

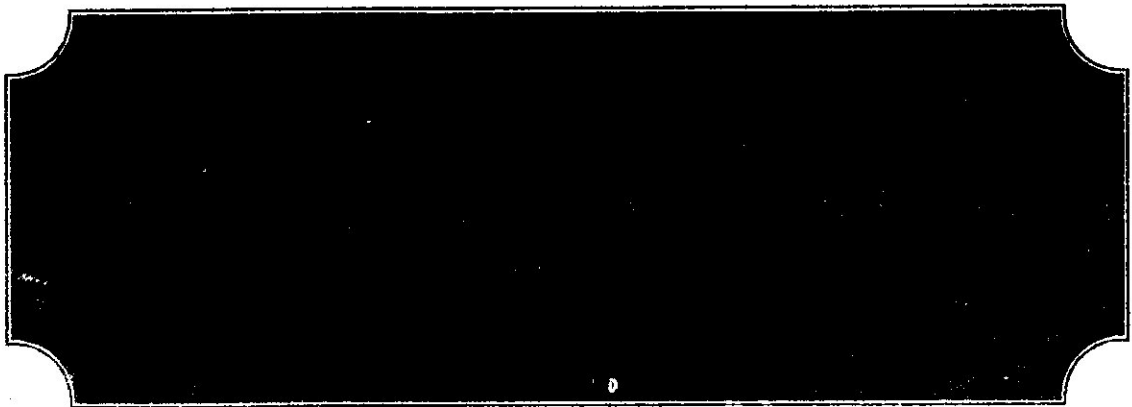
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
Ministère de l'Enseignement Supérieur Et De La Recherche Scientifique

FACULTE DE SCIENCES DE L'INGENIEUR



Projet de fin d'études
En vue de l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état en Aéronautique
(Option installation)

Thème



Réalisé par :

- ABIDI NACIMA
- BAAZIZ ZAHRA

Encadré par :

Mr : S.MEGUELATI

Promotion 2006-2007

Remerciment

Nous remercions tout d'abord le bon DIEU de nous a donné l'aide de bien terminer ce travail.

Nous adressons nos sincères remerciements à notre promoteur Mr S.MEGUELATI pour sa contribution à tout instant à la réalisation de ce travail.

Nous exprimons nos vifs remerciements à Mr M.LAGHA, enseignant au département d'aéronautique, et à Melle Amrouche pour nous avoir aidé durant notre travail.

Nous tenons également à remercier tous les enseignants des instituts d'aéronautique et d'électronique et à tout les gens qui ont contribué de près ou de loin à la réussite de ce travail.

Que tous les membres du jury trouvent ici l'expression de nos remerciements les plus chaleureux pour avoir accepté la charge d'évaluer le présent travail.

RESUMES

ملخص

في هذه المذكرة نصف تقنية المتابعة التي تعتمد على الترشيح. نبدأ بإدخال مختلف تقنيات المتابعة باستخدام مرشح كالمان ثم باستخدام تقنية GLR. هذه التقنية قادرة على إيجاد، تتبأ و تسوية التغيرات المفاجئة في الحركة. أخيرا نبين النتائج التجريبية التي تدل على بعض التحسينات في التقنية.

Résumé

Dans ce mémoire, nous décrivons un système de poursuite basé sur le filtrage de Kalman et l'algorithme du maximum de vraisemblance généralisé (GLR). Nous commençons par introduire les différentes techniques de poursuite, ainsi que le filtrage de Kalman. Puis nous décrivons le test GLR, un algorithme capable de détecter, d'estimer et de compenser des variations brusques du mouvement de la cible. Finalement nous présentons les résultats expérimentaux qui indiquent une certaine efficacité de l'algorithme.

Abstract

In this memory, we describe a tracking system based on Kalman filtering and the generalized likelihood ratio (GLR) algorithm. We start by introducing the various tracking techniques as well as the Kalman filter. Then we describe test GLR, an algorithm able to detect, estimate and compensate for abrupt variations of the movement of the target. Finally we present experimental results which indicate a certain effectiveness of the algorithm.

TABLE DES MATIERES

RESUMES.....	1
LISTE DES FIGURES.....	2
LISTE DES SYMBOLES.....	3
INTRODUCTION GENERALE.....	4
I. POURSUITE DE CIBLES MANOEUVRANTES.....	5
I.1. Introduction.....	5
I.2. Classification des méthodes de poursuite.....	6
I.3. Les techniques d'estimation d'état.....	6
I.3.1. Modélisation des manoeuvres.....	6
I.3.2. Détecteurs de manoeuvres.....	8
I.4. Les techniques d'estimation à modèles multiples.....	10
I.5. Approche de l'imagerie.....	12
I.6. Les méthodes d'associations de données.....	14
I.6.1. Capteur unique.....	14
I.6.2. Multicapteur.....	15
I.7. Conclusion.....	16
II. FILTRAGE DE KALMAN.....	17
II.1. Introduction.....	17
II.2. Filtrage de Kalman.....	17
II.2.1. Le principe.....	17
II.2.2. Les applications du filtre.....	18
II.3. Filtre de Kalman discret.....	19
II.3.1. Le modèle d'état.....	19
II.3.2. Le modèle de mesure.....	19
II.3.3. Les équations du filtre.....	20
II.3.4. Calcul du gain du filtre:.....	21
II.4. Interprétation du filtre.....	22
II.5. Modélisation discrète du processus à estimer.....	23
II.6. Filtre de Kalman étendu.....	24
II.7. Initialisation du filtre.....	25
II.8. Conclusion.....	26
III. ALGORITHME DE TEST DE RAPPORT DE VRAISEMBLANCE GENERALISE.....	27
III.1. Introduction.....	27
III.2. Les tests d'hypothèses.....	27
III.2.1. Introduction.....	27
III.2.2. Principe des tests.....	28
III.2.3. Choix de l'hypothèse à tester : hypothèse nulle et hypothèse alternative.....	28
III.2.4. Choix d'un test statistique.....	28
III.2.5. Choix de la région critique et règle de décision.....	29
III.2.6. Risques d'erreur, puissance et robustesse d'un test.....	29
III.3. Le Test du χ^2	30
III.4. Test du rapport de vraisemblance.....	31
III.4.1. Tests de Bayes.....	31
III.4.2. Rapport de Vraisemblance.....	33
III.4.3. Tests de Neyman-Pearson.....	33
III.4.4. Tests simples et composés.....	34
III.4.5. Rapport de Vraisemblance Généralisé.....	35
III.5. Les algorithmes de détection de manoeuvre.....	35
III.5.1. Algorithmes du test du χ^2	36
III.5.2. Algorithmes du test du rapport de vraisemblance.....	37

III.6. Description de l'algorithme du test de rapport de vraisemblance généralisé (GLR)	39
III.6.1. Introduction	39
III.6.2. Systèmes stochastique avec des sauts inconnus	39
III.6.3. Formulation de l'approche dans le cas linéaire	41
III.6.4. Schéma général du filtre	42
III.6.5. Calcul des matrices F et G	42
III.6.6. Calcul du rapport de vraisemblance	45
III.6.7. Le test	46
III.6.8. Correction	46
III.7. Calcul de la probabilité de détection	47
III.8. Extension de l'approche au cas non linéaire	48
III.9. Conclusion	49
IV. SIMULATION ET COMMENTAIRES	50
IV.1. Introduction	50
IV.2. Types de manœuvres	50
IV.3. Modèle du filtre dans le cas d'un saut de vitesse	50
IV.4. Modèle du filtre dans le cas d'un saut de direction	52
IV.5. Principe de la batterie de filtres	53
IV.6. L'objet de la simulation	55
IV.7. L'interface	55
IV.7.1. Les contrôles	56
IV.7.2. Les types de contrôles	56
IV.8. Présentation générale de l'interface	56
IV.9. Organigramme général	58
IV.10. Résultats des simulations	60
IV.10.1. Filtre de Kalman sans saut , sans et avec batterie de filtres	60
IV.10.2. Cas d'un mouvement rectiligne avec saut de vitesse sans et avec test GLR	62
IV.10.3. Cas d'un mouvement rectiligne avec saut de direction	65
IV.11. Conclusion	68
CONCLUSION GENERALE	72
BIBLIOGRAPHIE	73

LISTE DES FIGURES

Chapitre I

Figure I.1 : Cibles (a) non manœuvrante (b) manœuvrante	8
Figure I.2 : Filtre adaptatif.....	9
Figure I.3 : Schéma de l'algorithme d'estimation à modèles.....	10
Figure I.4 : Fusion Radar FLIR.....	14
Figure I.5 : Schéma d'un module de pistage de cibles à capteur.....	15
Figure I.6 : Exemple de fenêtrage.....	15
Figure I.7 : Schéma d'un module de pistage de cibles multiplicateur.....	16

Chapitre II

Figure II.1 : Récursivité du filtre de Kalman.....	17
Figure II.2 : Principe du filtre de Kalman.....	18
Figure II.3 : Schéma de l'algorithme du filtre de Kalman	22
Figure II.4 : Interprétation du filtre de Kalman	23
Figure II.5 : Schéma de l'algorithme du filtre de Kalman non linéaire	25

Chapitre III

Figure III.1 : Relation entre les erreurs.....	31
Figure III.2 : Variations de $P(s \geq \chi_n^2)$	32
Figure III.3 : Définition des coûts	32
Figure III.4 : Hypothèses du modèle de manœuvre	37
Figure III.5 : Algorithme de détection de manœuvre IE	38
Figure III.6 : Algorithme de détection de manœuvre GLR	39
Figure III.7 : Filtre de Kalman avec détecteur de manœuvre GLR	43
Figure III.8 : Fenêtre glissante	43
Figure III.9 : L'algorithme du GLR.....	47

Chapitre IV

Figure IV.1 : Modélisation d'une droite	51
Figure IV.2 : Modélisation d'un virage.....	53
Figure IV.3 : L'interface	57
Figure IV.4 : Estimation de la vitesse (a), de la trajectoire (b) sans batterie de filtre... 61	61
Figure IV.5 : Estimation de la vitesse (a), de la trajectoire (b) avec batterie de filtres.62	62
Figure IV.6 : Simulation d'un saut de vitesse sans test GLR	63
Figure IV.7 : Simulation d'un saut de vitesse avec test GLR	64
Figure IV.8 : Simulation de sauts de vitesse élevés avec test GLR	65
Figure IV.9 : Simulation d'un saut de direction sans test GLR	66
Figure IV.10 : Simulation d'un saut de direction avec test GLR	67

LISTE DES SYMBOLES

Symbole	Définition
H	Matrice de mesures
I	Matrice unité
K	Gain du filtre de Kalman
P	Matrice de covariance de l'erreur d'estimation
Q	Matrice de covariance du bruit du système
R	Matrice de covariance du bruit de mesure
$x(k)$	Vecteur d'état du processus au temps $t(k)$
$v(k)$	Vecteur de bruit de mesure au temps $t(k)$
$w(k)$	Vecteur de bruit de processus au temps $t(k)$
$\hat{x}(k)$	Vecteur d'estimation de $x(k)$ au temps $t(k)$
$\hat{x}(k,k-1)$	Vecteur d'estimation à priori au temps $t(k)$
$z(k)$	Vecteur de mesure au temps $t(k)$
$\Phi(k)$	Matrice de transition reliant l'instant $t(k)$ à l'instant $t(k+1)$
Δt	Intervalle de temps entre l'instant $t(k)$ à l'instant $t(k+1)$
$\ell_k(k,\theta)$	Logarithme du rapport de maximum de vraisemblance
\tilde{z}	Résidu du filtre de Kalman
u	Amplitude du saut

Introduction Generale

Chapitre I

Techniques de poursuite des cibles

I. TECHNIQUES POURSUITE DE CIBLES

I.1. Introduction

La fonction pistage constitue le noyau algorithmique des applications surveillance, tant civiles (contrôle du trafic aérien, ...) que militaires (défense aérienne, système d'armes, ...), où elle permet de convertir l'information extraite des capteurs en une information spatio-temporelle de plus haut niveau (chaîne détection-pistage-classification d'un radar par exemple). Les techniques à mettre en œuvre pour réaliser cette fonction tournent autour du filtrage de Kalman mais avec des évolutions dans la conception des algorithmes.

La recherche de pisteurs prenant mieux en compte les manoeuvres est liée à l'apparition de cibles agiles telles que les nouvelles générations d'avions d'armes (F-22 aux USA, ACF-ACM ou EFA en Europe, Sukhoi 27 en Russie) et de chars (M1 aux USA, XL en France). Même s'il y a un monde entre une démonstration de meeting aérien et une situation de combat, il convient de rappeler l'exhibition du pilote du Sukhoi au salon du Bourget de 1989 : la manoeuvre dite du cobra permet de quasiment arrêter l'avion en cabré puis de le faire repartir en ascension sur sa poussée moteur (rapport masse sur poussée inférieur à un) mettant ainsi en difficulté la plupart des pisteurs actuels.

Bien que les applications des détecteurs de manoeuvres soient principalement militaires, il est à noter que le développement de pisteurs plus performants pour des besoins militaires a également des retombées importantes dans le contrôle du trafic aérien civil (ATC). Aujourd'hui la dégradation du pistage lors des manoeuvres d'approche terminale est telle que les contrôleurs préfèrent utiliser les mesures de position brutes (non filtrées et donc complètement bruitées) plutôt que les sorties filtrées par le pisteur (pourtant ces virages n'excèdent pas 0,3g pour des raisons évidentes de confort des passagers mais les radars utilisés sont lents)

Dans ce chapitre, on va présenter les différentes méthodes de poursuite existantes en développant celles qui ont rapport avec notre travail, c'est-à-dire celles qui intègrent un détecteur de manœuvre.

1.2. Classification des méthodes de poursuite

La discipline de la poursuite de cible occupe une grande place dans la littérature. Nous avons classé les méthodes de poursuite en quatre grandes classes :

- Les techniques d'estimation d'état,
- Les techniques d'estimation à modèles multiples,
- Approche de l'imagerie,
- Les méthodes d'associations de données.

Pratiquement toutes ces méthodes utilisent le filtre de Kalman.

1.3. Les techniques d'estimation d'état

1.3.1. Modélisation des manoeuvres

Un algorithme de pistage est essentiellement une application causale entre un espace d'observations spatio-temporelles (les mesures des capteurs) et une approximation du processus primaire (la trajectoire réelle du mobile). Depuis le travail fondateur de Kalman, la plupart des solutions sont analysées dans le cadre des équations différentielles (ou aux différences) stochastiques.

► Cas de cibles non manoeuvrantes

Le système peut être décrit par exemple par l'équation :

$$dx_t = Ax_t dt + Bdv_t \quad (1.1)$$

où $\{x_t\}$ désigne le processus état du mobile (typiquement position, vitesse, ..., de son centre de gravité) et $\{v_t\}$ un bruit de covariance R^v .

Les mesures y_t (capteurs radar, infrarouge, ...) servent à estimer x , par l'espérance conditionnelle $\hat{x}_t = x_t / Y_t$ qui minimise l'erreur quadratique moyenne $E\{\hat{x}_t^T \hat{x}_t / Y_t\}$ pour $\hat{x}_t = x_t - \hat{x}_t$.

Lorsque la mesure y_t est linéaire en l'état et bruitée additivement par un bruit $\{w_t\}$ de covariance R^w indépendant de $\{v_t\}$, on calcule, pour une condition initiale gaussienne, l'estimateur \hat{x}_t en intégrant :

$$d\hat{x}_t = A\hat{x}_t dt + G_t(dy_t - C\hat{x}_t dt) \quad (I.2)$$

où C est la matrice d'observation et G , le gain de recalage optimal (au sens de l'erreur quadratique moyenne). La structure de l'équation (I.2) admet une interprétation très intuitive puisque le terme $A\hat{x}_t dt$ correspond au déplacement prédit par le modèle à priori du mouvement (I.1) et que cette prédiction est corrigée proportionnellement à l'écart entre la mesure et la mesure attendue (terme $G_t(dy_t - C\hat{x}_t dt)$).

Le processus $\{\tilde{y}_t\}$ défini par $\tilde{y}_t = y_t - \int_0^t C\tilde{x}_s ds$ est appelé processus des innovations.

Ce formalisme dit linéaire gaussien markovien (LGM) domine la littérature pistage des trente dernières années et il a également montré toute sa flexibilité (choix des modèles,...) dans de nombreuses applications de la théorie de l'estimation.

Pour un mouvement dans un plan, on prendrait par exemple $X = (\text{pos}_x, \text{pos}_y, \text{vit}_x, \text{vit}_y)^T$ et l'intensité R^v est choisie pour refléter les fluctuations attendues au voisinage de la trajectoire rectiligne uniforme moyenne.

Le gain optimal G , est proportionnel à la covariance R_t^{xx} de l'erreur x , qui obéit à l'équation générale:

$$dR_t^{xx} = (AR_t^{xx} + R_t^{xx}A' + BR^vB' - R_t^{xx}C'R^{w-1}CR_t^{xx})dt + \sum_1 R^{xxx}(I)_t(C'R^{w-1}d\tilde{y}_t)_t \quad (I.3)$$

Dans le cas général, la covariance est donc excitée par les innovations et dépend ainsi des mesures. Dans le cadre LGM, l'erreur est gaussienne et son troisième moment est nul. L'équation précédente se réduit alors à une équation différentielle ordinaire connue sous le nom d'équation de Riccati :

$$R_t^{xx} = AR_t^{xx}A^T + R_t^{xx}A^T + BR^vB^T - R_t^{xx}C^TR^{w-1}CR_t^{xx}.$$

Cette équation étant indépendante des mesures, elle est intégrable hors ligne ce qui permet de pré calculer le gain $G_t = R_t^{xx}C^TR^{w-1}$.

On remarque les effets antagonistes des observations qui contribuent à réduire la covariance de l'erreur (terme $-R_t^{xx}C^TR^{w-1}CR_t^{xx}$) d'autant plus qu'elles sont moins bruitées (facteur R^{w-1}) et de la perturbation v_t dont l'intensité R^v induit un accroissement linéaire de l'incrément dR^{xx} .

Les équations (I.1), (I.2) et (I.3) définissent le filtre de Kalman (KF) dont la simplicité et la souplesse expliquent pour une bonne part le succès pratique. Malheureusement, les capteurs utilisés en pistage introduisent en général des non linéarités (mesures d'angles, de distance,...) et on perd alors immédiatement toute la pureté de la formalisation de Kalman.

Cependant l'attrait de l'équation (I.2) en terme de mécanisation dans un calculateur temps réel est tel qu'on contournera le plus souvent cette difficulté par une simple linéarisation, au voisinage de l'estimation courante (filtre dit de Kalman étendu - EKF) ou d'une trajectoire nominale (filtre dit de Kalman linéarisé - LKF). Pour un pisteur EKF, le gain doit être calculé en ligne puisqu'il dépend des mesures (via la linéarisation en \hat{x}_t) mais cette approche a le mérite de préserver la structure très simple du cas LGM.

► Cas des cibles manœuvrantes

Dans le cas de cibles manœuvrantes, l'accélération du mobile comporte alors, en plus de fluctuations autour d'une moyenne nulle, une partie quasi discontinue et non linéaire correspondant aux manoeuvres commandées par le pilote. L'apparition soudaine de ce terme commandé appelle une augmentation de la bande passante du pisteur afin de ne pas laisser croître l'erreur, induire un traînage et risquer de décrocher. Le modèle doit alors être complété par un terme discret

$$dx_t = Ax_t dt + Bdv_t + b_\phi(x_t)d\phi_t \quad (I.4)$$

où ϕ est un processus ponctuel ($d\phi_t = 0$ sauf aux instants de manoeuvres) et $b_\phi x(t)$ relie les sauts de ϕ aux manoeuvres considérées.

I.3.2. Détecteurs de manoeuvres

Presque tous les systèmes de poursuite utilisent le filtre de Kalman comme dispositif de filtrage et de prédiction. Dans le cas de cibles non manœuvrantes (Figure I.1.(a) par exemple dans le cas d'avions civiles volant le long de trajectoires rectilignes, un filtre de Kalman classique peut résoudre le problème de la poursuite. Par contre si la cible est manœuvrante (Figure I.1.(b)), le succès du filtre de Kalman classique sera très limité. Il faut alors envisager de doter le système de poursuite, de dispositifs capables de détecter et d'estimer ces changements brusques de manoeuvres.

