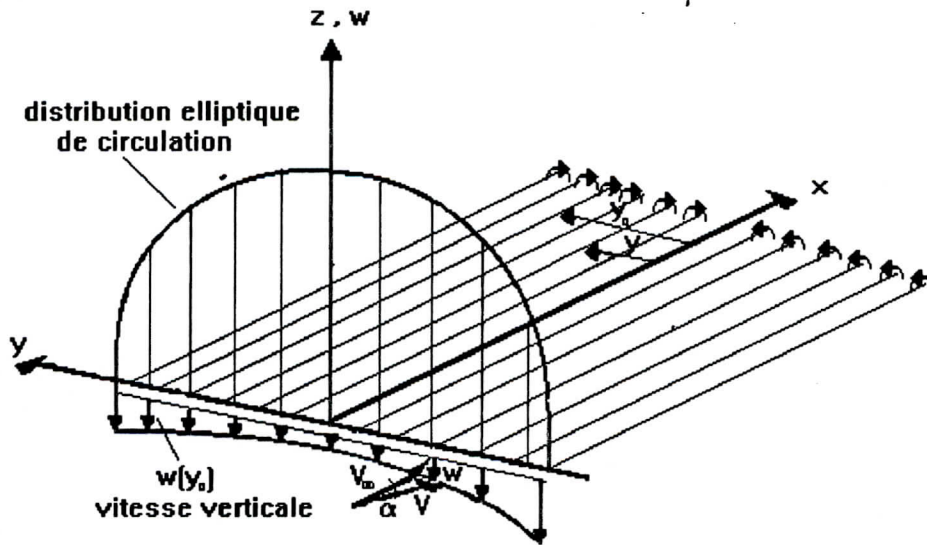


Fig 1-12 La distribution elliptique de circulation (modèle de la ligne portante de Prandtl)

1D- Aile a répartition elliptique de circulation:

La distribution de circulation, autour des différentes sections de l'aile suit une loi elliptique. Cette loi s'écarte peu de celles que l'on rencontre réellement, et les résultats obtenus à partir de cette hypothèse constituent une bonne approximation pour les ailes pratiques de forme rectangulaire ou trapézoïdale. Une caractéristique importante de ce type d'aile est que la vitesse induite est constante le long de l'envergure de l'aile et par suite l'angle induit est lui même constant.

Le rapport des coefficients de portance pour une aile elliptique et celui d'un profil d'aile donc d'envergure infinie est donné par:

$$\frac{C_z}{(C_z)_{\infty}} = \frac{1}{1 + \frac{a_0}{\pi A}} \quad (1-4)$$

où a_0 est la pente de la courbe $C_z=f(\alpha)$ pour le profil et A est l'allongement de l'aile.

Finalement, il convient de signaler que l'aile elliptique est celle qui donne lieu à la traînée induite minimale, très recherchée par les aérodynamiciens.

ii)- Aile à répartition arbitraire de circulation

La généralisation de la théorie de la ligne portante de Prandtl concernant les ailes elliptiques a été tentée par plusieurs auteurs. C'est ainsi que Glauert (1937) considéra la distribution de circulation d'une aile elliptique comme étant le premier terme d'une série de Fourier dont il faut déterminer les coefficients pour une distribution arbitraire de circulation. Nous ne rentrerons pas dans le détail de cette approche que l'on peut trouver dans les traités classiques d'aérodynamique.

Nous pouvons mentionner aussi la méthode de Trefftz. Ce dernier se propose de déterminer la vitesse induite au niveau de l'aile par les tourbillons lignes pour une aile arbitraire, en étudiant l'écoulement dans un plan normal à la direction de l'écoulement amont et situé à une grande distance en aval de l'aile. Trefftz utilise la théorie de l'écoulement potentiel dans ce plan ainsi que la technique des transformations conformes.

Finalement l'approche la plus populaire est celle que nous proposons ici et dont il existe plusieurs variantes. Elle consiste à décomposer ainsi que les autres parties de l'obstacle s'il y a lieu en panneaux. Nous allons revenir à cette technique dans le reste de cette thèse.

1.1.4 - La théorie des profils minces

La solution du problème de l'écoulement autour d'un profil arbitraire est très complexe si l'on tient compte de l'épaisseur, de la cambrure et de l'angle d'incidence.

La méthode donnée par Théodorsen et entrant dans le cadre des applications conformes est très lente et itérative. Par conséquent, il est nécessaire de développer une méthode plus simple basée sur l'approximation de la solution exacte.

Les équations qui gouvernent ce type de problème sont:

L'équation de Laplace, la condition à la surface du profil, la condition imposée à l'infini et celle de Kutta exprimée sous la forme suivante:

-La circulation du profil est choisie de telle manière à ce que la vitesse reste finie et continue au bord de fuite. D'autre part, il est supposé que la présence du corps perturbe peu l'écoulement et donne naissance à un champ de vitesse perturbé par rapport à l'écoulement uniforme amont.

L'équation de Laplace et les conditions aux limites sont linéaires. La théorie des profils minces montre que le problème peut être décomposé en trois autres plus simples à travers la condition à la surface et le principe de superposition reste valable de manière à nous permettre d'additionner les trois solutions pour trouver la solution finale du profil étudié.

L'obtention du potentiel des vitesses total à partir de ceux de trois problèmes simples représentent les effets d'épaisseur, de cambrure et d'angle d'attaque, permet de déduire le champ de vitesse ainsi que la distribution de pression en appliquant le principe de superposition.

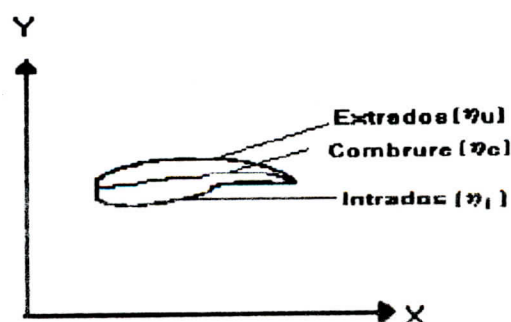


Fig. 1.12 Profil aéro arbitrary

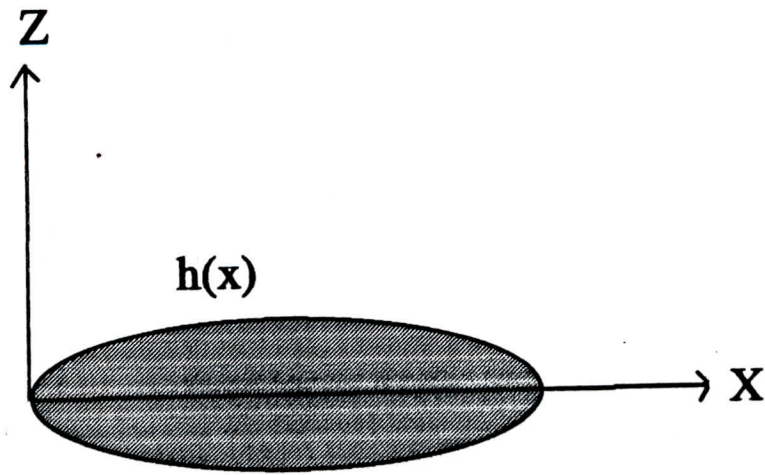


Fig 1-14 : Profil symétrique

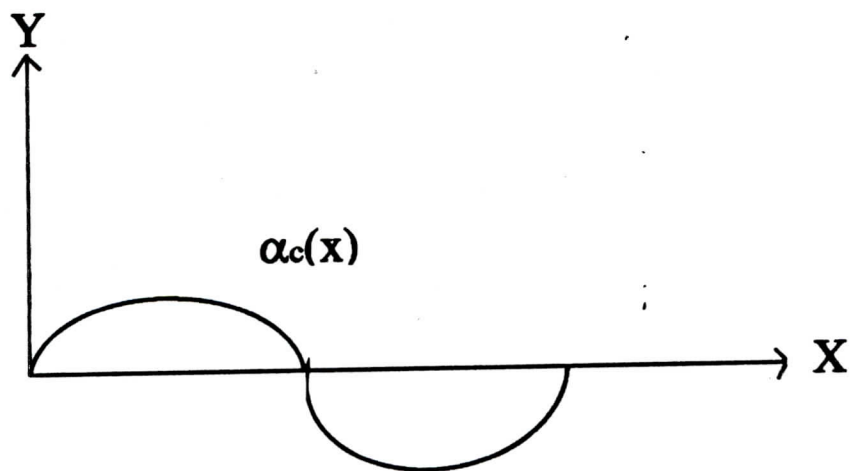


Fig 1-15 : Profil squelettique avec courbure et une incidence nulle



Fig 1.16 Plaque plane à une incidence

i) - Profil symétrique à une incidence nulle

Ce problème représente l'effet d'épaisseur. La solution est obtenue en modélisant le profil par une distribution de sources réparties sur l'axe de symétrie du profil [fig 1-17].

ii) - Profil squelettique avec courbure et une incidence nulle

Ce problème représente l'effet de la cambrure. La solution est obtenue en choisissant une distribution de tourbillons sur l'axe des abscisses le but est alors de déterminer l'intensité de la distribution [fig 1-18].

Le système de forces agissant sur le profil squelettique avec courbure et incidence nulle peut être représenté par une force de portance appliquée au quart de la corde à partir du bord d'attaque et un moment par rapport au même point.

iii) - La plaque plane à une incidence donnée α

L'effet d'angle d'attaque peut être simulé par une plaque plane placée à une incidence donnée par rapport à l'écoulement amont. La détermination de la solution fait appel à un raisonnement similaire à celui du problème précédent. La plaque plane à une incidence α peut être représentée par une distribution de tourbillons [figure (1-18)].

Les caractéristiques aérodynamiques pour un profil mince arbitraire sont obtenues en superposant les trois solutions aux trois problèmes de base précédents.

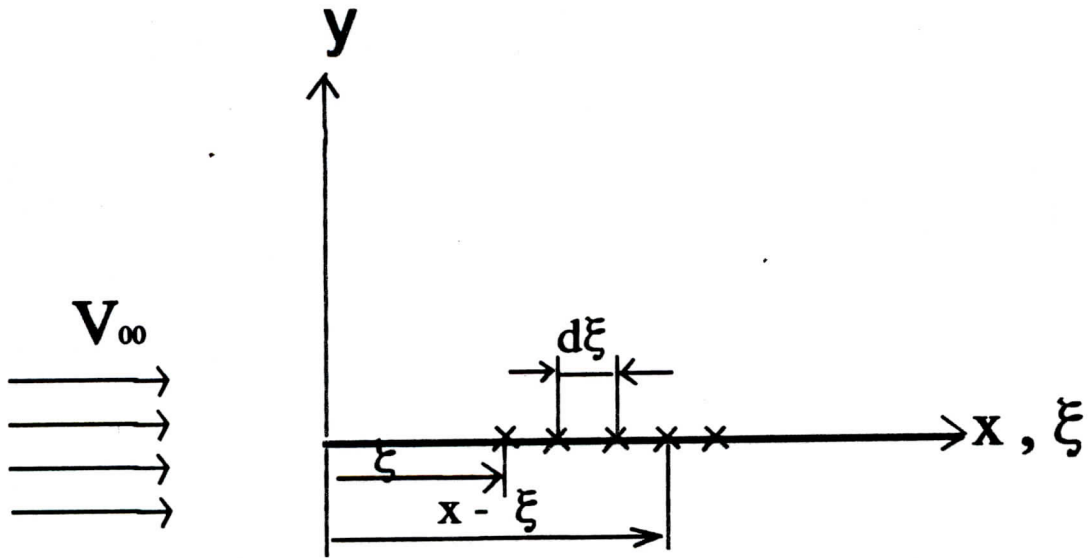


Fig 1-17 : Distribution de sources sur un profil symétrique

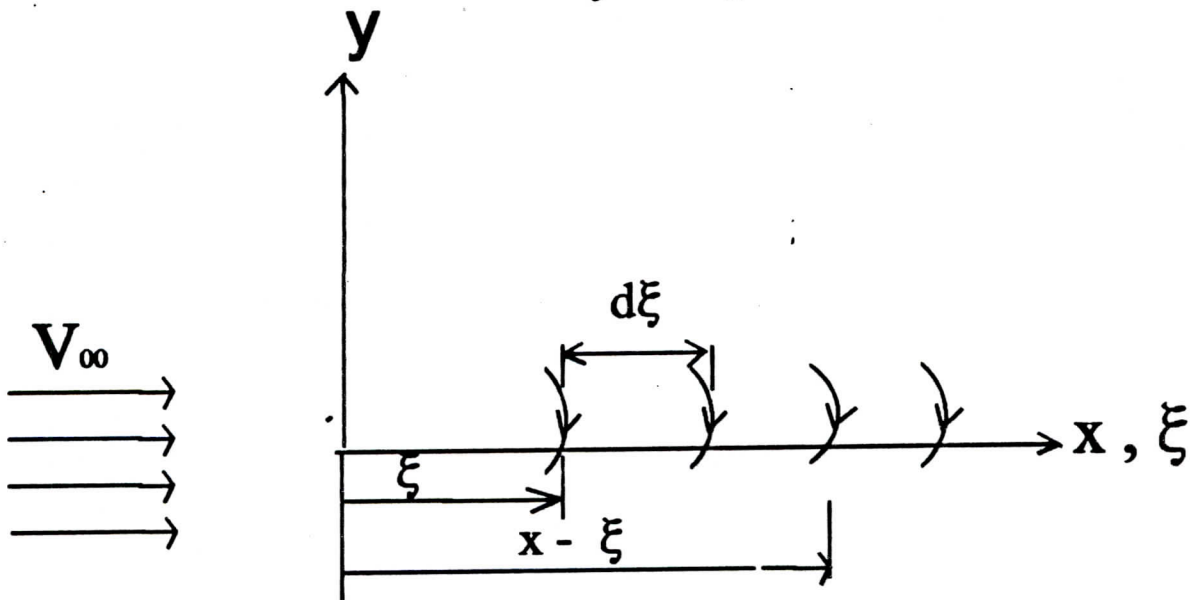


Fig 1-18 : Distribution de tourbillons sur un profil avec courbure

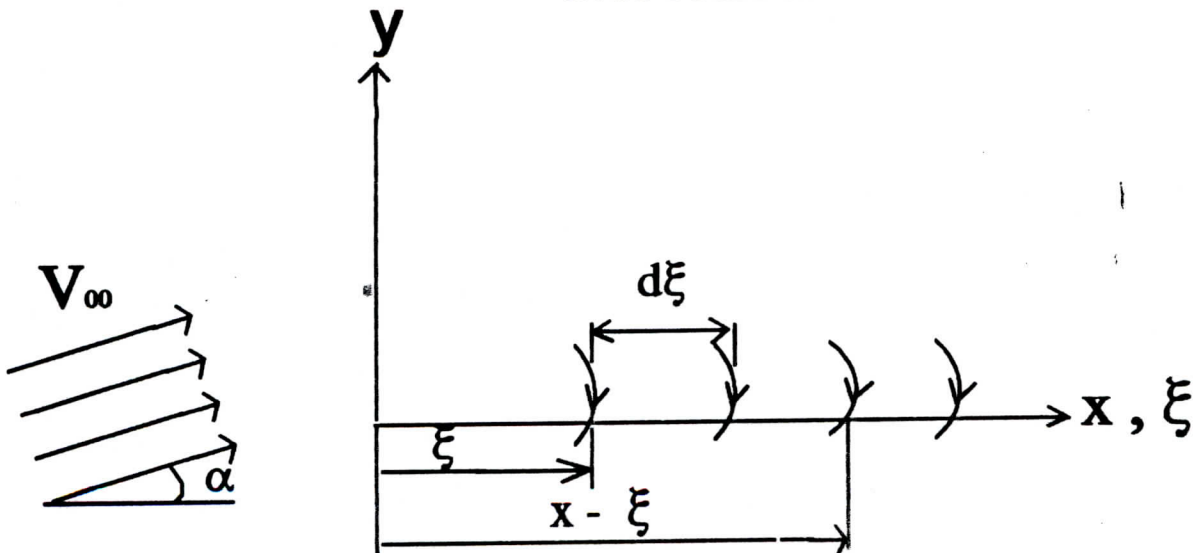


Fig 1-19 : Distribution de tourbillons sur une plaque plane

1.2 - ETUDES NUMERIQUES

Les écoulements générés par le mouvement relatif d'un corps immergé dans un fluide sont décrits par des équations aux dérivées partielles qui n'admettent des solutions analytiques que pour des cas très particuliers. Ces équations sont évidemment les équations de Navier-Stokes qui sont non linéaires.

Pour résoudre ces équations ou des formes simplifiées, de nombreuses méthodes numériques approchées ont été élaborées. Nous décrivons ci-dessous les trois techniques les plus répandues.

1-2-1 LA METHODE DES DIFFERENCES FINIES

La procédure de résolution numérique se déroule en deux étapes:

-Premièrement, la substitution de l'opérateur différentiel par l'opérateur aux différences .

-Deuxièmement, la résolution d'un système d'équations discrètes .

L'approximation de la solution par rapport à la solution exacte dépend du choix du maillage.

Dans le cas de l'écoulement incompressible, irrotationnel et permanent dans un domaine plan limité par une courbe C , l'équation différentielle à satisfaire est celle de Laplace. Cette dernière doit vérifier la condition à la limite ou à la frontière de la courbe formant le contour de l'obstacle.

La technique des différences finies consiste alors à rechercher une solution non pas en tout point de l'espace, mais en des points discrets définis par les intersections de deux ensembles de lignes formant la grille de calcul.

La solution est recherchée en résolvant un système d'équations algébriques linéaires par la technique matricielle. Il est possible d'utiliser un procédé de test pour évaluer l'erreur commise en comparant la solution obtenue dans l'itération actuelle à celle de l'itération précédente.

1.2.2 - La méthode des volumes finis

La méthode des volumes finis a été particulièrement développée pour le calcul des écoulements visqueux et consiste à intégrer les équations sur un ensemble de volumes élémentaires.

Sans entrer dans le détail, il suffit de rappeler que la première étape de cette méthode est la mise sous forme d'intégrale les équations qui gouvernent ce problème et la seconde étape est l'évaluation de chacune des intégrales à l'aide des fonctions exprimées aux points de discrétisation.

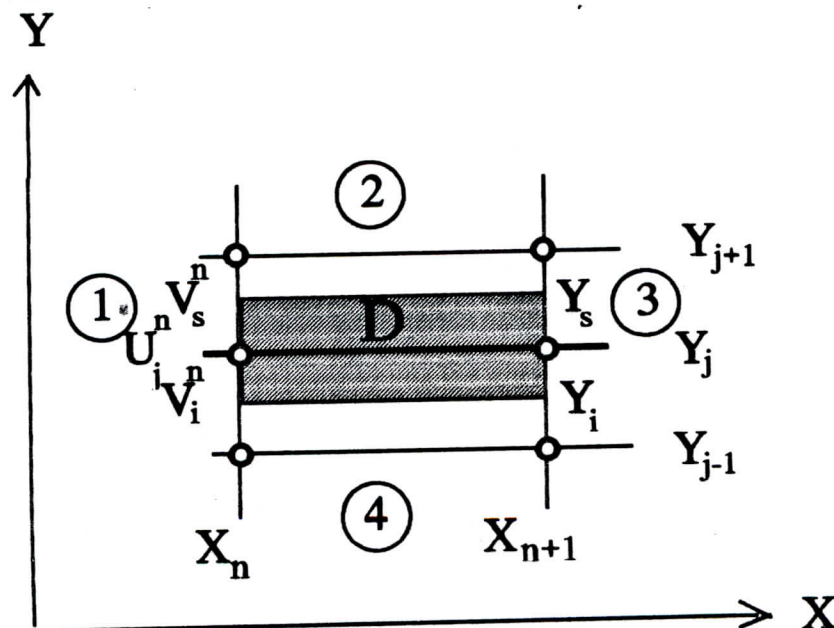


Fig 1.20 Domaine élémentaire d'intégration

1.2.3 - La méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis, connue au moins dans son principe depuis plus d'un demi-siècle, n'a vraiment pris son essor qu'avec l'avènement des moyens informatiques modernes. En effet, si les formulations intégrales sont connues depuis longtemps grâce aux travaux de Galerkin, Ritz et Hilbert [25], leur application n'a pu se généraliser de manière très large que lorsque l'on a été en mesure de résoudre facilement les systèmes algébriques linéaires. Le travail nécessaire pour résoudre un système linéaire de quelque dizaines d'équations est attribué à des spécialistes qui avaient développé des méthodes très astucieuses et dont certaines sont encore en usage aujourd'hui [Annexe B].

Ce sont les mécaniciens qui, confrontés aux problèmes très complexes de calcul des contraintes et les déformations des structures ont, les premiers, tiré partie du développement du matériel informatique, pour transcrire en termes d'équations algébriques les modèles de comportement des structures mécaniques. Par la suite, la méthode des éléments finis, étudiée par les mathématiciens appliqués, a reçu une formulation rigoureuse et elle est devenue un moyen d'étude général des problèmes aux dérivées partielles. Elle a été ainsi introduite dans diverses disciplines telle que le transfert thermique, la dynamique des gaz et l'aérodynamique.

L'une des originalités de la méthode des éléments finis réside dans le fait que la méthode est basée sur une formulation intégrale du phénomène analysé plutôt que sur la forme différentielle que représentent l'équation aux dérivées partielles et les conditions aux limites. Cette formulation intégrale peut être de type variationnel ou de type Galerkin [22].

1.2.3.1 - Formulation variationnelle

Cette formulation est basée sur quelque aspect mathématique du calcul de variation d'une intégrale en recherchant la fonction qui rend l'intégrale extrémale.

En général, les formulations variationnelles sont construites à partir du principe de l'action hamiltonienne qui postule l'existence d'une fonctionnelle de type intégral dépendante de la fonction de Lagrange. Cette fonction de Lagrange caractéristique de l'évolution du système a une signification physique directe. En général, elle est construite à partir de la différence de deux termes énergétiques: le terme cinétique qui varie de manière quadratique en fonction des dérivées partielles et d'un terme d'énergie potentielle qui est une fonction dépendante des variables d'état.

1.2.3.2 - La formulation de GALERKIN

Le principe fondamental de cette formulation est basé sur un théorème propre aux espaces de Hilbert qui établit que dans un tel espace seul le vecteur nul est orthogonal à tous les vecteurs de l'espace. En pratique, l'orthogonalité de deux fonctions est décrite par la nullité de leur produit scalaire.

La formulation de Galerkin est parfois appelée la méthode des résidus pondérés consiste à rechercher des fonctions ϕ qui satisfont les conditions aux limites et ayant des conditions de dérivabilité déterminées.

L'avantage de cette méthode par rapport à la formulation variationnelle est qu'elle peut s'appliquer à toute équation indépendante de l'existence et de la connaissance d'une formulation variationnelle du problème.

1.2.4 - La méthode des panneaux

La méthode des singularités ou méthode des panneaux, que nous allons décrire en termes de potentiel des vitesses, consiste essentiellement à [3,4].

-Approcher la surface par un polyèdre ou une courbe par une ligne brisée.

-Faire une distribution constante de singularités sources, tourbillons et doublets, par morceaux et déduire analytiquement le potentiel induit en tout point.

-Ecrire l'équation intégrale en un point nommé point de contrôle ou point de collocation qui est choisi au milieu de la facette ou du segment. L'équation intégrale se traduit par un système linéaire carré, de matrice pleine et non symétrique que l'on peut éventuellement résoudre par une méthode directe ou itérative.

Dans la pratique, la méthode des singularités comporte, après le choix d'une discrétisation, deux étapes successives:

(i) le calcul des éléments de la matrice appelés coefficients d'influence.

(ii) la résolution du système algébrique linéaire par la technique matricielle.

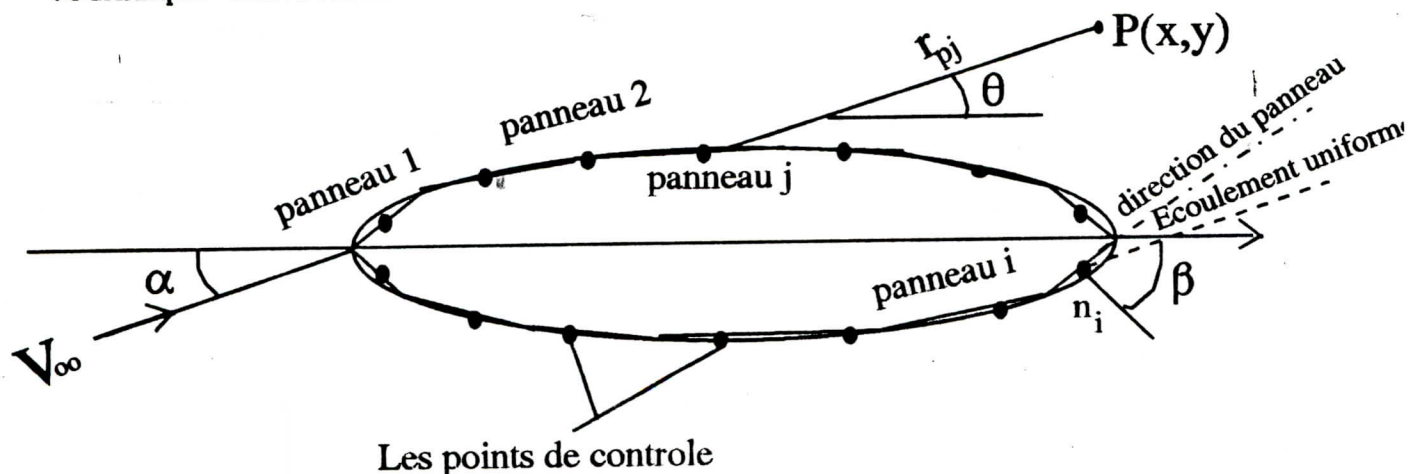


Fig 1-21 Distribution des panneaux sources sur la surface d'un corps de géométrie arbitraire

1.2.4.1 - La méthode des panneaux sources

Cette méthode consiste en une subdivision du contour de l'obstacle en des segments finis, dont chacun comporte une intensité de source $\lambda(s)$ qui est inconnue. La détermination de cette intensité nécessite l'application de la condition à la limite en chaque point de contrôle.

Soit un point $P(x,y)$ de l'écoulement situé à une distance r de ds ; le potentiel des vitesses induit est:

$$d\phi = \lambda \frac{ds}{2\pi} \text{Ln}(r) \quad (1-5)$$

Le potentiel des vitesses total induit par la distribution de sources sur le segment ab est:

$$\phi(x,y) = \int_b^a \lambda \frac{ds}{2\pi} \text{Ln}(r) \quad (1-6)$$

Le potentiel des vitesses au point P induit par le panneau j est:

$$d\phi = \frac{\lambda_j}{2\pi} \int_j \text{Ln}(r_{pj}) ds_j \quad (1-7)$$

Le potentiel des vitesses total induit au point P par l'ensemble des panneaux est exprimé par:

$$\phi(P) = \sum_{j=1}^N \frac{\lambda_j}{2\pi} \int_j \text{Ln}(r_{pj}) ds_j \quad (1-8)$$

Lorsque le point P de coordonnées (x_i, y_i) se trouve au point de contrôle, le potentiel des vitesses s'écrit:

$$\phi(x_i, y_i) = \sum_{j=1}^N \frac{\lambda_j}{2\pi} \int_j \text{Ln}(r_{pj}) ds_j \quad (1-9)$$

Avec

$$r_{pj} = \left[(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 \right]^{0.5}$$

La vitesse totale est obtenue en additionnant la vitesse de l'écoulement uniforme et celle qui est induite par la source au point de contrôle ; on obtient:

$$V_t = V_{\infty, s} + V_s \quad (1-19)$$

En remplaçant chaque terme par son expression obtenue précédemment, on a :

$$V_t = V_{\infty} \sin(\beta_i) + \sum_{j=1}^N \frac{\lambda_j}{2\pi} \int_j \frac{\partial}{\partial s_i} (\ln(r_{ij})) ds_j \quad (1-20)$$

L'équation de Bernoulli est utilisée pour la détermination des pressions à partir du champ des vitesses locales.

1.2.4.2 - La méthode des panneaux tourbillons:

La méthode des panneaux sources ne tient pas compte de la circulation autour de l'obstacle. Cependant, la détermination des caractéristiques aérodynamiques des profils portants nécessite l'incorporation de circulation, donc des tourbillons dans la modélisation. C'est ainsi qu'est née la méthode des panneaux tourbillons et dont le principe est similaire à la méthode décrite précédemment, sauf qu'elle est applicable à des corps portants.

On suppose une distribution de circulation constante sur chaque panneau dont l'intensité est inconnue et qui doit satisfaire la condition de Kutta au bord de fuite.

Soit un point P(x,y) situé à une distance r_{pj} du panneau j, qui fait un angle θ_{pj} par rapport à l'axe des abscisses. Le potentiel des vitesses induit par le panneau j au point P est:

$$d\phi = -\frac{1}{2\pi} \int_j \theta_{pj} \gamma_j ds_j \quad (1-21)$$

avec

$$\theta_{pj} = \text{Arctan}\left(\frac{y - y_j}{x - x_j}\right) \quad (1-22)$$

Le potentiel des vitesses résultant induit au point P par l'ensemble des panneaux est donné par:

$$\phi(P) = \sum_{j=1}^N d\phi_j \quad (1-23)$$

Soit, en utilisant l'équation (1-20):

$$\phi(P) = -\sum_{j=1}^N \frac{\gamma_j}{2\pi} \int_j \theta_{pj} ds_j \quad (1-24)$$

Lorsque le point P de coordonnées (x_i,y_i) se trouve au point de contrôle, le potentiel des vitesses devient:

$$\phi(x_i, y_i) = -\sum_{j=1}^N \frac{\gamma_j}{2\pi} \int_j \theta_{ij} ds_j \quad (1-25)$$

avec

$$\theta_{ij} = \text{Arctan}\left(\frac{y_i - y_j}{x_i - x_j}\right) \quad (1-26)$$

La composante normale de la vitesse de l'écoulement uniforme est donnée par:

$$V_{\omega,n} = V_{\infty} \cos(\beta) \quad (1-27)$$

De même, la composante normale de la vitesse sur l'obstacle s'écrit:

$$V_n = \frac{\partial}{\partial n}(\phi(x_i, y_i)) \quad (1-28)$$

En faisant appel à l'équation (1-30), on obtient:

$$V_n = -\sum_{j=1}^N \frac{\gamma_j}{2\pi} \int_j \frac{\partial \theta_{ij}}{\partial n_i} ds_j \quad (1-29)$$

L'application de la condition à la paroi permet d'écrire:

$$V_{\infty, n} + V_n = 0 \quad (1-30)$$

Cette relation peut être exprimée par:

$$V_{\infty} \cos(\beta_i) - \sum_{j=1}^N \frac{\gamma_j}{2\pi} \int_j \frac{\partial \theta_{ij}}{\partial n_i} ds_j = 0 \quad (1-31)$$

La condition de Kutta appliquée au bord de fuite de l'obstacle s'écrit:

$$\gamma_i + \gamma_{i-1} = 0 \quad (1-32)$$

On obtient un système d'équations algébriques dont la résolution permet d'obtenir les circulations γ_j et par voie de conséquence les composantes de la vitesse.

Le coefficient de pression est donnée par:

$$C_p = 1 - \left(\frac{V_i}{V_{\infty}} \right)^2 \quad (1-33)$$

L'intégration de la pression à travers le contour du profil permet d'obtenir la résultante et le moment aérodynamique. La résultante aérodynamique est décomposée en une portance perpendiculaire à la vitesse de l'écoulement amont non perturbé et une traînée parallèle à cet écoulement. D'autre part, si la corde est prise comme référence, on peut décomposer la résultante

aérodynamique en deux autre composantes; une composante normale à la corde et une composante axiale qui est parallèle à la corde du profil. Par conséquent, on déduit les coefficients aérodynamiques suivants:

-Les coefficients normale et axiale de la résultante aérodynamique

$$C_n = \frac{1}{c} \int_0^c (C_{pl} - C_{pu}) dx$$
$$C_a = \frac{1}{c} \int_0^c (C_{pu} - C_{pl}) dy$$

(1-34)

-Les coefficients de portance et de trainée sont:

$$C_z = C_n \cos(\alpha) - C_a \sin(\alpha)$$
$$C_x = C_n \sin(\alpha) + C_a \cos(\alpha)$$

(1-35)

Le moment est calculé par rapport au bord d'attaque du profil et nous adoptons comme convention qu'un moment cabreur est positif et un moment piqueur est négatif, par conséquent le coefficient de moment par rapport au bord d'attaque est donnée par:

$$C_{m/BA} = \frac{1}{c^2} \left[\int_0^c (C_{pu} - C_{pl}) x dx + \int_0^c (C_{pu} - C_{pl}) y dy \right] \quad (1-36)$$

1.3 - ETUDES EXPERIMENTALES

Les aérodynamiciens ont adopté un mode d'expérimentation intéressant en effectuant les mesures sur un corps immobile que l'on immerge dans un écoulement d'air. La détermination des coefficients aérodynamiques dans les souffleries a pour but de reproduire le plus fidèlement possible les caractéristiques de l'écoulement autour d'obstacles types, soit pour valider des résultats théoriques ou bien d'étudier des cas compliqués dont l'étude théorique n'est pas évidente. Il faut toutefois signaler que les résultats des essais en soufflerie doivent être corrigés pour éliminer les effets de blocage, paroi etc...

Les premières mesures relatives à la résistance de l'air ont été effectuées sur des corps en chute libre dans l'air. Ensuite, durant le dernier siècle, apparurent la méthode du manège et l'utilisation du vent naturel atmosphérique. Il convient de citer Lilienthal qui mesura, pour la première fois, la composante de sustentation d'éléments plans disposés sur un manège. Quelques années plus tard, il étudia dans le vent naturel des ailes dont il détermina la sustentation, la traînée et le moment.

