

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE SAAD DAHLAB DE BLIDA
INSTITUT D'AERONAUTIQUE



**THESE DE MAGISTER
EN
AERONAUTIQUE**

Soutenue par :

BENCHEIKH Saliha

Thème

***POSITIONNEMENT PAR LE GPS DIFFERENTIEL
(DGPS) APPLIQUE A LA NAVIGATION AERIENNE***

Devant le jury :

- Président** : Mr Z. YOUBI, M/Conférence (U. de Blida)
Rapporteur : Mr S. KAHLOUCHE, M/Recherche (CNTS d'Arzew)
Examineurs : Mr A. GUESSOUM, Professeur (U. de Blida)
Mr H. BENCHOUBANE, M/Conférence (U. de Blida)
Mr A. OUSSEDIK, M/Conférence (CNTS d'Arzew)

Date :

RESUME

La technique du GPS différentiel (DGPS) a été développée pour réduire ou éliminer l'effet des sources d'erreurs GPS qui dégradent parfois la précision du positionnement absolu. Cette technique, utilisée pour des applications qui demandent une très grande précision, se base sur l'application des corrections différentielles calculées sur la station de référence ensuite transmises à l'aide d'une liaison radio vers le récepteur mobile pour que ce dernier détermine sa position corrigée des sources d'erreurs GPS.

On s'intéresse dans ce travail à la description du système de positionnement GPS et de la technique de renforcement DGPS, et particulièrement au développement des algorithmes du calcul des corrections différentielles et du positionnement d'un mobile en se basant sur le filtre de Kalman. Ce dernier, qui est un outil de base dans le domaine aérospatial, se présente sous la forme d'un ensemble d'équations différentielles plus facile à résoudre sur le calculateur.

A partir d'un jeu de données enregistrées sur une ligne de base de quelques kilomètres, l'utilisation de l'algorithme du positionnement par DGPS, dont seules les observations du code sont disponibles, nous a fourni une précision de position de 2,66 mètres pour un PDOP inférieur à 3. Cette précision est améliorée par l'incorporation des observations de la phase porteuse aux observations du code sur les deux stations de référence et mobile. La validation des résultats, par la comparaison avec une solution de référence externe, nous a fourni une exactitude décamétrique.

Mots clés : GPS, DGPS, Filtre de Kalman, Positionnement par DGPS

REMERCIEMENTS

Tout d'abord, je remercie Dieu tout puissant de m'avoir donné la force pour réaliser ce travail.

Je tiens à exprimer mes remerciements à Monsieur Zinedine YOUBI, Maître de conférence et recteur de l'université Saad DAHLEB de Blida, pour m'avoir donné l'occasion de continuer et finaliser ce travail et pour m'avoir fait l'honneur de présider mon jury d'examination.

Je tiens également à remercier Monsieur Azzedine OUSSEDIK, Directeur du Centre National des Techniques Spatiales (CNTS / Arzew), pour avoir bien voulu m'accueillir au CNTS pour réaliser ce travail et pour avoir bien voulu faire partie du Jury.

Je tiens aussi à remercier Messieurs H. BENCHOUBANE et A. GUESSOUM, Maîtres de conférences à l'Université de Blida, pour avoir bien voulu faire partie du Jury.

Je tiens particulièrement à exprimer ma gratitude à mon encadreur, Monsieur Salem KAHLOUCHE, Maître de recherche et responsable du laboratoire de géodésie au CNTS, pour avoir consacré une partie de son temps précieux en acceptant de diriger ce travail malgré ses divers engagements, ainsi que pour ses conseils, ses encouragements et la confiance qu'il m'a témoigné.

J'adresse aussi mes sincères remerciements à monsieur H. DEKKICHE, chercheur au laboratoire de géodésie du CNTS, pour m'avoir aidé à valider mes résultats, et je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance à monsieur A. AYOUAZ, enseignant au CNTS pour son aide.

Mes sincères remerciements vont aussi à messieurs Saïd BERGHEUL, Directeur de l'institut d'aéronautique de Blida et Tahar REZOUG, Vice Directeur chargé de la recherche scientifique et de la Post-Graduation pour leur soutien, sans oublier mademoiselle Faïza DOUDOU, Maître assistante à l'institut d'aéronautique de BLIDA pour son soutien et son aide.

DEDICACE

A

- la mémoire de mes parents qui nous ont quitté à jamais ;
- mes frères et mes sœurs ;
- mes belles sœurs et mon beau frère ;
- mes neveux ;
- mes nièces : Manel, Rihab et Nourhane
- tous mes proches à mon cœur ;

je dédie ce modeste travail.

SOMMAIRE

Liste des figures.....	i
Liste des tableaux.....	ii
Liste des paramètres.....	iii
Introduction.....	1
Etat de l'art.....	4
PARTIE A : Principaux systèmes de positionnement et de localisation	
I-Les systèmes de radionavigation.....	7
I.1-Principe et classement.....	7
I.1.1-Classement en fonction de la portée.....	7
I.1.2-Classement en fonction du lieu de position.....	8
I.2-Présentation des systèmes de radio-navigation.....	8
I.2.1-Systèmes hyperboliques.....	8
I.2.1.1-OMEGA.....	8
I.2.1.2-LORAN-C.....	8
I.2.2-Systèmes circulaires.....	9
I.2.3-Systèmes angulaires.....	9
I.2.3.1-VOR.....	9
I.2.3.2-Système d'atterrissage ILS.....	9
I.2.4-Systèmes de navigation par satellites.....	10
I.2.4.1-TRANSIT.....	10
I.2.4.2-NAVSTAR/ GPS.....	11
I.2.4.3-GLO.NA.S.S.....	11
I.2.4.4-G.N.S.S.....	12
I.2.4.4.1-GNSS1.....	13
I.2.4.4.2-GNSS2 (GALILEO).....	14
I.3-Besoins en navigation aérienne.....	14
II-Le système NAVSTAR / GPS.....	16
II.1-Développement du système NAVSTAR/GPS.....	16
II.2-Description du système.....	16
II.2.1-Segment spatial.....	17
II.2.1.1-Signaux émis.....	18
II.2.1.2-Codes Pseudo-Aléatoires (PRN).....	21
II.2.1.3-Message de navigation.....	21
II.2.2-Segment de contrôle.....	26
II.2.3-Segment utilisateur.....	27
II.3-Services GPS.....	28
II.4-Modes d'utilisation des récepteurs GPS.....	29
II.5-Opérations des récepteurs GPS.....	30
II.5.1-Poursuite et sélection des satellites.....	30
II.5.2-Acquisition du signal GPS.....	31
II.5.3-Utilisation des signaux GPS.....	32

II.5.3.1-Mesures GPS.....	32
II.5.3.1.1-Mesure de la pseudo-distance.....	32
II.5.3.1.2-Mesure de la phase.....	35
II.5.3.2-Solution de la position.....	37
II.5.3.2.1-Calcul des coordonnées satellitaires.....	39
II.5.3.2.2-Modélisation du temps satellite.....	41
II.5.3.2.3-Modélisation des erreurs atmosphériques.....	42
II.6-Performances du système.....	45
II.6.1-Précision de positionnement.....	45
II.6.1.1-UERE.....	46
II.6.1.2-GDOP.....	46
II.6.2-Précision de vitesse.....	47
II.6.3-Précision de synchronisation.....	47
II.7-Le système GPS et le filtre de Kalman.....	48
II.7.1-Principe du filtre de Kalman.....	48
II.7.1.1-Modèles du filtre de Kalman.....	48
II.7.1.2-Algorithmes du filtre de Kalman.....	49
II.7.1.3-Discussion des paramètres du filtre de Kalman.....	50
II.7.1.4-Stabilité du filtre de Kalman.....	50
II.7.2-Le filtre de Kalman pour le système GPS.....	51
III-Le système GPS différentiel (DGPS).....	53
III.1-Nécessité du système DGPS.....	53
III.2-Principe général et performances du DGPS.....	54
III.3-Transmission des corrections différentielles.....	55
III.4-Services DGPS temps réel.....	56
III.4.1-Le LADGPS.....	56
III.4.2-Le WADGPS.....	57
III.5-Le DGPS en ALGERIE.....	57
III.6-Exigences du transport aérien.....	59
PARTIE B : Application du système GPS différentiel (DGPS) pour le positionnement	
IV-Algorithmes du calcul des corrections différentielles.....	61
IV.1-Modélisation de la mesure de pseudo-distance.....	61
IV.2-Développement du filtre de Kalman.....	62
IV.2.1-Développement du modèle stochastique.....	63
IV.2.2-Développement du modèle dynamique.....	64
IV.2.2.1-Expression des composantes du bruit d'état.....	65
IV.2.2.2-Précision du bruit d'état.....	65
V-Algorithmes du positionnement par DGPS.....	67
V.1-Développement du filtre de Kalman.....	67
V.1.1-Modèle stochastique.....	67
V.1.1.1-Linéarisation du système.....	68
V.1.1.2-Précision de la correction différentielle.....	69

V.1.1.3-Précision des erreurs d'observations.....	70
V.1.2-Modèle dynamique.....	70
V.2-Adaptation de l'algorithme au cas de plusieurs satellites.....	73
V.3-Processus de calcul de l'erreur du positionnement en coordonnées locales.....	74
V.4-Calcul du PDOP.....	75
VI-Résultats et interprétations.....	76
VI.1-Programmes du traitement.....	76
VI.2-Description des données.....	77
VI.3-Elaboration des corrections différentielles.....	78
VI.3.1-Influence des paramètres du filtre de Kalman sur l'estimation.....	78
VI.3.1.1-Choix des valeurs initiales du filtre.....	78
VI.3.1.2-Choix des paramètres à priori.....	79
VI.3.1.3-Erreurs sur l'estimation des corrections.....	79
VI.3.2-Les corrections différentielles estimées.....	85
VI.4-Résultats de la solution de position.....	86
VI.4.1-Coordonnées géographiques du mobile.....	86
VI.4.2-Discretisation du trajet.....	87
VI.4.3-Erreur de position.....	88
VI.4.4-Présentation du PDOP.....	92
VI.4.5-Précision du positionnement.....	93
VI.4.6-Influence de la mesure de phase.....	95
VI.4.7-Validation des résultats.....	97
VI.4.7.1-Processus d'obtention de la solution de référence.....	97
VI.4.7.2-Comparaison des résultats.....	98
Conclusion.....	101
Bibliographie.....	103
Annexes.....	107
Glossaire.....	119

Liste des figures

Fig.I.1	: Constellation des satellites GLONASS.....	11
Fig.I.2	: Couverture des systèmes SBAS.....	14
Fig.II.1	: Les segments du système GPS.....	16
Fig.II.2	: Satellite et constellation du système GPS.....	17
Fig.II.3	: Modulation BPSK.....	18
Fig.II.4	: Structure du signal GPS.....	19
Fig.II.5	: Superposition des données et du code C/A.....	20
Fig.II.6	: Forme du signal GPS.....	20
Fig.II.7	: Génération des codes PRN du GPS.....	21
Fig.II.8	: Organisation et structure du message de navigation.....	22
Fig.II.9	: Paramètres d'orbite.....	24
Fig.II.10	: Couche ionosphérique et signal GPS.....	26
Fig.II.11	: La location du segment de contrôle du système GPS.....	27
Fig.II.12	: Puissance du signal reçu.....	31
Fig.II.13	: Comparaison de codes du signal reçu et du signal généré par le récepteur.....	33
Fig.II.14	: Echelles de temps.....	34
Fig.II.15	: Comparaison de phases du signal reçu et du signal généré.....	35
Fig.II.16	: Interprétation géométrique de la mesure de phase.....	36
Fig.II.17	: Mesures de pseudo-distances.....	37
Fig.II.18	: Application des paramètres de correction.....	38
Fig.II.19	: Mouvement du satellite.....	40
Fig.III.1	: Principe général du DGPS.....	54
Fig.III.2	: Liaison de communication DGPS.....	56
Fig.III.3	: Couverture des stations côtières Algériennes.....	58
Fig.III.4	: Architecture de LADGPS+APLs.....	60
Fig.VI.1-10	: Influence des paramètres du filtre sur l'estimation.....	80
Fig.VI.11-22	: Influence des paramètres du filtre sur l'estimation (Initialisation par moindres carrés).....	83
Fig.VI.23	: Longitude et latitude du mobile.....	87
Fig.VI.24	: Trajectoire du mobile.....	88
Fig.VI.25-34	: Erreur de la position tridimensionnelle.....	89
Fig.VI.35	: Erreur de la position horizontale.....	91
Fig.VI.36	: Erreur de la position verticale.....	92
Fig.VI.37	: Nombre de satellites visibles et le PDOP.....	93
Fig.VI.38	: Précision de la latitude et de la longitude.....	94
Fig.VI.39	: Précision de la hauteur.....	94
Fig.VI.40	: Exactitude de la longitude et de la latitude.....	100
Fig.VI.41	: Exactitude de la hauteur.....	100
Fig.D.1	: Transformation coordonnées géographiques \leftrightarrow cartésiennes.....	117

Liste des tableaux

Tableau II.1 : Paramètres d'horloge du satellite.....	23
Tableau II.2 : Paramètres d'Almanach.....	25
Tableau II.3 : Paramètres UTC.....	25
Tableau II.4 : Paramètres de correction ionosphérique.....	25
Tableau II.5 : Protections sur les performances de positionnement.....	29
Tableau II.6 : Paramètres de l'ellipsoïde WGS-84.....	39
Tableau II.7 : Eléments des systèmes de coordonnées.....	41
Tableau II.8 : Correction ionosphérique, Modèle de Klobuchar.....	43
Tableau II.9 : Modèle de Goad et Goodman.....	45
Tableau III.1 : Exigences de l'aviation civile en mode absolu.....	53
Tableau III.2 : Bilan d'erreurs PPS/DGPS.....	55
Tableau III.3 : Exigences du transport aérien en mode différentiel.....	59
Tableau VI.1 : Localisation du mobile.....	87
Tableau VI.2 : Ensemble de paramètres à priori utilisés dans le DGPS.....	95
Tableau VI.3 : Erreurs rms.....	96
Tableau VI.4 : Solution du positionnement par GPS cinématique.....	98
Tableau VI.5 : Exactitude de la position.....	99
Tableau D.1 : Algorithme de transformation des coordonnées.....	117

Liste des paramètres

a	: Demi-grand axe de l'orbite
a_e	: Demi-grand axe de l'ellipsoïde terrestre
c	: Vitesse de transmission
D	: Distance émetteur/récepteur
dT	: Biais d'horloge entre deux récepteurs
E	: Anomalie excentrique
e	: Excentricité
e_k	: Bruit des mesures
$F_{k-1,k}$: Matrice de transition
f	: Fréquence de la porteuse L
G_k	: Gain de Kalman
H_{enh}	: Matrice de configuration en coordonnées locales
H_k	: Matrice de configuration
$IODC$: Issue de données d'horloge
$IODE$: Issue de données d'éphémérides
M	: anomalie moyenne
m	: Dimension du vecteur d'état (nombre d'inconnues)
N^i	: Ambiguïté entière entre récepteur et satellite i
n	: nombre de mesures
n_e	: Mouvement moyen
P_k	: Matrice de covariance de l'estimé final
QDR	: Relèvement magnétique
Q_k	: Matrice de covariance du bruit d'état
PR^i	: Pseudo-distance
R_k	: Matrice de variance-covariance du bruit de mesure
T_r	: Temps de réception en temps récepteur
t_e^i	: Temps d'émission en temps satellite
v	: Anomalie vraie
w_k	: Bruit de l'état
x_k	: Vecteur d'état
z_k	: Vecteur d'observations
ΔH	: Erreur de la position horizontale
ΔT	: Décalage d'horloge utilisateur
Δt	: Intervalle du temps séparant l'émission de la réception
ΔV	: Erreur de la position verticale
$\Delta \tau^i$: Décalage d'horloge satellite
$\Delta \phi$: Partie fractionnelle de la différence de phases
ϕ_k	: mesure de la phase
λ	: Longueur d'onde
ρ^i	: Distance réelle entre le récepteur et le satellite
σ	: Ecart-type
σ_0	: Précision du bruit de mesure du code
σ_e	: Précision de l'observation
σ_{ϕ_1}	: Précision du bruit de mesure de la phase
τ_r	: Temps de réception en temps GPS
τ_e^i	: Temps d'émission en temps GPS

INTRODUCTION

NAVSTAR



**GLOBAL POSITIONING
SYSTEM**

deux systèmes seront complétés par d'autres systèmes de navigation par satellites, qui sont en cours d'étude, pour satisfaire aux contraintes de l'aviation civile.

Le système de positionnement global est la responsabilité du bureau JPO (Joint Program Office) de l'U.S, de l'AFS-CSD (Air Force System Command's Space Division), et de l'AFB (Los Angeles Air Force Base). En 1973, le JPO a été chargé par le département de la défense de l'U.S (US-DoD) pour établir, développer, tester, acquérir et déployer un système de positionnement spatial. Le présent système de navigation NAV.S.T.A.R/G.P.S est le résultat de cette initiale directive, ce qui montre que les buts primaires de ce système étaient seulement militaires; mais sous les directives du congrès américain, le DoD a favorisé son utilisation pour des applications civiles.

Le système GPS a été conçu comme un système de calcul de distances entre des positions connues des satellites et des positions inconnues d'un point sur terre, sur mer, en air, ou dans l'espace. Effectivement, le signal satellitaire est marqué avec son temps de transmission de manière que, lorsqu'il est reçu, la période de transmission du signal peut être mesurée par un récepteur synchronisé. La détermination de la position et de la vitesse instantanées du mobile (navigation) et la coordination précise du temps (transfert du temps) étaient les objectifs originaux du GPS.

Dans ce document sont présentés les différents types de mesures effectuées par le système GPS telles que : la mesure de pseudo-distance et la mesure de phase. Les mesures de pseudo-distances sont exploitées pour calculer la position d'un mobile, et aussi pour calculer des corrections différentielles destinées à corriger en temps réel la position mesurée de ce mobile.

Le document comporte deux parties :

Partie A : Principaux systèmes de positionnement et de localisation

Partie B : Application du système GPS différentiel (DGPS) pour le positionnement

La partie A présente des notions théoriques sur les systèmes de positionnement et de localisation actuellement utilisés dont le principe général et le classement sont présentés dans le chapitre I. Le chapitre II détaille le système de navigation GPS en expliquant comment s'exploitent les signaux GPS dans le traitement des récepteurs GPS et comment se déduit la solution de navigation. Le chapitre III présente une des techniques utilisées pour augmenter les performances du système GPS, c'est le système GPS différentiel (DGPS) qui a permis des améliorations concrètes dans les performances du système et qui est généralement utilisé, en complément à d'autres détecteurs en phase d'approche pour la navigation civile.

Dans la partie B, sont présentés les algorithmes utilisés pour le calcul des corrections différentielles en chapitre IV, et le calcul de la position du mobile corrigée par ces corrections en chapitre V. Les différents résultats obtenus par l'utilisation de ces

algorithmes sont analysés dans le chapitre VI, avec l'influence des mesures de la phase, lorsqu'elles s'ajoutent aux mesures du code, sur la qualité du positionnement en calculant le rms pour les différents cas liés aux différents types de mesures utilisés sur la station de référence et sur la station mobile.

Enfin, au dernier chapitre, pour la validation de l'approche développée à travers ce travail de recherche, les résultats du traitement sont comparés avec ceux fournis par une solution de référence, développée au CNTS en utilisant le procédé cinématique avec des mesures de phase. Cette comparaison montre qu'une exactitude décamétrique a été obtenue.

ETAT DE L'ART

Le système de positionnement global GPS est devenu un outil incontournable pour l'aviation civile. L'équipement GPS utilisé actuellement à bord des aéronefs est de loin plus qu'un simple récepteur en route et d'aide à l'approche, c'est en fait un puissant calculateur de navigation doté de bases de données et de fonctions de gestion de vol. Il n'y a pas de doute que le GPS révolutionnera la navigation dans les phases en route, terminale et d'approche et entraînera en même temps des changements considérables sur les plans de la connaissance de l'équipement, de la coordination et de la discipline dans le poste de pilotage pour l'équipage.

Problématique

Le système GPS a pour but principal de fournir la solution de navigation avec une grande performance, mais cette performance n'est pas toujours assurée due aux diverses contraintes entourant le système.

Les mesures effectuées par le récepteur GPS sont entachées des sources d'erreurs dues principalement aux erreurs d'orbitographie, de propagation atmosphérique et d'horloges satellite-récepteur. Ces erreurs tendent à faire dégrader la précision du positionnement par le système. D'autres problèmes liés au système telles que : l'intégrité, la continuité et la disponibilité du système, peuvent aussi dégrader les performances du système. Cela entraîne que l'utilisation de la constellation GPS seule n'est pas pratique surtout pour l'atterrissage de précision Cat. III dont une précision métrique de position verticale est nécessaire. Pour cela, diverses méthodes et techniques expérimentales développées antérieurement permettent de contourner le problème, lorsqu'elles sont utilisées en complément au GPS. Parmi ces techniques, la technique DGPS qui a été développée pour éliminer les différentes erreurs citées précédemment dans le but est d'augmenter la précision du positionnement.

Nous abordons une recherche bibliographique afin de rendre compte de quelques travaux et méthodes développés autour de ce thème.

Travaux et méthodes développés

La précision du positionnement par le système DGPS dépend des algorithmes utilisés. Ces algorithmes ont une forme simple lorsque seules les observations du code sont disponibles. Dans le cas où les observations du code et de la phase sont ensemble disponibles, cela était l'objet de plusieurs recherches qui ont été conduites pour l'intégration des observations du code et de la phase. Par exemple, Hatch (1982), Ashjaee (1990) et Goad (1990) examinaient comment générer les observations du code lissé

avec la phase à partir des observations du code et de la phase. Kleusberg (1986), Cannon (1987), Shawarz et al. (1989), Hwang-Brown (1990) et Teunissen (1991) examinaient comment utiliser les observations du code et de la phase dans le positionnement relatif du GPS cinématique.

Un algorithme du positionnement par DGPS analogue à l'algorithme de Teunissen (1991) a été développé, [Jin X. X., 1997]. Cet algorithme peut être appliqué par un utilisateur DGPS lorsque les deux types d'observations sont disponibles et lorsque les fonctionnements dynamiques de la position du mobile et du biais d'horloge récepteur peuvent être modélisés. Dans ce cas, l'algorithme peut fournir les solutions récursives des positions. De plus, l'algorithme peut intégrer en temps réel la procédure de contrôle de qualité. La précision de positionnement obtenue par l'utilisation de cet algorithme est meilleure que 0,75 mètres dépendant de la déviation standard sur la mesure du code qui a été choisie fonction de l'angle d'élévation du satellite.

Ces travaux sont testés pour un seul récepteur de référence dont les corrections différentielles sont valables uniquement sur une ligne de base de quelques kilomètres. En aviation civile l'utilisation d'un seul récepteur de référence ne suffit pas, pour cela d'autres travaux ont été développés par utilisation du DGPS et d'équipements supplémentaires pour satisfaire les exigences demandées de l'approche de précision, l'atterrissage et la navigation de surface d'un avion en mauvaise visibilité.

Par exemple, le système d'augmentation LAAS (Local Area Augmentation System) incorpore dans son architecture des Pseudo-lites sur la propriété d'un aéroport, appelé ainsi aéroport Pseudo-lites (APLs), en plus des récepteurs de référence. Les APLs sont devenus une nécessité désormais pour maximiser la performance du système en approche de précision et atterrissage Cat. II et III, [Lawrence D. and Cobb S., 1996]. Les tests réalisés montrent un bruit meilleur que 1 cm lorsque deux APLs sont disponibles. Un algorithme associé à une architecture APLs a été présenté pour vérifier l'intégrité du système, [Pullin S. P.,..., 1996]. Cet algorithme est adaptable aux traitements du code lissé avec la phase dont l'évaluation de la probabilité de dépasser des limites de protection a été expliquée. Les résultats expérimentaux montrent des performances exceptionnelles de navigation en temps réel avec l'architecture APL, et une erreur de position verticale de 0,46 mètres (à 95%) a été fournie.

De même, le système d'augmentation WAAS (Wide Area Augmentation System) développé par la FAA (Federal Aviation Administration) utilise un réseau de stations de référence pour assurer la sécurité des opérations de vol de la phase en route jusqu'à la phase de l'approche de précision Cat. I. Cependant, les inconvénients du système WAAS (effets ionosphériques et de multitrajets) étaient le but de quelques recherches étudiées depuis 1997. Une technique a été analysée pour permettre l'estimation en temps réel des effets ionosphériques, [Hanse A. J., Enge P., 1997]. Le procédé d'estimation repose sur la détection des menaces d'intégrité produisant des erreurs trop larges dans la position

verticale d'un avion. Les résultats de cette analyse fournissent un point de départ pour le développement de l'intégrité en approche de précision.

Les travaux présentés précédemment ne sont que des modèles de plusieurs études importantes, de point de vue méthodologies et applications, réalisées par le système DGPS. Notre recherche bibliographique est réalisée grâce aux articles trouvés dans le Journal of Geodesy qui est disponible à l'INCT (Institut National de Cartographie et de Télédétection), et grâce aux fichiers PDF exposés dans plusieurs sites Internet.

PARTIE A : PRINCIPAUX SYSTEMES DE POSITIONNEMENT ET DE LOCALISATION

I-LES SYSTEMES DE RADIONAVIGATION

Les systèmes de Radionavigation sont définis comme étant un ensemble de techniques permettant de définir la position d'un aéronef par des moyens radio-électriques. Ils sont divisés en deux groupes :

- Systèmes à base terrestre (stations ou balises implantées sur des points connus situés à terre).
- Systèmes à base spatiale (satellites).

Ces systèmes sont caractérisés par leurs fréquences et leurs puissances d'émission; le type d'émission (émission continue ou en temps discret); la synchronisation (par horloges atomiques, par station maîtresse pilotant des stations esclaves, par le biais d'une station de référence); et le type de mesure effectuée (comparaison de phases, à impulsions, à effet Doppler).

I.1-PRINCIPE ET CLASSEMENT

La position d'un aéronef est obtenue par l'intersection de plus de deux lignes de position (LOP). Le principe général de la détermination de cette position est basé sur la mesure du temps de propagation des signaux transmis en mesurant alors une distance D qui est donnée par :

$$D = c \times \Delta t$$

avec :

D : la distance entre l'émetteur et le récepteur

c : la vitesse de transmission

Δt : l'intervalle du temps séparant l'émission de la réception

On peut classer les systèmes de radionavigation en fonction de la portée et des lieux de position.

I.1.1-Classement en fonction de la portée

Les systèmes à base terrestre dont la portée est courte (portée optique) fonctionnent en bande S ou C (UHF, VHF) et utilisent les propriétés de l'onde directe. Tandis que les systèmes à longue portée utilisent les ondes de surface et de ciel; ils émettent leurs signaux avec de fortes puissances sur des porteuses à basses fréquences.

Les systèmes à base spatiale se caractérisent par l'emploi des signaux de faible puissance émis sur des fréquences élevées (UHF) que le mobile exploite en réception

directe dans son « champ de vision »; les satellites défilant rapidement, les limites d'utilisation correspondent à des créneaux horaires pour chaque satellite.

I.1.2-Classement en fonction du lieu de position

Pour les systèmes à base terrestre, les lieux de position sont : circulaires, hyperboliques et azimutaux.

Les systèmes circulaires sont généralement actifs, et le mobile est muni d'un interrogateur qui envoie et reçoit des impulsions par une balise répondeuse.

Les systèmes hyperboliques sont généralement passifs, où le mobile est muni d'un récepteur qui mesure la différence de temps de parcours entre les signaux émis par deux foyers fixes.

Les systèmes azimutaux existants sont peu précis et sont destinés à mesurer les directions par rapport à une direction fixe (nord vrai, nord magnétique, ...).

Les systèmes à base spatiale permettent le positionnement d'un mobile à partir de lieux généralement de type sphérique, car ils sont basés essentiellement sur la mesure précise du temps de propagation entre le satellite et le mobile.

I.2-PRESENTATION DES SYSTEMES DE RADIONAVIGATION

I.2.1-Systèmes hyperboliques

Les systèmes hyperboliques sont classés en deux catégories :

- Systèmes à comparaison de phase, où deux stations émettent sur la même fréquence des ondes sinusoïdales dont on compare leurs phases, c'est le cas du système OMEGA
- Systèmes à impulsions, où deux stations émettent sur la même fréquence des impulsions périodiques, la deuxième avec un retard fixe et connu par rapport à la première. La mesure de différence de temps définit une ligne de position de type hyperbole géodésique dont les foyers sont les deux stations, c'est le cas du LORAN-C.

I.2.1.1-OMEGA

OMEGA est un système de radio-navigation (VLF) à grande distance conçu et mis en œuvre par les Etats Unis, fonctionnant dans la bande de fréquence (10-13MHz) et assurant une couverture mondiale grâce aux huit stations réparties à la surface du globe. L'équipement de bord est un récepteur-calculateur qui traite les informations avec une précision qui varie entre 3 et 5NM.

I.2.1.2-LORAN-C

LORAN-C est un système hyperbolique fonctionnant dans la bande (90-110kHz) formé d'une chaîne de stations d'émission (1 maître + 2 ou 3 synchrones). Les stations de la chaîne émettent successivement par groupe, selon une séquence définie, des

impulsions qui modulent en amplitude la porteuse. La portée de LORAN-C est limitée (1500NM) dépendant des conditions de propagation. Les mesures effectuées ont une précision de l'ordre de 1/10 NM.

I.2.2-Systèmes circulaires

Les systèmes circulaires ont pour principe de mesurer le temps aller-retour entre la station et le mobile. Les lignes de positions sont des cercles centrés sur le point où s'effectue la mesure (sol ou bord).

Parmi ces systèmes, on a le système DME (**D**istance **M**easuring **E**quipment) qui est destiné à donner la distance oblique entre un avion équipé d'un interrogateur et une station au sol (transpondeur). Il utilise la bande de fréquences (960-1215MHz). Son principe est que l'interrogateur de bord interroge le transpondeur du sol en envoyant des impulsions, le transpondeur renvoie à l'avion sur une fréquence différente de celle d'émission les réponses à ses interrogations avec un retard systématique de 50µs, et l'équipement de bord calcule le temps de propagation qui sépare l'émission de la réception y compris le retard 50µs.

La distance sera le produit entre ce temps de propagation et la vitesse de propagation. La précision de mesure est de l'ordre de 0.2NM.

I.2.3-Systèmes angulaires

Les systèmes angulaires sont destinés à définir les directions dont les lignes de position sont des radiales (orthodromie) passant par la station et définies par leur azimuth.

I.2.3.1-VOR

Le VOR (**V**HF **O**mnibearing **R**ange) permet de définir à l'utilisateur son relèvement magnétique (QDR). Il utilise la bande de fréquences (108-118MHz). Son principe est de rayonner une porteuse VHF qui sera modulée de façon à transmettre simultanément et indépendamment deux signaux BF à 30Hz : un signal de référence dont la phase est identique, et un signal variable dont la phase dépend de l'azimut. Le récepteur de bord compare les phases de ces deux signaux en obtenant le QDR. Sa précision est de l'ordre de 5°.

I.2.3.2-Système d'atterrissage ILS

L'ILS (**I**nstrument **L**anding **S**ystem) est un système d'atterrissage fonctionnant dans les bandes de fréquences (108-112MHz :azimut) et (331-335MHz :site). Il assure un guidage en azimuth (Localizer) dont le but est de matérialiser l'axe de piste, et un guidage en site (Glide-Slope) pour matérialiser l'axe de descente : trajectoire droite d'inclinaison 3° par rapport à l'axe de piste.

Les inconvénients de l'ILS (saturations de la bande VHF, grande sensibilité aux réflexions parasites et aux brouillages...) sont l'objet de remplacer l'ILS par le MLS (**M**icrowave **L**anding **S**ystem) qui fonctionne autour de la fréquence 5.1 GHz et qui est caractérisé par un secteur guidage très ouvert et a une grande immunité aux multitrajets et

brouillages. Ce dernier système redevient une solution intéressante pour faire face à l'augmentation du trafic en condition de visibilité réduite.

I.2.4-Systèmes de navigation par satellites

Les systèmes de navigation par satellites, actuellement en service ou en projet d'étude, se composent essentiellement de satellites à défilement dont la constellation englobe le sphéroïde terrestre. Leur couverture est mondiale, continue et permanente.

Chacun de ces systèmes est poursuivi par un réseau de stations de poursuite à terre dont le rôle est de définir et d'élaborer les éléments des orbites observées et aussi de contrôler la trajectoire suivie par chaque satellite de la constellation.

Dans ce qui suit, on va présenter ces systèmes de navigation en commençant par le TRANSIT, qui était le plus ancien de ces systèmes et qui a été maintenu jusqu'au 1995, aux systèmes qui sont encore en projet.

I.2.4.1-TRANSIT

Le TRANSIT était le premier des systèmes de navigation par satellites, il a été développé par l'armée de la marine des Etats Unis et était opérationnel depuis 1964. Depuis 1967, le système était ouvert aux utilisateurs civils.

Le système comprenait six satellites gravitant à une altitude d'environ 1000km qui leur assurait une durée de révolution d'environ une heure 45 minutes. Les plans des orbites étaient décalés d'environ 45°, afin d'assurer une couverture la plus homogène possible.

Les satellites ont émis deux fréquences (150MHz-400MHz) qui ont servi à transmettre un message permettant de connaître tous les éléments caractérisant l'orbite du satellite, ainsi que des tops de temps espacés de deux minutes. Le contenu de ce message est mis à jour toute les douze heures par un réseau de stations de poursuite à terre.

A partir de la réception du message, la détermination de la position d'un point se fait par mesure de sa position relative par rapport au satellite. Le récepteur effectue une mesure du décalage en fréquence de la porteuse (150MHz et 400MHz) dû à l'effet Doppler.

La mesure permet de déterminer la différence des distances du récepteur aux deux positions occupées par le satellite à l'instant des deux tops espacés de deux minutes. Pour cela, le récepteur dispose d'un standard de fréquences piloté par un quartz fournissant des fréquences très stables (150 et 400MHz) qui sont comparées avec les fréquences reçues. On compte en fait le nombre de périodes entre la réception de deux tops successifs du satellite.

La précision de calcul a varié selon que le point est fixe ou mobile. Pour un point fixe, la précision obtenue était de l'ordre de 50 mètres en longitude et latitude, tandis que pour un point mobile, elle était de l'ordre de 150 mètres en longitude et de 90 mètres en latitude, [Milard F., 1976]. Néanmoins pour les besoins géodésiques, une précision métrique ($\sigma = 0,80$ mètres dans le cas du réseau ADOS) est obtenue en positionnement absolu.

Cependant, cette précision de la localisation était insuffisante pour la navigation, ainsi que la longue durée de chaque détermination du point, et notre but est de chercher un positionnement instantané. Pour cela, des nouveaux systèmes ont été développés : le NAV.S.T.A.R/G.P.S et le GLO.NA.S.S qui sont opérationnels actuellement, et d'autres sont prévus : les GNSS.

I.2.4.2-NAVSTAR/GPS

Le NAVSTAR/GPS (NAVigation System with Time And Ranging/Global Positioning System) est né en 1973 de la fusion de deux programmes expérimentaux, l'un de l'U.S.Navy, l'autre de l'U.S.Air Force. Par sa conception, il affiche l'ambition d'offrir à tous les types d'utilisateurs un service homogène et continu en trois dimensions, avec un codage susceptible de donner aux forces armées américaines une précision inaccessible aux usagers civils.

Ce système, pleinement opérationnel à partir de 1994, met en œuvre vingt-quatre satellites régulièrement répartis sur six orbites. Cette architecture spatiale garantit la visibilité permanente d'au moins quatre satellites en tous points du globe. Ce système sera utilisé dans ce travail et sera appliqué à la mesure des positions.

I.2.4.3-GLO.NA.S.S

GLONASS (GLOBAL NAVIGATION Satellite System/fédération de Russie) ressemble beaucoup à GPS. Son architecture spatiale est formée de 24 satellites opérationnels répartis régulièrement sur trois plans orbitaux. Huit satellites uniformément espacés doivent être arrangés dans chacun de ces plans orbitaux. L'orbite des satellites a une altitude de 19100 km et une période orbitale de 11 heures 15 minutes.

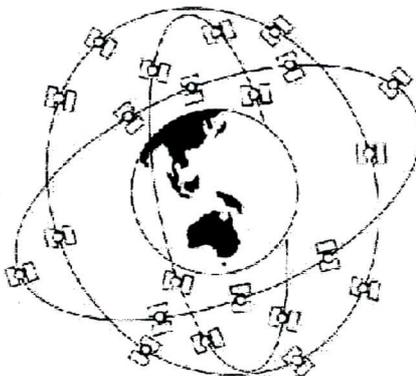


Fig.I.1 : Constellation des satellites GLONASS

Le premier lancement du GLONASS est annoncé en Octobre 1982, et en Juin 1995 il y'avait 59 satellites lancés dont 19 satellites étaient opérationnels. Le système complet de

24 satellites est opérationnel depuis la fin de 1996. Mais actuellement il n'y a que 18 satellites qui sont opérationnels au lieu de 24, ceci est dû à des contraintes budgétaires.

La détermination de la position et de la vitesse d'un utilisateur GLONASS est basée sur la mesure du temps de transit et la mesure Doppler des signaux transmis par les satellites GLONASS. Pour ce faire, les satellites transmettent des signaux de porteuses (bande L) sur des fréquences multiples séparées. Ces signaux diffusés regroupent deux codes binaires, le code d'acquisition C/A (Coarse/Acquisition) et le code de précision P (Precision code), et un message de données de navigation qui contient l'information du statut du satellite émetteur et le statut des autres satellites de la constellation, les paramètres de correction d'horloge fournissant le décalage du temps satellite par rapport au temps GLONASS et au temps UTC (Universal Time Coordinated), et les coordonnées de la position des satellites visibles.

Un récepteur GLONASS reçoit le signal de chaque satellite visible en utilisant des fréquences multiples séparées aux canaux de poursuite, et une visibilité de quatre satellites suffira pour déterminer précisément la position en trois dimensions et la coordonnée du temps de ce récepteur.

La précision démontrée par le système GLONASS est de 100 mètres en horizontal et 150 mètres en vertical pour la position, et de 0,15 m/sec pour la vitesse.

I.2.4.4-GNSS

Des études ont mis en évidence l'impossibilité d'un passage brutal de la navigation conventionnelle à la navigation exclusive. Ainsi ces études ont ensuite permis d'exprimer les insuffisances des systèmes GPS/GLONASS au regard des exigences traditionnelles de l'aviation civile en matière de système de navigation, pour les raisons suivantes :

- manque d'intégrité : les deux systèmes peuvent émettre des fausses informations pendant plusieurs minutes avant d'être neutralisés ;
- manque de disponibilité et de continuité du service : malgré le nombre des satellites pour les deux systèmes, il existe toujours des trous de couverture pour des zones du globe dont l'utilisateur ne peut observer plus de trois satellites ;
- manque de contrôle international : puisque aucun autre pays n'exerce le moindre contrôle pour ces deux systèmes sauf les américains et les russes.

D'où les nombreux problèmes institutionnels qui freinent la mise en œuvre de la navigation par satellite pour l'aviation civile internationale.

Les projets de systèmes de navigation par satellites GNSS (Global Navigation Satellite System) sont considérés comme la solution la plus efficace pour faire face à l'accroissement du trafic et pour apporter plus de sécurité pour les usagers.

Deux projets différents du GNSS sont considérés : le GNSS1 (Global Navigation Satellite System de première génération), et le GNSS2 (Global Navigation Satellite System de deuxième génération) appelé aussi GALILEO.

I.2.4.4.1-GNSS1

Les projets de GNSS1 pour l'aéronautique civile sont basés sur le système américain GPS et le système russe GLONASS. Les programmes de ces projets ont permis de définir les spécifications d'une augmentation de ces systèmes de navigation.