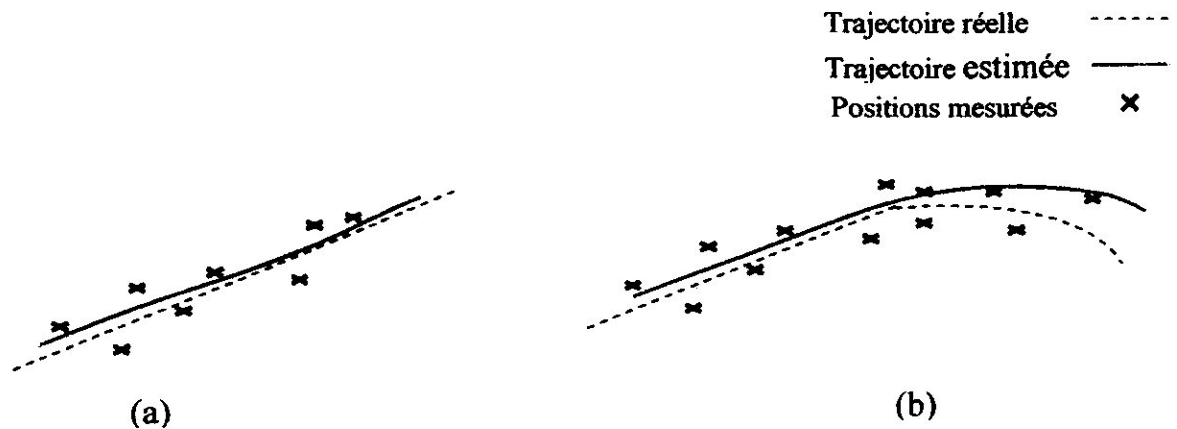


Fig. I.1 : Cibles (a) non manœuvrante (b) manœuvrante

► Techniques classiques

Pour préserver la structure, très commode dans la plupart des applications, du pisteur (I.1), (I.2) et (I.3), de nombreux travaux ont tout d'abord cherché à exploiter les souplesses du modèle LGM pour introduire une approximation du terme discontinu dans l'équation (I.4) et rendre le pisteur plus alerte vis-à-vis des manoeuvres.

Une première possibilité est de rechercher un équivalent brownien pour le terme $b_\phi(x_t)d\phi$ en négligeant sa dépendance en x ce qui revient à prendre en compte l'accélération commandée par addition d'une perturbation stochastique adaptée. Malgré la différence profonde de nature entre les processus $\{v_t\}$ (continu) et $\{\phi_t\}$ (discontinu), cette approche reste la plus utilisée aujourd'hui et, conduisant à accroître R^v d'une quantité représentative du terme discontinu, elle permet d'augmenter le gain du pisteur, donc sa bande passante, et évite le décrochage. On retrouve là une idée courante dans les implémentations des filtres EKF où l'augmentation du bruit de modèle s'efforce de refléter les erreurs de linéarisation des EKF. En contrepartie on dégrade bien sûr la qualité du pistage en l'absence de manoeuvre puisque le gain reflète en fait une perturbation «moyennée» entre les phases de croisière et les phases manoeuvrantes.

► Filtre de Kalman adaptatif

- Approximation de l'accélération par un terme stochastique

Pour éviter ce qui précède, on peut envisager de n'augmenter l'intensité équivalente que lors d'une manoeuvre, introduisant ainsi la notion de filtre de Kalman adaptatif (AKF). Il faut alors concevoir un détecteur de manoeuvres (Figure I.2), par exemple en surveillant

les innovations du filtre basé sur le modèle sans manoeuvre et en les validant par rapport au test du χ^2 qu'elles sont censées vérifier. Cette détection peut s'appuyer sur des résultats généraux en détection de ruptures dans les systèmes dynamiques et on dispose d'outils statistiques satisfaisants. La reconfiguration du filtre après détection peut prendre différentes formes. La solution la plus simple est d'augmenter $R^v \rightarrow \alpha R^v$, ($\alpha > 1$) jusqu'à retrouver la compatibilité entre les innovations et leur covariance prédite. On peut aussi réinitialiser x et R^{xx} pour oublier les mesures datant avant la manoeuvre.

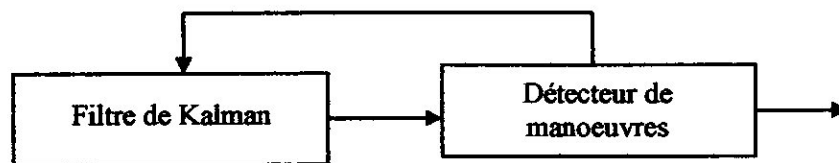


Fig. I.2 : Filtre adaptatif

- Approximation de l'accélération par un terme continue inconnue

Plutôt que d'utiliser un processus stochastique, il est parfois proposé, en restant dans le cadre additif, de modéliser l'accélération par une entrée continue :

$$b_t(x)d\phi_t = Bu_t dt$$

La fonction u , étant inconnue, on retrouve ici les techniques de prise en compte des biais de modèles dans le filtrage de Kalman. Le traitement des innovations du pisteur basé sur le modèle non manoeuvrant ($u_t=0$) permet de nouveau de détecter la manoeuvre et d'estimer le profil de la perturbation. On montre que ces innovations sont reliées linéairement à u et on peut mettre en place un estimateur du maximum de vraisemblance simple pour u et sa covariance R^u . L'accélération estimée \hat{u}_t est alors injectée dans le pisteur : $d\hat{x}_t = (A\hat{x}_t + B\hat{u}_t)dt + G_t(dy_t - C\hat{x}_t dt)$ et l'intensité R^v dans l'équation de Riccati est augmentée en $R^v + R^u$.

I.4. Les techniques d'estimation à modèles multiples

Une approche moderne pour s'adapter aux changements de la dynamique de cible est d'utiliser une banque parallèle d'estimateurs, chacun accordé à une condition de fonctionnement différente, et puis de combiner les sorties dans une estimation moyenne pondérée basée sur l'exécution de chaque filtre. Cette architecture a un avantage par rapport aux précédentes concernant la vitesse d'adaptation.

Toutes les techniques à modèles multiples connues sous l'appellation IMM (Interacting Multiple model) partagent la même architecture et diffèrent seulement de la façon avec laquelle les poids des modèles sont calculés.

Dans l'approche modèles multiples sans changement de modèles, la cible suit un modèle de mouvement parmi r modèles possibles. La figure I.3 illustre cette approche.

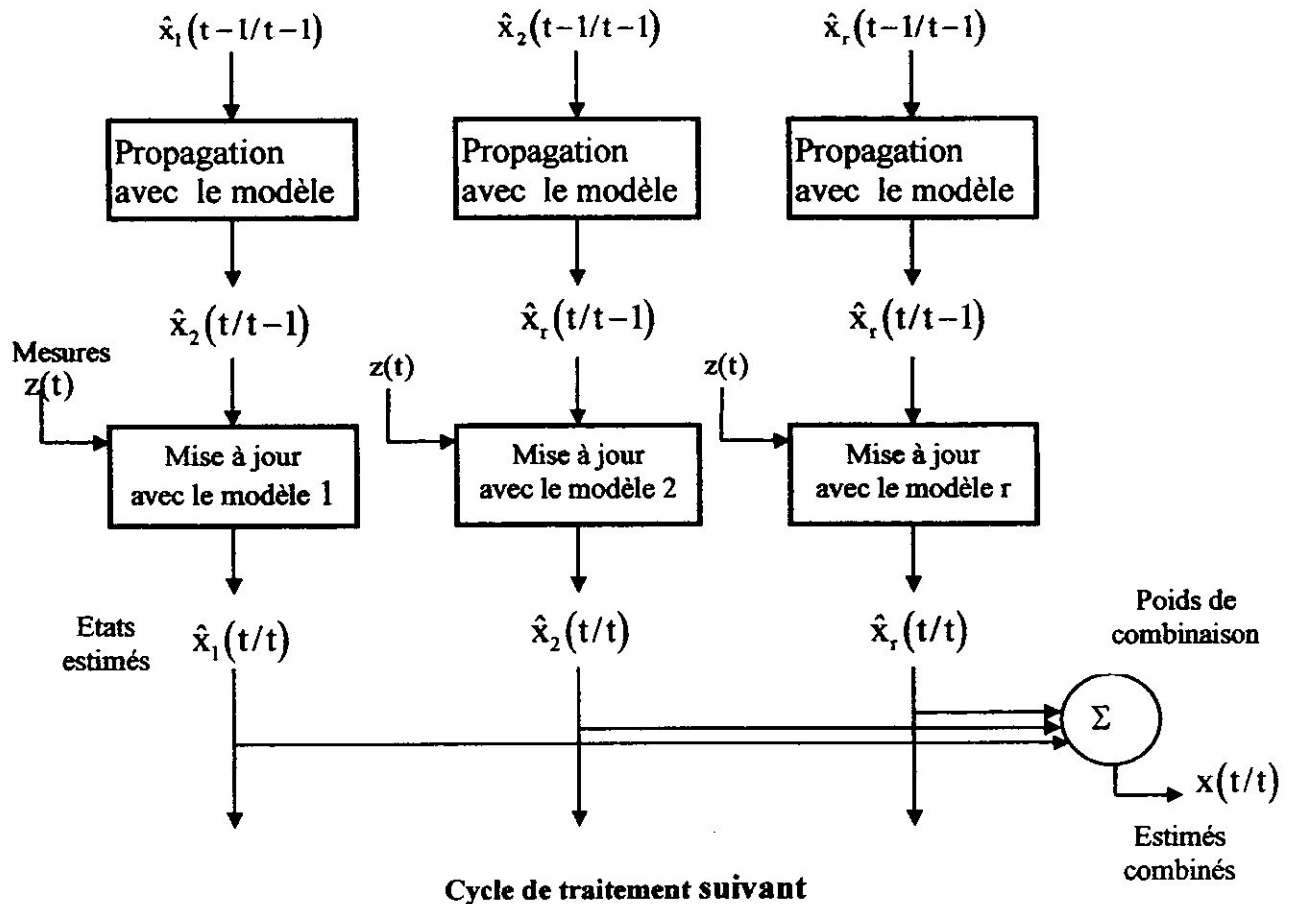


Fig. I.3 : Schéma de l'algorithme d'estimation à modèles multiples

Chaque filtre basé sur le modèle M_j a pour sorties :

- L'estimée de l'état du modèle,
- La covariance associée,
- La fonction de vraisemblance du modèle.

Après que les filtres soient initialisés, ils fonctionnent récursivement sur leurs propres estimés. Leurs fonctions de vraisemblance sont employées pour faire la mise à jour des probabilités des modèles, ces probabilités sont utilisées pour combiner les états estimés des modèles.

Des approches plus sophistiquées connues sous l'appellation IMM (Interacting Multiple Model) où on autorise des changements de modèle : l'entrée du filtre du modèle n°i est obtenue par interaction des r filtre.

1.5. Approche de l'imagerie

Face à l'évolution de la manoeuvrabilité des cibles, les systèmes de pistage bénéficient d'un enrichissement des dispositifs de mesure. En particulier la disponibilité de capteurs optroniques, au-delà de mesures angulaires de grande précision, permet d'acquérir une image de la cible ajoutant ainsi une information qualitativement différente des mesures de positions usuelles. L'exploitation de cette information donne naissance à de nouvelles architectures de fusion multicapteurs pour exploiter le couplage position-attitude.

Les pisteurs n'incorporant pas l'imagerie approchent certainement d'assez près ce qui peut être fait de mieux à partir de mesures de position. Il existe en effet une limite physique due au fait que les manoeuvres sont commandées par une accélération et que les traitements d'un capteur de position, quelque soit leur sophistication, ne pourront pas remonter l'effet d'intégration : une mesure de position ne reflète une manoeuvre, c'est-à-dire physiquement une accélération, qu'à travers deux intégrations soit donc typiquement en $\frac{1}{2}\gamma t^2$. Au contraire un capteur imageur traduit quasi instantanément la manoeuvre. En effet les cibles manoeuvrent essentiellement par une accélération latérale pour changer la direction du vecteur vitesse beaucoup plus que son module. Ceci se traduit très rapidement par un changement de l'attitude et donc de l'apparence du mobile. Il est donc légitime d'espérer, détecter la manoeuvre beaucoup plus vite par filtrage des attributs de l'image que par filtrage d'une mesure de position. Par une adaptation rapide du pisteur on peut alors réduire la dégradation de la précision du pistage après la manoeuvre.

Une estimation par traitement d'image de l'attitude de la cible, ou au moins d'un changement d'attitude, améliore fortement la prédiction du mouvement en contraignant la direction de l'accélération, voir son module, à partir des informations d'orientation de la cible (attitude). Avec le vocabulaire des systèmes hybrides, l'idée est donc d'utiliser les attributs de la cible extraits de l'image (si possible l'attitude elle-même, sinon des fonctions de l'attitude telles que le nombre de pixels, les dimensions apparentes,...) comme une mesure directe (y_{ϕ}) du régime (vol de croisière, manoeuvres).

► Systèmes ATC

Le couplage attitude-manoevre peut aussi être exploité avec une cible coopérative comme dans les systèmes d'ATC ou de trajectographie.

L'augmentation de la densité du trafic au voisinage des aéroports les plus surchargés crée un risque pour la sécurité. Actuellement le réseau de surveillance radar (SSR : Secondary Surveillance Radar) ne permet pas de maintenir des pistes très précises lorsque les avions engagent des manoeuvres. Ceci est très gênant pour la sécurité et oblige à espacer les avions plus que nécessaires uniquement pour prendre en compte l'incertitude sur leur localisation exacte. Il sera donc intéressant à l'avenir de disposer d'un système de localisation plus performant ce qui permettra de rapprocher les avions et d'accélérer les rotations. Bien sûr un avantage majeur de la situation du trafic civil est que les cibles sont coopératives : dès aujourd'hui le radar interroge un transpondeur sur l'avion et dispose d'un code d'identification du mobile et de l'altitude de vol. Ceci élimine le problème difficile d'association de données (avion ? lequel ? leurre ?...) qui est au coeur des algorithmes de pistage des applications militaires. Il est envisagé dans un futur proche (mode S du système SSR) d'exploiter plus complètement cette liaison de données en envoyant vers le système sol non seulement l'identification de l'avion mais également un certain nombre de paramètres bord, par exemple certaines données mesurées par la centrale inertielle de l'avion. Un algorithme de pistage exploitant ces informations devrait être capable de maintenir des pistes très précises en virage, de nouveau en utilisant la corrélation entre attitude de l'avion et son accélération. Cette corrélation est encore renforcée dans le cas civil puisque la réglementation contraint les pilotes à n'effectuer que des virages standardisés.

► Architectures de fusion

Selon le degré d'imbrication des fonctions de traitement d'images et d'estimation cinématique, on distingue différentes architectures de fusion entre capteurs non imageurs (typiquement radar) et capteurs imageurs (typiquement FLIR).

Une première possibilité est celle présentée sur la figure 1.4. On note le bouclage de l'estimation du mouvement vers le traitement d'images : l'intérêt majeur de ce bouclage est de réduire la complexité du problème de reconnaissance des formes en focalisant l'attention de l'algorithme sur la fenêtre de l'image dans laquelle on s'attend à trouver l'attribut et en fournissant a priori des paramètres recherchés. On remarque

aussi que la séparation des traitements d'estimation en deux filtres, l'un pour la position l'autre pour l'attitude n'est pas la seule solution.

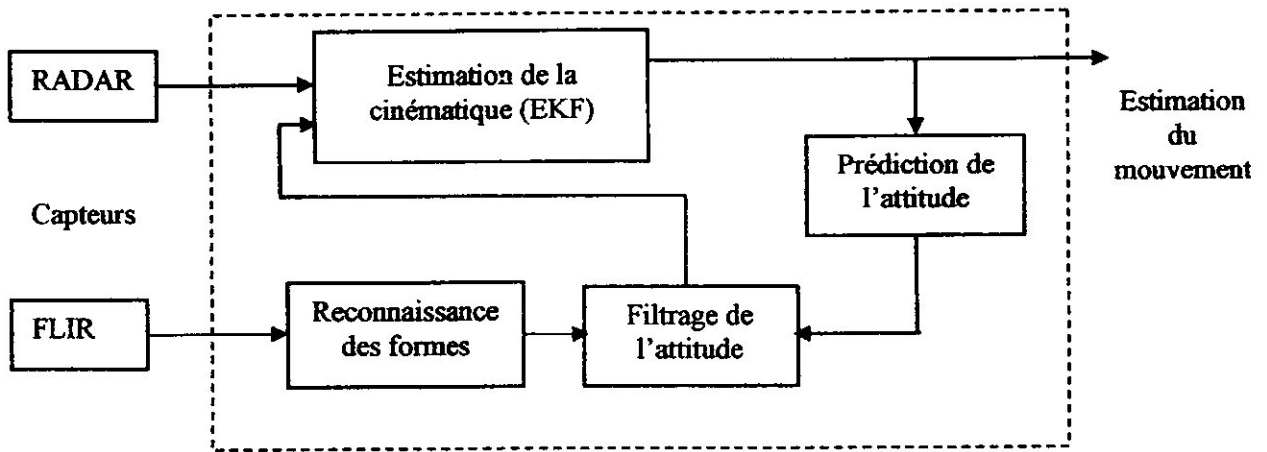


Fig. I.4 : Fusion Radar FLIR

I.6. Les méthodes d'associations de données

Tous les systèmes destinés à la surveillance militaire ou civile possèdent un module de pistage des cibles. Ce module comporte lui-même plusieurs sous-modules utilisant un ou plusieurs capteurs.

I.6.1. Capteur unique

Le module de pistage de cibles est représenté à la figure I.5. Supposons que nous ayons déjà plusieurs pistes formées. Lorsqu'une mesure est rapportée, elle est associée à une des pistes déjà existantes par l'ensemble fenêtrage-corrélation. Cet ensemble n'est en fait qu'une unité d'association des mesures. Le fenêtrage vérifie si les données positionnelles de la mesure se situent à l'intérieur d'une zone autour de la prédiction d'une des pistes. Par exemple, à la figure I.6, nous avons deux pistes dont les positions prédites au temps t_2 sont illustrées ainsi que leur précision (la zone circulaire). De plus, nous avons une mesure au temps t_2 . Comme cette mesure est à l'intérieur de la zone de précision de la piste de gauche, le critère de fenêtrage l'associera à cette piste. La corrélation prend la décision du fenêtrage, la raffine avec des algorithmes plus complexes et effectue l'assignation mesure-piste finale.

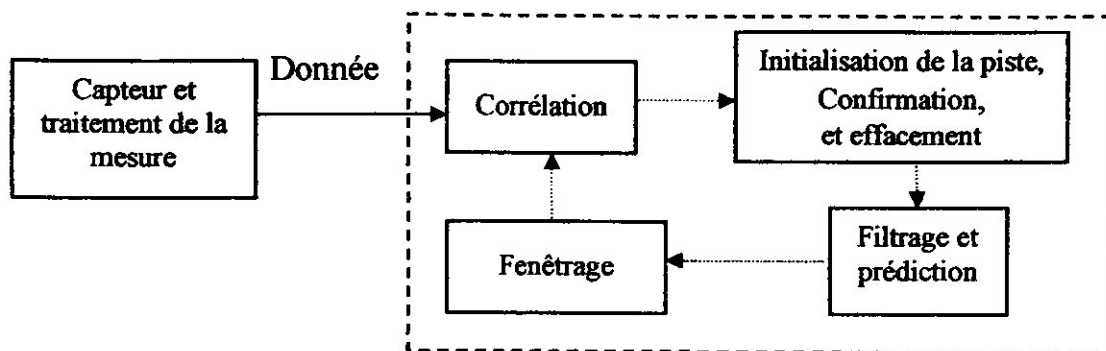


Fig I.5 : Schéma d'un module de pistage de cibles à capteur

Si la mesure est associée à une piste existante, il y aura confirmation que la piste existante est encore valide. Dans le cas où aucune piste ne pourrait être associée à la mesure, il y aura initialisation d'une nouvelle piste ou rejet d'une fausse alarme. Finalement, si aucune mesure n'est associée à une piste en particulier et ce depuis un certain nombre de balayages, il y aura effacement de la piste en question.