La première soufflerie à être construite utilisa un jet d'air comprimé. Quelques années plus tard, un ventilateur est utilisé pour produire un écoulement d'air à travers les sections d'une soufflerie:

- soit en soufflant sur le corps situé à l'extrémité du tunnel.
- soit en aspirant sur le corps.

Les essais en soufflerie ont toujours eu une grande importance en aérodynamique. Ces essais sont rendus nécessaires par la complexité des écoulements et des géométries des aéronefs modernes. Beaucoup de pays ont réalisés très tôt l'importance de la prédiction des caractéristiques aérodynamiques des avions et missiles par des méthodes expérimentales. Ces pays se sont dotés d'organismes spécialisés tel que la NASA, l'ONERA ou la RAF (Royal Air Factory).

Il existe actuellement une gamme extrêmement étendue de souffleries. On rencontre des souffleries avec des puissances qui peuvent aller de quelques kilowatts pour mettre en mouvement une veine fluide de quelque décimètres carrés de section, jusqu'à celles, soit de très grandes dimensions soit de très grandes vitesses. Les premières souffleries subsoniques étaient à veine libre alors que les souffleries modernes ont une veine guidée et un circuit à retour.

Il est quasiment impossible de passer en revue tous les travaux effectués dans ce domaine dont une grande partie est classée. Cependant, on peut consulter les ouvrages classiques tels que Abbott et Van Doenhoff, Rebuffet pour avoir une idée de l'étendue du travail accompli dans ce domaine.

Pour déterminer la résultante aérodynamique et le moment résultant sur un corps en essai, on utilise une balance aérodynamique qui doit mesurer six grandeurs, dont on déduit par le calcul, les six composantes de la résultante générale et du moment résultant. Dans d'autres techniques, on détermine la sustentation et la traînée par des méthodes indirectes, à partir de mesure des pressions locales.

Les expériences effectuées en vol peuvent être classées en deux catégories:

- Les essais de l'avion lui même au stade final de sa mise au point.
- Les essais de maquettes volantes qui sont larguées à partir d'un porteur.

CHAPITRE 2

LA THEORIE DE LA METHODE DES SINGULARITES

Pour un écoulement irrotationnel, le potentiel ϕ dont dérive la vitesse, satisfait l'équation de Laplace. Cette équation linéaire classique est parmi les plus étudiées en mathématiques. Les solutions élémentaires à cette équation sont très connues et ne sont utiles que si la géométrie du problème, et en particulier les limites de l'obstacles, sont simples.

Dans le cas des écoulements complexes, l'équation de Laplace étant linéaire, le principe de superposition des solutions élémentaires devient un outil très important. En effet, l'écoulement est alors représenté sous forme de distribution de solutions élémentaires qui, à l'exception de celle de l'écoulement uniforme, sont singulières. Le but est alors de faire en sorte que l'écoulement résultant satisfasse la condition d'imperméabilité des parois.

2.1 - LA DISTRIBUTION DES SINGULARITES ELEMENTAIRES

2.1.1 - Ecoulement uniforme

Il est défini par un champ d'écoulement uniforme où les équipotentielles et les lignes de courant sont respectivement des droites parallèles et perpendiculaires à l'axe des ordonnées, si le courant est dans le sens des "x" positifs.

Cet écoulement n'est pas singulier. Cependant, nous le citons, car il est présent lorsque un obstacle est en mouvement dans une masse d'air qui est le cas de l'avion.

2.1.2 - Source

La singularité source ne crée aucune circulation mais émet un débit volumique, selon que ce débit est positif ou négatif, il s'agit d'une source ou d'un puit.

Les lignes de courant et les équipotentiels induites par la singularité source sont respectivement les droites passant par l'origine et les cercles concentriques centrés à l'origine.

2.1.3 - Tourbillon

La singularité tourbillon crée une circulation d'intensité Γ mais ne génère aucun débit. Les lignes de courant sont des cercles et les équipotentiels sont des droites passant par l'origine.

2.1.4 - Doublet ou dipôle

La singularité dite "doublet" ne fournit aucune circulation et aucun débit. Ce type de singularité est, en effet, la combinaison de deux sources de débits opposés placées symétriquement par rapport à un axe, appelé axe du doublet ou dipôle. Au fur et à mesure qu'elles se rapprochent, le produit du débit et de la distance entre les deux sources tend vers une limite constante appelée moment du dipôle. Le doublet est dit tangentiel car il existe une ligne de courant tangente au segment qui joint les deux sources.

On peut aussi obtenir un doublet en rapprochant deux tourbillons de circulations opposées tout en augmentant leurs intensités et le doublet est dit normal au segment joignant les deux tourbillons.

Tableau 2-1: Les fonctions de courant et potentielle pour quelques écoulements élémentaires

LES ECOULEMENTS	LA FONCTION POTENTIELLE	LA FONCTION COURANT
E-Uniforme	$\Phi = V_{\infty} \cos(\alpha)x + V_{\infty} \sin(\alpha)y$	$\psi = V_{\infty} \cos(\alpha)y - V_{\infty} \sin(\alpha)x$
Source et puits	$\Phi = \frac{Q}{2\pi} \text{Log}(r)$	$\Psi = \frac{Q}{2\pi} \theta$
Le tourbillon	$\Phi = -\frac{\Gamma}{2\pi} \theta$	$\Psi = \frac{\Gamma}{2\pi} \text{Log}(r)$
Le doublet	$\Phi = \frac{\mu}{2\pi} \frac{\cos \theta}{r}$	$\Psi = -\frac{\mu}{2\pi} \frac{\sin \theta}{r}$

Tableau 2-2 : Le champ des vitesses pour quelques écoulements élémentaires

LES ECOULEMENTS	VITESSE RADIALE	VITESSE TANGENTIELLE
E- Uniforme	$U_x = V_{\infty} \cos(\alpha)$	$U_y = V_{\infty} \sin(\alpha)$
Source et puits	$U_r = \frac{Q}{2\pi} \frac{1}{r}$	$U_{\theta} = 0$
Le tourbillon	$U_r = 0$	$U_{\theta} = -\frac{\Gamma}{2\pi} \frac{1}{r}$
Le doublet	$U_r = -\frac{\mu}{2\pi} \frac{\cos \theta}{r^2}$	$U_{\theta} = -\frac{\mu}{2\pi} \frac{\sin \theta}{r^2}$

2.1.5 - Le principe de superposition des singularités

L'équation de Laplace à laquelle doivent satisfaire les fonctions de courant et potentielle sont lineaires, et la somme de plusieurs fonctions satisfaisant à cette équation sera aussi une solution :

$$\Phi = \sum_1^N \phi_i \tag{2-1}$$

Il est possible de construire un nouvel écoulement par la superposition d'écoulements connus. Le vecteur vitesse est obtenu en réalisant la même combinaison linéaire sur les vecteurs vitesses des écoulements élémentaires choisis.

2.1.5.1 - La superposition de l'écoulement uniforme et d'une source

Les lignes de courant générées par une source à l'origine des coordonnées sont des rayons, issus de l'origine. Celles de l'écoulement uniforme sont parallèles avec une direction que l'on choisit ici comme l'axe des abscisses. Les lignes de courant de l'écoulement résultant sont des courbes joignant les points pour lesquels la somme des deux fonctions de courant des deux écoulements élémentaires précédents a une valeur constante.

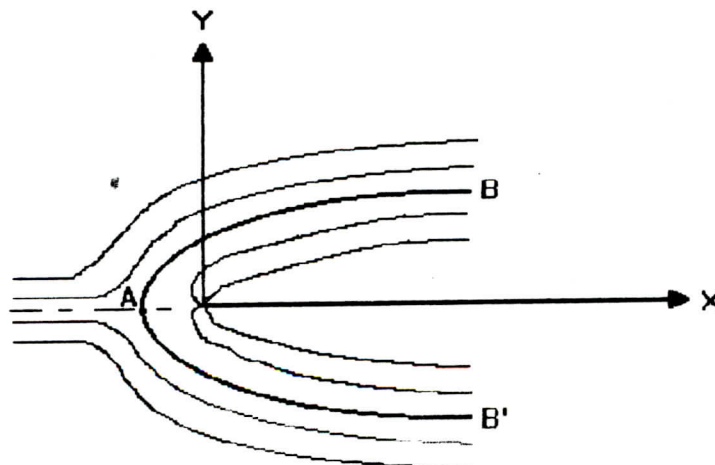


Fig 2-1 Superposition d'un écoulement uniforme et d'une source

La ligne de courant $\psi=0$ est constituée par la partie positive de l'axe des abscisses et par la courbe BAB' d'allure parabolique. L'écoulement uniforme se divise au sommet A pour s'écouler de part et d'autre à l'extérieur de la courbe.

Les fonctions potentielle et de courant de l'écoulement résultant sont exprimées par:

$$\begin{aligned}\phi &= V_{\infty} \left(x + \frac{h}{\pi} \text{Ln}(r) \right) \\ \psi &= V \left(y + \frac{h}{\pi} \theta \right)\end{aligned}\tag{2-2}$$

avec:

$$h = \frac{Q}{2V_{\infty}}$$

Les composantes de la vitesse sont déduites du système d'équation (2-2):

$$\begin{aligned}u &= V_{\infty} \left(1 + \frac{h}{\pi} \frac{x}{x^2 + y^2} \right) \\ v &= \frac{hV_{\infty}y}{\pi(x^2 + y^2)}\end{aligned}\tag{2-3}$$

Les positions des points d'arrêt sont:

$$x = -\frac{Q}{2\pi V_{\infty}} ; \quad y = 0\tag{2-4}$$

On peut remplacer une ligne de courant quelconque par un contour solide sans modifier l'écoulement. Il est possible de substituer la courbe BAB' par un solide. Les lignes de courant représentent l'écoulement autour de ce solide placé dans l'écoulement uniforme, comme on peut obtenir d'autres formes d'écoulements autour d'obstacles typiques en associant plusieurs sources et plusieurs puits convenablement répartis.

2.1.5.2 La superposition de l'écoulement uniforme et du doublet

La superposition de l'écoulement uniforme de vitesse V_{∞} dans la direction de l'axe des abscisses et du doublet d'intensité μ permet d'obtenir les fonctions potentielles et de courant de l'écoulement résultant:

$$\phi = V_{\infty} x \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) \quad (2-5)$$

$$\psi = V_{\infty} y \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right)$$

avec

$$a^2 = \frac{\mu}{2\pi V_{\infty}}$$

En conséquence de ce résultat, on peut matérialiser la ligne de courant par un solide en forme de cercle de rayon $r=a$. Dans ce cas l'écoulement représenté par les fonctions potentielles et courants peut être interprété comme définissant l'écoulement stationnaire autour d'un cylindre de révolution de section circulaire et la génératrice de ce cylindre est perpendiculaire à la direction de l'écoulement uniforme.

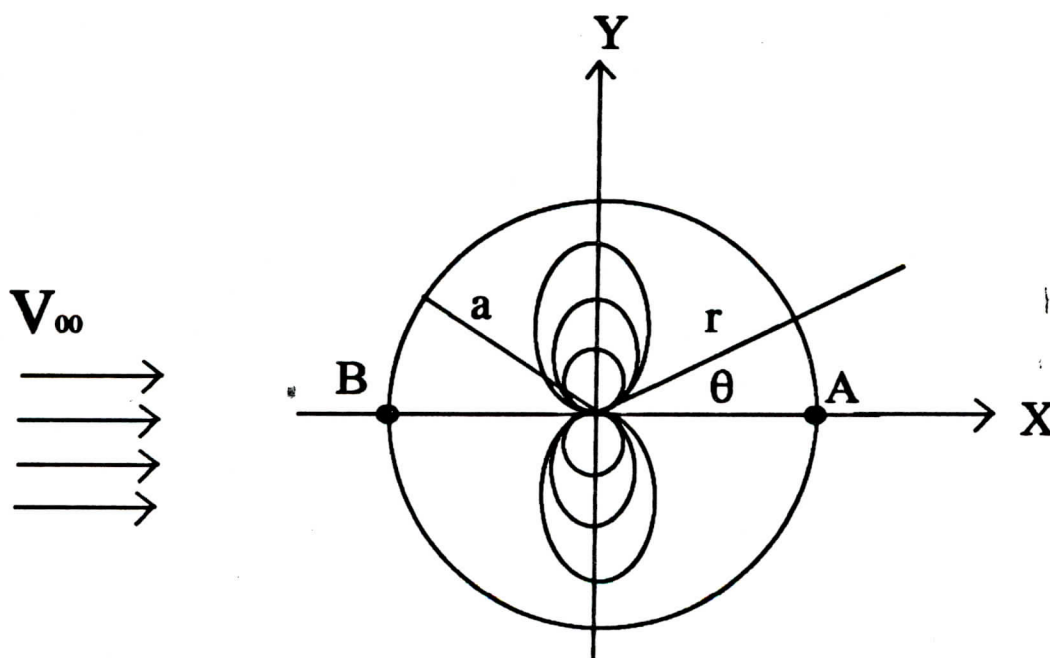


Fig 2-2 : La superposition d'un écoulement uniforme et un doublet

La repartition des vitesses est donnée par:

$$\begin{aligned} u_r &= -\left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) V_\infty \cos(\theta) \\ u_\theta &= -\left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right) V_\infty \sin(\theta) \end{aligned} \quad (2-6)$$

Les deux points d'arrêt sont donnés par:

$$\begin{aligned} A(a,\theta) &= \left[\left(\frac{\mu}{2\pi V_\infty}\right)^{1/2}, 0 \right] \\ B(a,\theta) &= \left[\left(\frac{\mu}{2\pi V_\infty}\right)^{1/2}, \pi \right] \end{aligned} \quad (2-7)$$

Sur la surface du cylindre de rayon a , la vitesse radiale est nulle. Par contre, la vitesse tangentielle est exprimée par:

$$u_\theta = -2 V_\infty \sin(\theta) \quad (2-8)$$

On définit le coefficient de pression locale par:

$$C_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2} \quad (2-9)$$

En supposant l'air incompressible et parfait, la loi de Bernoulli, appliquée à la relation suivante donne:

$$C_p = 1 - \left(\frac{V}{V_\infty}\right)^2 \quad (2-10)$$

La distribution théorique de pression sur le cylindre s'obtient en remplaçant le champ des vitesses donné par l'équation (2-8) dans l'expression (2-10), d'où :

$$C_p = 1 - 4 \sin^2(\theta) \quad (2-11)$$

2.1.5.3 - La superposition d'un écoulement uniforme, d'un tourbillon et d'un doublet

La superposition d'un écoulement uniforme et d'un doublet peut être interprété comme un écoulement autour d'un cylindre circulaire mais dont la portance et la trainée sont nulles. En conséquence, si on s'intéresse à la création de la portance sur le cylindre, on peut associer un tourbillon d'intensité Γ placé à l'origine avec le doublet de l'écoulement autour d'un cylindre non portant.

Les fonctions de courant et potentiel doivent satisfaire l'équation de continuité, d'irrotationalité ainsi que les conditions aux limites.

Les fonctions potentielle et de courant de l'écoulement résultant s'écrivent:

$$\phi = V_{\infty} r \cos(\theta) \left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right) - \frac{\Gamma}{2\pi} \theta \quad (2-12)$$

$$\psi = V_{\infty} r \sin(\theta) \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) + \frac{\Gamma}{2\pi} \text{Log}(r/a)$$

Les composantes de la vitesse sont:

$$\begin{aligned} u_r &= \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) V_{\infty} \cos(\theta) \\ u_{\theta} &= -\left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right) V_{\infty} \sin(\theta) - \frac{\Gamma}{2\pi r} \end{aligned} \quad (2-13)$$

En coordonnées cartésiennes, les positions des points d'arrêt sont données par:

$$\begin{aligned} x_s &= (a^2 - y_s^2)^{1/2} \\ y_s &= -\frac{\Gamma}{4\pi V_{\infty}} \end{aligned} \quad (2-14)$$

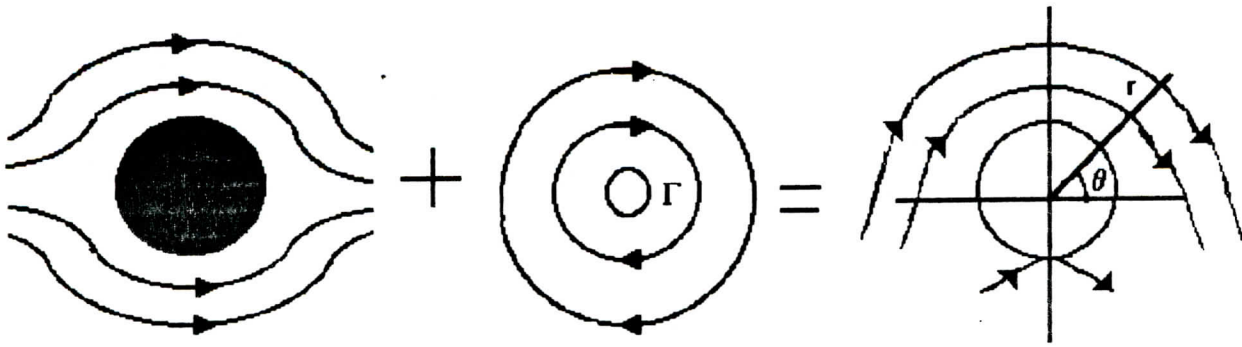


Fig 2-3 Ecoulement autour du cylindre portant

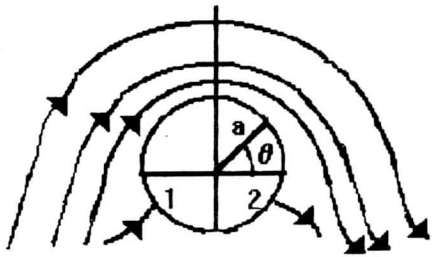


Fig 2-3a Ecoulement autour du cylindre avec circulation ($\Gamma < 4\pi v_\infty a$)

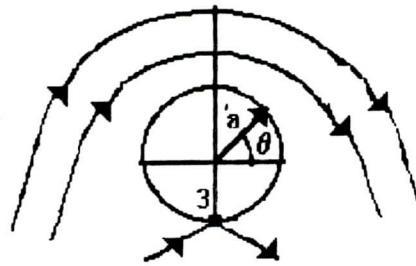


Fig 2-3b Ecoulement autour du cylindre avec circulation ($\Gamma = 4\pi v_\infty a$)

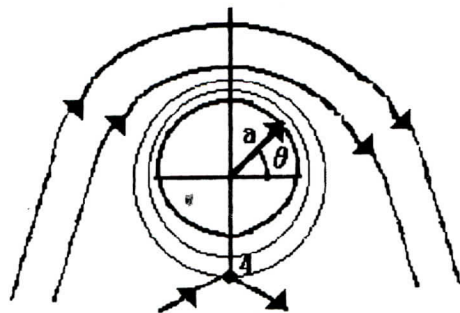


Fig 2-3c Ecoulement autour du cylindre avec circulation ($\Gamma > 4\pi v_\infty a$)

En faisant croître la circulation, les points d'arrêt qui se trouvent dans le 3^{ème} et le 4^{ème} quadrant du cercle se déplacent de l'axe des abscisses vers le bas du cylindre jusqu'à coïncider au point $y_s = -a$, lorsque la circulation atteint la valeur $\Gamma = 4\pi a V_\infty$.

Si la circulation est supérieure à la valeur $4\pi a V_\infty$, le point d'arrêt quitte le cylindre et le coefficient de distribution de pression obtenu est:

$$C_p = 1 - \left[4 \sin^2(\theta) + \frac{2\Gamma \sin(\theta)}{4\pi a V_\infty} + \left(\frac{\Gamma}{2\pi a V_\infty} \right)^2 \right] \quad (2-15)$$

En effet, Lorsque la circulation croît, la symétrie par rapport à l'axe des abscisses est perdue tandis que l'écoulement reste symétrique suivant l'axe vertical et la distribution de pression reste symétrique par rapport à cet axe.

Les forces de portance et de trainée sont exprimées par:

$$\begin{aligned} F_z &= \rho_\infty V_\infty \Gamma \\ F_x &= 0 \end{aligned} \quad (2-16)$$

Pour un cylindre quelconque avec circulation, l'écoulement peut être représenté par la superposition de sources, de puits et de tourbillons à l'intérieur du solide. En conséquence, la portance est donnée par le théorème de Kutta Joukowski et la trainée est nulle vérifiant, bien sûr, le paradoxe d'Alembert.

2.1.6 - La théorie des images

Les sections précédentes ont traité les écoulements autour d'un obstacle alors que dans la réalité pratique, l'écoulement se fait autour de plusieurs obstacles. Il s'ensuit alors des interférences mutuelles qui dépendent de la géométrie de ces corps et des distances qui les séparent.

Parmi les cas les plus intéressants, on peut citer l'effet du sol sur les performances aérodynamiques de l'avion, l'influence du champ d'écoulement perturbé par la présence des avions qui volent l'un à proximité de l'autre et l'effet des parois de soufflerie sur les caractéristiques aérodynamiques mesurées sur les modèles testés.

La méthode des images est utilisée pour déterminer ces interférences et plus particulièrement celles des ailes sur le fuselage de l'avion.

Considérons un système (S) de singularités sources, puits, doublets et tourbillons à proximité de parois solides. Il est possible de trouver un autre système (S') de singularités, dit image du premier système, situé hors du domaine du système (S) et tel que les frontières soient les lignes de courant pour l'écoulement résultant de l'effet conjugué de l'ensemble des singularités.

2.1.6.1 - L'image de la singularité source

On considère un écoulement généré par une source placée en un point de coordonnées $A(0,a)$ à proximité d'une paroi plane située à $y=0$. La condition à la surface implique une vitesse nulle à la paroi.

L'influence de cette paroi sur l'écoulement est identique à l'effet de l'image de la singularité source placée cette fois-ci en un point de coordonnée $A'(0,-a)$.

Le principe de superposition appliqué à la source et son image, conduit à :

$$\psi = \frac{Q}{2\pi} \operatorname{Arctan}\left(\frac{y-a}{x}\right) + \frac{Q}{2\pi} \operatorname{Arctan}\left(\frac{y+a}{x}\right) \quad (2-17)$$

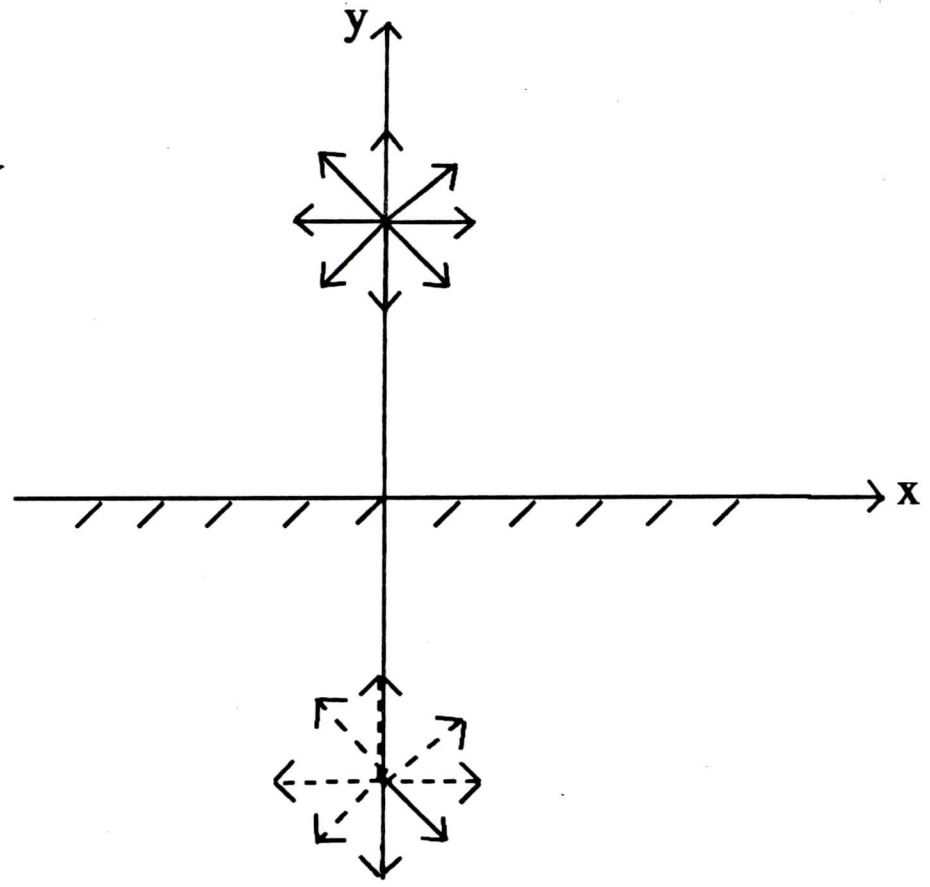


Fig 2-4 : L'image de la singularité source placée à proximité d'une paroi plane

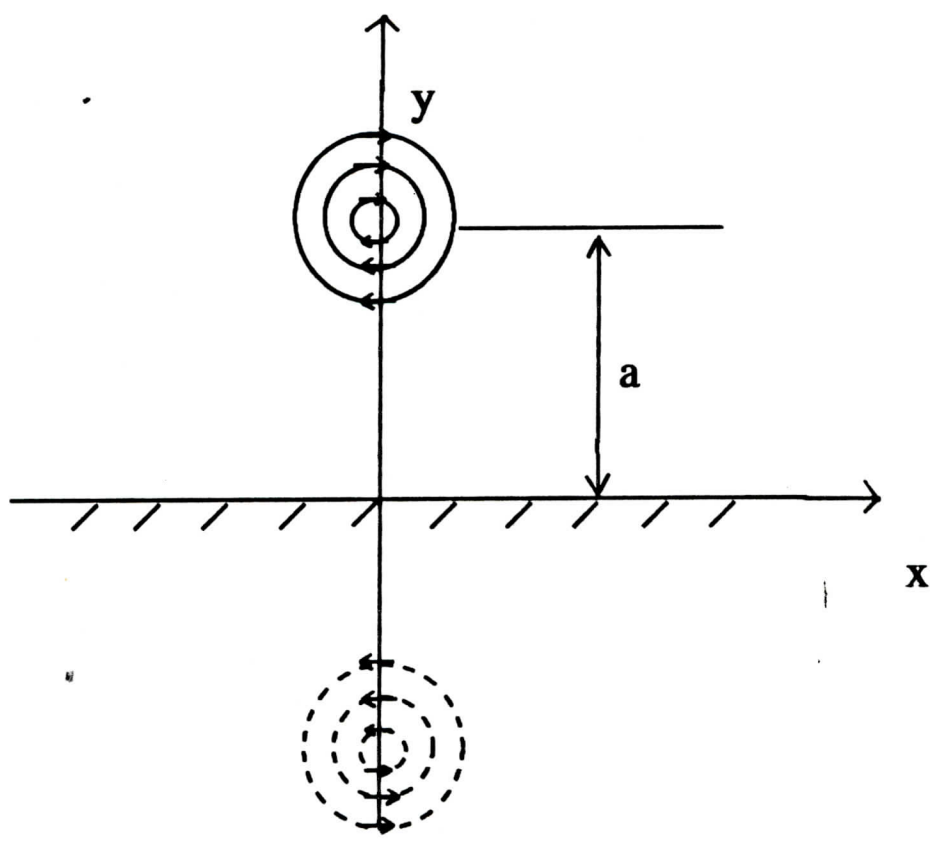


Fig 2-5 : L'image de la singularité tourbillon placée à proximité d'une paroi plane

Le champ de vitesse est donné par:

$$u = \frac{Q}{2\pi} r \left[\frac{1}{x^2 + (y-a)^2} + \frac{1}{x^2 + (y+a)^2} \right] \quad (2-18)$$

$$v = \frac{Q}{2\pi} \left[\frac{(y-a)}{x^2 + (y-a)^2} + \frac{(y+a)}{x^2 + (y+a)^2} \right]$$

Le premier terme des composantes de la vitesse représente l'effet de la source alors que le second terme est la vitesse générée par la source image qui simule l'effet de la paroi.

2.1.6.2 - L'image de la singularité tourbillon

On considère un tourbillon d'intensité Γ placé en un point $A(0,a)$ de la paroi. L'image de la singularité est un tourbillon de circulation opposée et qui est placé en un point $A'(0,-a)$.

Le principe de superposition permet d'obtenir la fonction de courant en ajoutant celle du tourbillon et de son image:

$$\Psi = \frac{\Gamma}{2\pi} \text{Log} [x^2 + (y-a)^2]^{1/2} - \frac{\Gamma}{2\pi} \text{Log} [x^2 + (y+a)^2]^{1/2} \quad (2-19)$$

Le champ de vitesse est alors:

$$u = \frac{\Gamma}{2\pi} \left[\frac{(y-a)}{x^2 + (y-a)^2} - \frac{(y+a)}{x^2 + (y+a)^2} \right]$$

$$v = - \frac{2a\Gamma xy}{[x^2 + (y-a)^2][x^2 + (y+a)^2]} \quad (2-20)$$

Il est possible d'associer au champ de vitesse de cet écoulement un champ d'écoulement uniforme pour étudier l'effet de la présence d'une paroi sur la portance.

2.1.6.3 - L'image de la singularité doublet

Dans le chapitre précédent, on a représenté l'écoulement autour d'un cylindre circulaire par la superposition d'un écoulement uniforme et d'un doublet. L'influence d'une paroi plane sur le cylindre est obtenue en plaçant une image de la singularité doublet en un point $A(0,-a)$.

La fonction de courant s'écrit:

$$\psi = V_{\infty} y - \frac{\mu}{2\pi} \left[\frac{(y-a)}{x^2 + (y-a)^2} + \frac{(y+a)}{x^2 + (y+a)^2} \right] \quad (2-21)$$

Les composantes du champ de vitesse sont:

$$u = V_{\infty} - \frac{\mu}{2\pi} \left[\frac{x^2 - (y-a)^2}{[x^2 + (y-a)^2]^2} + \frac{x^2 - (y+a)^2}{[x^2 + (y+a)^2]^2} \right]$$

$$v = - \frac{\mu \cdot x}{\pi} \left[\frac{(y-a)}{[x^2 + (y-a)^2]^2} + \frac{(y+a)}{[x^2 + (y+a)^2]^2} \right] \quad (2-22)$$

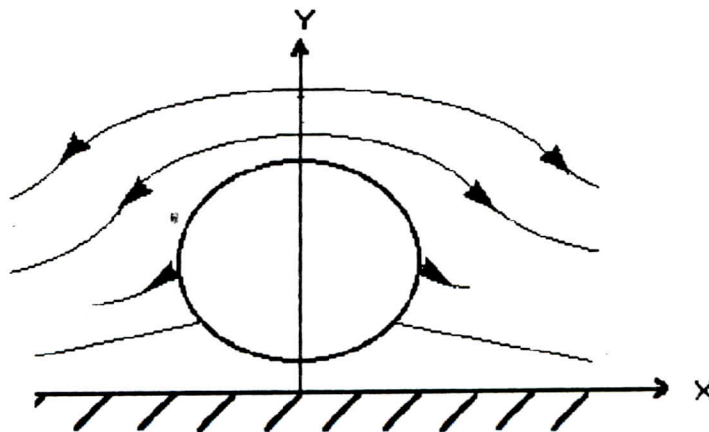


Fig 2-6 Doublet aproximité d'une paroi plane

2-1-7 - Utilisation des variables complexes

L'utilisation des variables complexes est une technique très pratique dans l'étude des écoulements potentiels bidimensionnels. Dans ce cas, la fonction de courant ainsi que le potentiel des vitesses sont associés pour former une seule fonction complexe appelée le potentiel complexe et défini par:

$$F(z) = \phi(z) + i\psi(z) \quad (2-23)$$

où z est un point courant du plan de l'écoulement .

La dérivation de $F(z)$ par rapport à z conduit à une vitesse complexe qui est liée aux composants u et v de la vitesse par:

$$W(z) = u - iv \quad (2-24)$$

2-1-7-1 Ecoulements élémentaires bidimensionnels

Les écoulements potentiels élémentaires bidimensionnels peuvent être exprimés d'une manière commode et plus concise que dans les sections précédentes.

Dans le plan complexe, le tableau (2-3) donne $F(z)$ et $W(z)$ des écoulements élémentaires usuels avec la singularité placée à l'origine.

Tableau 2-3 Les écoulements élémentaires usuels

LES ECOULEMENTS	F(z)	W(z)
Pas d'écoulement	A constante complexe	0
Écoulement Uniforme dans une direction arbitraire	A.Z	A constante complexe
Écoulement autour d'un angle $\alpha = -\frac{\pi}{n}$	A.z ⁿ n > 1 A réel	Anz ⁿ⁻¹
Source à l'origine d'intensité: Q = 2πA	A log(z) A réel > 0	$\frac{A}{z}$
Tourbillon à l'origine de circulation Γ = - 2πb	ib Log(z) b réel > 0	$\frac{ib}{z}$
Doublet à l'origine dans la direction des abscisses de moment μ = 2πA	$-\frac{A}{z}$ A réel > 0	$\frac{A}{z^2}$

Si la singularité n'est plus à l'origine des coordonnées, mais à $z = z_0$, il suffit de remplacer z par $(z-z_0)$ dans les expressions de $F(z)$ et $W(z)$ correspondantes. D'autres parts, le principe de superposition reste applicable soit à $F(z)$ ou à $W(z)$.

Finalement, il convient de rappeler que dans le cas des écoulements plans, l'utilisation des variables complexes implique l'application de la relation de Blasius, qui donne la force et le moment par rapport à l'origine.

2.1.7-2 Application conforme

Une façon de faciliter la résolution du problème de l'écoulement autour d'un profil d'aile est de le transformer en un écoulement autour d'un corps beaucoup plus simple. Si les angles sont conservés en valeur et sens durant la transformation, celle-ci est alors dite conforme. De même, on s'arrange en général pour que le point à l'infini soit conservé dans la transformation.