Trois techniques d'augmentations peuvent être utilisées pour répondre aux critères de performances opérationnelles (précision, intégrité, disponibilité, continuité) :

- Augmentations à bord de l'aéronef **ABAS** (**Aircraft Based Augmentation System**) : Certains équipements sont dotés d'une fonction de contrôle d'intégrité des signaux GPS; le **RAIM** (**Receiver Autonomous Integrity Monitoring**). Cette fonction est utilisée quand plus de quatre satellites sont visibles et présentent une géométrie appropriée pour détecter au sein du récepteur une erreur éventuelle sur l'un des signaux reçus. Une autre méthode d'augmentation; le **AAIM** (**Aircraft Autonomous Integrity Monitoring**) qui consiste à combiner l'information de position issue des satellites avec l'information de position issue d'un système de navigation de bord (Altimètre, l'I.N.S,...). Cette dernière méthode est plus complexe à cause de l'hybridation associée, mais apporte plus de précision au calcul de la position par rapport à la méthode RAIM.
- Augmentations au sol **GBAS** (**Ground Based Augmentation System**) : Cette technique consiste à utiliser un récepteur au sol dans les abords d'un aéroport par exemple. La position de ce récepteur étant connue; il peut calculer des corrections différentielles locales qui représentent la majorité des erreurs dégradant la précision. Ces corrections différentielles sont transmises ensuite aux usagers qui évoluent près de cette station au sol afin de permettre aux usagers de corriger en temps réel leurs positions avec une précision métrique et même centimétrique dépendant du type des récepteurs et des méthodes de calcul utilisées. Cette technique est connue sous le nom du GPS différentiel (DGPS) qui sera le but de ce travail.
- Augmentations par satellites **SBAS** (**Satellite Based Augmentation System**) : Pour des régions océaniques et les zones vastes où il s'avère difficile d'implanter des récepteurs au sol, on utilise les satellites géostationnaires comme moyen d'augmentation. Le principe consiste à transmettre aux usagers via les satellites des corrections différentielles étendues. Actuellement, il existe dans le monde trois programmes qui se basent sur cette technique : **EGNOS** (**European Geostationary Navigation Overlay System**) en Europe, **MSAS** (**MTSAT Based Satellite Augmentation System**) au Japon et **WAAS** (**Wide Area Augmentation System**) aux Etats Unis.

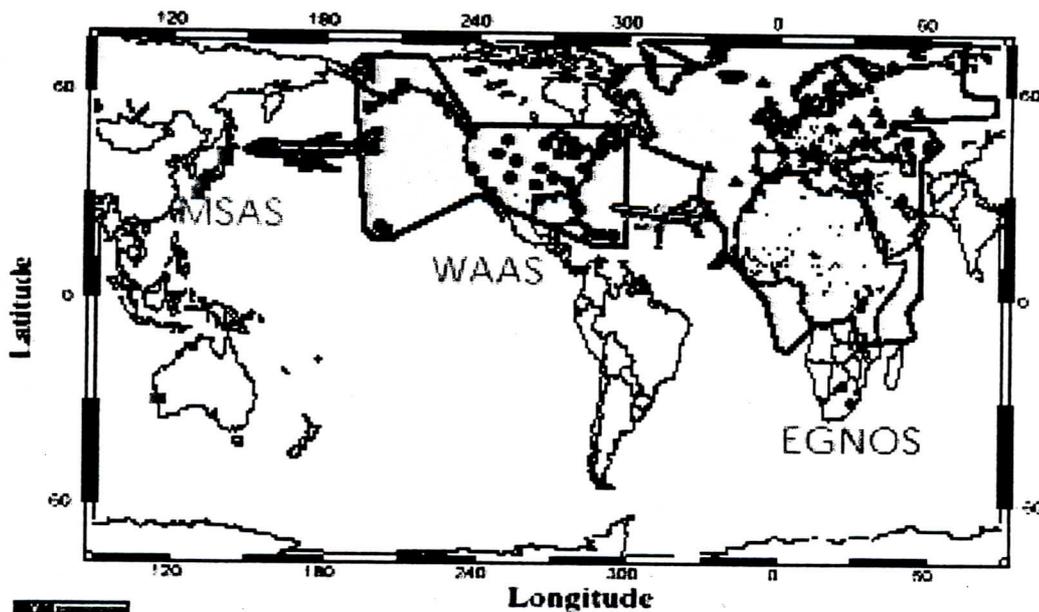


Fig.I.2 : Couverture des systèmes SBAS

I.2.4.4.2-GNSS2 (GALILEO)

Le programme de GNSS2, lancé en Juin 1999, est la réponse de l'Europe aux besoins croissants de fiabilité et de sécurité dans les systèmes de transport. Il représente un enjeu stratégique, aussi bien du point de vue de l'indépendance politique et technologique que celui de l'efficacité économique.

Ce projet GALILEO annonce le premier système satellitaire couvrant les besoins des utilisateurs civils du monde entier, en matière de radionavigation, de positionnement et de synchronisation. Sa clé de voûte permettra de diffuser des signaux de localisation sur l'ensemble du globe, notamment aux latitudes élevées, avec une précision remarquable. Bien qu'indépendamment des deux systèmes opérationnels existants, GALILEO sera compatible et inter-opérable avec ces derniers, ce qui impliquera une coordination adéquate des fréquences et des puissances transmises.

Concernant l'architecture de GALILEO qui balisera le ciel dès 2005, de nombreuses combinaisons de constellation sont en étude en tenant compte des coûts de lancement des satellites, des exigences des stations de contrôle et de la qualité de la configuration géométrique pour les besoins de la navigation.

I.3-BESOINS EN NAVIGATION AERIENNE

Les systèmes conventionnels de la navigation aérienne dont l'infrastructure est sur la terre, ont toujours posé le problème du compromis entre la portée et la précision.

Comme cité auparavant, les systèmes dont la propagation est en visibilité directe, utilisent des fréquences très grandes et dont la portée est très courte, tandis que la précision est meilleure.

Pour les systèmes à longue portée utilisant des faibles fréquences, la précision est plus mauvaise que celle des systèmes précédents, à cause de la variabilité des caractéristiques de propagation.

Pour résoudre ces inconvénients, et pour améliorer la précision des mesures, on utilise une infrastructure sur des satellites qui a pour avantages :

- utilisation systématique de la visibilité directe;
- pas de limite pour le choix des fréquences;
- la région de la terre où l'on voit un satellite à un instant donné est étendue et on peut espérer réaliser un système à couverture mondiale avec un petit nombre de satellites;
- propagation presque en espace libre, à travers l'ionosphère dont l'influence est assez bien prévisible et corrigeable.

II-LE SYSTEME NAVSTAR/GPS

II.1-DEVELOPPEMENT DU SYSTEME NAVSTAR/GPS

Le système NAVSTAR/GPS, conçu et mis en service par le US-DoD (département de la défense des USA), a été développé en vue du remplacement du système de positionnement TRANSIT qui présentait deux défauts importants : le premier étant une couverture satellitaire insuffisante ; le deuxième étant une faible précision en navigation. L'objectif du système GPS est d'assurer des mesures de navigation (position, vitesse, temps) avec une très grande précision, n'importe où et n'importe quand sur ou au voisinage de la terre, dans un système de référence mondial bien spécifié : le système géodésique mondial WGS-84 (World Geodetic System). Le développement du système a commencé dans les années 70, la mise en place démarrait en 1979 par le lancement du premier satellite. Le système a été déclaré pleinement opérationnel par le DoD le début février 1994.

II.2-DESCRIPTION DU SYSTEME

Comme tout système spatial, le système GPS est composé de trois segments :

- le segment spatial qui est constitué d'un ensemble de satellites;
- le segment de contrôle qui permet de piloter le système;
- le segment utilisateur qui est l'ensemble des utilisateurs civils et militaires du système.

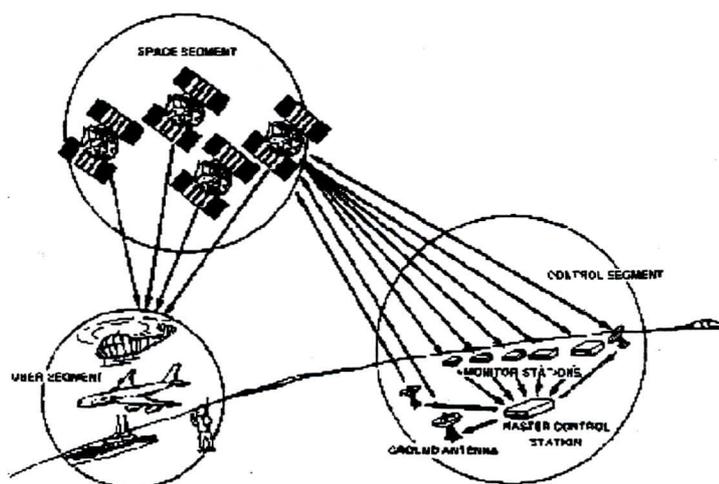


Fig.II.1 : Les segments du système GPS

II.2.1-Segment spatial

Afin d'assurer une couverture mondiale et avoir au moins quatre satellites visibles, le segment spatial est constitué d'une constellation de 24 satellites répartis en 6 plans orbitaux inclinés de 55° par rapport à l'équateur (Fig.II.2). Chaque orbite contient 4 satellites et espacée de l'autre de 60° . La période des satellites est de 12 heures à une altitude de 20.200 km.

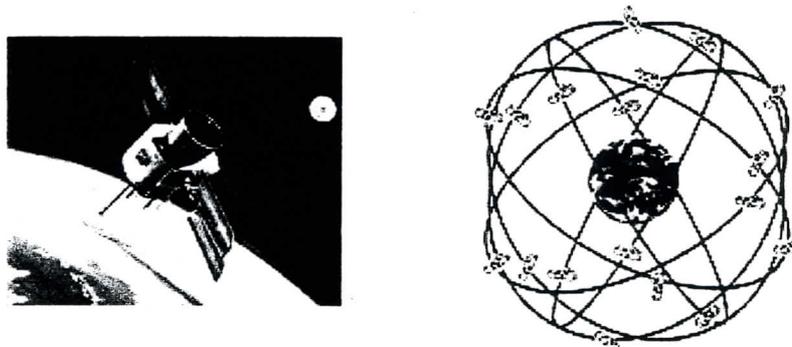


Fig.II.2 : Satellite et constellation du système GPS

On peut distinguer trois familles (bloc) de satellites correspondant à différentes technologies :

- Le bloc I qui a constitué la phase initiale de test du système dont les satellites, au nombre de 11 lancés entre 1978 et 1985, ont pesé environ 480 kg .
- Le bloc II de 28 satellites, lancés à partir de 1989, qui constitue la phase opérationnelle du système. Un satellite de ce bloc pèse environ 2300 kg et produit une puissance de 450 watts (énergie assurée par panneau solaire et batterie Cd-Ni), ainsi il est muni d'horloges atomiques (2 horloges en césium et 2 en rubidium). La durée de vie est de 7,5 ans.
- Le bloc IIR dont les satellites sont destinés à remplacer les satellites du bloc II. Chaque satellite de ce bloc, de durée de vie de 10 ans, est muni d'horloges atomiques de type maser à hydrogène qui représentent une amélioration remarquable de la précision comparées aux horloges au césium et rubidium du bloc II. De plus, le satellite possède un système de communication inter satellites permettant d'intervenir sur un satellite qui n'est pas en visibilité d'une station de contrôle via un autre satellite.

Pour identifier des satellites GPS, il existe deux systèmes de numérotation :

- Numérotation séquentielle dans l'ordre de lancement SV (Satellite Vehicule)

- Numérotation PRN (**P**seudo **R**andom **N**oise) donnée pour les codes qui est la plus utilisée et fournie à l'utilisateur dans les messages de navigation.

II.2.1.1-Signaux émis

Chaque satellite émet simultanément sur deux fréquences porteuses : $f_1=1575,42\text{MHz}$ (de porteuse L_1) et $f_2=1227,6\text{MHz}$ (de porteuse L_2), générées à partir d'une horloge interne ultrastable de fréquence fondamentale : $F=10,23\text{MHz}$.

Les porteuses L_1 et L_2 sont modulées par des codes pseudo-aléatoires PRN avant d'être transmises. La modulation utilisée est la modulation bi-phase BPSK (**B**i **P**hase **S**hift **K**ey), la phase de la porteuse tourne de 180° chaque fois que le signal modulant change de parité (0,1).

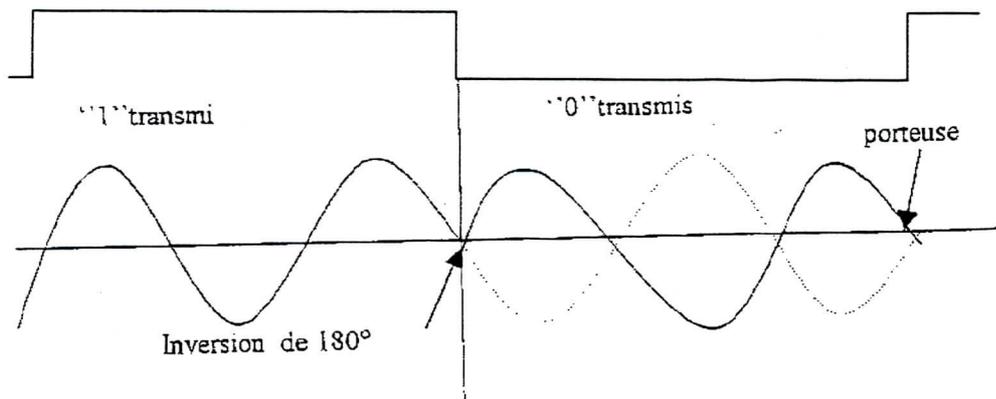


Fig.II.3 : Modulation BPSK

La séquence binaire de cette modulation est constituée :

- d'un message de navigation (éphémérides, almanach, coefficients du modèle ionosphérique, l'état de santé du satellite, l'écart de temps UTC/GPS, et les paramètres d'horloges) ;
- des codes pseudo-aléatoires PRN: le code d'acquisition C/A (sur L_1) et le code de précision P (sur L_1 et L_2) qui permettent la reconnaissance du satellite et la mesure du temps de propagation associé.

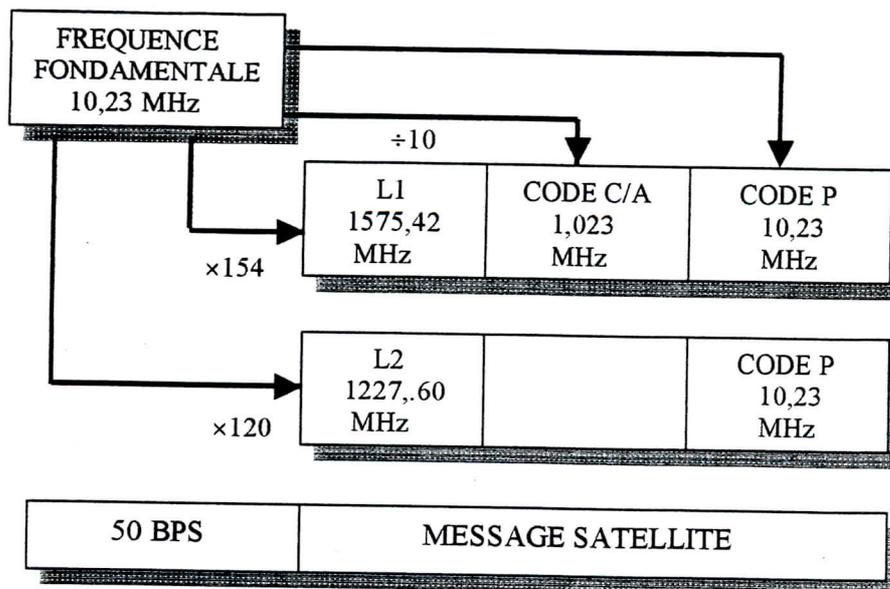


Fig.II.4 : Structure du signal GPS

Les modulations de la porteuse par des codes PRN, correspondant à des suites de 1 et 0, doivent coexister, sans interférer entre elles, sur chaque porteuse. Pour ce faire, les deux codes PRN sont superposés aux données de navigation par addition modulo 2, c-à-d inversion de leurs 1 et 0, en constituant la séquence binaire 's' suivante : (Fig.II.5)

$$s = c/a \oplus d$$

Par ailleurs, la porteuse L_1 subit un déphasage de 90° pour fournir deux ondes pures de la forme $L_0 \sin(2\pi f t)$ et $L_0 \cos(2\pi f t)$. Chacune de ces composantes vont être modulées, l'une par la séquence de superposition de p (code P) et d (données) et l'autre par la séquence de superposition de c/a (code C/A) et d (données). Ensuite la somme des deux composantes va restituer le signal L_1 comportant les codes C/A et P et les données de navigation comme l'indique la figure II.6.

La forme du signal complet à transmettre sera alors :

$$L_1(t) = L_{01} p(t) \cdot d(t) \cdot \cos(2\pi f_1 t) + L_{01} c/a(t) \cdot d(t) \cdot \sin(2\pi f_1 t)$$

$$L_2(t) = L_{02} p(t) \cdot d(t) \cdot \cos(2\pi f_2 t)$$

où :

$L_{01,2}$: les amplitudes de L_1 et L_2

$f_{1,2}$: les fréquences de L_1 et L_2

$p(t)$ (code P), $c/a(t)$ (code C/A) et $d(t)$ (données) ne prenant que les valeurs +1 et -1.

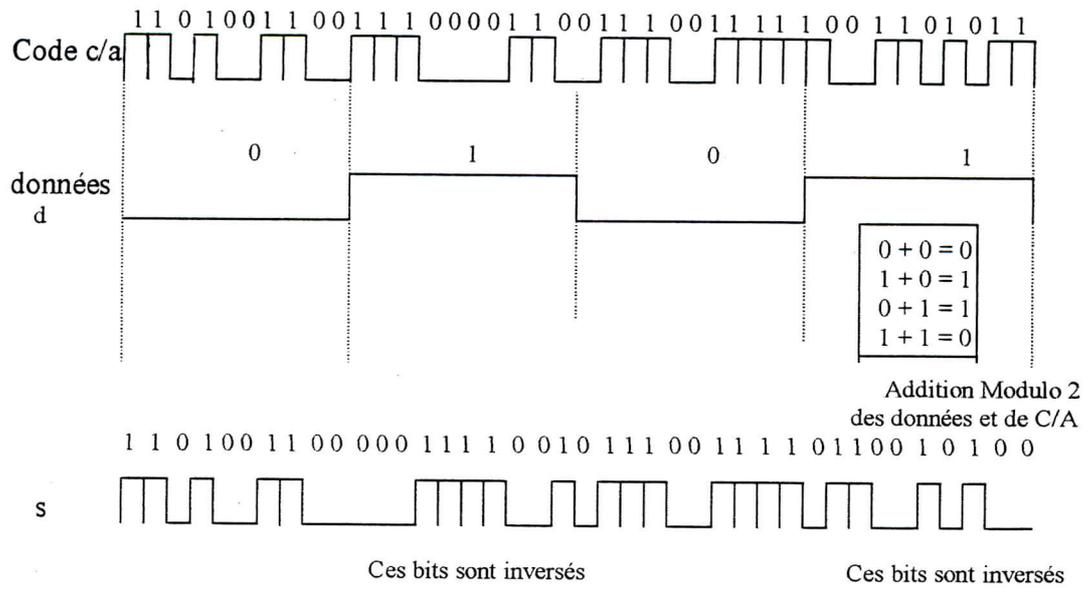


Fig.II.5 : Superposition des données et du code C/A

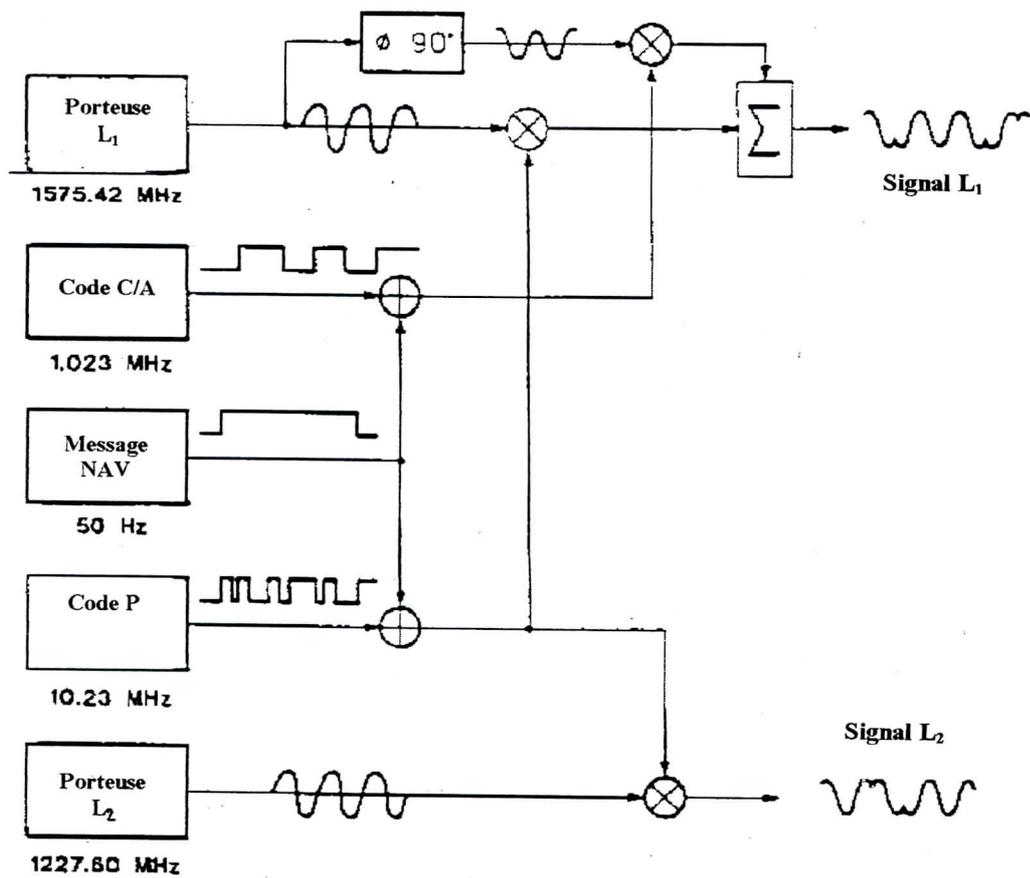


Fig.II.6 : Forme du signal GPS

Note : L'opérateur \oplus effectue la somme modulo 2

II.2.1.2-Codes Pseudo-aléatoires (PRN)

La reconnaissance du satellite et la mesure des repères de temps portés par un signal assurant la liaison nécessitent la datation précise de l'évènement. Cette datation est obtenue par une transition de niveau. Ceci conduit à l'utilisation de la technique de séquence binaire qui n'offre que deux états (1 ou 0).

Une telle séquence est périodique et constituée de n éléments binaires. Elle est générée par des registres à décalage de m étages contre-réactionnés. La longueur maximale de cette séquence est de : $2^m - 1$.

Un code pseudo-aléatoire PRN est défini comme étant une séquence binaire de longueur maximale, et les codes PRN utilisés dans GPS sont des combinaisons de séquences de longueurs maximales appelés "code de Gold".

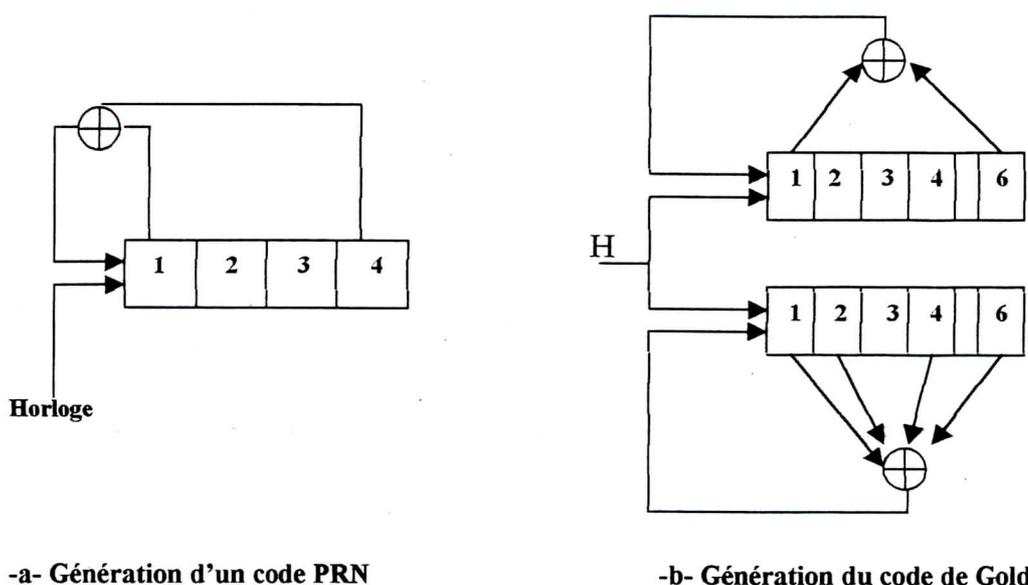


Fig.II.7 : Génération des codes PRN du GPS

Le code d'acquisition C/A (Coarse/Acquisition) est un code de Gold obtenu à partir de la somme modulo 2 de deux registres à décalage de 10 étages. La longueur de la séquence est de 1023 bits. L'horloge est de fréquence égale au dixième de la fréquence fondamentale, soit 1,023 MHz, et de durée de $1\mu\text{s}$, ce qui implique que la période de la séquence est de 1 ms.

Le code de précision P est généré par une horloge de fréquence 10,23MHz, soit 10 fois celle du code C/A, et donc une durée de $0,1\mu\text{s}$. Ce code est obtenu par la combinaison de quatre registres à décalage de 12 étages. Il en résulte que la longueur du code P égale à 267 jours. Cette durée longue entraîne une difficulté d'accès.

II.2.1.3-Message de navigation

Le message de navigation est constitué de 1500 bits transmis en mode série à 50 bits/sec. Il est composé de cinq structures (sous-trames) chacune constituée de 10 mots de

30 bits. La durée de chaque structure est de 6 sec. Il faut donc 30 sec pour acquérir la totalité du message.

Le message regroupe toutes les données nécessaires au récepteur pour effectuer les calculs de navigation, tels que :

- les paramètres de correction de l'horloge satellite;
- les paramètres du modèle de correction des retards de propagation;
- les éphémérides du satellite;
- les almanachs.

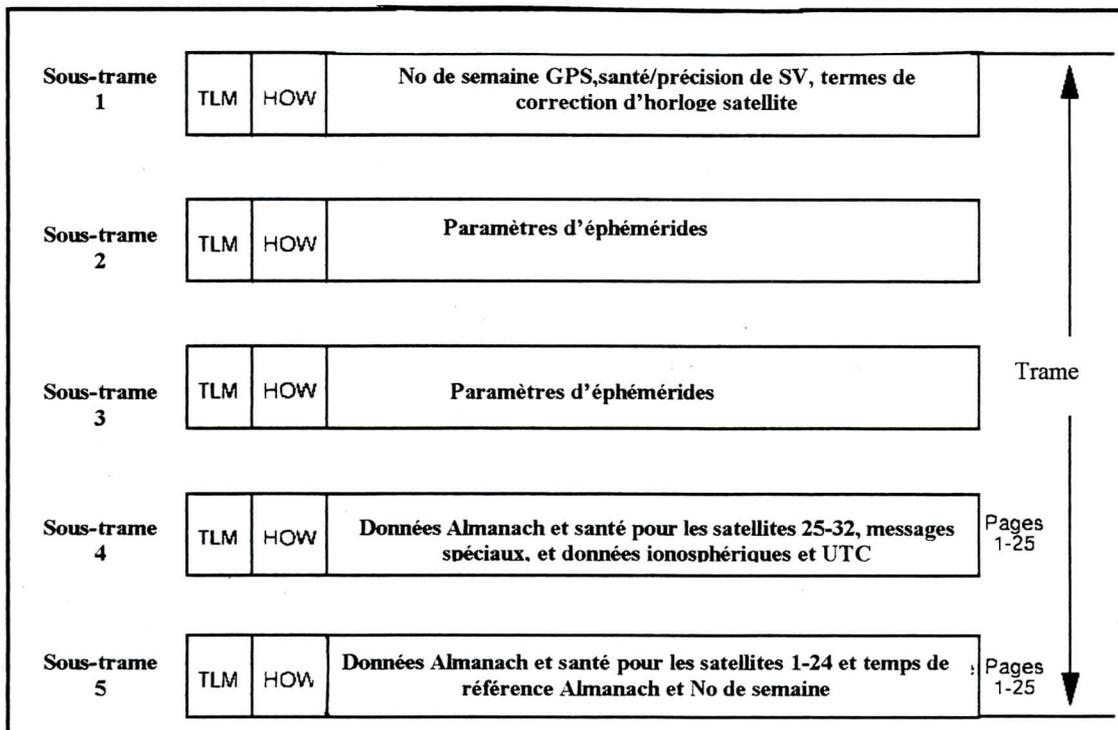


Fig.II.8 : Organisation et structure du message de navigation

Les sous-trames commencent par le mot TLM (Telemetry word) utilisé par les stations de contrôle au sol, suivi du mot HOW (Handover word) qui indique le temps et le numéro de la sous-trame.

La sous-trame n°1 fournit le numéro de la semaine GPS où le temps origine a été fixé à minuit, la nuit du samedi 5 janvier au dimanche 6 janvier 1980. Ainsi, elle fournit l'état de santé du satellite et les paramètres de correction d'horloge définissant le décalage du temps satellite par rapport au temps GPS. Ces paramètres de correction d'horloge sont définis dans le tableau II.1.

Paramètre	Définition
a_{f2}	coefficient d'ordre 2 du modèle de temps (en sec/sec^2)
a_{f1}	coefficient d'ordre 1 du modèle de temps (en sec/sec)
a_{f0}	coefficient d'ordre 0 du modèle de temps (en sec)
t_{0c}	temps de référence d'horloge (en sec)
t_{gd}	temps du groupe satellite (en sec)
IODC	date de la semaine pour laquelle les paramètres de correction ont été calculés

Tableau II.1: Paramètres d'horloge du satellite

Le terme IODC (**I**ssue **O**f **D**ata **C**lock) est fourni à l'utilisateur GPS pour que ce dernier détecte tout changement dans les paramètres de correction d'horloge.

Les sous-trames n°2 et n°3 fournissent les éphémérides du satellite qui définissent les données orbitales. Un jeu de six paramètres permettant de définir entièrement le mouvement du centre de gravité du satellite, qui sont :

a : demi grand axe de l'orbite (en mètres)

i_0 : inclinaison sur l'équateur (en rad)

e : excentricité

Ω_0 : ascension droite du nœud ascendant (en rad)

ω : argument du périégée (en rad)

M : anomalie moyenne qui est la seule variable pour une orbite non perturbée, telle que :

$$M = M_0 + n_e \times (t - t_{0e})$$

avec :

t_{0e} : le temps de référence des éphémérides (en sec)

M_0 : l'anomalie moyenne au temps de référence (en rad)

n_e : le mouvement moyen (défini plus loin)

Les paramètres ($a, e, i_0, \Omega_0, \omega, t_{0e}$) sont appelés les éléments Képlériens de l'orbite.

En réalité, l'orbite subit une certaine perturbation à cause de la non sphéricité de la terre, la traînée atmosphérique, l'attraction additionnelle des autres corps (par exemple le soleil et la lune), la pression des radiations (principalement solaire, directes ou réfléchies), et les marées océaniques et terrestres. Ceci a conduit à la définition de 10 autres éléments à ajouter aux 6 paramètres précédents comme l'indique la figure II.9.

- M_0 : anomalie moyenne
 Δn : correction du mouvement moyen
 e : excentricité
 a : demi-grand axe
 Ω_0 : ascension droite
 i_0 : angle d'inclinaison
 ω : argument du périégée
 $\dot{\Omega}$: vitesse de l'ascension droite
 \dot{i} : vitesse de l'angle d'inclinaison
 C_{uc}, C_{us} : correction des termes de l'argument de latitude
 C_{ic}, C_{is} : correction des termes de l'inclinaison
 C_{rc}, C_{rs} : correction des termes du rayon orbital
 t_{0e} : temps de référence éphémérides

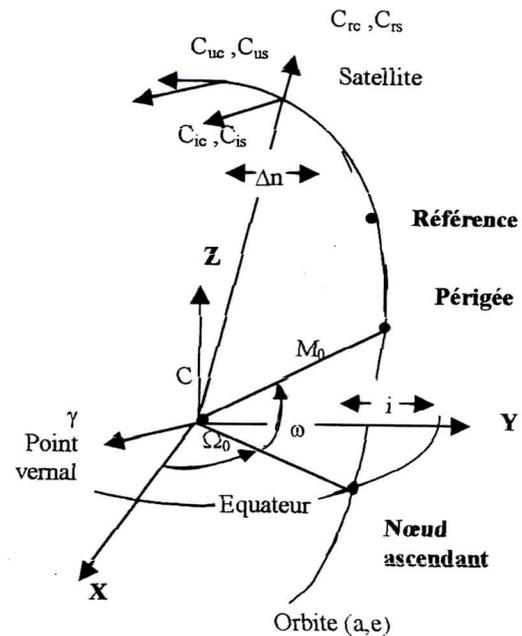


Fig.II.9 : Paramètres d'orbite

Sans oublier le terme IODE (Issue Of Data Ephemeris) qui montre la datation des données d'éphémérides. Il est fourni à l'utilisateur pour détecter tout changement dans les paramètres de représentation d'éphémérides.

Les sous-trames n°4 et n°5 fournissent des données Almanach définissant des données orbitales mais moins précises et moins souvent mises à jour que les éphémérides, et des données UTC permettant de déterminer l'écart entre le temps GPS et le temps UTC (voir annexe C), ainsi que des paramètres de correction ionosphérique tels qu'ils sont définis dans le tableau II.4.

Paramètre	Définition
e	excentricité
t_{0a}	temps de référence Almanach (en sec)
i_0	inclinaison au temps de référence (en rad)
$\dot{\Omega}$	vitesse de l'ascension droite (en rad)
a	demi grand axe de l'orbite (en mètres)
Ω_0	ascension droite (en rad)
ω	argument du périégée (en rad)
M_0	anomalie moyenne (en rad)
a_{f1}	coefficient d'ordre 1 du modèle d'horloge (en sec/sec)
a_{f0}	coefficient d'ordre 0 du modèle d'horloge (en sec)

Tableau II.2: Paramètres d'Almanach

Paramètre	Définition
A_0	Coefficient d'ordre 0 du modèle pour le temps universel (en sec)
A_1	Coefficient d'ordre 1 du modèle pour le temps universel (en sec/sec)
Δt_{LS}	Variation de temps (en sec)
t_{0t}	Temps de référence pour les données UTC (en sec)
W_{Nt}	Semaine de référence (en semaine)
W_{NLSF}	Numéro de la semaine du futur delta temps (en semaine)
DN	Numéro du jour du futur delta (en jour)
Δt_{LSF}	Futur delta temps (en sec)

Tableau II.3: Paramètres UTC

Paramètre	Définition
α_0	Coef. d'ordre 0 de l'équation de l'amplitude du délai vertical (en sec)
α_1	Coef. d'ordre 1 de l'équation de l'amplitude du délai vertical (en sec/rad)
α_2	Coef. d'ordre 2 de l'équation de l'amplitude du délai vertical (en sec/rad ²)
α_3	Coef. d'ordre 3 de l'équation de l'amplitude du délai vertical (en sec/rad ³)
β_0	Coef. d'ordre 0 de l'équation de la période du délai vertical (en sec)
β_1	Coef. d'ordre 1 de l'équation de la période du délai vertical (en sec/rad)
β_2	Coef. d'ordre 2 de l'équation de la période du délai vertical (en sec/rad ²)
β_3	Coef. d'ordre 3 de l'équation de la période du délai vertical (en sec/rad ³)

Tableau II.4: Paramètres de correction ionosphérique

La figure II.10 indique le trajet du signal satellitaire à travers la couche ionosphérique.

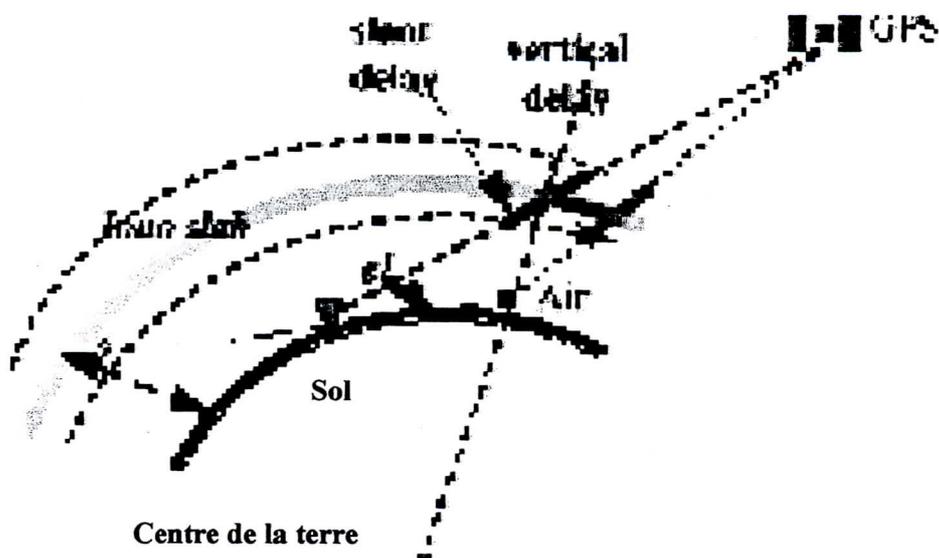


Fig.II.10: Couche ionosphérique et signal GPS

L'utilisation de tous ces paramètres du message sera discutée dans le paragraphe II.5.3.2.

II.2.2-Segment de contrôle

Ce segment est constitué de cinq stations au sol (Hawaï, Colorado Springs, Ascension, Diego Garcia, Kwajalein) dont la station de contrôle principale est située à Colorado Springs.

Les fonctions assurées par ces stations sont :

- la poursuite des satellites;
- le calcul des corrections d'horloge satellite;
- le calcul de la trajectoire des satellites (éphémérides);
- l'injection des messages de navigation destinés aux utilisateurs vers les satellites.

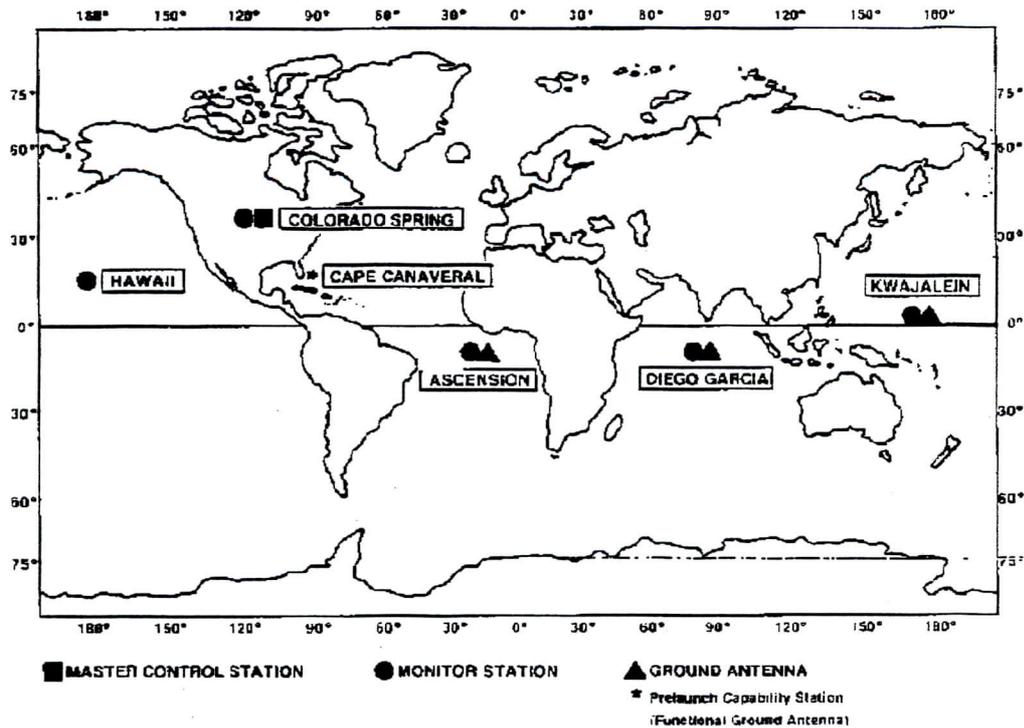


Fig.II.11 : La location du segment de contrôle du système GPS

II.2.3-Segment utilisateur

Les usagers du GPS sont nombreux (navigation aérienne et maritime, transport terrestre, cartographie, ...).

Pour accéder aux fonctions du système GPS, l'utilisateur doit s'équiper d'un récepteur GPS permettant de capter les signaux satellitaires.