Le processus de filtrage utilise la mesure ayant répondu aux critères d'association (fenêtrage et corrélation) pour calculer une mise à jour de la piste ("track update"). Les pistes n'ayant pas reçu de mesures utilisent seulement leur prédiction faite à l'instant précédent. Ensuite, la prédiction calculée à partir de la mise à jour de la piste est envoyée au processus de fenêtrage et le cycle recommence lorsqu'une nouvelle mesure est rapportée.

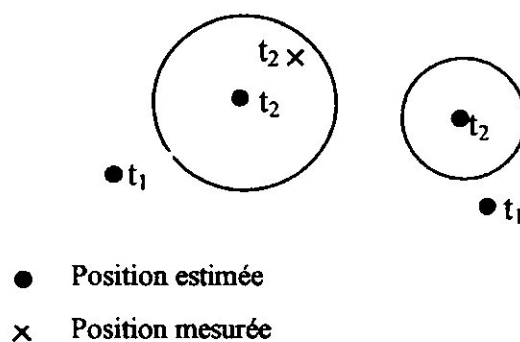


Fig.I.6 : Exemple de fenêtrage

I.6.2. Multicapteur

Lorsque le système est composé de plusieurs capteurs et que ceux-ci sont répartis dans l'espace, il faut ajouter une unité d'alignement. Cette unité d'alignement sert à transposer

les mesures de chaque capteur dans un même système de coordonnées. Dans ce cas, le schéma est à peu près le même que pour le cas avec un seul capteur, à la différence qu'il y a plusieurs capteurs de même qu'une unité d'alignement, tel que montré à la figure 1.7. Habituellement, la diversité géométrique des capteurs améliore le pistage, car les chances sont plus élevées que la cible soit toujours dans la zone d'observation d'au moins un des capteurs.

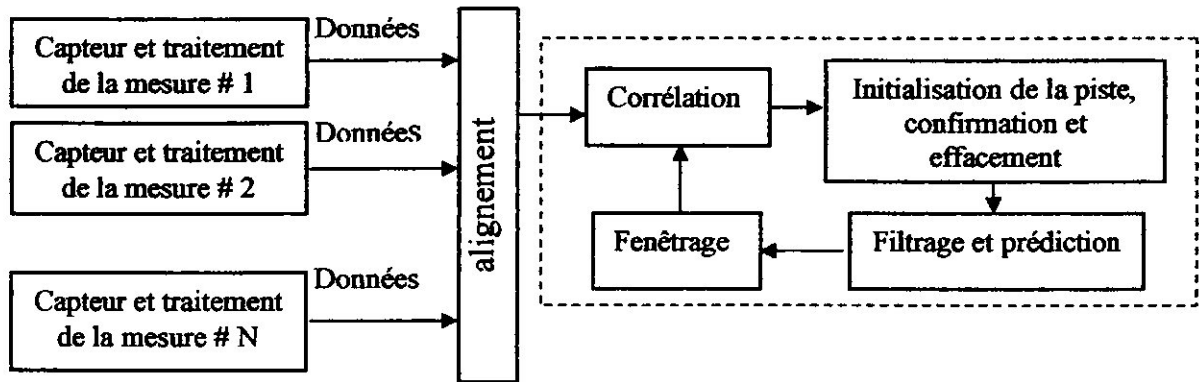


Fig .I.7 : Schéma d'un module de pistage de cibles multiplicateur

I.7. Conclusion

Dans ce premier chapitre, nous avons essayé de donner un aperçu des différentes techniques de pistage utilisées dans les domaines aéronautique, robotique,... Ces techniques sont diverses et variées, mais elles utilisent pratiquement toutes le filtre de Kalman que nous allons présenter dans le chapitre suivant.



CHAPITRE II

filtrage de Kalman

II. FILTRAGE DE KALMAN

II.1. Introduction

Dans un bon nombre d'applications, on cherche à estimer un paramètre à l'aide de plusieurs mesures prises à des instants différents. Comme ces mesures contiennent du bruit, elles ne donnent pas exactement la valeur du paramètre à estimer. Le bruit peut être causé par les appareils de mesure ou encore par l'utilisateur lui-même. Plusieurs techniques peuvent être utilisées afin de minimiser l'effet du bruit dans l'estimation du paramètre. Parmi celles-ci, il existe, entre autres, le filtre de Kalman qui fait partie de la théorie de l'estimation linéaire. Dans ce chapitre, nous ferons un court rappel de certaines notions utiles, puis nous décrirons le filtre de Kalman continu et discret.

II.2. Filtrage de Kalman

II.2.1. Le principe

C'est un algorithme récursif permettant d'évaluer de manière optimale les inconnues (vecteur d'état x du système) à partir d'observations sur le système (z) comme c'est illustré dans la figure II.1.

La récursivité est un avantage très intéressant : seules les données les plus proches dans le temps sont utilisées dans les calculs, ce dernier est donc relativement rapide.

L'algorithme de Kalman fournit la solution optimale au sens à minimiser de la variance des erreurs entre le vecteur d'état réel et le vecteur d'état prédit par le filtre.

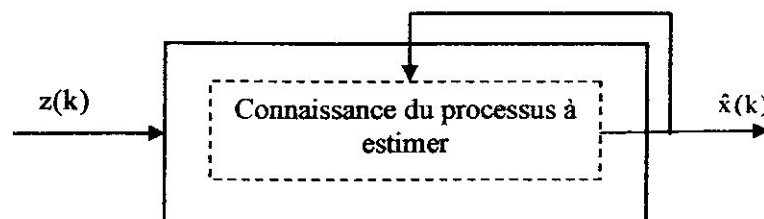


Fig.II.1 Récursivité du filtre de Kalman

Le filtre de Kalman procède par deux phases (Figure II.2) :

- Une phase de prédiction qui évalue le vecteur d'état x à l'instant t à partir du modèle d'état du système
- Une phase de correction qui corrige le vecteur d'état en utilisant les observations z disponibles l'instant t .

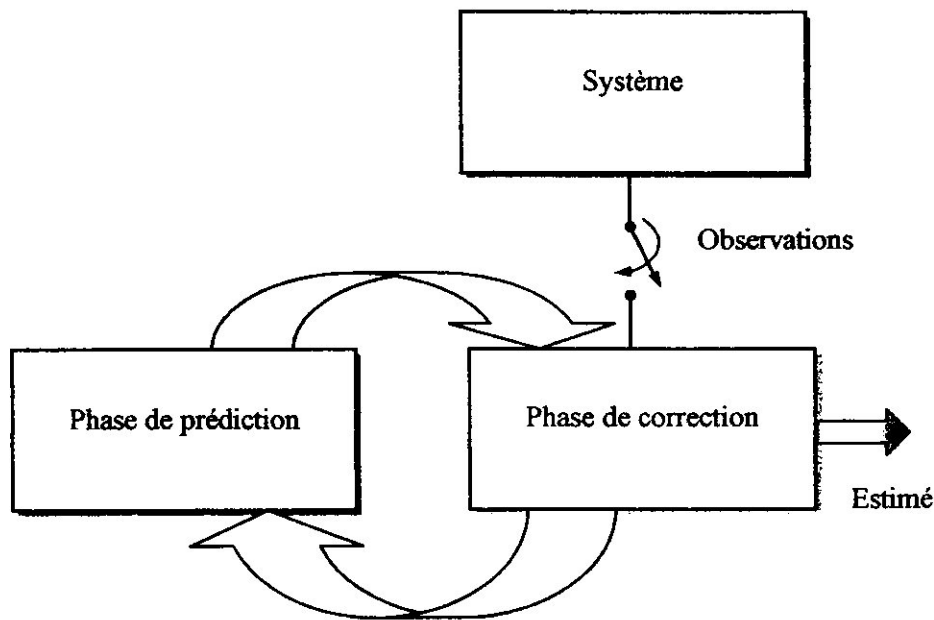


Fig.II.2 Principe du filtre de Kalman

II.2.2. Les applications du filtre

Les applications du filtre de Kalman sont nombreuses dans les métiers de l'ingénieur. Le filtre de Kalman permettant de donner un estimé de l'état de système à partir d'une information à priori sur l'évolution de cet état (modèle) et de mesures réelles, il sera utilisé pour :

- estimer les conditions initiales inconnues (balistique),
- prédire des trajectoires de mobiles (trajectographie),
- localiser un engin (navigation, radar,...)
- implanter des lois de commande fondées sur un estimateur de l'état et un retour d'état (Commande Linéaire Quadratique Gaussienne)...

Il existe de nombreuses formes de ce filtre. Nous nous intéressons en particulier au filtre discret qui sera utilisé dans notre simulation de la poursuite de la cible.

II.3. Filtre de Kalman discret

II.3.1. Le modèle d'état

On fait l'hypothèse que le processus aléatoire à estimer peut être modélisé de la façon suivante:

$$x(k+1) = \phi(k)x(k) + w(k)$$

où

- $x(k)$ est le vecteur d'état du processus ($n \times 1$) au temps $t(k)$;
- $\phi(k)$ est la matrice de transition ($n \times n$) reliant le vecteur d'état de l'instant $t(k)$ à l'instant $t(k+1)$ lorsqu'il n'y a pas d'entrée dans le système;
- $w(k)$ est un vecteur de bruit blanc gaussien à moyenne nulle ($n \times 1$) qui tient compte de la variation du processus par rapport au modèle $\phi(k)$.

II.3.2. Le modèle de mesure

Ensuite, les mesures peuvent être modélisées de la façon suivante:

$$z(k) = H(k)x(k) + v(k)$$

où

- $z(k)$ est le vecteur de mesure ($m \times 1$, $m \leq n$) au temps $t(k)$,
- $x(k)$ est le vecteur d'état du processus à estimer au temps $t(k)$,
- $H(k)$ est la matrice de mesure ($m \times n$) reliant dimensionnellement le vecteur d'état au vecteur de mesure au temps $t(k)$;
- $v(k)$ est un vecteur de bruit blanc gaussien à moyenne nulle de mesure ($m \times 1$) représentant l'écart entre la mesure et le processus à estimer.

Les vecteurs de bruit $w(k)$ et $v(k)$ ont les propriétés suivantes:

$$E[w(k)w(i)^T] = \begin{cases} Q(k) & \text{pour } k=i \\ 0 & \text{pour } k \neq i \end{cases}$$

$$E[v(k)v(i)^T] = \begin{cases} R(k) & \text{pour } k=i \\ 0 & \text{pour } k \neq i \end{cases}$$

$$E[w(k)v(i)^T] = 0 \quad \forall k, i$$

II.3.3. Les équations du filtre

Maintenant, nous définissons quelques variables qui seront utilisées dans les équations du filtre. Premièrement, notons $\hat{x}(k)$ l'estimé de $x(k)$ au temps $t(k)$. L'erreur d'estimation de $x(k)$, dénotée $\hat{e}(k)$, est définie comme $x(k) - \hat{x}(k)$. Ainsi, la matrice de covariance de l'erreur d'estimation, $P(k)$, est donnée par :

$$P(k) = E[\hat{e}(k)\hat{e}(k)^T] \quad (\text{II.1})$$

Supposons ensuite qu'au temps $t(k)$, nous possédons un estimé $\hat{x}(k/k-1)$ obtenu seulement par la connaissance à priori (le modèle) que nous avons du processus à l'instant $t(k)$ à partir de l'instant précédent $t(k-1)$. Pour cet estimé, nous n'avons pas encore utilisé l'information contenue dans les mesures. De cette façon, l'erreur d'estimation à priori de $x(k)$, dénotée $\hat{e}(k/k-1)$, est donnée par :

$$P(k/k-1) = E[\hat{e}(k/k-1)\hat{e}(k/k-1)^T] \quad (\text{II.2})$$

Lorsque les observations ont des statistiques gaussiennes, l'estimé optimal est calculé à partir d'une combinaison linéaire des mesures. Si l'estimé à priori $\hat{x}(k/k-1)$ est considéré comme une mesure et que ses statistiques sont gaussiennes, nous pouvons calculer l'estimé de $x(k)$ de la façon suivante:

$$\hat{x}(k) = K(k)z(k) + [I - K(k)H(k)]\hat{x}(k/k-1) \quad (\text{II.3})$$

où I est la matrice unité de dimension $(n \times n)$ et $K(k)$ le gain de dimension $(n \times m)$ du filtre. Comme le problème est ici vectoriel et non scalaire, la pondération de l'estimé à priori est $I - K$ et non $1 - K$ car K est maintenant une matrice. Ensuite, étant donné que les appareils ne mesurent pas nécessairement toutes les variables d'état du système, les vecteurs $z(k)$ et $\hat{x}(k/k-1)$ ne sont pas nécessairement de la même dimension. C'est pourquoi nous avons besoin de la matrice de mesure $H(k)$ pour les rendre comparables dimensionnellement. Généralement, l'équation (II.3) s'exprime plutôt de la forme suivante:

$$\hat{x}(k) = \hat{x}(k/k-1) + K(k)[z(k) - H(k)\hat{x}(k/k-1)] \quad (\text{II.4})$$

En insérant l'équation (II.3) dans l'équation (II.1), nous obtenons:

$$P(k) = [I - K(k)H(k)]P(k/k-1)[I - K(k)H(k)]^T + K(k)R(k)K(k)^T \quad (II.5)$$

L'équation (II.5) donne la matrice de covariance de l'erreur d'estimation en fonction des paramètres du filtre. Le calcul du gain $K(k)$ s'effectue de façon similaire au calcul effectué en continu.

II.3.4. Calcul du gain du filtre:

Comme $P(k)$ est une matrice, nous chercherons plutôt à minimiser les différents termes de sa diagonale. Plus précisément, nous voulons minimiser sa trace car elle représente la somme des erreurs quadratiques moyennes des variables d'état estimés. Pour cela, nous avons besoin de deux formules de dérivation matricielle:

$$\frac{d}{dA} [\text{trace}(AB)] = B^T, AB \text{ étant une matrice carée} \quad (II.6)$$

$$\frac{d}{dA} [\text{trace}(ACA^T)] = 2AC \quad (II.7)$$

Un développement plus détaillé de l'équation (II.5) permet d'obtenir:

$$P(k) = P(k/k-1) - K(k)H(k)P(k/k-1) - P(k/k-1)H(k)^T K(k)^T + K(k)[H(k)P(k/k-1)H(k)^T + R(k)]K(k)^T$$

Ensuite, avec (II.6) et (II.7), nous obtenons :

$$\frac{d}{dK_k} [\text{trace}(P(k))] = -2[H(k)P(k/k-1)]^T + 2K(k)[H(k)P(k/k-1)H(k)^T + R(k)] \quad (II.8)$$

En égalant l'équation (II.8) à zéro et en isolant $K(k)$, nous obtenons :

$$K(k) = P(k/k-1) H(k)^T [H(k)P(k/k-1)H(k)^T + R(k)]^{-1} \quad (II.9)$$

Ensuite, en remplaçant l'équation (II.9) dans l'équation (II.4) et en effectuant quelques manipulations nous obtenons la matrice de covariance de l'erreur lorsque le gain est optimal, soit :

$$P(k) = [I - K(k)H(k)]P(k/k-1) \quad (II.10)$$

Maintenant, il ne nous reste plus qu'à déterminer comment calculer les informations à priori. En effet, à $t=t(k+1)$, nous aurons besoin de $\hat{x}(k+1/k)$ et $P(k+1/k)$. La première des deux informations à priori $\hat{x}(k+1/k)$ est facilement calculée à partir de $x(k)$ en se servant des informations données par le modèle. Ainsi, nous avons :

$$\hat{x}(k+1/k) = \phi(k)\hat{x}(k) \tag{II.11}$$

Pour $P(k/k+1)$, nous devons effectuer quelques étapes supplémentaires pour le déduire. Premièrement, l'erreur a priori au temps $t(k+1)$ peut s'exprimer comme :

$$\begin{aligned} \hat{e}(k+1) &= x(k+1) - \hat{x}(k+1) \\ &= [\phi(k)x(k) + w(k)] - \phi(k)\hat{x}(k) \\ &= \phi(k)\hat{e}(k) + w(k) \end{aligned}$$

Ensuite, en notant que $w(k)$ et $\hat{e}(k)$ ne sont pas corrélés, nous obtenons

$$P(k+1/k) = \phi(k)P(k)\phi(k)^T + Q(k) \tag{II.12}$$

Les équations (II.4), (II.9), (II.10), (II.11) et (II.12) constituent ensemble l'algorithme que l'on nomme filtre de Kalman. La figure II.3 résume l'ensemble des équations à l'aide d'un schéma récursif.

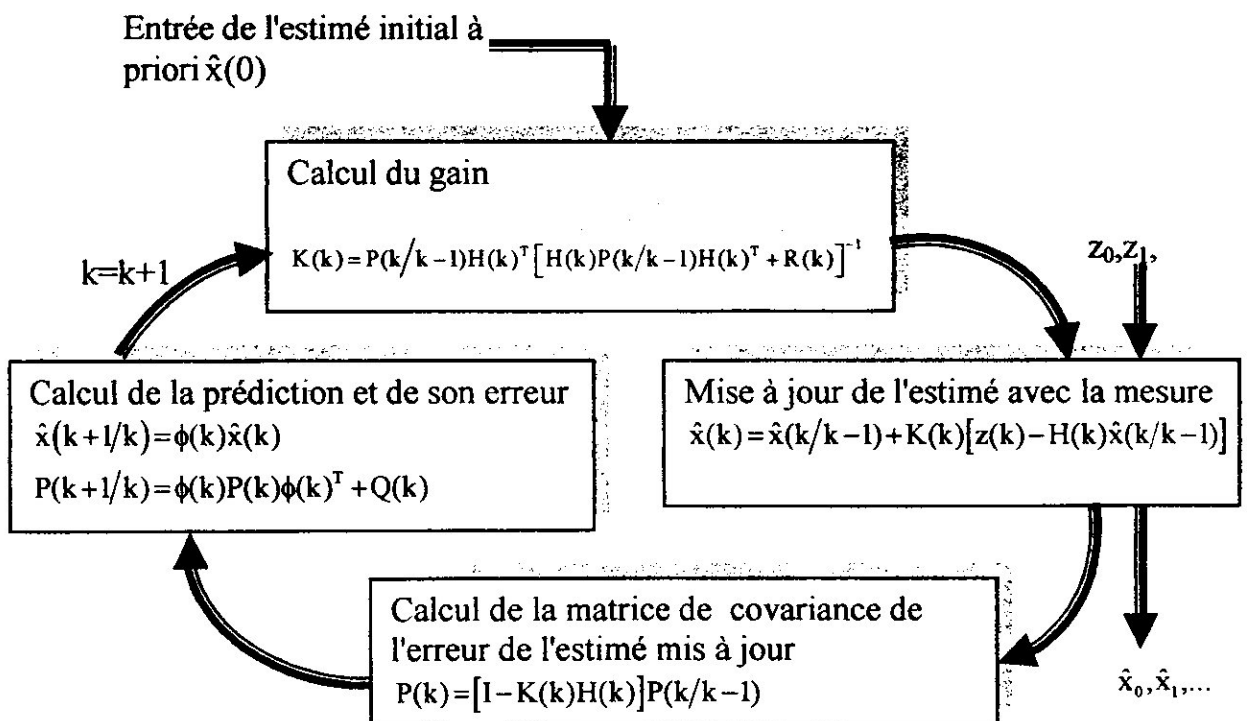


Fig.II.3 : Schéma de l'algorithme du filtre de Kalman

II.4. Interprétation du filtre

Comme :

$$\hat{x}(k) = \hat{x}(k/k-1) + K(k)[z(k) - H(k)\hat{x}(k/k-1)] \text{ et}$$

$$K(k) = P(k/k-1) H(k)^T [H(k)P(k/k-1)H(k)^T + R(k)]^{-1}$$

$$= P(k/k-1) H(k)^T w^{-1}$$

On peut faire les constations suivantes :

- Lorsqu'il y a une grande incertitude sur le vecteur d'état (le modèle) $\Rightarrow P$ grande \Rightarrow gain K grand \Rightarrow innovation favorisée
- Lorsqu'il y a une grande incertitude sur la mesure $\Rightarrow w$ grand \Rightarrow gain K petit \Rightarrow prédiction favorisée.