La transformation conforme la plus connue est incontestablement la transformation de Joukowski où l'écoulement autour d'un profil est réduit à celui, plus simple, autour d'un cercle.

Il existe aussi d'autres transformations telles que celle de Von Mises ou Karman-Trefftz. Cependant, la forme des profils pouvant être ramenés à des cercles est limitée et les profils obtenus ne sont pas nécessairement intéressants.

Le problème direct qui consiste à partir d'un profil donné et d'arriver à un cercle est compliqué. La technique dans ce cas est due à Théodorsen. Elle consiste à subdiviser la transformation en deux autres dont la première est celle de Joukowski qui permet d'obtenir un cercle approché appelé "pseudo-cercle". La méthode de Théodorsen est très puissante et permet de résoudre en principe l'écoulement autour de n'importe quel profil d'aile.

Nous n'entrerons pas dans le détail de ces techniques car elles ne seront pas appliquées dans le présent travail.

2-1-7-3 Le théorème inverse du cercle

Nous avons déjà parlé des images de certaines singularités par rapport à une paroi plane. Bien qu'utile dans l'étude de l'effet du sol par exemple sur un écoulement autour d'un obstacle, l'influence du fuselage sur l'écoulement autour de l'aile est plus compliquée.

Dans le cas d'un fuselage à section circulaire le problème peut être résolu en utilisant le théorème inverse du cercle. Ce théorème énonce que pour un écoulement ayant un potentiel des vitesses $F_1(z)$, l'introduction d'un cercle conduit à une nouvelle forme de potentiel des vitesses:

$$F(z) = F_1(z) + \overline{F_1}\left(\frac{a^2}{z}\right) \quad (2-25)$$

où a est le rayon du cercle

L'application de ce théorème donne la position des images utilisées sur les ailes pour modéliser l'écoulement. Pour plus de détails, consulter ref [3].

2-2 LA DISTRIBUTION DE SINGULARITES TRIDIMENSIONNELLES

Les écoulements plans ou bidimensionnels permettent de comprendre certains écoulements pratiques mais ils présentent des limitations quand on veut modéliser un écoulement complexe tridimensionnel.

L'aérodynamique appliquée est tridimensionnelle mais l'étude est complexe. La détermination du champ d'écoulement est toujours d'actualité dans le domaine de recherche aussi bien théorique qu'expérimentale.

Le champ d'écoulement tridimensionnel est gouverné par les équations suivantes:

L'écoulement est irrotationnel

$$\vec{v} = \nabla\phi \quad (2-26)$$

L'écoulement est incompressible

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad (2-27)$$

Le potentiel des vitesses satisfait l'équation de Laplace:

$$\nabla^2\phi = 0 \quad (2-28)$$

La condition à la paroi exprimant la tangentialité de l'écoulement sur la surface de l'obstacle s'écrit:

$$\vec{v} \cdot \vec{n} = 0 \quad (2-29)$$

2.2.1 - Source

2.2.1.1 - Source ponctuelle

Une source ponctuelle d'intensité unité qui est située à une distance ξ suivant l'axe ox' , induit en un point $P(x',y',z')$ une vitesse. Cette vitesse induite est exprimée par:

$$V_{\xi}' = \frac{1}{4\pi d_{\xi}^2}$$

$$d_{\xi} = [(x' - \xi)^2 + y'^2 + z'^2]^{1/2} \quad (2-30)$$

$$r' = [y'^2 + z'^2]^{1/2}$$

2.2.1.2 - Source linéique

Cette fois-ci, nous considérons des sources ponctuelles qui s'étendent sur une longueur L_s suivant l'axe ox' et formant une ligne de source d'intensité unité. Les composantes de la vitesse induite en un point $P(x',y',z')$ sont:

$$\begin{aligned} u' &= \int_0^{L_s} V_{\xi}' \cos(\phi) d\xi \\ v' &= \int_0^{L_s} V_{\xi}' \sin(\phi) \cos(\theta) d\xi \\ w' &= \int_0^{L_s} V_{\xi}' \sin(\phi) \sin(\theta) d\xi \end{aligned} \quad (2-31)$$

où:

$$\begin{aligned} \cos(\phi) &= \frac{x' - \xi}{r'} ; \sin(\phi) = \frac{r'}{d_{\xi}} ; r' = [y'^2 + z'^2]^{1/2} \\ \cos(\theta) &= \frac{y'}{r'} ; \sin(\theta) = \frac{z'}{r'} \end{aligned} \quad (2-32)$$

L'intégration des composantes de la vitesse induite permet d'obtenir les relations suivantes:

$$\begin{aligned} u' &= \frac{1}{4\pi} \left| \frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_1} \right| \\ v' &= -\frac{y'}{4\pi r'^2} \left| \frac{x' - L_s}{d_2} - \frac{x'}{d_1} \right| \\ w' &= -\frac{z'}{4\pi r'^2} \left| \frac{x' - L_s}{d_2} - \frac{x'}{d_1} \right| \end{aligned} \quad (2-33)$$

avec

$$\begin{aligned} d_1 &= [x'^2 + r'^2]^{1/2} \\ d_2 &= [(x' - L_s)^2 + r'^2]^{1/2} \\ r' &= [y'^2 + z'^2]^{1/2} \end{aligned}$$

Le système d'axes (ox',oy',oz') défini précédemment, représente le repère lié à la ligne de source. Dans la majorité des applications, ce système de coordonnées est orienté d'un certain angle par rapport à l'axe des y et déplacé par rapport à l'origine du repère de référence.

La transformation des coordonnées (x',y',z') du point P dans le repère de référence est:

$$\begin{aligned}x' &= x \cdot \sin(\Omega) + y \cdot \cos(\Omega) \\y' &= -x \cdot \cos(\Omega) + y \cdot \sin(\Omega) \\z' &= z\end{aligned}\tag{2-34}$$

En remplaçant dans l'équation (2-34) Ω par sa valeur, on obtient:

$$\begin{aligned}x' &= \frac{\lambda x + y}{(1 + \lambda^2)^{1/2}} \\y' &= \frac{\lambda y - x}{(1 + \lambda^2)^{1/2}} \\z' &= z\end{aligned}\tag{2-35}$$

où:

$$\lambda = \tan(\Omega)$$

et

$$\begin{aligned}d_1 &= (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2} \\d_2 &= [(x - \lambda b)^2 + (y - b)^2 + z^2]^{1/2} \\r' &= \frac{[(x - \lambda y)^2 + (1 + \lambda^2)z^2]^{1/2}}{(1 + \lambda^2)^{1/2}}\end{aligned}$$

Si en plus, la ligne de source est déplacée d'une distance ξ de l'origine, les expressions ci-dessus deviennent:

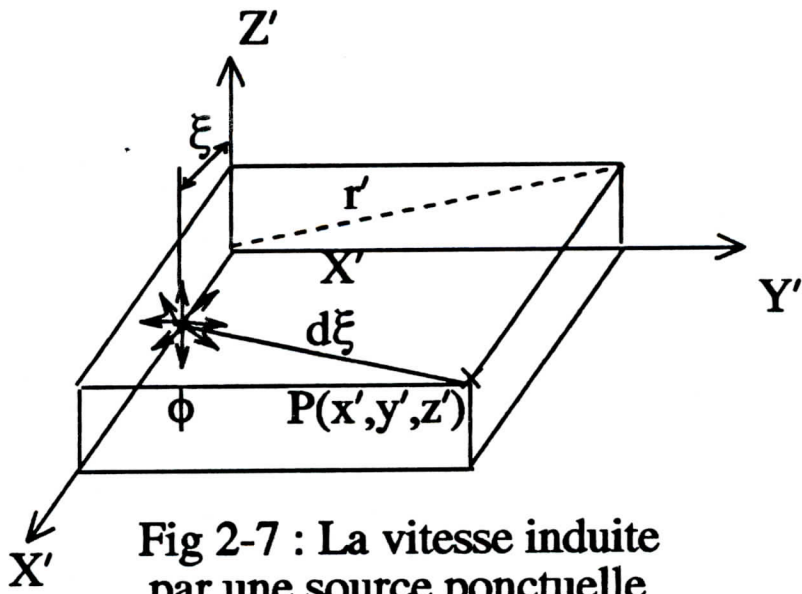


Fig 2-7 : La vitesse induite par une source ponctuelle

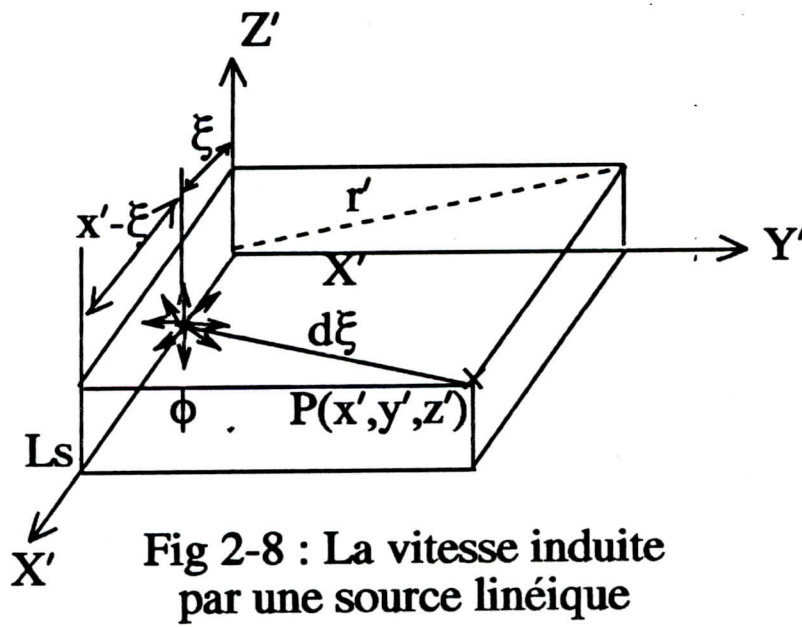


Fig 2-8 : La vitesse induite par une source linéique

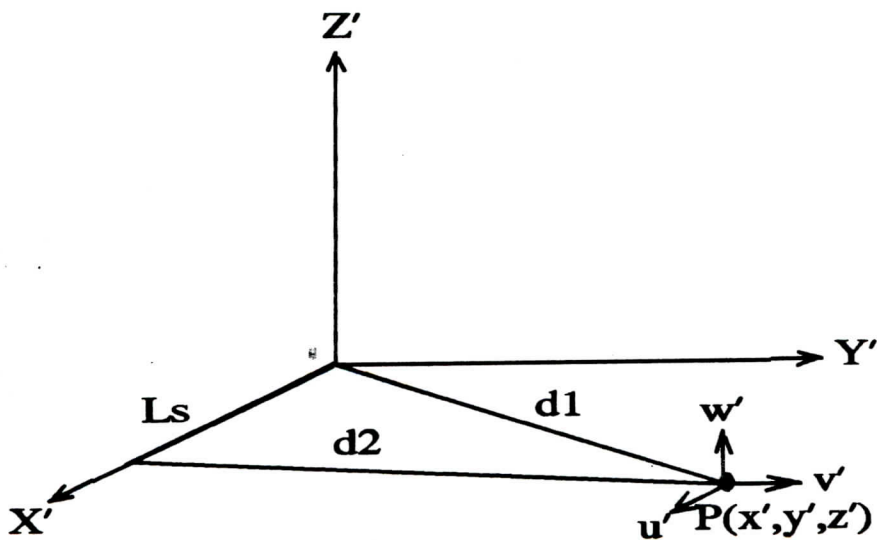


Fig 2-9: Les composantes de la vitesse induite par une source linéique

$$\begin{aligned}
 x' &= \frac{\lambda(x - \xi) + y}{(1 + \lambda^2)^{1/2}} \\
 y' &= \frac{\lambda y - (x - \xi)}{(1 + \lambda^2)^{1/2}} \\
 z' &= z
 \end{aligned}
 \tag{2-36}$$

avec:

$$\begin{aligned}
 d_1 &= [(x - \xi)^2 + y^2 + z^2]^{1/2} \\
 d_2 &= [(x - \xi - \lambda b)^2 + (y - b)^2 + z^2]^{1/2} \\
 r' &= \frac{[(x - \xi - \lambda y)^2 + (1 + \lambda^2)z^2]^{1/2}}{(1 + \lambda^2)^{1/2}} \\
 r' &= \frac{r}{(1 + \lambda^2)^{1/2}}
 \end{aligned}$$

Les composantes de la vitesse dans le nouveau repère s'écrivent:

$$\begin{aligned}
 u &= \frac{\lambda u' - v'}{(1 + \lambda^2)^{1/2}} \\
 v &= \frac{\lambda v' - u'}{(1 + \lambda^2)^{1/2}} \\
 w &= w'
 \end{aligned}
 \tag{2-37}$$

Si nous considérons cette fois-ci une ligne de sources de longueur L_s et d'intensité unité, parallèle à l'axe oy et située à une distance ξ de l'origine, les coordonnées dans le nouveau repère sont:

$$\begin{aligned}
 x' &= y - m_1 \xi \\
 y' &= - (x - \xi) \\
 z' &= z
 \end{aligned}
 \tag{2-38}$$

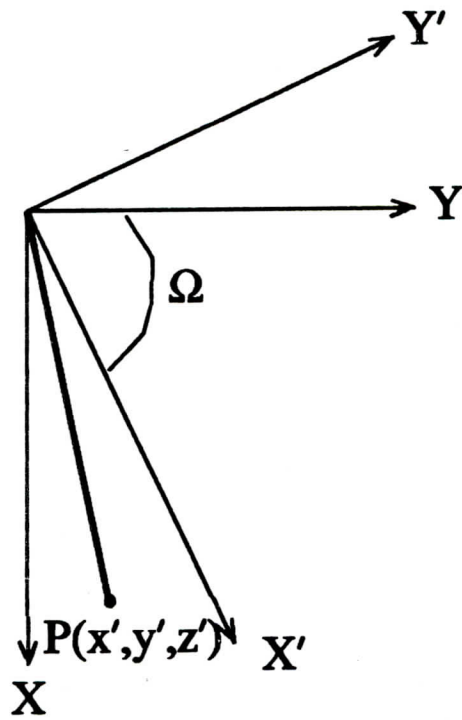


Fig 2-10 : Système d'axes orientés d'un angle Ω

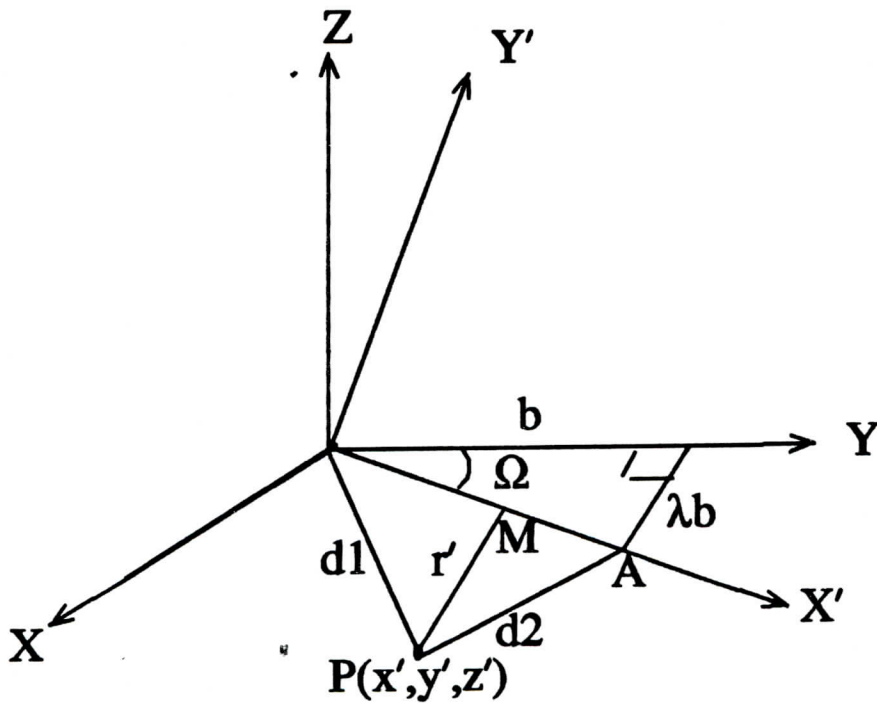


Fig 2-11 : La distribution de source sur un système d'axes orientés à un angle Ω

où:

$$L(\xi) = b + m_2\xi - m_1\xi$$

$$d_1 = [(y - m_1\xi)^2 + (x - \xi)^2 + z^2]^{1/2}$$

$$d_2 = [(y - m_2\xi - b)^2 + (x - \xi)^2 + z^2]^{1/2}$$

$$r' = [(x - \xi)^2 + z^2]^{1/2}$$

$$m_1 = \tan(\alpha_1)$$

$$m_2 = \tan(\alpha_2)$$

2.2.1.3 - Source surfacique

Les composantes de la vitesse induite, en un point P(x,y,z) par une ligne de sources placées à une distance ξ de l'axe ox, du panneau de géométrie trapézoïdale, sont données par:

$$u' = \frac{1}{4\pi} \int_0^c \frac{x - \xi}{r'^2} \left| \frac{y - m_1\xi}{d_1} - \frac{y - b - m_2\xi}{d_2} \right| d\xi$$

$$v' = - \frac{1}{4\pi} \int_0^c \left| \frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2} \right| d\xi \quad (2-39)$$

$$w' = \frac{1}{4\pi} \int_0^c \frac{1}{r'^2} \left| \frac{y - m_1\xi}{d_1} - \frac{y - b - m_2\xi}{d_2} \right| d\xi$$

L'influence du sommet 1 de la figure (2-19) sur les composantes de la vitesse induite est:

$$u_1 = \frac{1}{4\pi} \left[\frac{m_1}{(1+m_1^2)^{1/2}} \operatorname{Sin} h^{-1} \frac{x + m_1 y}{[(x-m_1 x)^2 + (1+m_1^2)z^2]^{1/2}} - \operatorname{Sin} h^{-1} \frac{y}{(x^2 + z^2)^{1/2}} \right]$$

$$v_1 = \frac{1}{4\pi(1+m_1^2)^{1/2}} \operatorname{Sin} h^{-1} \frac{x + m_1 y}{[(x-m_1 x)^2 + (1+m_1^2)z^2]^{1/2}} \quad (2-40)$$

$$w_1 = - \frac{1}{4\pi} \tan^{-1} \frac{z(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}}{x(y-m_1 x) + m_1 z^2}$$

Les composantes de la vitesse des autres sommets 2, 3 et 4 peuvent être déduites des équations précédentes. L'influence totale du panneau, en vertu du principe de superposition, est donnée par:

$$\begin{aligned} u &= u_1 - u_2 - u_3 + u_4 \\ v &= v_1 - v_2 - v_3 + v_4 \\ w &= w_1 - w_2 - w_3 + w_4 \end{aligned} \quad (2-41)$$

Si on considère un panneau source en flèche et effilé dans la direction de l'envergure et sachant que:

$$\begin{aligned} d_1 &= [(x - \xi)^2 + y^2 - z^2]^{1/2} \\ d_2 &= [(x - \xi - \lambda b)^2 + (y - b)^2 + z^2]^{1/2} \\ \lambda &= \tan(\alpha_1) \end{aligned} \quad (2-42)$$

les composantes de la vitesse induite par cette ligne de source d'intensité constante en un point P sont:

$$\begin{aligned} u &= \frac{1}{4\pi(1+\lambda^2)^{1/2}} \int_0^c \left| \lambda \left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2} \right) + \right. \\ &\quad \left. \frac{x-\xi-\lambda y}{r^2} \left(\frac{\lambda(x-\xi)+y}{d_1} - \frac{\lambda(x-\xi-\lambda b)+y-b}{d_2} \right) \right| d\xi \\ v &= \frac{1}{4\pi(1+\lambda^2)^{1/2}} \int_0^c \left| \left(\frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_1} \right) - \right. \\ &\quad \left. \frac{\lambda(x-\xi-\lambda y)}{r^2} \left(\frac{\lambda(x-\xi)+y}{d_1} - \frac{\lambda(x-\xi-\lambda b)+y-b}{d_2} \right) \right| d\xi \\ w &= \frac{z(1+\lambda^2)^{1/2}}{4\pi} \int_0^c \left| \frac{\lambda(x-\xi)+y}{d_1} - \frac{\lambda(x-\xi-\lambda b)+y-b}{d_2} \right| d\xi \end{aligned} \quad (2-43)$$

L'influence totale du panneau sur la vitesse induite est obtenue en faisant usage du principe de superposition.

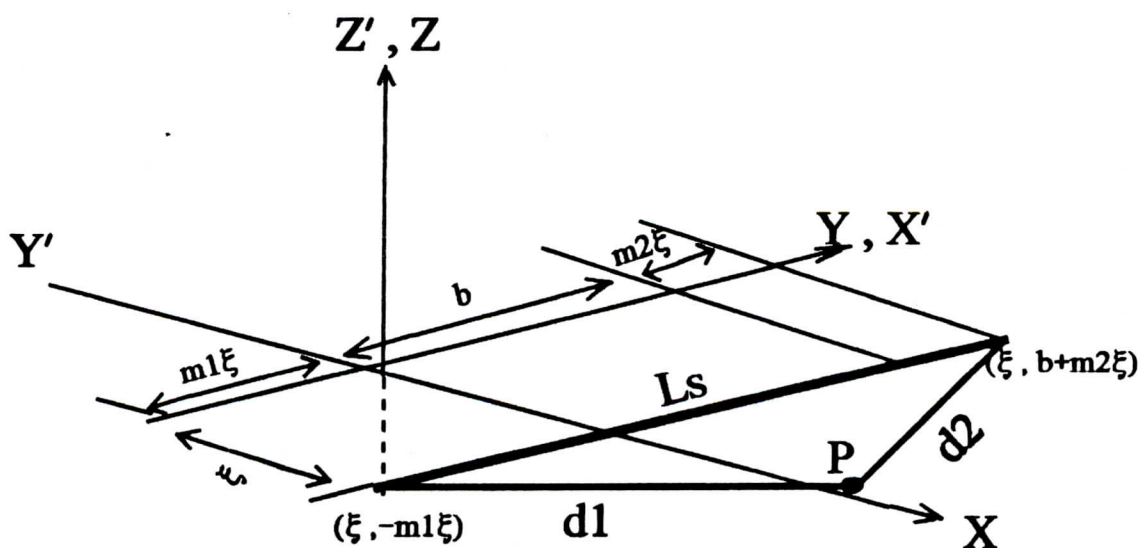


Fig 2-12 : Distribution linéique de sources situeés à une distance ξ de l'origine

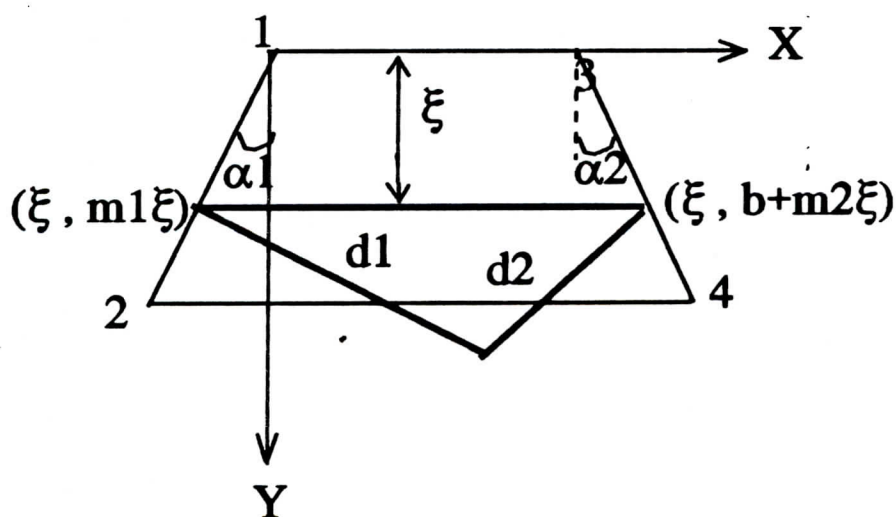


Fig 2-13 : Distribution surfacique de sources

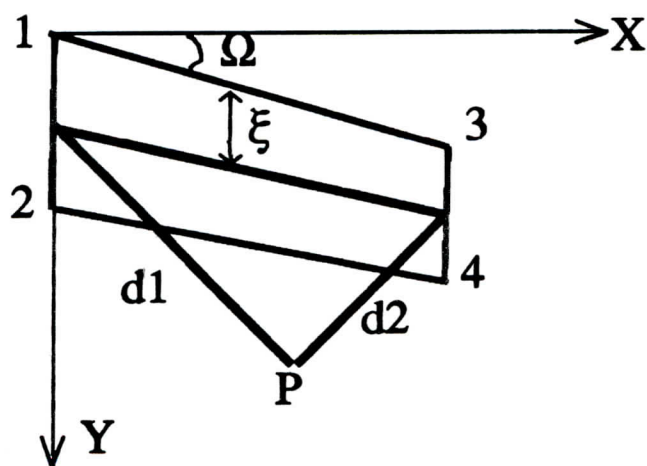


Fig 2-14 : Distribution de sources sur un panneau avec fleche et effilement

2.2.2 - Tourbillon

2.2.2.1 - Filament tourbillonnaire

Considérons une distribution de tourbillons, suivant l'axe ox' . La vitesse induite au point $P(x',y',z')$ est donnée par la loi de Biot-Savart:

$$dV = \frac{\Gamma(d\xi \wedge d)}{4\pi d^3} \quad (2-44)$$

où:

Γ représente l'intensité du filament tourbillonnaire

d est la distance de l'élément infinitésimal en un point du champ.

2.2.2.2 - Tourbillon rectiligne

La vitesse induite au point P par la distribution de tourbillons sur une droite est:

$$V' = - \frac{1}{4\pi r'} \left| \frac{x' - L_v}{d_1} - d_1 \right| \quad (2-45)$$

où:

$$d = [(x' - \xi)^2 + r'^2]^{1/2}$$

$$r' = [y'^2 + z'^2]^{1/2}$$

d_1 et d_2 représentent les distances du point P aux deux extrémités du filament tourbillonnaire.

La direction de la vitesse induite par l'élément $d\xi$ est perpendiculaire au plan contenant le point P et l'élément $d\xi$. Il s'ensuit que la composante u' est nulle.

Les composantes de la vitesse induite sont:

$$\begin{aligned} u' &= 0 \\ v' &= -V' \sin(\theta) \\ w' &= V' \cos(\theta) \end{aligned} \quad (2-46)$$

En remplaçant la vitesse par l'expression de l'équation (2-46), les composantes de la vitesse deviennent:

$$\begin{aligned} u' &= 0 \\ v' &= - \frac{z'}{4\pi r'^2} \left| \frac{x' - L_v}{dz} - \frac{x'}{d_1} \right| \\ w' &= - \frac{y'}{4\pi r'^2} \left| \frac{x' - L_v}{dz} - \frac{x'}{d_1} \right| \end{aligned} \quad (2-47)$$

Si le filament tourbillonnaire de longueur L_v est orienté d'un angle Ω par rapport à l'axe y , les composantes de la vitesse induite s'écrivent:

$$\begin{aligned} u &= - \frac{z'}{4\pi r'^2} \left| \frac{\lambda x + y}{d_1} - \frac{\lambda(x - \lambda b) + y - b}{dz} \right| \\ v &= - \frac{\lambda z'}{4\pi r'^2} \left| \frac{\lambda x + y}{d_1} - \frac{\lambda(x - \lambda b) + y - b}{dz} \right| \\ v &= - \frac{x - \lambda y}{4\pi r'^2} \left| \frac{\lambda x + y}{d_1} - \frac{\lambda(x - \lambda b) + y - b}{dz} \right| \end{aligned} \quad (2-48)$$

Si le filament tourbillonnaire est placé à une distance ξ de l'axe des abscisses et orienté d'un angle Ω par rapport à l'axe y , les composantes de la vitesse, cette fois-ci, sont exprimées par:

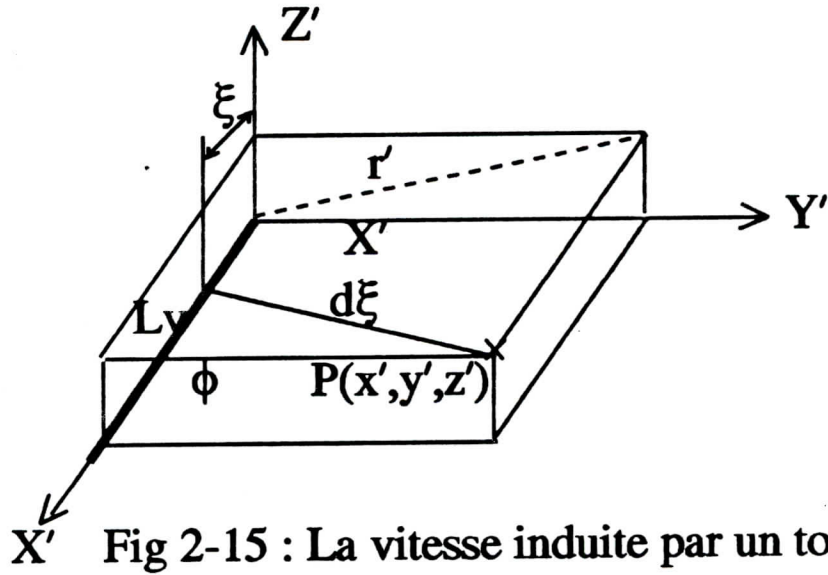


Fig 2-15 : La vitesse induite par un tourbillon

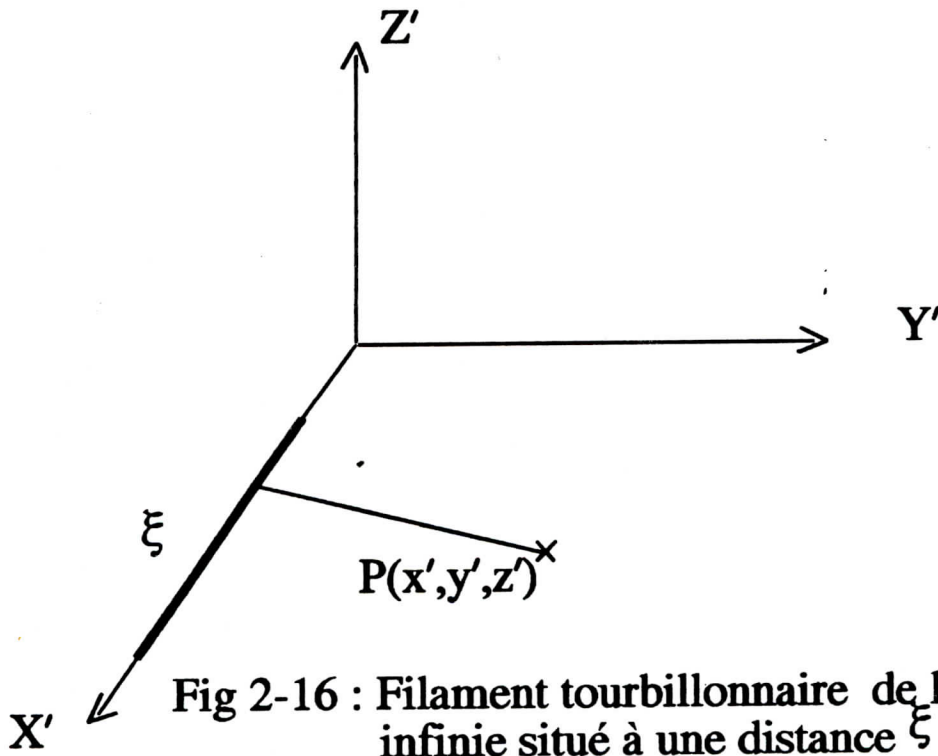


Fig 2-16 : Filament tourbillonnaire de longueur infinie situé à une distance ξ

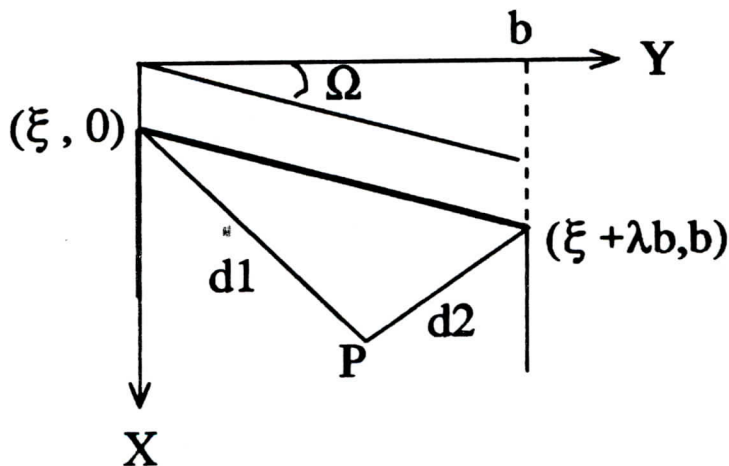


Fig 2-17 : Distribution de tourbillon en fer à cheval

$$\begin{aligned}
 u &= - \frac{z'}{4\pi r^2} \left| \frac{\lambda(x-\xi)+y}{d_1} - \frac{\lambda(x-\xi-\lambda b)+y-b}{d_2} \right| \\
 v &= - \lambda u \\
 w &= - \frac{x - \lambda y - \lambda y}{4\pi r^2} \left| \frac{\lambda(x-\xi)+y}{d_1} - \frac{\lambda(x-\xi-\lambda b)+y-b}{d_2} \right|
 \end{aligned}
 \tag{2-49}$$

Si le filament tourbillonnaire, de longueur infinie, est placé à une distance ξ de l'origine et parallèle à l'axe des abscisses, il induit au point P une vitesse qui est donnée par la loi de Biot-Savart. En faisant tendre la longueur L_v vers l'infini, on obtient:

$$\begin{aligned}
 u &= 0 \\
 v &= - \frac{z}{4\pi r^2} \left| 1 + \frac{x}{(x^2 + r^2)^{1/2}} \right| \\
 w &= - \frac{y}{4\pi r^2} \left| 1 + \frac{x}{(x^2 + r^2)^{1/2}} \right|
 \end{aligned}
 \tag{2-50}$$

Si ce même filament tourbillonnaire de longueur infinie est situé suivant l'axe des abscisses à une distance ξ de l'origine, les composantes de la vitesse induite en un point P par ce filament sont:

$$\begin{aligned}
 u &= 0 \\
 v &= - \frac{z}{4\pi r(y^2 + z^2)} \left| 1 + \frac{x - \xi}{[(x-\xi)^2 + y^2 + z^2]^{1/2}} \right| \\
 w &= - \frac{y}{4\pi r(y^2 + z^2)} \left| 1 + \frac{x - \xi}{[(x-\xi)^2 + y^2 + z^2]^{1/2}} \right|
 \end{aligned}
 \tag{2-51}$$

2.2.2.3 - Le tourbillon en fer à cheval

Ce modèle de distribution est constitué d'une famille de tourbillons et appelé tourbillon en fer à cheval .