Cependant, les récepteurs GPS se différencient selon le nombre de canaux de réception. Il existe des récepteurs multiplexés dont un seul canal poursuit successivement tous les satellites visibles, et des récepteurs à canaux parallèles dont plusieurs canaux, six à au moins 12, indépendants traitent simultanément les signaux satellitaires. Ce dernier type des récepteurs est celui utilisé actuellement et permet une meilleure qualité d'acquisition (meilleur ratio signal/bruit).

Ainsi, on peut distinguer deux grands types de récepteurs qui sont aujourd'hui disponibles sur le marché :

- les récepteurs mono-fréquence pour l'accès au service standard SPS (ils décodent C/A sur L_1 , et pour certains P sur L_1);
- les récepteurs bi-fréquence pour l'accès au service précis PPS (ils décodent à la fois C/A sur L_1 et P sur L_1 et L_2).

Ces récepteurs sont destinés à mesurer les distances par une mesure des temps de trajet et les phases des signaux GPS.

II.3-SERVICES GPS

De nombreuses applications civiles pouvaient vouloir recourir au système GPS et il n'était pas imaginable de laisser le service en libre accès à tout le monde, n'importe quel pays agresseur des USA pouvait l'utiliser à son profit. Dès le début les USA voulaient s'assurer la maîtrise totale quand à l'exploitation du système, mais ne voulaient pas exclure les applications civiles, alors le compromis suivant a été imaginé :

- un service de positionnement de grande précision réservé aux utilisateurs autorisés, c'est le mode PPS (**P**recise **P**ositioning **S**ervice)
- un second service de positionnement moins précis auquel aurait accès tout utilisateur muni d'un récepteur GPS, c'est le mode SPS (**S**tandard **P**ositioning **S**ervice).

Le mode PPS est principalement destiné pour des buts militaires . Ce mode fournit une précision du positionnement (3-D) mieux que 16 mètres (95%) et une précision du temps de 100 nsec par rapport au temps universel (UTC), et peut assurer une précision de vitesse de 0,2 m/sec dépendant du modèle des récepteurs, [Jonquière J.L., 1992].

Le mode SPS qui est soumis à une dégradation volontaire des signaux satellitaires, exploite le système pour une précision du positionnement (3-D) de 100 mètres (95%) environ, [Wells D., 1986].

L'accès au PPS est contrôlé par deux caractéristiques en utilisant des techniques de cryptage : disponibilité sélective (SA: **S**elective **A**vailability) et antibrouillage (AS: **A**nti-**S**poofing). La caractéristique SA est employée pour réduire la précision de la solution de navigation des utilisateurs non autorisés. Elle opère en introduisant des erreurs pseudo-aléatoires aux signaux satellitaires. La caractéristique AS est activée sur tous les satellites, et est basée sur la technique de transcodage du code P en code Y. Des clés de cryptage sont fournies aux utilisateurs PPS pour leurs permettre d'enlever les effets de SA et de AS, et de ce fait atteindre une précision maximale de GPS. Cette précision sera d'autant meilleure en utilisant le code P(Y) sur les deux fréquences L1 et L2.

Le tableau II.5 ci-dessous, [Jonquière J. L., 1992], montre les effets de protection sur les performances de positionnement avant la date du 1 Mai 2000, parce qu'à partir de cette date le président américain a autorisé un accès généralisé au PPS, ce qui permet un positionnement en temps réel à moins de 16 mètres près.

		Code		Message Navigation	Performance utilisateur S.E.P	
SA	AS	P(Y)	C/A		Avec clé	Sans clé
Non	Non			pleine précision	P 16 m	P 16 m C/A 30 m
Non	Oui	Code Y		pleine précision	Y 16 m	C/A 30m
Oui	Non			précision dégradée	P 16 m	P 72 m C/A 76 m
Oui	Oui	Code Y		précision dégradée	Y 16 m	C/A 76 m
					P.P.S	S.P.S

Tableau II.5 : Protections sur les performances de positionnement

II.4-MODES D'UTILISATION DES RECEPTEURS GPS

Les modes d'utilisation d'un récepteur GPS sont :

- Mode naturel (ou absolu)
- Mode relatif (ou différentiel DGPS)

Pour le **mode naturel**, un seul récepteur suffit. Compte tenu des spécifications du système, ce mode est dépendant des dégradations possibles. Il est donc utilisé par des besoins dont les applications ne nécessitent pas une précision de positionnement supérieure à 100 mètres (SPS) en instantané, comme le cas de la navigation de plaisance ou aérienne.

Le **mode différentiel** va permettre à l'utilisateur d'obtenir des performances supérieures en fonction des récepteurs utilisés. Ce concept est basé sur l'utilisation de deux récepteurs observant en même temps les mêmes satellites: l'un fixe (station de référence), l'autre mobile (station mobile). Le principe est de mesurer très précisément la distance entre ces deux récepteurs. En effet grâce à ce mode, la plupart des erreurs GPS précitées sont supprimées telles que : erreurs d'horloges satellites et récepteurs, erreurs d'orbites et erreurs dues au propagation atmosphérique. La précision varie selon le type de mesure, elle peut atteindre quelques mètres en pseudo-distance, et environ 2 mm en phase.

Pour ce dernier mode, les types de traitement sont ou bien en temps différé, ou bien en temps réel.

Pour le traitement en temps différé, la précision varie en fonction du type de récepteur, de la distance séparant les deux récepteurs et du choix des modes d'acquisition, qui sont en nombre de trois :

- **Le statique** : cela consiste à laisser pendant plusieurs heures les deux récepteurs en fonctionnement, ce qui donne la meilleure précision.
- **Le rapide statique** : Compte tenu des impératifs industriels, ce mode a été développé pour obtenir de bonnes précisions tout en stationnant peu de temps (de cinq minutes à une heure statique suivant les récepteurs utilisés) sur le point à déterminer. Cette technique permet de lever plusieurs points dans une même journée avec une précision centimétrique.
- **Le cinématique** : La plupart des traitements cinématiques nécessitent une initialisation statique, c'est-à-dire de rester quelques minutes sur le point de départ de la trajectoire ; cependant une nouvelle technique de résolution d'ambiguïtés en vol (OTF), [Wang J.,..., 1997], permet de s'affranchir de cette initialisation tout en conservant une précision centimétrique.

Ces traitements s'effectuent sur les phases des signaux. Un traitement sur les seules pseudo-distances est possible, mais ne donne qu'une précision métrique.

Pour le traitement en temps réel, deux techniques sont accessibles dans ce cas :

- Certains récepteurs produisent des corrections différentielles qui correspondent à la différence entre la position mesurée par la station de référence et la position connue ; cette différence est transmise par liaison radio, ou par modem, à la station mobile sous un format bien défini qui corrige alors sa propre position en temps réel pour une précision métrique.
- Pour la technique de traitement en temps réel sur les phases, des précisions centimétriques en temps réel sont aujourd'hui possibles grâce à ce mode de traitement après la résolution de l'ambiguïté. Cependant, il nécessite des liaisons de données puissantes, des récepteurs de bonne qualité et un traitement intégré très poussé.

II.5-OPERATIONS DES RECEPTEURS GPS

II.5.1-Poursuite et sélection des satellites

La séquence de poursuite des satellites commence dès que ces derniers sont visibles par le récepteur. Le récepteur utilise généralement les satellites qui sont au-dessus d'un angle de 5° par rapport à l'horizon local, et peut générer la solution de position en se basant sur les mesures effectuées et les données provenant d'au moins quatre satellites.

Par démodulation des données satellitaires, le récepteur peut acquérir l'état de santé des satellites accrochés, et peut exclure de la solution de position les satellites qui ne sont pas en bon état.

La sélection des satellites repose sur la connaissance du facteur PDOP (**P**osition **D**ilution **O**f **P**recision) qui définit les performances du système (voir plus loin), et donc le calcul d'un PDOP optimal à chaque instant est important.

Ainsi, le récepteur doit assurer la mise à jour des données d'éphémérides et de correction d'horloge utilisées en contrôlant les valeurs des deux termes IODE et IODC pour détecter s'il y a un changement dans l'un ou dans les deux termes ensemble. Le récepteur met à jour les données en moins de deux heures [Callaghan S., 1998], et doit assurer que les données utilisées dans le processus de la solution de position sont conséquentes et les nouvelles données ne sont pas mélangées avec les anciennes données.

II.5.2-Acquisition du signal GPS

La puissance du signal satellitaire sur ou près de la surface de la terre est inférieure au niveau du bruit du récepteur. La figure II.12 illustre la puissance minimale du signal L_1 reçu par un utilisateur près du sol en fonction de l'angle d'élévation du satellite en utilisant les suppositions que l'élévation du satellite est de 5° ou au-dessus de 5° , que la perte du trajet atmosphérique est de 2.dB et que l'erreur d'attitude du satellite est de $0,5^\circ$.

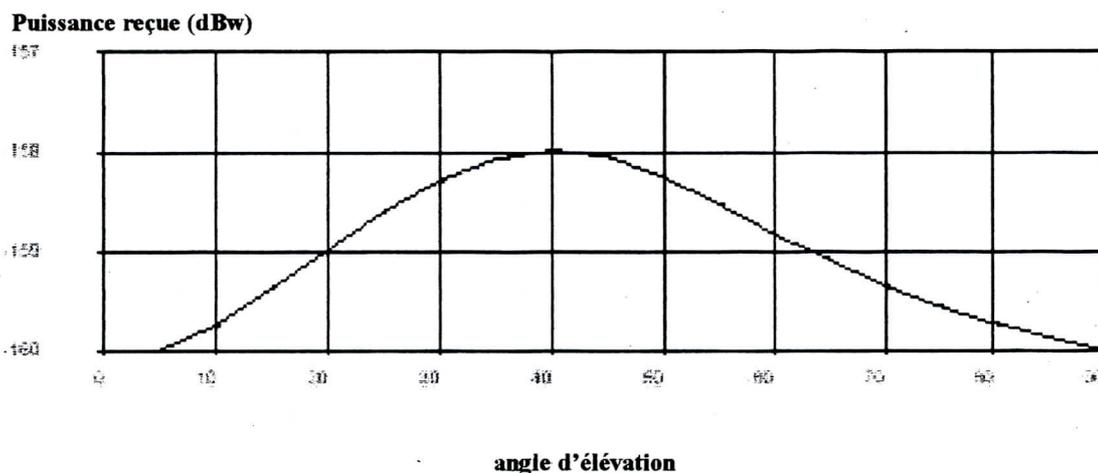


Fig.II.12 : Puissance du signal reçu

Les niveaux du signal reçu peuvent être causés par plusieurs facteurs tels que les erreurs d'attitude du satellite, les erreurs de la mécanique d'alignement d'antenne, les variations de la puissance transmise dues aux variations de température et la variabilité des pertes de trajets atmosphériques. Le niveau maximum du signal L_1 (code C/A) reçu, résulté de ces facteurs, ne doit pas excéder le -153 .dBw en supposant que l'erreur d'attitude du satellite est de $0,5^\circ$ et que la perte atmosphérique est de 0,6dB.



II.5.3-Utilisation des signaux GPS

II.5.3.1-Mesures GPS

Les récepteurs GPS peuvent enregistrer sur une ou deux fréquences (L_1 : mono-fréquence ou $L_1 + L_2$: bi-fréquence) deux types de mesures :

- mesure de pseudo-distance sur les codes C/A et/ou P(Y)
- mesure de phase sur les porteuses L_1 et L_2

Les récepteurs effectuant des mesures de pseudo-distances sont appelés récepteurs de navigation. Ils servent à des applications peu précises dont le but est de positionner un mobile (un avion par exemple). Les codes diffusés par les satellites permettent au récepteur de mesurer le temps de transmission des signaux, et de ce fait de déterminer la distance entre les satellites visibles et l'utilisateur. Le message de navigation fournit des données pour calculer la position de chaque satellite visible. De cette information, la position et le décalage d'horloge utilisateur sont calculés en utilisant des équations simultanées.

Les récepteurs effectuant des mesures de pseudo-distances et de phases sont utilisés pour des applications plus précises telles que la géodésie et la topographie.

II.5.3.1.1-Mesure de la pseudo-distance

La mesure de la pseudo-distance entre le satellite visible et l'utilisateur se fait par la mesure de la durée de propagation du signal émis par le satellite jusqu'à son arrivée au récepteur utilisateur. Le signal émis arrive au récepteur avec un retard Δt correspondant au temps mis par l'onde pour parcourir le chemin satellite-récepteur.

Le principe de mesure repose sur l'utilisation de la technique de corrélation qui permet de comparer deux codes identiques. Pour ce faire, le récepteur GPS génère un code pseudo-aléatoire (PRN) de la même forme que le code émis par le satellite. Le récepteur retarde ensuite son signal (code) jusqu'à ce qu'il soit aligné avec celui provenant du satellite. La comparaison de ces codes permet la mesure du décalage du temps Δt .

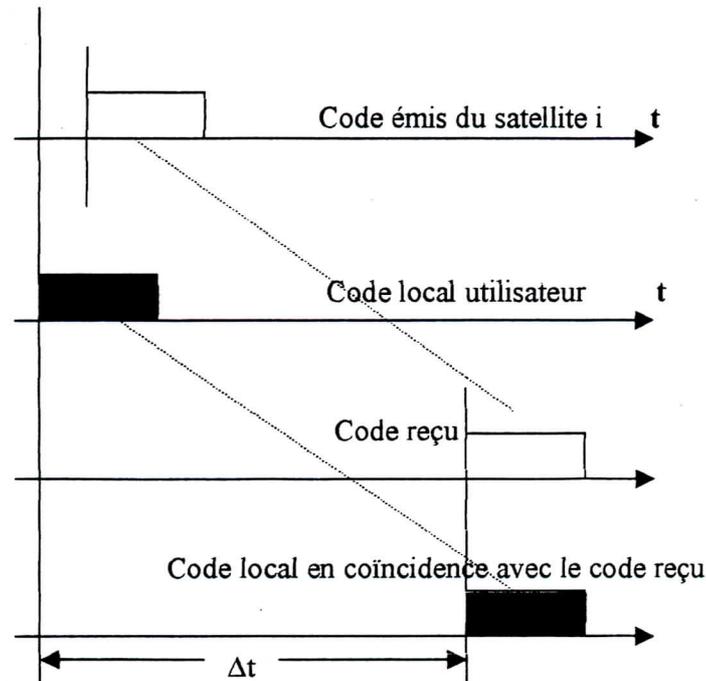


Fig.II.13 : Comparaison de codes du signal reçu et du signal généré par le récepteur

Le retard Δt entre le code reçu du satellite i et le code généré localement peut s'écrire comme suit :

$$\Delta t^i = T_r - t_e^i \quad \text{II.1}$$

où :

T_r : le temps de réception dans l'échelle du temps du récepteur

t_e^i : le temps d'émission dans l'échelle du temps du satellite i

Comme les deux horloges récepteur-satellite ne sont pas synchronisées, on définit un temps de référence τ (temps GPS) établi par le segment de contrôle, et les horloges utilisateur et satellite sont décalées par rapport à ce temps GPS comme l'indique la figure II.14.

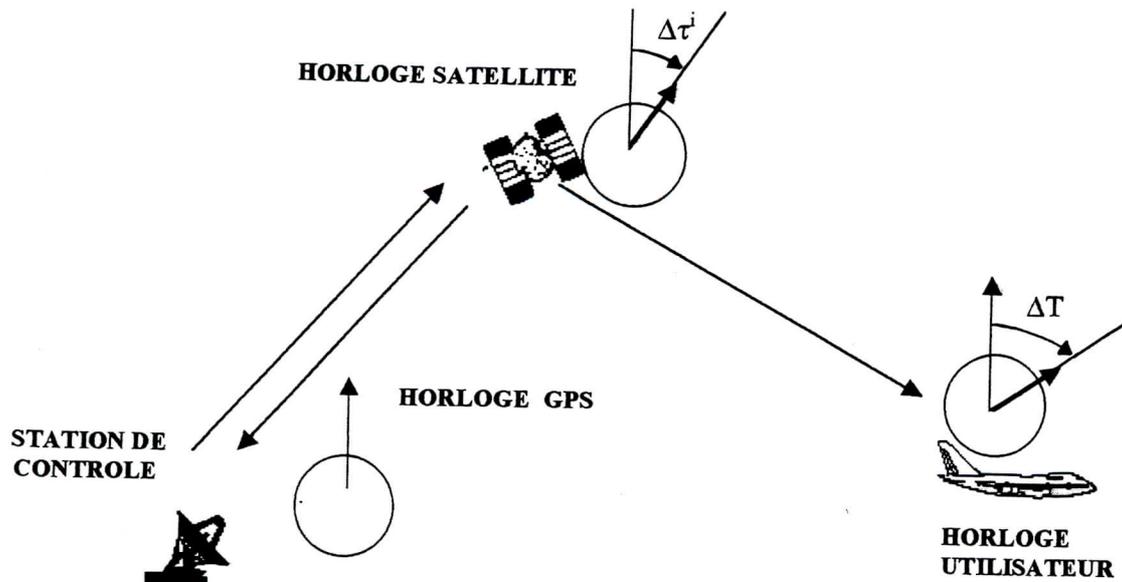


Fig.II.14 : Echelles de temps

Les temps T_r et t_e^i sont modélisés en fonction du temps GPS τ comme suit, [Botton S. and Duquenne F., 1997] :

$$T_r = \tau_r + \Delta T \quad \text{II.2a}$$

$$t_e^i = \tau_e^i + \Delta\tau^i \quad \text{II.2b}$$

avec :

τ_r : temps de réception en temps GPS

τ_e^i : temps d'émission en temps GPS

ΔT : décalage d'horloge récepteur (inconnu)

$\Delta\tau^i$: décalage d'horloge satellite (connu)

Si on remplace les équations II.2a et II.2b dans l'équation II.1, on trouve :

$$\Delta t^i = (\tau_r - \tau_e^i) + (\Delta T - \Delta\tau^i) \quad \text{II.3}$$

La pseudo-distance, notée PR^i , entre le récepteur et le satellite i , en multipliant Δt^i par la vitesse de transmission c , sera :

$$PR^i = c \times \Delta t^i = c \times (\tau_r - \tau_e^i) + c \times (\Delta T - \Delta\tau^i) \quad \text{II.4}$$

Le terme $c \times (\tau_r - \tau_e^i)$ représente la distance géométrique entre le récepteur à l'instant τ_r et le satellite i à l'instant τ_e^i , notée ρ^i .

II.5.3.1.2-Mesure de la phase

Le principe de la mesure de phase GPS est de comparer la phase du signal reçu avec la phase du signal généré localement par le récepteur et qui est une réplique du signal du satellite. Cette mesure se fait sur les ondes porteuses L_1 et L_2 de longueurs d'ondes 19,0 cm et 24,4 cm respectivement.

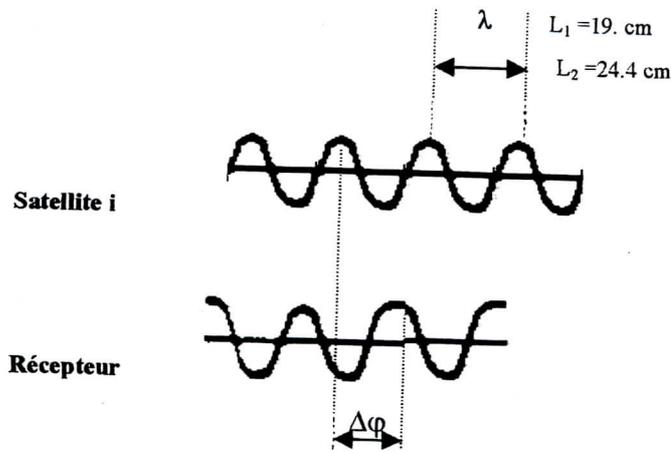


Fig.II.15 : Comparaison de phases du signal reçu et du signal généré

En fait, le déphasage $\Delta\phi$ mesuré ce n'est qu'une partie fractionnelle de la différence entre la phase du signal à l'instant de réception T_r et la phase du signal à l'instant d'émission t_e^i qui est donnée en cycles par, [Botton S. and Duquenne F., 1997]:

$$\phi(T_r) - \phi^i(t_e^i) = f \times (T_r - t_e^i) \quad \text{II.5}$$

où :

$\phi(T_r)$: la phase du signal à l'instant de réception T_r

$\phi^i(t_e^i)$: la phase du signal à l'instant d'émission t_e^i

f : la fréquence

Puisque les deux horloges récepteur-satellite ne sont pas synchronisées, on remplace les deux équations II.2a et II.2b dans l'équation II.5, on aura :

$$\phi(T_r) - \phi^i(t_e^i) = f \times (\tau_r - \tau_e^i) + f \times (\Delta T - \Delta \tau^i) \quad \text{II.6}$$

avec $(\tau_r - \tau_e^i) = \rho^i / c$

où ρ^i est la distance géométrique récepteur-satellite

et l'équation II.6 devient :

$$\phi(T_r) - \phi^i(t_e^i) = f \times \rho^i / c + f \times (\Delta T - \Delta \tau^i) \quad \text{II.7}$$

On a dit précédemment que le déphasage $\Delta\phi$ représente la partie fractionnelle de la différence $\phi(T_r) - \phi^i(t_e^i)$, alors la différence de la phase totale en fonction de $\Delta\phi$ sera :

$$\phi(T_r) - \phi^i(t_e^i) = \Delta\phi + N^i(T_r) \quad \text{II.8}$$

où $N^i(T_r)$ est un nombre entier de cycles que le récepteur ne peut pas mesurer.

D'après l'équation II.8, le récepteur mesure non seulement le déphasage $\Delta\phi$ mais il mesure aussi à l'aide d'un compteur le nombre entier de cycles du déphasage reçus depuis la première mesure. Si t_1 représente l'instant de la première mesure, pour les autres mesures on aura le suivant :

$$N^i(T_r) = N^i(t_1) + n_R = N^i + n_R \quad \text{II.9}$$

dont n_R le nombre de cycles comptés par le récepteur à l'instant de réception et N^i une inconnue qui est la même tant qu'il n'y a pas d'interruption du signal qui provoque un saut de cycles. Cette inconnue est appelée « ambiguïté entière ».

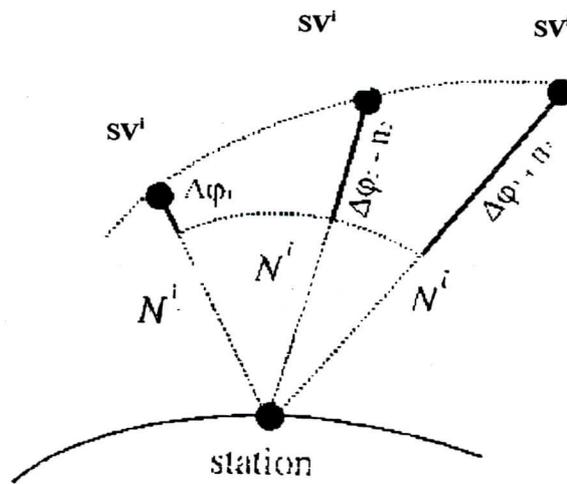


Fig.II.16 : Interprétation géométrique de la mesure de phase

En remplaçant l'équation II.9 dans l'équation II.8, l'équation de la mesure de phase GPS s'écrit :

$$\Delta\phi + n_R = \phi(T_r) - \phi^i(t_e^i) - N^i \quad \text{II.10}$$

En combinant les deux relations II.7 et II.10, on trouve :

$$\Delta\phi + n_R = f \times \rho^i / c + f \times (\Delta T - \Delta\tau^i) - N^i \quad \text{II.11}$$

La mesure de la phase en distance s'obtient en multipliant l'équation II.11 par la longueur d'onde λ :

$$\lambda \times \Phi = \rho^i + c \times (\Delta T - \Delta\tau^i) - \lambda \times N^i \quad \text{II.12}$$

avec : $\Phi = \Delta\phi + n_R$

II.5.3.2-Solution de position

Une fois que le récepteur a recueilli les pseudo-distances et les données de navigation de quatre satellites ou plus, il calcule la solution de position en temps réel.

Le récepteur résout un minimum de quatre équations simultanées de pseudo-distances, avec comme variables inconnues la position tridimensionnelle et le décalage d'horloge du récepteur utilisateur.

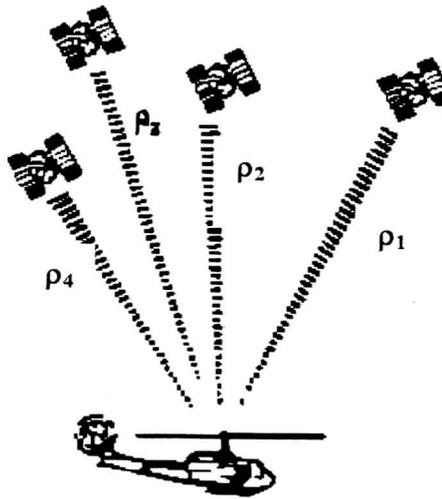


Fig.II.17 : Mesures de pseudo-distances

Chaque équation est une expression du principe que la distance réelle ρ (la différence entre la position connue du satellite et la position inconnue du récepteur) est égale à la différence entre la pseudo-distance mesurée PR et les décalages d'horloges récepteur-satellite i (ΔT , $\Delta\tau^i$). Ce principe s'exprime comme suit :

$$PR^i - c \times (\Delta T - \Delta\tau^i) = \rho^i = \sqrt{(X-x)^2 + (Y-y)^2 + (Z-z)^2} \quad \text{II.13}$$

où :

(x,y,z) : les coordonnées du récepteur (en mètres)

(X,Y,Z) : les coordonnées du satellite i (en mètres)

La distance réelle ρ est non seulement biaisée par les décalages d'horloges récepteur-satellite, mais aussi elle est biaisée par les effets relativistes et les retards de propagation (ionosphérique et troposphérique) du signal, [28].

La figure II.18 schématise le calcul de la solution de position en incorporant toutes les corrections qui peuvent biaiser le signal GPS.

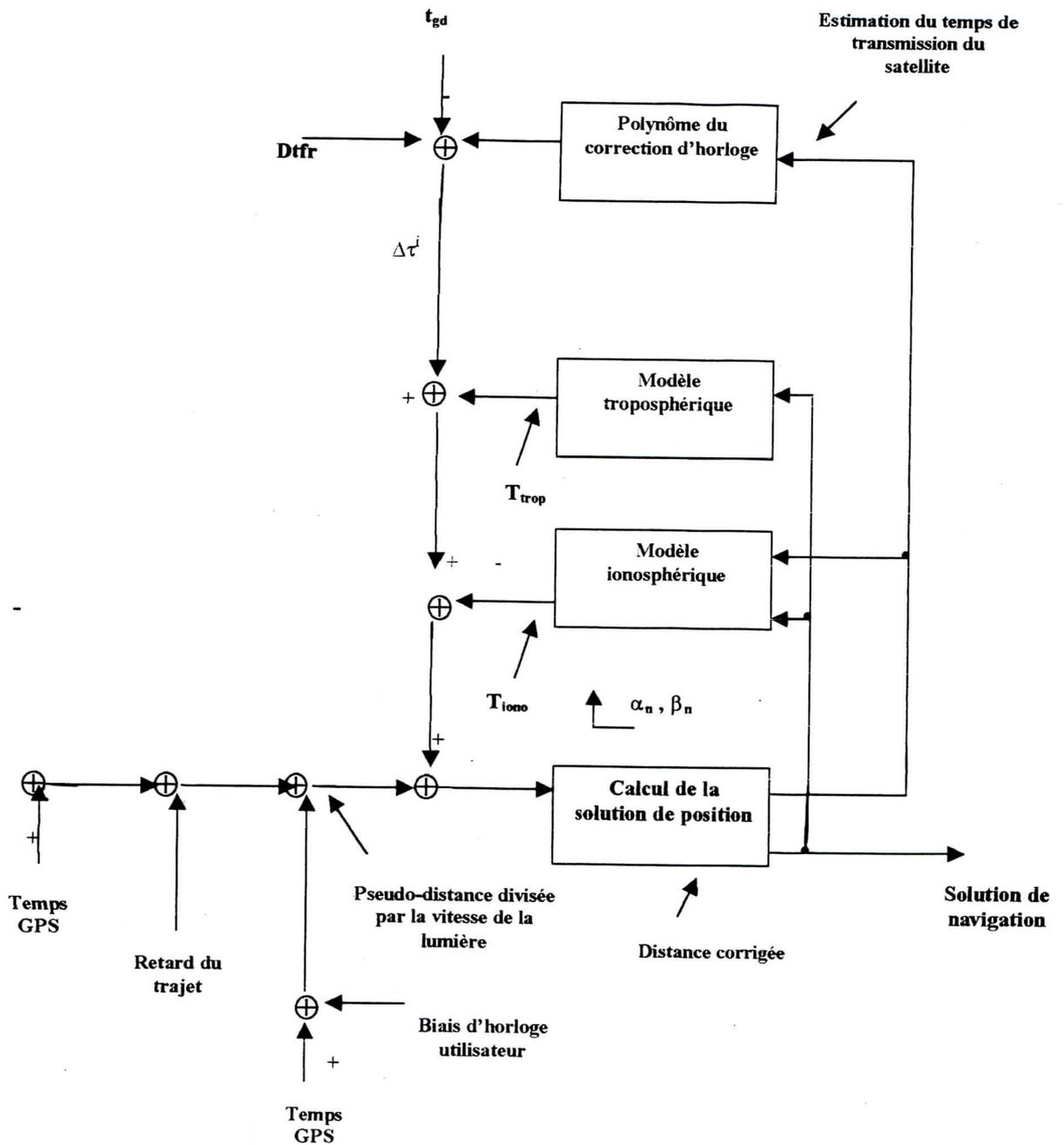


Fig.II.18 : Application des paramètres de correction

Les termes t_{gd} , D_{tfr} , α_n et β_n seront présentés aux paragraphes (II.5.3.2.2) et (II.5.3.2.3).

L'équation II.13 peut alors se mettre sous la forme suivante :

$$PR^i - c \times (\Delta T - \Delta \tau^i) = \sqrt{(X-x)^2 + (Y-y)^2 + (Z-z)^2} + c \times T_{trop}^i + c \times T_{iono}^i + E^i \quad \text{II.14}$$

avec :

- T_{trop}^i : la correction troposphérique (en sec)
 T_{iono}^i : la correction ionosphérique (en sec)
 E^i : erreur d'éphémérides (effet relativiste)(en mètres)

II.5.3.2.1-Calcul des coordonnées satellitaires

Le mouvement du satellite est un mouvement relatif par rapport à la terre. Pour cela, il suffit de définir le mouvement du satellite dans son orbite (repère relatif) et ensuite le mouvement de l'orbite par rapport au repère terrestre (repère absolu).

Deux systèmes de coordonnées sont à définir :

- **Le système de coordonnées orbitales** : Ce système est défini par les axes suivants :
 - O_x : axe orienté vers le nœud ascendant
 - O_y : axe perpendiculaire à O_x
 - O_z : axe perpendiculaire au plan de l'ellipse orbitale
 avec l'origine O au géocentre

- **Le système de coordonnées WGS-84 (World Geodetic System 1984)** : Le système WGS-84 est le système de référence pour les éphémérides GPS radiodiffusées et précises. Il est géocentrique, son orientation est définie par les axes suivants :
 - OZ : axe parallèle au CTP(Conventional Terrestrial Pôle)
 - OX : défini par l'intersection du méridien de référence, comportant le CTP avec le plan équatorial
 - OY : défini tel que le système OXYZ soit direct

Ce système mondial s'appuie sur un ellipsoïde dont le centre est confondu avec le centre des masses de la terre, et dont les dimensions approximent au mieux la surface moyenne des océans.

Les paramètres caractérisant l'ellipsoïde WGS-84 sont définis dans le tableau ci-dessous.

Paramètre et valeur	Définition
$a_e = 6378137,0$ m	Demi-grand axe de l'ellipsoïde
$b_e = 6356752,32$ m	Demi-petit axe de l'ellipsoïde
$\mu = 3986005 \cdot 10^8$ m ³ /sec ²	Constante gravitationnelle
$\Omega_e = 7292115 \cdot 10^{-11}$ rad/sec ²	Vitesse de rotation de la terre

Tableau II.6 : Paramètres de l'ellipsoïde WGS-84

La position instantanée du satellite dans son orbite au temps t est exprimée par les trois quantités angulaires connues sous le nom 'anomalie' : anomalie moyenne M , anomalie excentrique E et anomalie vraie v .

La projection des coordonnées orbitales sur le repère WGS-84 nous permet de déduire les coordonnées terrestres du satellite. Cette projection nous permet de calculer les angles de rotation du système orbital à savoir l'angle d'inclinaison 'inc' et la longitude du nœud ascendant Ω .

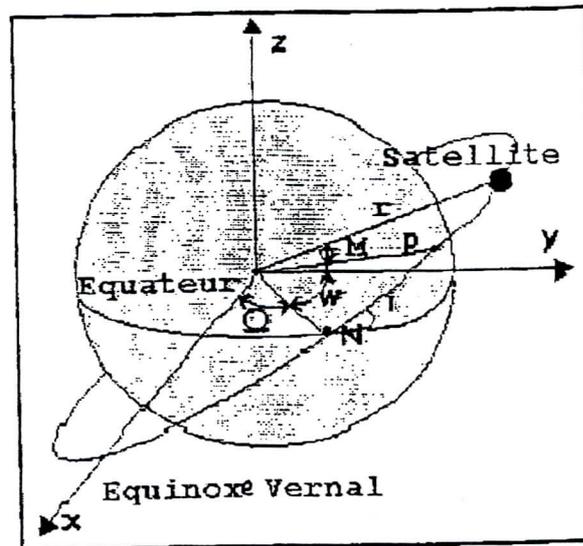


Fig.II.19 : Mouvement du satellite

Le processus de calcul de ces coordonnées terrestres est indiqué dans le tableau II.7 où sont définis tous les éléments caractérisant les deux systèmes de coordonnées, [Wells D., 1986].

$a = (\sqrt{a})^2$: demi grand axe de l'orbite (en mètres)
$n_0 = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}}$: mouvement moyen (en rad/sec)
$\Delta t_0 = t - t_{0e}$: l'époque au temps de référence des éphémérides (en sec)
$n_e = n_0 + \Delta n$: mouvement moyen corrigé (en rad/sec)
$M = M_0 + n_e \times \Delta t_0$: anomalie moyenne (en rad)
$M = E - e \times \sin(E)$: équation de Kepler pour l'anomalie excentrique (peut être résolue par itération)
$v = 2 \times \arctan \left[\sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \times \tan \frac{E}{2} \right]$: anomalie vraie (en rad)
$u_0 = v + \omega$: argument de la latitude (en rad)
$\Delta u = C_{uc} \cos(2u_0) + C_{us} \sin(2u_0)$: correction de l'argument de latitude (en rad)
$\Delta r = C_{rc} \cos(2u_0) + C_{rs} \sin(2u_0)$: correction du rayon orbital (en mètres)
$\Delta i = C_{ic} \cos(2u_0) + C_{is} \sin(2u_0)$: correction de l'inclinaison (en rad)
$u = u_0 + \Delta u$: argument de latitude corrigée (en rad)
$r = a(1 - e \times \cos E) + \Delta r$: rayon corrigé (en mètres)
$inc = i_0 + \Delta i + i \Delta t_0$: inclinaison corrigée (en rad)
$\begin{cases} x_{orb} = r \times \cos(u) \\ y_{orb} = r \times \sin(u) \end{cases}$: position dans le plan orbital
$\Omega = \Omega_0 + (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}_e) \Delta t_0 - \Omega_e \times t_{0e}$: longitude du nœud ascendant corrigée (en rad)
$\begin{cases} X = x_{orb} \cos(\Omega) - y_{orb} \cos(inc) \sin(\Omega) \\ Y = x_{orb} \sin(\Omega) + y_{orb} \cos(inc) \cos(\Omega) \\ Z = y_{orb} \sin(inc) \end{cases}$: coordonnées dans le repère terrestre

Tableau II.7 : Eléments des systèmes de coordonnées

Les éléments : a , Δn , M_0 , e , ω , C_{uc} , C_{us} , C_{ic} , C_{is} , C_{rc} , C_{rs} , i_0 , i , Ω_0 et $\dot{\Omega}$ sont contenus dans les sous trames n°2 et n°3 du message de navigation tels qu'ils sont définis au paragraphe II.2.1.3. Les termes μ et Ω_e sont définis dans le tableau II.6, et le temps t représente le temps GPS.

II.5.3.2.2-Modélisation du temps satellite

Pour dater l'instant d'émission en temps GPS, on doit faire la correction suivante, [SERCEL,1993] :

$$\tau_e^i = t_e^i - Dt_{SV} + t_{gd}$$

II.15

avec :

τ_e^i : le temps d'émission en temps GPS

t_e^i : le temps d'émission en temps satellite

Dt_{SV} : la correction d'horloge satellite à l'instant τ_e^i

t_{gd} : la correction de temps de groupe satellite

Par identification de l'équation II.15 avec l'équation II.2b qui est : $t_e^i = \tau_e^i + \Delta\tau^i$, on en déduit que le décalage d'horloge satellite par rapport au temps GPS sera :

$$\Delta\tau^i = Dt_{SV} - t_{gd} \quad \text{II.16a}$$

La correction Dt_{SV} est donnée par :

$$Dt_{SV} = af_0 + af_1 \times (\tau^i - t_{0c}) + af_2 \times (\tau^i - t_{0c})^2 + Dt_{fr} \quad \text{II.16b}$$

où Dt_{fr} est la correction relativiste donnée par :

$$Dt_{fr} = F \times e \times a^{1/2} \times \sin(E) \quad \text{II.16c}$$

avec af_0 à af_2 et t_{0c} étant les coefficients du modèle de dérive avec leur temps de référence ; e l'excentricité ; a le demi-grand axe de l'orbite et E l'anomalie excentrique du satellite sur son orbite telle qu'elle est donnée dans le tableau II.7. F est un coefficient qui vaut : $-4.442809305 \times 10^{-10} \text{ sec/m}^{1/2}$.

II.5.3.2.3-Modélisation des erreurs atmosphériques

L'ionosphère est la couche de l'atmosphère qui s'étend de 50 à quelques centaines de kilomètres. C'est un milieu dispersif, ionisé par l'action des radiations solaires. L'effet sur la mesure de la distance en GPS peut varier de 0 à 50 mètres, [Botton S., 1997]. Pour réduire cet effet on utilise des modèles, tel que le modèle de **Klobuchar** donné au tableau II.8, [Abdellaoui H., 1998], dont les coefficients de la formule de correction sont transmis dans le message de navigation.

La précision de la correction dépend du nombre d'électrons libres sur le trajet de l'onde entre le satellite et le récepteur (ce qu'on appelle le TEC). Ce dernier varie en fonction de la position du récepteur et de la ligne de visée de l'onde, de la saison, de l'heure de la journée d'observation, et de l'activité solaire.

Comme il est difficile de déterminer exactement le TEC, l'application du modèle de correction ne peut enlever que le 90% du délai ionosphérique.

$$T_{\text{iono}} = \begin{cases} F \times \left[5 \times 10^{-9} + AMP \times \left(1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} \right) \right], & |x| < 1.57 \\ F \times (5 \times 10^{-9}) & |x| \geq 1.57 \end{cases} : \text{ la correction (en sec)}$$

où

$$AMP = \begin{cases} \sum_{n=0}^3 \alpha_n \times \varphi_m^n, & AMP \geq 0 \\ \text{Si } AMP < 0, & AMP = 0 \end{cases} : \text{ l'amplitude (en sec)}$$

$$x = \frac{2\pi \times (t_i - 50400)}{PER} : \text{ la phase (en rad)}$$

$$PER = \begin{cases} \sum_{n=0}^3 \beta_n \times \varphi_m^n, & PER \geq 72000 \\ \text{Si } PER < 72000, & PER = 72000 \end{cases} : \text{ la période (en sec)}$$

$$F = 1. + 16. \times [0.53 - Elv]^3$$

α_n et β_n : données transmises par le satellite avec $n=0,1,2,3$

$$\varphi_m = \varphi_i + 0.064 \times \cos(\lambda_i - 1.617) : \text{ (en demi-cercle)}$$

$$\lambda_i = \lambda_u + \frac{\psi \sin(A)}{\cos \varphi_i} : \text{ (en demi-cercle)}$$

$$\varphi_i = \begin{cases} \varphi_u + \psi \cos(A), & |\varphi_i| \leq 0.416 \\ \text{Si } \varphi_i > +0.416, & \varphi_i = +0.416 \\ \text{Si } \varphi_i < -0.416, & \varphi_i = -0.416 \end{cases} : \text{ (en demi-cercle)}$$

$$\psi = \frac{0.00137}{Elv + 0.11} - 0.022 : \text{ (en demi-cercle)}$$

$$t_i = (4.32 \times 10^4 \times \lambda_i + t_{\text{gps}}) \text{ modulo } 86400 : \text{ (en sec)}$$

Tableau II.8. Correction ionosphérique : Modèle de Klobuchar

Les termes utilisés dans le modèle ci-dessus sont définis comme suit :

- Termes transmis du satellite : α_n et β_n .
- Termes générés par le récepteur :
 - Elv : angle d'élevation du satellite;
 - A : azimut du satellite;
 - φ_u : latitude WGS-84 de l'utilisateur;
 - λ_u : longitude WGS-84 de l'utilisateur;
 - t_{gps} : temps GPS.
- Termes calculés :

- x : phase;
- F : facteur oblique;
- t_l : temps local;
- φ_m : latitude géomagnétique de la projection du point d'intersection ionosphérique;
- λ_i : longitude géomagnétique de la projection terrestre du point d'intersection ionosphérique;
- φ_i : latitude géomagnétique de la projection terrestre du point d'intersection ionosphérique;
- ψ : angle géocentrique de la terre entre la position de l'utilisateur et la projection terrestre du point d'intersection ionosphérique.