On a résumé dans la figure II.4, ces propriétés du filtre.

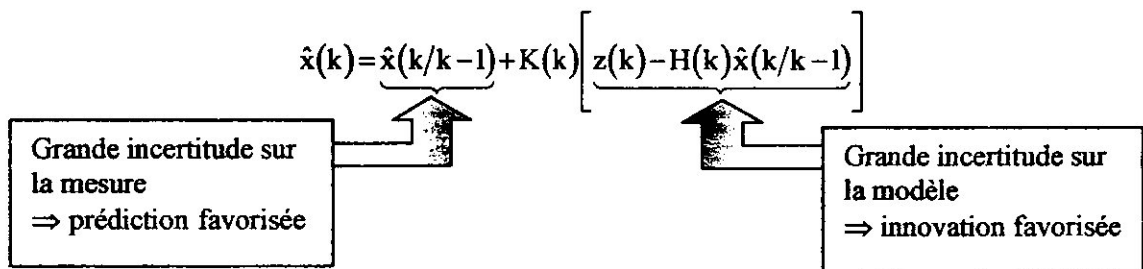


Fig.II.4 : Interprétation du filtre de Kalman

II.5. Modélisation discrète du processus à estimer

Dans cette section, nous allons montrer comment partir des équations continues décrivant l'évolution du système, nous pouvons discrétiser ces équations pour l'adapter au système de mesure qui est en général discret.

Tout système multivariable linéaire invariant peut être représenté par une équation d'état de la forme :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

où

- $x(t)$ est le vecteur d'état ($n \times 1$) composé des variables d'état du système;
- A est la matrice d'évolution ($n \times n$) du système en temps continu;
- $u(t)$ est le vecteur d'entrée, ou commande, ($n \times 1$) du système;
- B est la matrice d'application de la commande à un système en temps continu.

La discrétisation du système consiste à remplacer l'équation d'état précédente par l'équation :

$$x(k+1) = \phi(k)x(k) + w(k)$$

où

$$\phi(k) = e^{A(t_{k+1} - t_k)}$$

Lorsque la période d'échantillonnage $\Delta t = t_{k+1} - t_k$ est très petite, la matrice A reste constante, on peut écrire alors :

$$\phi(k) \approx I + A\Delta t + \frac{1}{2}A^2\Delta t^2 + \dots$$

Il est suffisant de prendre : $\phi(k) \approx I + A\Delta t$

Pour le bruit, on a : $w(k) = \int_{t_k}^{t_{k+1}} e^{A(t_{k+1} - \tau)} Bu(\tau) d\tau$.

II.6. Filtre de Kalman étendu

Lorsque le modèle de mesure (relation entre le vecteur d'état et le vecteur de mesures) n'est pas linéaire, ce qui est notre cas, il faut le linéariser afin de pouvoir appliquer le filtre de Kalman discret.

Nous pouvons linéariser l'équation de mesure autour d'un point d'opération, généralement autour de la prédiction $\hat{x}(k/k+1)$. Considérons que l'équation d'observation peut être exprimée comme :

$$z(k) = h(x(k), t(k))x(k) + v(k)$$

où $h(\dots)$ est une fonction non-linéaire de $x(k)$ et de $t(k)$. Ainsi, nous pouvons exprimer l'équation de mesure en terme d'incrément autour de $\hat{x}(k/k+1)$ en admettant que :

$$x(k) = \hat{x}(k/k-1) + \Delta x(k)$$

Nous aurons alors :

$$z(k) - h(x(k), t(k)) = H(k)\Delta x(k) + v(k) \tag{II.13}$$

où :

$$H(k) = \left. \frac{d}{dx} h \right|_{x=\hat{x}(k/k-1)} \tag{II.14}$$

L'équation (II.13) est donc la nouvelle équation de mesure, envoyant au filtre la donnée $z(k) - h(x(k), x(t))$ plutôt que $z(k)$. Ce type de filtre se nomme filtre de Kalman étendu

(« extended Kalman filter ou EKF »).

L'algorithme que nous utiliserons par la suite est représenté finalement en figure II.5.

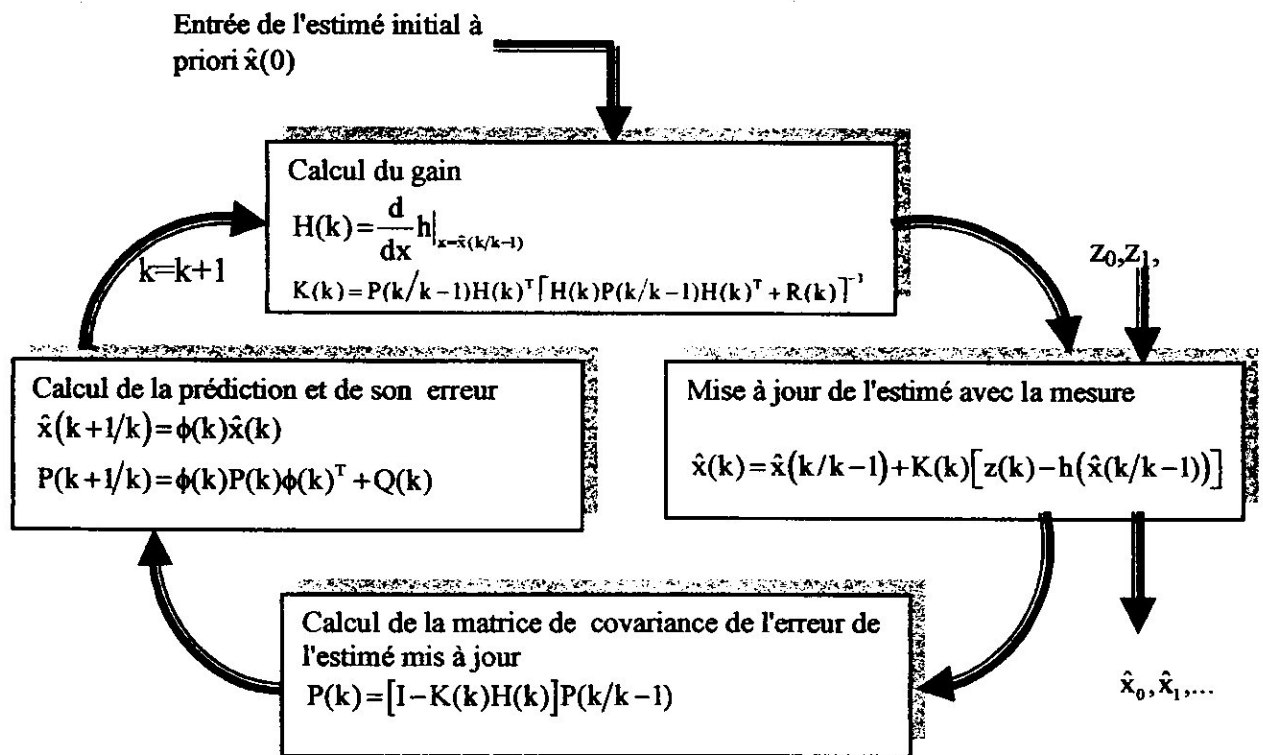


Fig.II.5 : Schéma de l'algorithme du filtre de Kalman non linéaire

II.7. Initialisation du filtre

Nous avons vu que le filtre de Kalman n'est en fait qu'un algorithme récursif. Il faut lui fournir donc un estimé à priori initial ainsi que la matrice de covariance de son erreur. Dans cette section, nous verrons comment choisir adéquatement ces paramètres initiaux afin d'assurer le bon fonctionnement du pistage.

De façon optimale, la matrice de covariance $P(k)$ de l'erreur d'estimation doit représenter en tout temps et le plus fidèlement possible la précision de la piste calculée. Ce principe vaut aussi pour l'instant d'initialisation du filtre. Il arrive quelquefois de rencontrer une technique d'initialisation qui consiste à choisir n'importe quelle valeur pour $x(0/-1)$ et à prendre $P(0/-1)$ très grande. Cette méthode a comme désavantage de conserver $P(k)$ élevée pendant une grande période, délaissant ainsi l'information apportée par les mesures durant cette période.

Une méthode plus efficace trouvée permet de conserver l'optimalité de la piste calculée. Dans le cas d'une mesure de position (abscisse et ordonné), supposons qu'à

l'instant $t = t(0)$ nous avons en mémoire les deux vecteurs de mesures $z(-1)$ et $z(0)$ où $z(k) = [x_m(k) \ y_m(k)]^T$, et que $\Delta t(-1)$ représente l'intervalle de temps entre $t(-1)$ et $t(0)$. Nous pouvons alors former l'estimé à priori initial du vecteur d'état (position et vitesse) de la manière suivante:

$$\hat{x}(0/-1) = \begin{bmatrix} z(0,1) \\ \frac{z(0,1) - z(-1,1)}{\Delta t(-1)} \\ z(0,2) \\ \frac{z(0,2) - z(-1,2)}{\Delta t(-1)} \end{bmatrix} \quad (\text{II.15})$$

où $z(k, i)$ représente la i ème composante du vecteur de mesure à l'instant $t(k)$. La matrice de covariance de l'erreur de l'estimé a priori initial est donnée par :

$$P(0/-1) = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \frac{\sigma_x^2}{\Delta t(-1)} & \sigma_{xy}^2 & \frac{\sigma_{xy}^2}{\Delta t(-1)} \\ \frac{\sigma_x^2}{\Delta t(-1)} & \frac{2\sigma_x^2}{\Delta t(-1)^2} & \frac{\sigma_{xy}^2}{\Delta t(-1)} & \frac{2\sigma_{xy}^2}{\Delta t(-1)^2} \\ \sigma_{xy}^2 & \frac{\sigma_{xy}^2}{\Delta t(-1)} & \sigma_y^2 & \frac{\sigma_x^2}{\Delta t(-1)} \\ \frac{\sigma_{xy}^2}{\Delta t(-1)} & \frac{2\sigma_{xy}^2}{\Delta t(-1)^2} & \frac{\sigma_y^2}{\Delta t(-1)} & \frac{2\sigma_y^2}{\Delta t(-1)^2} \end{bmatrix} \quad (\text{II.16})$$

Les équations (II.15) et (II.16) permettent donc d'initialiser correctement le filtre de Kalman à partir des mesures.

II.8. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons expliqué en détail le fonctionnement du filtre de Kalman discret qui sera utilisé dans notre simulation. Nous avons aussi indiqué la manière de linéariser le système et nous avons présenté une méthode d'initialisation du filtre.

Chapitre III

Algorithme de test GLR

III. ALGORITHME DE TEST DE RAPPORT DE VRAISEMBLANCE GENERALISE

III.1. Introduction

La poursuite de cibles manœuvrantes (MTT Maneuvering target tracking) est un problème important compliqué par le fait que les accélérations sont généralement inconnues et que des variations peuvent également exister pendant que la cible se déplace même sans manœuvre. Ni les accélérations ni les changements structurels possibles ne sont disponibles directement par des mesures dans la pratique. Les techniques issues de la théorie de la décision appliquées au MTT apparues après le filtrage adaptatif de Kalman sont devenues tout à fait populaires et ont été étudiées dans une variété de littérature. Nous allons présenter dans ce chapitre quelques notions sur les tests d'hypothèses utilisés dans les différents algorithmes « détecteurs de manœuvres » que nous avons choisis de présenter, ensuite nous décrirons en détails l'algorithme du test de rapport de vraisemblance GLR qui fait l'objet de notre étude.

III.2. Les tests d'hypothèses

III.2.1. Introduction

Un test d'hypothèse est un procédé d'inférence permettant de contrôler (accepter ou rejeter) à partir de l'étude d'un ou plusieurs échantillons aléatoires, la validité d'hypothèses relatives à une ou plusieurs populations. Les méthodes de l'inférence statistique nous permettent de déterminer, avec une probabilité donnée, si les différences constatées au niveau des échantillons peuvent être imputables au hasard ou si elles sont suffisamment importantes pour signifier que les échantillons proviennent de populations vraisemblablement différentes.

Les tests d'hypothèses font appel à un certain nombre d'hypothèses concernant la nature de la population dont provient l'échantillon étudié (normalité de la variable, égalité des variances, etc...).

En fonction de l'hypothèse testée, plusieurs types de tests peuvent être réalisés :

Les tests destinés à comparer plusieurs populations à l'aide d'un nombre équivalent

d'échantillons (tests d'égalité ou d'homogénéité) sont les plus couramment utilisés. Dans ce cas, la loi théorique du paramètre est inconnue au niveau des populations.

III.2.2. Principe des tests

Le principe des tests d'hypothèse est de poser une hypothèse de travail et de prédire les conséquences de cette hypothèse pour la population ou l'échantillon. On compare ces prédictions avec les observations et l'on conclut en acceptant ou en rejetant l'hypothèse de travail à partir de règles de décisions objectives.

Définir les hypothèses de travail, constitue un élément essentiel des tests d'hypothèses de même que vérifier les conditions d'application de ces dernières (normalité de la variable, égalité des variances etc.).

Différentes étapes doivent être suivies pour tester une hypothèse :

- définir l'hypothèse nulle (notée H_0) à contrôler,
- choisir un test statistique ou une statistique pour contrôler H_0 ,
- définir la distribution de la statistique sous l'hypothèse « H_0 est réalisée »,
- définir le niveau de signification du test ou région critique notée α ,
- calculer, à partir des données fournies par l'échantillon, la valeur de la statistique,
- prendre une décision concernant l'hypothèse.

III.2.3. Choix de l'hypothèse à tester : hypothèse nulle et hypothèse alternative

- L'hypothèse nulle notée H_0 est l'hypothèse que l'on désire contrôler : elle consiste à dire qu'il n'existe pas de différence entre les paramètres comparés ou que la différence observée n'est pas significative et est due aux fluctuations d'échantillonnage. Cette hypothèse est formulée dans le but d'être rejetée.
- L'hypothèse alternative notée H_1 est la négation de H_0 , elle est équivalente à dire « H_0 est fausse». La décision de rejeter H_0 signifie que H_1 est réalisée ou H_1 est vraie.

III.2.4. Choix d'un test statistique

Un test statistique ou une statistique est une fonction des variables aléatoires représentant l'échantillon dont la valeur numérique obtenue pour l'échantillon considéré permet de distinguer entre H_0 vraie et H_0 fausse.

Son choix dépend de la nature des données, du type d'hypothèse que l'on désire contrôler, des affirmations que l'on peut admettre concernant la nature des populations étudiées (normalité, égalité des variances) et d'autres critères.

III.2.5. Choix de la région critique et règle de décision

Connaissant la loi de probabilité suivie par la statistique S sous l'hypothèse H_0 , il est possible d'établir une valeur seuil, S_{seuil} de la statistique pour une probabilité donnée appelée le niveau de signification du test : α .

La région critique correspond à l'ensemble des valeurs telles que $S > S_{\text{seuil}}$

et le niveau de signification est telle que : $P(S > S_{\text{seuil}}) = \alpha$ avec $P(S \leq S_{\text{seuil}}) = 1 - \alpha$

Il existe deux stratégies pour prendre une décision en ce qui concerne un test d'hypothèse :

- la première stratégie fixe à priori la valeur du seuil de signification α ,
- la seconde établit la valeur de la probabilité critique α_{obs} à posteriori.

► Règles de décision 1

Sous l'hypothèse « H_0 est vraie » et pour un seuil de signification α fixé :

- si la valeur de la statistique S calculée (S_{obs}) est supérieure à la valeur seuil S_{seuil} : $S_{\text{obs}} > S_{\text{seuil}}$ alors l'hypothèse H_0 est rejetée au risque d'erreur α et l'hypothèse H_1 est acceptée.
- si la valeur de la statistique S calculée (S_{obs}) est inférieure à la valeur seuil S_{seuil} : $S_{\text{obs}} \leq S_{\text{seuil}}$ alors l'hypothèse H_0 ne peut être rejetée.

III.2.6. Risques d'erreur, puissance et robustesse d'un test

► Risque d'erreur de première espèce α

Le risque d'erreur α est la probabilité que la valeur expérimentale ou calculée de la statistique appartienne à la région critique si H_0 est vrai. Dans ce cas H_0 est rejetée et H_1 est considérée comme vraie.

► Risque d'erreur de deuxième espèce β

Le risque d'erreur β est la probabilité que la valeur expérimentale ou calculée de la statistique n'appartienne pas à la région critique si H_1 est vrai. Dans ce cas H_0 est acceptée et H_1 est considérée comme fausse.

► La puissance et la robustesse d'un test ($1 - \beta$)

L'aptitude d'un test à rejeter H_0 alors qu'elle est fausse constitue la puissance du test.

La relation entre les deux risques d'erreur est représentée dans la figure sur le graphe

ci-dessous.

	H ₀ vraie	H ₀ fausse
H ₀ rejetée	Erreur de 1ère espèce Proba=α	Correct
H ₀ acceptée	Correct	Erreur de 2 ^{ème} espèce Proba=β

Fig. III.1 : Relation entre les erreurs

► **Remarques**

- La puissance d'un test augmente avec taille de l'échantillon N étudié à valeur de α constant.
- La puissance d'un test diminue lorsque α diminue.
- La robustesse d'une technique statistique représente sa sensibilité à des écarts aux hypothèses faites.

III.3. Le Test du Khi2

La loi de probabilité du Khi2 est dérivée de la loi Gamma. Sa densité de probabilité est :

$$f(x) = \frac{(1/2)^{\nu/2}}{\Gamma(\nu/2)} e^{-x/2} x^{\nu/2-1} \quad x \geq 0 \quad \nu \geq 0$$

► **Théorème fondamental**

Si X_1, X_2, \dots, X_ν sont des variables aléatoires normales indépendantes, $S = X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_\nu^2$ suit une loi du Khi2 à ν degrés de liberté, on a alors en particulier $E(S) = \nu$ et $var(S) = 2\nu$.

Des tables donnent la valeur χ_n^2 telle que $P(s \geq \chi_n^2) = \alpha$ en fonction des paramètres :

- α : seuil de risque
- ν : nombre de degrés de liberté

La figure III.2 exprime les variations de $P(s \geq \chi_n^2)$.

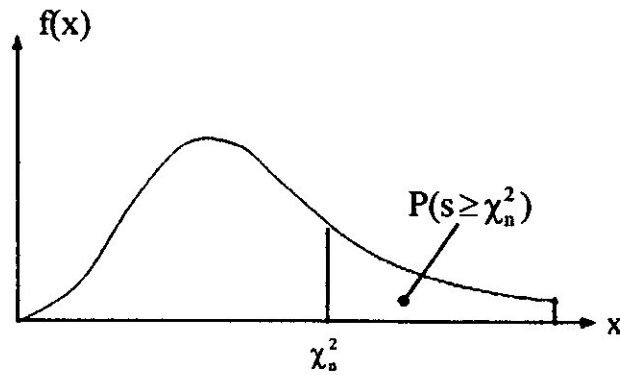


Fig. III.2 : Variations de $P(s \geq \chi_n^2)$

► **Le test**

- On calcule la valeur S
- Connaissant α et ν on détermine la valeur de χ_{α}^2 telle que $P(s \geq \chi_n^2) = \alpha$
- Si $S < \chi_0^2$ l'hypothèse H_0 est acceptée.

III.4. Test du rapport de vraisemblance

III.4.1. Tests de Bayes.

L'approche Bayésienne aux problèmes de décision est basée sur la connaissance, pour chaque hypothèse H_i , de la probabilité à priori pour que cette hypothèse se réalise, et qui associe, à chaque comportement possible du système de décision, un coût (équivalent à une pénalisation ou une récompense) :

C_{ij} = coût de décider H_i quand H_j est vraie

La figure III.3 suivante illustre la définition de ces quantités pour un test binaire (où on considère que seulement deux hypothèses sont possibles). Dans cette figure, les lignes interrompues représentent les situations d'erreur.