La détermination des composantes de la vitesse induite en un point $P(x,y,z)$ par ce type de distribution de tourbillons, située dans le plan du panneau en flèche et effilé, doit tenir compte de l'influence des tourbillons libres situés sur les deux cotés latéraux du panneau et qui s'étendent du bord d'attaque jusqu'à l'infini aval.

L'influence des tourbillons limites est obtenue en intégrant les composantes de la vitesse induite données par les équations précédentes pour inclure l'effet de sillage. Après intégration, on trouve:

$$u = \frac{1}{4\pi} \left[\tan^{-1} \frac{z(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}}{xy + \lambda(y^2 + z^2)} - \tan^{-1} \frac{x}{y} \right]$$

$$v = \frac{-\lambda}{4\pi} \left[\tan^{-1} \frac{z(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}}{xy + \lambda(y^2 + z^2)} - \tan^{-1} \frac{x}{y} \right] \quad (2-52)$$

$$u_1 = \frac{1}{4\pi} \left[(1+\lambda^2)^{1/2} \operatorname{Sin} h^{-1} \frac{\lambda x + y}{[(x-\lambda x)^2 + (1+\lambda^2)z^2]^{1/2}} \right. \\ \left. - \lambda \operatorname{Sin} h^{-1} \frac{x}{(y^2 + z^2)^{1/2}} - \operatorname{Log}(y^2 + z^2)^{1/2} \right]$$

L'influence du tourbillon limite latéral est obtenue en intégrant les composantes de la vitesse induite calculées précédemment, en considérant un filament tourbillonnaire de longueur infinie et situé à une distance ξ de l'origine.

Les composantes de la vitesse induite obtenues après intégration sont exprimées par:

$$\begin{aligned}
 u &= 0 \\
 v &= \frac{z}{4\pi} \left[x + \frac{(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}}{(y^2 + z^2)} \right] \\
 w &= -\frac{y}{4\pi} \left[x + \frac{(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}}{(y^2 + z^2)} \right]
 \end{aligned} \tag{2-53}$$

En vertu du principe de superposition, l'influence complète du panneau au point $P(x,y,z)$ est obtenue en sommant les influences de chacun des tourbillons composant le tourbillon en fer à cheval.

2.2.3 - Le doublet tridimensionnel

On considère une source d'intensité Q et un puits de même intensité séparés par une distance l . Soit un point quelconque distant de r_1 de la source et de r de la singularité puits. Le potentiel des vitesses de la source et du puits sont respectivement:

$$\phi_s = -\frac{Q}{4\pi r} \tag{2-54}$$

et

$$\phi_p = \frac{Q}{4\pi r} \tag{2-55}$$

L'application du principe de superposition permet d'obtenir le potentiel des vitesses suivant:

$$\phi = -\lim_{\substack{l \rightarrow 0 \\ Q \rightarrow \infty}} \frac{Q}{4\pi} \left(\frac{r - r_1}{rr_1} \right) \Rightarrow \phi = -\frac{Q}{4\pi} \frac{l \cos(\theta)}{r^2} \tag{2-56}$$

On définit l'intensité du doublet par:

$$\mu = Q.l \quad (2-57)$$

Le potentiel des vitesses pour la singularité doublet est:

$$\phi = - \frac{\mu}{4\pi} \frac{\cos(\theta)}{r^2} \quad (2-58)$$

En coordonnées cartésiennes, le potentiel des vitesses s'exprime par:

$$\phi(x,y,z) = - \frac{\mu}{4\pi} \frac{x}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \quad (2-59)$$

Le champ des vitesses est donné par:

$$\vec{v} = \frac{\partial \phi}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \vec{e}_\theta + \frac{1}{r \cdot \sin(\theta)} \frac{\partial \phi}{\partial \phi} \vec{e}_\phi \quad (2-60)$$

et

$$\vec{v} = \frac{\mu}{2\pi} \frac{\cos(\theta)}{r^3} \vec{e}_r + \frac{\mu}{4\pi} \frac{\sin(\theta)}{r^3} \vec{e}_\theta \quad (2-61)$$

2.3 - ECOULEMENT AUTOUR D'UNE SPHERE

L'écoulement autour d'une sphère est obtenu en superposant un écoulement uniforme dans la direction de l'axe z et un doublet tridimensionnel.

Les composantes du champ de vitesse sont:

$$\begin{aligned} u_r &= -\left(V_\infty - \frac{\mu}{4\pi r^3}\right) \cos(\theta) \\ u_\theta &= \left(V_\infty - \frac{\mu}{4\pi r^3}\right) \sin(\theta) \\ u_\phi &= 0 \end{aligned} \quad (2-62)$$

CHAPITRE 3

ÉCOULEMENT COMPRESSIBLE SUBSONIQUE

Les coefficients aérodynamiques déterminés précédemment par la distribution de singularités sur des panneaux modélisant une configuration donnée en écoulement incompressible, peuvent être étendus à l'écoulement compressible en appliquant les règles de similarité décrites ci-dessous.

Ces règles s'appliquent à un écoulement subsonique continu, c'est à dire sans onde de choc. Elles ramènent le problème de l'écoulement d'un fluide compressible à un écoulement d'un fluide incompressible, permettant ainsi de tenir compte des effets de compressibilité.

3.1 - LA REGLE DE PRANDTL-GLAUERT

L'écoulement compressible irrotationnel en subsonique est décrit par l'équation différentielle suivante:

$$\beta^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (3-1)$$

avec :

$$\beta^2 = (1 - M\infty^2)$$

Les composantes de la vitesse de l'écoulement compressible sont exprimées par:

$$\begin{aligned} u(x,y,z) &= \frac{\partial \phi(x,y,z)}{\partial x} \\ v(x,y,z) &= \frac{\partial \phi(x,y,z)}{\partial y} \\ w(x,y,z) &= \frac{\partial \phi(x,y,z)}{\partial z} \end{aligned} \quad (3-2)$$

L'équation différentielle précédente peut être transformée, par un changement de variables, en équation de Laplace qui caractérise l'écoulement potentiel incompressible.

Le changement de variables effectué par PRANDTL du repère x, y, z au repère x_i, y_i, z_i est:

$$\begin{aligned} x_i &= x \\ y_i &= \beta y \\ z_i &= \beta z \end{aligned} \tag{3-3}$$

Désignons par $\phi_i(x_i, y_i, z_i)$ le nouveau potentiel de perturbation. Il est lié à $\phi(x, y, z)$ par:

$$\phi(x, y, z) = \frac{\phi_i(x_i, y_i, z_i)}{\beta^2} \tag{3-4}$$

En substituant dans l'équation (3-1), il vient:

$$\frac{\partial^2 \phi_i}{\partial x_i^2} + \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial y_i^2} + \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial z_i^2} = 0 \tag{3-5}$$

La fonction potentielle ϕ_i vérifie l'équation de Laplace, qui est une équation différentielle qui caractérise l'écoulement potentiel incompressible.

Les composantes de la vitesse dans ce cas sont:

$$\begin{aligned} u_i(x_i, y_i, z_i) &= \frac{\partial \phi_i(x_i, y_i, z_i)}{\partial x_i} \\ v_i(x_i, y_i, z_i) &= \frac{\partial \phi_i(x_i, y_i, z_i)}{\partial y_i} \\ w_i(x_i, y_i, z_i) &= \frac{\partial \phi_i(x_i, y_i, z_i)}{\partial z_i} \end{aligned} \tag{3-6}$$

En tenant compte des équations précédentes, les composantes de la vitesse en écoulement compressible s'écrivent:

$$\begin{aligned}
u(x,y,z) &= \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial \phi_i(x_i, y_i, z_i)}{\partial x_i} \\
v(x,y,z) &= \frac{1}{\beta} \frac{\partial \phi_i(x_i, y_i, z_i)}{\partial y_i} \\
w(x,y,z) &= \frac{1}{\beta} \frac{\partial \phi_i(x_i, y_i, z_i)}{\partial z_i}
\end{aligned}
\tag{3-7}$$

On calcule les variations locales de pression en faisant apparaître les vitesses de perturbation. Les coefficients de pression des deux écoulements sont liés par la relation suivante:

$$C_p = \frac{C_{pi}}{\beta} \tag{3-8}$$

Cette relation donne l'influence du nombre de Mach sur le coefficient de pression. Pour un profil d'aile placé à une incidence donnée, elle est obtenue dans l'hypothèse où les vitesses de perturbation sont faibles, c'est à dire pour un profil ne modifiant que faiblement le champ de vitesse à l'infini. Sa validité est donc limitée aux profils minces, à faible courbure et dont la corde fait un angle faible avec la vitesse à l'infini, donc aux faibles incidences.

L'intégration des pressions locales conduit au coefficient de portance suivant:

$$C_z = \frac{C_{zi}}{\beta} \tag{3-9}$$

De même, le coefficient de moment est donné par:

$$C_m = \frac{C_{mi}}{\beta} \tag{3-10}$$

Cette règle, qui est la plus connue, permet de tenir compte de l'effet de compressibilité. Le calcul des composantes de la vitesse en écoulement incompressible sur un corps est obtenu en résolvant l'équation de Laplace et en multipliant les coordonnées y et z par le facteur de Prandtl-Glauert.

Les composantes de la vitesse en écoulement compressible sur le corps considéré sont obtenues en divisant la vitesse axiale par β^2 . Par contre, les composantes transversale et verticale sont divisées par β .

L'ensemble des coefficients aérodynamiques en écoulement compressible sont obtenus en divisant les coefficients aérodynamiques de l'écoulement incompressible par le facteur de compressibilité.

3-2 - LA REGLE DE GOTHERT

La règle de Prandtl-Glauert est en bon accord avec l'expérience en ce qui concerne les coefficients aérodynamiques pour des nombres de Mach faibles. Par contre et toujours dans le domaine subsonique et pour les nombres de Mach notables, les coefficients aérodynamiques et les pressions locales ne suivent pas aussi bien l'évolution théorique. C'est dans ce contexte que la règle établie par Gothert introduit des corrections à apporter sur les coefficients aérodynamiques obtenus en écoulement incompressible.

Les coefficients de pression, de portance et de moment en écoulement compressible sont obtenus en divisant ceux de l'écoulement incompressible par le facteur β^2 .

3.3 - LA REGLE DE KARMAN-TSIEN

La règle de KARMAN-TSIEN s'écrit:

$$C_p = \frac{C_{pi}}{\beta + \frac{m\infty^2}{2(1+\beta)} C_{pi}} \quad (3-11)$$

Pour de faibles valeurs de C_{pi} , c'est à dire de faibles perturbations à partir de la vitesse infinie amont, la relation ci-dessus se réduit à celle de Prandtl-Glauert. Par contre, pour des valeurs négatives de C_{pi} , la vitesse locale est plus grande que la vitesse infinie et la relation de Karman-Tsien apporte une correction de l'effet de compressibilité plus importante.

Les valeurs expérimentales sont comparées aux courbes tracées d'après les équations (3-8) et (3-11). On remarque que l'expression donnée par Karman-Tsien, rend mieux compte de l'évolution du coefficient de pression aux nombres de Mach modérés [22].

3.4 - LA REGLE DE LAITON

Une autre relation qui permet d'inclure l'effet de compressibilité a été établie par Laiton qui applique la relation de Prandtl-Glauert en se référant au nombre de Mach local par:

$$C_p = \frac{C_{pi}}{(1-M^2)^{1/2}} \quad (3-12)$$

La pression au point considéré du profil est liée à la pression à l'infini par la relation de l'écoulement isentropique. On l'obtient en introduisant l'expression du nombre de Mach obtenue dans l'équation (3-12). La relation de Laiton s'écrit:

$$C_p = \frac{C_{pi}}{\beta + \frac{M_\infty^2 (1 + 0.5(\gamma-1)M_\infty^2)}{2\beta}} \quad (3-13)$$

Cette relation peut être comparée favorablement aux règles de Prandtl-Glauert et Karman-Tsien et montre un effet de compressibilité en bon accord avec les valeurs expérimentales [22].

CHAPITRE 4

L'APPLICATION DE LA METHODE DES SINGULARITES

Pour appliquer cette méthode à la combinaison aile-fuselage, nous allons imposer les hypothèses suivantes:

- L'écoulement est stationnaire, subsonique et non visqueux
- L'angle d'attaque est faible
- L'aile est mince
- L'aile est attachée au fuselage et la géométrie de ce dernier est un cylindre circulaire.

La technique consiste à modéliser l'aile par une distribution de tourbillons, le fuselage par une distribution de sources et de simuler l'effet d'incidence en répartissant des doublets sur l'axe de symétrie de l'obstacle.

L'aile est divisée en plusieurs panneaux dont chacun comporte un tourbillon en fer à cheval (figure A-1) qui est constitué de deux tourbillons aux extrémités et un tourbillon en amont. De la même manière, le fuselage est aussi divisé en un grand nombre de panneaux.

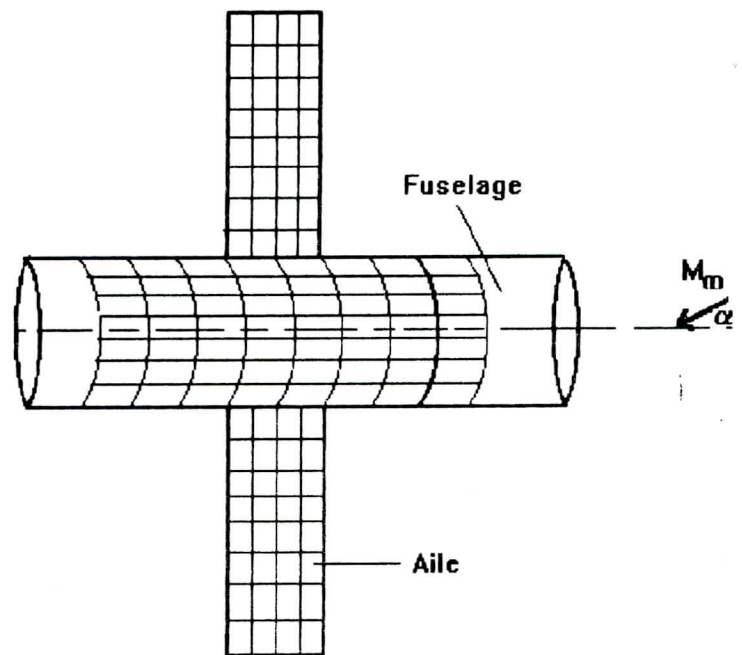
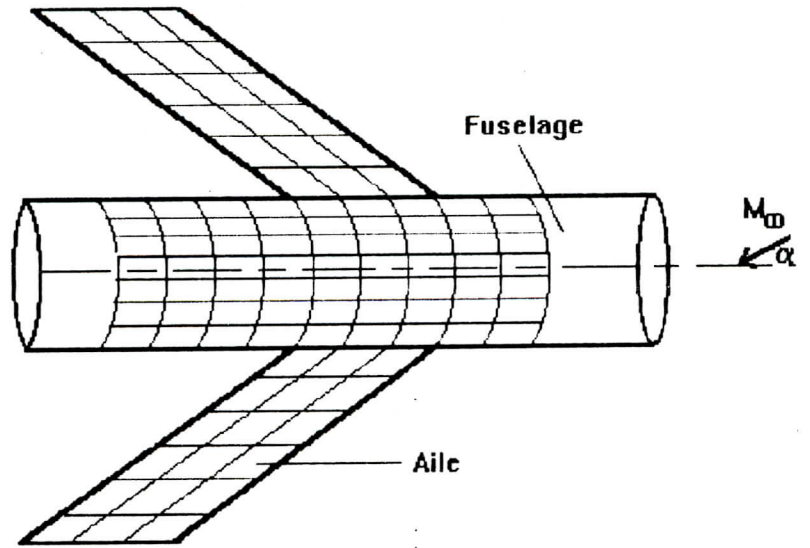


Fig 6-1 Model de la combinaison aile-fuselage

4.1 - LA DETERMINATION DE L'INTENSITE DE CIRCULATION SUR L'AILE

Les vitesses de perturbation dues à la distribution de tourbillons sur l'aile sont:

$$\begin{aligned} \frac{U_i}{U_\infty} &= \sum_{j=1}^n P_{ij} \gamma_j \\ \frac{V_i}{U_\infty} &= \sum_{j=1}^n Q_{ij} \gamma_j \\ \frac{W_i}{U_\infty} &= \sum_{j=1}^n R_{ij} \gamma_j \end{aligned} \quad i=1, n \quad (4-1)$$

où:

U_i , V_i et W_i sont les composantes des vitesses de perturbation

P_{ij} , Q_{ij} et R_{ij} sont les matrices aérodynamiques

γ_j l'intensité de circulation

La condition à la paroi appliquée au point de contrôle de chaque panneau s'exprime par la relation suivante:

$$-\beta \alpha_{fi} = \sum_{j=1}^n R_{ij} \gamma_j \quad (4-2)$$

La résolution de ce système d'équations algébriques permet d'obtenir l'intensité de circulation.

4.2 - LA DETERMINATION DE L'INTENSITE DE SOURCE SUR LE FUSELAGE

Les composantes de la vitesse de perturbation dues à la distribution de tourbillons sur l'aile (ainsi que leurs images) aux points de contrôle sont données par :

$$\begin{aligned}\frac{U_{b\nu}}{U_{\infty}} &= \sum_{j=1}^n P_{b\nu_j} \gamma_j \\ \frac{V_{b\nu}}{U_{\infty}} &= \sum_{j=1}^n Q_{b\nu_j} \gamma_j \\ \frac{W_{b\nu}}{U_{\infty}} &= \sum_{j=1}^n R_{b\nu_j} \gamma_j\end{aligned}\quad (4-3)$$

En coordonnées cylindriques, les composantes de la vitesse s'écrivent:

$$\begin{aligned}V_{n1} &= V_b \cos \theta + W_b \sin \theta \\ V_{t1} &= -V_b \sin \theta + W_b \cos \theta\end{aligned}\quad (4-4)$$

La condition à la surface s'exprime par:

$$V_{n1} + V_{n2} = 0 \quad (4-5)$$

V_{n1} est la vitesse normale due aux tourbillons de l'aile

V_{n2} est la vitesse normale due aux sources du fuselage

La composante normale de la vitesse induite à la surface du fuselage par la distribution de source est exprimée par:

$$V_{n2} = \frac{q(x, \theta)}{2} + \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{q(x', \theta') [1 - \cos(\theta - \theta')]}{4\pi \rho_*^3} d\theta' dx' \quad (4-6)$$

avec

$$\rho_*^2 = (x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2$$

L'utilisation d'un schéma itératif permet de résoudre cette équation intégrale en déterminant l'intensité de source.

4.3 - LA DETERMINATION DE LA VITESSE VERTICALE SUR L'AILE

La vitesse induite au panneau de l'aile due à la distribution de sources sur le fuselage est donnée par la relation suivante:

$$W_{b\mu} = \sum_{\nu=1}^M \frac{q\nu \beta (Z-Z_0) \Delta S\nu}{4\pi (x\mu - x\nu)^2 + \beta^2 \left[(Y\mu - Y\nu)^2 + (Z_0 - Z\nu)^2 \right]^{3/2}} \quad (4-7)$$

La vitesse induite par l'équation (4-7) fait correspondre un angle induit dû aux tourbillons de l'aile lequel est ajouté à l'angle d'incidence initial, ce qui conduit à:

$$\frac{W_i}{U_\infty} = -\alpha_{fi} + \frac{W_{bi}}{U_\infty} \quad (4-8)$$

La procédure est répétée jusqu'à ce que la circulation devienne constante.

4.4 LA DETERMINATION DE L'ANGLE INDUIT

La vitesse ascensionnelle sur l'aile induite par la distribution des doublets sur l'axe du fuselage est donnée par:

$$\frac{W_f}{U_\infty} = \alpha_b a^2 \frac{y^2 - Z_0^2}{(y^2 + Z_0^2)^2} \quad (4-9)$$

L'angle induit total s'écrit alors:

$$\frac{W_i}{U_\infty} = -\alpha_{fi} + \frac{W_{bi}}{U_\infty} + \frac{W_{fi}}{U_\infty} \quad (4-10)$$

4.5 LE CALCUL DES COEFFICIENTS AERODYNAMIQUES

4.5.1 Le coefficient de pression

le coefficient de pression de l'aile est donné par:

$$C_{p_j} = \frac{b \gamma_j}{\beta^2 (x_{dj} - x_{vj})} \quad (4-11)$$

D'autre part, le coefficient de pression concernant le fuselage est:

$$C_{p_j} = - \frac{2 U_{bj}}{\beta^2} \quad (4-12)$$

4.5.2 Le coefficient de portance

La distribution de la portance le long de l'envergure est exprimée par la relation suivante:

$$C_{p_j} = - \frac{2 U_{bj}}{\beta^2 l(y)} \sum_{i=1}^n \gamma_i \quad (4-13)$$

4.5.3 Le coefficient de portance moyen

Il est donné par:

$$C_L = \frac{\sum_{i=1}^n C_{p_j} \Delta S_j}{\sum_{j=1}^n \Delta S_j} \quad (4-14)$$

La section du panneau de l'aile est supposée décrite par la relation suivante:

$$\Delta S_j = 4 \beta h_j (x_{dj} - x_{vj}) \quad (4-15)$$

De même, la section d'un panneau situé sur le fuselage est donnée par:

$$\Delta S_j = \beta a \Delta \theta \Delta X_j \sin \theta_j \quad (4-16)$$

4.5.4 Le coefficient de moment

Le coefficient de moment le long de l'envergure est calculé par rapport au point situé à 25 % de la corde.

$$C_m(y) = \frac{2b}{\beta^2 l(y)} \sum_{j=1}^n \gamma_j (x_{dj} - x_{vj}) \quad (4-17)$$

LA DESCRIPTION DU PROGRAMME

Dans le chapitre précédent, nous avons présenté les étapes nécessaires à l'obtention des coefficients aérodynamiques autour d'une variété de configurations comprenant les ailes isolées et les corps de révolution. Dans le présent chapitre, notre objectif est la mise en application de la méthode des singularités sur ordinateur.

Le procédé de calcul est donné par l'organigramme (V.1) qui résume les parties de base du programme sur ordinateur pour la résolution du problème proposé.

Il est constitué d'un programme principal qui consiste à gérer trente et un (31) sous-programmes, chacun ayant une tâche spécifique. Suivant le type de configuration, il détermine la distribution de pression et l'ensemble des coefficients aérodynamiques.

Le programme principal fait appel au fichier de données qui caractérisent la géométrie de la configuration ainsi que les propriétés de l'écoulement. Le rôle de chaque sous-programme est présenté en annexe c. De même, une description détaillée de la structure du programme est présentée.

Finalement, les résultats obtenus lors de l'exécution du programme sont stockés d'une manière organisée dans le fichier des résultats. Ces derniers sont ensuite représentés sous forme de courbes pour mettre en évidence l'influence de chaque paramètre sur les caractéristiques aérodynamiques de la configuration choisie.

RESULTATS ET CONFRONTATION

La méthode utilisée actuellement pour confirmer la validité des résultats obtenus par des programmes réalisés ou des codes de calcul exploités, consiste à déterminer les caractéristiques autour de différents types de configurations à partir des solutions numériques et de les comparer par la suite, aux résultats expérimentaux ou avec d'autres théories connues.

Dans cet objectif, plusieurs exemples sont présentés pour illustrer l'application de la méthode des singularités à l'analyse des écoulements subsonique autour d'une variété de configurations. Une première application est utilisée pour déterminer les coefficients aérodynamiques autour d'un profil NACA 4412 alors que la seconde présente les résultats obtenus sur des ailes de différentes formes et finalement une série de résultats concernant la combinaison aile-fuselage.

6.1 PROFIL NACA 4412

6.1.1 La distribution de pression

La figure (6-1-1) représente la distribution des pressions locales et illustre clairement le mécanisme de sustentation. Elle permet de montrer l'évolution des zones de dépression et de surpression le long du profil.

On voit clairement l'importance de la dépression sur l'extrados qui est beaucoup plus élevée, en moyenne, que la surpression sur l'intrados.

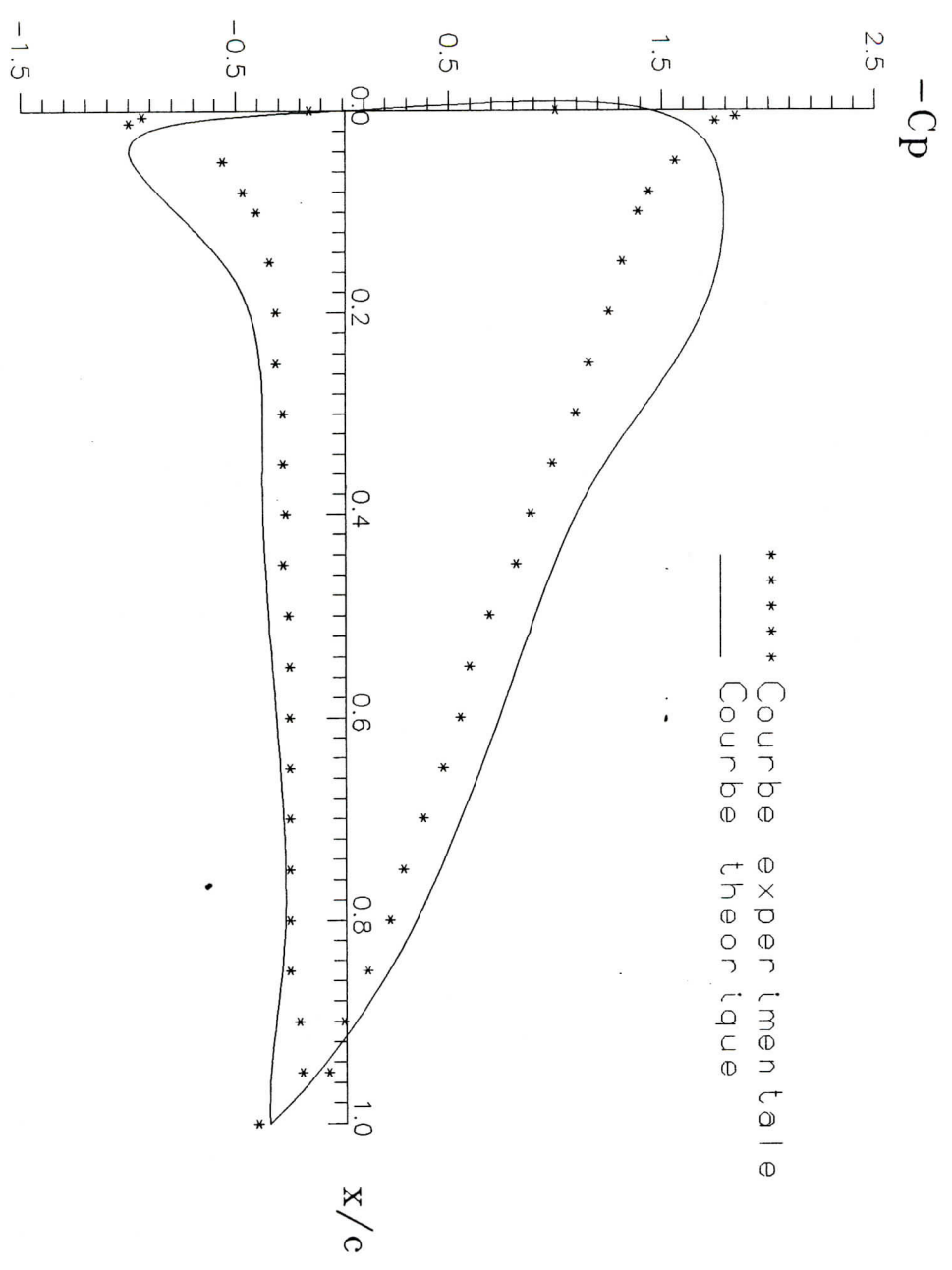


FIG 6.1.1 LA VARIATION DU COEFFICIENT DE PRESSION
LE LONG DE LA CORDE (NACA 4412)

6.1.2 Le coefficient de portance

On adopte une représentation du coefficient de portance en fonction de l'incidence. La courbe $C_l = f(\alpha)$ de la figure (6-1-2) présente un maximum aux incidences positives et un minimum aux incidences négatives. Entre ces deux valeurs limites du coefficient de portance, la courbe est pratiquement linéaire. La région utile s'étend sur une gamme d'incidences comprises entre -6° et $+14^\circ$. La pente de cette droite est définie à l'aide du rapport $dC_l/d\alpha$ qui exprime la variation de portance résultant d'une variation d'incidence.

La courbe coupe l'axe des incidences en $\alpha = -4^\circ$ qui est l'incidence de portance nulle. La portance croît ou décroît avec l'incidence entre les valeurs extrêmes qui précèdent l'établissement du décollement. Cette perturbation se traduit sur la courbe par une variation non linéaire au delà du coefficient de portance maximal.

6.1.3 Le coefficient de moment

On utilise dans la figure (6-1-3) une représentation du coefficient de moment en fonction de l'incidence, similaire à celle utilisée pour représenter la variation du coefficient de portance.

Le moment est calculé par rapport au quart de la corde du profil à partir du bord d'attaque et nous adoptons comme convention qu'un moment cabreur est positif et un moment piqueur négatif.

Aux incidences usuelles, le coefficient de moment est négatif car il a pour effet de faire tourner le profil autour du bord d'attaque de façon à diminuer l'angle d'incidence.

La courbe du coefficient de moment par rapport au quart de la corde à partir du bord d'attaque est sensiblement constante pour des incidences comprises entre -8° et 16° .

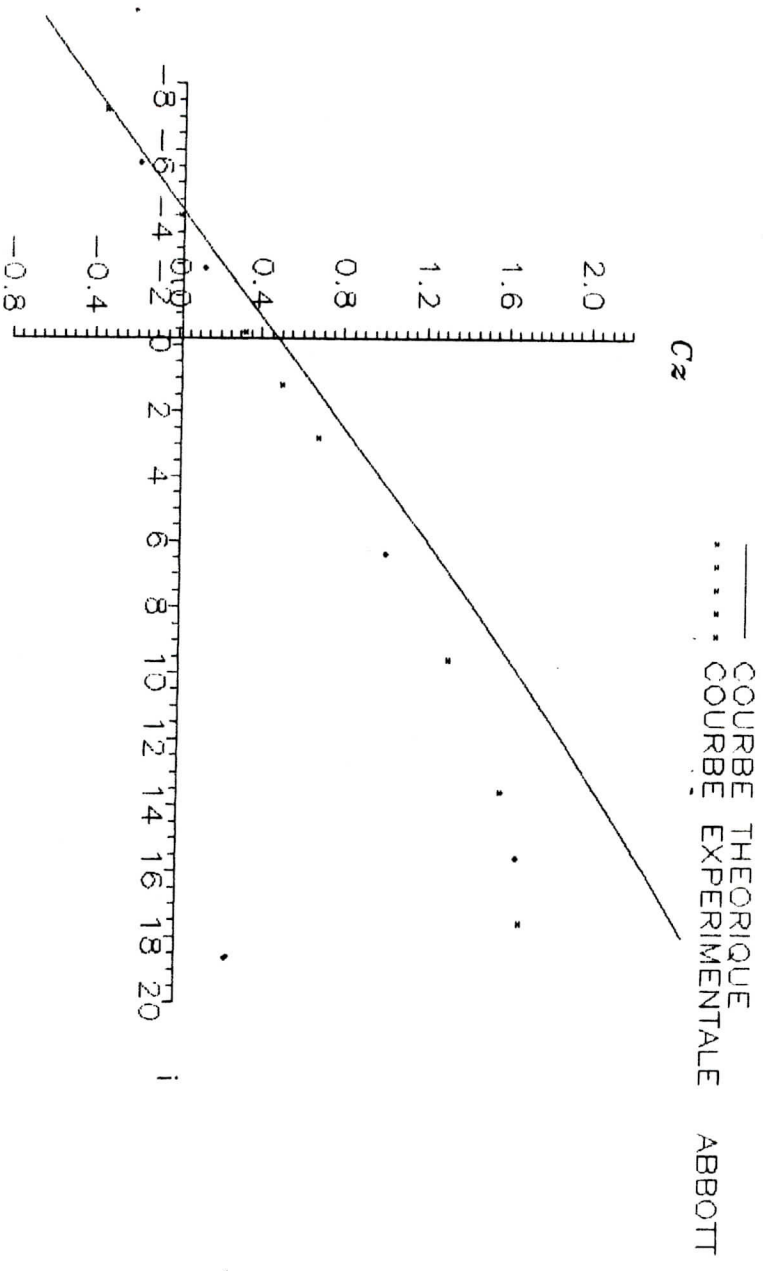


FIG 6-1-2: LA VARIATION DU COEFFICIENT DE PORTANCE EN FONCTION DE L'INCIDENCE POUR LE PROFIL NACA 4412

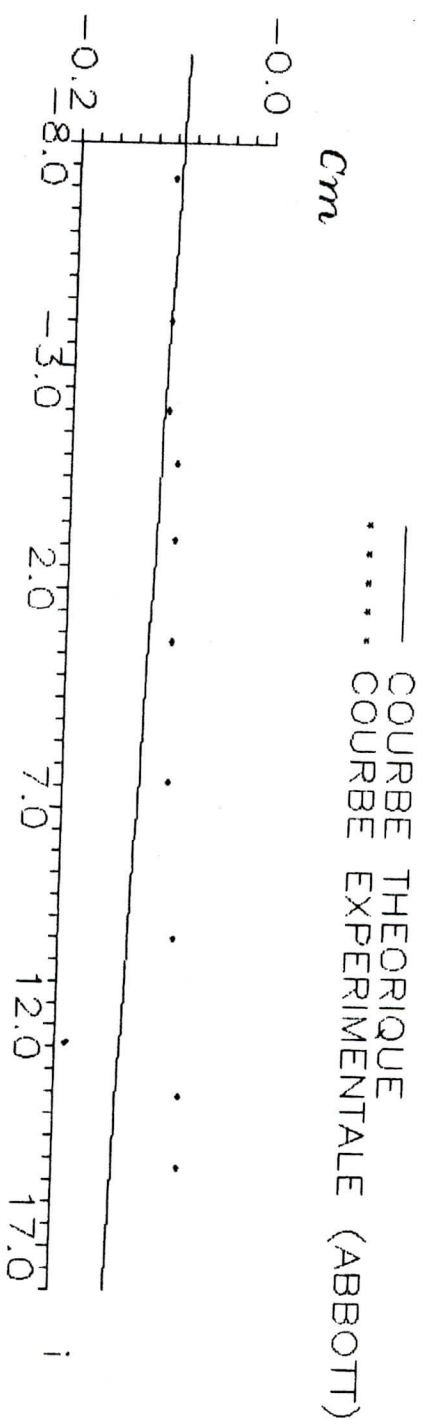


FIG 6-1-3 LA VARIATION DU COEFFICIENT DE MOMENT
PAR RAPPORT AU QUART DE LA CORDE EN FONCTION
DE L'INCIDENCE DU PROFIL NACA 4412

6.2 LES AILES DE DIFFRENTES FORMES

L'écoulement tridimensionnel sur une aile et les caractéristiques aérodynamiques qui en résultent sont fonctions des différents paramètres qui définissent plus particulièrement la forme en plan de celle-ci.