La troposphère est la couche basse de l'atmosphère qui est en contact avec le sol et est constituée d'une couche humide qui s'étend de 0 à 10 km et une couche sèche qui s'étend de 10 km à 50 km. C'est un milieu non dispersif pour des ondes de fréquence inférieure à 30 GHz, la réfraction est alors indépendante de la fréquence. Le retard troposphérique dépend de la température, de la pression, de l'humidité, ainsi que de l'élévation du satellite.

L'effet sur la mesure de distance en GPS est de 2 mètres pour des signaux au zénith à environ 20 mètres pour des signaux d'élévation de 10° . Pour réduire ce biais, plusieurs modèles sont disponibles : le modèle de **Hopfield**, le modèle de **Saastamoinen**, et le modèle de **Goad et Goodman**. Ce dernier modèle est donné au tableau II.9, [**Botton S. and Duquenne F., 1997**].

$$cT_{trop} = 10^{-6} \times N_1 \times \sum_{j=1}^9 A_{j1} \times \frac{R_1^j}{j} + 110^{-6} \times N_2 \times \sum A_{j2} \times \frac{R_2^j}{j}$$

$$N_1 = 77.624 \times \frac{P}{T} \times 4684 \quad N_2 = -12.92 \times \frac{P_p}{T} + 3.719 \times 10^5 \times \frac{P_p}{T^2}$$

$$R_i = \sqrt{(a_e + h_i)^2 - (a_e \times \cos(Elv))^2} - a_e \times \sin(Elv) \quad , \quad i = 1,2$$

$$h_1 = 5 \times \frac{0.002277 \times P}{N_1 \times 10^{-6}} \quad h_2 = 5 \times \frac{0.002277}{N_2 \times 10^{-6}} \times \left(\frac{1255}{T} + 0.5 \right) \times P_p$$

$$A_{1i} = 1 \quad A_{2i} = 4 \times a_i \quad A_{3i} = 6 \times a_i^6 + 4 \times b_i \quad A_{4i} = 4 \times a_i \times (a_i^2 + 3 \times b_i)$$

$$A_{5i} = a_i^4 + 12 \times a_i^2 \times b_i + 6 \times b_i^2 \quad A_{6i} = 4 \times a_i \times b_i \times (a_i^2 + 3 \times b_i)$$

$$A_{7i} = b_i^2 \times (6 \times a_i^2 + 4 \times b_i) \quad A_{8i} = 4 \times a_i \times b_i^3 \quad A_{9i} = b_i^4$$

$$a_i = -\sin(Elv)/h_i \quad b_i = -\cos^2(Elv)/2 \times a_e \times h_i \quad P_p = 6.108 \times RH \times \exp\left(\frac{17.15 \times T - 4684}{T - 38.45}\right)$$

cT_{trop} : correction sur la distance (en mètres)

$i = \begin{cases} 1 : \text{composante sèche} \\ 2 : \text{composante humide} \end{cases}$ T : température au sol (en °K)

P : pression atmosphérique (en mbar) ; P_p : pression partielle de vapeur d'eau (en mbar) ;
 Elv : angle d'élévation ; a_e : demi-grand axe de l'ellipsoïde terrestre
 RH : humidité relative.

Tableau II.9. Modèle de Goad et Goodman

II.6-PERFORMANCES DU SYSTEME

II.6.1-Précision de positionnement

Les exigences concernant la précision de positionnement imposées par le département de défense des U.S.A (DoD) sur le système GPS sont moins de 16 mètres (95%) pour le service PPS, et 100 mètres (95%) en horizontal pour le service SPS lorsque la dégradation volontaire (SA) était activée. Après la levée de SA, une précision de moins de 30 mètres pour le service SPS est obtenue, précision qui n'est pas assurée par d'autres systèmes de navigation courants.

La détermination de la précision de positionnement s'effectue par deux paramètres importants qui sont :

- l'erreur de distance équivalente utilisateur (UERE : User Equivalent Ranging Error) qui est la précision de mesure de distance entre l'utilisateur et chaque satellite visible;

- le facteur de dégradation géométrique de précision GDOP (Geometric Dilution Of Precision) caractérisant la géométrie des satellites visibles par rapport à l'utilisateur.

II.6.1.1-UERE

L'UERE inclut toutes les erreurs de mesures de distance séparant l'utilisateur des satellites visibles, y compris l'erreur due aux délais atmosphériques (ionosphère, troposphère), l'erreur sur la position des satellites, l'erreur de synchronisation, l'erreur propre au bruit de mesure du récepteur et l'erreur due aux multitrajets.

Pour les récepteurs mono-fréquence, les erreurs dues aux délais ionosphériques sont basées sur un modèle de mesures (voir paragraphe II.5.3.2.3) ; tandis que les récepteurs bi-fréquence (L_1 , L_2) peuvent mesurer la différence de temps entre L_1 et L_2 pour calculer une correction ionosphérique.

L'erreur sur la position des satellites est une portion de l'UERE affectée aux segments spatial et de contrôle puisque les positions des satellites et leurs trajectoires sont déterminées et surveillées par la station de contrôle et sont transmises sous forme de message de navigation vers l'utilisateur à travers les satellites. Ces satellites sont équipés d'horloges atomiques très stables dont elles sont recalées tous les jours par le segment de contrôle, tandis que l'utilisateur est équipé d'horloge moins stable dont le biais par rapport au temps universel sera considéré comme une quatrième variable à déterminer.

Des récepteurs modernes de codes P et C/A ont démontré des améliorations significatives sur les valeurs de bruit de mesure et des multitrajets en utilisant des techniques de corrélation du code.

Le phénomène du multitrajet est constaté lorsque le signal issu du satellite arrive au récepteur après réflexion sur un obstacle proche. L'effet de ce phénomène ne peut pas être modélisé car il dépend de la géométrie des obstacles.

II.6.1.2-GDOP

Le GDOP est un facteur multiplicatif sans dimension représentant une mesure instantanée de l'erreur du positionnement. Ce facteur relie l'erreur de mesure de distance (UERE) à l'erreur de position finale par la relation :

$$\text{UERE} \times \text{GDOP} = \text{erreur de position}$$

Mathématiquement, le GDOP est défini comme étant le rapport de l'erreur de position en somme quadratique ϵ_{rss} à l'erreur de position en somme quadratique moyenne ϵ_{rms}

$$\text{GDOP} = \frac{\epsilon_{\text{rss}}}{\epsilon_{\text{rms}}}$$

L'erreur ϵ_{rss} est donnée par : $\epsilon_{\text{rss}} = \sqrt{\sigma_{\text{xx}}^2 + \sigma_{\text{yy}}^2 + \sigma_{\text{zz}}^2 + \sigma_{\text{tt}}^2}$

avec les « sigma » sont les variances de l'erreur des paramètres inconnus (position et décalage du temps) contenues dans la matrice de variance-covariance de l'estimé.

L'erreur ε_{rms} dans le cas de quatre satellites est donnée par :
$$\varepsilon_{rms} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 + \sigma_4^2}{4}}$$

Si on considère que tous les satellites admettent une erreur de mesure identique (de matrice de variance $\sigma \times I$ avec I la matrice unité) et indépendante d'un satellite à l'autre, alors :

$$GDOP = \frac{\sqrt{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 + \sigma_{zz}^2 + \sigma_{tt}^2}}{\sigma} \quad \text{II.17}$$

Le GDOP peut s'écrire aussi en fonction de la matrice H de la géométrie utilisateur-satellites.

D'autres facteurs de dégradation de précision peuvent être définis et qui sont des sous-ensembles de GDOP : le PDOP (erreur en position), le HDOP (erreur en horizontal), le VDOP (erreur en vertical), et le TDOP (erreur en temps), avec :

$$PDOP = \frac{\sqrt{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 + \sigma_{zz}^2}}{\sigma} \quad \text{II.18a}$$

$$HDOP = \frac{\sqrt{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2}}{\sigma} \quad \text{II.18b}$$

$$VDOP = \frac{\sqrt{\sigma_{zz}^2}}{\sigma} \quad \text{II.18c}$$

$$TDOP = \frac{\sqrt{\sigma_{tt}^2}}{\sigma} \quad \text{II.18d}$$

La précision de position optimale exige un PDOP ≤ 6 , [Jonquière J. L., 1992]

II.6.2-Précision de vitesse

Des récepteurs typiques calculent la vitesse par mesure de biais de fréquence (Doppler Shift). La précision peut atteindre le 0,2 m/sec pour les deux services PPS et SPS.

II.6.3-Précision de synchronisation

Pour des récepteurs GPS poursuivant quatre satellites, la précision du temps absolu est mieux que 200 ns (95%) par rapport au temps universel (UTC). Par conséquent, lorsque la dégradation volontaire était active, la précision équivalente était 340 ns (95%) pour le service SPS.

II.7-LE SYSTEME GPS ET LE FILTRE DE KALMAN

Le récepteur ne peut jamais mesurer la distance exacte le séparant des satellites visibles. Le procédé de mesure est corrompu par le bruit qui introduit des erreurs, variant avec le temps, dans le calcul. Le filtre de Kalman est une solution moins sensible au bruit de mesure qui caractérise les sources de bruits dans l'ordre de minimiser leur effet sur les sorties du récepteur désiré. Ainsi, le filtre de Kalman permet à une solution d'être extrapolée si des mesures sont interrompues.

II.7.1-Principe du filtre de Kalman

Le filtre de Kalman est un estimateur linéaire optimal et récursif qui fournit l'estimation minimum de variance en présence d'un bruit blanc.

Pour les systèmes de navigation, le filtre de Kalman estime généralement les erreurs de l'état de navigation. Il fournit aussi une mesure de précision de l'estimation de son vecteur d'état. Cette précision est bien remarquée au niveau de la matrice de variance-covariance de l'erreur d'estimation.

Le problème de l'estimation du vecteur d'état peut être divisé en trois classes distinctes selon l'intervalle d'observation $[t_0-t_1]$:

- La prédiction si $t > t_1$
- Le filtrage si $t = t_1$
- Le lissage si $t_0 < t < t_1$

II.7.1.1-Modèles du filtre de Kalman

Deux modèles fondamentaux sont modélisés par le filtre de Kalman : le premier modèle est le «modèle dynamique» qui permet de décrire comment le vecteur d'erreurs d'état varie avec le temps ; le deuxième modèle est le «modèle de mesure ou stochastique » qui définit comment le vecteur d'état est relié aux mesures fournies par le(s) détecteur(s).

Le modèle dynamique est décrit à l'instant t_k par l'équation linéaire suivante, [Labarrere M., 1993] :

$$\underline{x}_k = F_{k-1,k} \cdot \underline{x}_{k-1} + \underline{w}_k \quad \text{II.19}$$

avec :

$\underline{x}_k = \underline{x}(t_k)$: le vecteur d'état de dimension $(m \times 1)$ à l'instant t_k

m : le nombre d'inconnues

$F_{k-1,k}$: la matrice de transition de dimension $(m \times m)$ du vecteur d'état \underline{x}_k qui décrit le changement de ce dernier entre les instants $k-1$ et k

La séquence $\{\underline{w}_k\}$, appelée « bruit de l'état », est un bruit blanc de distribution gaussienne de moyenne nulle et de matrice de variance-covariance définie par :

$$E[\mathbf{w}_k \cdot \mathbf{w}_k^T] = \mathbf{Q}_k$$

où E est un opérateur de l'espérance mathématique.

L'état de ce système est observé par n mesures $\mathbf{z}_k = \mathbf{z}(t_k)$ liées à l'état \mathbf{x}_k par l'équation d'observation qui caractérise le modèle de mesure et qui est donnée par, [Labarrere, 1993] :

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{H}_k \cdot \mathbf{x}_k + \mathbf{e}_k \quad \text{II.20}$$

où :

\mathbf{z}_k : la mesure de dimension $(n \times 1)$ à l'instant t_k

\mathbf{H}_k : la matrice de configuration de dimension $(n \times m)$

$\{\mathbf{e}_k\}$: un bruit blanc gaussien de moyenne nulle et de matrice de variance-covariance :

$$E[\mathbf{e}_k \cdot \mathbf{e}_k^T] = \mathbf{R}_k$$

II.7.1.2- Algorithme du filtre de Kalman

Soit $\hat{\mathbf{x}}_k$ représente l'estimé du vecteur d'état \mathbf{x}_k à l'instant t_k . L'erreur de l'estimation est l'erreur sur cet estimé, c'est-à-dire $\mathbf{dx} = \mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k$, de matrice de variance-covariance donnée comme suit :

$$\mathbf{P}_k = E[\mathbf{dx} \cdot \mathbf{dx}^T] = E[(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k) \cdot (\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k)^T] \quad \text{II.21}$$

Le filtre de Kalman utilise le modèle dynamique pour exécuter la propagation du vecteur d'état estimé entre les différentes mesures en utilisant la matrice de transition de l'état et la matrice de variance-covariance de bruit de l'état. Les propagations se font par les équations suivantes :

$$\hat{\mathbf{x}}_k(-) = \mathbf{F}_{k-1,k} \cdot \hat{\mathbf{x}}_{k-1}(+) \quad \text{II.22a}$$

$$\mathbf{P}_k(-) = \mathbf{F}_{k-1,k} \cdot \mathbf{P}_{k-1}(+) \cdot \mathbf{F}_{k-1,k}^T + \mathbf{Q}_k \quad \text{II.22b}$$

Pour cette étape, dite de prédiction, le calcul du vecteur d'état prévu et sa précision dépend de l'information de l'instant précédent.

Ensuite, le filtre de Kalman incorpore les mesures, quant elles sont disponibles, dans l'estimé de l'état, c'est ce qu'on appelle la mise à jour du vecteur d'état. Ce dernier est mis à jour par l'équation suivante :

$$\hat{\mathbf{x}}_k(+) = \hat{\mathbf{x}}_k(-) + \mathbf{G}_k \cdot [\mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \cdot \hat{\mathbf{x}}_k(-)] \quad \text{II.23}$$

La quantité $\mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \cdot \hat{\mathbf{x}}_k(-)$ est le résidu à posteriori, ou l'innovation, qui est un bruit blanc non stationnaire de moyenne nulle et de variance $\mathbf{H}_k \cdot \mathbf{P}_k(-) \cdot \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k$. La matrice \mathbf{G}_k est le gain de Kalman donné par :

$$\mathbf{G}_k = \mathbf{P}_k(-) \cdot \mathbf{H}_k^T \cdot [\mathbf{H}_k \cdot \mathbf{P}_k(-) \cdot \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k]^{-1} \quad \text{II.24}$$

La matrice de variance-covariance peut être directement dérivée des équations II.20, II.21 et II.23 :

$$P_k(+) = [I - G_k \cdot H_k] \cdot P_k(-) \cdot [I - G_k \cdot H_k]^T + G_k \cdot R_k \cdot G_k^T \quad \text{II.25}$$

et en utilisant la définition du gain de Kalman, l'équation II.25 devient :

$$P_k(+) = [I - G_k \cdot H_k] \cdot P_k(-) \quad \text{II.26}$$

Dans les équations ci-dessus, la notation (-) est adjointe à une variable pour signifier que cette variable est estimée au temps de mesure avant que la mesure ne soit incorporée, tandis que la notation (+) est adjointe à une variable pour signifier l'estimation au temps de mesure immédiatement après que la mesure soit incorporée.

II.7.1.3-Discussion des paramètres du filtre de Kalman

L'algorithme explicité en haut est bien un algorithme récursif dont il exige certaines valeurs initiales pour être lancé. D'après le système d'équations II.22, on a besoin des valeurs de \hat{x}_0 et de P_0 à l'instant t_0 . Dans la plupart des cas, le choix de ces valeurs initiales est de mettre, [Lennart L. and Torsten S., 1983] :

$$\hat{x}_0 = 0$$

$$P_0 = c \times I_m$$

avec I_m la matrice unité de dimension ($m \times m$) et c une constante arbitraire choisie grande pour assurer la convergence du filtre.

Théoriquement, les matrices de variances-covariances intervenant dans le calcul du filtre sont symétriques et semi-positives définies. Du fait des imprécisions du calcul, ces caractères peuvent être perdus. Pour maintenir le caractère semi-positif et la symétrie de ces matrices et donc pour améliorer la précision et assurer la stabilité du filtre, plusieurs techniques sont utilisées permettant de factoriser les matrices de variances-covariances. Parmi ces techniques on trouve la technique U-D qui permet de décomposer la matrice de variance-covariance P sous la forme :

$$P = U \times D \times U^T$$

où D est une matrice diagonale, U une matrice triangulaire supérieure dont les éléments diagonaux sont égaux à l'unité et U^T sa matrice transposée.

L'algorithme de la factorisation U-D est bien expliqué dans la référence [Labarrere M. et Kief J. P., 1993].

II.7.1.4-Stabilité du filtre de KALMAN

L'étude de la stabilité de la solution du filtre de Kalman est fonction de la matrice de variance-covariance $P_k(+)$ de l'état du système qui doit être symétrique et semi positive définie.

Si la matrice $P_k(+)$ converge vers une valeur limite P_s quand $t \rightarrow \infty$, c'est-à-dire :

$$\lim_{k \rightarrow \infty} P_k = P_s$$

alors la solution limite P_s doit satisfaire l'équation II.26.

En remplaçant $P_k(-)$ par l'équation II.22b et $P_k(+)$ par $P_{k-1}(+)$, on trouve :

$$P_s - [I - G_k H_k] F_{k-1,k} P_s F_{k-1,k}^T - Q_{k-1} = 0$$

Si on reprend l'équation II.23 en remplaçant $\hat{x}_k(-)$ par l'équation II.22a, on aura :

$$\begin{aligned} \hat{x}_k(+) &= [F_{k-1,k} - G_k H_k] \hat{x}_{k-1}(+) + G_k z_k \\ &= \bar{F}_{k-1,k} \hat{x}_{k-1}(+) + G_k z_k \end{aligned}$$

d'où une nouvelle matrice de transition correspondante $\bar{F}_{k-1,k} = F_{k-1,k} - G_k H_k$ telle que :

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \bar{F}_{k-1,k} = F_s$$

$$k \rightarrow \infty$$

et la solution réelle symétrique semi-positive définie de P est dite stable si la matrice de transition correspondante $\bar{F}_{k-1,k}$ a des valeurs propres tous inférieures à l'unité.

II.7.2-Le filtre de Kalman pour le système GPS

Dans le cas où un récepteur GPS cherche à déterminer sa position en se basant sur la mesure des pseudo-distances, l'équation II.14 est utilisée en tenant compte du bruit de mesure. Cette équation à un instant t s'écrit comme suit :

$$PR^i(t) = \rho^i(t) + c \times [\Delta T(t) - \Delta \tau^i(t)] + I^i(t) + T^i(t) + E^i(t) + e(t) \quad \text{II.27}$$

où :

$PR^i(t)$: pseudo-distance entre le récepteur et le satellite i (en mètres)

$\rho^i(t)$: distance réelle entre le récepteur de coordonnées (x, y, z) et le satellite i de coordonnées (X, Y, Z) , telle que

$$\rho^i(t) = \sqrt{(X-x)^2 + (Y-y)^2 + (Z-z)^2}$$

$\Delta T(t)$: décalage d'horloge récepteur (en sec)

$\Delta \tau^i(t)$: décalage d'horloge satellite (en sec)

$I^i(t)$: correction ionosphérique (en mètres)

$T^i(t)$: correction troposphérique (en mètres)

$E^i(t)$: erreurs sur les éphémérides des satellites (en mètres)

$e(t)$: bruit de mesure (en mètres)

Avec quatre mesures de pseudo-distance, on aura quatre équations quadratiques simultanément avec quatre inconnues : la position (x, y, z) et le décalage d'horloge ΔT du récepteur utilisateur.

Le modèle du filtre de Kalman concernant la mesure de pseudo-distance sera détaillé dans la partie B.

III-LE SYSTEME GPS DIFFERENTIEL (DGPS)

III.1-NECESSITE DU SYSTEME DGPS

Le système GPS est aujourd'hui et restera le système de navigation par excellence. Bien qu'il est actuellement le système le plus précis, le positionnement GPS est soumis à un certain nombre d'erreurs importantes (orbitographie et horloge de bord du satellite, atmosphère, bruit de mesure,...). Le message transmis dans le signal GPS contient des données de correction qui réduisent l'effet de quelques erreurs, ce qui résulte une meilleure précision de navigation comparée avec celle des autres systèmes de navigation à infrastructure terrestre.

Les exigences de l'aviation civile figurent dans le tableau III.1. Ces exigences sont fonctions de la phase de vol dont on trouve cinq phases, [Rajan J., 1999] :

- Navigation en route océanique
- Navigation en route continentale
- Zone terminale
- Approche de non précision
- Approche de précision et atterrissage

	Précision	Délai d'alarme
Route océanique	23 km	120 sec
Route continentale	3 km	60 sec
Zone terminale	2 km	15 sec
Approche de précision	500 m	10 sec

Tableau III.1 : Exigences de l'aviation civile en mode absolu

L'utilisation du GPS comme moyen unique de positionnement et de navigation ne peut pas satisfaire les besoins de l'aviation civile et en particulier la navigation aux abords (approche et atterrissage). Le problème d'intégrité, de disponibilité, de continuité et de précision se pose tout le temps.

Pour pallier les insuffisances du système, différents concepts existent dont on trouve ceux qui reposent sur une solution autonome et interne qui consiste à utiliser des redondances existant à bord, c'est le cas de RAIM et AAIM, et ceux qui reposent sur une solution centrale et externe qui consiste à créer un système de diffusion de l'état des satellites GPS, c'est le cas du GPS différentiel (DGPS) et de pseudo-lites (ou pseudo-satellites).

La technique DGPS exploite la nature corrélée des erreurs pour améliorer la précision de la navigation. L'administration fédérale de l'aviation F.A.A a proposé deux augmentations : le DGPS utilisé dans des zones locales (LADGPS) et le DGPS utilisé dans des zones étendues (WADGPS).

III.2-PRINCIPE GENERAL ET PERFORMANCES DU DGPS

Le principe du positionnement par DGPS consiste à utiliser deux récepteurs GPS observant en même temps les mêmes satellites GPS: un récepteur de référence et un récepteur mobile.

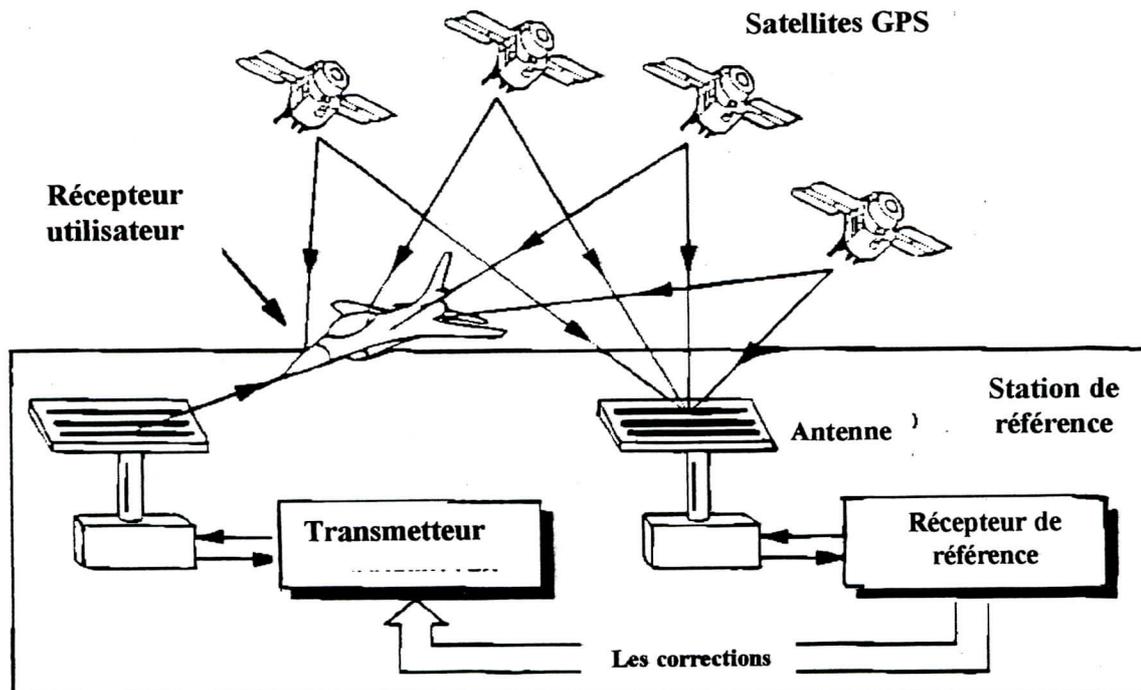


Fig.III.1 : Principe général du système DGPS

Le récepteur de référence (de position connue) compare la distance théorique, calculée à partir de la position connue du récepteur et la position connue du satellite, avec la distance mesurée. La position du satellite est obtenue à partir des éphémérides contenues dans le message satellitaire. Cette comparaison des deux distances nous donne ce qu'on appelle les corrections différentielles.

Les corrections différentielles représentent en fait tous les paramètres d'erreurs: les erreurs d'horloge et d'orbite du satellite, les retards dus au passage des signaux à travers la troposphère et l'ionosphère, Le DGPS permet d'améliorer la précision du positionnement des récepteurs GPS en réduisant ces erreurs.

La précision résultée est mieux que 5 mètres dépendant de la distance à la station de référence et de la qualité des corrections différentielles (c-à-d, la nature de l'algorithme utilisé pour les calculer).

Le tableau III.2 résume toutes les sources d'erreurs liées au GPS et les améliorations portées par le système DGPS, [28].

Segments	Erreur	Mode naturel (m)	Mode différentiel (m)	
			Proche	Au loin
Spatial	Stabilité de sous système de NAV et horloge	6,5	0,0	0,0
	Prédictions des perturbations de SV	2,0	0,0	0,0
	Autres	1,0	1,0	1,0
Contrôle	Mise en-oeuvre du modèle de prédiction d'éphémérides	8,2	0,0	0,0
	Autres	1,8	1,8	1,8
Utilisateur (code P(Y))	Compensation de délais ionosphériques	4,5	0,0	4,5
	Compensation de délais troposphériques	3,9	0,0	3,9
	Bruit et résolution du récepteur	2,9	4,1	4,1
	Multi- trajets	2,4	3,4	3,4
	Autres	1,0	1,0	1,0
r.s.s		13,0	5,8	8,3

Tableau III.2 : Bilan d'erreurs PPS/DGPS

Le bilan d'erreurs montre que les principales sources d'erreurs de distance dues aux segments spatial et de contrôle sont éliminées par le système DGPS.

Les erreurs atmosphériques peuvent être éliminées si l'utilisateur est proche de la station de référence ; mais s'il est loin de la référence (plus de 250 km), il doit employer des modèles de correction des délais atmosphériques pour obtenir de meilleurs résultats.

Le tableau III.2 montre aussi comment les erreurs de bruit et d'interférences multitrajets du récepteur de référence sont incluses dans les corrections différentielles et devenues une partie du bilan d'erreur de l'utilisateur.

III.3-TRANSMISSION DES CORRECTIONS DIFFERENTIELLES

Une fois que les corrections différentielles sont calculées à la station de référence, elles devront être transmises vers l'utilisateur pour que ce dernier corrige sa position en temps réel.

La transmission de ces corrections différentielles se fait selon un format standard. Le format standard accepté pour le SPS/DGPS a été développé par les services RTCM-SC-104 (**R**adio **T**echnical **C**ommission for **M**aritime **S**ervices-**S**pecial **C**ommittee). Les normes de DGPS sont aussi développées par RTCA (**R**adio **T**echnical **C**ommission for **A**eronautics) pour l'approche de précision catégorie I. Et pour pouvoir utiliser les

corrections DGPS, les utilisateurs doivent posséder un récepteur GPS capable d'incorporer les données de corrections DGPS au format RTCM-SC 104 ou au format fourni par des stations utilisant d'autres formats.

Le positionnement en temps réel nécessite une liaison radioélectrique. La figure III.2 représente une solution considérée pour appliquer les corrections DGPS. Un modem radio transmet les informations de corrections issues de la base DGPS aux récepteurs GPS eux même équipés d'un modem radio (Ces signaux de corrections sont de format RTCM).

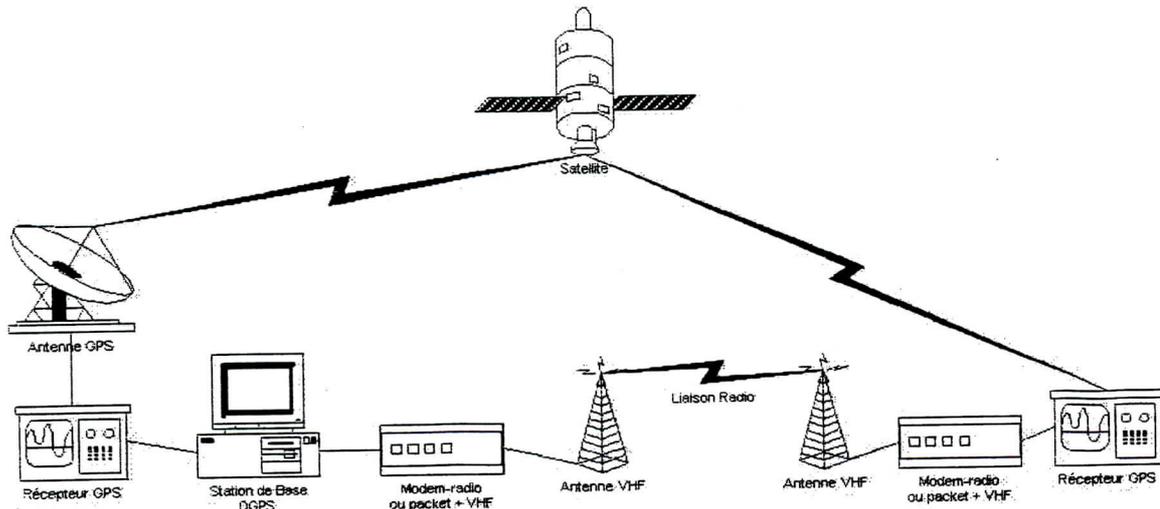


Fig.III.2 : Liaison de communication DGPS

Ce type de liaison est assez lourd à gérer car il nécessite une installation plutôt complexe : modem-radio ou modem-packet + radio (VHF) + antenne à chaque extrémité de la liaison (coté station et coté récepteur utilisateur). Les liaisons modem-radio ayant un rayon d'action limité (de 3 à 100 km suivant la puissance des émetteurs et le gain des antennes), il faut parfois se rabattre sur une solution packet-radio basée sur un émetteur/récepteur HF nécessitant des aériens (antennes) volumineux et peu transportables.

Une autre solution qui se base sur les liaisons par satellite est aussi considérée. Ces liaisons permettent une utilisation des corrections à plusieurs milliers de kilomètres mais, à ces distances, la détérioration des orbites et les effets de la propagation ionosphérique différents entre la station de référence et le mobile ne sont plus négligeables.

III.4-SERVICES DGPS TEMPS REEL

Deux services DGPS en temps réel sont désignés : le service LADGPS (Local Area Differential GPS) et le service WADGPS (Wide Area Differential GPS).

III.4.1-Le LADGPS

La technique LADGPS se base sur l'utilisation d'une seule station de référence dont on connaît les coordonnées (ex. aéroport). Le calcul de l'erreur sur la mesure de code, par

soustraction de la distance calculée de la distance mesurée, détermine la correction différentielle scalaire qui est formatée suivant le format RTCM et ensuite transmise à tous les utilisateurs.

Cette procédure différentielle est relativement simple, mais présente un grand désavantage : la précision est dégradée avec la distance à la station de référence. Cela est dû à la différence augmentée des erreurs d'éphémérides, atmosphériques et d'interférences entre la station de référence et l'utilisateur.

Pour cette raison, le LADGPS est exploité uniquement par les utilisateurs se trouvant dans les environs de la station de référence, et spécialement utilisé pour satisfaire les exigences de l'aviation civile demandées à l'approche de précision et l'atterrissage.

III.4.2-Le WADGPS

Le WADGPS est une technique qui a été développée pour atteindre une précision similaire sur des zones étendues (ex. zones continentales) en utilisant un réseau de stations de référence séparées par des distances variées entre 500 km et 1000 km.

Les fondements de cette technique consistent dans une décomposition des sources d'erreurs du système GPS et, par l'application des modèles adéquats, de décrire les erreurs par une correction vectorielle.

Les systèmes WADGPS transmettent les modèles des erreurs vers l'utilisateur qui les recombine dans une correction scalaire applicable à chaque mesure de pseudo-distance. L'avantage de cette approche vectorielle est la possibilité de modéliser la décorrélation des sources d'erreur.

Les types d'erreurs modélisés par le WADGPS sont : l'horloge de bord du satellite, les éphémérides du satellite, le retard ionosphérique et les erreurs locales (retard troposphérique, les interférences multitrajets, le bruit et les retards électroniques du récepteur). Des modèles analytiques modélisent les erreurs locales ; tandis que pour les erreurs d'horloge et d'éphémérides du satellite ainsi que le retard ionosphérique, des modèles stochastiques déterminent le meilleur estimateur de ces erreurs en se basant sur les mesures obtenues par le réseau de stations de référence. Ces modèles d'erreurs sont formatés suivant le format RTCA. Les corrections différentielles de WADGPS sont transmises suivant des satellites de télécommunication géostationnaires (GEO). Ces GEOs remplissent les fonctions suivantes :

- La transmission d'un message d'intégrité informant l'utilisateur du bon fonctionnement du système.
- L'augmentation de la disponibilité du système en fonctionnant comme un satellite GPS supplémentaire. Le GEO transmet un signal L_1 modulé par un code C/A.

III.5-LE DGPS EN ALGERIE

Les stations DGPS en Algérie sont acquises par l'Office National de Signalisation Maritimes (ONSM) et mises en service par le Centre National des Techniques Spatiales

(CNTS). Ces stations permettent d'assurer une couverture optimale le long des côtes Algériennes et du bassin Sud de la Méditerranée Occidentale.

Le réseau de stations d'émission DGPS est composé de trois stations qui sont :

- Station de Cap Falcon à l'Ouest (Oran)
- Station de Cap Caxine au centre (Alger)
- Station de Rabta à l'Est (Jijel)

Elles sont implantées géographiquement comme l'indique la figure III.3, [Kahlouche S., Zeggai A., Ayouaz A,,1999]

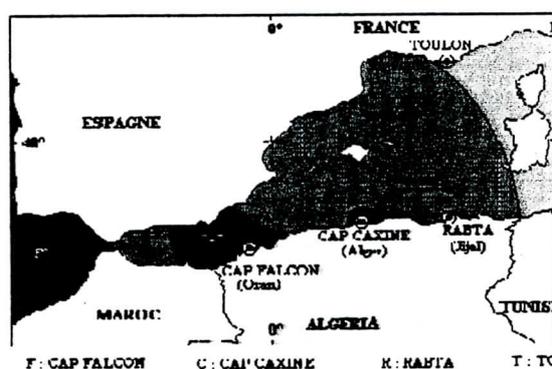


Fig.III.3 : Couverture des stations côtières Algériennes

Les deux stations de Cap Falcon et de Rabta sont des stations de longue portée (jusqu'à 800 km) dont la puissance rayonnée est de 100 watts, tandis que la station de Cap Caxine est une station mobile de courte portée (50 km) dont la puissance rayonnée est de 8 watts.

L'utilisation des stations émettrices longues portée permet, à partir des corrections différentielles reçues, une précision de positionnement en temps réel (toutes les 0,6 sec) de 2 à 5 mètres en Méditerranée Occidentale.

Pour que les stations DGPS précédentes soient opérationnelles, il est nécessaire de déterminer leur position dans le référentiel WGS-84 à mieux que 5 mètres. Pour cela, une configuration a été faite par observation des lignes de base en utilisant un point (Douera-AAG008) appartenant au réseau ADOS (African Doppler Survey) comme point de départ d'un réseau d'appui GPS dans lequel sont insérées les stations différentielles. Lorsque les campagnes d'observations ont été menées avec des récepteurs bifréquence Ashtech Z-XII, une précision centimétrique a été fournie.

Une nouvelle configuration du réseau ONSM a été effectuée à partir d'un réseau absolu précis déterminé dans le système WGS-84 et appuyé sur le réseau TYRGEONET (TYRhenian GEOdetic NETwork) établi dans le cadre d'une étude géodynamique

régionale sur la Méditerranée, [Kahlouche S., Zeggai A...., 1998]. La précision fournie est d'environ 2 cm.

Cependant, les exploitations des données DGPS dans le système local (Nord-Sahara), qui est la base du système cartographique en vigueur et dont lesquels les résultats des travaux maritimes doivent être exprimés, nécessitent la mise en œuvre de la méthode de transformation locale par lignes géodésiques et de disposer d'un réseau d'appui précis.

III.6-EXIGENCES DU TRANSPORT AERIEN :

Les systèmes DGPS ont exigé les performances illustrées dans le tableau III.3 ci-dessous, [Rajan J., 1999].

Catégorie du Transport aérien	Précision (2drms)	Délai d'alarme	Disponibilité	Hauteur de couverture
Route océanique	5 km	30 sec	99,977%	8400-12200 m
Route continentale	1 km	10 sec	99,977%	150-18300 m
Zone terminale	500 m	10 sec	99,977%	150- 5500 m
Approche de non précision et atterrissage	100 m	10 sec	99,977%	75-900 m
Approche de précision et atterrissage Cat. I	Horiz. : 17,1m Vert. : 4,1 m	6 sec	99,999%	30-900 m
Approche de précision et atterrissage Cat. II	Horiz. : 5,2 m Vert. : 1,7 m	2 sec	99,999%	15-900 m
Approche de précision et atterrissage Cat. III	Horiz. : 4,1m Vert. : 0,6 m	2 sec	99,999%	0-900 m

Tableau III.3: Exigences du transport aérien en mode différentiel

La précision du DGPS dépend de la distance utilisateur-référence. Le FAA exige une précision de 1000 mètres seulement pour la navigation en route continentale, et une précision de 4,1 mètres en horizontal et 0,6 mètres en vertical pour l'approche de précision et atterrissage Cat. III.

Pour satisfaire toutes les exigences de positionnement pour les phases de vol de l'océan jusqu'à l'approche de précision Cat. I, le WADGPS est utilisé. Cela nécessite une constellation courante de 24 satellites GPS et quatre GEOs.

Le LADGPS est destiné pour supporter les exigences de l'approche de précision Cat. II et Cat. III et de fournir une disponibilité meilleure que le WADGPS pour l'approche de

précision Cat. I. La configuration de LADGPS est basée sur la constellation de 30 satellites GPS ou une constellation de 24 satellites GPS et quatre GEOs.

Pour améliorer la géométrie locale, certains aéroports nécessitent l'utilisation des pseudo-lites (APLs). La figure III.4 montre une architecture proposée d'un aéroport pour les éléments de LADGPS. Cette architecture utilise deux APLs aux fins opposées d'une piste d'atterrissage pour maximiser les performances.