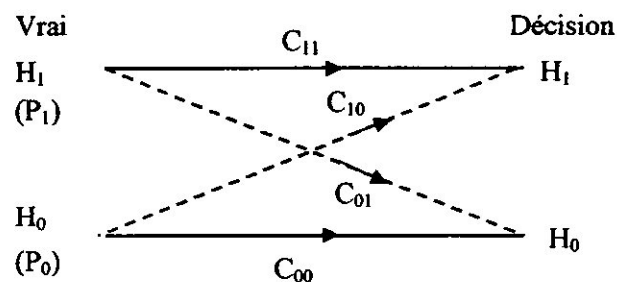


Fig. III.3 : Définition des coûts

Les tests de Bayes consistent à déterminer les régions de décision R_1 et R_0 de façon à minimiser la valeur moyenne du coût :

$$C = C_{00}P_r\{H_0, H_0\} + C_{10}P_r\{H_1, H_0\} + C_{01}P_r\{H_0, H_{01}\} + C_{11}P_r\{H_1, H_{11}\}$$

Chaque probabilité conjointe qui figure dans cette expression peut être écrite comme :

$$P_r\{H_i, H_j\} = P_r\{H_i/H_j\}P_j = P_r\{r \in R_i/H_j\}P_j = P_j \int_{R_i} p(r/H_j) dx$$

où l'on a exprimé la probabilité de décider H_i quand H_j est vraie comme la probabilité pour que les observations appartiennent à la région R_i où on décide H_i , étant donné que H_j est vraie.

Dans le cas de tests binaires, les deux régions de décision sont complémentaires, et on peut donc écrire

$$\int_{R_i} p(r) dr = 1 - \int_{R_j} p(r) dx, \quad j \neq i; i, j = 0, 1,$$

Avec ce résultat, on peut exprimer le coût de Bayes C en fonction d'une seule région :

$$C = C_{11}P_1 + C_{10}P_0 + \int_{R_0} [P(C_{01} - C_{11})P(r/H_1) - P_0(C_{10} - C_{00})p(r/H_0)] dr$$

Les deux premiers termes dans cette expression ne dépendent pas des régions de décision, et constituent une pénalisation fixe. Pour minimiser C , il faut donc minimiser l'intégrale. Pour cela, on doit attribuer à R_0 tous les points de l'espace des observations pour lesquels l'intégrand est négatif, ce qui est équivalent à la règle de décision suivante :

$$\frac{p(r/H_1)}{p(r/H_0)} > \frac{P_0(C_{10} - C_{00})}{P_1(C_{01} - C_{11})} = \gamma$$

où on a défini le seuil γ : $\gamma = \frac{P_0(C_{10} - C_{00})}{P_1(C_{01} - C_{11})}$

On voit donc que le test de Bayes conduit à comparer le rapport entre les densités de probabilités conditionnelles à un seuil. On appelle le rapport des densités conditionnelles dans l'équation précédente le rapport de vraisemblance.

Notons que les tests de probabilité d'erreur moyenne minimale sont un cas particulier des tests de Bayes. Pour les obtenir, il suffit de prendre les valeurs de coût suivantes :

$$C_{00} = C_{11} = 0 \text{ et } C_{10} = C_{01} = 1$$

pour lesquels le test optimal est :

$$\frac{p(r/H_1)}{p(r/H_0)} > \frac{P_0}{P_1}$$

H_1
 H_0

III.4.2. Rapport de Vraisemblance.

Le rapport de vraisemblance (entre les densités de probabilité conditionnelles correspondant à chaque hypothèse), qui détermine les tests de Bayes, joue un rôle très important dans tous les problèmes de décision statistique et sera représenté par $\ell(r)$:

$$\ell(r) = \frac{p(r/H_1)}{p(r/H_0)}$$

En fait, si on considère que les densités conditionnelles résument notre connaissance sur chacune des hypothèses, ce rapport compare directement la vraisemblance des observations sous chacune des hypothèses.

III.4.3. Tests de Neyman-Pearson

Pour construire le test de Bayes, c'est-à-dire, le coût moyen d'une décision, il faut connaître les probabilités a priori, P_i , qui déterminent la valeur du seuil auquel le rapport de vraisemblance est comparé. Pour beaucoup d'applications, ces valeurs ne sont pas connues, et on ne peut pas, en conséquence, appliquer l'approche Bayésienne, où encore, même si elles sont connues, le critère ajusté au problème n'est pas obtenu par des considérations de ce qui se passe pour tout l'ensemble de situations possibles. Les tests de Neyman-Pearson constituent, dans ces cas, une approche alternative

Les tests de Neyman-Pearson agissent directement sur les mesures de performance suivantes :

$$P_D = \text{Prob}\{\text{décider } H_1/H_1\}$$

$$P_{FA} = \text{Prob}\{\text{décider } H_1/H_0\}$$

$$P_M = \text{Prob}\{\text{décider } H_0/H_1\}$$

P_D est appelée la probabilité de détection, P_{FA} la probabilité de fausse alarme, et P_M est la probabilité de non-détection.

On veut, usuellement, avoir une valeur de P_D le plus grand possible, et, en même temps, une valeur de P_{FA} la plus petite possible. Cependant, ces deux contraintes ne sont pas indépendantes, et sont même contradictoires. Les tests de Neyman-Pearson correspondent à maximiser la probabilité de détection, avec une contrainte fixe sur la probabilité de fausse alarme :

maximiser P_D sous la contrainte $P_{FA} = \alpha' < \alpha$

Le test devient :

$$\begin{array}{c} H_1 \\ \ell(r) > \lambda \\ < \\ H_0 \end{array}$$

où maintenant le seuil λ est déterminé de façon à vérifier la contrainte :

$$P_{FA} = \int_{\lambda}^{\infty} \ell(r/H_0) d\ell = \alpha$$

III.4.4. Tests simples et composés

Les tests binaires étudiés sont des tests simples. Ce nom dérive du fait que sous chaque hypothèse la densité de probabilité des observations est complètement connue, ce qui permet d'écrire le rapport de vraisemblance. Cependant, dans de nombreuses situations, la densité de probabilité sous chaque hypothèse dépend de paramètres qui ne sont pas connus, c'est-à-dire, il existe plusieurs densités de probabilité qui sont des candidates possibles pour décrire les observations sous au moins une des hypothèses.

On peut formaliser généralement ces situations en introduisant un vecteur de paramètres de nuisance, θ dont dépendent les densités des observations sous chaque hypothèse :

$$H_1 : p(r, H_1 / \theta)$$

$$H_0 : p(r, H_0 / \theta)$$

Pour les tests composés, on désire déterminer un test qui soit optimal (dans le sens de Neyman-Pearson) pour toutes les valeurs possibles du paramètre inconnu. On appelle un test avec cette propriété le test uniformément le plus puissant (UMP).

III.4.5. Rapport de Vraisemblance Généralisé

Le rapport de vraisemblance généralisé est une approche à la résolution de problèmes de décision quand on ne peut pas construire un test uniformément le plus puissant.

Cette procédure consiste à associer à chaque hypothèse H_1 une densité unique, parmi toutes les densités possibles, en prenant celle qui maximise la vraisemblance des données, et à l'utiliser pour construire un « rapport de vraisemblance réduit » :

$$\ell_g(r, \theta) = \frac{\max_{\theta} p(r/H_1, \theta)}{\max_{\theta} p(r/H_0, \theta)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} \gamma$$



III.5. Les algorithmes de détection de manoeuvre

Les algorithmes de détection peuvent être classés en fonction du test qu'ils utilisent :

- Le test du Chi2
- Le test du rapport de vraisemblance

Le système linéaire suivant est utilisé pour décrire la dynamique de la manoeuvre :

$$\begin{cases} x_{k+1} = F_k x_k + G_k u_k + w_k \\ z_k = H_k x_k + v_k \end{cases}$$

où la manoeuvre (accélération) est modélisée comme une entrée de commande u .

On suppose que lorsque $u_k = 0$, il n'y a pas de manoeuvres à l'instant k et que lorsque $u_k \neq 0$, la cible est en train de manoeuvrer. Si la cible commence à manoeuvrer à un instant inconnu n , alors :

$$\langle u_k \rangle = \{\dots, 0, \dots, u_n, u_{n+1}, \dots\}$$

La détection de manoeuvre peut être formulée à l'aide du test entre les deux hypothèses H suivantes :

$$H_0 : u_m = 0 \text{ pour } m = 1, \dots, k$$

$$H_1 \begin{cases} u_m = 0 \text{ pour } m = 1, \dots, n-1 \\ u_m \neq 0 \text{ pour } m = n, \dots, k \end{cases}$$

où u_n et n sont des paramètres inconnues, n est appelé point de changement (Figure III.4).

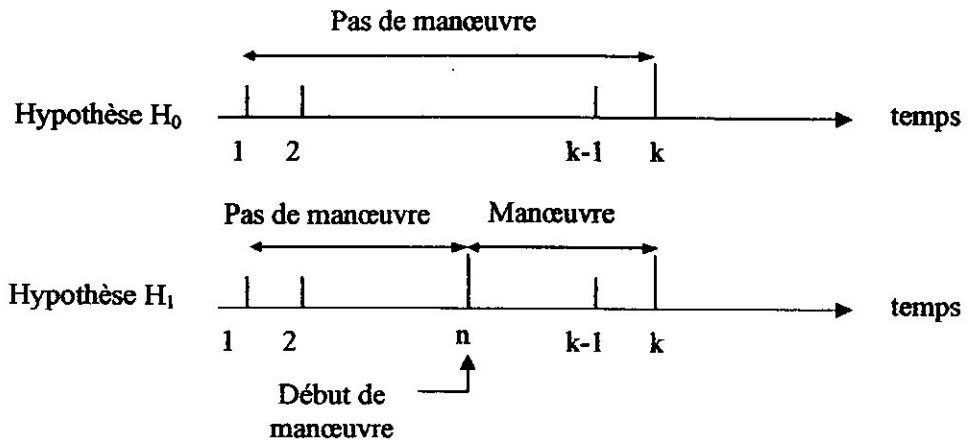


Fig. III.4 : Hypothèses du modèle de manœuvre

III.5.1. Algorithmes du test du Chi2

Dans cette catégorie, on trouve principalement les détecteurs MR (Measurement residual based chi-square detector) et IE (Input estimate based chi-square detector).

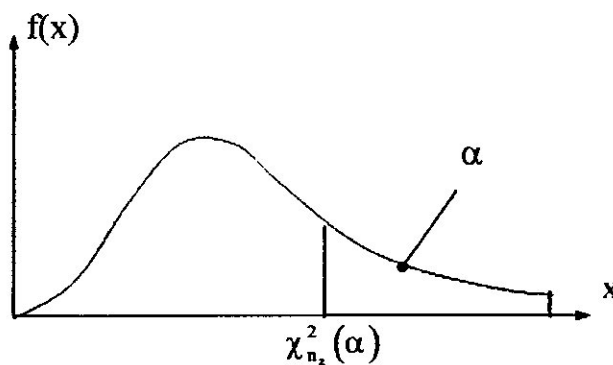
► **Measurement residual based chi-square detector (MR)**

C'est un outil très simple qui a été utilisé très souvent dans les dispositifs MTT. Sous l'hypothèse que les résidus du filtre de Kalman sont de moyenne nulle, gaussien et blanc, c'est-à-dire $\tilde{z}_k = N(0, S_k)$ où $\tilde{z}_k = z_k - \hat{z}_{k/k-1}$ et $S_k = cov(\hat{z}_k)$, alors :

$$\varepsilon_k = \tilde{z}_k^T S_k^{-1} \tilde{z}_k \text{ a une distribution de type } \chi_{n_z}^2 \text{ où } n_z = \dim(\tilde{z}_k)$$

Le test pour vérifier s'il y a manœuvre est le suivant :

$$\varepsilon_k > \chi_{n_z}^2(\alpha) \Rightarrow H_1 \text{ où } \alpha \text{ est un seuil donné comme c'est illustré dans la figure ci-dessous:}$$



► **Input estimate based chi-square detector (IE)**

L'idée de base du détecteur IE est d'estimer explicitement l'entrée inconnue \hat{u}_k et prendre ensuite une décision basée sur le test du chi2 sur \hat{u}_k . Par sa simplicité, le détecteur IE est très utilisé.

Théoriquement, sous H_0 et l'hypothèse de linéarité et de gaussien, u est nulle et son estimé \hat{u}_k est à moyenne nulle et gaussienne et $\tilde{u}_k = N(0, \Sigma_k)$ avec $\Sigma_k = \text{cov}(\tilde{u}_k)$. Comme le détecteur MR à résidus, $\epsilon_k^u = \tilde{u}_k^T \Sigma_k^{-1} \tilde{u}_k$ a alors une distribution de type $\text{chi}_{n_z}^2$ avec $n_z = \text{dim}(\tilde{u}_k)$.

Sous l'hypothèse de linéarité et de gaussien, u peut être explicitement estimée par la méthode des moindres carrés. Cette estimation est donnée par :

$$\hat{u} = (\psi^T S^{-1} \psi)^{-1} \psi^T S^{-1} \tilde{z}$$

$$\Sigma = \text{cov}(\tilde{u}) = (\psi^T S^{-1} \psi)^{-1}$$

$$S = \text{diag}(S_{i+1}), S_{i+1} = \text{cov}(\tilde{z}_{i+1})$$

$$\psi = F(I - K_i H)$$

Le détecteur décide le choix de H_1 , si le test satisfait $\epsilon_k^u > \lambda$ où λ est un seuil.

Si une manœuvre est détectée, l'estimation de l'état doit être corrigée par des techniques qui ne sont pas mentionnées ici.

Cet algorithme est schématisé en figure III.5.

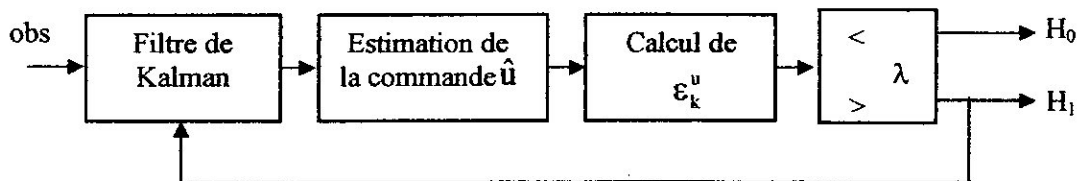


Fig. III.5 : Algorithme de détection de manœuvre IE

III.5.2. Algorithmes du test du rapport de vraisemblance

Les détecteurs que nous venons de voir sont employés indépendamment du modèle de manoeuvre. Par exemple, les techniques basées sur l'estimation de l'entrée estiment directement la manoeuvre inconnue u à partir des mesures disponibles. D'ailleurs, les détecteurs utilisant le chi2 détectent seulement l'hypothèse H_0 et ne peuvent pas

contrôler le taux de fausses alarmes et le taux de non détection. Les détecteurs basés sur le test de rapport de vraisemblance peuvent au contraire contrôler ces paramètres.

Il y a deux approches concernant cette méthode :

– Dans la première approche, l'inconnue u est considérée comme une constante et le début de manœuvre n est remplacé par son estimateur de maximum de vraisemblance (MLE) : cela donne le test de maximum de vraisemblance GLR.

– Dans la seconde approche, l'inconnue u est considérée comme une variable aléatoire, ce qui nécessite de connaître sa distribution de probabilité : cela donne le test « Marginalized likelihood ratio test » (MLRT).

► Generalized likelihood ratio test detector (GLR)

Le détecteur de rapport de vraisemblance généralisé (GLR) est assez populaire et peut prendre plusieurs formes. L'idée de base consiste à remplacer le rapport de vraisemblance inconnu par le rapport le plus probable. Son implantation complète nécessite l'utilisation d'un nombre croissant de filtres en parallèle, ce qui le rend impraticable sous cette forme. Cependant, l'algorithme utilisant une fenêtre de largeur finie est largement utilisé. En supposant que u est constant dans l'intervalle $[k-s, \dots, k-1]$, le couple (\hat{u}, \hat{n}) est utilisé dans le test de maximum de vraisemblance suivant :

$$\ell_k(\hat{u}, \hat{n}) = \log \frac{f(\tilde{z}_s^k / H_1(\hat{u}, \hat{n}))}{f(\tilde{z}_s^k / H_0)} = \sum_{i=k-s+1}^k \log \frac{f(\tilde{z}_i^k / H_1(\hat{u}, \hat{n}))}{f(\tilde{z}_i^k / H_0)}$$

où le couple de maximums $(\hat{u}, \hat{n}) = \underset{u, n}{\operatorname{argmax}} (f(\tilde{z}_s^k / H_1(\hat{u}, \hat{n})))$ est déterminé

itérativement en deux étapes :

Dans la première étape, on estime l'amplitude de la manœuvre $(\hat{u}(n))$. Sous l'hypothèse de linéarité et de gaussien, il est obtenu par la méthode des moindres carrés comme dans le test IE : $\hat{u}_n = \hat{u}^{\text{IE}}$.

Dans la seconde étape, une estimée du début de manœuvre \hat{n} est déterminée en maximisant le rapport de vraisemblance pour un $\hat{u}(n)$ donné :

$$\hat{n} = \underset{n}{\operatorname{argmax}} \sum_i^k \log \frac{f(\tilde{z}_i^k / H_1(\hat{u}(n), \hat{n}))}{f(\tilde{z}_i^k / H_0)} \quad i = k-s+1, \dots, k-1$$

Le test GLR déclare une manœuvre lorsque $\ell_k(\hat{u}, \hat{n})$ dépasse un seuil λ donné fixé par les probabilités d'erreurs désirées (Figure III.6).

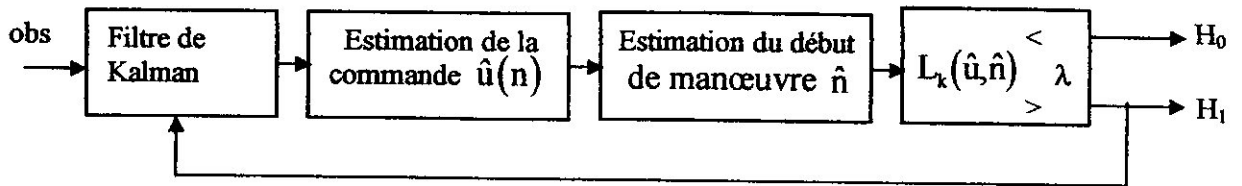


Fig. III.6 : Algorithme de détection de manœuvre GLR

► Marginalized likelihood ratio (MLR)

Le test de rapport de vraisemblance marginal est une approche bayésienne qui suppose que u est une variable aléatoire possédant une densité de probabilité à priori. Le détecteur MLR remplace le rapport de vraisemblance inconnu en le moyennant pour toutes les valeurs de u .

$$\ell_k(n) = \log \frac{f(\tilde{z}_i^k / H_1(n))}{f(\tilde{z}_s^k / H_0)} = \log \frac{E(f(\tilde{z}_i^k / H_1(u, n)))}{f(\tilde{z}_s^k / H_0)} = \log \frac{\int E(f(\tilde{z}_i^k / H_1(u, n))) f(u) du}{f(\tilde{z}_s^k / H_0)}$$

Le détecteur MLR déclare une manœuvre lorsque $\ell_k(n) > 0$.

La difficulté de ce test est le calcul de l'intégrale. Des approximations de ce test existent.

III.6. Description de l'algorithme du test de rapport de vraisemblance généralisé (GLR)

III.6.1. Introduction

Nous allons développer dans ce paragraphe, l'algorithme du test de rapport de vraisemblance généralisé (GLR) que nous avons brièvement présenté en III.5.2. Nous avons choisi de simuler cet algorithme parce que c'est l'un des algorithmes de détection de manœuvre les plus utilisés.

L'algorithme consiste à associer à chaque hypothèse H_i une densité unique, parmi toutes les densités possibles, en prenant celle qui maximise la vraisemblance des données, et à l'utiliser pour construire un « rapport de vraisemblance réduit ».