L'allongement, la flèche et l'effilement correspondent aux trois types d'avions utilisés actuellement et qui se différencient par le nombre de Mach.

6.2.1 L'effet de variation de flèche

Dans cette application, la méthode des singularités a été testée sur trois ailes de flèche respectivement de 0° , 30° et 45° qui sont caractérisées par un nombre de Mach nul, d'un angle d'incidence de 1° , d'un allongement de 6 et chacune des demi-ailes est divisée en 16 panneaux.

Les figures (6-3-1), (6-3-2), et (6-3-3) représentent la distribution du coefficient de portance par unité d'angle d'incidence le long de l'envergure. La figure (6-3-1) montre que le coefficient de portance pour une aile de flèche 0° croit jusqu'à atteindre une valeur maximale et ensuite décroît jusqu'à l'extrémité de l'aile. En augmentant la flèche, le coefficient de portance décrit le même processus de variation précédent mais en diminuant en valeur absolue.

La présente méthode montre un accord acceptable avec les résultats expérimentaux de la distribution du coefficient de portance le long de l'envergure sauf à l'extrémité où l'écart est appréciable.

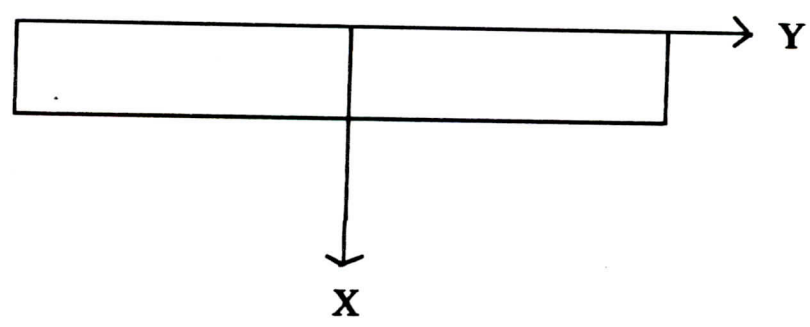


Fig 6.2.1 : Aile rectangulaire d'allongement 6 et de flèche nulle

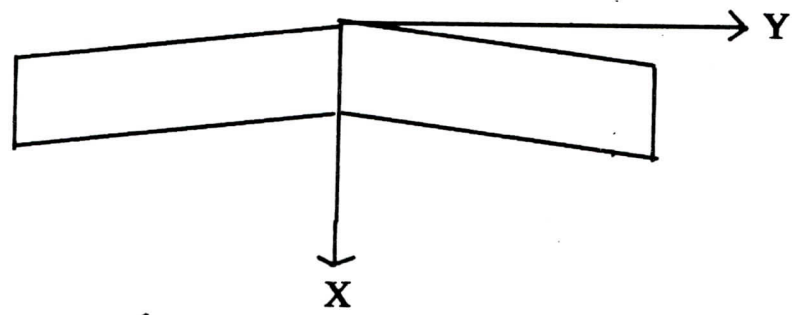


Fig 6.2.2 : Aile rectangulaire d'allongement 6 et de flèche 30°

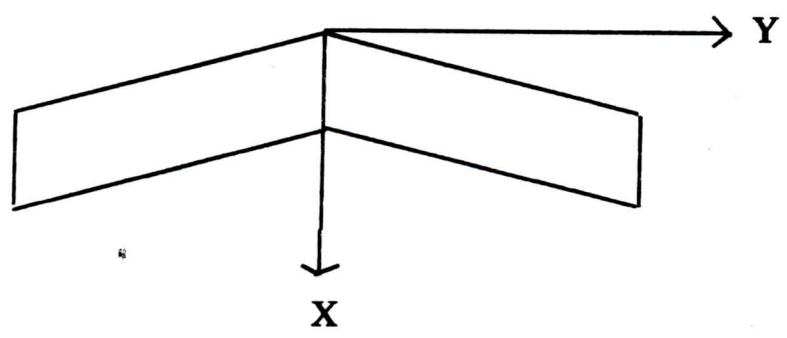


Fig 6.2.3 : Aile rectangulaire d'allongement 6 et de flèche 45°

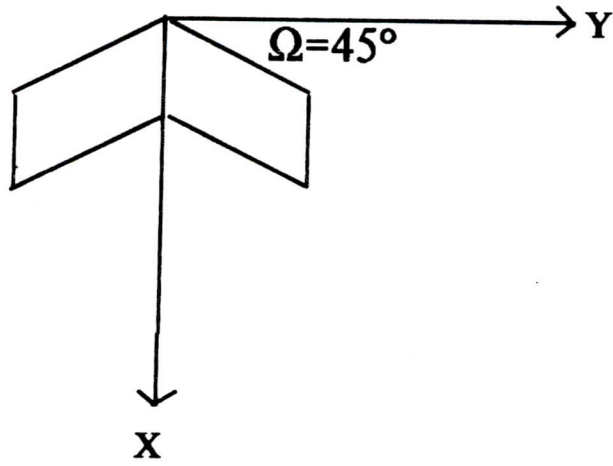


Fig 6-2-4 : Aile d'allongement 2

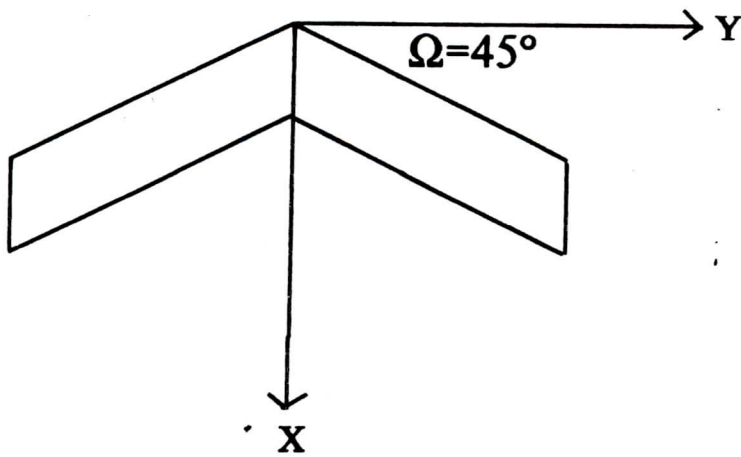


Fig 6-2-5 : Aile d'allongement 6

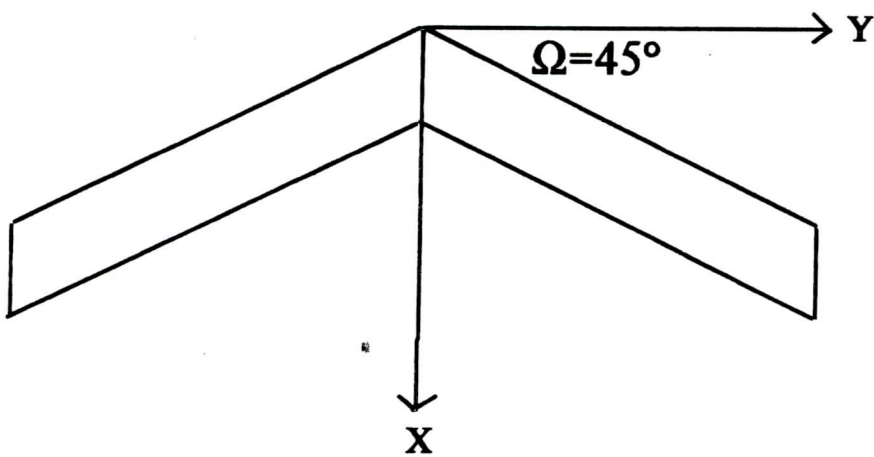


Fig 6-2-6 : Aile d'allongement 10

Cl(1/rad)

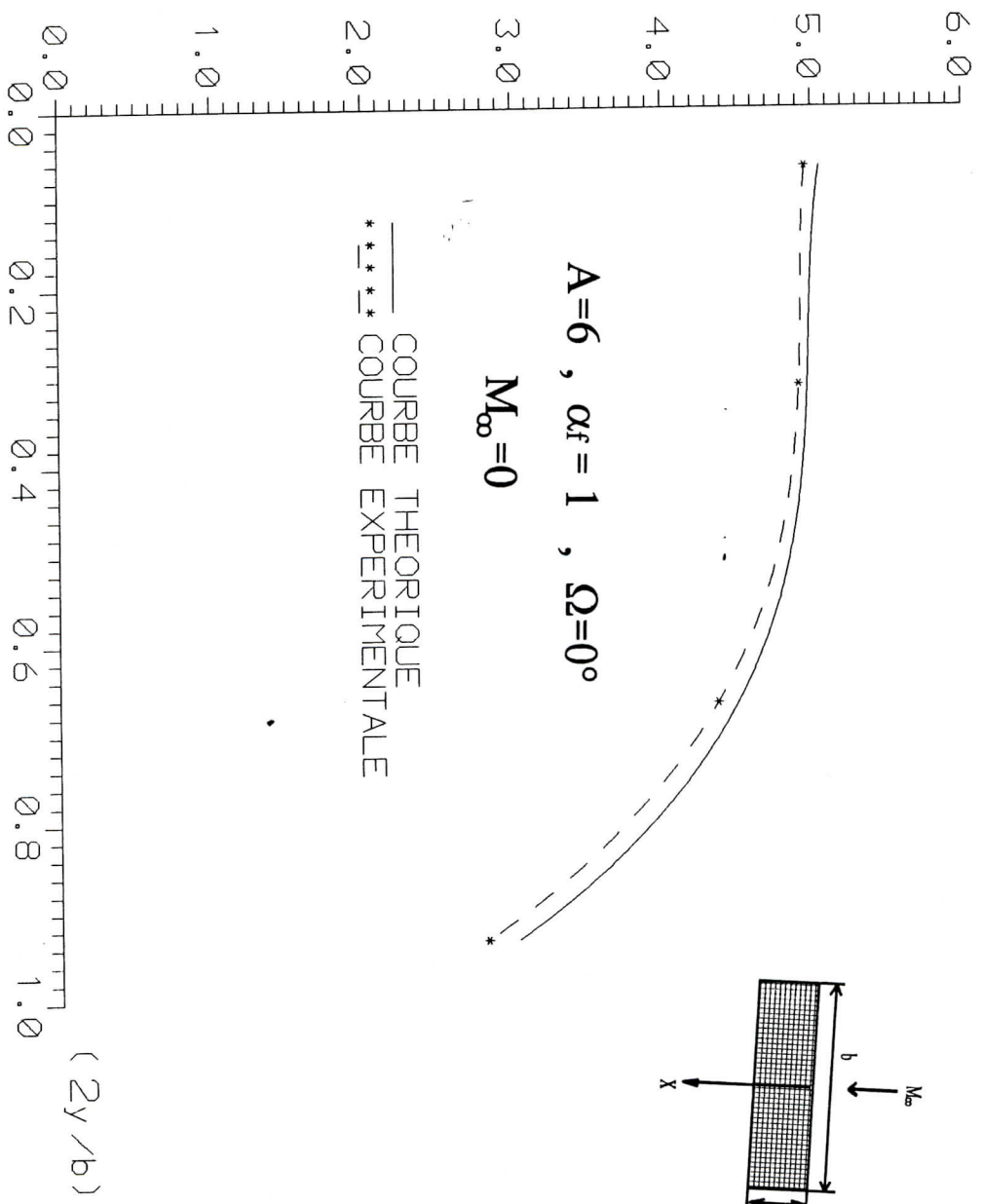


FIG 6-3-1 : LA VARIATION DU COEFFICIENT DE PORTANCE
 LE LONG DE L'ENVERGURE D'UNE AILE
 RECTANGULAIRE AVEC UNE FLECHE DE 0°

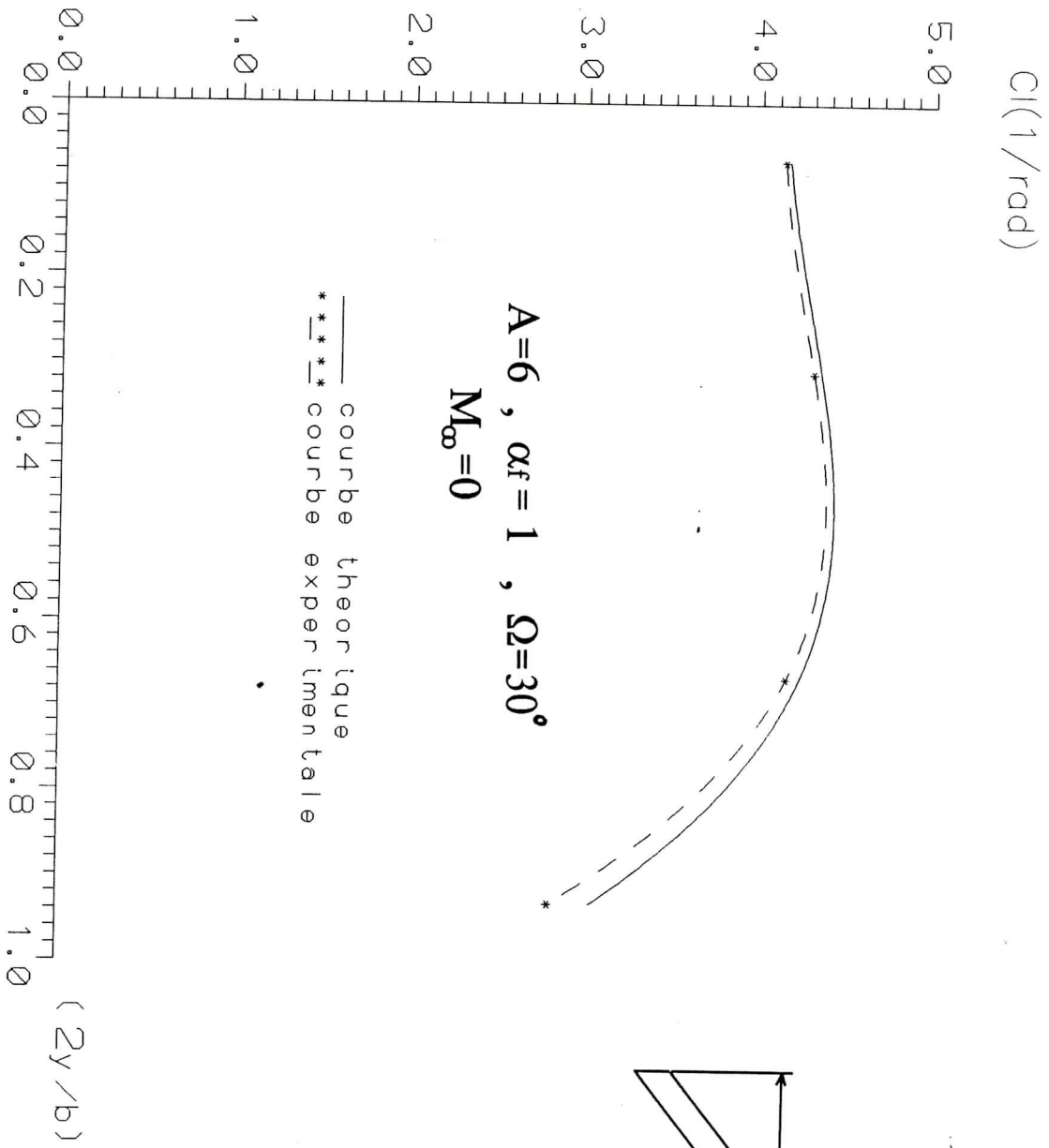
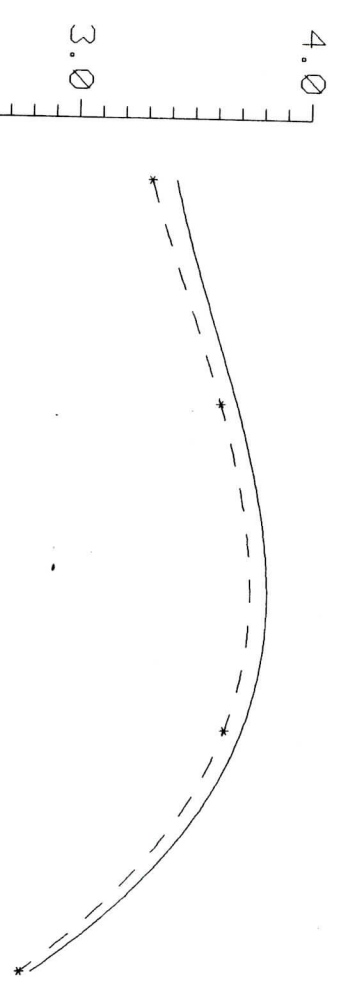


FIG 6-3-2: LA VARIATION DU COEFFICIENT DE PORTANCE LE LONG DE L'ENVERGURE D'UNE AILE RECTANGULAIRE AVEC UNE FLECHE DE 30°

$Cl(1/\text{rad})$



$A=6$, $\alpha_f = 1$, $\Omega = 45^\circ$

$M_{\infty} = 0$

————— Courbe theorique
 -*-*-*-*- Courbe experimentale

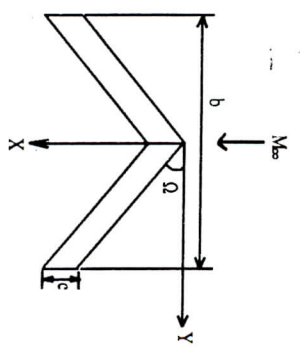
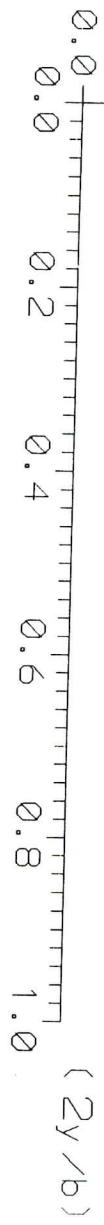


FIG 6-3-3: LA VARIATION DU COEFFICIENT DE PORTANCE
 LE LONG DE L'ENVERGURE D'UNE AILE
 RECTANGULAIRE AVEC UNE FLECHE 45°



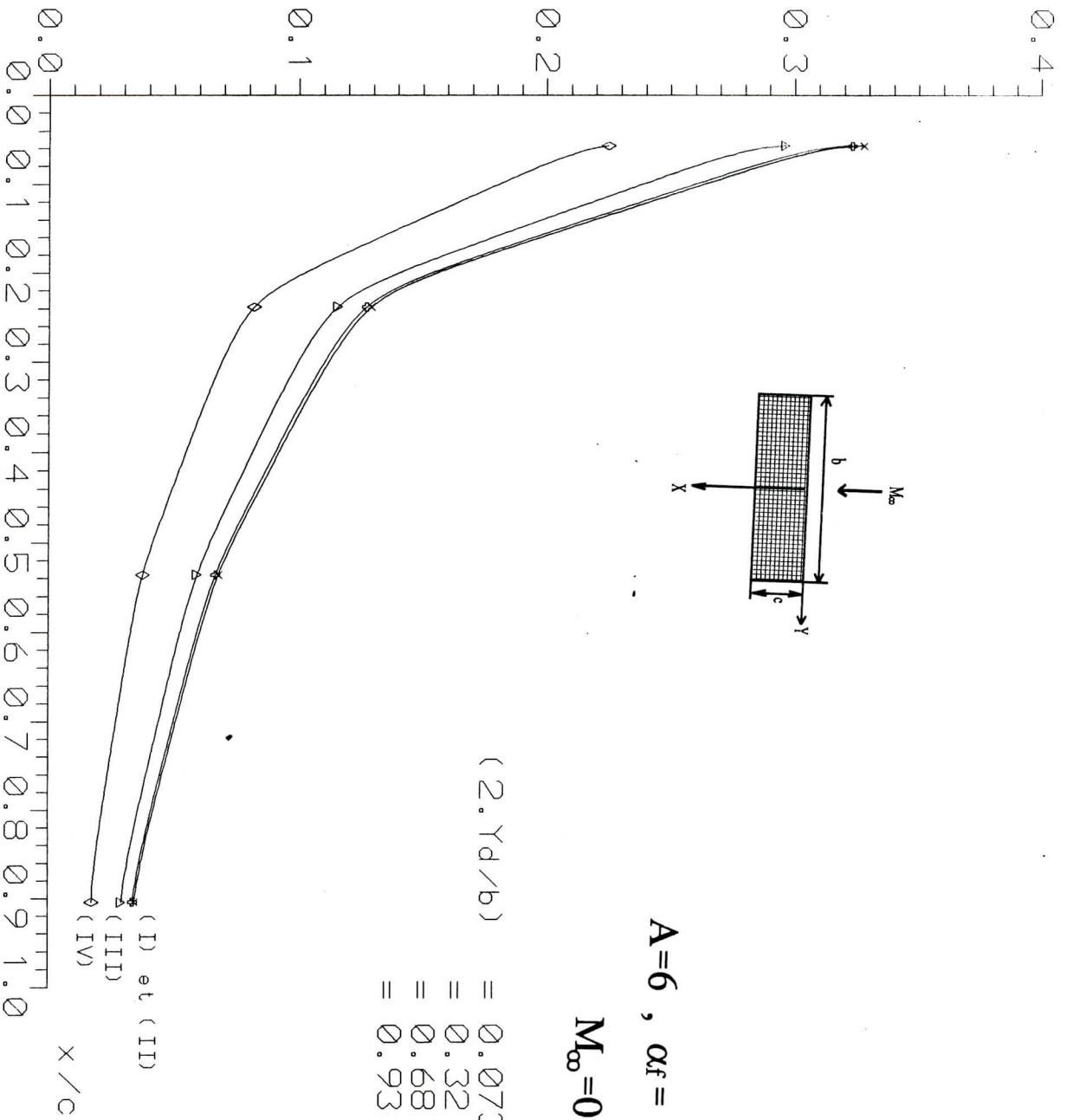
Le deuxième exemple traite une aile rectangulaire de flèche nulle. La figure (6-3-4) représente la différence de pression obtenue entre l'intrados et l'extrados de l'aile le long de la corde en quatre stations de l'envergure. La courbe montre que la différence de pression passe par des valeurs très élevées au bord d'attaque jusqu'à atteindre une valeur nulle au bord de fuite satisfaisant ainsi la condition de Kutta.

6.2.2 L'effet d'incidence

La forme en plan de l'aile droite au régime d'écoulement incompressible est représentée sur la figure (6-2-1). La courbe qui décrit les variations du coefficient de portance en fonction de l'incidence est une droite dont la pente varie avec l'allongement. La figure (6-3-8) montre qu'une augmentation déterminée de l'incidence entraîne une augmentation du coefficient de portance d'autant plus grande que l'allongement est plus grand.

6.2.3 L'effet d'allongement

L'augmentation du coefficient de portance avec l'allongement apparaît clairement sur les courbes de la figure (6-3-9). De plus, la diminution de la traînée induite est d'autant plus forte que l'allongement est plus grand. La traînée induite qui est la conséquence des tourbillons marginaux est en effet proportionnelle au carré du coefficient de portance mais inversement proportionnelle à l'allongement. En conséquence, les qualités aérodynamiques d'une aile s'améliorent quand son allongement croît. Nous avons intérêt, pour les avions subsoniques, à avoir des ailes de grand allongement.



$A=6$, $\alpha_f = 1$, $\Omega=0^\circ$

$M_{\infty}=0$

FIG 6-3-4: LA VARIATION DU COEFFICIENT DE PRESSION POUR UNE AILE RECTANGULAIRE DE FLECHE NULLE

6.2.4 L'effet d'effilement

Etant donné une aile plane, l'effilement entraîne des variations du coefficient local de portance comme on peut le voir sur la figure (6-3-10). Ce coefficient croit, pour une incidence donnée, du plan de symétrie vers l'extrémité latérale, passe par un maximum et tend ensuite rapidement vers zéro.

6.2.5 L'effet de compressibilité

Les figures (6-3-6) et (6-3-7) représentent la variation du coefficient de portance en fonction du nombre de Mach pour deux valeurs de l'allongement. La comparaison de la règle de Gothert utilisée dans ce programme de calcul avec celle de Prandtl-Glauert montre une légère différence aux faibles nombres de Mach. Par contre, un écart appréciable est observé aux nombres de Mach élevés en régime subsonique. Cet écart devient moins important au fur et à mesure de l'accroissement de l'allongement.

La variation du coefficient de pression avec le nombre de Mach pour un point donné d'une aile rectangulaire est présenté dans la figure (6-3-5). La comparaison du coefficient de pression obtenu par le programme avec la règle de Prandtl-Glauert et celle de Karman-Tsien permet de montrer l'effet de compressibilité.

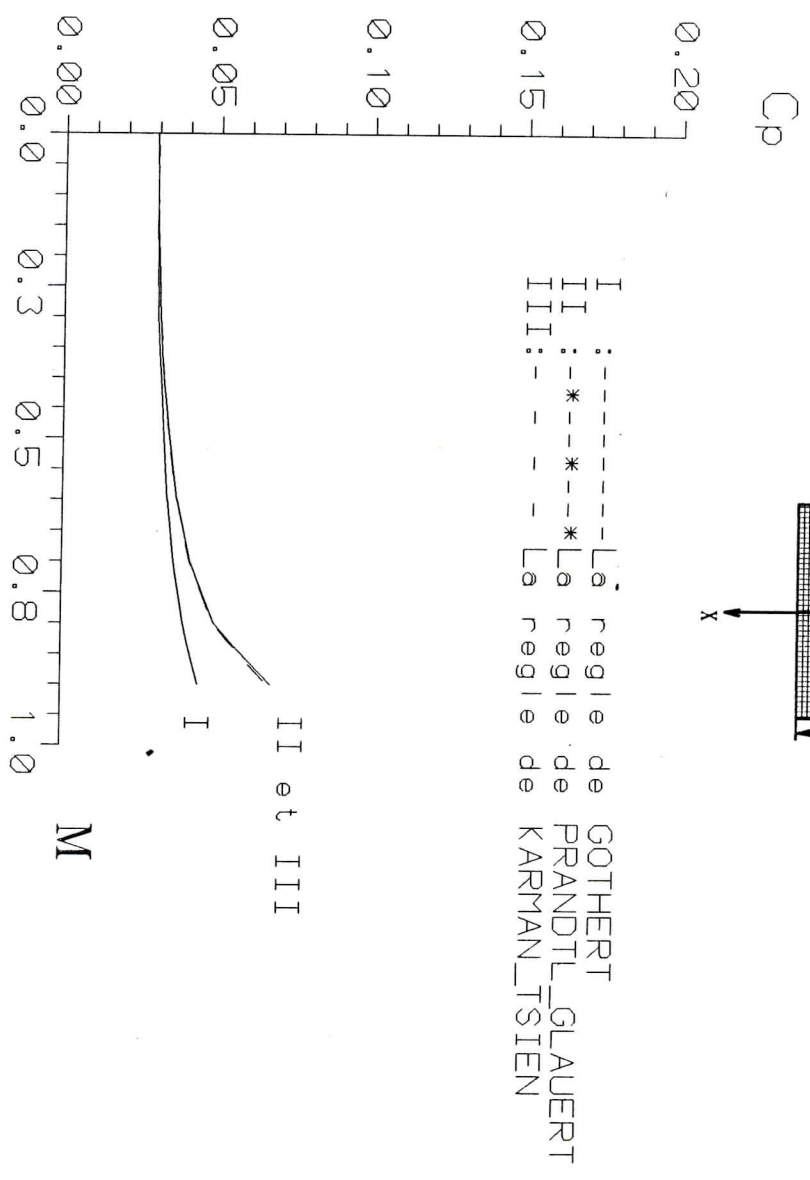
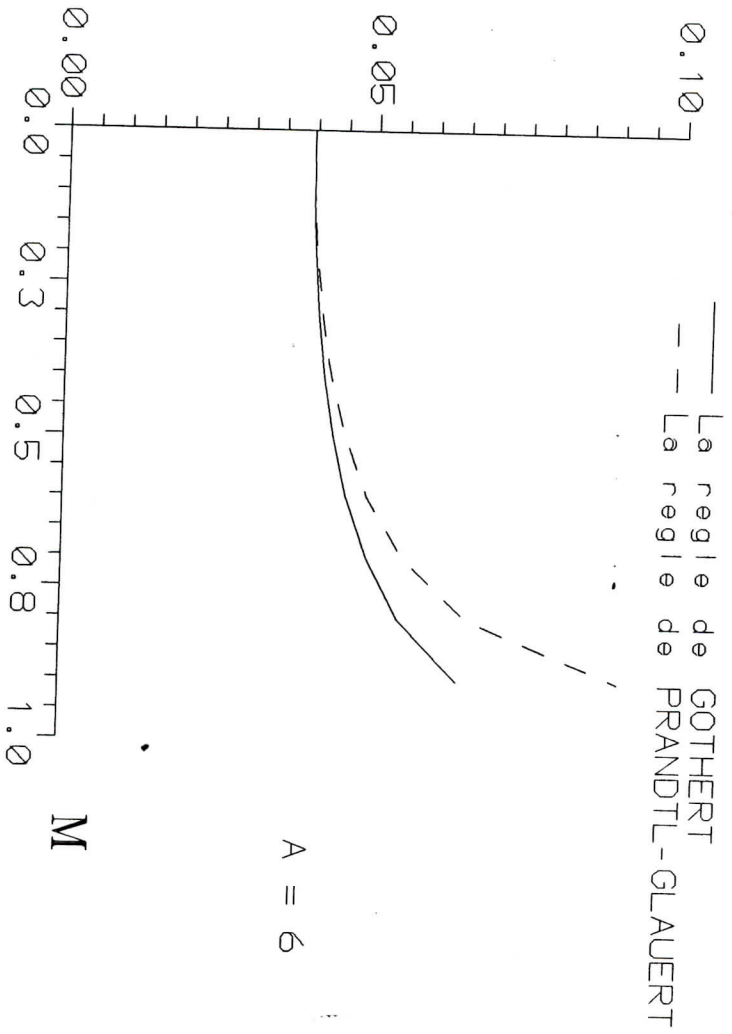