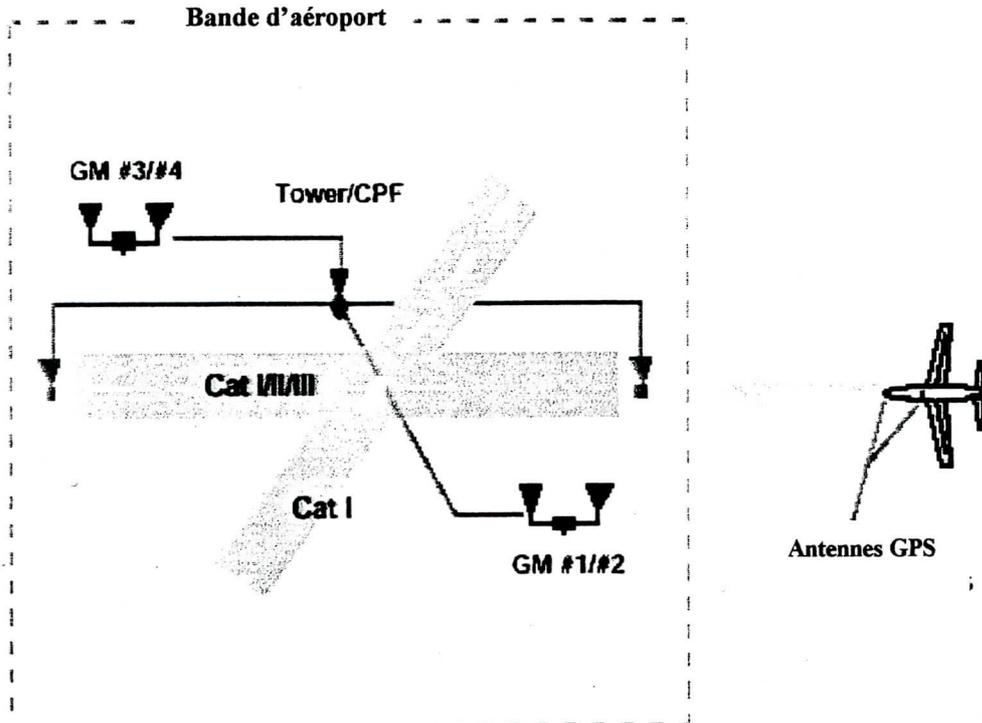


Fig.III.4 : Architecture de LADGPS+APLs

PARTIE B

NAVSTAR



GLOBAL POSITIONING
SYSTEM

PARTIE B : APPLICATION DU SYSTEME GPS DIFFERENTIEL (DGPS) POUR LE POSITIONNEMENT

La précision du positionnement absolu d'un avion par la corrélation des codes avec le système GPS est influencée, par plusieurs sources d'erreurs (Partie A). La corrélation spatiale de ces sources d'erreurs offre à l'utilisateur du système GPS la possibilité de réduire l'influence de ces erreurs sur la détermination de la solution de navigation. Le DGPS accroît la précision du positionnement par application de corrections différentielles calculées sur la station de référence.

Dans cette partie, deux applications sont présentées : le calcul des corrections différentielles des satellites visibles, et l'incorporation de ces corrections différentielles dans le calcul de la solution de position du récepteur mobile.

IV-ALGORITHME DU CALCUL DES CORRECTIONS DIFFERENTIELLES

De nombreux algorithmes sont développés pour calculer les corrections différentielles. L'algorithme utilisé dans notre travail est celui qui porte sur des paramètres que l'on ne peut pas mesurer directement. Ces paramètres regroupent les erreurs d'horloges récepteur-satellite, les erreurs atmosphériques et les erreurs d'éphémérides. Les corrections différentielles dans ce cas constituent ce qu'on appelle les paramètres d'état. Ce type d'algorithme définit ou contient la charge stochastique ou aléatoire du modèle. L'utilisation du filtre de Kalman permet le calcul par compensation de ces corrections.

Dans ce qui suit, seule la mesure du code qui est modélisée dans le cas d'un récepteur mono-fréquence. L'annexe A détaille l'algorithme basé sur les deux types de mesures : mesure du code et mesure de la phase.

IV.1-MODELISATION DE LA MESURE DE PSEUDO-DISTANCE

La pseudo-distance entre le récepteur de la station de référence de coordonnées cartésiennes connues ($x_{Réf}$, $y_{Réf}$, $z_{Réf}$) et un satellite visible de coordonnées cartésiennes (X , Y , Z), calculées à partir du message de navigation, est modélisée à l'instant t_k par l'équation suivante, [Wells D, 1986] :

$$PR_k = \rho_k + c \times (\Delta T_k - \Delta \tau_k) + T_k + I_k + E_k + e_k \quad \text{IV.1}$$

avec :

- k : indice représentant l'instant t_k
- PR_k : pseudo-distance mesurée par le code (en mètres)
- ρ_k : distance réelle calculée (en mètres)
- c : vitesse de transmission (en m/sec)

ΔT_k : décalage d'horloge récepteur (en sec)

$\Delta \tau_k$: décalage d'horloge satellite (en sec)

T_k : correction troposphérique (en mètres)

I_k : correction ionosphérique (en mètres)

E_k : erreur sur les éphémérides du satellite (en mètres)

e_k : bruit de mesure du code (en mètres)

Le numéro i du satellite n'apparaît pas sur l'équation IV.1 parce que le calcul de la correction différentielle se fait à chaque fois pour un seul satellite.

La distance réelle ρ_k est donnée par l'expression suivante :

$$\rho_k = \sqrt{(X - x_{\text{Réf}})^2 + (Y - y_{\text{Réf}})^2 + (Z - z_{\text{Réf}})^2}$$

Le terme d'horloge du satellite $\Delta \tau_k$ est calculé à partir du contenu de message de navigation du satellite tel qu'il est donné au paragraphe II.5.3.2.2 de la partie A. Mais, ce message satellitaire ne nous permet que de calculer une valeur approchée $\delta \tau_k^0$ de $\Delta \tau_k$, [Jin X.X, 1997], et la correction à apporter à $\delta \tau_k^0$ sera notée δt_k , c'est-à-dire :

$$\Delta \tau_k = \delta \tau_k^0 + \delta t_k \quad \text{IV.2}$$

L'équation IV.1 peut se mettre sous la forme suivante, en tenant compte de l'équation IV.2 :

$$PR_k - \rho_k + c \times \delta \tau_k^0 = c \times (\Delta T_k - \delta t_k) + T_k + I_k + E_k + e_k \quad \text{IV.3}$$

dont le premier membre ne contient que des termes connus.

Par définition, la correction différentielle à l'instant t_k , notée ∇_k , regroupe toutes les sources d'erreurs GPS. Elle aura l'expression suivante, [Jin X.X, 1997] :

$$\nabla_k = c \times (\Delta T_k - \delta t_k) + T_k + I_k + E_k \quad \text{IV.4}$$

En remplaçant cette dernière équation dans l'équation IV.3, on trouve :

$$PR_k - \rho_k + c \times \delta \tau_k^0 = \nabla_k + e_k \quad \text{IV.5}$$

IV.2-DEVELOPPEMENT DU FILTRE DE KALMAN

Le filtre de Kalman permet l'estimation récursive des corrections différentielles ∇_k en se basant sur les deux modèles : le modèle stochastique qui définit la relation liant les paramètres d'état aux mesures effectuées par le récepteur, et le modèle dynamique qui décrit la variation de ces paramètres avec le temps.

Les deux relations constituant le point de départ de la technique de filtrage, de prédiction et de compensation de mesures (filtre de Kalman), sont respectivement les suivantes :

$$\begin{cases} z_k = H_k \cdot \underline{x}_k + e_k \\ \underline{x}_k = F_{k-1,k} \cdot \underline{x}_{k-1} + \underline{w}_k \end{cases} \quad \text{IV.6}$$

avec :

z_k : la mesure

\underline{x}_k : le vecteur d'état de dimension m

H_k : la matrice de configuration de dimension (1×m)

$F_{k-1,k}$: la matrice de transition de dimension (m×m)

Les deux termes e_k et \underline{w}_k sont le bruit de mesure et le vecteur bruit d'état qui sont caractérisés par une moyenne nulle et une matrice de variance-covariance R_k et Q_k respectivement. La matrice Q_k de dimension (m×m) sera définie plus loin.

Si on suppose que toutes les mesures sont indépendantes d'un satellite à un autre et qu'elles sont entachées de la même erreur σ_0 , la matrice de variance pour n satellites visibles est :

$$R_k = \sigma_0^2 \times I_n$$

avec I_n la matrice unité de dimension n

Pour un seul satellite dont on calcule la correction différentielle, on a : $R_k = \sigma_0^2$

Le modèle dynamique introduit de façon naturelle comme étant une approximation mathématique d'une réalité physique. La réalité physique s'exprime au travers de corrections différentielles, de leurs dérivées premières et secondaires, formant l'ensemble des composantes du vecteur \underline{x}_k .

L'approximation mathématique est celle d'un développement limité que l'on arrête à un ordre correspondant à la nature des quantités physiques que l'on veut déterminer (ici, ordre deux, correspondant à une accélération de la correction différentielle).

Le vecteur \underline{x}_k aura donc les composantes suivantes :

$$\underline{x}_k = [\nabla_k, \dot{\nabla}_k, \ddot{\nabla}_k]^T$$

où $\dot{\nabla}_k$ et $\ddot{\nabla}_k$ sont respectivement les dérivées première (appelée taux de correction) et seconde de la correction ∇_k et T le transposé.

IV.2.1-Développement du modèle stochastique

Le modèle stochastique de notre système (équation IV.5), avec les nouvelles composantes du vecteur \underline{x}_k , peut s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$PR_k - \rho_k + c \times \delta\tau_k^0 = [1 \quad 0 \quad 0] \times \begin{pmatrix} \nabla \\ \dot{\nabla} \\ \ddot{\nabla} \end{pmatrix}_k + e_k \quad \text{IV.7}$$

qui est équivalent à la forme :

$$z_k = H_k \cdot \underline{x}_k + e_k$$

où :

$$z_k = PR_k - \rho_k + c \times \delta \tau_k^0$$

$$H_k = [1 \ 0 \ 0]$$

$$\underline{x}_k = [\nabla_k, \dot{\nabla}_k, \ddot{\nabla}_k]^T$$

IV.2.2-Développement du modèle dynamique

L'objectif de ce paragraphe est d'établir une relation qui s'avèrera être absolument intéressante entre les composantes du vecteur \underline{x} prises à l'instant t_k et les composantes du même vecteur prises à l'instant t_{k-1} .

Pour ce faire, on considère deux mesures aux instants t_k et t_{k-1} pour la première composante du vecteur \underline{x} (∇_k et ∇_{k-1}), et un développement limité à l'ordre deux au voisinage de t_{k-1} appliqué à cette composante nous donne :

$$\nabla_k = \nabla_{k-1} + \Delta t_k \times \dot{\nabla}_{k-1} + \frac{\Delta t_k^2}{2!} \ddot{\nabla}_{k-1} + w_{1k} \quad \text{IV.8}$$

avec $\Delta t_k = t_k - t_{k-1}$

De même, on applique un développement limité à l'ordre un à la deuxième composante $\dot{\nabla}_k$ et à l'ordre zéro à la troisième composante $\ddot{\nabla}_k$, on aura :

$$\dot{\nabla}_k = \dot{\nabla}_{k-1} + \Delta t_k \times \ddot{\nabla}_{k-1} + w_{2k} \quad \text{IV.9}$$

$$\ddot{\nabla}_k = \ddot{\nabla}_{k-1} + w_{3k} \quad \text{IV.10}$$

On rassemble les équations IV.8, IV.9 et IV.10 sous la forme matricielle suivante, [Mertikas S. P. and Rizos C. 1996] :

$$\begin{bmatrix} \nabla \\ \dot{\nabla} \\ \ddot{\nabla} \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t_k & \frac{\Delta t_k^2}{2} \\ 0 & 1 & \Delta t_k \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \nabla \\ \dot{\nabla} \\ \ddot{\nabla} \end{bmatrix}_{k-1} + \underline{w}_k \quad \text{IV.11}$$

En comparant cette forme avec celle de la relation du modèle dynamique (deuxième relation de IV.6), on déduit que la matrice de transition $F_{k-1,k}$ a la forme suivante :

$$F_{k-1,k} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t_k & \frac{\Delta t_k^2}{2} \\ 0 & 1 & \Delta t_k \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ainsi, le vecteur bruit d'état \underline{w}_k regroupe les trois résidus :

$$\underline{w}_k = [w_{1k}, w_{2k}, w_{3k}]^T$$

IV.2.2.1-Expression des composantes du bruit d'état

On refait un développement limité au voisinage de t_{k-1} pour la première composante ∇_k mais cette fois-ci à l'ordre trois :

$$\nabla_k = \nabla_{k-1} + \Delta t_k \times \dot{\nabla}_{k-1} + \frac{\Delta t_k^2}{2!} \times \ddot{\nabla}_{k-1} + \frac{\Delta t_k^3}{3!} \times \dddot{\nabla}_{k-1} + w_{1k} \quad \text{IV.12}$$

De même, un développement à l'ordre deux et un développement à l'ordre un pour les deux composantes $\dot{\nabla}_k$ et $\ddot{\nabla}_k$ respectivement donnent :

$$\dot{\nabla}_k = \dot{\nabla}_{k-1} + \Delta t_k \times \ddot{\nabla}_{k-1} + \frac{\Delta t_k^2}{2!} \times \dddot{\nabla}_{k-1} + w_{2k} \quad \text{IV.13}$$

$$\ddot{\nabla}_k = \ddot{\nabla}_{k-1} + \Delta t_k \times \dddot{\nabla}_{k-1} + w_{3k} \quad \text{IV.14}$$

En identifiant ces termes avec les mêmes termes de types de développements précédents (équations IV.8, IV.9 et IV.10), les composantes du vecteur \underline{w}_k sont alors les suivantes, [Mertikas S. P. and Rizos C. 1996] :

$$\underline{w}_k = \begin{cases} w_{1k} = \frac{\Delta t_k^3}{6} \times \dddot{\nabla}_{k-1} + w_{1k} \\ w_{2k} = \frac{\Delta t_k^2}{2} \times \ddot{\nabla}_{k-1} + w_{2k} \\ w_{3k} = \Delta t_k \times \dot{\nabla}_{k-1} + w_{3k} \end{cases} \quad \text{IV.15}$$

IV.2.2.2-Précision du bruit d'état

Le système d'équations IV.15 nous permet de calculer les variances des composantes du vecteur \underline{w}_k et les covariances entre ces mêmes composantes en se basant sur les relations relatives aux matrices de dispersion, si l'on admet que la variance n'est rien d'autre qu'une représentation d'une dispersion autour d'une valeur centrale (moyenne arithmétique).

On rappelle, dans le cas où on a p quantités aléatoires x_1, x_2, \dots, x_p de dimension m et p constantes fixes A_1, A_2, \dots, A_p , que :

$$D(A_{1 \times 1} + \dots + A_{p \times p}) = \sum A_j^2 \times D(x_j) + 2 \times \sum \sum A_j \times A_i \times C(x_j, x_i)$$

Et lorsque les x_j ne sont pas corrélés et ont la même variance, alors :

$$D(A_{1 \times 1} + \dots + A_{p \times p}) = \sum A_j^2 \times D(x)$$

En reprenant le vecteur d'état \underline{w}_k et en négligeant tous les produits contenant les termes w_{ik} avec $i=1,2,3$, on trouve :

$$\begin{aligned} \text{var}(w_{1k}) &= \frac{\Delta t_k^6}{36} \text{var } \ddot{V} \\ \text{var}(w_{2k}) &= \frac{\Delta t_k^4}{4} \text{var } \ddot{V} \\ \text{var}(w_{3k}) &= \Delta t_k^2 \text{var } \ddot{V} \end{aligned} \quad \text{IV.16}$$

De la même manière, on peut déduire les covariances entre les composantes de \underline{w}_k :

$$\begin{aligned} \text{cov}(w_{1k}, w_{2k}) &= \frac{\Delta t_k^5}{12} \text{var } \ddot{V} \\ \text{cov}(w_{1k}, w_{3k}) &= \frac{\Delta t_k^4}{6} \text{var } \ddot{V} \\ \text{cov}(w_{2k}, w_{3k}) &= \frac{\Delta t_k^3}{2} \text{var } \ddot{V} \end{aligned} \quad \text{IV.17}$$

et la matrice de variance-covariance du vecteur \underline{w}_k prend la forme suivante, [Mertikas S. P. and Rizos C. 1996] :

$$Q_k = \begin{bmatrix} \frac{\Delta t_k^6}{36} & \frac{\Delta t_k^5}{12} & \frac{\Delta t_k^4}{6} \\ \frac{\Delta t_k^5}{12} & \frac{\Delta t_k^4}{4} & \frac{\Delta t_k^3}{2} \\ \frac{\Delta t_k^4}{6} & \frac{\Delta t_k^3}{2} & \Delta t_k^2 \end{bmatrix} \times \text{var}(\ddot{V})$$

qui est équivalente à : $Q_k = Q \times \text{var } \ddot{V}$

V-ALGORITHME DU POSITIONNEMENT PAR DGPS

La qualité du positionnement par le système DGPS est fonction de trois éléments :

- génération des corrections sur la station de référence
- transmission des corrections de la station de référence aux stations mobiles
- calcul des positions des mobiles

Dans le chapitre précédent, on a détaillé l'algorithme utilisé pour générer les corrections sur la station de référence. Ici, on détaillera l'algorithme du calcul des positions tridimensionnelles du mobile, corrigées des erreurs GPS, dans le cas où seules les observations du code sont disponibles.

L'algorithme utilisé pour le positionnement a une structure qui permet de le résoudre en utilisant comme outils le filtre de Kalman tel qu'il est développé dans le chapitre précédent.

V.1-DEVELOPPEMENT DU FILTRE DE KALMAN

V.1.1-Modèle stochastique

La relation d'observation du code à l'instant t_k au niveau du récepteur mobile est la même qu'au niveau du récepteur de référence. L'équation de modélisation dans le cas d'un satellite i visible est réécrite comme suit, [Wells D., 1986]:

$$PR_k^i = \rho_k^i + c \times (\Delta T_k - \Delta \tau_k^i) + T_k^i + I_k^i + E_k^i + e_k \quad V.1$$

avec les mêmes significations des termes utilisés que précédemment.

Le décalage d'horloge $\Delta \tau_k^i$ du satellite i est exprimé en fonction de sa valeur approchée $\delta \tau_k^{0i}$ transmise dans le message d'éphémérides, [JIN X. X, 1997] :

$$\Delta \tau_k^i = \delta \tau_k^{0i} + \delta t_k^i \quad V.2$$

La correction différentielle sur le récepteur mobile, notée ∇_{mk} à l'instant t_k , par rapport au satellite i est par définition donnée par, [JIN X. X, 1997] :

$$\nabla_{mk}^i = c \times (\Delta T_k - \delta t_k^i) + T_k^i + I_k^i + E_k^i \quad V.3$$

Cette correction n'est pas la même que celle calculée sur la station de référence, notée ∇_k , parce qu'on doit tenir compte de la différence des biais d'horloges des deux récepteurs. Cela nous permet d'écrire dans le cas où les deux récepteurs sont proches l'un de l'autre que :

$$\nabla_{mk}^i = \nabla_k^i + c \times dT_k \quad V.4$$

dT_k est le biais d'horloge entre les deux récepteurs, qui est une des inconnues de notre système, et c la vitesse de transmission.

Les équations V.2, V.3 et V.4 nous permettent d'écrire l'équation V.1 comme suit :

$$PR_k^i + c \times \delta\tau_k^{0i} - \nabla_k^i = \rho_k^i + c \times dT_k + e_k \quad V.5$$

La distance réelle ρ_k^i entre le récepteur mobile et le satellite i est donnée à l'instant t_k par :

$$\rho_k^i = \sqrt{(X - x)^2 + (Y - y)^2 + (Z - z)^2}$$

avec (X, Y, Z) les coordonnées connues du satellite i et (x, y, z) les coordonnées du mobile (inconnues du système).

L'équation V.5 devient :

$$PR_k^i + c \times \delta\tau_k^{0i} - \nabla_k^i = \sqrt{(X - x)^2 + (Y - y)^2 + (Z - z)^2} + c \times dT_k + e_k \quad V.6$$

V.1.1.1-Linéarisation du système

L'équation V.6 est une équation non linéaire qu'il faut linéariser pour pouvoir utiliser le filtre de Kalman. Pour ce faire, on considère un point approché de coordonnées (x_0, y_0, z_0) du récepteur mobile, et un développement de Taylor appliqué à la distance ρ_k^i au voisinage de ce point nous donne, [Jin X. X., 1997] :

$$\rho_k^i = \rho_{0k}^i + \frac{\partial \rho_{0k}^i}{\partial x_0} \Delta x_k + \frac{\partial \rho_{0k}^i}{\partial y_0} \Delta y_k + \frac{\partial \rho_{0k}^i}{\partial z_0} \Delta z_k + \dots \quad V.7$$

avec ρ_{0k}^i la distance approchée entre le récepteur et le satellite i qui vaut :

$$\rho_{0k}^i = \sqrt{(X - x_0)^2 + (Y - y_0)^2 + (Z - z_0)^2}$$

et $\Delta x_k, \Delta y_k$ et Δz_k correspondent aux écarts de la position du récepteur.

Les dérivées partielles de l'équation V.7 sont égales à :

$$\frac{\partial \rho_{0k}^i}{\partial x_0} = \frac{-(X - x_0)}{\rho_{0k}^i} \quad V.8a$$

$$\frac{\partial \rho_{0k}^i}{\partial y_0} = \frac{-(Y - y_0)}{\rho_{0k}^i} \quad V.8b$$

$$\frac{\partial \rho_{0k}^i}{\partial z_0} = \frac{-(Z - z_0)}{\rho_{0k}^i} \quad V.8c$$

En remplaçant les équations V.7, V.8a ; V.8b et V.8c dans l'équation V.6, et en arrangeant les termes connus dans le membre gauche, on trouve la forme matricielle suivante :

$$PR_k^i - \rho_{0k}^i + c \times \delta\tau_k^{0i} - \nabla_k^i = \begin{pmatrix} \frac{\partial \rho_{0k}^i}{\partial x_0} & \frac{\partial \rho_{0k}^i}{\partial y_0} & \frac{\partial \rho_{0k}^i}{\partial z_0} & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \Delta x_k \\ \Delta y_k \\ \Delta z_k \\ cdT_k \end{pmatrix} + e_k \quad V.9$$

L'équation linéaire V.9 possède quatre inconnues qui sont les écarts de la position et le biais d'horloge entre les récepteurs, ce qui nécessite la poursuite d'au moins quatre satellites pour obtenir la solution du positionnement.

L'identification de cette équation à la relation du modèle stochastique donne :

$$z_k^i = PR_k^i - \rho_{0k}^i + c \times \delta\tau_k^{0i} - \nabla_k^i : \text{le vecteur d'observations}$$

$$H_k^i = \begin{pmatrix} \frac{\partial \rho_{0k}^i}{\partial x_0} & \frac{\partial \rho_{0k}^i}{\partial y_0} & \frac{\partial \rho_{0k}^i}{\partial z_0} & 1 \end{pmatrix} : \text{la matrice de configuration (ou de la géométrie)}$$

$$\underline{x}_k = (\Delta x_k, \Delta y_k, \Delta z_k, cdT)^T : \text{le vecteur d'état}$$

et l'évolution de la position du mobile s'écrit :

$$x = x_0 + \Delta x_k$$

$$y = y_0 + \Delta y_k$$

$$z = z_0 + \Delta z_k$$

V.1.1.2-Précision de la correction différentielle

Les corrections ∇^i et leurs taux de variation $\dot{\nabla}^i$ transmis vers le récepteur mobile sont estimés à l'instant d'observation du récepteur de référence, noté ici $t_{k'}$, tandis que les corrections à incorporer dans la solution de la position sont à l'instant d'observation t_k du récepteur mobile. Si on admet que les traitements des deux récepteurs se font à un décalage près (i.e $t_k \neq t_{k'}$), alors un développement limité à l'ordre un au voisinage de $t_{k'}$ donne, [Jin X.X., 1997] :

$$\nabla_k^i = \nabla_{k'}^i + (t_k - t_{k'}) \times \dot{\nabla}_{k'}^i + w_k^i \quad V.10$$

La précision de ∇_k^i dépend du terme w_k^i dont l'expression est obtenue par développement à l'ordre deux de ∇_k^i en négligeant les termes d'ordre supérieurs :

$$w_k^i \approx \frac{(t_k - t_{k'})^2}{2} \times \ddot{\nabla}_{k'}^i \quad V.11$$

La correction à incorporer dans l'équation d'observation est la suivante :

$$\nabla_k^i = \nabla_{k'}^i + (t_k - t_{k'}) \times \dot{\nabla}_{k'}^i + \frac{(t_k - t_{k'})^2}{2} \times \ddot{\nabla}_{k'}^i \quad V.12$$

avec $\nabla_{k'}^i$, $\dot{\nabla}_{k'}^i$ et $\ddot{\nabla}_{k'}^i$ ont été estimés sur la station de référence.

La variance de la correction ∇_k^i , notée $\sigma_{\nabla_k^i}^2$, s'obtient en utilisant les critères de l'espérance mathématique, comme suit :

$$\sigma_{\nabla_k^i}^2 = \sigma_{\nabla_{k'}^i}^2 + (t_k - t_{k'})^2 \times \sigma_{\ddot{\nabla}_{k'}^i}^2 + \frac{(t_k - t_{k'})^4}{4} \times \sigma_{\overset{\circ}{\nabla}_{k'}^i}^2 + 2 \times (t_k - t_{k'}) \times \sigma_{\nabla_{k'}^i \overset{\circ}{\nabla}_{k'}^i} \quad \text{V.13}$$

et les variances $\sigma_{\nabla_{k'}^i}^2$, $\sigma_{\ddot{\nabla}_{k'}^i}^2$, $\sigma_{\overset{\circ}{\nabla}_{k'}^i}^2$ et $\sigma_{\nabla_{k'}^i \overset{\circ}{\nabla}_{k'}^i}$ ont été aussi estimées sur la station de référence.

En temps réel, on peut admettre que $t_k = t_{k'}$.

V.1.1.3-Précision des erreurs d'observations

La précision de l'observation $z_k^i = PR_k^i - \rho_{0k}^i + c \times \delta\tau_k^{0i} - \nabla_k^i$ est liée seulement aux précisions de la pseudo-distance PR_k^i et de la correction différentielle ∇_k^i . Les termes ρ_{0k}^i et $c \times \delta\tau_k^{0i}$ sont connus et donc des erreurs et des variances nulles.

Si on désigne par σ_e^i la variance de z_k^i , alors :

$$\sigma_e^i = \sigma_0^2 + \sigma_{\nabla_k^i}^2$$

avec σ_0^2 la variance de l'erreur sur la mesure du code qui est supposée la même pour tous les satellites.

V.1.2-Modèle dynamique

Le modèle dynamique est obtenu par un développement limité à l'ordre un. Dans ce cas, les accélérations des composantes Δx , Δy , Δz et cdT du vecteur \underline{x} sont supposées des bruits blanc de densité spectrale $q_{\ddot{x}}$, $q_{\ddot{y}}$, $q_{\ddot{z}}$ et $q_{\ddot{c}}$ respectivement.

Considérons la première composante Δx , le modèle dynamique se présente comme suit, [Mertikas S. P. and Rizos C. 1996] :

$$\Delta x_k = \Delta x_{k-1} + \Delta t_k \times \Delta \dot{x}_{k-1} + w_k(\Delta x) \quad \text{V.14a}$$

$$\Delta \dot{x}_k = \Delta \dot{x}_{k-1} + w_k(\Delta \dot{x}) \quad \text{V.14b}$$

ce qui est équivalent à la forme :

$$\begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta \dot{x} \end{pmatrix}_k = \begin{pmatrix} 1 & \Delta t_k \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta \dot{x} \end{pmatrix}_{k-1} + \begin{pmatrix} w(\Delta x) \\ w(\Delta \dot{x}) \end{pmatrix}_k \quad \text{V.15a}$$

De même pour les composantes Δy , Δz et cdT :

$$\begin{pmatrix} \Delta y \\ \Delta \dot{y} \end{pmatrix}_k = \begin{pmatrix} 1 & \Delta t_k \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \Delta y \\ \Delta \dot{y} \end{pmatrix}_{k-1} + \begin{pmatrix} w(\Delta y) \\ w(\Delta \dot{y}) \end{pmatrix}_k \quad \text{V.15b}$$

$$\begin{pmatrix} \Delta z \\ \Delta \dot{z} \end{pmatrix}_k = \begin{pmatrix} 1 & \Delta t_k \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \Delta z \\ \Delta \dot{z} \end{pmatrix}_{k-1} + \begin{pmatrix} w(\Delta z) \\ w(\Delta \dot{z}) \end{pmatrix}_k \quad \text{V.15c}$$

$$\begin{pmatrix} cdT \\ cd\dot{T} \end{pmatrix}_k = \begin{pmatrix} 1 & \Delta t_k \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} cdT \\ cd\dot{T} \end{pmatrix}_{k-1} + \begin{pmatrix} w(cdT) \\ w(cd\dot{T}) \end{pmatrix}_k \quad \text{V.15d}$$

La forme globale du modèle dynamique est la suivante, [JIN X. X, 1997] :

$$\begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta \dot{x} \\ \Delta y \\ \Delta \dot{y} \\ \Delta z \\ \Delta \dot{z} \\ cdT \\ cd\dot{T} \end{pmatrix}_k = \begin{pmatrix} I_3 & \\ & 1 \end{pmatrix} \otimes F_{k-1,k} \times \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta \dot{x} \\ \Delta y \\ \Delta \dot{y} \\ \Delta z \\ \Delta \dot{z} \\ cdT \\ cd\dot{T} \end{pmatrix}_{k-1} + \underline{w}_k \quad \text{V.16}$$

où :

$$I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$F_{k-1,k} = \begin{pmatrix} 1 & \Delta t_k \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Le symbole \otimes est le produit de Kronecker. Il est défini, en considérant deux matrices A et B, comme suit :

$$A \otimes B = \begin{bmatrix} a_{11}B & a_{12}B & \dots & a_{1n}B \\ a_{21}B & a_{22}B & \dots & a_{2n}B \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1}B & a_{m2}B & \dots & a_{mn}B \end{bmatrix}$$

où les a_{ij} sont les composantes de la matrice A.

$\underline{w}_k = (w(\Delta x_k), w(\Delta \dot{x}_k), w(\Delta y_k), w(\Delta \dot{y}_k), w(\Delta z_k), w(\Delta \dot{z}_k), w(cdT), w(cd\dot{T}))^T$ est le vecteur des résidus du modèle dynamique de moyenne nulle. Les expressions de ses composantes sont obtenues par développement limité à l'ordre deux de toutes les inconnues du système :

$$w(\Delta x_k) = \frac{\Delta t_k^2}{2} \times \Delta \ddot{x}_k + w'(\Delta x_k) \quad \text{V.17a}$$

$$w(\Delta \dot{x}_k) = \Delta t_k \times \Delta \ddot{x}_k + w'(\Delta \dot{x}_k) \quad \text{V.17b}$$

$$w(\Delta y_k) = \frac{\Delta t_k^2}{2} \times \Delta \ddot{y}_k + w'(\Delta y_k) \quad \text{V.17c}$$

$$w(\Delta \dot{y}_k) = \Delta t_k \times \Delta \ddot{y}_k + w'(\Delta \dot{y}_k) \quad \text{V.17d}$$

$$w(\Delta z_k) = \frac{\Delta t_k^2}{2} \times \Delta \ddot{z}_k + w'(\Delta z_k) \quad \text{V.17e}$$

$$w(\Delta \dot{z}_k) = \Delta t_k \times \Delta \ddot{z}_k + w'(\Delta \dot{z}_k) \quad \text{V.17f}$$

$$w(\text{cdT}_k) = \frac{\Delta t_k^2}{2} \times \text{cd}\ddot{T}_k + w'(\text{cdT}_k) \quad \text{V.17g}$$

$$w(\text{cd}\dot{T}_k) = \Delta t_k \times \text{cd}\ddot{T}_k + w'(\text{cd}\dot{T}_k) \quad \text{V.17h}$$

Les variances et les covariances de ces composantes sont déduites de la même façon que précédemment (voir paragraphe IV.2.2.2). Prenons les deux premières composantes, leurs variances sont :

$$\text{var}(w(\Delta x_k)) = \frac{\Delta t_k^4}{4} \times q_{\ddot{x}} \quad \text{V.18a}$$

$$\text{var}(w(\Delta \dot{x}_k)) = \Delta t_k^2 \times q_{\ddot{x}} \quad \text{V.18b}$$

et la covariance entre ces deux composantes est :

$$\text{cov}(w(\Delta x_k), w(\Delta \dot{x}_k)) = \frac{\Delta t_k^3}{2} \times q_{\ddot{x}} \quad \text{V.18c}$$

La même chose s'applique aux autres composantes du vecteur \underline{w}_k , ce qui résulte une matrice de variance-covariance globale de \underline{w}_k donnée, dans le cas où $q_{\ddot{x}} = q_{\ddot{y}} = q_{\ddot{z}}$, par, [JIN X. X, 1997] :

$$Q_k = E[\underline{w}_k \cdot \underline{w}_k^T] = \begin{pmatrix} q_{\ddot{x}} \times I_3 & \\ & q_{\ddot{t}} \end{pmatrix} \otimes S_k$$

avec :

$$S_k = \begin{pmatrix} \frac{\Delta t_k^4}{4} & \frac{\Delta t_k^3}{3} \\ \frac{\Delta t_k^3}{3} & \Delta t_k^2 \end{pmatrix}$$

Les nouvelles composantes du vecteur d'état \underline{x}_k nous permettent de réécrire l'équation d'observation V.9 comme suit :

avec $\sigma_{\nabla_k}^2$ la variance de la correction différentielle telle qu'elle est donnée au paragraphe V.1.1.2.

V.3-PROCESSUS DE CALCUL DE L'ERREUR DU POSITIONNEMENT EN COORDONNEES LOCALES

Le calcul de l'erreur du positionnement en coordonnées locales (Est, Nord, Hauteur) nécessite la détermination de la matrice de rotation S qui est définie par l'expression suivante, [12] :

$$S = \begin{bmatrix} -\sin \lambda_{\text{site}} & \cos \lambda_{\text{site}} & 0 & 0 \\ -\sin \varphi_{\text{site}} \cos \lambda_{\text{site}} & -\sin \varphi_{\text{site}} \sin \lambda_{\text{site}} & \cos \varphi_{\text{site}} & 0 \\ \cos \varphi_{\text{site}} \cos \lambda_{\text{site}} & \cos \varphi_{\text{site}} \sin \lambda_{\text{site}} & \sin \varphi_{\text{site}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

où $(\varphi_{\text{site}}, \lambda_{\text{site}})$ sont la latitude et la longitude de la station mobile.

Cette matrice nous permet de faire la rotation de chaque rang de la matrice de configuration H. Le résultat est une nouvelle matrice de configuration, notée H_{enh} , définie en fonction des axes locaux.

Pour quatre satellites visibles, la matrice H_{enh} est donnée par la forme suivante:

$$H_{\text{enh}} = \left[S \times \begin{bmatrix} H_x^1 \\ H_y^1 \\ H_z^1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad S \times \begin{bmatrix} H_x^2 \\ H_y^2 \\ H_z^2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad S \times \begin{bmatrix} H_x^3 \\ H_y^3 \\ H_z^3 \\ 1 \end{bmatrix} \quad S \times \begin{bmatrix} H_x^4 \\ H_y^4 \\ H_z^4 \\ 1 \end{bmatrix} \right] \quad \text{V.21}$$

avec :

$$H_x^i = \frac{\partial \rho_0^i}{\partial x_0}$$

$$H_y^i = \frac{\partial \rho_0^i}{\partial y_0}$$

$$H_z^i = \frac{\partial \rho_0^i}{\partial z_0}$$

et $i = 1, 2, 3, 4$

Le vecteur d'erreurs de la position instantanée à l'instant t_k se déduit de l'expression suivante, [12] :

$$\Delta \bar{x}_k = H_{\text{enh}}^{-1} \times z_k = K \times z_k \quad \text{V.22a}$$

ou bien :

$$\begin{bmatrix} \Delta e \\ \Delta n \\ \Delta h \\ \text{cdT} \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} z^1 \\ z^2 \\ z^3 \\ z^4 \end{bmatrix}_k \quad \text{V.22b}$$

avec :

$\underline{\Delta x}_k$: vecteur d'erreurs de la position en coordonnées locales (Est, Nord, Hauteur et le temps) à l'instant t_k

\underline{z}_k : vecteur d'observation à l'instant t_k

V.4-CALCUL DU PDOP

Le facteur de dégradation de position PDOP s'obtient à partir de la matrice de variance-covariance de l'estimé décrite en fonction des axes locaux qui a l'expression suivante, [Jonquière J. L., 1992] :

$$\left(H_{\text{enh}}^T \times R^{-1} \times H_{\text{enh}} \right)^{-1} = \sigma_0^2 \times \left(H_{\text{enh}}^T \times H_{\text{enh}} \right)^{-1}$$

où :

$$\left(H_{\text{enh}}^T \times H_{\text{enh}} \right)^{-1} = \begin{pmatrix} \sigma_{ee}^2 & \sigma_{en}^2 & \sigma_{eh}^2 \\ \sigma_{ne}^2 & \sigma_{nn}^2 & \sigma_{nh}^2 \\ \sigma_{he}^2 & \sigma_{hn}^2 & \sigma_{hh}^2 \end{pmatrix}$$

avec H_{enh} la matrice de la géométrie en coordonnées locales et σ_{ee} , σ_{nn} et σ_{hh} sont les écarts-type (σ) en longitude, latitude et hauteur respectivement.

L'expression du PDOP est :

$$\text{PDOP} = \text{Tr} \left(H_{\text{enh}}^T \times H_{\text{enh}} \right)^{-1} = \sqrt{\sigma_{ee}^2 + \sigma_{nn}^2 + \sigma_{hh}^2}$$

où Tr le trace d'une matrice.



VI- RESULTATS ET INTERPRETATIONS

Après avoir détaillé les algorithmes nécessaires pour le positionnement par DGPS dans les deux chapitres précédents, on présente dans ce chapitre les résultats obtenus par le traitement des données GPS réelles. L'erreur sur l'estimation des corrections différentielles et l'erreur sur l'estimation de la position du mobile sont bien analysées en montrant l'influence des paramètres du filtre de Kalman sur ces erreurs. La précision de la position est examinée en calculant le PDOP et la déviation standard de chaque coordonnée du mobile. Ainsi, le rms est calculé pour tester l'influence de la mesure de phase sur la précision de la position.

La comparaison des résultats du traitement avec les résultats expérimentaux (résultats de référence) est faite dans le but de valider notre travail.

VI.1-PROGRAMMES DU TRAITEMENT

Quatre programmes écrits en langage Fortran sont réalisés :

- Prog. CD-C.FOR : pour calculer les corrections différentielles à partir des observations du code seulement (chapitre IV) dont le nombre d'instructions est égale à 514;
- Prog. CPH. FOR : pour calculer les corrections différentielles à partir des observations du code et de la phase (annexe A) dont le nombre d'instructions est égale à 525;
- Prog. DGP-C.FOR : pour calculer la solution de position du mobile à partir des observations du code seulement (chapitre V) dont le nombre d'instructions est égale à 622;
- Prog. DGP-CPH.FOR : pour calculer la solution de position du mobile à partir des observations du code et de la phase (annexe B) dont le nombre d'instructions est égale à 670.

Chacun de ces programmes est constitué des sous programmes suivants :

- Sous prog. INIT : permet l'initialisation du filtre de Kalman à partir d'un certain nombre d'observations ;
- Sous prog. SAT : permet le calcul de la position en coordonnées cartésiennes dans le système WGS-84 de chaque satellite visible ;

- Sous prog. KALMAN : permet la résolution du système par application des deux modèles du filtre de Kalman. La stabilité et la convergence du filtre sont garanties en faisant appel au sous programme U-D ;
- Sous prog. U-D : permet la décomposition des matrices de variances-covariances par la technique UD dans le but de maintenir ces matrices symétriques et semi-positives définies (paragraphe II.7.1.3).

De plus, les deux programmes DGP-C.FOR et DGP-CPH.FOR contiennent les sous programmes suivants :

- Sous prog. COORD : permet le calcul des coordonnées géographiques à partir des coordonnées cartésiennes estimées par le filtre de Kalman (voir annexe D) ;
- Sous prog. ERROR : permet le calcul des erreurs de position à partir de la matrice de configuration H_{enh} définie en fonction des axes locaux (paragraphe V.3) ;
- Sous prog. PRECISION : permet le calcul du PDOP et les déviations standards à partir de la matrice de variance-covariance écrite en fonction des axes locaux.