III.6.2. Systèmes stochastique avec des sauts inconnus

Les équations de modèle d'état et de mesure du filtre de Kalman (tenant compte d'un

hypothétique saut au niveau du vecteur d'état à l'instant (θ) s'écrivent de manière générale sous la forme suivante :

$$x(k+1) = \Phi x(k) + v(k) + \delta_{\theta, k+1} u \quad (\text{III.1})$$

$$z(k+1) = Hx(k+1) + w(k) \quad (\text{III.2})$$

où :

$x(k)$ vecteur d'état ;

$z(k)$ vecteur de mesure ;

ϕ matrice de transition d'état;

H matrice d'observation;

v bruit d'état, supposé gaussien centré de matrice de covariance Q ;

$\delta_{i,j}$ est le symbole de Kronecker ;

u est le saut hypothétique;

w est le bruit de mesure, supposé également gaussien centré de matrice de covariance R ;

Rappelons que les équation du filtre de Kalman sont donnée par :

- La prédiction du vecteur d'état :

$$x(k+1/k) = \phi x(k/k) \quad (\text{III.3})$$

La matrice de covariance de l'erreur :

$$P(k+1/k) = \phi P(k/k) \phi^T + Q$$

- L'estimation de vecteur d'état

$$x(k+1/k+1) = x(k+1/k) + K(k+1) \tilde{z}(k+1) \quad (\text{III.4})$$

- La matrice de covariance de l'erreur d'estimation :

$$P(k+1/k+1) = I - K(k+1)H)P(k+1/k)$$

où :

- $\tilde{z}(k+1)$ est l'innovation entre la mesure et la prédiction :

$$\tilde{z}(k+1) = z(k+1) - Hx(k+1/k)$$

- $K(k+1)$ est le gain du filtre de Kalman :

$$K(k+1) = P(k+1/k)H^T V^{-1}(k+1)$$

- $V(k+1)$ est la variance de l'innovation $\tilde{z}(k+1)$:

$$v(k+1) = HP(k+1/k)H^T + R$$

III.6.3. Formulation de l'approche dans le cas linéaire

Considérons le filtre de Kalman décrit précédemment, le problème posé est de mettre en œuvre un algorithme capable de détecter, d'estimer et de compenser des changements brusques dans le vecteur d'état du système considéré.

Nous cherchons à détecter tout sauts se produisant éventuellement à un instant inconnu. afin d'éviter une banque de données croissantes et trop importante, nous considérons à l'itération k , une fenêtre glissante ($k-M < \theta \leq k$) où M est la largeur choisie de la fenêtre, et nous testons l'hypothèse qu'un saut s'est produit pour l'instant θ compris dans l'intervalle de cette fenêtre. La taille de cette fenêtre M doit cependant être choisie suffisamment grande pour contrer l'aspect fortement bruité du signal à estimer

Quand un saut se produit à instant θ , il influence la valeur de l'innovation et donc l'estimée de l'état. L'innovation $\tilde{z}(k)$ peut être exprimée alors comme la somme de deux termes :

$$\tilde{z}(k) = \tilde{z}(k)_{nj} + G(k, \theta)u \quad (\text{III.5})$$

où :

- $\tilde{z}(k)_{nj}$ représente l'innovation s'il ne se produit pas un saut;
- $G(k, \theta)u$ est l'effet du saut u qui se produit à l'itération θ , sur la valeur de l'innovation $\tilde{z}(k)$ mesurée à l'itération k .

Le vecteur d'état s'écrit de façon similaire comme une somme de deux termes :

$$x(k/k) = x(k/k)_{nj} + F(k, \theta)u \quad (\text{III.6})$$

où :

- $x(k/k)_{nj}$ est l'estimée du vecteur d'état s'il ne se produit pas de saut ;
- $F(k, \theta)u$ est l'effet d'un saut qui se produit à l'itération θ , sur la valeur de l'estimée du vecteur d'état à l'itération k .

La détection et l'estimation d'un saut sont essentiellement basé sur la valeur des

matrices $G(k, \theta)$ et $F(k, \theta)$.

III.6.4. Schéma général du filtre

La figure III.7 montre le schéma général du filtre avec détecteur de manœuvre GLR. L'algorithme se déroule de la manière suivante :

- Les innovations \tilde{z} délivrées à la sortie du filtre de Kalman sont utilisées par le dispositif GLR pour calculer les matrices F et G,
- Connaissant les matrices F et G, l'algorithme calcule le rapport maximum de vraisemblance généralisé $\ell(k, \theta)$ pour chaque valeur de θ comprise entre $k-M$ et k (à l'intérieur de la fenêtre glissante) et l'estimée de l'amplitude $\hat{u}(k, \theta)$ du saut correspondante,
- L'algorithme sélectionne le rapport de vraisemblance $\ell(k, \hat{\theta}_m)$ maximal qui correspond au début de manœuvre $\hat{\theta}_m$ et au saut $u(k, \hat{\theta}_m)$. Ce rapport est comparé à un seuil : s'il lui est supérieur, alors il y a compensation du vecteur d'état à la sortie du filtre de Kalman à l'aide de la valeur $\Delta \hat{x}$ calculée en utilisant le saut $u(k, \hat{\theta}_m)$.

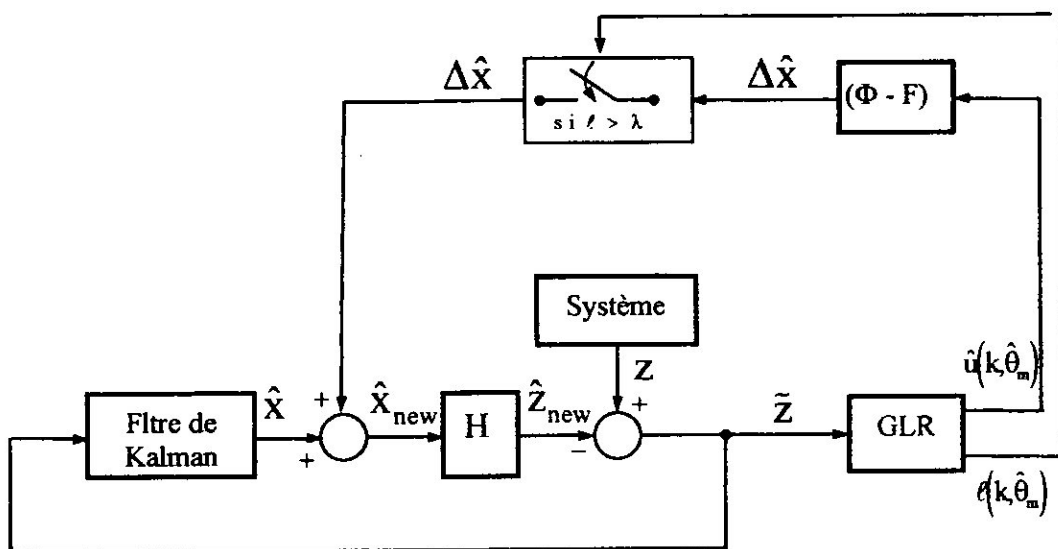


Fig. III.7 : Filtre de Kalman avec détecteur de manœuvre GLR

III.6.5. Calcul des matrices F et G

Nous allons à présent déterminer explicitement les matrices F et G pour les différentes valeurs possibles de θ de la fenêtre glissante de largeur M. On considère trois cas : $\theta > k$,

$\theta = k$ et $\theta < k$ pour calculer ces valeurs (Figure III.8).

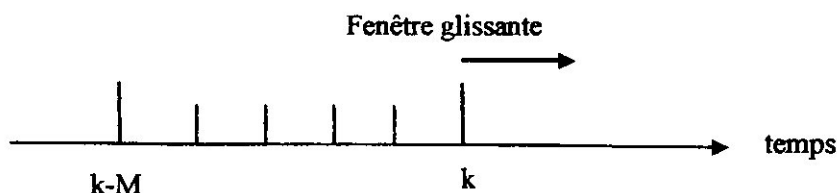


Fig. III.8 : Fenêtre glissante

► **Cas $\theta > k$**

Pour ce cas on a évidemment : $G(k, \theta) = 0$.

► **Cas $\theta = k$**

On s'intéresse maintenant à calculer $G(\theta, \theta)$ et $F(\theta, \theta)$.

Si l'on suppose l'existence d'un saut u à l'instant θ , le vecteur d'état et la mesure peuvent s'écrire :

$$x(\theta) = x(\theta)_{nj} + u$$

$$z(\theta) = z(\theta)_{nj} + Hu$$

où $x(\theta)$ et $z(\theta)_{nj}$ représentent respectivement la valeur du vecteur d'état et de la mesure en absence de saut. L'équation précédente et la définition de l'innovation permettent d'écrire alors :

$$\bar{z}(\theta) = \bar{z}(\theta) + Hu \quad (\text{III.7})$$

Par identification de cette dernière expression avec la définition de $G(K, \theta)$ donnée par (III.5), on obtient :

$$G(\theta, \theta) = H$$

Par ailleurs, l'équation d'estimation du vecteur d'état (III.4) et l'expression de l'innovation $\bar{z}(\theta)$ nous donnent : $x(\theta/\theta) = x(\theta/\theta)_{nj} + K(\theta)Hu$

Par identification de (III.6) avec la définition de $F(k, \theta)$.

On en déduit : $F(\theta, \theta) = K(\theta)H$

► **Cas $\theta < k$**

Nous voulons déterminer à présent pour tout θ compris entre $k-M$ et k , la valeur de

$G(k, \theta)$ et $F(k, \theta)$. Il est possible de calculer ces termes récursivement en fonction de $G(k-1, \theta)$ et $F(k-1, \theta)$, ces valeurs étant obtenues à l'itération précédente.

En effet, si l'on suppose l'existence du saut à l'instant θ , le vecteur d'état peut s'écrire sous forme $x(k) = x(k)_{nj} + \phi(k-\theta)u$

En appliquant l'équation de mesure (III.2) à l'équation précédente, nous obtenons :

$$z(k) = z(k)_{nj} + HK(k-\theta)u \quad (\text{III.8})$$

Par ailleurs, en multipliant l'équation de prédiction du vecteur d'état (III.3) par H nous aurons :

$$z(k/k-1) = Hx(k/k-1) = H\phi(k-1/k-1)$$

En combinant cette dernière avec l'équation donnant le vecteur d'état $x(k, k)$, nous obtenons :

$$z(k/k-1) = Hx(k/k-1)_{nj} + H\phi F(k-1, \theta)u \quad (\text{III.9})$$

Nous déduisons, en considérant les expressions (III.8) et (III.9), la valeur de l'innovation $\tilde{z}(k)$:

$$\tilde{z}(k) = \tilde{z}(k)_{nj} + (H\phi(k-\theta) - H\phi F(k-1, \theta))u \quad (\text{III.10})$$

Par identification avec (III.6), on peut déduire :

$$G(k, \theta) = H\phi(k-\theta) - H\phi F(k-1, \theta)$$

Pour calculer $F(k, \theta)$, nous combinons l'équation de prédiction du vecteur d'état avec l'équation (III.6), ce qui donne :

$$x(k/k-1) = x(k/k-1)_{nj} + \phi F(k-1, \theta)u \quad (\text{III.11})$$

En utilisant les expressions (III.11) et (III.5), l'équation d'estimation du vecteur d'état s'écrit comme suit :

$$x(k/k) = x(k/k)_{nj} + (\phi F(k-1, \theta) + K(k)G(k, \theta))u$$

Par identification avec (III.6) nous obtenons finalement

$$F(k, \theta) = \phi F(k-1, \theta) + K(k)G(k, \theta)$$

Nous savons donc calculer de façon récurrente, à chaque itération k pour tout instant θ compris entre $k-M$ et k , les quantités $G(k, \theta)$ et $F(k, \theta)$.

Celles-ci sont en effet nécessaires pour calculer le rapport de vraisemblance permettant la détection d'un hypothétique saut sur le vecteur d'état.

III.6.6. Calcul du rapport de vraisemblance

Nous considérons deux hypothèses : la première est qu'aucun saut ne s'est produit, et la deuxième suppose qu'un saut d'amplitude $\hat{u}(k)$ s'est produit à l'itération θ . Etant donné les innovations calculées $\tilde{z}(k-M+1), \dots, \tilde{z}(k)$, à chaque hypothèse correspond une probabilité. $\hat{u}(k)$ est déterminé de façon à maximiser la probabilité qu'un saut s'est produit. Il représente l'amplitude de saut la plus vraisemblable à l'itération k pour chaque θ fixe si l'on considère qu'un saut s'est produit. La détection d'un saut à l'instant θ est basé sur le rapport de vraisemblance $\ell(k, \theta)$, plus connu sous le nom anglo-saxon de « Generalized Likelihood Ratio : GLR », donné par la formule suivante :

$$\ell(k, \theta) = 2 \log \frac{f(\tilde{z}(k-M+1), \dots, \tilde{z}(k) / H_1, u = \hat{u}(k))}{f(\tilde{z}(k-M+1), \dots, \tilde{z}(k) / H_0)}$$

où :

$f(\tilde{z}/H)$ représente la fonction de probabilité telle que \tilde{z} vérifie l'hypothèse H ;

$\hat{u}(k)$ est défini par :

$$\hat{u}(k) = \operatorname{argmax}(\tilde{z}(k-M-1), \dots, \tilde{z}(k) / H_1)$$

H_0 et H_1 sont respectivement les hypothèses qu'aucun saut ne s'est produit et qu'un saut d'amplitude $\hat{u}(k)$ s'est produit à l'itération θ .

Après développement, ce rapport de vraisemblance peut s'écrire en fonction de $G(k, \theta)$. En effet, nous avons :

$$\ell(k, \theta) = D^T(k, \theta) C^{-1}(k, \theta) D(k, \theta) \quad (\text{III.12})$$

$$\text{avec } C(k, \theta) = \sum_{j=\theta}^k G^T(j, \theta) V^{-1}(j) G(j, \theta) \quad (\text{III.13})$$

$$\text{et } D(k, \theta) = \sum_{j=\theta}^k G^T(j, \theta) V^{-1}(j) \gamma(j) \quad (\text{III.14})$$

Remarquons que les quantités $C(k, \theta)$ et $D(k, \theta)$ ne dépendent pas directement des valeurs $F(j, \theta)$ mais seulement des $G(j, \theta)$. Cependant $G(j, \theta)$ dépend de $F(j, \theta)$, ce qui nécessite son calcul. Signalons aussi que la valeur de F entre dans le calcul des équations

de mise à jour de l'estimée et de la variance sur l'erreur d'estimation correspondante.

Comme le montrent les trois dernières équations (III.12) (III.13) et (III.14), $\ell(k, \theta)$ peut être considéré comme un test de corrélation entre les variations d'innovation $\bar{z}(k)$ et la signature d'un saut.

Pour tout θ compris entre $k-M$ et k , nous calculons le rapport $\ell(k, \theta)$ et nous sélectionnons la valeur θ_m qui maximise la quantité $\ell(k, \theta)$ qui représente l'instant le plus probable ou qui un saut s'est produit nous voyons bien que cette entité est double maximisation : elle maximise la probabilité qu'il y'ait eu un saut en sélectionnant son amplitude (pour chaque instant probable), puis l'instant de sa production.

III.6.7. Le test

Nous appliquons par la suite la règle de décision suivante pour décider de la présence d'un saut ou pas à un instant θ_m donné (GLR) :

$$\begin{array}{c} H_1 \\ > \\ \ell(k, \theta_m) > \lambda \\ < \\ \bar{H}_1 \end{array}$$

où λ est une valeur de seuil fixée.

Si un saut est détecté ($\ell(k, \theta_m) > \lambda$), l'estimée de l'instant $\hat{\theta}$ de sa production et l'estimée $\hat{u}(k, \hat{\theta})$ de sa réalisation sont alors données par :

$$\begin{cases} \hat{\theta} = \theta_m \\ \hat{u}(k, \hat{\theta}) = C^{-1}(k, \hat{\theta})D(k, \hat{\theta}) \end{cases}$$

III.6.8. Correction

Cette estimée du saut est ensuite utilisée pour mettre à jour l'estimée du vecteur d'état dans le filtre de Kalman à travers l'équation de compensation suivante :

$$x(k/k)_{\text{new}} = x(k/k)_{\text{old}} + [\phi(k - \hat{\theta}) - F(k, \hat{\theta})] \hat{u}(k, \hat{\theta})$$

Entre la production du saut et sa détection, il s'est passé $k - \hat{\theta}$ itérations. La mise à jour de l'estimée du vecteur d'état est donc réalisée par l'addition de l'effet d'un saut d'amplitude \hat{u} pendant $k - \hat{\theta}$ itérations suivant le modèle d'état (soit $\phi(k - \hat{\theta}) - \hat{u}(k, \hat{\theta})$) et en retranchant la réponse de filtre de Kalman au saut avant sa détection. Rappelons que

$F(k, \hat{\theta})\hat{u}$ représente la contribution d'un saut d'amplitude \hat{u} se produisant à l'instant $\hat{\theta}$, à l'estimée du vecteur d'état à l'instant k .

Finalement, nous signalons que pour prendre en compte l'erreur de l'estimation du saut, il est nécessaire d'incrémenter la matrice de covariance de l'erreur de l'estimation.

L'équation de mise à jour est déduite de l'équation précédente, sachant que $C^{-1}(k, \hat{\theta})$ représente la matrice de covariance de l'erreur sur l'estimation du saut. On obtient alors :

$$P(k/k)_{\text{new}} = P(k/k)_{\text{old}} + \left[\phi(k - \hat{\theta}) - F(k, \hat{\theta}) \right] C^{-1}(k, \hat{\theta}) \left[\phi(k - \hat{\theta}) - F(k, \hat{\theta}) \right]^T$$

La réactualisation de $P(k/k)$ permet d'éviter les fausses alarmes à la suite de la détection d'un saut, car si l'on ne tient pas compte de l'erreur possible sur l'estimation du saut, on risque fortement de détecter un ou plusieurs faux sauts, ce qui entraînerait une instabilité dans l'estimation.

Les différentes phases de l'algorithme sont schématisées ci-dessous (figure III.9).

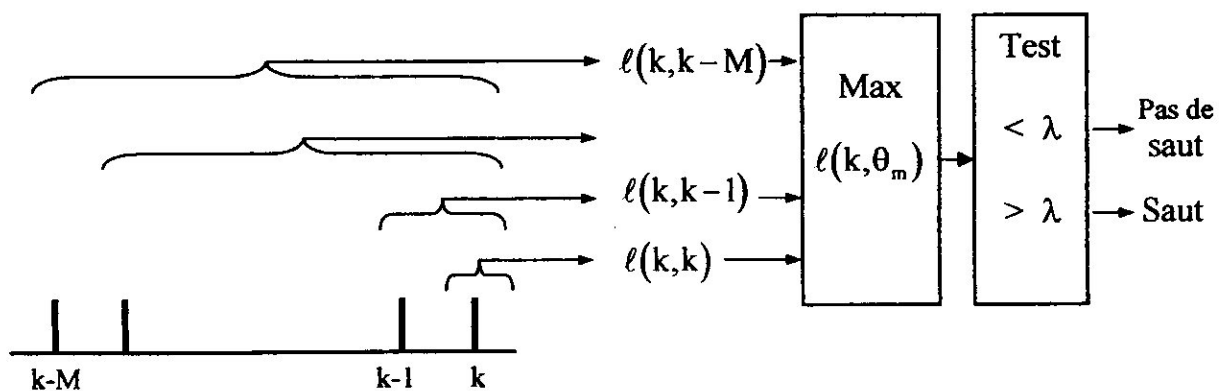


Fig. III.9 : L'algorithme du GLR

III.7. Calcul de la probabilité de détection

L'implantation d'un algorithme du GLR, exige le choix de seuil de décision λ et la largeur de la fenêtre M . ces entités sont choisies en faisant un compromis entre le temps de détection, la probabilité de fausse alarme P_F et la probabilité de détection $P_D(u, \theta)$ d'un saut d'amplitude u à l'instant θ .

Ces probabilités sont données par :

$$P_F = P_r(\ell = f/H_0)$$

$$P_D(u, \theta) = P_r(\ell = f/H_0, u, \theta)$$

où :

$P_F = P_r(\ell = f/H_0)$ est la probabilité de $\ell(k, \theta)$ conditionnée sur H_0

$P_r(\ell = f/H_1, u, \theta)$ est la probabilité de $\ell(k, \theta)$ conditionnée sur H_1 et y des valeurs particulières supposées de u et θ

On note $P_r(\ell = f/H_0)$ est une probabilité de densité de type χ_n^2 avec n degrés de liberté, et $P_r(\ell = f/H_1, u, \theta)$ la probabilité de densité χ_n^2 non centrée avec le paramètre de non centralité : $\delta^2 = u^T C(k, \theta) u$.