FIG 6-3-5: L'EFFET DE COMPRESSIBILITE SUR LE COEFFICIENT DE PRESSION POUR UN ALLONGEMENT A=6

C1



$A = 6$

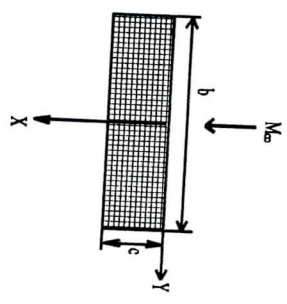


FIG 6-3-6: L'EFFET DE COMPRESSIBILITE SUR LE COEFFICIENT DE PORTANCE

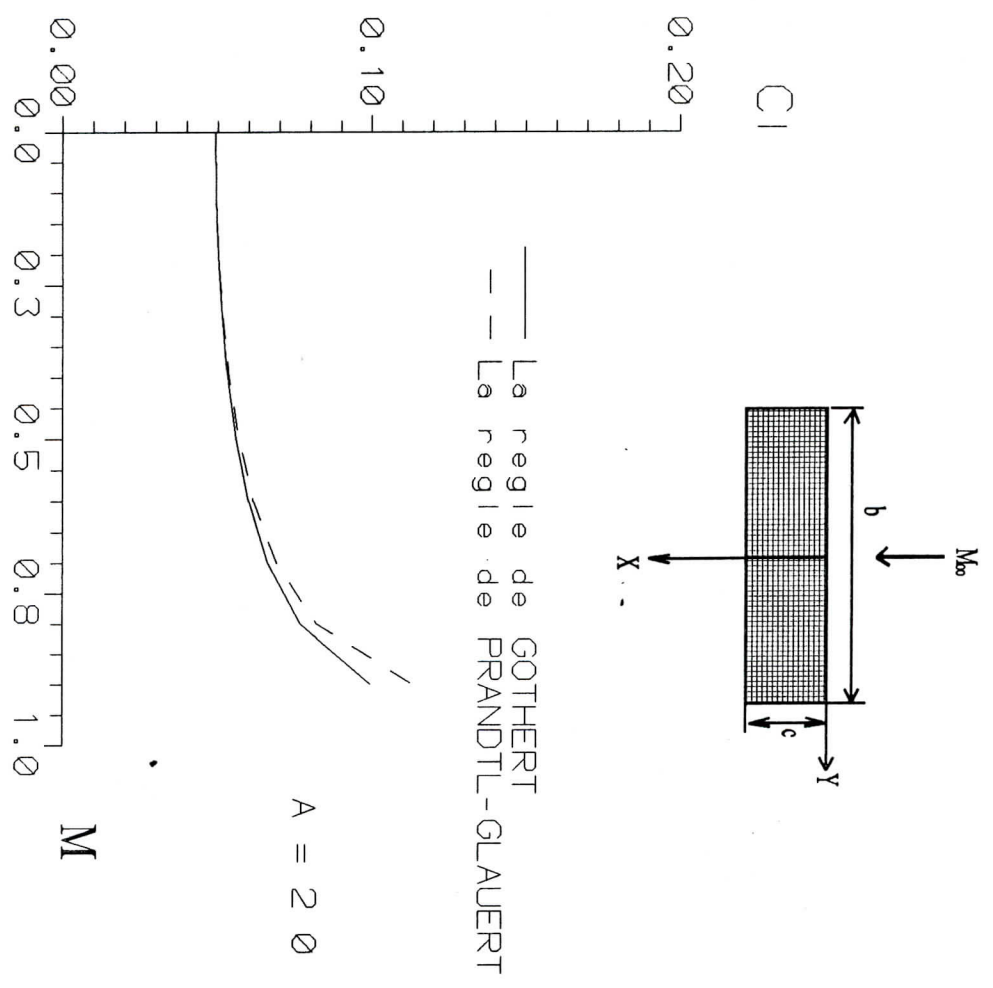


FIG 6-3-7: L'EFFET DE COMPRESSIBILITE SUR LE COEFFICIENT DE PORTANCE

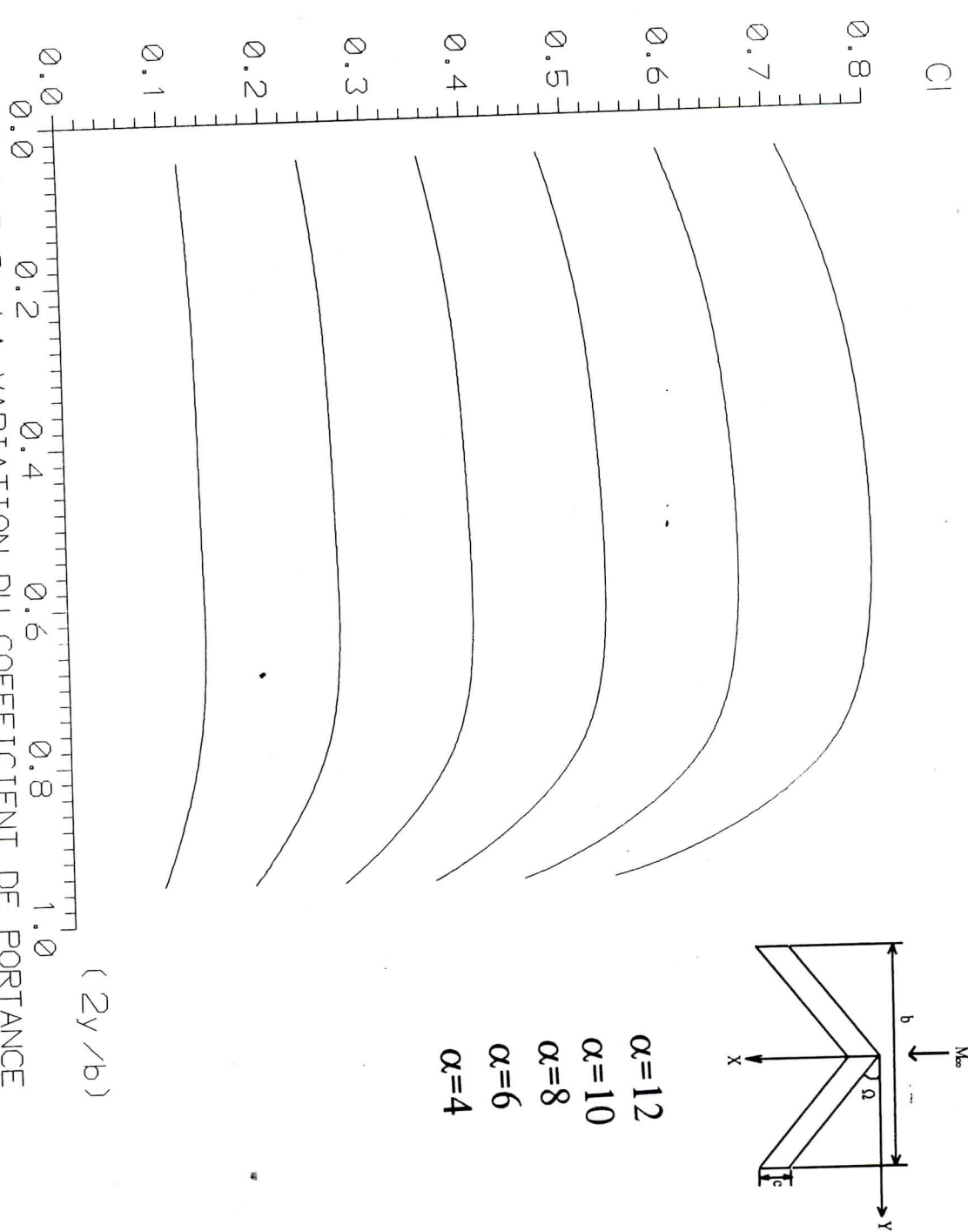


FIG 6-3-8: LA VARIATION DU COEFFICIENT DE PORTANCE EN FONCTION DE L'INCIDENCE LE LONG DE L'ENVERGURE A=6

($2y/b$)

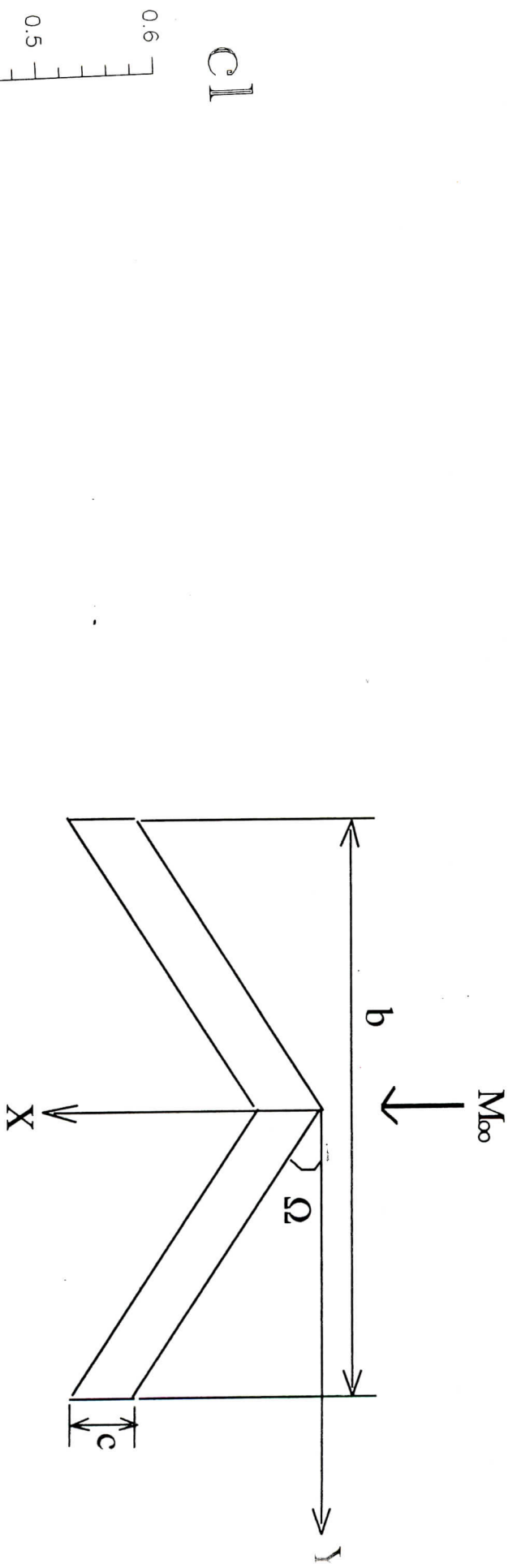


FIG 6-3-9: LA VARIATION DU COEFFICIENT DE PORTANCE EN FONCTION DE L'INCIDENCE POUR DIFFERENTES VALEURS D'ALLONGEMENT

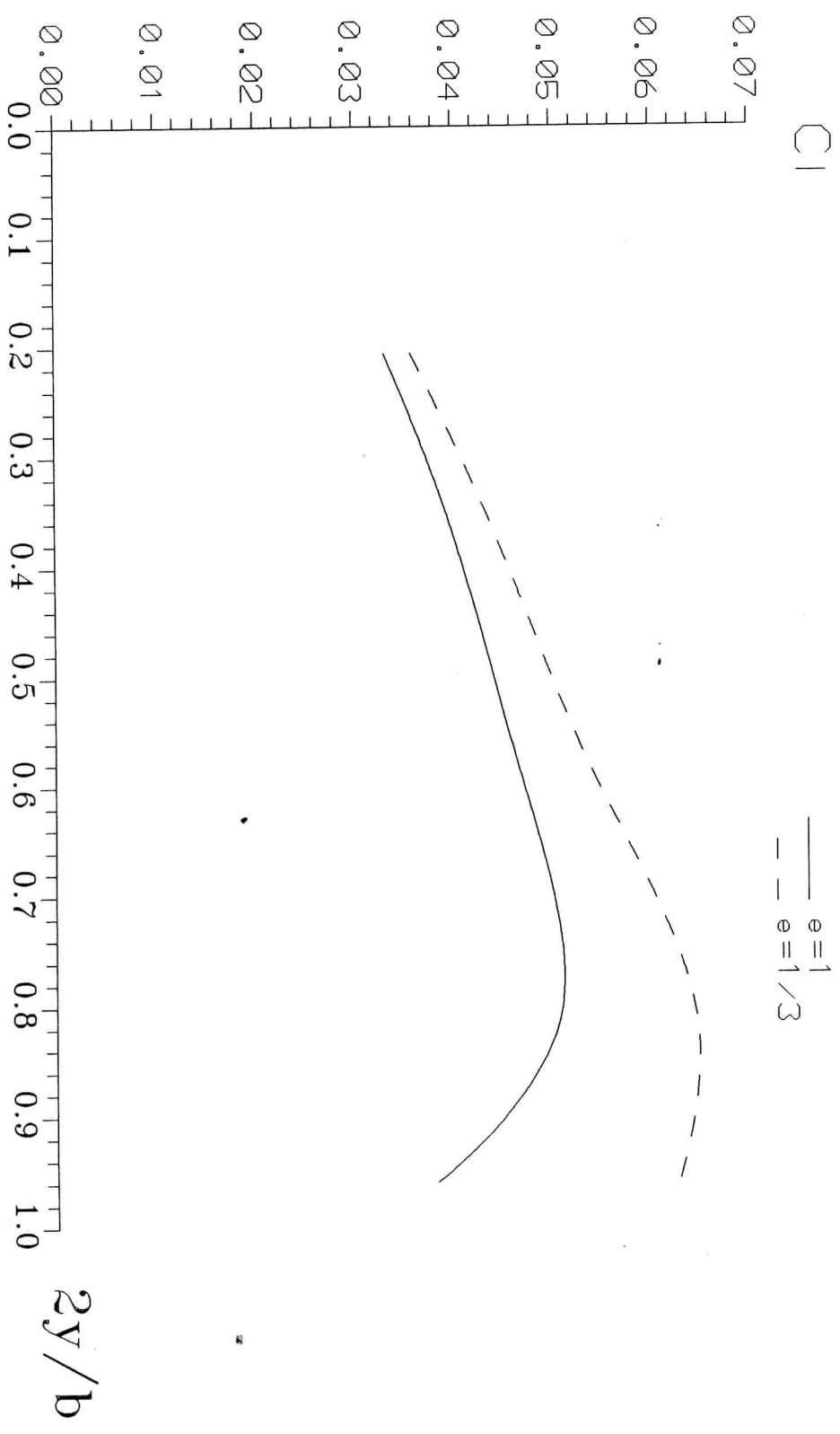


FIG 6-3-10: LA VARIATION DU COEFFICIENT DE PORTANCE LE LONG DE L'ENVERGURE EN FONCTION DE L'EFFELEMMENT

6.3 LA COMBINAISON AILE-FUSELAGE

Les phénomènes d'interaction entre obstacles et en particulier le fuselage et les surfaces portantes, constituent l'une des plus grosses difficultés de l'aérodynamique. Cette interaction comporte deux termes. Le premier est dû à la modification du champ des vitesses locales qui dépend de l'incidence, de la forme du fuselage, de la position longitudinale de l'aile et de la position de l'implanture sur le fuselage. Cette contribution sera traitée dans cette étude. Le second terme est dû aux effets de viscosité engendrés par la couche limite qui n'est pas prise directement en considération dans cette thèse.

6.3.1 AILE RECTANGULAIRE-FUSELAGE

La forme de l'aile en plan est rectangulaire, présente un allongement de six et un angle d'incidence de un degré et elle est fixée centralement par rapport au fuselage de géométrie circulaire.

La distribution de portance locale le long de l'envergure croît, pour une incidence quelconque, du plan de symétrie vers l'extrémité, puis elle tend rapidement vers zéro. Il est à noter que cette distribution est en bon accord avec celle obtenue dans les souffleries sauf au niveau de la région de raccordement aile-fuselage (les figures (6-4-2) et (6-4-3)). La présence du fuselage modifie donc les caractéristiques aérodynamiques et plus particulièrement dans la région d'implanture.

La distribution de la pression sur l'aile et suivant les méridiens du fuselage est donnée par la figure (6-4-4). Elle est beaucoup plus importante sur l'aile alors qu'elle augmente en passant du méridien supérieur vers le méridien inférieur concernant le fuselage.

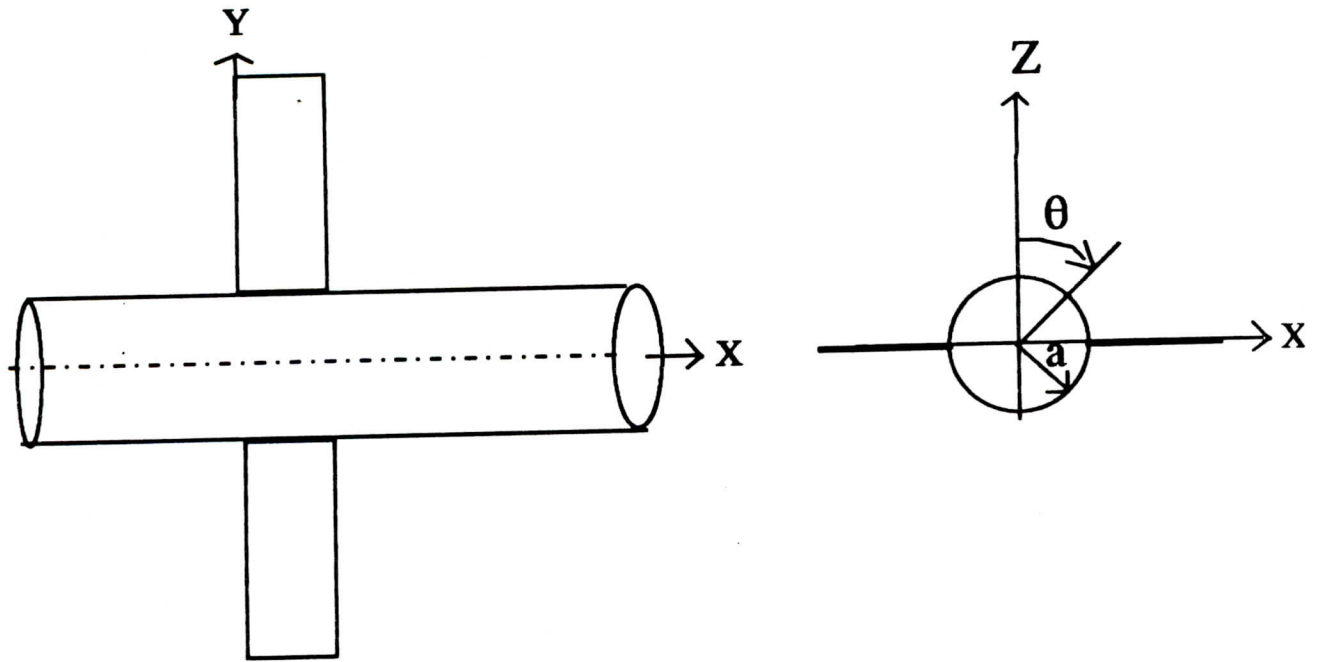


Fig 6.4.1 : La combinaison aile rectangulaire-fuselage

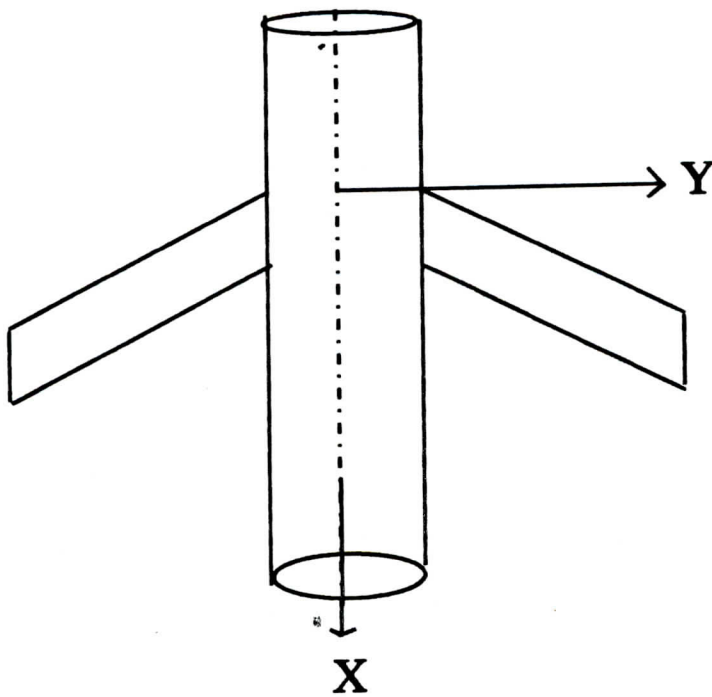


Fig 6.4.1a : La combinaison aile-fuselage avec aile en flèche

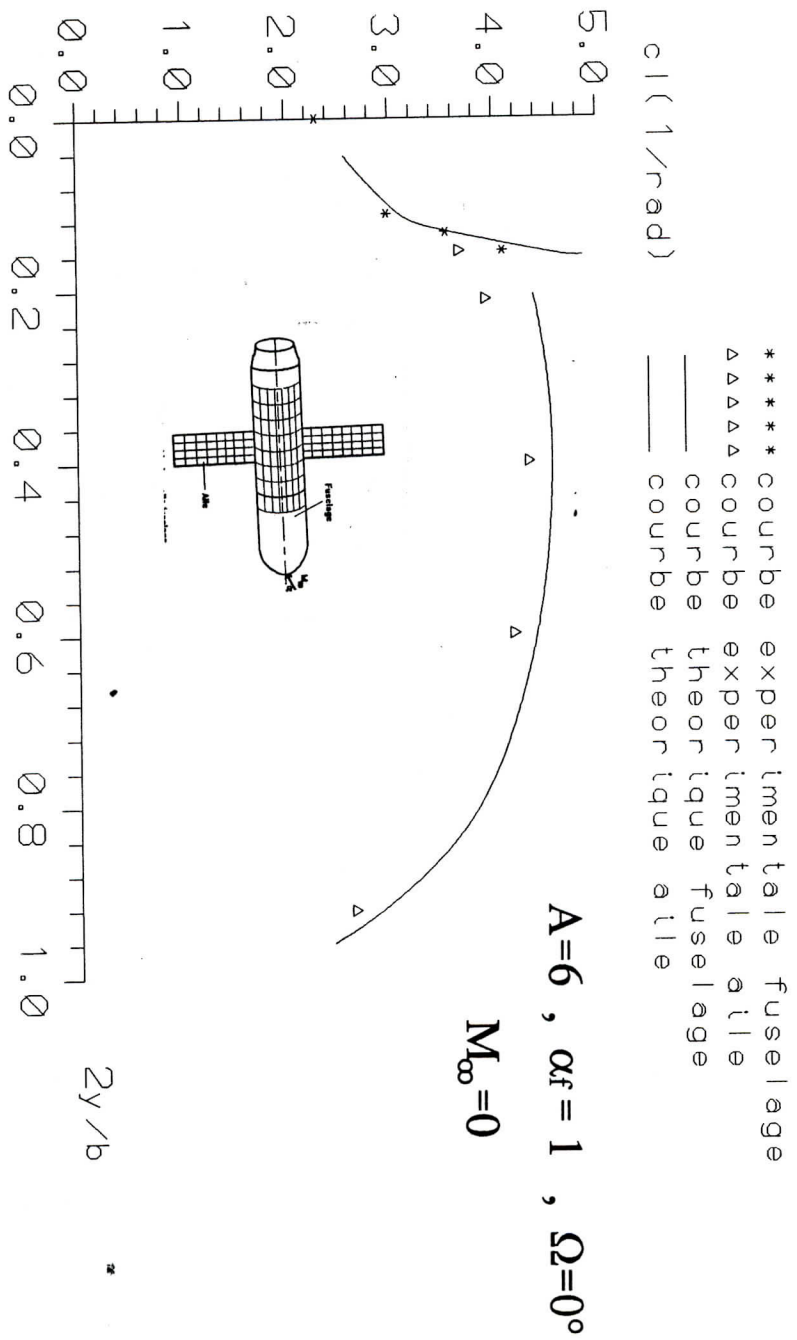


FIG 6-4-2 : LA VARIATION DU COEFFICIENT DE PORTANCE
LE LONG DE L'ENVERGURE POUR
LA COMBINAISON AILE-FUSELAGE

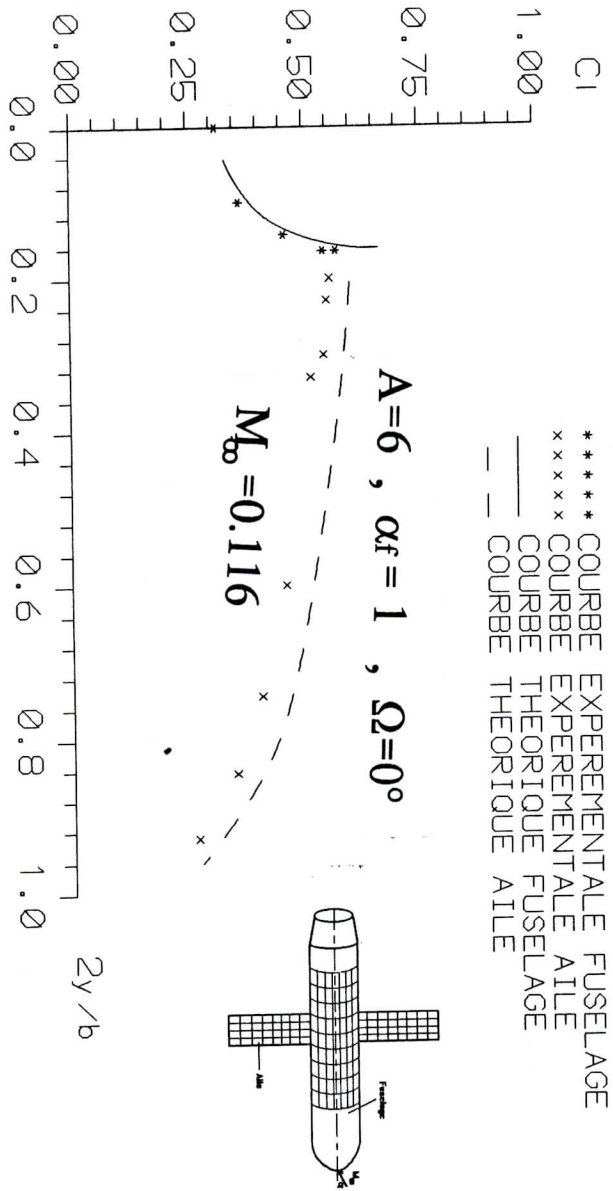


FIG 6.4.3 LA VARIATION DU COEFFICIENT DE PORTANCE
LE LONG DE L'ENVERGURE POUR
LA COMBINAISON AILE FUSELAGE

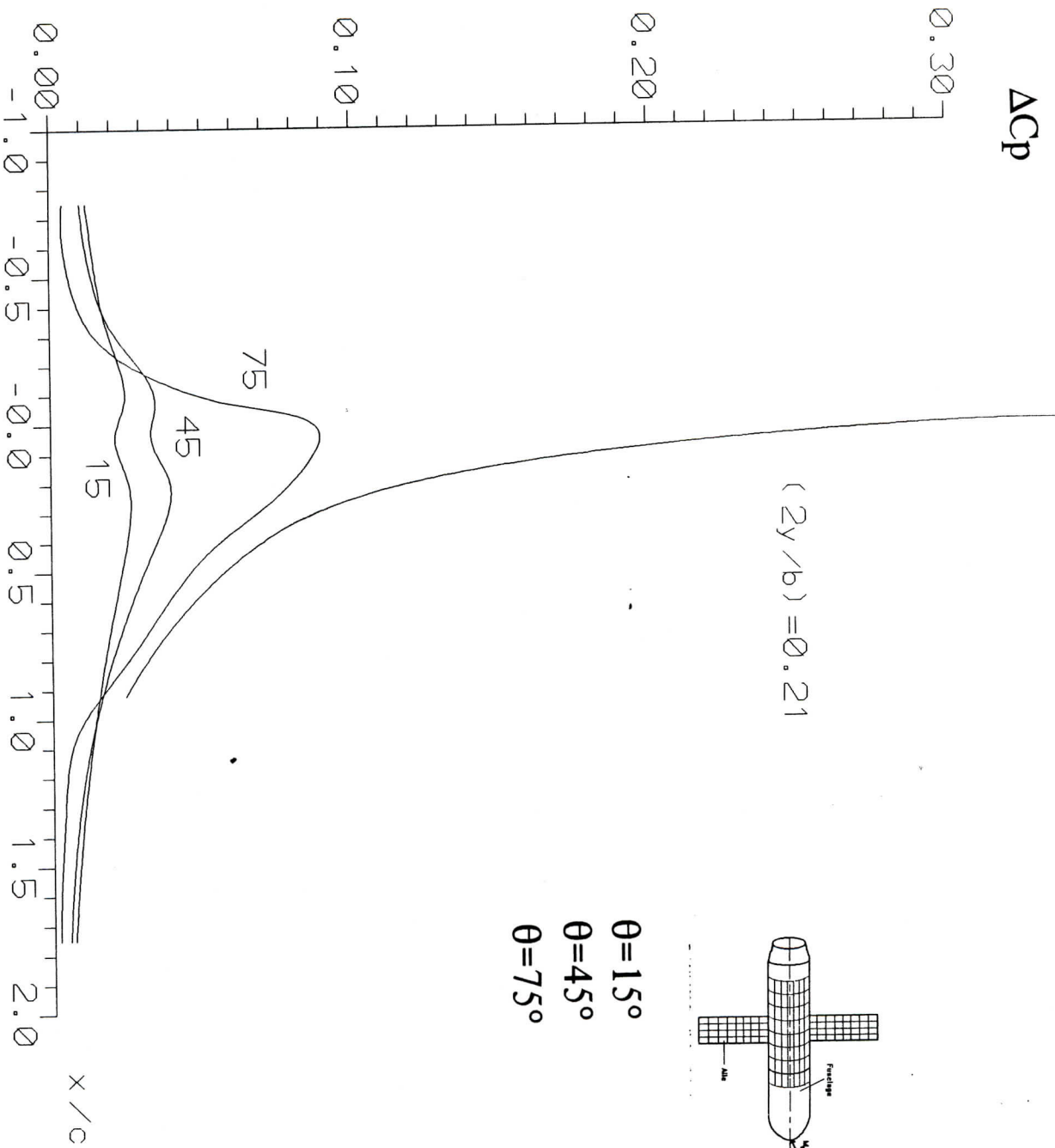
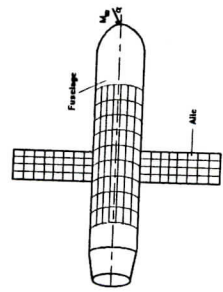
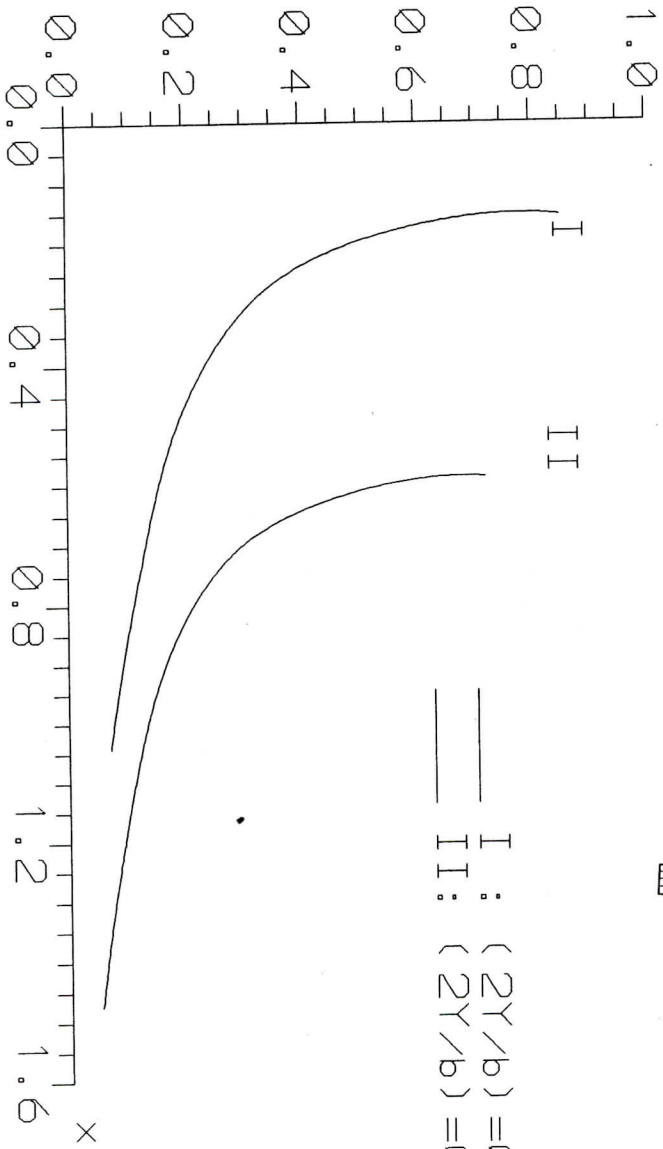


FIG 6-4-4: LA VARIATION DU COEFFICIENT DE PRESSION LE LONG DE L'AXE LONGITUDINAL POUR LA COMBINAISON AILE-FUSELAGE



ACP



I : $(2Y/b) = 0.21$
 II : $(2Y/b) = 0.35$

FIG 6-4-5: LA VARIATION DE PRESSION
 LE LONG DE LA CORDE POUR
 LA COMBINAISON AILE-FUSELAGE

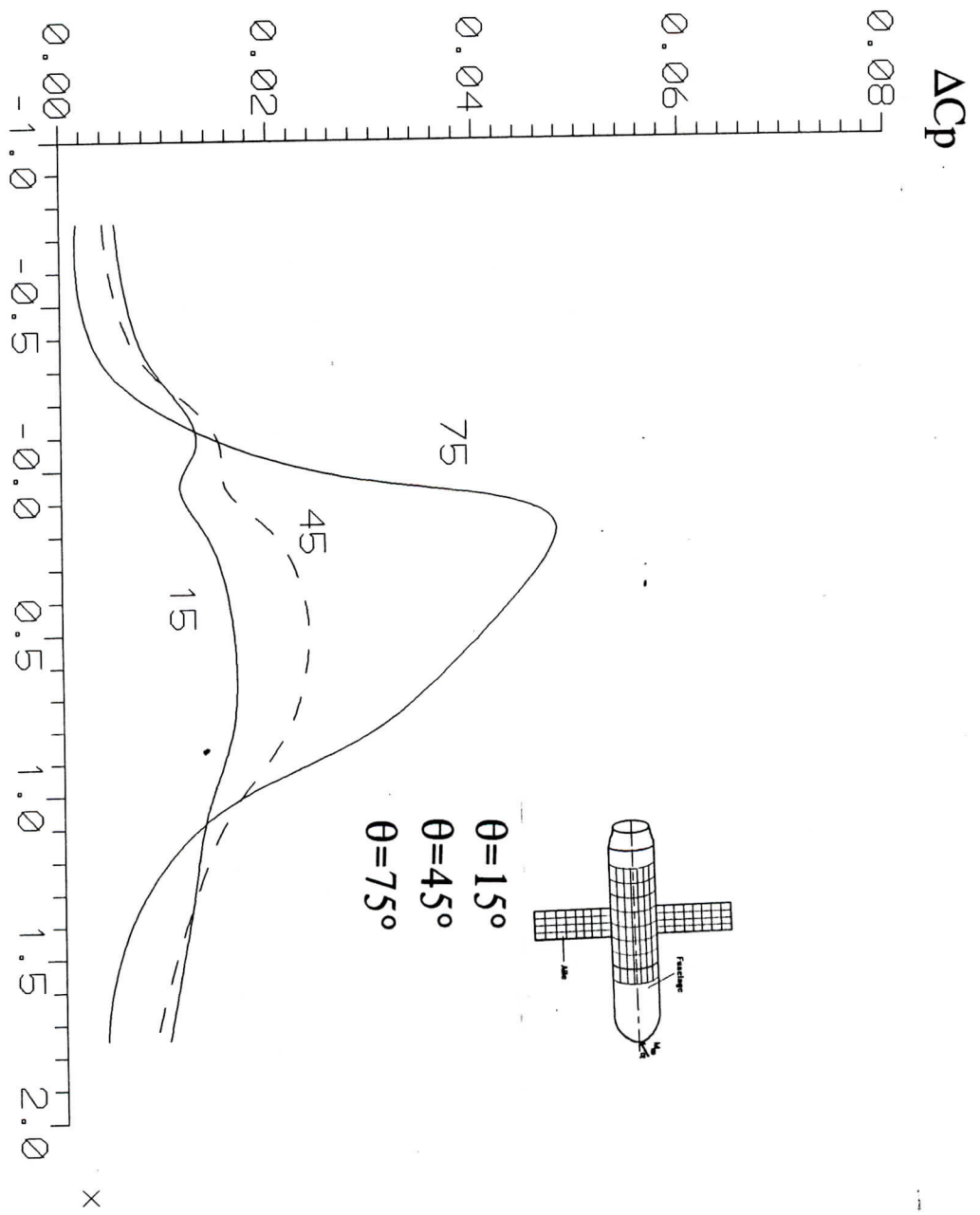


FIG 6-4-6: LA VARIATION DE LA PRESSION SUR LE FUSELAGE PARALLELEMENT A L'AXE LONGITUDINAL POUR LA COMBINAISON AILE-FUSELAGE