Le temps d'exécution des quatre programmes précédents ne dépasse pas les 0,8 sec pour chaque itération.

VI.2-DESCRIPTION DES DONNEES

Les données GPS utilisées dans les applications qui sont en format RINEX (voir annexe E) ont été collectées en 12 Mai 1999 de deux points choisis comme station de référence et station mobile. Ces stations sont munies d'un récepteur Ashtech Z-XII de caractéristiques techniques suivantes :

- Fréquence : bi-fréquence ($L_1=1575,42\text{MHz}$, $L_2=1227,60\text{MHz}$)
- Nombre de canaux : 12
- Vitesse maxi : 1500 km/h
- Accélération maxi : 10g.
- Type d'antenne : Omnidirectionnelle

Les données ont été recueillies entre 12:53:20 et 13:08:47 temps GPS correspondant à 46400 sec et 47328 sec respectivement. Les mesures ont été effectuées chaque seconde.

La station de référence est un point de coordonnées cartésiennes suivantes :

5178677.7900 -33495.4600 3710826.5900

la station mobile est un point de position initiale approchée, calculée par le récepteur, de coordonnées :

5178755.9600 -33508.9600 3710834.3900

qui correspondent aux coordonnées géographiques, obtenues par la transformation de coordonnées (voir annexe D), suivantes :

$\varphi_0 = 35,805^\circ$ (latitude)

$\lambda_0 = -0,370^\circ$ (longitude)

$h_0 = 242,81$ mètres (hauteur au dessus de l'ellipsoïde WGS84)

Durant toute la mission, les satellites reçus par le récepteur de référence sont :

SV19

SV17

SV03

SV15

SV29

SV23

SV22

SV21

SV31

Et les satellites reçus par le récepteur mobile sont :

SV21

SV03

SV23

SV22

SV15

SV31

D'après ces deux listes, les satellites utilisés dans la solution de position sont : SV21, SV03, SV23, SV22, SV15 et SV31.

VI.3-ELABORATION DES CORRECTIONS DIFFERENTIELLES

Les résultats fournis par le programme de calcul des corrections différentielles (prog. CD-C.FOR) sont analysés dans ce paragraphe.

VI.3.1-Influence des paramètres du filtre de Kalman sur l'estimation

VI.3.1.1-Choix des valeurs initiales du filtre

La récursivité du filtre de Kalman nous permet de fixer les valeurs initiales \hat{x}_0 et P_0 dont le bon choix garantit la stabilité du filtre en obtenant des meilleurs résultats. Notre choix est basé sur deux cas :

- Dans le premier cas, on a pris $\hat{x}_0=0$ et P_0 une matrice diagonale de la forme :

$$P_0 = \begin{pmatrix} \sigma_{\dot{\nabla}}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\ddot{\nabla}}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\ddot{\nabla}}^2 \end{pmatrix}$$

Par hypothèse, on suppose que :

$$\sigma_{\dot{\nabla}}^2 = \sigma_{\ddot{\nabla}}^2 = \sigma_{\ddot{\nabla}}^2$$

d'où : $P_0 = \sigma_{\dot{\nabla}}^2 \times I_m$

avec I_m la matrice unité de dimension m.

- Dans le deuxième cas, on a calculé les valeurs initiales à partir des observations z en utilisant la méthode des moindres carrés décrite par les relations suivantes:

$$\hat{x}_0 = \left(H^T \times R^{-1} \times H \right)^{-1} \times H^T \times R^{-1} \times z$$

$$P_0 = \left(H^T \times R^{-1} \times H \right)^{-1}$$

avec :

H : la matrice de configuration

R : la matrice de variance de bruit de mesure

z : l'observation

VI.3.1.2-Choix des paramètres à priori

La limitation de l'effet des bruits en sortie du système et la garantie de la convergence des résultats dépendent du choix des matrices de variance-covariance des bruits de mesure R_k et d'état Q_k .

Pour déterminer le filtre, R_k et Q_k sont supposés inconnus et remplacés par R_k^* et Q_k^* . L'influence de ces deux termes est expliquée ci-dessous.

VI.3.1.3-Erreurs sur l'estimation des corrections

L'observation z_k ainsi que son estimé $\hat{z}_k = H_k \times \hat{x}_k(-)$ sont présentés sous forme des graphes en tenant compte de l'influence des paramètres \hat{x}_0 , P_0 , R^* et Q^* , avec X_0^* et P_0^* remplacent \hat{x}_0 et P_0 .

Les figures ci-dessous concernent le satellite SV23.

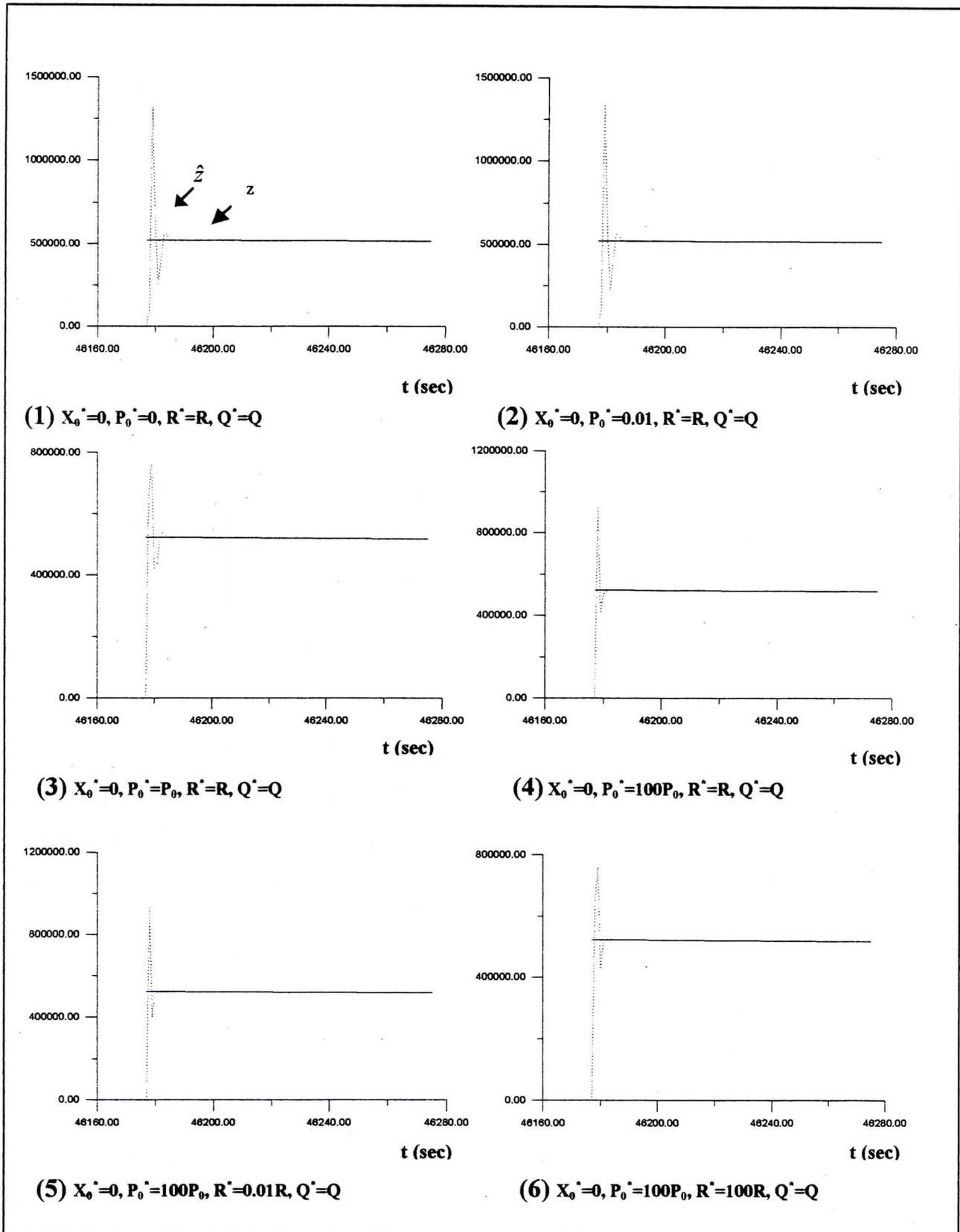


Fig.VI.1 à 6: Influence des paramètres du filtre sur l'estimation

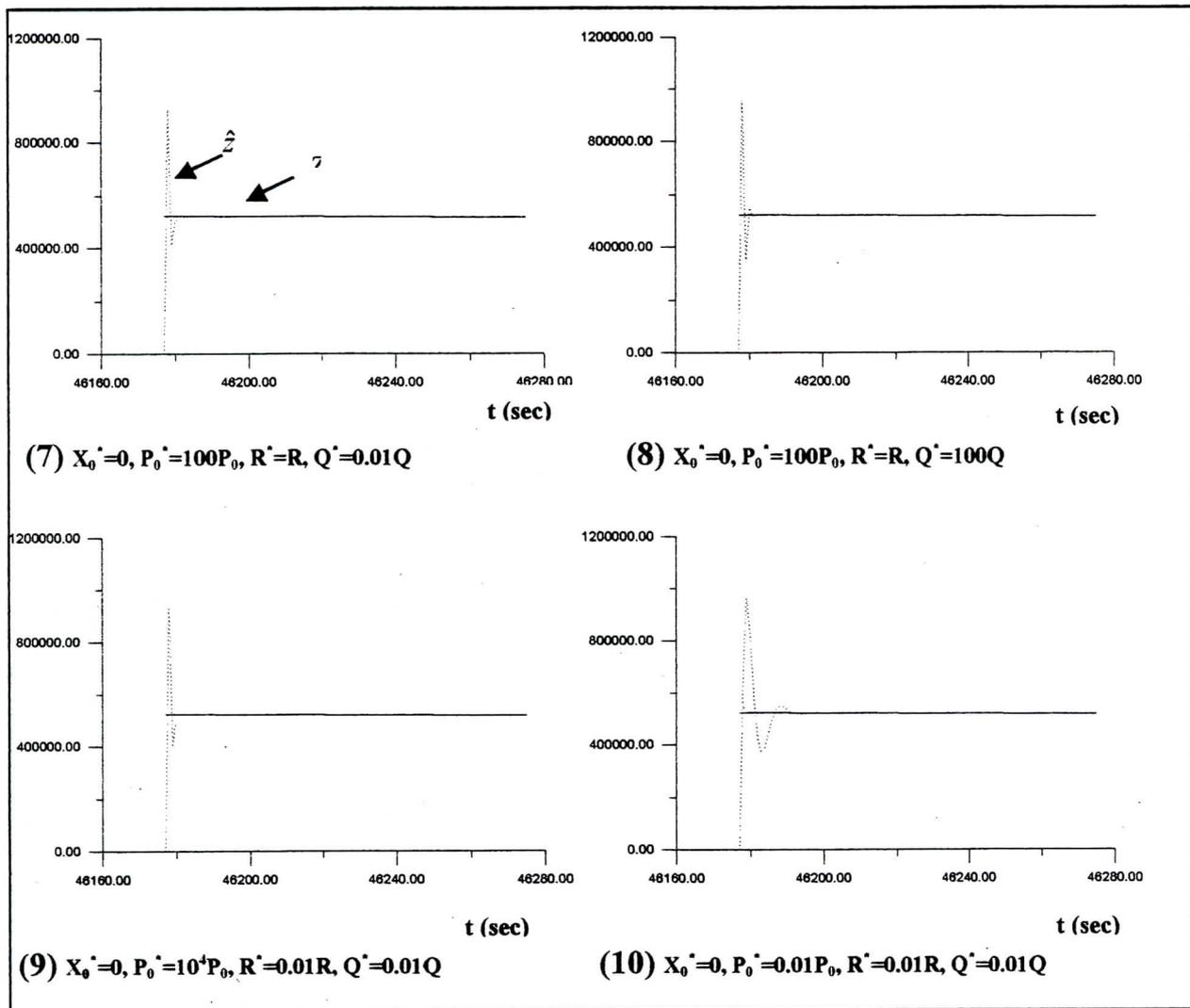


Fig.VI.7 à 10 : Influence des paramètres du filtre sur l'estimation

Le cas où les conditions initiales sont nulles ($X_0^*=0, P_0^*=0$), on remarque que s'il n'y a pas d'erreurs de modèle ($Q^*=Q, R^*=R$) on obtient le fonctionnement idéal du filtre (Fig.VI.1) dont la convergence s'obtient à l'itération 16.

En gardant ($X_0^*=0$) et en faisant varier la matrice de variance des conditions initiales P_0^* toute en fixant ($R^*=R$) et ($Q^*=Q$) : Pour P_0^* choisi faible ($P_0^*=P_0$) ou trop faible ($P_0^*=0.01P_0$) l'erreur sur l'initialisation du filtre modifie le fonctionnement au début (Fig.VI.2 et 3), la convergence ne s'obtient qu'après 20 itérations et l'erreur d'estimation croît légèrement dont on peut dire que le filtre atteint vite ses limites et tend à perdre ses performances. Lorsque on fait augmenter P_0^* ($P_0^*=100P_0$), la convergence du filtre s'obtient à la 16^{ième} itération et l'erreur d'estimation décroît (Fig.VI.4).

L'influence de la variance du bruit de mesure R^* sur l'estimation est constatée en fixant maintenant les paramètres P_0^* et Q^* . Lorsque R^* est choisi trop faible ($R^*=0.01R$) le filtre converge à la 15^{ième} itération et élimine peu le bruit de mesure (Fig.VI.5) ; tandis que si R^* est choisi grand ($R^*=100R$) la variance de l'estimation calculée augmente (Fig.VI.6).

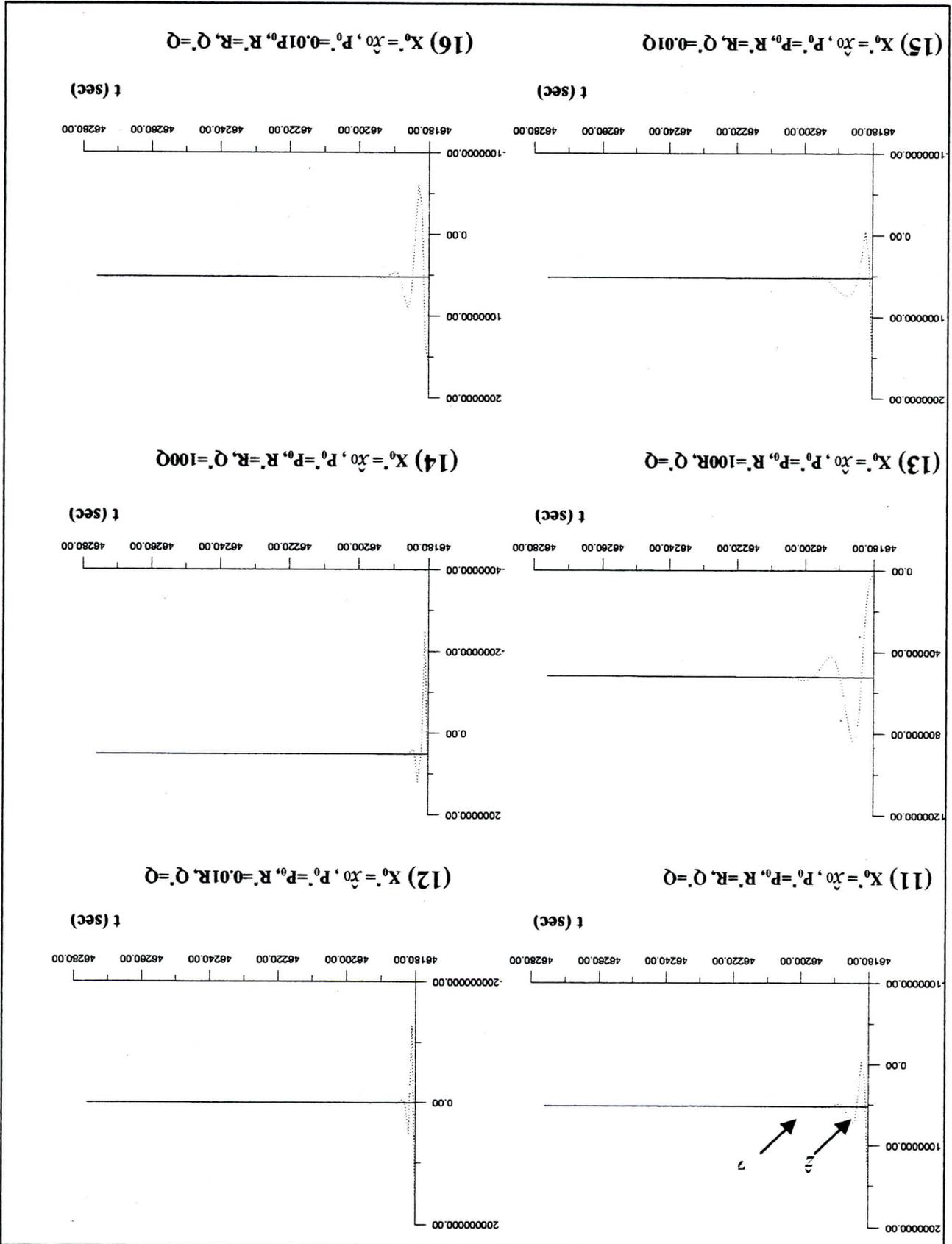
Contrairement au bruit de mesure, lorsque le bruit d'état est choisi trop faible ($Q^*=0.01Q$) le filtre perd ses performances de temps en temps car il suppose des évolutions de l'estimée trop faible et au début la convergence s'obtient après 25 itérations (Fig. VI.7). Alors que pour Q^* trop grand ($Q^*=100Q$), le filtre attache peu d'importance au modèle et trop aux observations dont le bruit est mal éliminé. Ce dernier cas introduit une erreur d'estimation sensiblement petite, et au début le filtre converge à la 10^{ième} itération (Fig. VI.8).

Essayons maintenant de constater l'influence de R^* et Q^* lorsqu'ils sont tous les deux trop faibles ($R^*=0.01R$, $Q^*=0.01Q$), c'est-à-dire lorsque le filtre attache trop d'importance aux observations et au modèle en même temps. La figure VI.9 montre que si la variance des conditions initiales est trop grande ($P_0^*=10^4P_0$) le filtre converge vite (à la 8^{ième} itération) et l'erreur d'estimation décroît, tandis que si P_0^* est trop faible ($P_0^*=0.01P_0$) la convergence ne s'obtient qu'après 40 itérations et l'erreur croît légèrement comparée au cas précédent (Fig. VI.10).

Les mêmes remarques sont constatées si les conditions initiales sont déterminées à partir des observations en utilisant les moindres carrés. Les graphes résultants, par le programme CD-C.FOR et le sous programme INIT, sont présentés ci-dessous.

(Initialisation par moindres carrés)

Fig.VI.11 à 16 : Influence des paramètres du filtre sur l'estimation



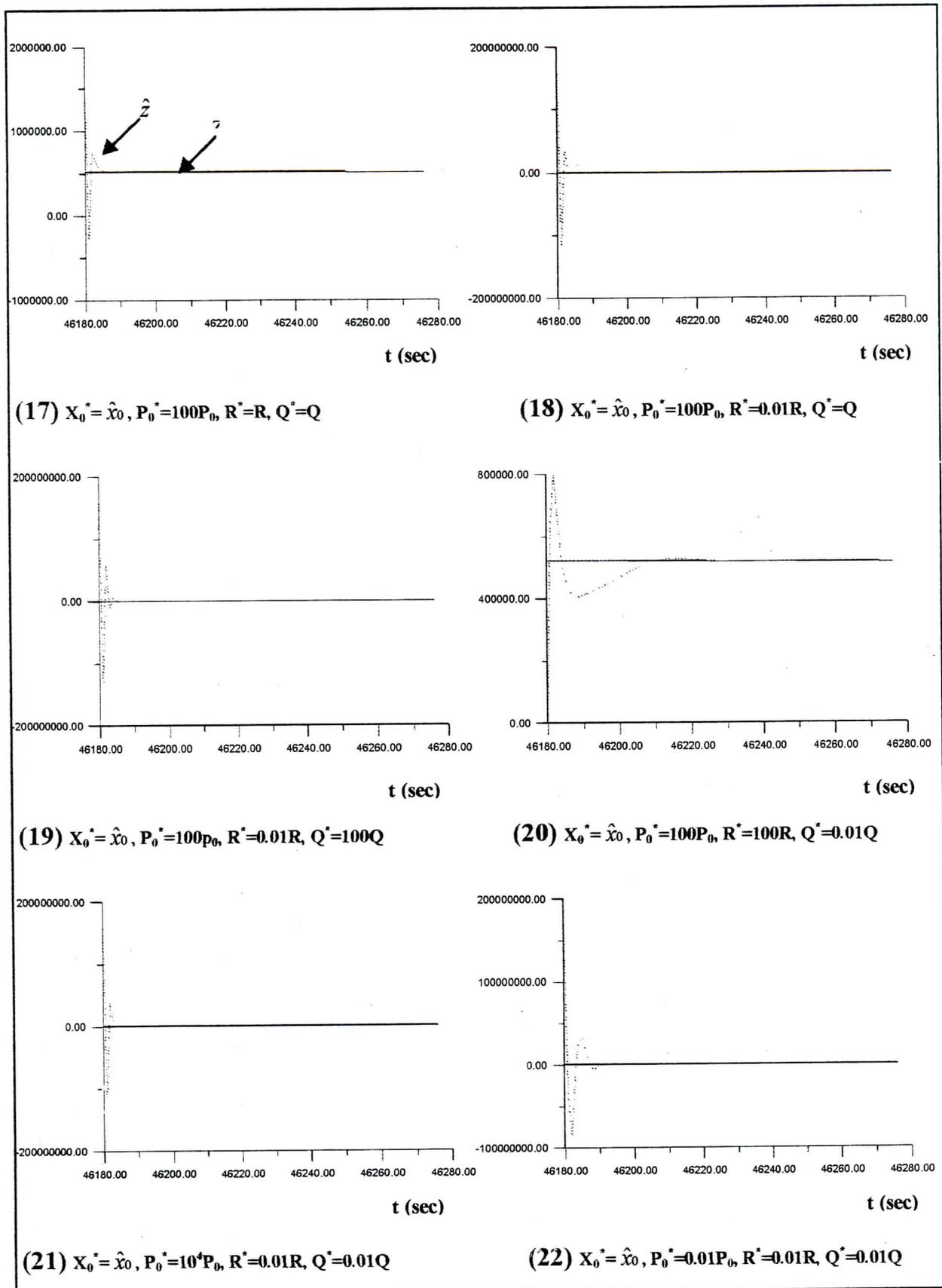


Fig.VI.17 à 22 : Influence des paramètres du filtre sur l'estimation
(Initialisation par moindres carrés)

L'estimé est moins bon au départ comparé au cas où $X_0^*=0$ dont la convergence ne s'obtient qu'après 29 itérations (Fig.VI.11). Pour un bruit de mesure trop faible ($R^*=0.01R$) la variance d'estimation calculée est moindre et le filtre converge à la 20^{ième} itération (Fig.VI.12) mais si R^* est trop grand ($R^*=100R$) le filtre converge après 60 itérations (Fig.VI.13). Inversement si le bruit d'état est grand ($Q^*=100Q$) l'erreur d'estimation devient petite et le filtre converge vite (Fig.VI.14). Le cas contraire lorsque Q^* est trop faible ($Q^*=0.01Q$). En augmentant la variance P_0^* , les bons résultats sont obtenus si R^* est choisi faible (Fig.VI.17 et 18) surtout si Q^* est choisi grand (Fig.VI.19).

Un cas particulier lorsque ($P_0^*=100P_0$, $R^*=100R$, $Q^*=0.01$), au début le filtre ne converge qu'après 113 itérations et la variance calculée est d'autant plus grande ce qui résulte une divergence du filtre.

Pour tous les cas examinés précédemment, on conclut que si on donne trop d'importance aux observations qu'au modèle et en choisissant P_0^* très grand pour que le filtre n'atteigne pas ses limites très vite, ce dernier converge vite et l'erreur d'estimation décroît. La stabilité du filtre est bien constatée au niveau de la matrice de variance-covariance de l'estimé. Cette matrice limite est égale à :

$$P_k(+)= \begin{bmatrix} .6741e-1 & .4481e-1 & .1503e-1 \\ .4481e-1 & .5928e-1 & .3078e-1 \\ .1503e-1 & .3078e-1 & .2481e-1 \end{bmatrix}$$

VI.3.2-Les corrections différentielles estimées

Les corrections différentielles de tous les satellites visibles aux instants $t = 47537$ sec et $t = 47538$ sec ainsi que leurs taux de variation, restitués du fichier DATA du programme CD-C.FOR, sont présentés dans le fichier suivant.

```
#C 99 5 12 13 12 17.0000000
* 93668.417 -77.963 3
* -281378.648 -95.356 15
* 425987.506 -78.398 23
* 546024.609 -105.931 22
* 117754.152 -48.391 21
* -176066.511 -95.384 31
```

□□

```
#C 99 5 12 13 12 18.0000000
* 93590.442 -77.968 3
* -281474.016 -95.368 15
* 425909.096 -78.422 23
* 545918.658 -105.966 22
* 117705.755 -48.391 21
* -176161.895 -95.368 31
```

L'estimé est moins bon au départ comparé au cas où $X_0^* = 0$ dont la convergence ne s'obtient qu'après 29 itérations (Fig.VI.11). Pour un bruit de mesure trop faible ($R^* = 0.01R$) la variance d'estimation calculée est moindre et le filtre converge à la 20^{ième} itération (Fig.VI.12) mais si R^* est trop grand ($R^* = 100R$) le filtre converge après 60 itérations (Fig.VI.13). Inversement si le bruit d'état est grand ($Q^* = 100Q$) l'erreur d'estimation devient petite et le filtre converge vite (Fig.VI.14). Le cas contraire lorsque Q^* est trop faible ($Q^* = 0.01Q$). En augmentant la variance P_0^* , les bons résultats sont obtenus si R^* est choisi faible (Fig.VI.17 et 18) surtout si Q^* est choisi grand (Fig.VI.19).

Un cas particulier lorsque ($P_0^* = 100P_0$, $R^* = 100R$, $Q^* = 0.01$), au début le filtre ne converge qu'après 113 itérations et la variance calculée est d'autant plus grande ce qui résulte une divergence du filtre.

Pour tous les cas examinés précédemment, on conclut que si on donne trop d'importance aux observations qu'au modèle et en choisissant P_0^* très grand pour que le filtre n'atteigne pas ses limites très vite, ce dernier converge vite et l'erreur d'estimation décroît. La stabilité du filtre est bien constatée au niveau de la matrice de variance-covariance de l'estimé. Cette matrice limite est égale à :

$$P_k(+)= \begin{bmatrix} .6741e-1 & .4481e-1 & .1503e-1 \\ .4481e-1 & .5928e-1 & .3078e-1 \\ .1503e-1 & .3078e-1 & .2481e-1 \end{bmatrix}$$

VI.3.2-Les corrections différentielles estimées

Les corrections différentielles de tous les satellites visibles aux instants $t = 47537$ sec et $t = 47538$ sec ainsi que leurs taux de variation, restitués du fichier DATA du programme CD-C.FOR, sont présentés dans le fichier suivant.

```
#C 99 5 12 13 12 17.0000000
* 93668.417 -77.963 3
* -281378.648 -95.356 15
* 425987.506 -78.398 23
* 546024.609 -105.931 22
* 117754.152 -48.391 21
* -176066.511 -95.384 31
□ □
#C 99 5 12 13 12 18.0000000
* 93590.442 -77.968 3
* -281474.016 -95.368 15
* 425909.096 -78.422 23
* 545918.658 -105.966 22
* 117705.755 -48.391 21
* -176161.895 -95.368 31
```

L'en-tête du fichier regroupe l'identifiant qui indique la nature des données, l'année, le mois, le jour, l'heure, la minute et la seconde GPS

1^{ère} colonne : correction différentielle (en mètres)

2^{ème} colonne : taux de la correction différentielle (en mètre/sec)

3^{ème} colonne : le numéro du satellite

D'après ce fichier, on remarque que les corrections différentielles de pseudo-distance par le code peuvent atteindre des valeurs de plusieurs centaines de kilomètres, dues principalement au biais d'horloge du récepteur de référence.

Pour éviter la transmission de nombres élevés des corrections, on réduit ces valeurs comme suit :

$$\nabla_{kred} = \nabla_k - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \nabla_k^i$$

où n est le nombre des satellites sur lequel on calcule les corrections différentielles.

VI.4-RESULTATS DE LA SOLUTION DE POSITION

A chaque époque d'observations lorsque le récepteur DGPS reçoit les corrections différentielles provenant de la station de référence, il détermine sa position par l'exécution du programme de positionnement par DGPS : le programme DGP-C.FOR si les observations du code seules sont disponibles ou le programme DGP-CPH.FOR si les observations du code et de la phase sont disponibles. Les différents résultats fournis par ces programmes sont analysés dans ce cas pour bien montrer les avantages de la technique DGPS.

VI.4.1-Coordonnées géographiques du mobile

Les positions du mobile, obtenues par le programme DGP-C.FOR et le sous programme COORD, entre les instants $t = 46824$ sec et $t = 46838$ sec ainsi que le PDOP sont présentés dans le tableau ci-dessous :

Temps (sec)	Longitude (°)	Latitude (°)	Hauteur (m)	PDOP
46823.99	-37049	35.80581	172.02330	2.66
46824.99	-37048	35.80584	171.82350	2.66
46825.99	-37046	35.80587	171.55590	2.66
46826.99	-37044	35.80590	171.06920	2.66
46827.99	-37042	35.80593	170.74880	2.66
46828.99	-37040	35.80597	170.54530	2.66
46829.99	-37038	35.80601	169.90560	2.66
46830.99	-37035	35.80604	169.84520	2.65
46831.99	-37031	35.80609	169.19910	2.65
46832.99	-37028	35.80614	168.71150	2.65
46833.99	-37024	35.80619	168.34900	2.65
46834.99	-37020	35.80624	167.66530	2.65
46835.99	-37017	35.80630	167.10750	2.65
46836.99	-37012	35.80635	166.61170	2.65
46837.99	-37008	35.80641	166.16850	2.65

Tableau VI.1 : Localisation du mobile

VI.4.2-Discretisation du trajet

Après la phase d'initialisation du filtre, le fichier DATA du programme DGP-C.FOR, contenant les coordonnées géographiques estimées, nous a permis de tracer les variations en fonction du temps de la longitude et de la latitude du mobile.

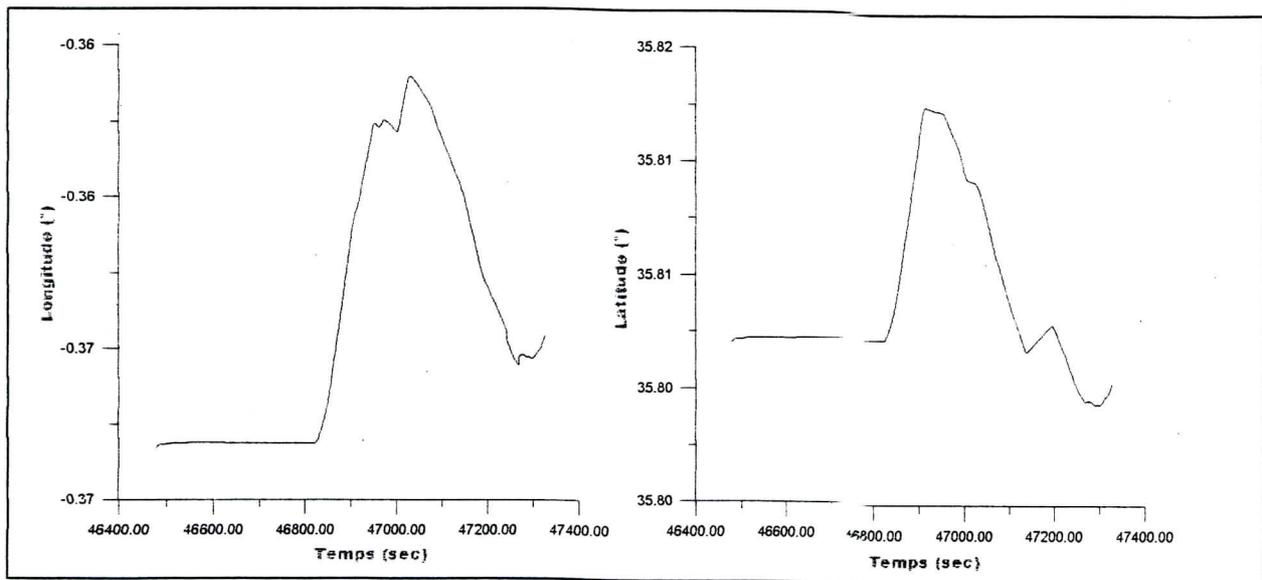


Fig.VI-23: Longitude et latitude du mobile

D'après cette figure, on constate que le déplacement du mobile est légèrement faible jusqu'à l'époque $t = 46824$ sec à partir de laquelle le mobile commence à se diriger vers la direction Nord-Est (la latitude augmente et la longitude diminue). Après l'époque $t = 46913$ sec, le trajet suivi par le mobile devient composer de plusieurs virages. Cela est bien constaté dans la figure VI.24.

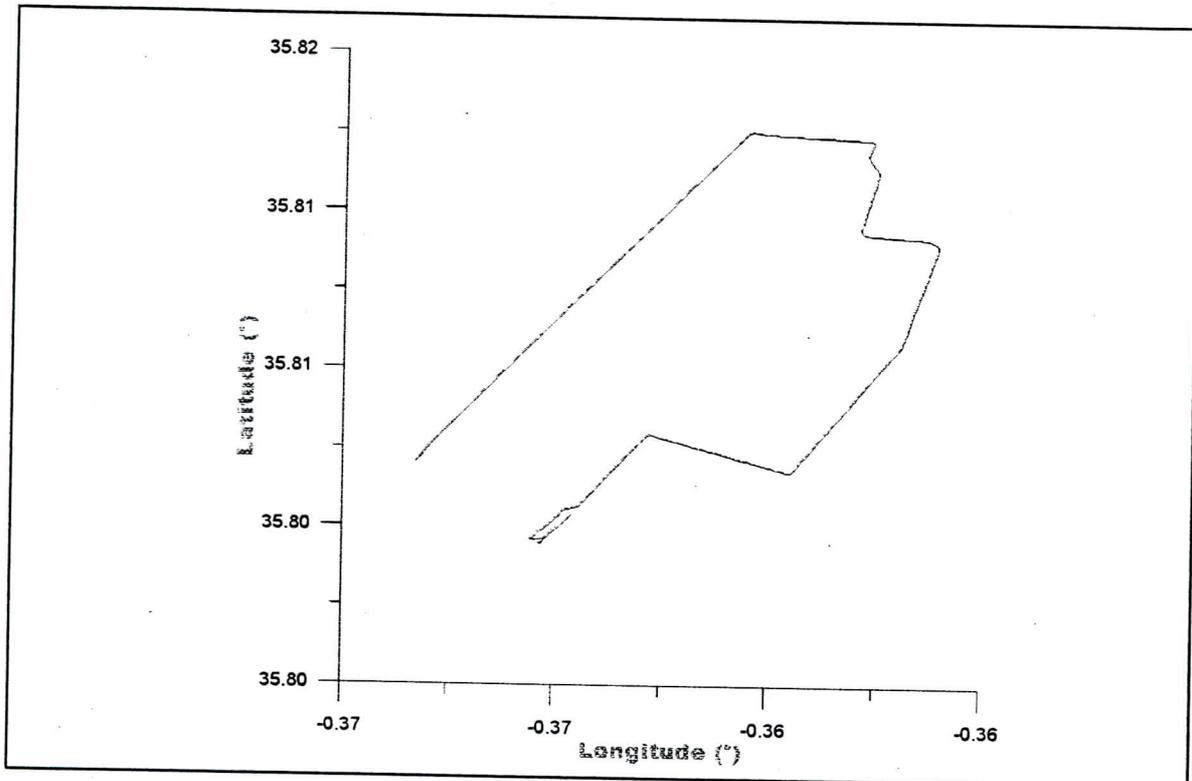


Fig.VI-24: Trajectoire du mobile

VI.4.3-Erreur de position

L'erreur de la position tridimensionnelle, notée Δ_{pos} , se déduit du vecteur d'erreur de la position locale exprimé par l'équation V.22 (paragraphe V.3). Cette erreur s'exprime comme suit :

$$\Delta_{pos} = \sqrt{\Delta e^2 + \Delta n^2 + \Delta h^2}$$

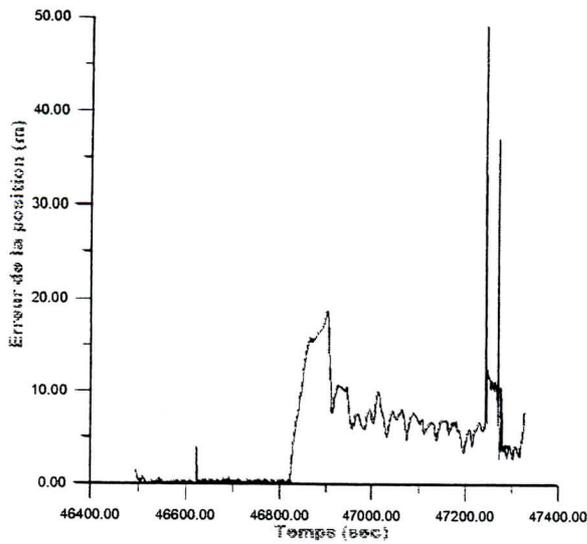
avec :

Δe : erreur sur la longitude (en mètres)

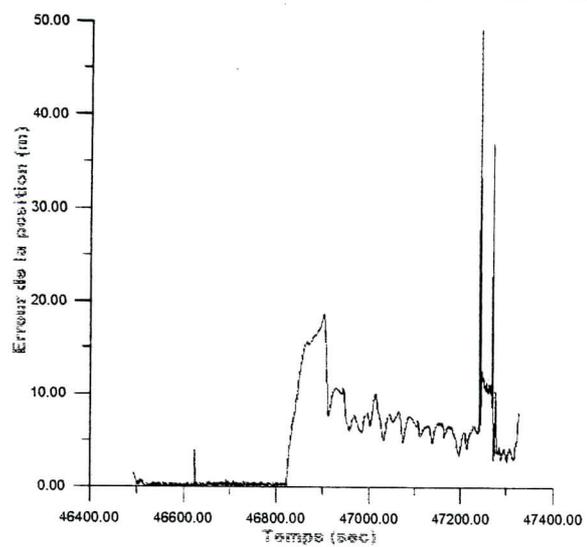
Δn : erreur sur la latitude (en mètres)

Δh : erreur sur la hauteur (en mètres)

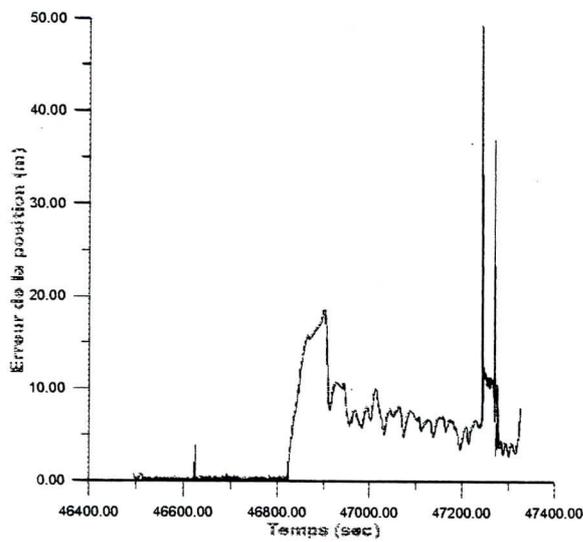
Le filtre de Kalman utilisé se caractérise par les paramètres X_0^* , P_0^* , R^* et Q^* . On procède de la même façon que précédemment en considérant inconnus ces paramètres et en les faisant varier pour voir leurs effets sur l'estimation de l'erreur du positionnement. Les figures VI.25 à VI.34 expliquent ces effets.