Les valeurs de P_F et P_D peuvent être calculées à partir de tableaux spéciaux. Il en est de même pour la valeur de ε pour des valeurs spécifiées de P_F ou P_D .

III.8. Extension de l'approche au cas non linéaire

La majorité des problèmes traités dans la littérature, considéré le cas de modèles et de systèmes linéaire, cependant qu'en est il des système non linéaire. dans ce paragraphe, nous nous proposons de donner une extension de la dite approche à cette catégorie de systèmes. Comme la majorité des systèmes de poursuite présentent une non linéarité au niveau du modèle de mesure seulement (le modèle d'état étant souvent linéaire); considérons le modèle du système donné par les équations suivantes :

$$x(k+1) = \phi(k)x(k) + v(k)$$

$$z(k) = h(x(k), k) + w(k)$$

où :

$x(k)$: vecteur d'état,

$z(k)$: vecteur de mesure,

ϕ : matrice de transition,

h : matrice d'observation,

v : bruit d'état, supposé gaussien centré de matrice covariance Q ,

w : est le bruit de mesure, supposé également gaussien centré de matrice de covariance R .

Comme ce modèle est non linéaire, le filtre de Kalman standard doit être remplacé par

un filtre Kalman étendu ,pour ce faire nous devons linéariser la matrice d'observation de h,elle se calcule par :

$$H(k) = \left. \frac{\partial h(x(k), k)}{\partial x(k)} \right|_{x(k) = \hat{x}(k/k-1)}$$

Les changements à apporter sur les équations de l'algorithme du GLR sont observés sur les grandeurs G et F dans les deux cas suivants :

► Cas $\theta = k$

$$G(\theta, \theta) = \left. \frac{\partial h(x(\theta), \theta)}{\partial x(\theta)} \right|_{x(\theta) = \hat{x}(\theta/\theta-1)}$$

$$F(\theta, \theta) = K(\theta) \left. \frac{\partial h(x(\theta), \theta)}{\partial x(\theta)} \right|_{x(\theta) = \hat{x}(\theta/\theta-1)}$$

► Cas $\theta < k$

$$G(k, \theta) = \left. \frac{\partial h(x(\theta), \theta)}{\partial x(\theta)} \right|_{x(\theta) = \hat{x}(\theta/\theta-1)} [\phi(k-\theta) - \phi F(k-1, \theta)]$$

$$F(k, \theta) = \phi F(k-1, \theta) + K(k)G(k, \theta).$$

Nous pouvons alors, en utilisant ces équations, appliquer le test du GLR comme présenté pour le cas de modèles linéaires.

III.9. Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre quelques algorithmes utilisés dans la détection de manœuvre. Ensuite nous avons décrit l'algorithme de test de vraisemblance dont nous allons analyser les performances.

Chapitre IV

Simulation et commentaires

IV. SIMULATION ET COMMENTAIRES

IV.1. Introduction

Dans ce dernier chapitre, nous allons décrire les différents modèles de trajectoires qui vont servir à tester l'algorithme de détection de manœuvre GLR. Nous ferons ensuite une analyse détaillée des résultats que nous avons obtenus lors des simulations que nous avons effectuées.

IV.2. Types de manœuvres

Pour simplifier le problème de la modélisation, nous supposons que la trajectoire à estimer est plane, ce qui va nous remettre de travailler en deux dimensions.

Pour tester la puissance de détection de l'algorithme GLR, nous avons choisi de le tester dans les deux cas de manœuvres suivants :

- Saut de vitesse
- Saut de direction (virage)

IV.3. Modèle du filtre dans le cas d'un saut de vitesse

Nous utiliserons un segment de droite qui sera modélisé par les paramètres suivants (Figure IV.1) :

- la distance minimale d qui sépare la droite de l'origine des coordonnées,
- l'angle α que fait l'axe des abscisses avec la droite reliant l'origine des sa projection orthogonale sur la droite considérée.

Le mouvement sur une droite par les grandeurs suivantes :

- La distance parcourue S ,
- La vitesse de déplacement.

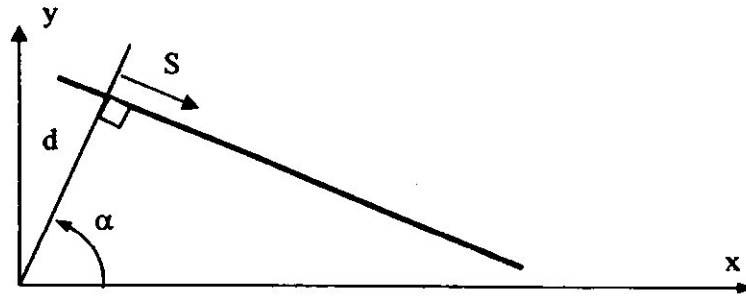


Fig. IV.1 : Modélisation d'une droite

L'intérêt de cette représentation permet d'avoir un découplage entre le mouvement et la trajectoire suivie.

► **Modèle d'état**

Le modèle d'état associé à un mouvement à vitesse constante sur une droite sera défini comme suit :

$$\dot{x} = Fx + v$$

où :

$$x^T = (S \ S \ \alpha \ d) : \text{le vecteur d'état}$$

v : le bruit d'état

La matrice de transition F sera donc :

$$F = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

► **Modèle de mesure**

On suppose ici que le vecteur de mesure z est constitué par la position exprimée en coordonnées cartésiennes. Son expression en fonction du vecteur d'état est :

Le modèle de mesure sera donné par :

$$z = \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = h(x) + w = \begin{pmatrix} S \cdot \sin \alpha + d \cdot \cos \alpha \\ -S \cdot \cos \alpha + d \cdot \sin \alpha \end{pmatrix} + w$$

avec

w : bruit de mesure

Nous remarquons que la matrice de mesure $h(x)$ est non linéaire par rapport au vecteur d'état x . Une linéarisation est donc indispensable pour pouvoir implémenter un filtre de Kalman. Ceci est réalisé en considérant une petite variation dans l'état :

$$H_x = \begin{pmatrix} \frac{\partial X}{\partial S} & \frac{\partial X}{\partial \dot{S}} & \frac{\partial X}{\partial \alpha} & \frac{\partial X}{\partial d} \\ \frac{\partial Y}{\partial S} & \frac{\partial Y}{\partial \dot{S}} & \frac{\partial Y}{\partial \alpha} & \frac{\partial Y}{\partial d} \end{pmatrix}$$

$$\text{Dans ce cas : } H_x = \begin{pmatrix} \sin(\alpha) & 0 & -d\sin(\alpha) + S\cos(\alpha) & \cos(\alpha) \\ -\cos(\alpha) & 0 & d\cos(\alpha) - S\sin(\alpha) & \sin(\alpha) \end{pmatrix}$$

Si nous considérons maintenant le cas d'un mouvement à accélération constante, la seule différence sera remarquée au niveau des matrices F et H_x .

Nous aurons un vecteur d'état : $x^T = (S \ \dot{S} \ \ddot{S} \ \alpha \ d)$

Par conséquent

$$F = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{et } H_x = \begin{pmatrix} \sin(\alpha) & 0 & 0 & -d\sin(\alpha) + S\cos(\alpha) & \cos(\alpha) \\ -\cos(\alpha) & 0 & 0 & d\cos(\alpha) - S\sin(\alpha) & \sin(\alpha) \end{pmatrix}$$

IV.4. Modèle du filtre dans le cas d'un saut de direction

Dans notre étude, un changement de direction sera réalisé à l'aide de deux segments de droite faisant entre eux un angle donné β (Figure IV.2). Le modèle de droite vu précédemment sera utilisé ici.

Pour le tronçon N°2, on donne la variation d'angle β entre les deux segments de droite. A partir de la position finale $[x_1, y_1]$ du tronçon N°1, on calcule les paramètres distance d_2 et angle α_2 du tronçon N°2.

Ces deux paramètres feront donc partie du vecteur d'état et ils seront estimés par le filtre.

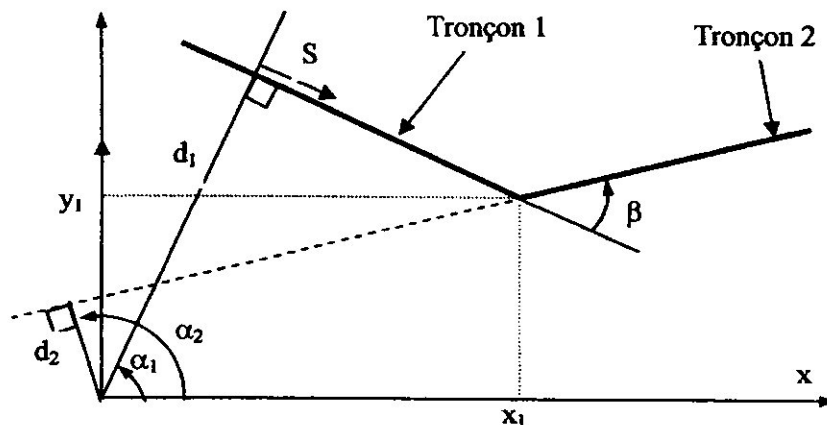


Fig. IV.2 : Modélisation d'un virage

IV.5. Principe de la batterie de filtres

Un filtre de Kalman mal initialisé risque de diverger. Pour contourner ce problème, nous proposons de lancer, non pas un seul filtre, mais toute une batterie, chacun avec une initialisation différente. Théoriquement, le nombre de filtre à lancer simultanément dépend de la dimension du vecteur d'état et des contraintes physiques des variables d'état est fonction de la discrétisation de l'intervalle de variation de la variable considérée. Une fois lancés, il y aura des filtre qui convergeront (ceux qui sont bien initialisés) comme il y'en a d'autre qui divergeront (ceux qui sont mal initialisés).ces derniers seront tous simplement arrêtés.

Comme le calcul est itératif, à chaque itération les filtre, lancés seront pondérés, et nous considérerons un critère d'arrêt permettant d'arrêter les filtres divergents.

Le principe de la méthode est le suivant :

Nous concéderons que chaque variable d'état est comprise entre deux valeurs limites (contraintes physiques).Pour pouvoir lancer une batterie de filtres initialisés différemment, nous devons tout d'abord discrétiser cet intervalle de variation de la variable de façon adéquate. Plusieurs méthodes peuvent être imaginées. Nous pouvons penser, par exemple à une discrétisation obéissant à une loi uniforme ou à une loi gaussienne.

Dans ce qui va suivre, nous considérons un problème de lancement d'une batteries de filtre ou la variable d'état prise en compte sera la vitesse.

Nous supposons que la cible à une vitesse qui varie dans l'intervalle $[V_{\text{Min}}, V_{\text{Max}}]$. cette hypothèse est réaliste car la vitesse d'un mobile ne peut pas atteindre des valeurs que les contraintes de fonctionnement ne tolèrent pas.

La méthode utilisée dans notre cas est décrite comme suit :

$$\text{Soit un } p_0 \text{ tel que : } p_0 = \frac{V_{\text{Max}} - V_{\text{Min}}}{\sum_{i=1}^{N_f} i}$$

Avec : N_f le nombre des filtres à lancer ;

$$\text{Comme, en général, } V_{\text{Min}} = 0 \text{ alors } p_0 = \frac{V_{\text{Max}}}{\sum_{i=1}^{N_f} i}$$

Nous prendrons alors des intervalles de la forme $[\alpha(j-1)p_0 \quad \alpha(j)p_0]$ avec :

$$\begin{cases} 1 < j < N_f \\ \alpha(j) = \sum_{i=0}^j i \end{cases}$$

Finalement, les initialisations prises seront les centres des intervalles décrits, d'où l'initialisation en vitesse du filtre de la cellule $[\alpha(j-1)p_0 \quad \alpha(j)p_0]$ sera

$$V_{j0} = \frac{\alpha(j)p_0 + \alpha(j-1)p_0}{2}$$

La pondération des filtres est calculée dans notre cas par la relation :

$$W_k = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \right) \exp \left(-\sqrt{X(k) - \hat{X}(k)} + (Y(k) - \hat{Y}(k))^2 \right)$$

Avec :

$$\begin{bmatrix} X(k) \\ Y(k) \end{bmatrix} : \text{Mesure à l'instant } k$$

$$\begin{bmatrix} \hat{X}(k) \\ \hat{Y}(k) \end{bmatrix} : \text{L'estimation de la mesure à l'instant } k.$$

Il est clair que les poids affectés aux filtres à l'itération sont fonctions de la norme de la différence entre la valeur mesurée et la valeur estimée.

Plus cette norme est grande, plus le poids du filtre sera petit. Par conséquent, pour décider de mettre un filtre à l'arrêt, il faut que la valeur de son poids soit inférieure à une certaine valeur limite fixée préalablement.

Dans notre cas, la pondération est prise comme une règle de décision qui est : Mettre le filtre hors fonctionnement si le filtre ne satisfait pas les conditions de convergence caractérisées par $W_k > \beta$ (seuil préalablement établi).

Dans cette partie, on décrit la description de l'interface graphique réalisée pour la simulation et la visualisation des différents diagrammes de poursuite en utilisant une fois le filtre de Kalman sans le test de GLR et une fois avec le test. Cette interface est conçue avec l'utilité «Guide» de «Matlab».

IV.6. L'objet de la simulation

La simulation telle qu'elle est définie généralement est un outil de prédiction permettant d'étudier et d'analyser le comportement des systèmes complexes afin de prendre des décisions de façon plus objective et scientifique.

En simulation, le système est modélisé par un ensemble de structures de données interconnectées et un ensemble de procédures qui opèrent sur ces structures définissant ainsi la dynamique du système.

L'évolution des performances du système est prise d'après son quantitatif c'est-à-dire, lié à démontrer les propriétés du comportement du système, ainsi que sa compréhension à partir de son aspect fonctionnel.

IV.7. L'interface

Pour dialoguer facilement avec le calculateur, nous avons conçu une interface réalisée à l'aide de l'outil « Guide de Matlab ».

L'utilisateur peut créer ses propres interfaces graphiques pour les applications. En effet, MATLAB prévoit un ensemble de commandes et fonctions dont l'utilisation est relativement aisée pour la création et la manipulation d'objets graphiques (fenêtres, menus, bouton de commande, cases à cocher, etc.)

L'élément de base d'une interface graphique est la fenêtre. Elle permet de grouper des outils graphiques dans un même cadre dans un but de clarté et de manipulation facile.

A une fenêtre, sont associées des propriétés modifiables telles que la taille, le nom, la position, le titre, la couleur, etc.

Nous allons donner un aperçu des outils permettant de réaliser une interface.

IV.7.1. Les contrôles

Les contrôles sont des objets qui réagissent et provoquent une action lorsqu'ils sont manipulés par la souris ou le clavier.

Sous une interface graphique, la communication avec l'utilisateur est généralement établi à l'aide des contrôles tels que les groupes d'options, cases à cocher, boutons de commande, textes statiques et textes modifiables. Ainsi, les programmes offrent une meilleure convivialité, car il suffit d'un simple clic avec le pointeur de la souris pour définir, par exemple, de nouvelles valeurs.

IV.7.2. Les types de contrôles

- Bouton poussoir (pushButton) : réalisation d'une action
- Bouton radio (Radio Button) : un groupe de boutons radio permet une sélection exclusive (un seul bouton activé à la fois). Lorsqu'on en a un seul, il permet la permutation entre deux états.
- Case à cocher (checkbox) : un groupe de cases à cocher permet une sélection exclusive (une seule case peut être cochée à la fois).
- Texte statique (StaticText) : affiche une ligne de texte d'information.
- Texte éditable (EditText) : zone de texte éditable, permettant à l'utilisateur d'entrer une chaîne de caractères.
- Menu : permet de choisir un élément dans une liste.
- Cadre (Frame) : affiche une bordure rectangulaire autour d'un ou plusieurs contrôles pour former un groupe logique.
- Barre de défilement (Slider) : permet à l'utilisateur de choisir une valeur dans un intervalle donné (en glissant un curseur).

IV.8. Présentation générale de l'interface

L'interface que nous proposons comprend quatre zones distinctes (figure VI.3):

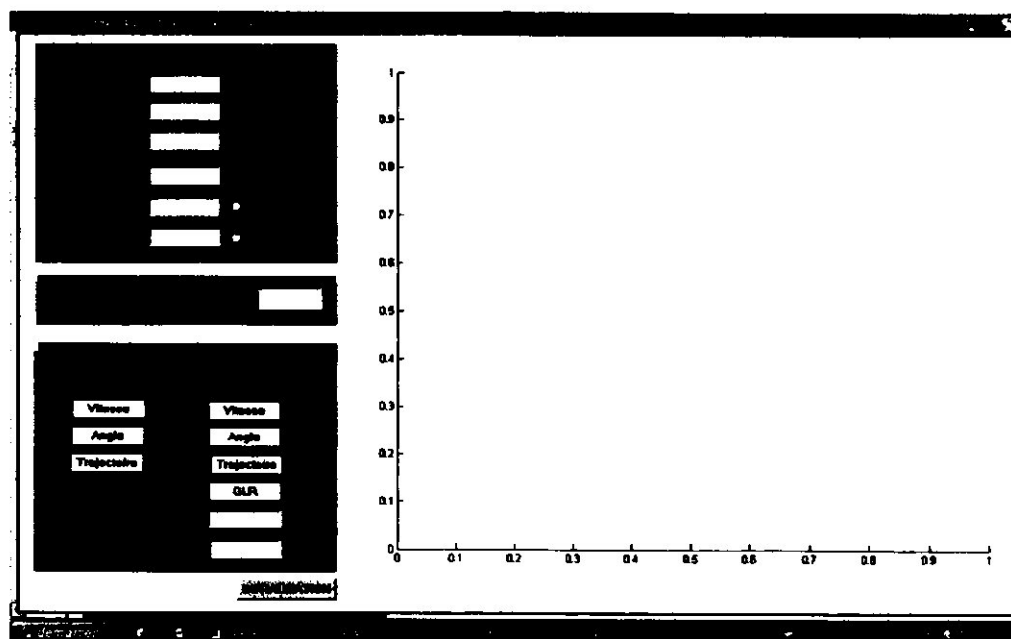


Fig. IV.3 : L'interface

► 1^{ère} zone

Elle est située en haut et à gauche de la fenêtre. C'est la zone réservée à la lecture des données relatives à la trajectoire à simuler. Dans cette zone nous donnons tous les paramètres utiles pour simuler un saut de vitesse ou un saut de direction.

Ces paramètres sont les suivants :

- Les paramètres du tronçon N°1 :
 - Distance d_1
 - Vitesse v_1
- Angle β entre les deux tronçons
- Durée totale de la simulation
- La valeur du saut de vitesse
- La valeur du saut de direction

Deux boutons radio permettent à l'utilisateur de sélectionner au choix le type de simulation : saut de vitesse ou saut de direction.

► 2^{ème} zone

Dans cette zone (au centre et à gauche de la fenêtre), l'utilisateur indique le nombre de filtres de la batterie.

► 3^{ème} zone

Dans cette zone (en bas, à gauche), nous avons regroupé toutes les commandes concernant la simulation :

- Un premier groupe concerne la simulation sans test du GLR : l'utilisateur a le choix entre le tracé de différentes courbes).
- Un second groupe concerne la simulation avec test du GLR avec la possibilité de tracer en plus la variation du GLR en fonction du temps.

► 4^{ème} zone

Cette zone (à droite) est utilisée pour visualiser les résultats sous forme de courbes.