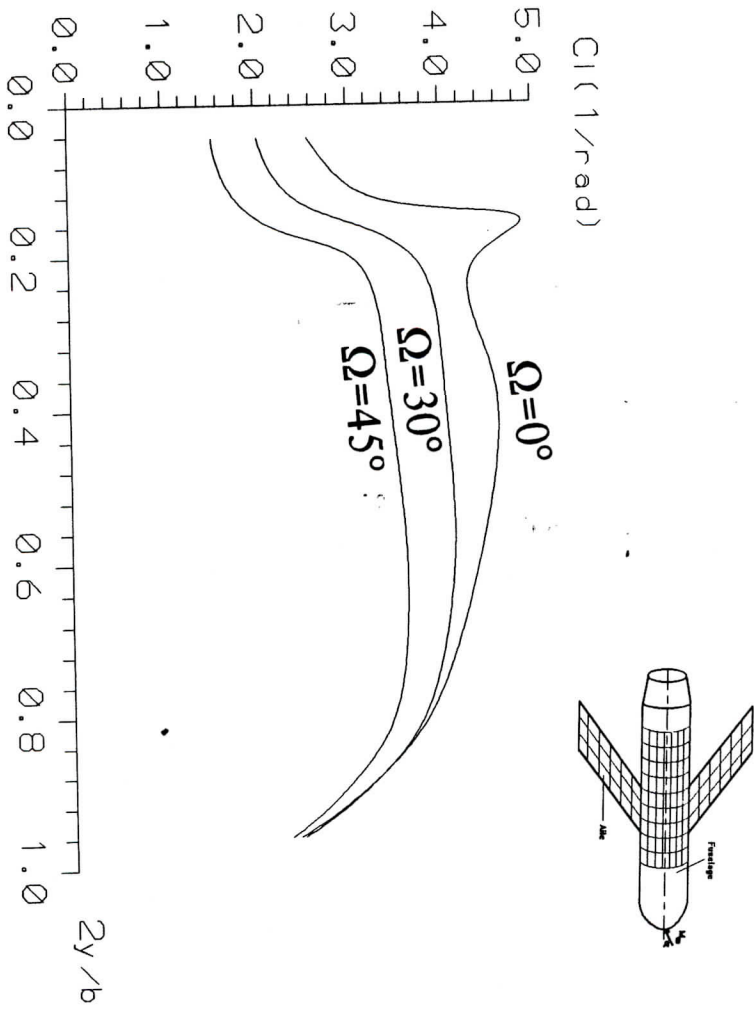
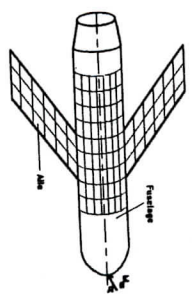
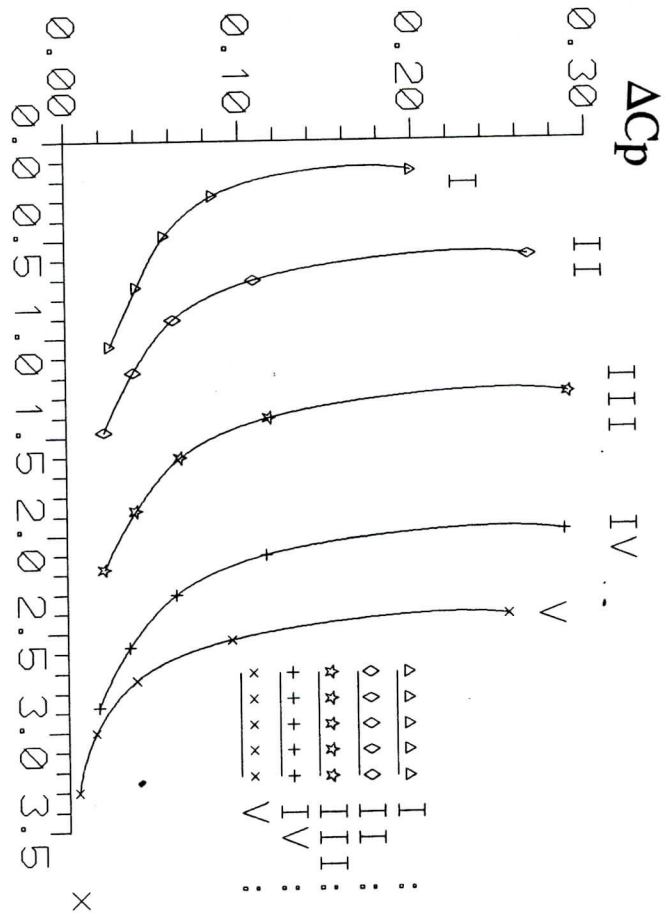


FIG 6-4-7: LA VARIATION DU COEFFICIENT DE PORTANCE
LE LONG DE L'ENVERGURE EN FONCTION
DE LA FLECHE.



$\Omega = 45^\circ$

$\Delta \Delta \Delta \Delta \Delta \Delta$	I	:	$(2Y/b) = 0.21$
$\diamond \diamond \diamond \diamond \diamond$	II	:	$(2Y/b) = 0.35$
$\star \star \star \star \star$	III	:	$(2Y/b) = 0.58$
$++ ++ ++$	IV	:	$(2Y/b) = 0.82$
$\times \times \times \times \times$	V	:	$(2Y/b) = 0.96$

FIG 6-4-8: LA VARIATION DE LA PRESSION SUR L'AILLE PARALLELEMENT A L'AXE LONGITUDINAL POUR LA COMBINAISON AILE-FUSELAGE

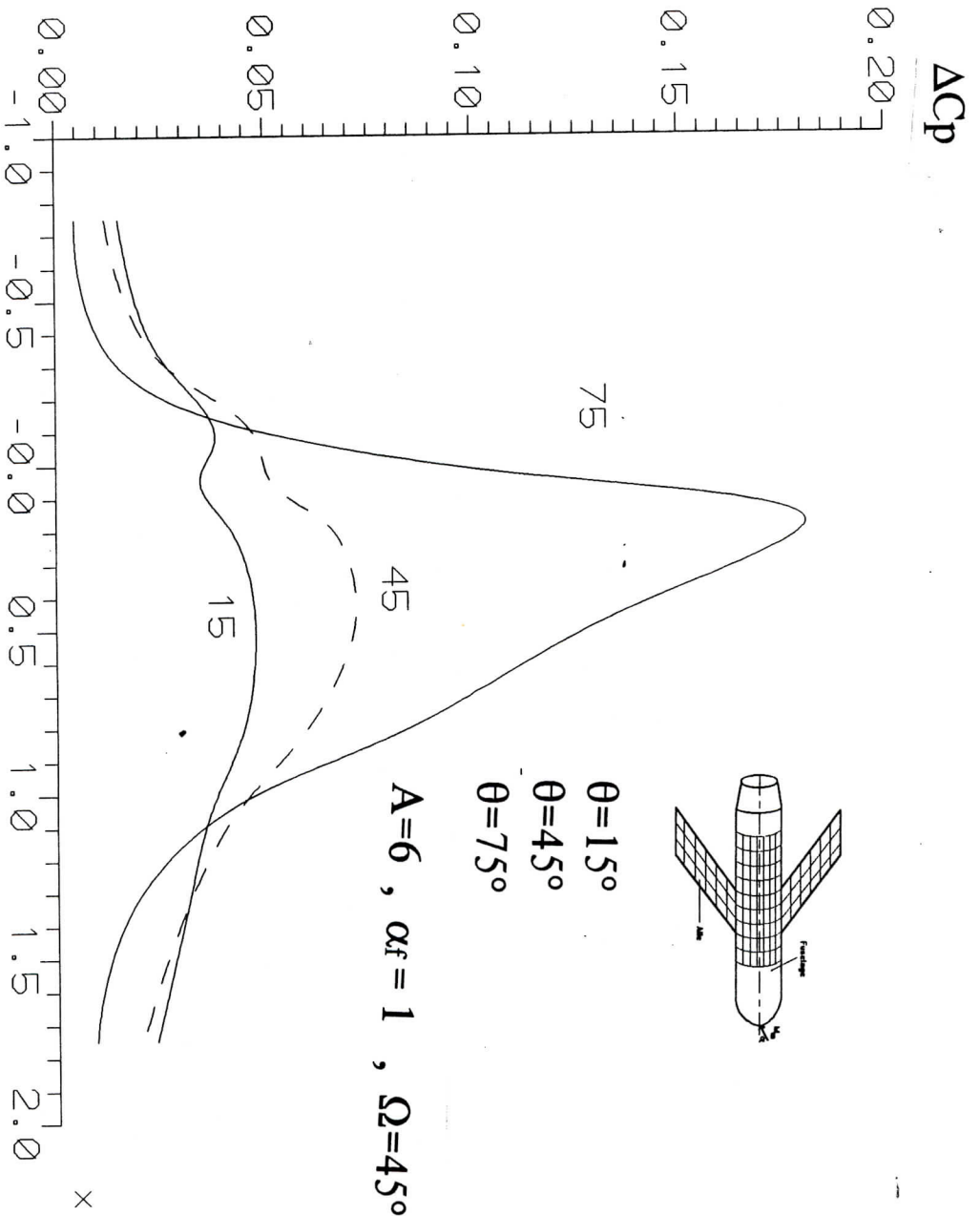


FIG 6-4-9 LA DISTRIBUTION DE PRESSION SUR LE FUSELAGE PARALLELEMENT A L'AXE LONGITUDINAL DE LA COMBINAISON AILE-FUSELAGE

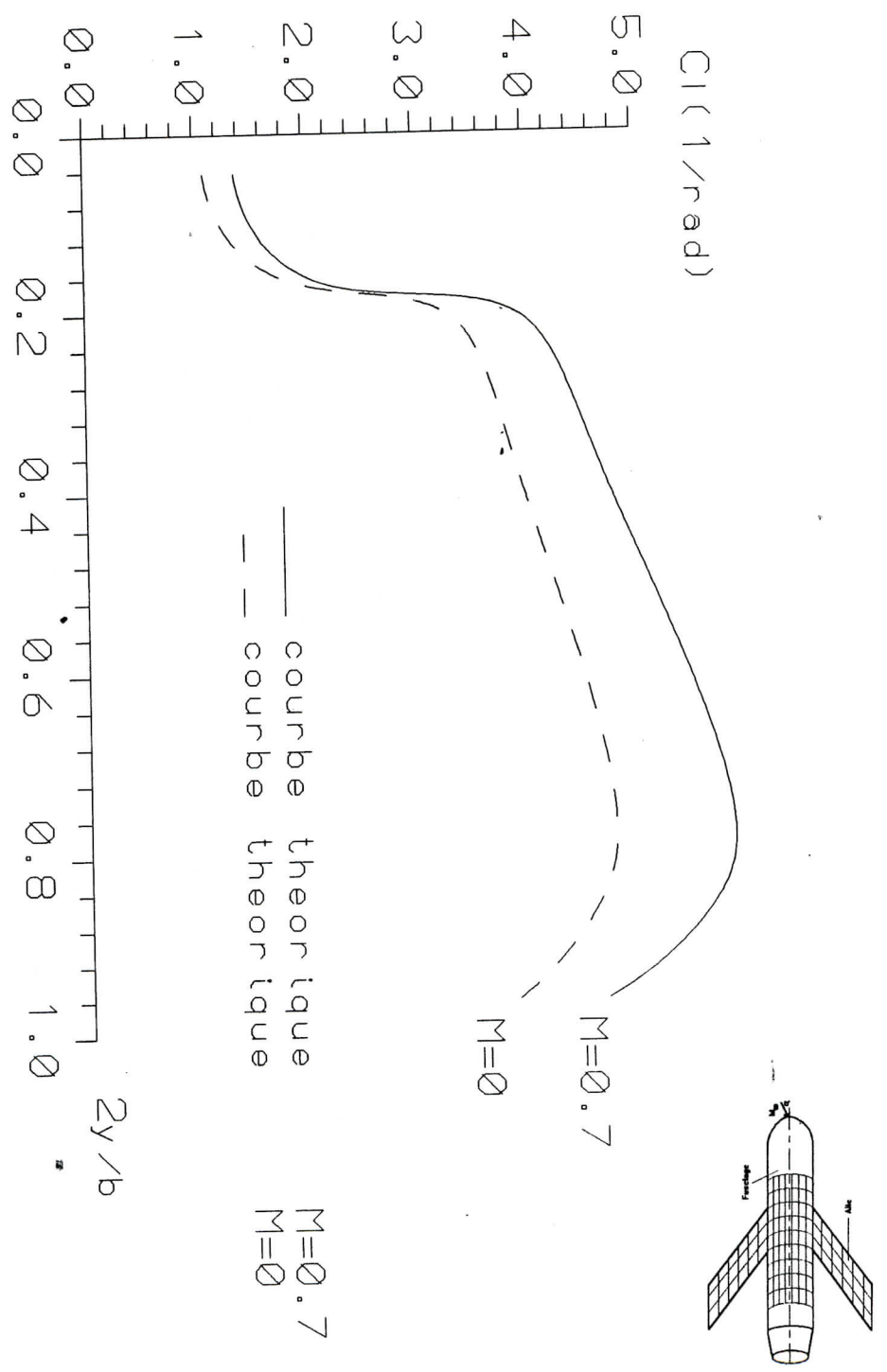


FIG 6-4-10: LA VARIATION DU COEFFICIENT DE PORTANCE
LE LONG DE L'ENVERGURE POUR
LA COMBINAISON AILE EFFILLEE-FUSELAGE

6.3.2 L'EFFET DE FLECHE

Les vitesses élevées subsoniques atteintes par les avions modernes ont mis au premier plan les problèmes soulevés par les ailes en flèches.

La figure (6-4-1) est relative à la configuration aile-fuselage. L'aile présente un allongement de 6, un effilement de 1 et un angle d'incidence de 1° , pour des flèches respectivement de 0° , 30° et 45° .

La distribution de portance le long de l'envergure est moins élevée pour une aile en flèche que pour une aile droite à un nombre de Mach donné comme on peut le voir sur la figure (6-4-7). Ceci peut s'expliquer par la décomposition de l'écoulement uniforme amont en deux écoulements: le premier de vitesse normale à l'aile qui engendre les survitesses et les pressions locales, le second de vitesse parallèle aux génératrices de l'aile qui, en fluide parfait, donne un champ uniforme de vitesse.

6.3.3 L'EFFET D'EFFILEMENT

La forme en plan de la combinaison aile-fuselage est représentée sur la figure (6-4-10). L'aile a un allongement de 6, un angle de flèche de 30° par rapport au quart de la corde, pour deux effilements. Il convient de noter que la loi des cordes entraîne des variations de la sustentation locale, qui croît pour un nombre de Mach quelconque, du plan de symétrie vers l'extrémité passe par un maximum et ensuite décroît très rapidement.

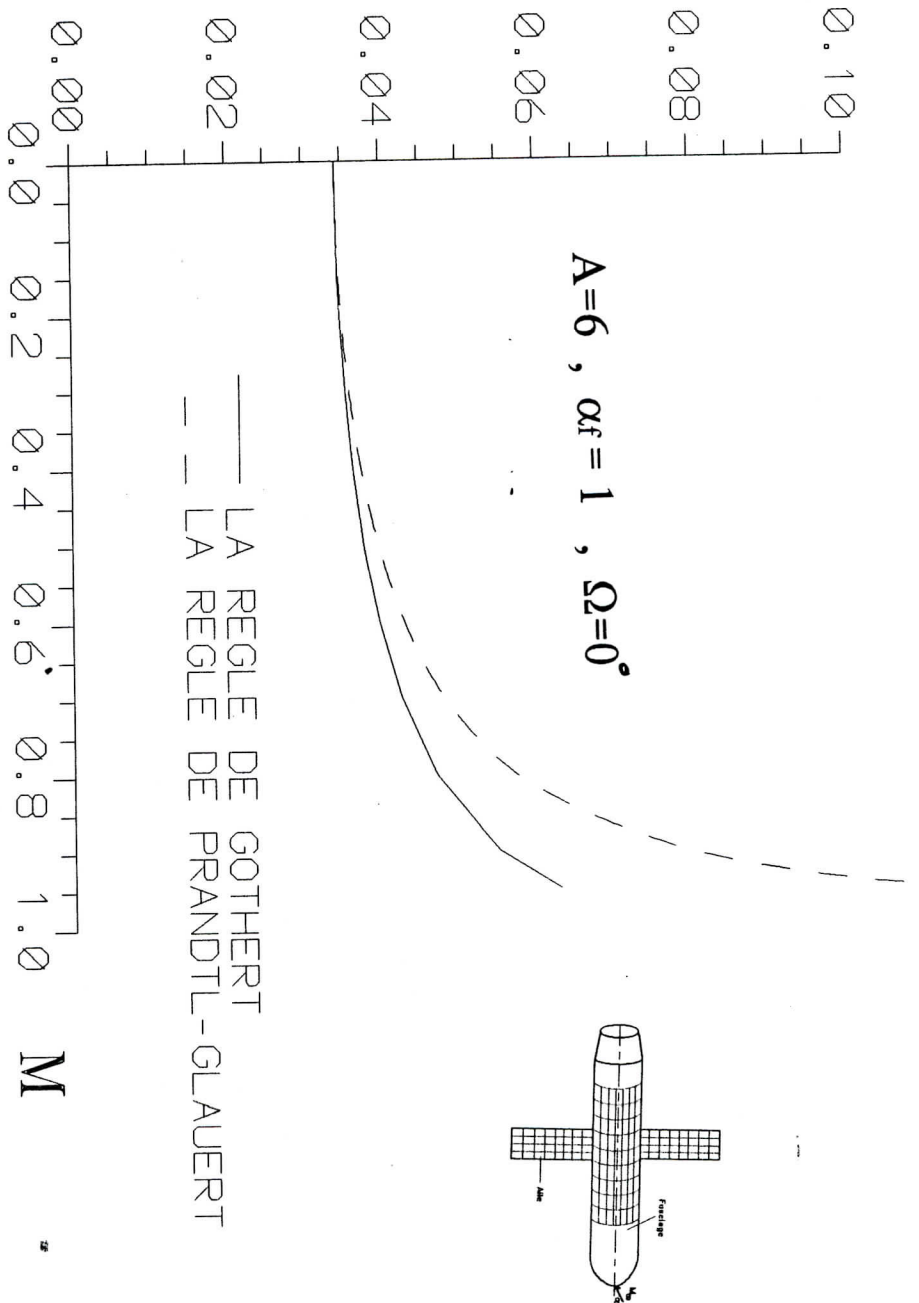
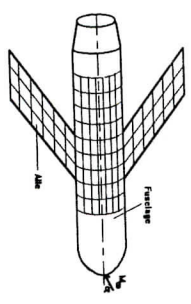
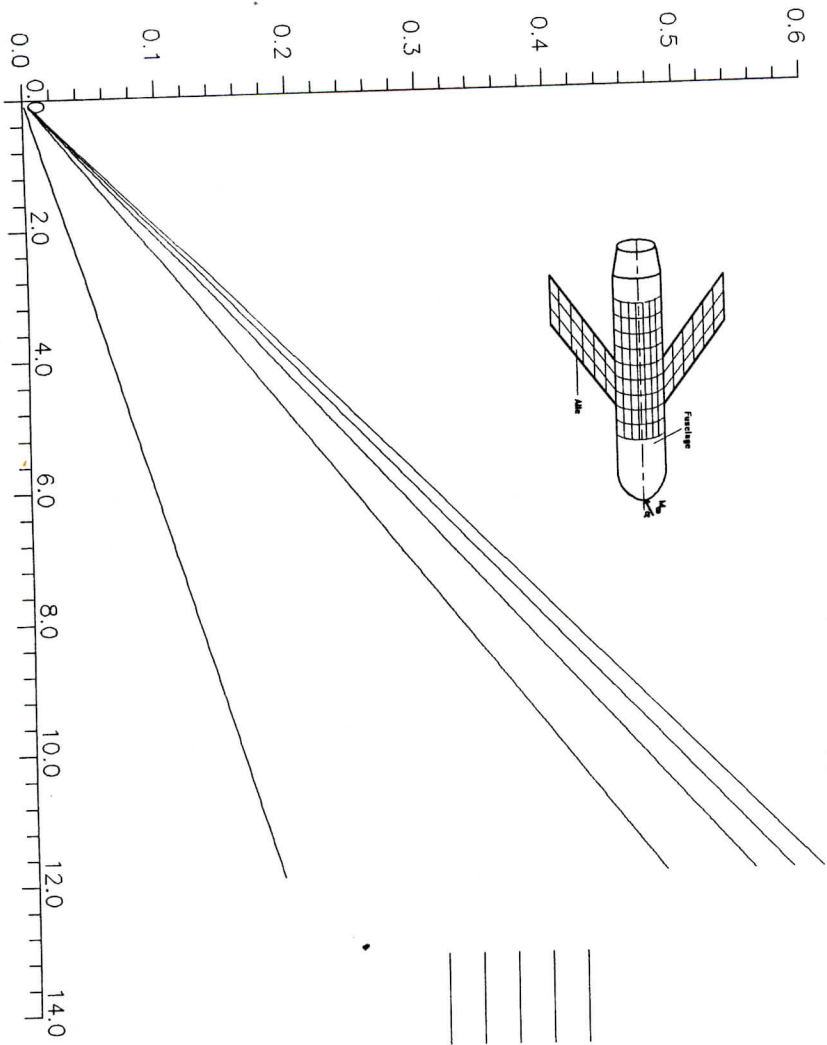


FIG 6-4-11: LA VARIATION DU COEFFICIENT DE PORTANCE EN FONCTION DU NOMBRE DE MACH POUR LA COMBINAISON AILE-FUSELAGE

c_l



- _____ A = 20
- _____ A = 14
- _____ A = 10
- _____ A = 6
- _____ A = 2

FIG 6-4-12: LA VARIATION DU COEFFICIENT DE PORTANCE
 DE LA COMBINAISON AILE-FUSELAGE EN FONCTION
 DE L'INCIDENCE POUR DIFFERENTES VALEURS D'ALLONGEMENT

6.3.4 L'EFFET DE COMPRESSIBILITE

L'évolution du coefficient de portance en fonction du nombre de Mach est illustré sur la figure (6-4-11). La comparaison de la règle utilisée dans ce programme, qui est celle de Gothert, avec la règle de Prandtl-Glauert montre une certaine différence du coefficient de portance pour de faibles nombres de Mach mais cette différence devient plus importante lorsqu'on se rapproche du domaine transonique.

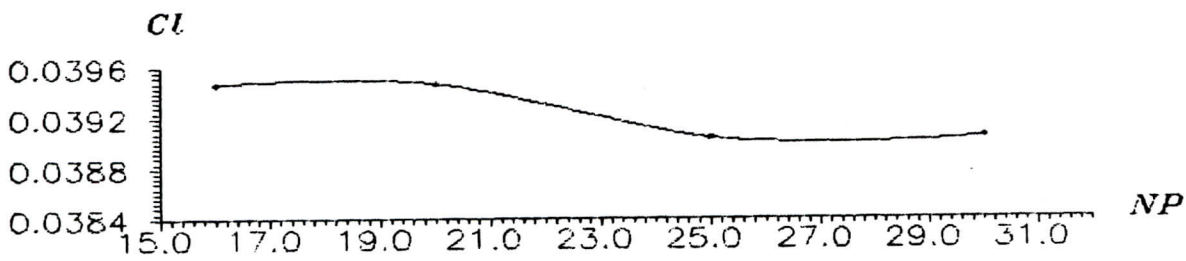


FIG 6-4-13: L'INFLUENCE DU NOMBRE DE PANNEAUX SUR LE COEFFICIENT DE PORTANCE DE L'AILE

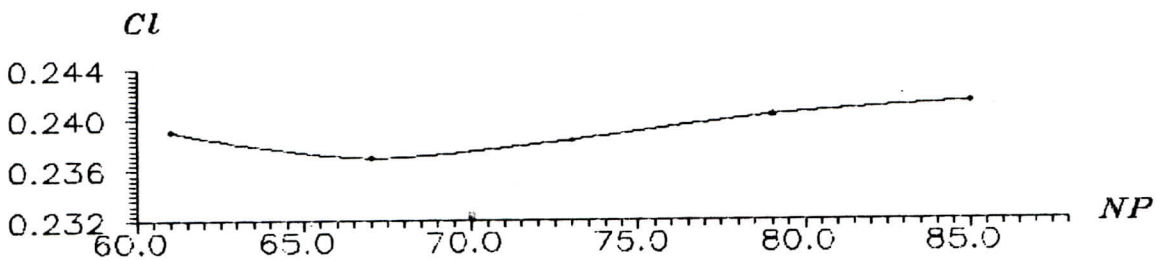


FIG 6-4-14: L'INFLUENCE DU NOMBRE DE PANNEAUX SUR LE COEFFICIENT DE PORTANCE DE LA COMBINAISON AILE-FUSELAGE

CONCLUSION

La méthode basée sur la distribution des singularités (sources, tourbillons et doublets) trouve une large application dans la résolution des problèmes posés aux bureaux d'études des constructeurs d'avions, particulièrement dans la phase d'analyse.

Le champ de pression autour de diverses configurations en mouvement dans un fluide parfait compressible a été déterminé dans la présente thèse et validé par des résultats expérimentaux.

Pour un écoulement bidimensionnel autour d'un profil d'aile d'avion du type NACA 4412, le modèle proposé est basé sur la représentation du profil d'aile par une ligne polygonale fermée. Sur chaque côté est disposée une singularité linéique de type tourbillon.

De même, pour un écoulement tridimensionnel, le modèle proposé est basé sur la représentation de l'obstacle réel par un solide composé de plusieurs facettes planes et sur chacune est disposée une singularité.

La diversité d'exemples traités dans cette étude a démontré un accord satisfaisant entre les résultats obtenus théoriquement et ceux de l'expérience sauf un certain écart qui est relativement faible dans la région d'emplanture de l'aile suite à l'interaction de l'aile-fuselage modélisée par une distribution des tourbillons images à l'intérieur du fuselage.

Le programme de calcul fournit notamment le champ de vitesse et de pression ainsi que les forces locales et globales de la configuration étudiée. Il est particulièrement bien adapté à des études diverses d'aérodynamique pour les qualités suivantes:

-Généralité:

La méthode des singularités est très répandue. Elle est utilisée pour résoudre les problèmes d'aérodynamique pour des configurations très variées en écoulement tridimensionnel et géométriquement complexes. Cependant, notre modèle considère les ailes planes et le fuselage comme un cylindre circulaire.

-Efficacité:

Depuis quelques années, la méthode des singularités a attiré un grand nombre de chercheurs qui ont développé des schémas numériques très complexes capables d'estimer les caractéristiques aérodynamiques d'une configuration complète. Actuellement, elle est considérée comme un outil très puissant aussi bien dans la phase de conception que celle d'analyse.

-Stabilité et convergence:

Pour les problèmes aux limites spécifiés auparavant, la présente méthode est numériquement stable et la convergence est assurée après un nombre d'itérations limité.

Sur le plan des perspectives, il convient d'introduire des modifications dans le programme de calcul pour étendre son application au cas de la combinaison aile-fuselage où l'aile présente une variation de cambrure le long de l'envergure ainsi que la variation du dièdre. Il est possible aussi d'aborder l'étude des effets visqueux dus à la couche limite.

Finalement, la méthode développée dans cette thèse pourrait être appliquée à la résolution de problèmes aéroélastiques tels que le phénomène de la divergence en torsion des ailes à des vitesses subsoniques.

ANNEXE A

DETERMINATION DES MATRICES AERODYNAMIQUES

Le tourbillon en fer à cheval est constitué de trois tourbillons. Le premier est situé en amont du panneau et les deux autres sont situés aux extrémités latérales du panneau.