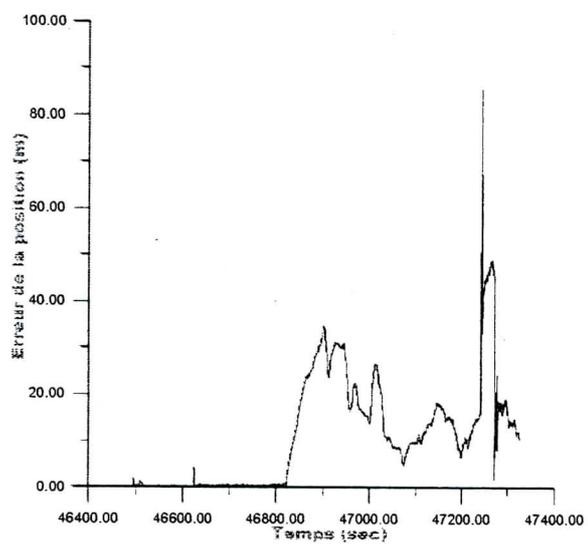
(25) $X_0^* = \hat{x}_0, P_0^* = 0,01P_0, R^* = R, Q^* = Q$



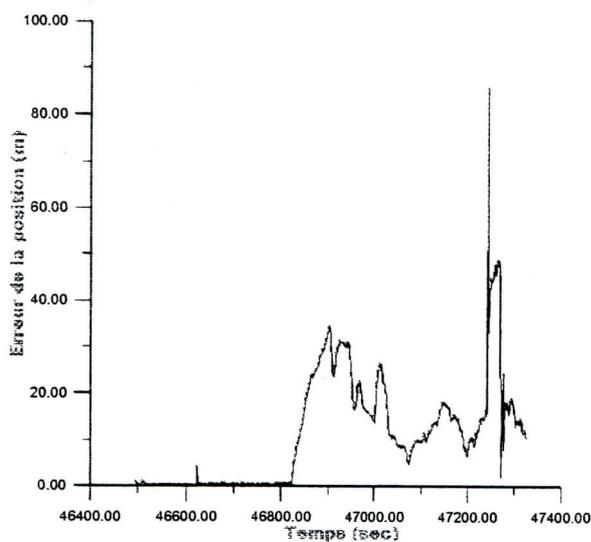
(26) $X_0^* = \hat{x}_0, P_0^* = P_0, R^* = R, Q^* = Q$



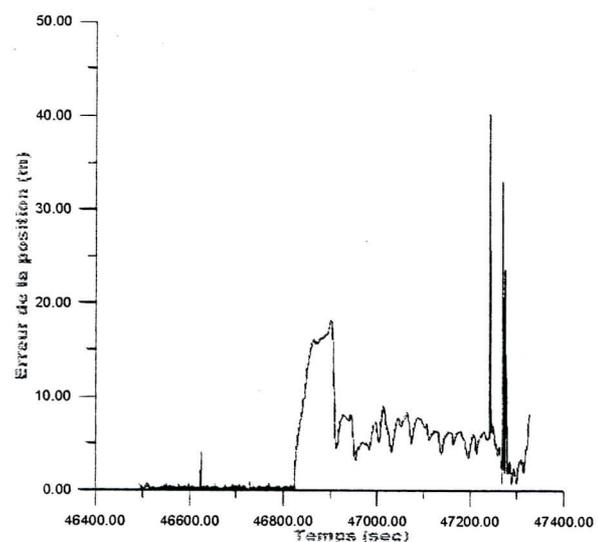
(27) $X_0^* = \hat{x}_0, P_0^* = 100P_0, R^* = R, Q^* = Q$



(28) $X_0^* = \hat{x}_0, P_0^* = P_0, R^* = 100R, Q^* = Q$



(29) $X_0^* = \hat{x}_0, P_0^* = 100P_0, R^* = 100R, Q^* = 100Q$



(30) $X_0^* = \hat{x}_0, P_0^* = P_0, R^* = 0,01R, Q^* = Q$

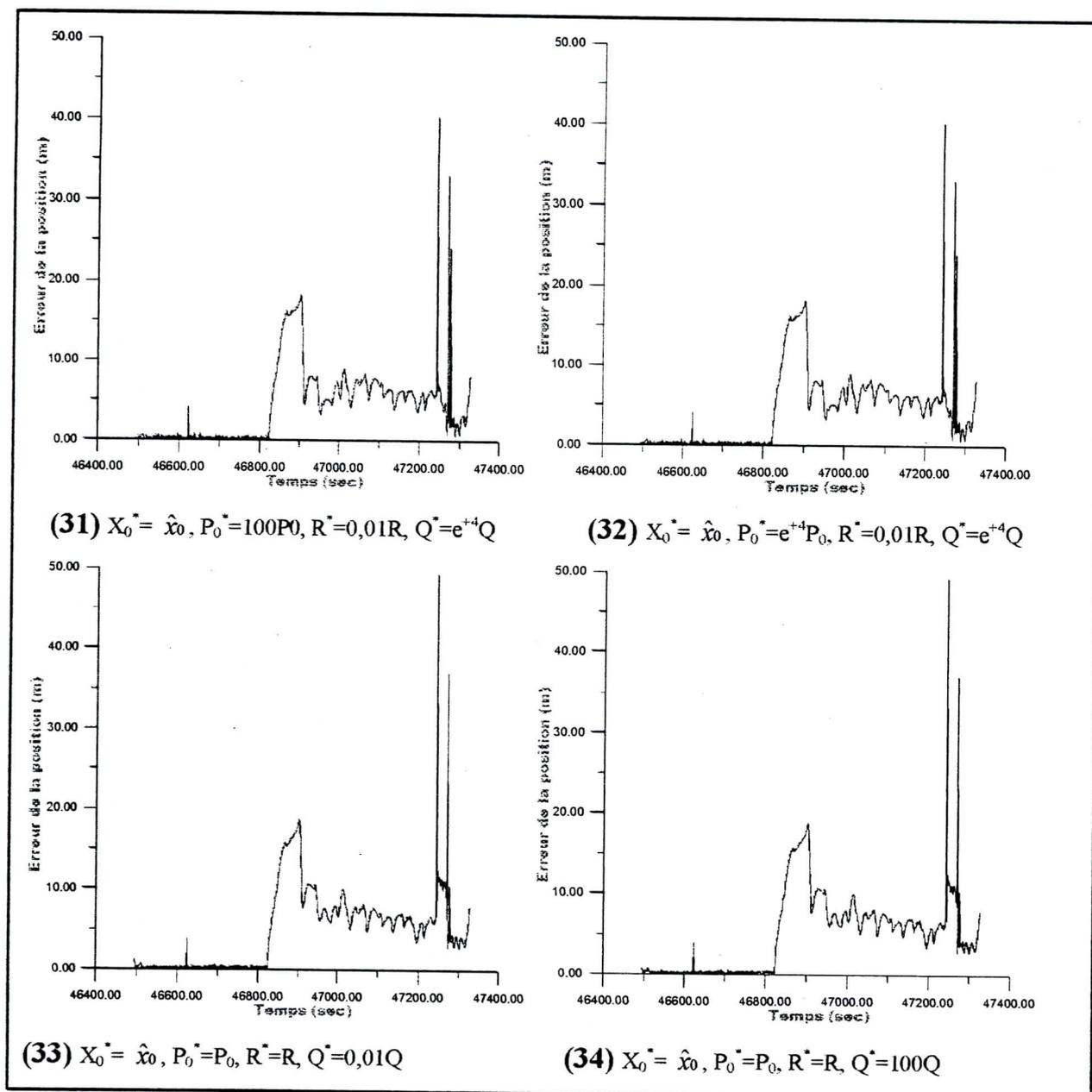


Fig. VI-25 à 34: Erreur de la position tridimensionnelle

Le cas où les conditions initiales sont choisies tels que $X_0^* = \hat{x}_0$ et $P_0^* = 0,01P_0$, le filtre converge après 15 itérations. L'erreur de la position varie entre 0,02 mètres et 3,92 mètres jusqu'à $t = 46824$ sec auquel l'erreur augmente pour atteindre la valeur 18,69 mètres à cause de la variation rapide de la latitude et de la longitude, puis elle chute après $t = 46913$ sec pour devenir varier entre 3,41 mètres et 10,44 mètres. On constate que l'erreur atteint la valeur 49,29 mètres à l'instant $t = 47242$ sec et 37,07 mètres à l'instant $t = 47270$ sec (Fig. VI-25) due principalement à la diminution du nombre de satellites. Une diminution sensible de l'erreur est constatée lorsqu'on fait augmenter la variance des conditions initiales (Fig. VI-26 et VI-27).

Pour un bruit de mesure R^* choisi grand ($R^* = 100R$), la convergence du filtre n'est obtenue qu'après 18 itérations, et l'erreur devient très grande, comparée au cas

précédents, quelque soit la valeur du bruit d'état Q^* (Fig. VI-28 et 29). Alors que si R^* est choisi trop faible ($R^*=0,01R$), la convergence est obtenue à l'itération 13, le filtre élimine peu le bruit de mesure et l'erreur de position estimée devient petite sauf aux instants $t = 47242$ sec et $t = 47270$ sec où l'erreur atteint les valeurs 39,31 mètres et 32,56 mètres respectivement à cause de la diminution du nombre de satellites (Fig.VI-30). Une amélioration appréciable de la qualité du positionnement se traduit en faisant augmenter les variances P_0^* et Q^* , le filtre dans ce cas converge à l'itération 10 seulement et l'erreur se réduit à des valeurs minimales (Fig.VI-31 et 32).

En fixant maintenant P_0^* et R^* et faisant varier Q^* . Le choix de Q^* trop faible ($Q^*=0,01Q$) entraîne une erreur d'amplitude grande surtout entre les instants $t = 47242$ sec et $t = 47270$ sec (Fig.VI-33); alors que si Q^* est élevé, cela affaiblit légèrement l'erreur aux instants considérés (VI-34).

On conclut des cas précédents que les meilleurs résultats s'obtiennent pour des valeurs de R^* faible et Q^* grand, c'est-à-dire dans le cas où le filtre donne une grande importance aux observations qu'au modèle. La plus grande valeur de la variance P_0^* assure la meilleure qualité d'estimation.

On peut déduire les variations de l'erreur de la position horizontale ΔH et de l'erreur de la position verticale ΔV qui s'expriment par :

$$\Delta H = \sqrt{\Delta e^2 + \Delta n^2}$$

$$\Delta V = \sqrt{\Delta h^2}$$

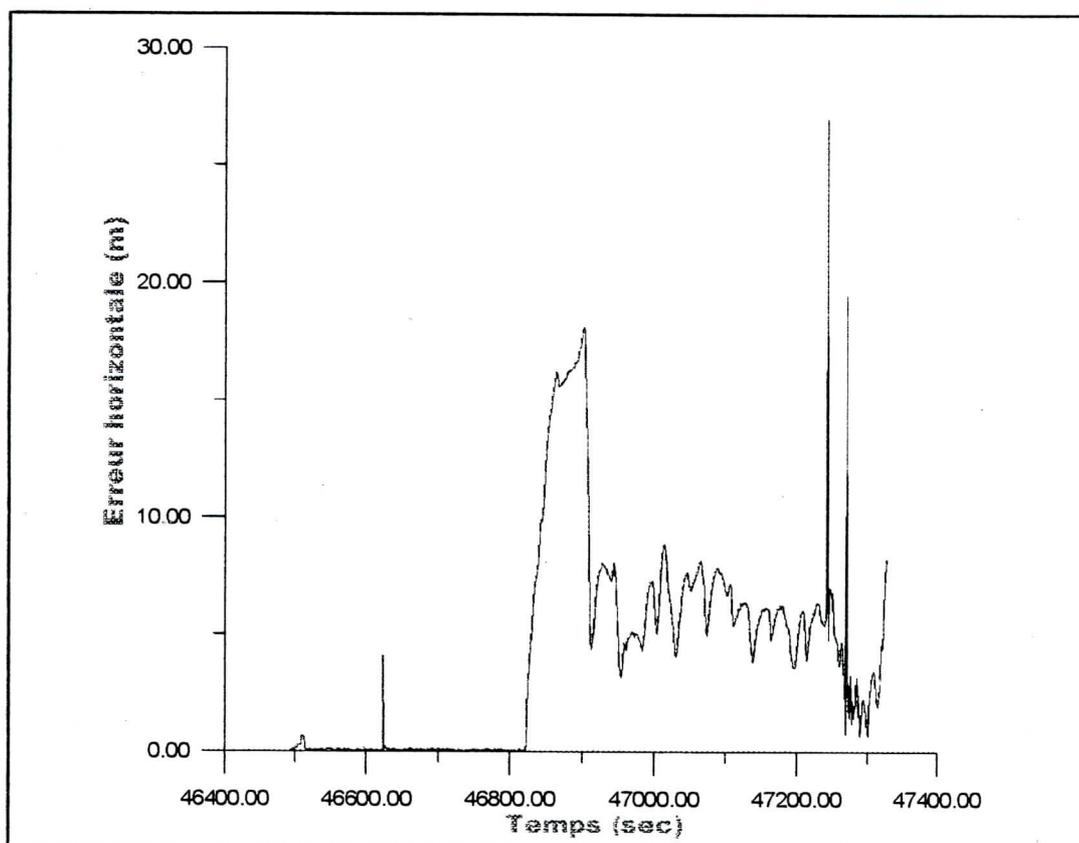


Fig.VI-35 : Erreur de la position horizontale

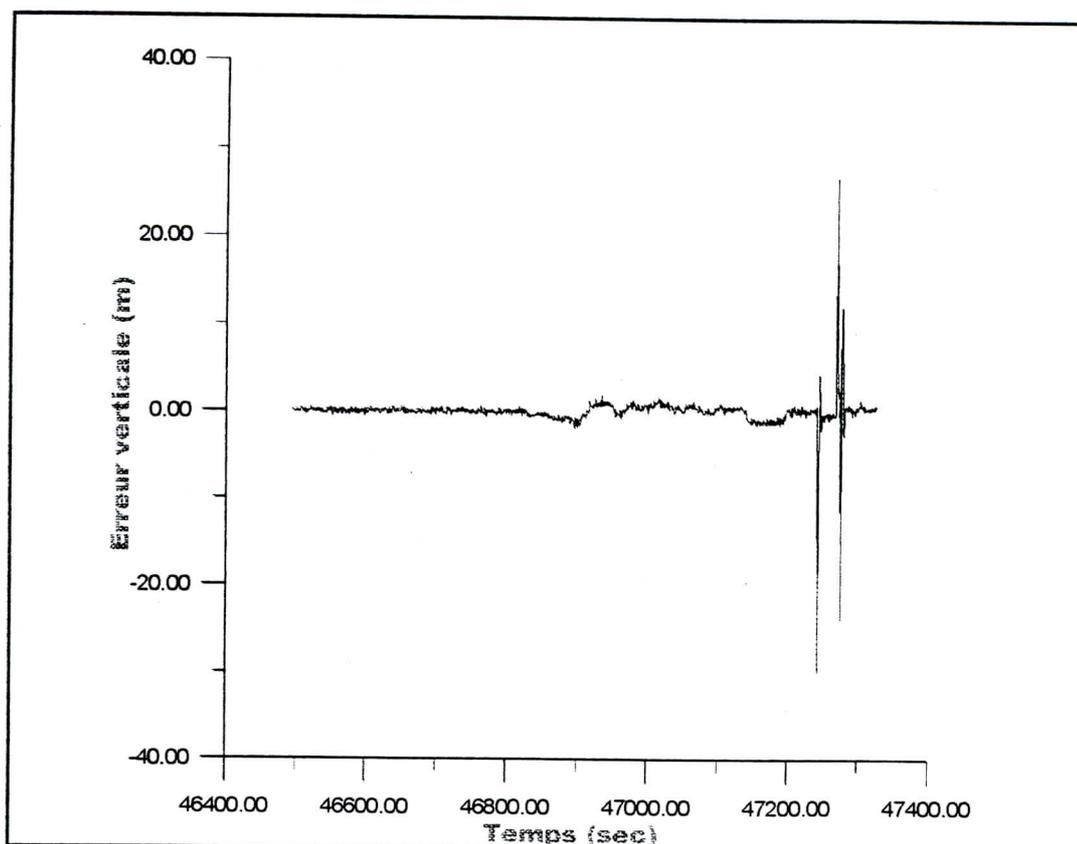


Fig.VI-36 : Erreur de la position verticale

Dans les figures VI-35 et VI-36, les pics constatés aux instants $t = 47242$ sec et $t = 47270$ sec sont à cause de la dégradation géométrique qui se déduit de la diminution du nombre de satellites utilisés dans le calcul de la position. Dans les autres cas, l'erreur de la position verticale varie entre $-1,9$ et $1,5$ mètres seulement.

VI.4.4-Présentation du PDOP

La figure VI-37 montre la variation du PDOP en fonction du temps et en fonction de la variation du nombre de satellites utilisés dans la solution de position.

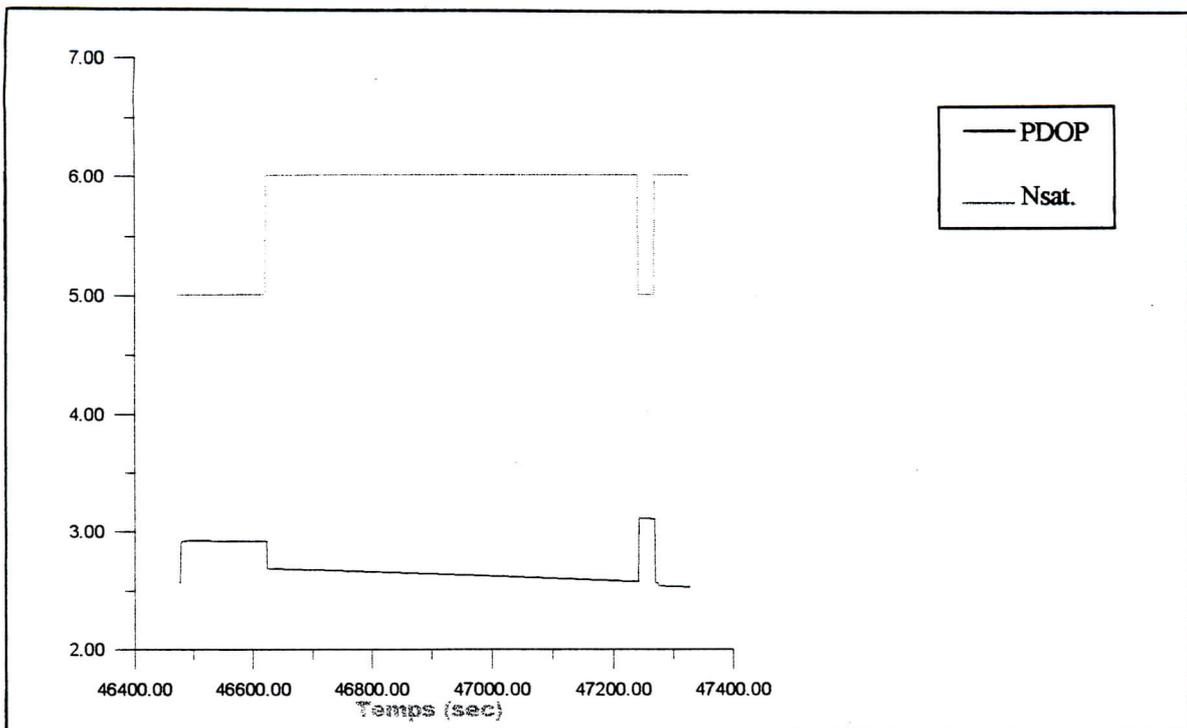


Fig. VI-37 : Nombre de satellites visibles et le PDOP

Le PDOP, obtenu par le sous programme PRECISION, dépend directement du nombre de satellites intervenant dans le calcul de la solution de position. Un PDOP favorable s'obtient quand plus de cinq satellites sont visibles. Lorsque ce nombre diminue, le cas entre $t = 47242$ sec et $t = 47270$ sec, le PDOP atteint les valeurs 3,113 et 3,105, après il se stabilise de nouveau quand le nombre de satellites augmente.

VI.4.5-Précision du positionnement

La précision de la position se déduit de la matrice de variance-covariance de l'estimé. Les déviations standards (Sigma : σ) de la latitude, de la longitude et de la hauteur sont obtenues à l'aide du sous programme PRECISION du programme DGP-C.FOR. Elles sont présentées en fonction du temps dans les figures ci-dessous.

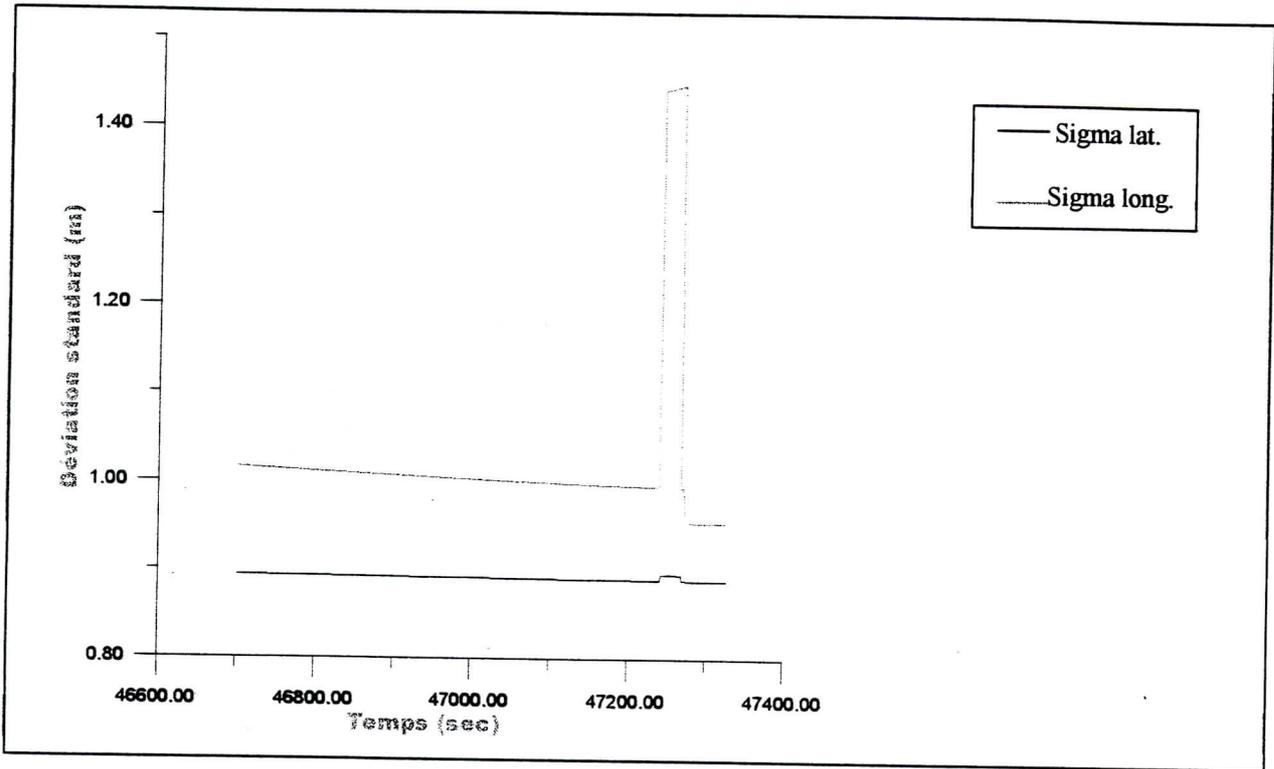


Fig.VI-38 : Précision de la latitude et de la longitude

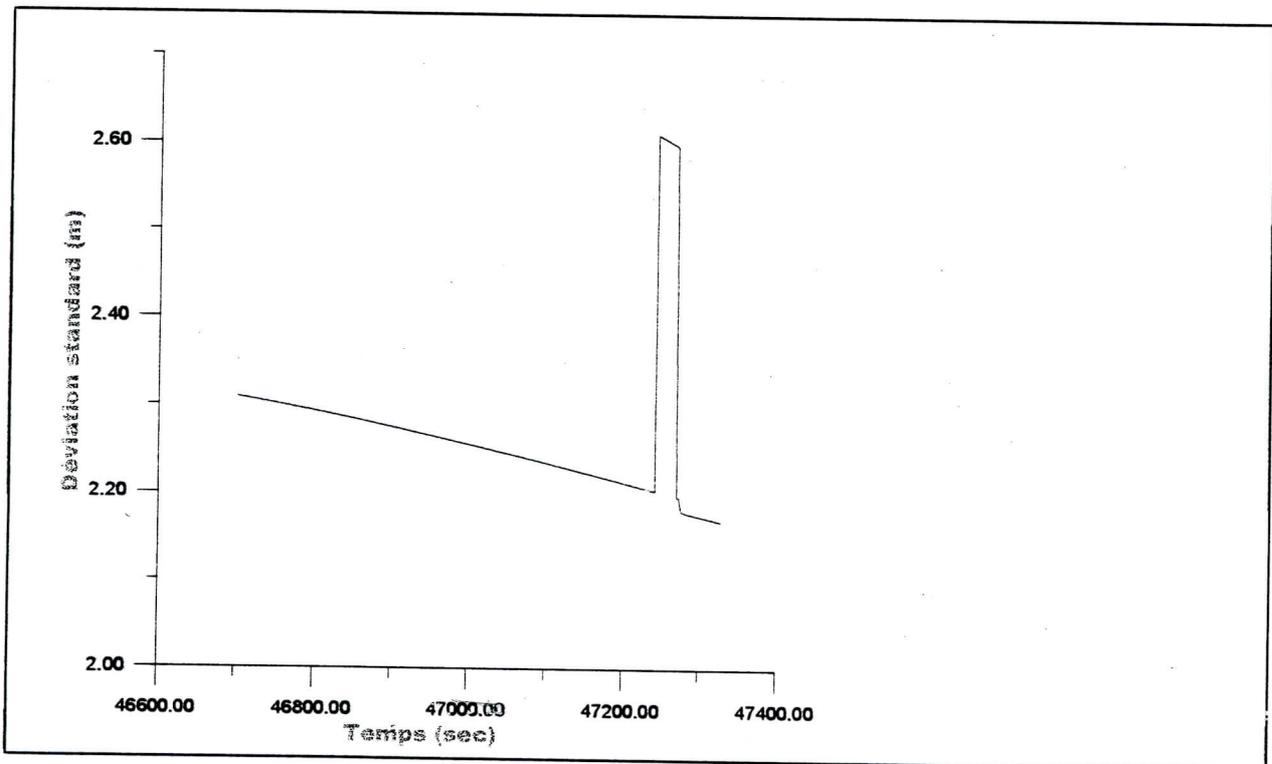


Fig.VI-39 : Précision de la hauteur

Sigma varie entre 0,88 et 0,89 mètres pour la latitude et entre 0,95 et 1,01 mètres pour la longitude. Quand le PDOP augmente à cause de la diminution du nombre de satellites, sigma augmente nettement pour atteindre la valeur 1,44 mètres pour la longitude et la valeur 2,60 mètres pour la hauteur. Quand le PDOP se stabilise, sigma chute pour atteindre sa valeur minimale.

VI.4.6-Influence de la mesure de phase

Si on ajoute les observations de la phase (L_1) aux observations du code C_1 à l'instant t_k en supposant qu'il n'y a pas un saut de cycles à cet instant, l'influence de ces observations est bien constatée en estimant la précision du positionnement DGPS par le calcul de l'erreur rms d'expression, [Jin X.X, 1997] :

$$\text{rms} = \left[\frac{1}{\mu_e} \sum_{i=1}^{\mu_e} (\hat{\omega}_i - \omega_i)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

où $\hat{\omega}_i$ et ω_i sont les quantités estimée et vraie (fournies par les matrices de variances-covariances) de la composante respectivement et μ_e est le nombre des intervalles d'observations.

Les paramètres à priori utilisés dans le positionnement DGPS sont résumés dans le tableau VI.2 ci-dessous.

Station de référence	Station mobile
$\sigma_0 = 1.e^{-1}$ mètres	$\sigma_0 = 2.e^{-1}$ mètres
$\sigma_\eta = 1.e^{-3}$ mètres	$\sigma_\eta = 3.e^{-3}$ mètres
$q_{\dot{s}} = 1.e^{-2}$ m ² /sec ⁵	$q_{\dot{s}} = 1.e^{+4}$ m ² /sec
	$q_{\dot{\varepsilon}} = 1.e^{+4}$ m ² /sec

Tableau VI.2: Ensemble de paramètres à priori utilisés dans le DGPS

Les différentes valeurs du rms fournies par l'exécution des programmes du traitement sont présentées dans le tableau VI.3 ci-dessous.

VI.4.7-Validation des résultats

La validation de nos résultats se fait par comparaison de ces derniers avec ceux fournis par une solution de référence. Cette dernière est obtenue par utilisation du procédé cinématique. L'analyse relative à l'exactitude est présentée plus loin.

VI.4.7.1-Processus d'obtention de la solution de référence

Pour lever une route donnée avec précision, le procédé cinématique est utilisé dans ce cas. Ce procédé, basé sur la mesure de la phase, est absolument intéressant sur les plans conceptuels, théorique et pratique et aussi le plus précis.

Cependant, la précision cinématique est permise en faisant fixer les ambiguïtés initiales sur des valeurs entières de la phase, ce qui nécessite une certaine durée de réception du signal, connue sous l'appellation de période d'initialisation, et aussi une ligne de base sur laquelle le lever est initialisé. Plusieurs techniques permettent l'initialisation de la phase : l'initialisation avec permutation d'antennes, l'initialisation sur une ligne de base connue et l'initialisation en vol. Cette dernière technique est celle appliquée dans la solution de référence.

L'initialisation en vol, réalisée pendant que le deuxième récepteur est en mouvement, nécessite une forte constellation de satellites et aussi des observations sur plusieurs intervalles de temps, ce qui pose des contraintes pour les applications en temps réel.

La mise en station des récepteurs est réalisée de manière que le récepteur de référence est placé sur un point connu (nommé BK) qui se trouve sur la route nationale RN11 et le récepteur mobile est embarqué sur le véhicule avec une antenne fixée sur une canne de deux mètres de hauteur.

Suivant la nature du mouvement de récepteur mobile et la nature de la zone (dégagée), les paramètres choisis pour la configuration des récepteurs étaient comme suit :

- La dynamique des récepteurs : BASE sur le récepteur de référence et ROVER, mode automobile, sur le récepteur mobile ;
- Intervalle d'enregistrement égal à une seconde (pour les deux récepteurs) ;
- Minimum de satellites égal à 5 ;
- PDOP < 4 ;
- Elévation des satellites pris en compte égale à 15°.

L'itinéraire suivi est composé de plusieurs tronçons dont le point de départ est un point au bord de la route à proximité de la borne BK.

D'après les résultats du test, la durée de l'initialisation est égale à 40 secondes dans laquelle la précision (rms) passe d'environ les huit mètres jusqu'à un mètre et dont les conditions dans laquelle l'initialisation est faite sont très favorables à savoir : le nombre de satellites égal à 5 et un très bon PDOP (< 3).

Après la phase d'initialisation, la précision continue de s'améliorer pour atteindre les 3 cm.

Une partie du fichier C_file (c'est un fichier qui donne une solution époque par époque), présentée dans le tableau VI.4, donne une idée sur la précision avec laquelle sont déterminées les coordonnées GPS de la position et les conditions dans lesquelles le lever a été fait.

SITE	MM/DD/YY	HH:MM:SS	SVs	PDOP	LATITUDE	LONGITUDE	Ha	RMS
????	05/12/99	12:54:46	5	2.9	N 35.80568126	W 0.37060528	170.2061	4.480
????	05/12/99	12:54:47	5	2.9	N 35.80568070	W 0.37060515	170.1467	4.206
????	05/12/99	12:54:48	5	2.9	N 35.80568026	W 0.37060483	170.1600	3.983
????	05/12/99	12:54:49	5	2.9	N 35.80568003	W 0.37060478	170.2510	3.796
????	05/12/99	12:54:50	5	2.9	N 35.80568103	W 0.37060510	170.3551	3.635
????	05/12/99	12:54:51	5	2.9	N 35.80568050	W 0.37060378	170.3616	3.494
????	05/12/99	12:54:52	5	2.9	N 35.80567957	W 0.37060318	170.3681	3.368
????	05/12/99	12:54:53	5	2.9	N 35.80567915	W 0.37060274	170.3419	3.255
????	05/12/99	12:54:54	5	2.9	N 35.80567912	W 0.37060261	170.3354	3.152
????	05/12/99	12:54:55	5	2.9	N 35.80567948	W 0.37060291	170.3498	3.057
????	05/12/99	12:54:56	5	2.9	N 35.80567985	W 0.37060272	170.3661	2.970
????	05/12/99	12:54:57	5	2.9	N 35.80567994	W 0.37060195	170.3543	2.888
????	05/12/99	12:54:58	5	2.9	N 35.80568040	W 0.37060168	170.3784	2.812
????	05/12/99	12:54:59	5	2.9	N 35.80568057	W 0.37060151	170.3524	2.741
????	05/12/99	12:55:00	5	2.9	N 35.80568173	W 0.37060101	170.3760	2.674
????	05/12/99	12:55:01	5	2.9	N 35.80568408	W 0.37060001	170.4160	2.611
????	05/12/99	12:55:02	5	2.9	N 35.80568607	W 0.37059904	170.4358	2.551
????	05/12/99	12:55:03	5	2.9	N 35.80568790	W 0.37059789	170.4343	2.494
????	05/12/99	12:55:04	5	2.9	N 35.80568972	W 0.37059655	170.4344	2.440
????	05/12/99	12:55:05	5	2.9	N 35.80569178	W 0.37059512	170.4267	2.388
????	05/12/99	12:55:06	5	2.9	N 35.80569379	W 0.37059332	170.4258	2.339
????	05/12/99	12:55:07	5	2.9	N 35.80569570	W 0.37059094	170.3922	2.292
????	05/12/99	12:55:08	5	2.9	N 35.80569849	W 0.37058802	170.3547	2.247
????	05/12/99	12:55:09	5	2.9	N 35.80570227	W 0.37058405	170.3273	2.204
????	05/12/99	12:55:10	5	2.9	N 35.80570675	W 0.37057962	170.3266	2.162

Tableau VI.4 : Solution du positionnement par GPS cinématique

VI.4.7.2-Comparaison des résultats

Le tableau VI.5 ci-dessous représente les écarts en position entre la solution de référence et la solution DGPS traitée par notre programme. On a pris trois phases du trajet : la phase après l'initialisation, la phase intermédiaire et la phase finale.

	Temps(sec)	DLon. (°)	DLat. (°)	DHaut. (m)
Phase 1	46488.99	.1E-03	.8E-04	.89410
	46489.99	.7E-04	.6E-04	1.10270
	46490.99	.4E-04	.5E-04	5.69220
	46491.99	.3E-04	.5E-04	3.86810
	46492.99	.4E-04	.5E-04	4.67310
	46493.99	.5E-04	.6E-04	2.70980
	46494.99	.6E-04	.6E-04	2.87120
	46495.99	.7E-04	.6E-04	1.92110
	46496.99	.7E-04	.6E-04	2.04610
	46497.99	.7E-04	.6E-04	1.97520
Phase 2	46981.99	.2E-03	.4E-03	6.42940
	46982.99	.2E-03	.4E-03	7.18180
	46983.99	.2E-03	.4E-03	7.49470
	46984.99	.2E-03	.4E-03	8.16640
	46985.99	.2E-03	.4E-03	8.75850
	46986.99	.2E-03	.4E-03	9.57690
	46987.99	.2E-03	.4E-03	10.28700
	46988.99	.2E-03	.4E-03	11.25370
	46989.99	.2E-03	.4E-03	12.11440
	46990.99	.2E-03	.4E-03	12.86190
Phase 3	47317.99	.7E-04	.9E-04	5.28190
	47318.99	.7E-04	.8E-04	5.09190
	47319.99	.7E-04	.9E-04	4.95520
	47320.99	.7E-04	.1E-03	4.94410
	47321.99	.7E-04	.1E-03	4.84640
	47322.99	.6E-04	.1E-03	4.81270
	47323.99	.6E-04	.1E-03	4.39660
	47324.99	.6E-04	.1E-03	4.05330
	47325.99	.6E-04	.1E-03	3.85470
	47326.99	.5E-04	.1E-03	3.30580

Tableau VI.5: Exactitude de la position

Pour mieux voir les écarts en position entre les deux solutions pour tout le trajet, les figures VI.40 et VI.41 sont représentées ci-dessous.

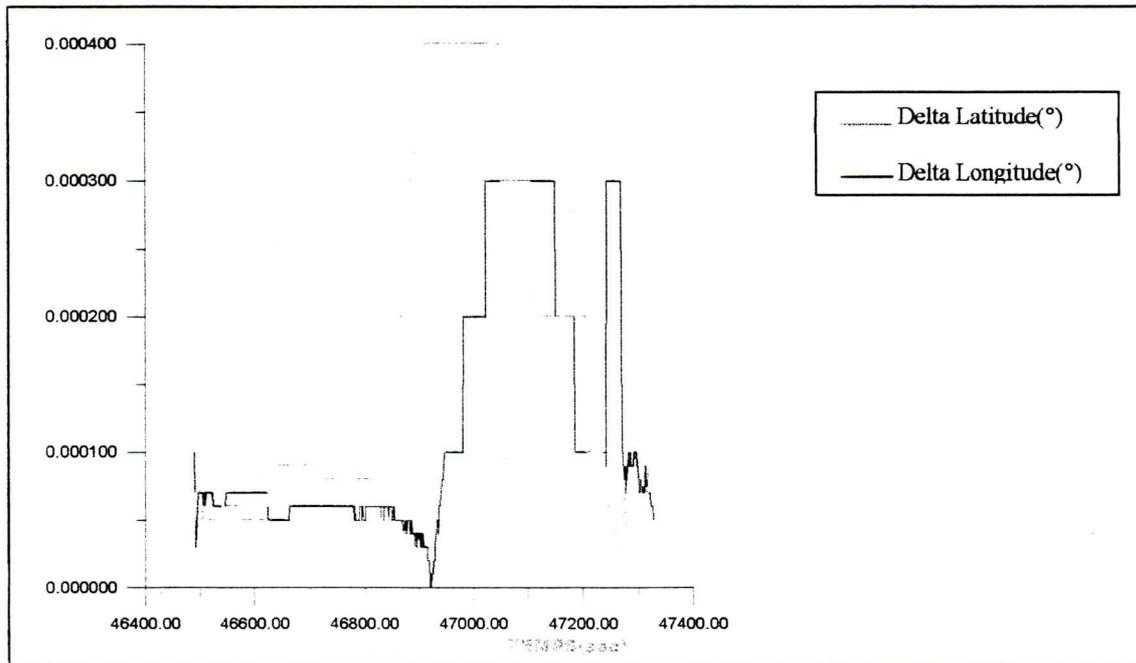


Fig.VI.40 : Exactitude de la longitude et de la latitude

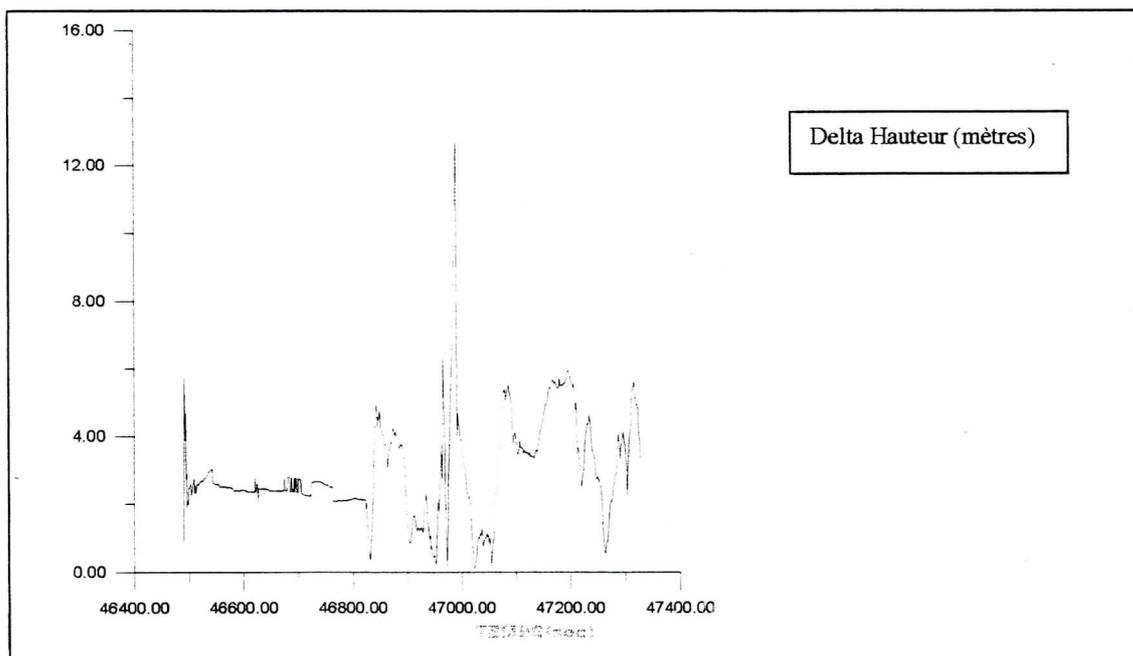


Fig.VI.41 : Exactitude de la hauteur

D'après ces figures, l'exactitude de la latitude et de la longitude est beaucoup meilleure et ne dépasse pas la valeur $0,0004^\circ$ pour la latitude. Par contre, l'exactitude de la hauteur atteint une valeur maximale égale à 12,86 mètres. Ces écarts en position nous montrent bien que nos résultats sont très proches de ceux fournis par la solution de référence.

CONCLUSION

NAVSTAR



**GLOBAL POSITIONING
SYSTEM**

CONCLUSION

Ce travail de recherche nous a permis de nous familiariser avec le système GPS qui introduit de nouvelles dimensions dans la communauté de la navigation et du positionnement.

L'augmentation du système par la technique DGPS, qui nécessite l'utilisation d'une station de référence, a démontré des meilleures précisions dans le positionnement d'un utilisateur DGPS évoluant aux environs de la station de référence. Des précisions similaires, en utilisant un réseau de stations de référence, sont obtenues lorsque l'utilisateur évolue dans des zones étendues.

Les algorithmes développés dans ce travail peuvent être appliqués par un utilisateur DGPS lorsque les observations du code sont disponibles, et même on a développé des algorithmes employant les observations du code et de la phase ensemble. Ces algorithmes se basent sur le filtre de Kalman qui fournit la solution optimale au sens de la minimisation de la variance des erreurs.

Lorsque les algorithmes emploient directement les observations du code (ou code plus phase) dans le modèle de mesure du filtre de Kalman, le modèle stochastique des observations a une simple structure et peut être résolu aisément sur le calculateur, et un ensemble de quatre satellites suffit pour obtenir la solution du positionnement. Ainsi, les algorithmes tiennent compte du fonctionnement dynamique des positions et du biais d'horloge utilisateur ce qui fournit la solution récursive des positions.

Pour la réalisation des traitements, on a utilisé le langage Fortran qui est un langage à la fois puissant et simple d'utilisation.

La difficulté rencontrée est relative au changement des satellites visibles durant la mission. Pour le calcul des corrections différentielles sur la station de référence pour un satellite considéré, on doit garantir la récursivité du filtre même s'il y a des satellites ajoutés ou supprimés, c'est-à-dire que les paramètres précédents du filtre relatifs à ce satellite ne doivent pas se mélanger avec les paramètres précédents du filtre relatifs aux autres satellites visibles. Sur la station mobile, les satellites utilisés dans la solution du positionnement sont ceux dont le récepteur reçoit les corrections différentielles.

Une autre difficulté rencontrée concerne le changement des données de navigation chaque heure, et le contrôle des valeurs des termes IODE et IODC chaque heure qui est une nécessité.

Par ailleurs, le temps de réalisation de la solution de navigation en temps réel pour le logiciel implanté dans un récepteur SERCEL est de 0,6 sec. Le temps d'exécution calculé du notre programme de positionnement est moins d'une seconde pour chaque mesure qui

est un temps relativement acceptable si l'on veut réaliser un positionnement en temps réel.

Aussi, les résultats obtenus montrent que si seules les observations du code sont disponibles sur les deux stations, cela est très important pour la navigation temps réel puisque ces mesures ne sont pas ambiguës. Si les observations de la phase s'ajoutent aux observations du code, cela améliore la qualité du positionnement. L'emploi des deux types d'observations sur la station de référence pour générer les corrections différentielles donne un meilleur positionnement même si la station mobile n'emploie que les observations du code pour dire qu'il faut rattraper les erreurs du code d'abord sur la station de référence pour que les corrections estimées soient corrigées de ces erreurs avant d'être transmises et appliquées au positionnement.

La comparaison des résultats de notre programme avec les résultats restitués du récepteur ASHTECH (Traitement en mode cinématique) a fourni une erreur moyenne de position de l'ordre décimétrique. De part la proximité des résultats, nous souhaitons que notre travail présente bien un appui pour une éventuelle étude comparative avec d'autres logiciels.

En outre, le modèle présenté dans ce document n'a pas été utilisé exhaustivement, l'étude de l'influence du modèle sur la solution pourrait permettre un positionnement de précision si nécessaire.

BIBLIOGRAPHIE

NAVSTAR



**GLOBAL POSITIONING
SYSTEM**

Bibliographie

Le système GPS

[1] **Abdellaoui H. (1998)**

"Positionnement et Localisation en temps réel par satellites GPS". Thèse de Magister. Centre National des Techniques Spatiales. Algérie, 1998.

[2] **Barrows A.K (1996a)**

"GPS-Based Attitude and Guidance Display for General Aviation". IEEE Emerging Technology and Factory Automation, 96. Kauai Hawaii, USA.

[3] **Barrows A.K. (1996b)**

"Flying Curved Approach and Missed Approach : 3-D Display Trials On board a Light Aircraft". Department of Aeronautics and Astronautics, Stanford University. Proceeding of ION GPS-96, Kansas City, Missouri, USA, September 1996.

[4] **Botton S. and Duquenne F. (1997)**

"GPS, Localisation et Navigation". Hermes. Paris, 1997.

[5] **Brunner F.K. (1998)**

"GPS Signal diffraction modelling : the stochastic SIGMA model". Engineering Surveying and Metrology, Technical University of Graz. Austria, March, 1999.

[6] **Callaghan S. (1998)**

"NAVSTAR Global Positioning System (GPS)". Engineering Series. Navigation Message Quick, Technical Reference. SGC Technical Publications. USA. February 1998.

[7] **Christie and Jock R.I (1998)**

"Analytical and Experimental Observations of Ionospheric and Tropospheric Decorrelation Effects for Differential Satellite Navigation During Precision Approach". ION GPS-98, Nashville, Tennessee. USA. September 1998.

[8] **Dekkiche H., Abbas H. (1999)**

"Positionnement par GPS cinématique". Rapport de recherche. Centre National des Techniques Spatiales. Algérie, 1999.

[9] **Gebre-Egziabher D., Hayward R.C and Powell J.D. (1997)**

"GPS-Based Attitude for Aircraft". Department of Aeronautics and Astronautics, Stanford University. Stanford, CA 94 305. USA, 1997.

[10] **Gebre-Egziabher D., Hayward R.C and Powell J.D. (1998)**

" Low- Cost GPS/Inertial Attitude Heading Reference System (AHRS) for General Aviation Applications". IEEE 1998. Position Location and Navigation Symposium. PLANS'98. Palm Springs, CA. USA.

[11] "Global Positioning System". A Guide for the Approval of GPS Receiver Installation and Operation. Produced by Satellite Operational Implementation Team for Flight Standards Service. Federal Aviation Administration. US Department of Transportation, October 1996.

[12] "Global Positioning System". Standard Positioning Service Signal Specification. 2nd Edition, June 2. 1995.

- [13] **Grejner-Brzezinska D.A (1997)**
"GPS error modelling and OTF ambiguity resolution for high-accuracy GPS/INS integrated system". The Ohio State University Center for Mapping, 1216 Kinnear Rd, Columbus. USA, May 1998.
- [14] **Hansen A.J, Enge P. (1997)**
"Ionospheric Estimation and Integrity Threat Detection". Department of Electrical Engineering, Stanford University. Proceeding of ION NTM'97, Santa Monica CA, January 1997.
- [15] **Hayward R.C. (1997)**
"Inertially Aided GPS Bases Attitude Heading Reference System (AHRS) for General Aviation Aircraft". Proceeding of ION GPS-97, Kansas City. Missouri, September 1997.
- [16] **Howind J. (1998)**
"Impact of temporal correlation on GPS-derived relative point positions". Geodetic Institute, University of Karlsruhe. Englerstrasse7, D-76128 Karlsruhe. Germany, January 1999.
- [17] **Iz H.B, Ge M. and Chen Y.Q. (1997)**
"Grid point search algorithm for fast integer ambiguity resolution". Department of Land Surveying and Geo-Information. The Hong Polytechnic University, Kow loon. Hong Kong, June 1998.
- [18] **Jin X.X. (1997)**
"Algorithm for carrier adjusted DGPS positioning and some numerical results". Delft Geodetic Computing Centre, Faculty of Geodetic Engineering, Delft University of Technology. The Netherlands, February 1997.
- [19] **Jock R.I. and Christie**
"The effects of Local Ionospheric Decorrelation on LAAS: Theory and Experimental Results". Department of Aeronautics and Astronautics, Stanford University. Chung Shan. Institute of Technology and Science. Usa, 1998.
- [20] **Jonquière J.L. (1992)**
"Système de navigation par satellites NAVSTAR-GPS". Département électronique. lière édition. Toulouse, 1992.
- [21] **Kahlouche S., Zeggai A., Ayouaz A. (1998)**
"Positionnement temps réel par GPS différentiel en Méditerranée occidentale". Journées Nationales d'Etudes sur les Sciences de la Mer - Tamentefoust du 25 au 27 Mai 1998.
- [22] **Kahlouche S., Zeggai A., Ayouaz A., Touam S., Abbas H., Benahmed Daho S., Mouheb H. (1999)**
"Real time positioning by differential GPS in the western Mediterranean sea". Positioning Symposium G1, IUGG General Assembly. Birmingham July 1999.
- [23] **Larzisin D.I and Packieson W.**
"Carrier differential GPS for Real-Time Control of large flexible structures". Department of Aeronautics and Astronautics, Stanford University. USA, 1996.
- [24] **Lawrence D. and Cobb S. (1996)**
"Performance Evaluation of On-Airport Local Area Augmentation System Architecture". Proceeding of ION GPS-96, Kansas City. MO, Sept 1996.
- [25] **Leick A.**
"Kinematic GPS Surveying". Department of Spatial Information, University of Maine. ACSM Bulletin, November/December 1992.

[26] Mertikas S.P. and Rizos C. (1996)

"On-line detection of abrupt changes in the carrier-phase measurements of GPS". Division of Exploration and Positioning, Mineral Resources Engineering Department. Technical University of Crete.

[27] Mohamed A.H. (1998)

"Adaptive Kalman Filtering for INS/GPS". Department of Geomatics Engineering, The University of Calgary, Canada, December 1998.

[28] "NAVSTAR GPS User Equipment Introduction". Public Release Version, September 1996.

[29] Ndili A.

"GPS Pseudo-lite Signal Design". Stanford University, California USA. Proceeding of ION GPS-94, Salt Lake City, Utah, September 1994.

[30] Ndili A. and Enge P.

"GPS Receiver Autonomous Interference Detection ". Stanford University. Presented at the 1998 IEEE Position, Location and Navigation. Symposium- PLANS'98, Palm Springs, California, April 1998.

[31] O'conner M., Elkaim B.H. and Parkinson B.W.

"Kinematic GPS for Closed-Loop control of Farm and construction vehicles". In Proceeding of the Institute of Navigation GPS-95 Conference. Palm Springs CA, September 1995.

[32] Pullen S.P. and Enge P.K.

"Global Optimization of GPS Augmentation Architectures using Genetic Algorithms". Department of Aeronautics and Astronautics, Stanford University.

[33] Pullen S.P., Pervan B. and Enge P. (1996)

"A comprehensive Integrity Verification Architecture for On-Airport LAAS Category III Precision Landing". Department of Aeronautics and Astronautics, Stanford. Presented at ION GPS-96 Conference. Kansas City, MO, Sept 1996.

[34] Rajan J. (1999)

"GPS Risk Assessment Study", Final Report. Air Transport Association 1301, Pennsylvania. Washington, VS-99-007, January 1999 M8A01.

[35] Richard A. Fuller (1998)

"Interoperation and Integration of Satellite Based Augmentation Systems". Department of Aeronautics and Astronautics, Stanford University. Presented September 1998 at ION GPS'98, Nashville, Tennessee.

[36] SERCEL (1993)

"Introduction au système GPS et à l'emploi des récepteurs SERCEL". Edition Décembre 1993. Référence SERCEL 0311149.

[37] Sjöberg L.E. (1997)

"Unbiased vs biased estimation of GPS phase ambiguities from dual-frequency code and phase observables". Royal Institute of Technology, Department of Geodesy and Photogrammetry, Sweden, November 1998.

[38] Stone J.M. and LeMaster E.A.

"GPS Pseudo-lite Transceivers and their Applications". Stanford University. Presented at the ION National Technical Meeting 99, San Diego, California, January 1999.

[39] Tcagne Harrison E.

"Techniques for Real-time Control of flexible Structures Using GPS". Department of Aeronautics and Astronautics, Stanford University.

[40] "A Technical Report to the secretary of Transportation on a National Approach to Augmented GPS Services". U.S Department of Commerce, NTIA Special Publication 94-30, December 1994.

[41] **Teunissen P.J.G. (1998)**

"The probability distribution of the GPS baseline for a class of integer ambiguity estimators". Delft Geodetic Computing Centre, Faculty of Geodesy, Delft University of Technology. The Netherlands, March 1999.

[42] **Walter Todd (1998)**

"WAAS MOPS : Practical Examples". Stanford University, 1998.

[43] **Wang J., Steward M.P. and Tsakiri M. (1997)**

"A discrimination test procedure for ambiguity resolution on-the-fly". School of Special Sciences, Curtin University of Technology. Australia. June 1998.

[44] **Wells D. (1986)**

"Guide to GPS Positioning". Canadian GPS Associates. December 1986.

Les systèmes de navigation et d'identification

[45] "Adaptive filtering prediction and control", Part II. STOCHASTIC SYSTEMS.

[46] **Labarrere M., Kief J.P. et Gimonet B. (1993)**

"Le filtrage et ses applications". Cours SUP'AERO. 1993.

[47] **Lescure J.M. (1988)**

"Navigation aérienne". Vol 1. Département du Transport Aérien. 4ième édition. 'ENAC'.

[48] **Ljung L. and Torsten S. (1983)**

"Theory and practice of Recursive Identification". Massachusetts Institute of Technology. MIT Press series in Signal Processing, Optimization and Control ; 4.

[49] **Milard F. (1976)**

"Cours de radionavigation". Ecole Nationale Supérieure de Techniques Avancées. Paris. 1976.

[50] **Sicre J.L. (1996)**

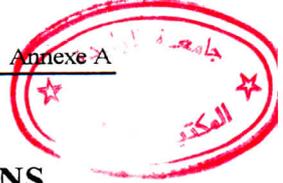
"Navigation et pratique de la radionavigation". 2ième édition. Toulouse. Mai 1996.

ANNEXES

NAVSTAR



**GLOBAL POSITIONING
SYSTEM**



ANNEXE A : ALGORITHME DU CALCUL DES CORRECTIONS DIFFERENTIELLES BASE SUR LES OBSERVATIONS DU CODE ET DE LA PHASE

Les relations d'observations du code et de la phase sur la station de référence à l'instant t_k dans le cas d'un récepteur mono-fréquence, en supposant qu'il n'y a pas un saut de cycles à cet instant, s'écrivent respectivement :

$$PR_k = \rho_k + c \times (\Delta T_k - \Delta \tau_k) + T_k + I_k + E_k + e_k \quad A.1a$$

$$\lambda \phi_k = \rho_k + c \times (\Delta T_k - \Delta \tau_k) + T_k - I_k + E_k - \lambda N_k + \eta_k \quad A.1b$$

Les nouveaux termes apparaissant sont signifiés comme suit:

λ : longueur de l'onde de la porteuse L_1 (en mètres)

ϕ_k : mesure de la phase (en cycles) qui est équivalent à $\Phi = \Delta \phi + n_R$ (Partie A)

N_k : ambiguïté initiale de la phase (en mètres)

η_k : bruit de mesure de la phase (en mètres)

Par hypothèse, les deux bruits de mesures du code et de la phase ne sont pas corrélés.

L'ambiguïté initiale N_k restera constante tant qu'il n'y a pas un saut de cycles. La distance réelle ρ_k entre le récepteur et le satellite est connue et la correction d'horloge satellite est donnée en fonction de sa valeur approchée $\delta \tau_k^0$ envoyée dans le message satellitaire.

La correction différentielle ∇_k s'exprime par l'expression suivante :

$$\nabla_k = c \times (\Delta T_k - \delta \tau_k) + T_k + I_k + E_k \quad A.2$$

Les deux équations d'observations ci-dessus deviennent :

$$PR_k - \rho_k + c \times \delta \tau_k^0 = \nabla_k + e_k \quad A.3a$$

$$\lambda \phi_k - \rho_k + c \times \delta \tau_k^0 = \nabla_k - 2 \times I_k - \lambda N_k + \eta_k \quad A.3b$$

On détermine la combinaison linéaire liant les deux termes I_k et N_k , [JIN X. X, 1997]:

$$\bar{I}_k = I_k + \frac{1}{2} \lambda \times N_k \quad A.4$$

Le modèle de mesure devient :

$$PR_k - \rho_k + c \times \delta \tau_k^0 = \nabla_k + e_k \quad A.5a$$

$$\lambda \phi_k - \rho_k + c \times \delta \tau_k^0 = \nabla_k - 2 \times \bar{I}_k + \eta_k \quad A.5b$$

Ainsi, il est important de calculer le taux de variation et même l'accélération de la correction différentielle. Le vecteur d'inconnues \underline{x}_k sera augmenté de paramètres $\dot{\nabla}_k$, $\ddot{\nabla}_k$ et \bar{I}_k :

$$\underline{x}_k = \left[\nabla_k, \dot{\nabla}_k, \ddot{\nabla}_k, \bar{I}_k, \dot{\bar{I}}_k \right]^T$$

Le modèle dynamique du filtre de Kalman se définit par le système d'équations suivant :

$$\begin{pmatrix} \nabla \\ \dot{\nabla} \\ \ddot{\nabla} \\ \bar{I} \\ \dot{\bar{I}} \end{pmatrix}_k = \begin{pmatrix} 1 & \Delta t_k & \frac{\Delta t_k^2}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \Delta t_k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \Delta t_k \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \nabla \\ \dot{\nabla} \\ \ddot{\nabla} \\ \bar{I} \\ \dot{\bar{I}} \end{pmatrix}_{k-1} + \underline{w}_k \quad \text{A.6}$$

avec \underline{w}_k le bruit d'état de moyenne nulle et de matrice de variance-covariance déduite comme suit (voir paragraphe IV.2.2) :

$$Q_k = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\Delta t_k^6}{36} & \frac{\Delta t_k^5}{12} & \frac{\Delta t_k^4}{6} \\ & \frac{\Delta t_k^4}{4} & \frac{\Delta t_k^3}{2} \\ \text{SYM} & & \Delta t_k^2 \end{pmatrix} \times \text{var}(\ddot{\nabla}) & 0 \\ \text{SYM} & \begin{pmatrix} \frac{\Delta t_k^4}{4} & \frac{\Delta t_k^3}{2} \\ \text{SYM} & \Delta t_k^2 \end{pmatrix} \times \text{var}(\dot{\bar{I}}) \end{pmatrix}$$

La forme matricielle du système d'équations A.5, en tenant compte de nouvelles paramètres du vecteur d'état \underline{x}_k , s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned} \underline{z}_k &= \begin{pmatrix} PR_k - \rho_k + c \times \delta \tau_k^0 \\ \lambda \phi_k - \rho_k + c \times \delta \tau_k^0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \nabla \\ \dot{\nabla} \\ \ddot{\nabla} \\ \bar{I} \\ \dot{\bar{I}} \end{pmatrix}_k + \begin{pmatrix} e \\ \eta \end{pmatrix}_k \end{aligned}$$

Le vecteur bruit de mesure de composantes non corrélées $(e_k, \eta_k)^T$ est de moyenne nulle et de matrice de variance R_k donnée par :

$$R_k = \begin{pmatrix} \sigma_e^2 & 0 \\ 0 & \sigma_\eta^2 \end{pmatrix}$$

dont :

σ_e^2 : variance de bruit de mesure du code

σ_η^2 : variance de bruit de mesure de la phase

ANNEXE B : ALGORITHME DU POSITIONNEMENT PAR DGPS BASE SUR LES OBSERVATIONS DU CODE ET DE LA PHASE

Lorsque les deux types de mesures sont disponibles sur la station mobile, l'algorithme décrit par les deux relations suivantes :

$$PR_k^i = \rho_k^i + c \times (\Delta T_k - \Delta \tau_k^i) + T_k^i + I_k^i + E_k^i + e_k \quad \text{B.1a}$$

$$\lambda \phi_k^i = \rho_k^i + c \times (\Delta T_k - \Delta \tau_k^i) + T_k^i - I_k^i + E_k^i - \lambda N_k^i + \eta_k \quad \text{B.1b}$$

avec :

$$\Delta \tau_k^i = \delta \tau_k^{0i} + \delta t_k^i$$

Par hypothèse, les deux bruits de mesures du code et de la phase ne sont pas corrélés.

La correction différentielle sur le récepteur mobile, notée ∇_{mk} à l'instant t_k , pour un satellite i est donnée par :

$$\nabla_{mk}^i = c \times (\Delta T_k - \delta t_k^i) + T_k^i + I_k^i + E_k^i \quad \text{B.2}$$

En remplaçant l'équation B.2 dans le système B.1, ce dernier devient :

$$PR_k^i = \rho_k^i - c \times \delta \tau_k^{0i} + \nabla_{mk}^i + e_k \quad \text{B.3a}$$

$$\lambda \phi_k^i = \rho_k^i - c \times \delta \tau_k^{0i} + \nabla_{mk}^i - 2 \times I_k^i - \lambda N_k^i + \eta_k \quad \text{B.3b}$$

Ainsi, la relation liant la correction différentielle ∇_{mk}^i à la correction différentielle estimée sur la station de référence, notée ∇_k , est la suivante en admettant que les deux stations ne sont pas trop éloignées :

$$\nabla_{mk}^i = \nabla_k^i + c \times dT_k \quad \text{B.4}$$

où dT_k est le décalage d'horloges entre les deux récepteurs qui reste à déterminer.

En posant :

$$\bar{I}_k^i = I_k^i + \frac{1}{2} \lambda \times N_k^i$$

ce qui implique que la forme matricielle du système B.3 s'écrit :

$$\begin{pmatrix} PR_k^i + c \times \delta \tau^{0i} - \nabla^i \\ \lambda \phi_k^i + c \times \delta \tau^{0i} - \nabla^i \end{pmatrix}_k = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \rho^i \\ cdT \\ \bar{I}^i \end{pmatrix}_k + \begin{pmatrix} e \\ \eta \end{pmatrix}_k \quad \text{B.5}$$

avec :

$$\rho_k^i = \sqrt{(X^i - x)^2 + (Y^i - y)^2 + (Z^i - z)^2}$$

On remarque que cette dernière équation est une équation non linéaire. La linéarisation se fait en appliquant un développement en série de Taylor au voisinage d'une position approchée (x_0, y_0, z_0) , cela nous donne :

$$\rho_k^i = \rho_{0k}^i + \frac{\partial \rho_{0k}^i}{\partial x_0} \Delta x_k + \frac{\partial \rho_{0k}^i}{\partial y_0} \Delta y_k + \frac{\partial \rho_{0k}^i}{\partial z_0} \Delta z_k + \dots \quad \text{B.6}$$

et ρ_{0k}^i la distance approchée entre le récepteur et le satellite i qui vaut :

$$\rho_{0k}^i = \sqrt{(X^i - x_0)^2 + (Y^i - y_0)^2 + (Z^i - z_0)^2}$$

En tenant compte de nouvelles composantes du vecteur d'état correspondant aux erreurs sur les composantes du vecteur vitesse lorsque les accélérations sont considérées comme des bruits de densités spectrales q_x , q_y et q_z , et en remplaçant ρ_k^i par l'expression B.6, le système B.5 devient :

$$\underline{z}_k^i = \begin{pmatrix} PR^i - \rho_0^i + c \times \delta\tau^{0i} - \nabla^i \\ \lambda\phi^i - \rho_0^i + c \times \delta\tau^{0i} - \nabla^i \end{pmatrix}_k$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{\partial \rho_0^i}{\partial x_0} & 0 & \frac{\partial \rho_0^i}{\partial y_0} & 0 & \frac{\partial \rho_0^i}{\partial z_0} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial \rho_0^i}{\partial x_0} & 0 & \frac{\partial \rho_0^i}{\partial y_0} & 0 & \frac{\partial \rho_0^i}{\partial z_0} & 0 & 1 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta \dot{x} \\ \Delta y \\ \Delta \dot{y} \\ \Delta z \\ \Delta \dot{z} \\ cdT \\ cd\dot{T} \\ \bar{I}^i \\ \dot{\bar{I}}^i \end{pmatrix}_k + \begin{pmatrix} e \\ \eta \end{pmatrix}_k \quad \text{B.7}$$

Le modèle dynamique se déduit à partir d'un développement limité à l'ordre un pour chaque composante du vecteur \underline{x}_k comme suit :

$$\begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta \dot{x} \\ \Delta y \\ \Delta \dot{y} \\ \Delta z \\ \Delta \dot{z} \\ cdT \\ cd\bar{T} \\ \bar{I}^i \\ \bar{I}^i \end{pmatrix}_k = \begin{pmatrix} I_4 & \\ & 1 \end{pmatrix} \otimes F_{k-1,k} \times \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta \dot{x} \\ \Delta y \\ \Delta \dot{y} \\ \Delta z \\ \Delta \dot{z} \\ cdT \\ cd\bar{T} \\ \bar{I}^i \\ \bar{I}^i \end{pmatrix}_{k-1} + \underline{w}_k \quad \text{B.8}$$

où I_4 est la matrice unité de dimension 4

$$\text{et } F_{k-1,k} = \begin{pmatrix} 1 & \Delta t_k \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Concernant la précision du vecteur d'observations \underline{z}_k , la première composante de ce vecteur a une variance égale à la somme de la variance du bruit de la mesure du code PR_k^i et de la variance de l'erreur sur la correction différentielle ∇_k^i telle qu'elle est donnée au paragraphe V.1.1.2.

La variance du bruit de la mesure du code, notée σ_0^2 , est supposée constante et la même pour tous les satellites. Les deux termes $cd\tau_k^{oi}$ et ρ_{0k}^i sont connus et donc de variances nulles., ce qui implique que la variance de la première composante de \underline{z}_k est :

$$\sigma_0^2 + \sigma_{\nabla_k^i}^2$$

De même pour la deuxième composante du vecteur \underline{z}_k , sa variance est :

$$\sigma_\eta^2 + \sigma_{\nabla_k^i}^2$$

où σ_η^2 dénote la variance du bruit de la mesure de phase.

Comme les deux mesures (code et phase) ne sont plus corrélées entre elles, la covariance entre les deux composantes du vecteur d'observations \underline{z}_k est égale à la variance de la correction différentielle ($\sigma_{\nabla_k^i}^2$), d'où la matrice de variance-covariance des erreurs sur les bruits d'observations pour un satellite i s'écrit :

$$\mathbf{R}_k = E(\underline{z}_k \underline{z}_k^T) = \begin{pmatrix} \sigma_0^2 + \sigma_{\nabla_k^i}^2 & \sigma_{\nabla_k^i}^2 \\ \sigma_{\nabla_k^i}^2 & \sigma_\eta^2 + \sigma_{\nabla_k^i}^2 \end{pmatrix}$$

Dans le cas de quatre satellites poursuivis, les deux modèles stochastique (B.7) et dynamique (B.8) sont évolués comme suit :

$$S_k = \begin{pmatrix} \frac{\Delta t_k^4}{4} & \frac{\Delta t_k^3}{2} \\ \frac{\Delta t_k^3}{2} & \Delta t_k^2 \end{pmatrix}$$



ANNEXE C : CALCUL DE L'ECART DU TEMPS GPS/UTC

Le temps UTC est une échelle de temps maintenue par une organisation internationale (IERS : International Earth Rotation Service), à l'aide de batteries d'horloges très précises et liée à la rotation de la terre ce qui entraîne de temps en temps des recalages discrets (quelques secondes).. GPS NAVSTAR, en liaison avec cette organisation, détermine le calage de son temps par rapport à UTC et transmet dans les données de navigation les coefficients d'un modèle permettant de passer du temps GPS au temps UTC, l'erreur devant être inférieure à 180 nsec (à 95%), [SERCEL, 1993].

L'algorithme de calcul de l'écart GPS/UTC est différent suivant que l'instant présent est avant ou après le temps de référence $t_{\text{réf}}$ du modèle qui est donné par :

$$t_{\text{réf}} = DN + 8 \times WN_{\text{lsf}} \quad (\text{en jours}) \quad \text{C.1}$$

où DN le numéro de jour et WN_{lsf} le numéro de semaine.

Trois cas sont considérés :

- t est antérieur à $t_{\text{réf}}$:

$$t_{\text{UTC}} = (t - \Delta t_{\text{UTC}}) \text{ modulo } 86400 \text{ sec} \quad \text{C.2}$$

avec :

$$\Delta t_{\text{UTC}} = \Delta t_{\text{LS}} + A_0 + A_1 \times [t - t_{0t} + 604800 \times (WN - WN_t)] \quad \text{C.3}$$

Les termes Δt_{LS} , A_0 , A_1 , t_{0t} et WN_t sont contenus dans le message des données et sont définis dans le tableau II.3 de la partie A. Le terme WN représente le numéro de la semaine courante.

- t est postérieur à $t_{\text{réf}}$:

On utilise le même algorithme qui est en haut en remplaçant Δt_{LS} par Δt_{LSf}

- t est compris entre $t_{\text{réf}} + \frac{3}{4}$ et $t_{\text{réf}} + \frac{5}{4}$:

Ici, on tient compte d'une possible traversée de fin de semaine. L'algorithme est donné comme suit :

$$t_{\text{UTC}} = W \text{ modulo } (86400 + \Delta t_{\text{LSf}} - \Delta t_{\text{LS}}) \quad \text{C.4}$$

avec :

$$W = (t - \Delta t_{\text{UTC}} - 43200) \text{ modulo } 86400 + 43200 \text{ sec} \quad \text{C.5}$$

ANNEXE D : TRANSFORMATION COORDONNEES GEOGRAPHIQUES ↔ CARTESIENNES

L'algorithme de transformation de coordonnées géographiques en coordonnées cartésiennes et inversement est résumé dans le tableau D.1

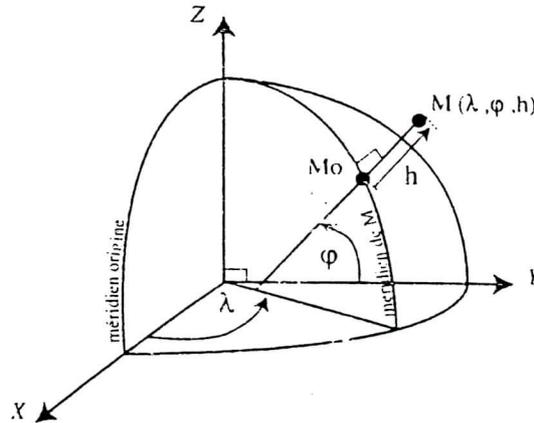


Fig.D.1: Transformation coordonnées géographiques ↔ cartésiennes

$\lambda, \varphi, h \Rightarrow x, y, z$	$x, y, z \Rightarrow \lambda, \varphi, h$
$x = (N + h) \cos \varphi \cos \lambda$ $y = (N + h) \cos \varphi \sin \lambda$ $z = (N(1 - e_e^2) + h) \sin \varphi$ $N = \frac{a_e}{(1 - e_e^2 \sin^2 \varphi)^{1/2}}$	$P = (x^2 + y^2)^{1/2}$ $\lambda = \arctan \frac{y}{x} = 2 \arctan \frac{y}{x + P}$ $\varphi_0 = \arctan \left(\frac{z}{P} \right)$ $w = (1 - e_e^2 \sin^2 \varphi_0)^{1/2} \leftarrow$ $N = \frac{a_e}{w}$ $h = P \cos \varphi_0 + z \sin \varphi_0 - a_e w$ $\varphi = \arctan \left(\frac{z}{P \left(1 - \frac{N e_e^2}{N + h} \right)^{-1}} \right)$ <div style="margin-top: 10px;"> $\varphi - \varphi_0 < \varepsilon \begin{cases} \text{non} & \varphi_0 \leftarrow \varphi \\ \text{oui} & \rightarrow \varphi \end{cases}$ </div>

Tableau D.1: Algorithme de transformation des coordonnées

ANNEXE E : FORMAT ET TRANSFERT DES DONNEES

Format des données

Les données GPS disponibles sont en format RINEX (**R**eceiver **I**ndependant **E**xchange) qui est un format standard permettant d'exprimer les observations et les données du message satellite sous la forme d'un fichier au format ASCII. Ce format permet en particulier de combiner des observations faites avec des récepteurs de marques différentes ce qui est impossible en format constructeur qui dépend du matériel.

Ce format d'échange est structuré en trois fichiers :

- un fichier qui contient les observations
- un fichier qui contient les données météorologiques
- un fichier qui contient le message de navigation

Le nom de ces fichiers est codifié de la manière suivante : « sssdfff.yyt » avec :

- ssss : l'identifiant du site,
- ddd : le numéro du jour dans l'année,
- f : le numéro de la session,
- yy : les deux derniers chiffres de l'année
- t : le type du fichier (**O**: observation, **M**: météorologie, **N**: navigation).

Pour le cas du récepteur mobile utilisé, le nom du fichier d'observations est « Rout1322.990 ».

Concernant le fichier d'observations, les types d'observations disponibles pour le récepteur utilisé sont en nombre de sept :

- L_1, L_2 : mesures de phase sur L_1 et L_2
- C_1 : pseudo-distance utilisant le code C/A sur L_1
- P_1, P_2 : pseudo-distance utilisant le code P sur L_1 et L_2
- D_1, D_2 : fréquence Doppler sur L_1 et L_2

Transfert des données

Après une campagne de mesures, le récepteur GPS contient tous les fichiers d'observations dans sa mémoire interne. A l'aide du module « Transfert » et du câble RS232, l'utilisateur peut lire et copier ces fichiers sur le disque dur du micro-ordinateur de type PC.

Ce transfert s'effectue par l'exécutable « DOWNLOAD » du module « Transfert » ou bien en temps réel avec l'exécutable « DATALOGR ».

GLOSSAIRE

NAVSTAR



**GLOBAL POSITIONING
SYSTEM**

GLOSSAIRE

Dans ce glossaire, on définit quelques termes liés à la navigation par GPS . Par la suite, on donne la signification des abréviations utilisées dans la thèse.

Définition des termes

- **ambiguïté entière**

Inconnue sur la détermination des mesures de phase. Cette inconnue est un nombre entier car on ne peut mesurer que la partie décimale de la phase et le nombre de tours de phase écoulés depuis la mesure précédente.

- **approche de non précision**

Procédure d'approche aux instruments pour laquelle l'électronique du Glide-Slope est non fournie.

- **approche de précision**

Procédure d'approche aux instruments pour laquelle l'électronique du Glide-Slope est fournie (ex. ILS).

- **BASE**

Le nom de site occupé par le récepteur de référence

- **bloc**

Ensemble de satellites GPS du même lot de fabrication, comportant les mêmes caractéristiques techniques.

- **codage**

Action de représenter des informations sous forme discrète par des caractères, des symboles, des éléments de signal conformément aux règles biunivoques d'un code.

- **dégradation**

Diminution des performances du système GPS visant à en limiter la précision pour les utilisateurs n'ayant accès qu'au service standard SPS.

- **déviatoin standard**

Calcul de dispersion des erreurs aléatoires près de la valeur moyenne

- **disponibilité**

Probabilité qu'un système puisse fournir ses performances nominales à un instant donné.

- **disponibilité sélective SA**

Dégradation volontaire du système GPS visant à diminuer les performances du système pour les utilisateurs n'ayant pas accès au service de positionnement précis PPS.

- **erreur sphérique probable SEP**

Rayon d'une sphère dans laquelle il y'a une probabilité de 50% de situer un point.

- **ILS cat. I**

Procédure d'approche ILS qui assure un guidage à une hauteur minimum de 200 pieds au-dessus d'atterrissage et une distance visuelle minimum de 1800 pieds de la piste d'atterrissage.

- **ILS cat. II**

Procédure d'approche ILS qui assure un guidage à une hauteur minimum de 100 pieds au-dessus d'atterrissage et une distance visuelle minimum de 1200 pieds de la piste d'atterrissage.

- **ILS cat. III**

IIIA : Procédure d'approche ILS qui assure un guidage sans hauteur minimale de décision avec une distance visuelle minimum de 700 pieds de la piste d'atterrissage.

IIIB : Procédure d'approche ILS qui assure un guidage sans hauteur minimale de décision et une distance visuelle minimum de 150 pieds de la piste d'atterrissage.

IIIC : Procédure d'approche ILS qui assure un guidage sans hauteur minimale de décision et sans distance visuelle minimale de la piste.

- **intégrité**

Capacité d'un système à fournir des avertissements en temps opportun aux utilisateurs lorsque ce système ne doit pas être utilisé parce que ses performances sont trop dégradées.

- **ligne de base**

Segment de droite orienté.

- **lignes de position**

Lieux géométriques définis radio-électriquement.

- **navigation**

Art de conduire un véhicule à une destination donnée, par la détermination de la position, le calcul de la trajectoire optimale et le guidage par référence à celle-ci.

- **navigation de surface**

Méthode de navigation permettant le vol sur n'importe quelle trajectoire voulue dans les limites de la couverture des aides de navigation à référence sur station au sol, ou dans les limites des possibilités d'une aide autonome ou grâce à la combinaison de ces deux moyens.

- **orthodromie**

Trajet le plus court entre deux points (appelé aussi ligne géodésique).

- **phase (de la porteuse)**

Phase de battement obtenue entre la phase de la porteuse reçue (généralement générée par le satellite) et la phase d'un signal généré par le récepteur à une fréquence voisine de celle du signal reçu ou d'un de ses multiples.

- **positionnement**

Opération qui consiste à placer un objet dans la position requise.

- **précision**

Le niveau de conformité entre la position mesurée et la position réelle.

- **pseudo-lites (APLs)**

Abréviation du mot pseudo-satellites. Ce sont des balises au sol qui transmettent des signaux ayant la même structure que le signal satellite.

- **pseudo distance lissée (par la phase)**

Mesure de pseudo distance lissée en utilisant les mesures de phase de porteuse (précises mais ambiguës) dans le but de réduire le bruit de mesure.

- **ROVER**

Le nom de site occupé par le récepteur mobile.

- **saut de cycles**

Discontinuité de la mesure de phase causée, par exemple, par une interruption momentanée de la réception introduisant une nouvelle valeur de l'ambiguïté entière.

Abréviations

AAIM	: Aircraft Autonomous Integrity Monitoring
ADOS	: African Doppler Survey
APLs	: Airport Pseudo-lites
A.S	: Anti-Spoofing
Cat.	: Catégorie
C/A	: Code d'acquisition
DGPS	: Différential GPS
DME	: Distance Measuring Equipment
d.r.m.s	: Distance Root Mean Square
F.A.A	: Federal Aviation Administration
GDOP	: Geometric Dilution Of Precision
GEOs	: Geostationary Satellites
GHz	: Gega Hertz
GLONASS	: GLobal Navigation Satellite System (Russe)
GNSS	: Global Navigation Satellite System
GPS	: Global Positioning system
HF	: Hight Frequency
ILS	: Instrument Landing system
INS	: Inertial Navigation System
kHz	: kilo Hertz
LADGPS	: Local Area Differential GPS
MHz	: Mega Hertz
MLS	: Microwave Landing system
m/sec	: mètre par seconde
NDB	: Non directional Beacon
NM	: Nautical Mile
nsec	: nano seconde
P	: Precision code
PDOP	: Position Dilution Of Precision
PPS	: Precise Positioning Service
PRN	: Pseudo Random Noise
RAIM	: Receiver Autonomous Integrity Monitoring
r.m.s	: Root Mean Square
RTCA	: Radio Technical Commission for Aeronautics
RTCM	: Radio Technical Commission for Maritime Service
S.A	: Selective Availability
S.E.P	: Spherical Error Probable
SPS	: Standard Positioning Service
SV	: Space Vehicle
UERE	: User Equivalent Ranging Error
UHF	: Ultra Height Frequency
UTC	: Universal Time Coordinated
VHF	: Very Height Frequency
VLF	: Very Low Frequency
VOR	: VHF Omni-Range
WADGPS	: Wide Area Differential GPS
WGS-84	: World Geodetic System-1984