A.1 - Les coordonnées du tourbillon en fer à cheval

$$\begin{aligned}x_v &= \frac{a_k + c_k(3d_{k,m} + d_{k,m+1})}{4} + (y_v - b_k)\tan(\lambda) \\y_v &= \frac{(e_{k,l} + e_{k,l+1})}{2} \\z_v &= 0\end{aligned}\quad (A-1)$$

A.2 - Les coordonnées du point de contrôle

$$\begin{aligned}x_d &= \frac{a_k + c_k(d_{k,m} + 3d_{k,m+1})}{4} + \left[\frac{c_{k+1}(d_{k+1,m} + 3d_{k+1,m+1})}{4} \right. \\&\quad \left. - \frac{c_{k+1}(d_{k+1,m} + 3d_{k+1,m+1})}{4} + a_{k+1} - a_k \right] \frac{y_v - b_v}{b_{k+1} - b_k} \\y_d &= \frac{(e_{k,l} + e_{k,l+1})}{2} \\z_d &= 0\end{aligned}\quad (A-2)$$

et:

$$\begin{aligned}\tan(\lambda) &= \left[\frac{c_{k+1}(3d_{k+1,m} + 3d_{k+1,m+1})}{4} \right. \\&\quad \left. - \frac{c_k(3d_{k,m} + 3d_{k,m+1})}{4} + a_{k+1} - a_k \right] \frac{1}{b_{k+1} - b_k} \\h &= \frac{(e_{k,l+1} - e_{k,l})}{2}\end{aligned}$$

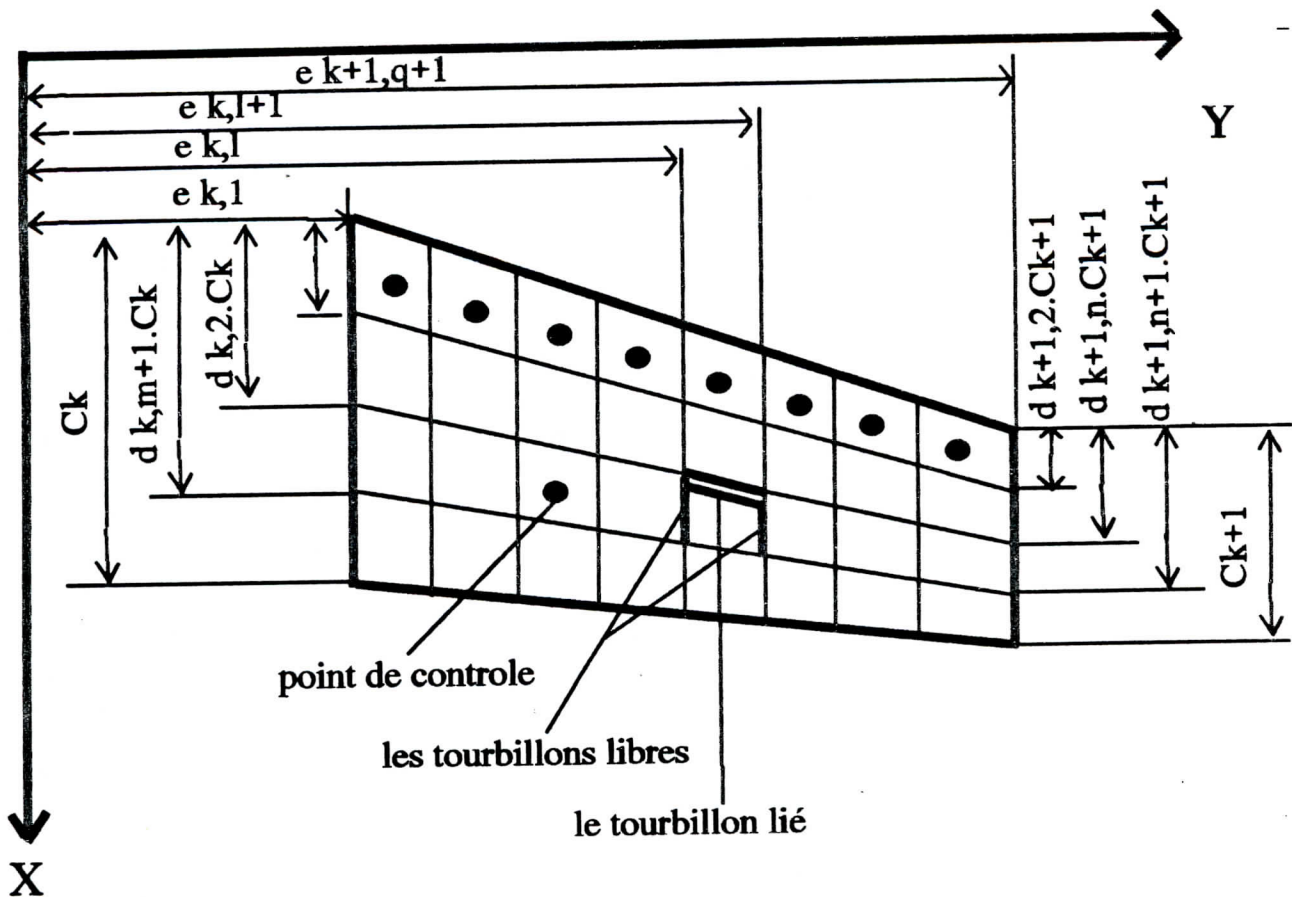


Fig A.1 : Les panneaux d'aile

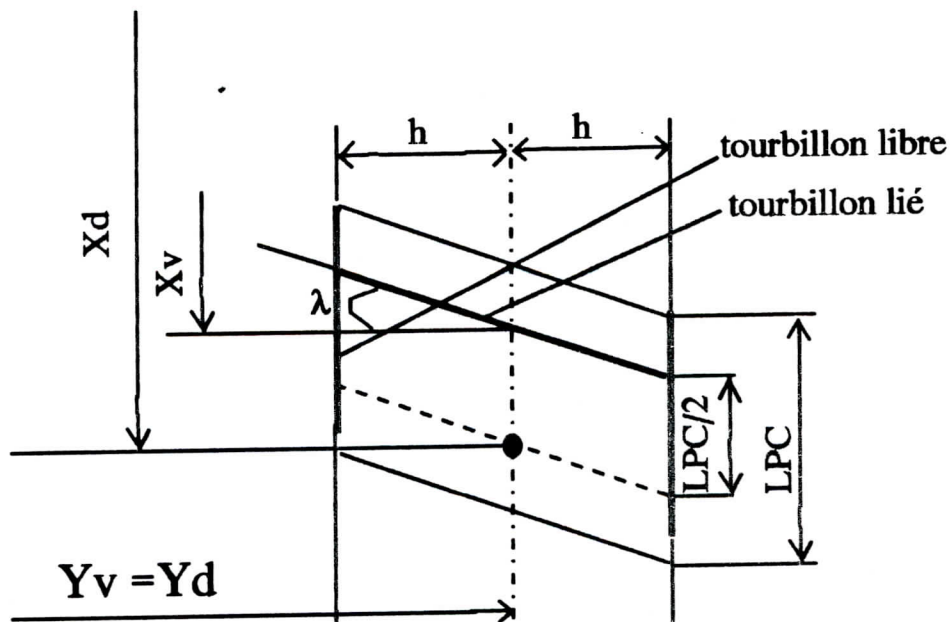


Fig A-2 : La position du point de controle et du tourbillon en fer à cheval

A.3 - Les coordonnées du point d'interception

$$\xi = \frac{x_v + x_d \cdot \tan^2(\mu) + \beta(y_d - y_v) \tan(\mu)}{\tan^2(\mu) + 1}$$

$$\beta\eta = \frac{\beta y_d + x_d \cdot \tan^2(\mu) + (x_d - x_v) \tan(\mu)}{\tan^2(\mu) + 1} \quad (\text{A-3})$$

$$\beta z_v = 0$$

avec:

$$\tan(\mu) = \frac{\tan(\lambda)}{\beta}$$

A.4 - Les composantes de la vitesse induite par le tourbillon amont

En utilisant la loi de BIOT-SAVART, la vitesse induite par le tourbillon amont au point P est:

$$W_B = \frac{\Gamma(\cos(\gamma) + \cos(\phi))}{4\pi(A^2 + Z^2)^{1/2}} \quad (\text{A-4})$$

avec

$$\cos(\gamma) = \frac{(B^2 + C^2)^{1/2}}{(A^2 + B^2 + C^2 + Z^2)^{1/2}}$$

$$\cos(\phi) = \frac{(D^2 + E^2)^{1/2}}{(A^2 + D^2 + E^2 + Z^2)^{1/2}} \quad (\text{A-5})$$

et

$$A = (x_d - \xi)^2 + \beta^2(\eta - y_d)^2$$

$$B = \beta(\eta - y_v + h)$$

$$C = \xi - x_v + \beta \cdot h \cdot \tan(\mu) \quad (\text{A.6})$$

$$D = \beta(y_v + h - \eta)$$

$$E = x_v - \beta \cdot h \cdot \tan(\mu) - \xi$$

$$Z = \beta(Z_v - Z_d)$$

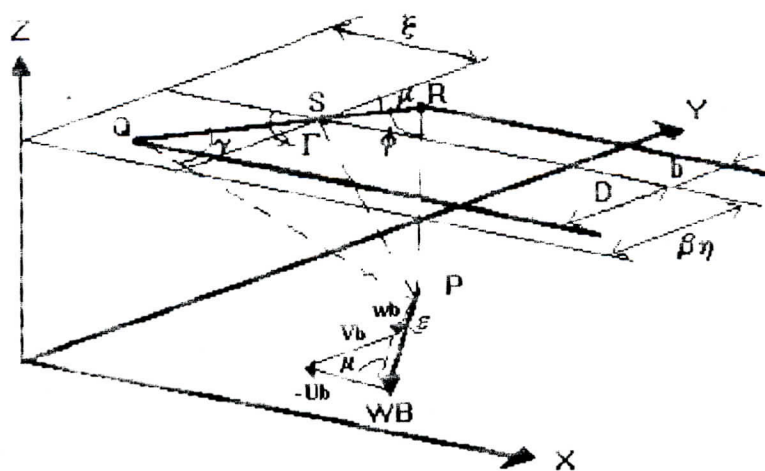


FIG A3. LES COMPOSANTES DE LA VITESSE INDUITE PAR LE TOURBILLON LIE

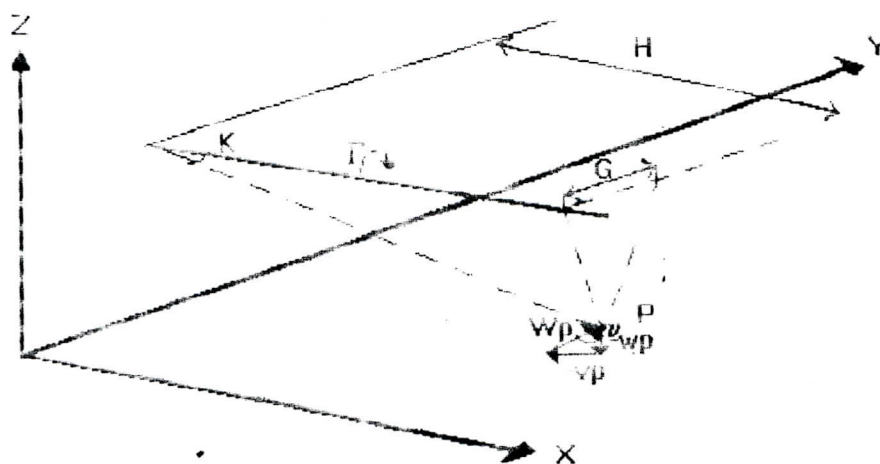


FIG A4. LES COMPOSANTES DE LA VITESSE INDUITE DUE AU TOURBILLON D'EXTREMITE GAUCHE

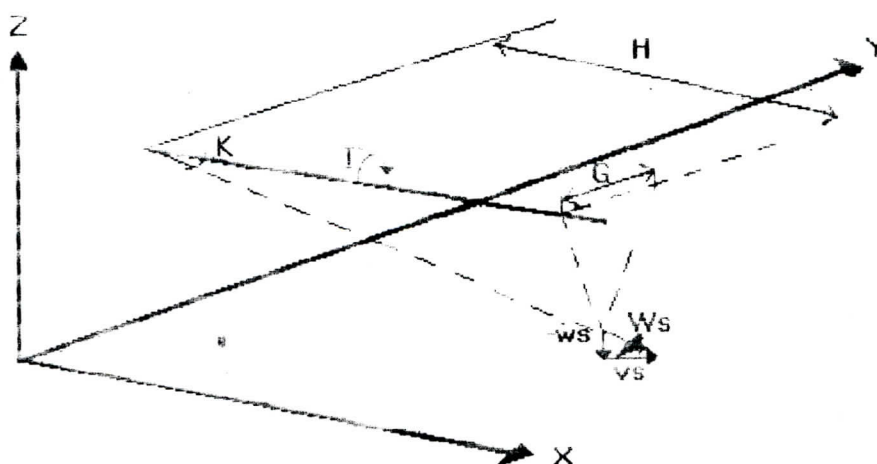


FIG A5. LES COMPOSANTES DE LA VITESSE INDUITE DUE AU TOURBILLON D'EXTREMITE DROITE

Les composantes de la vitesse induite s'écrivent:

$$\begin{aligned} u_B &= -W_B \sin(\varepsilon) \cos(\mu) \\ v_B &= -W_B \sin(\varepsilon) \sin(\mu) \\ w_B &= -W_B \cos(\varepsilon) \end{aligned} \quad (A-7)$$

avec

$$\begin{aligned} \sin(\varepsilon) &= \frac{Z}{(A^2 + Z^2)^{1/2}} \\ \cos(\varepsilon) &= \frac{A}{(A^2 + Z^2)^{1/2}} \end{aligned} \quad (A-8)$$

A.5 - Les composantes de la vitesse induite par le tourbillon d'extrémité gauche.

La vitesse induite par ce tourbillon au point P est:

$$W_P = \frac{\Gamma(1+\cos(K))}{4\pi(G^2 + Z^2)^{1/2}} \quad (A-9)$$

avec

$$\begin{aligned} G &= \beta(y_d - y_v + h) \\ H &= x_d + \beta.h.\tan(\mu) \end{aligned} \quad (A-10)$$

Les composantes de la vitesse induite sont:

$$\begin{aligned} u_P &= 0 \\ v_P &= -W_P \sin(\nu) \\ w_P &= -W_P \cos(\nu) \end{aligned} \quad (A-11)$$

avec

$$\begin{aligned} \sin(\nu) &= \frac{Z}{(G^2 + Z^2)^{1/2}} \\ \cos(\nu) &= \frac{G}{(G^2 + Z^2)^{1/2}} \end{aligned} \quad (A-12)$$

A.6 - Les composantes de la vitesse induite par le tourbillon d'extrémité droite

La vitesse induite par ce tourbillon au point P est:

$$W_s = \frac{\Gamma(1+\cos(\sigma))}{4\pi(I^2 + Z^2)^{1/2}} \quad (\text{A-13})$$

avec

$$I = \beta(y_v + h - y_d) \quad (\text{A-14})$$

$$J = x_d - x_v - \beta.h.\tan(\mu)$$

et

$$\cos(\sigma) = \frac{J}{(I^2 + J^2 + Z^2)^{1/2}} \quad (\text{A-15})$$

Les composantes de la vitesse induite sont:

$$u_s = 0$$

$$v_s = W_s \sin(\tau) \quad (\text{A-16})$$

$$w_s = W_s \cos(\tau)$$

avec

$$\sin(\tau) = \frac{Z}{(I^2 + Z^2)^{1/2}} \quad (\text{A-17})$$

$$\cos(\tau) = \frac{I}{(I^2 + Z^2)^{1/2}}$$

A.7 - Les composantes de la vitesse induite totale

La sommation linéaire des composantes de la vitesse induite par chaque tourbillon, constituant le tourbillon en fer à cheval permet d'écrire:

$$u = u_B + u_P + u_S$$

$$v = v_B + v_P + v_S$$

$$w = w_B + w_P + w_S$$

(A-18)

En substituant les composantes de la vitesse induite établies précédemment pour chaque type de tourbillon, on obtient:

$$\begin{aligned} u &= P\Gamma \\ v &= Q\Gamma \\ w &= R\Gamma \end{aligned} \tag{A-19}$$

avec

$$P = - \frac{(\cos(\gamma) + \cos(\phi))}{4\pi(A^2 + Z^2)^{1/2}} \cdot Z \cdot \cos(\mu) \tag{A.20}$$

$$Q = \frac{1}{4\pi} \left[\frac{\cos(\gamma) + \cos(\phi)}{(A^2 + Z^2)^{1/2}} \sin(\mu) - \frac{1 + \cos(K)}{(G^2 + Z^2)^{1/2}} + \frac{1 + \cos(\sigma)}{(I^2 + Z^2)^{1/2}} \right] Z$$

$$R = \frac{1}{4\pi} \left[- \frac{\cos(\gamma) + \cos(\phi)}{(A^2 + Z^2)^{1/2}} \cdot A - \frac{1 + \cos(K)}{(G^2 + Z^2)^{1/2}} \cdot G + \frac{1 + \cos(\sigma)}{(I^2 + Z^2)^{1/2}} \right]$$

Pour la configuration aile-fuselage, les composantes de la vitesse totale sont induites par deux tourbillons situés chacun sur une dem-aile ainsi que leurs images à l'intérieur du fuselage.

Les relations précédentes s'écrivent sous la forme plus simple suivante:

$$\begin{aligned} \frac{u_i}{U_\infty} &= \sum_{j=1}^n \overline{P_{ij}} \gamma_j \\ \frac{v_i}{U_\infty} &= \sum_{j=1}^n \overline{Q_{ij}} \gamma_j \end{aligned} \tag{A-21}$$

$$\frac{w_i}{U_\infty} = \sum_{j=1}^n \overline{R_{ij}} \gamma_j$$

avec:

$$\gamma = \frac{\Gamma}{bU_\infty} \tag{A-22}$$

Les matrices aérodynamiques obtenues sont:

$$\begin{aligned}\overline{P}_{ij} &= b(P_{ij}^{(ss)} + P_{ij}^{(ps)} + P'_{ij}{}^{(ss)} + P'_{ij}{}^{(ps)}) \\ \overline{Q}_{ij} &= b(Q_{ij}^{(ss)} - Q_{ij}^{(ps)} - Q'_{ij}{}^{(ss)} + Q'_{ij}{}^{(ps)}) \quad (A-23) \\ \overline{R}_{ij} &= b(R_{ij}^{(ss)} + R_{ij}^{(ps)} + R'_{ij}{}^{(ss)} - R'_{ij}{}^{(ps)})\end{aligned}$$

L'indice (ss) désigne le tourbillon de l'extrémité droite alors que (ps) désigne l'extrémité gauche du tourbillon en fer à cheval.

ANNEXE B

LES METHODES DE RESOLUTION D'UN SYSTEME D'EQUATION

La solution d'équations différentielles aux dérivées partielles par des techniques numériques conduit à la résolution d'un système algébrique d'équations linéaires. On distingue deux grandes catégories de méthodes:

B.1 - LES METHODES DIRECTES

La plus élémentaire des méthodes directes est l'élimination de Gauss. Une stratégie de permutation des équations et des inconnues permet d'éviter des divisions par zéro.

La méthode la plus utilisée pour les matrices symétriques définies positives est la factorisation de Cholesky qui consiste à écrire la matrice A sous la forme:

$$A = L.U \quad (B-1)$$

L et U sont respectivement les matrices triangulaires inférieure et supérieure.

L'équation de base s'écrit:

$$AX = B \quad (B-2)$$

Dans ces conditions, la transformation à effectuer sur l'équation de base est:

$$LY = B, \quad BX = Y \quad (B-3)$$

On résout tout d'abord le premier système en Y et par la suite le système en X.

La méthode de Jordan consiste à transformer le système "cramérien" $AX = B$ en un autre système $A'X = B'$, où A' est la matrice identité.

Les méthodes directes sont surtout employées pour la résolution des équations linéaires [20]. Dans les méthodes directes, l'erreur cumulée d'arrondi sur les résultats croît avec le nombre d'opérations. Le temps de calcul, lui, croît avec le nombre d'opérations. Par conséquent, la meilleure méthode est celle qui demande le moins d'opérations.

B.2 - LES METHODES ITERATIVES

On se propose la résolution du système linéaire de CRAMER suivant:

$$AX = B \quad , X \in \mathbb{R}^n, \mathbb{C}^n \quad (B-4)$$

où A est une matrice $(n \times n)$ et de rang n .

Ces méthodes consistent à utiliser un vecteur estimé initial et de générer une séquence de vecteurs:

$$X^{(k+1)} = F^{(k)}(X^{(k)}, X^{(k-1)}, \dots) \quad (B-5)$$

Le calcul du vecteur $X^{(k+1)}$ nécessite la connaissance des i vecteurs estimés qui le précèdent. On obtient une formule itérative multipas.

Ecrivons A sous la forme suivante:

$$A = M - N \quad (B-6)$$

et

$$A = D - L - U \quad (B-7)$$

avec:

D est la matrice diagonale

L est la matrice triangulaire inférieure stricte

U est la matrice triangulaire supérieure stricte

La méthode itérative associée au système précédent est:

$$X^{(k+1)} = T X^{(k)} + V \quad (B-8)$$

où

$$\begin{aligned} T &= M^{-1}N \\ V &= M^{-1}B \end{aligned} \quad (B-10)$$

Par la suite, la question primordiale que l'on se pose à propos de cette méthode itérative de résolution est la convergence vers la solution exacte.

B.2.1 Méthode de Jacobi

Le vecteur solution du système linéaire est dans ce cas:

$$X^{(k+1)} = D^{-1}(L+U)X^{(k)} + D^{-1}B \quad (B-11)$$

où

$$\begin{aligned} M &= D \\ N &= L+U \end{aligned}$$

B.2.2 La méthode de Gauss-Seidel

Le vecteur solution du système linéaire est donnée par:

$$X^{(k+1)} = (D-L)UX^{(k)} + (D-L)^{-1}B \quad (B-12)$$

où:

$$M = D-L \quad (B-13)$$

$$N = U$$

B.2.3 La méthode de relaxation

Le vecteur solution estimé à l'itération (k+1) du système linéaire par cette méthode est:

$$X^{(k+1)} = X^{(k)} + w(X^{(k+1)} - X^{(k)}) \quad (B-14)$$

où:

$$M = \frac{1}{w} D-L \quad (B-15)$$

$$N = \frac{1-w}{w} D+U$$

w est une constante scalaire réelle non nulle.

Si $0 < w < 1$, la méthode est dite en sous-relaxation

Si $w > 1$, la méthode est dite en sur-relaxation

Si $w=1$, on retrouve la méthode de Gauss-Seidel

La méthode de relaxation est généralement préférée à celle de Gauss-Seidel et de Jacobi car elle ne demande que la mémorisation d'un vecteur. On peut trouver une étude des taux de convergence des différentes méthodes dans de nombreuses références [20].

ANNEXE C

LISTE DES SOUS PROGRAMMES ET ORGANIGRAMME DE PROGRAMMATION

1-SFP

Subdivision du fuselage en panneaux et définition des points de contrôle sur le fuselage.

2-SAP

Subdivision de l'aile et volet en panneaux en définissant les points de contrôle ainsi que les coordonnées du tourbillon lié ou libre.

3-SAFP

Subdivision de la combinaison aile-fuselage en panneaux et définition des points de contrôle totales.

4-DPPTI

Détermination de la position et la pente de l'image de la singularité tourbillon à l'intérieur du fuselage.

5-DSRCA

Détermination de la surface de référence du panneau local ainsi que la corde de référence de l'aile.

6-DCLA

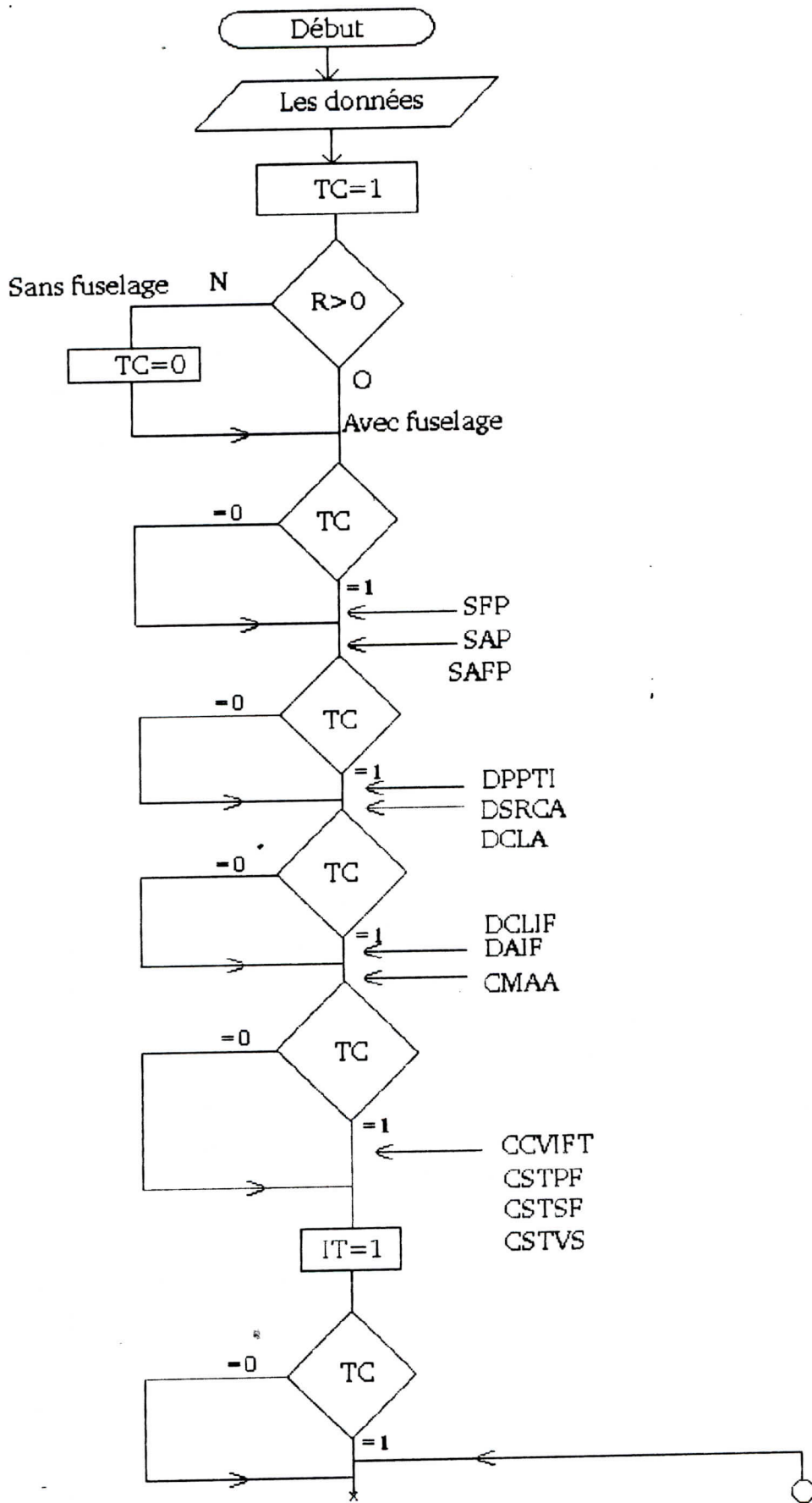
Détermination de la corde locale sur l'aile.

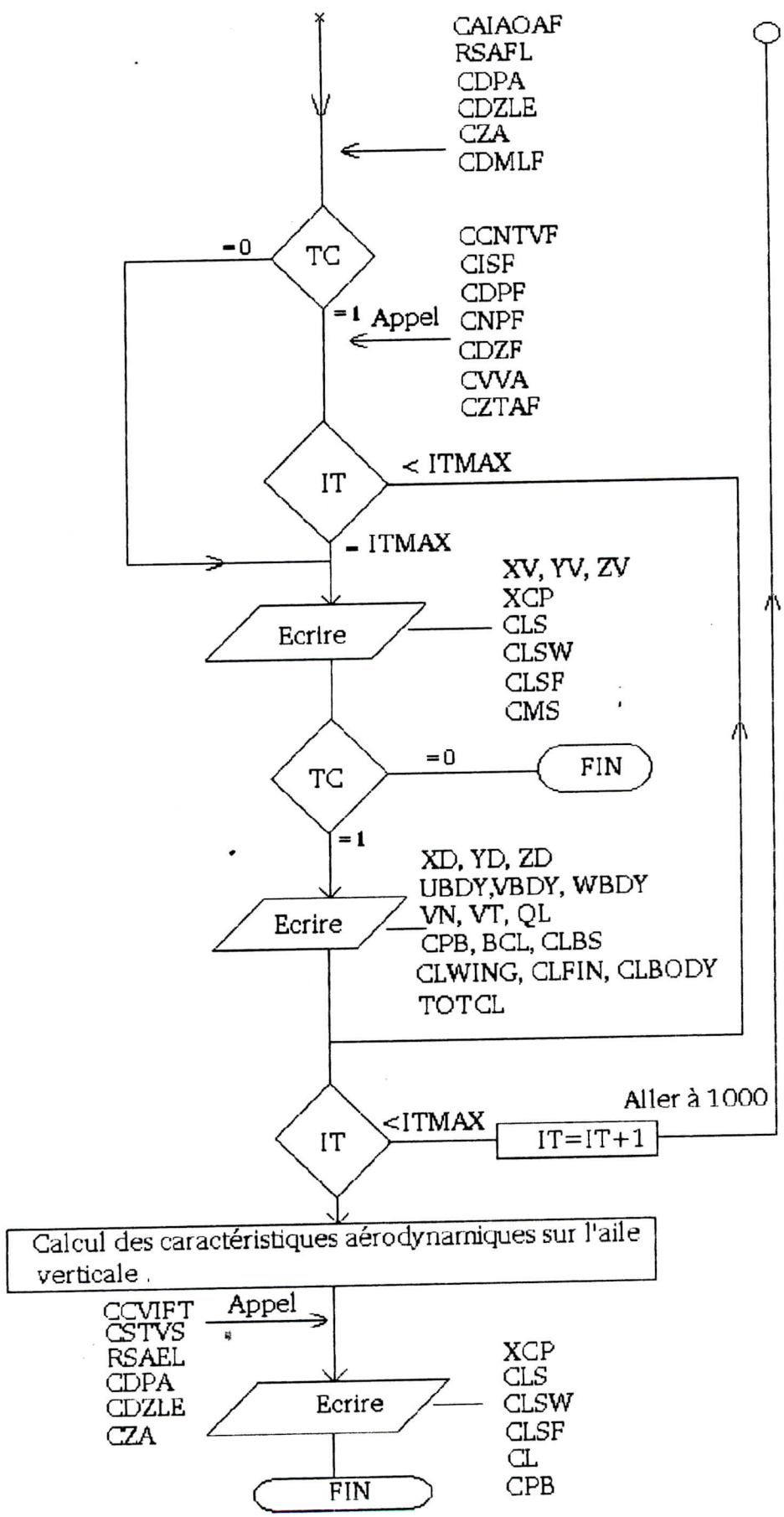
7-DCLIF

Détermination de la corde locale à l'intérieur du fuselage.

8-DAIF

Détermination de l'angle induit par la présence du fuselage.





9-CMAA

Calcul des matrices aérodynamiques aux points de contrôle des panneaux.

10-CCVITL

Calcul des composantes de la vitesse induite par le tourbillon lié.

11-CCVITG

Calcul des composantes de la vitesse induite par le tourbillon libre d'extrémité gauche.

12-CCVITD

Calcul des composantes de la vitesse induite par le tourbillon libre d'extrémité droite.

13-CPI

Calcul des coordonnées du point d'interception nécessaires au calcul de la vitesse induite par le tourbillon lié.

14-CCVIFT

Calcul des composantes de la vitesse induite aux points de contrôle des panneaux du fuselage dues à la distribution des tourbillons sur ailes.

15-CSTPF

Calcul du second terme de la distribution de pression sur les panneaux du fuselage.

16-CSTSF

Calcul du second terme d'intensité de source sur le fuselage.

17-CSTVS

Calcul du second terme de la vitesse verticale sur l'aile induite par la distribution des sources sur le fuselage.

18-CITA

Calcul de l'intensité de circulation sur les panneaux de l'aile.

19-CAIAOAF

Calcul de l'angle induit par la présence de l'aile seule ou la combinaison aile-fuselage.

20-RSAEL

La résolution du système algébrique d'équations linéaires.

21-CDPA

Calcul de la distribution de pression sur l'aile.

22-CDZLE

Calcul de la distribution de portance le long de l'envergure.

23-CZA

Calcul du coefficient de portance de l'aile.

24-CDMLE

Calcul de la distribution de moment le long de l'envergure pris à 25 % de la corde locale.

25-CCNTVE

Calcul des composantes normale et tangentielle de la vitesse aux points de contrôle des panneaux dues à la distribution des tourbillons sur l'aile.

26-CISF

Calcul de l'intensité de source sur les panneaux du fuselage.

27-CDPF

Calcul de la distribution de pression sur les panneaux du fuselage.

28-CNPF

Calcul de la différence de pression entre l'intrados et l'extrados du fuselage.

29-CDZF

Calcul de la distribution de portance sur le fuselage.

30-CVVA

Calcul de la vitesse verticale sur l'aile induite par la distribution de sources sur le fuselage.

31-CZTAF

Calcul du coefficient de portance total de la combinaison aile-fuselage.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

[1] N.UCHIYAMA AND J.M.WU

"A Study of Various Slender and Non-Slender Fin-Body
Combinations of Missile Configurations"

The University of Tennessee Space institute ,Redstone Arsenal
ALABAMA, 12 November 1976

[2] J.LHESS AND A.M.O SMITH

"Calculation of Potential Flow About Arbitrary Bodies"

Douglas Aircraft company, Aircraft Division ,California

Progress In Aeronautical Sciences , Pergamon Press

NEWYORK 1966

[3] ARNOLD M.KUETHE AND CHUEN-YEN CHOW

"Foundation Of Aerodynamics "

Bases Of Aerodynamic Design-Fourth Edition Wiley & SONS

[4] JOHN D.ANDERSON,Jr

" Fundamentals of Aerodynamics "

Mc GRAW-HILL BOOK ,COMPANY 1984

[5] R-COMOLET

" Mécanique Expérimentale Des Fluides ", Tome 1, 2

MASSON , 1982

[6] H.W.LIEPMANN AND A.ROSHKO

"Elements of Gazdynamics"

John Wiley & SONS,Inc , 1957

[7] BARNES W.McCORMICK

"Aerodynamics,Aeronautics, And Flight Mechanics"

John Wiley & SONS

[8] J. BOUSQUET

"La méthode des singularités "
CEPADUES-EDITION ,SEPTEMBRE 1990

[9] L. TAUREL

"Aérodynamique Des Profils Et Des Ailes"
Aérodynamique Expérimentale, Tome 1, 2
Ecole Nationale Supérieure D'ingénieurs De Construction
Aéronautique
TOULOUSE 1981

[10] HOLT-ASHLEY AND MARTEN-LANDAHL

"Aerodynamics of Wings and Bodies" Dover Publications,
Inc...NEWYORK ,1965

[11] HOLT ASHLEY AND WILLIAM-P. RODDEN

"Wing Body Aerodynamic Interaction"
A.I.A.A JOURNAL

[12] J.L. HESS

"Panel Method in Computational Fluid Dynamics"
Aerodynamics Research And Technology Group
Douglas Aircraft company, California
FLUID MECH 1990

[13] LUIGI MORINO, LEE-TZONG CHEN AND EMILIO SUCIU

"Steady And Oscillatory Subsonic And Supersonic Aerodynamics
Around Complex Configurations"
A.I.A.A JOURNAL -VOL 13 N°3 MARCH 1975

[14] G.R. SRINIVASAN AND W.J. McCROSKEY, J.D. BAEDER AND
T.A. EDWARDS

"Numerical Simulation of Tip Vortices of Wings in Subsonic and
Transonic Flows "
A.I.A.A JOURNAL VOL 26 N°10 1988

[15] FRANK A.WOODWARD

"Analysis and Design of Wing-Body Combinations at Subsonic and Supersonic Speeds"

J.AIRCRAFT VOL 15 , NO.6 , NOV-DEC-1968

[16] LUIS.R.CHAPMAN

"Computational Aerodynamics Development and Outlook"

NASA AMES RESEARCH CENTER, MOFFETT FIELD , CALIFORNIA

New Orleans , JANUARY 15-17, 1979

[17] JOHN L.HESS

"Improved Solution for Potential Flow about Arbitrary Axisymmetric Bodies by the use of a Higher-order Surface Source Method"

COMPUTER METHOD IN APPLIED MECHANICS AND ENGINEERING, 1975

pp 297-308

[18] JOHN J.BERTIN AND MICHAEL L.SMITH

"Aerodynamics for Engineers"

PRENTICE-HALL , 1979

[19] M.BOUMAH RAT A.GOURDIN

"Méthodes Numériques Appliquées"

O.P.U ,1983

[20] J.CLAUDE SABONNADIÈRE ET J.LOUIS COULOMB

"Eléments Finis et C.A.O"

HERMES PUBLISHING 1986

[21] LUCIEN Z-DUMITRESCU

"La Légitimité et la Précision des Calculs des Vitesses Induites par la Méthode des Panneaux sur les Ailes D'envergure Finie"

Recherche Aérospatiale N°1993-1 Janvier-Février

[22] PIERRE REBUFFET

"Aérodynamique Expérimentale "

Tome1 DUNOD 1969

[23] L.M.MILNE THOMSON

"Theoretical Aerodynamics "

DOVER 1958

[24] IRA H.ABBOTT AND ALBERT E.VON DOENHOFF

"Theory of wing sections "

DOVER PUBLICATIONS, INC

NEW YORK 1959