IV.9. Organigramme général

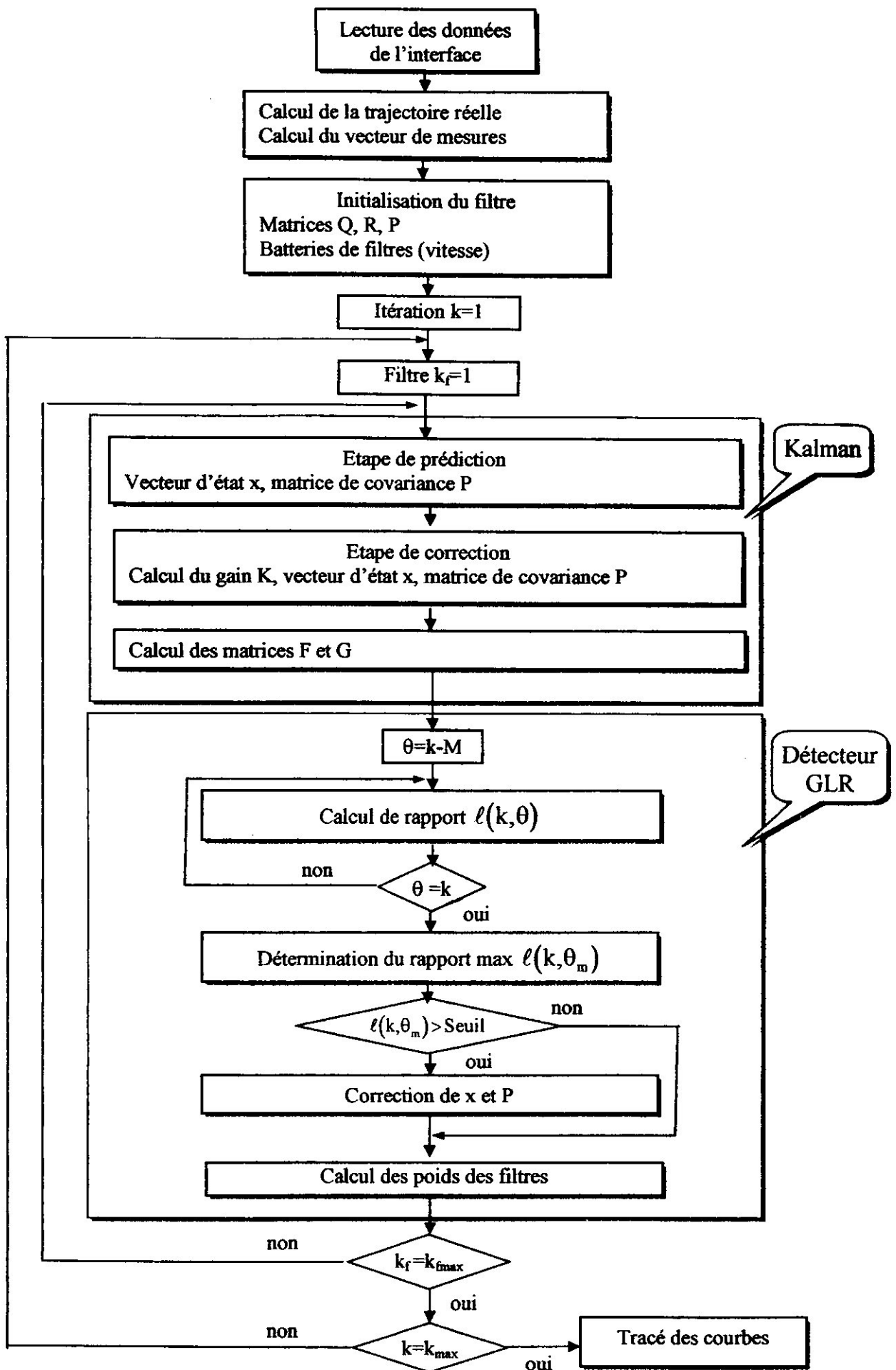
L'algorithme de détection et de correction de manœuvre basé sur le test du GLR est représenté dans l'organigramme ci-dessous. Il se compose du filtre de Kalman proprement dit suivi du détecteur de manœuvre. C'est un algorithme itératif constitué de plusieurs boucles imbriquées :

- Il débute par une lecture des données à partir de l'interface,
- L'initialisation du filtre de Kalman est ensuite effectuée,
- L'algorithme effectue la prédiction du vecteur d'état et de la matrice de covariance à l'itération k , puis les corrections de ces paramètres à l'aide des mesures,
- L'algorithme calcule pour chaque filtre, les rapports de vraisemblance pour toutes les valeurs de θ de la fenêtre glissante.

Pour chaque filtre, le rapport maximal est comparé au seuil : si ce rapport est supérieur au seuil, il y a alors déclaration d'un saut, des corrections du vecteur d'état et de la matrice de covariance sont ensuite effectuées pour tenir compte du saut.

La pondération de chaque filtre est calculée afin de déterminer s'il y a divergence ou non.

A la fin de la simulation, l'algorithme détermine le meilleur filtre en utilisant les pondérations. Les résultats concernant ce filtre sont représentés sous forme de courbes.



IV.10. Résultats des simulations

Nous allons présenter maintenant les résultats des différentes simulations que nous avons effectuées.

IV.10.1. Filtre de Kalman sans saut, sans et avec batterie de filtres

Nous nous proposons de poursuivre un mobile se déplaçant le long d'une trajectoire rectiligne de paramètres inconnus à une vitesse constante inconnue mais dont nous connaissons la valeur maximale. Le problème consiste à déterminer toutes ces inconnues pour assurer la poursuite de la cible. Les coordonnées de la cible sont supposées acquises par le biais d'un radar par exemple.

Dans l'implantation du filtre, les données de mesure (la position) sont remplacées par des données générées par le calculateur à partir d'une trajectoire initiale auxquelles nous ajoutons un bruit blanc gaussien.

Nous initialisons le vecteur d'état par $x_0^T = [0 \ v \ 0 \ 0]$ où v est une vitesse aléatoire ne dépassant pas la valeur maximale.

La matrice de covariance initiale est de la forme :

$$P_0 = \begin{bmatrix} \sigma^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma^2 \end{bmatrix}$$

On prendra σ^2 grande, ce qui signifie que les valeurs initiales du vecteur d'état sont mal connues.

L'exemple suivant consiste à estimer le mouvement d'une cible dont les paramètres sont : $d=20\text{m}$, $\alpha=30^\circ$, vitesse= 15m/s .

On utilisera dans un premier temps un seul filtre et dans un deuxième temps une batterie de filtres.

Les résultats obtenus sont illustrés dans la figure IV.4(a) pour l'estimation de la vitesse et dans la figure IV.4(b) pour l'estimation de la trajectoire avec un seul filtre, dans la figure IV.5 (a) pour l'estimation de la vitesse et dans la figure IV.5(b) pour l'estimation de la trajectoire avec une batterie de cinq filtres.

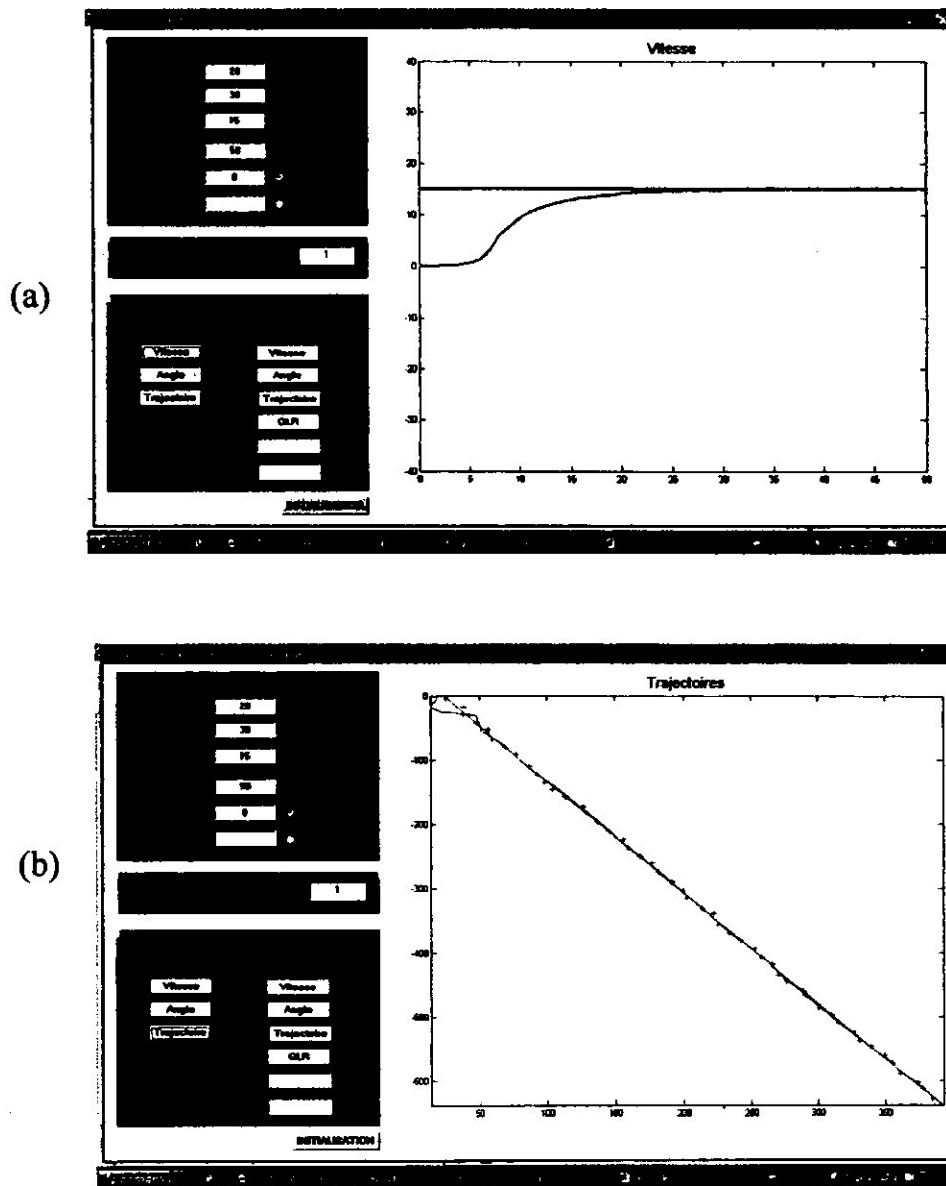
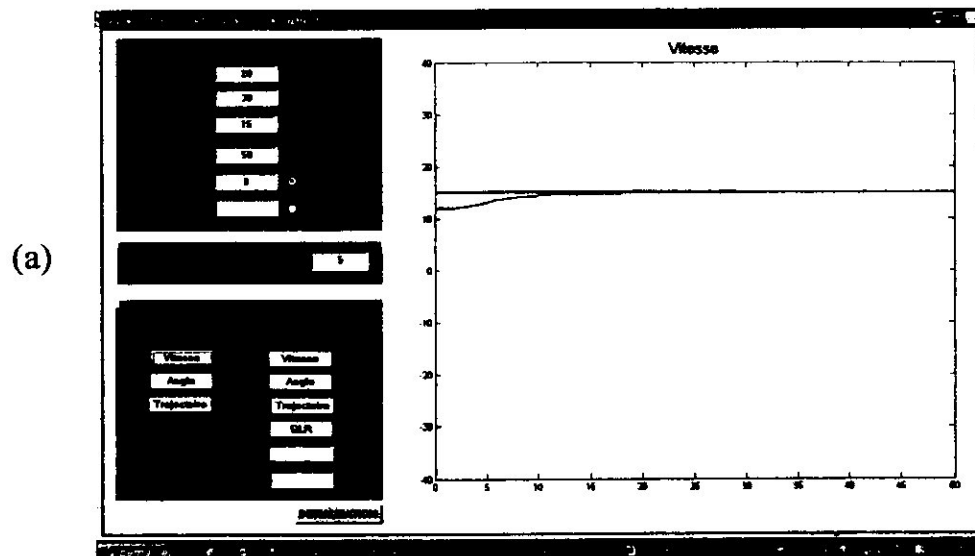


Fig. IV.4 : Estimation sans batterie de filtres de la vitesse (a), de la trajectoire (b)



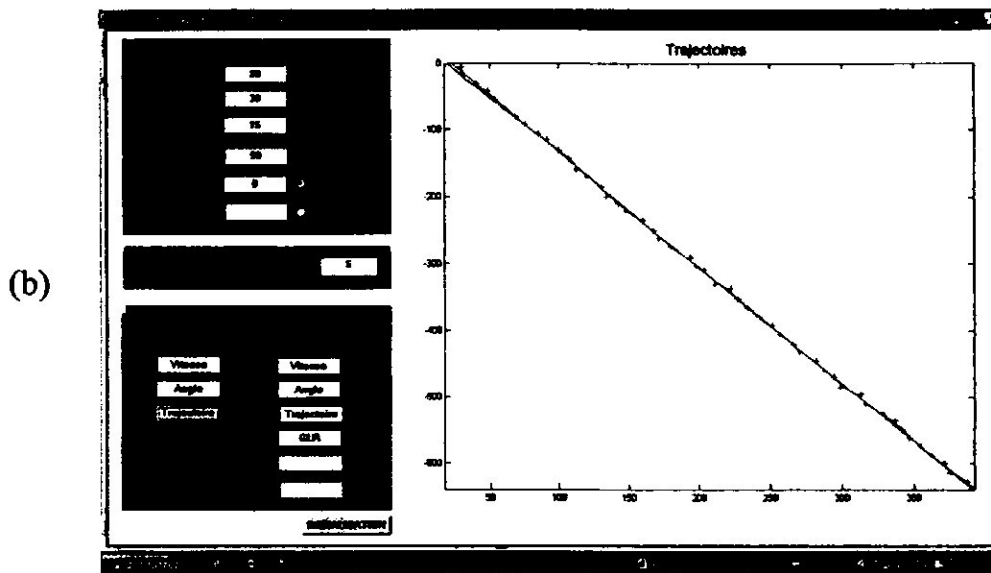


Fig. IV.5 : Estimation avec batterie de filtres de la vitesse (a), de la trajectoire (b)

On remarque, avec un seul filtre (la vitesse étant initialisée dans ce cas à zéro), que le filtre met une vingtaine de secondes pour atteindre la vitesse réelle, la convergence est donc mauvaise.

Dans le cas une batterie de cinq filtres, nous avons fixé la vitesse maximale à 30 m/s et une initialisation linéaire : 0, 6, 12, 18, 24 m/s. Le filtre correctement initialisé avec la vitesse de 18 m/s converge plus rapidement que les autres filtres que ce soit en vitesse ou en position.

IV.10.2. Cas d'un mouvement rectiligne avec saut de vitesse sans et avec test GLR

Le problème que nous allons traiter concerne le cas de la poursuite d'une cible présentant des changements de vitesse brusques au niveau du paramètre vitesse. Pour cela, nous allons comparer le comportement du filtre de Kalman seul face à une telle situation avec le comportement du filtre aidé de l'algorithme du GLR dans les mêmes conditions.

L'application du filtre de Kalman sans le test avec un saut de vitesse de 5 m/s a donné les résultats représentés dans la figure IV.6 pour l'estimation de la vitesse.

Avec le test et une largeur de fenêtre égale à 4, les résultats sont représentés dans les figures IV.7(a) pour l'estimation de la vitesse et IV.7(b) pour la variation du rapport du GLR.

On remarque que le filtre sans test n'arrive pas à suivre le changement brutal de l'amplitude de la vitesse.

Avec le test, et un seuil fixé à 0,04, le filtre converge rapidement en moins de 10 secondes avec de petites oscillations transitoires.

Il faut noter que le choix du seuil est très important. Si le choix est mal fait, le filtre va diverger rapidement.

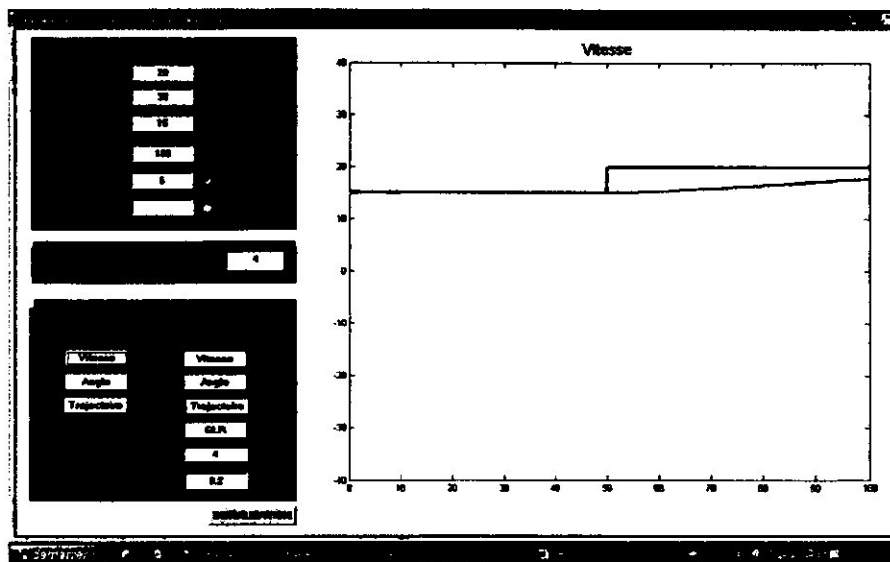
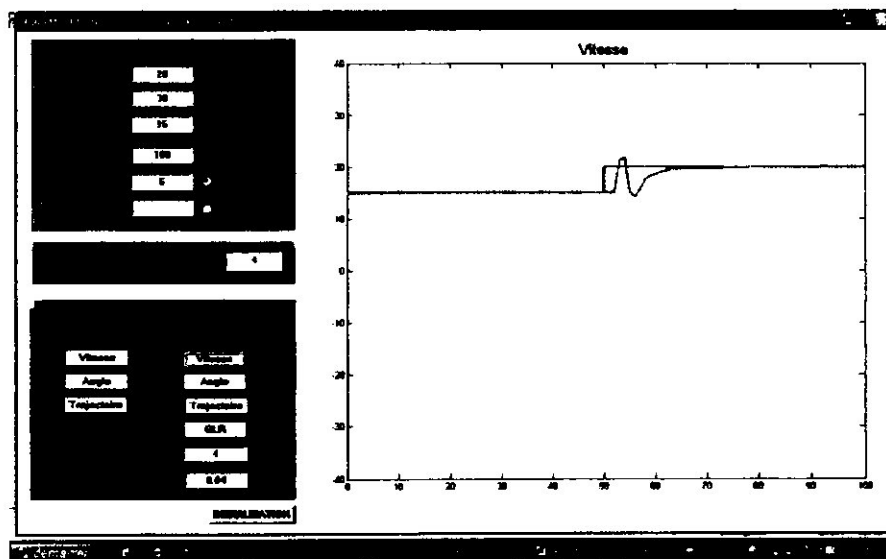


Fig. IV.6 : Simulateur d'un saut de vitesse sans test GLR : estimation de la vitesse

(a)



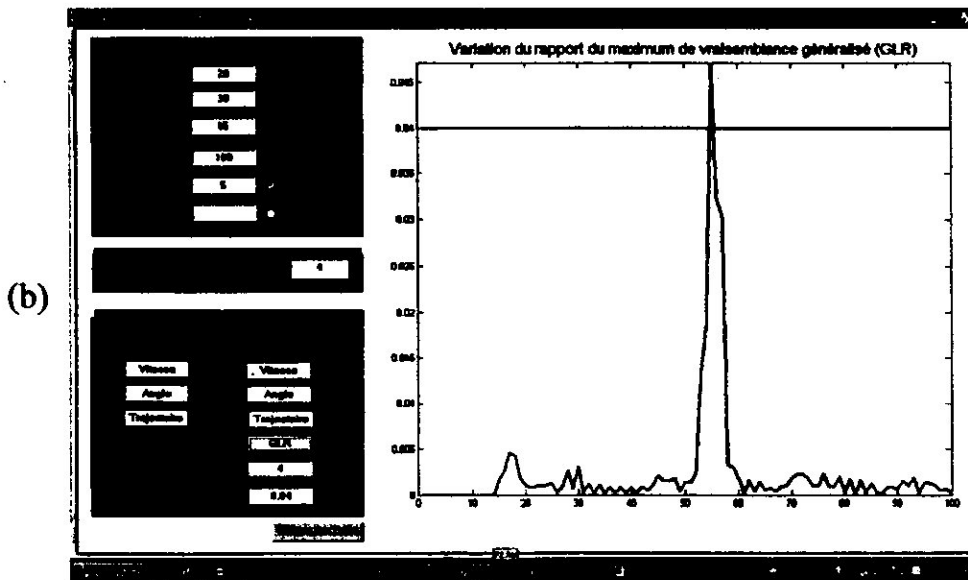
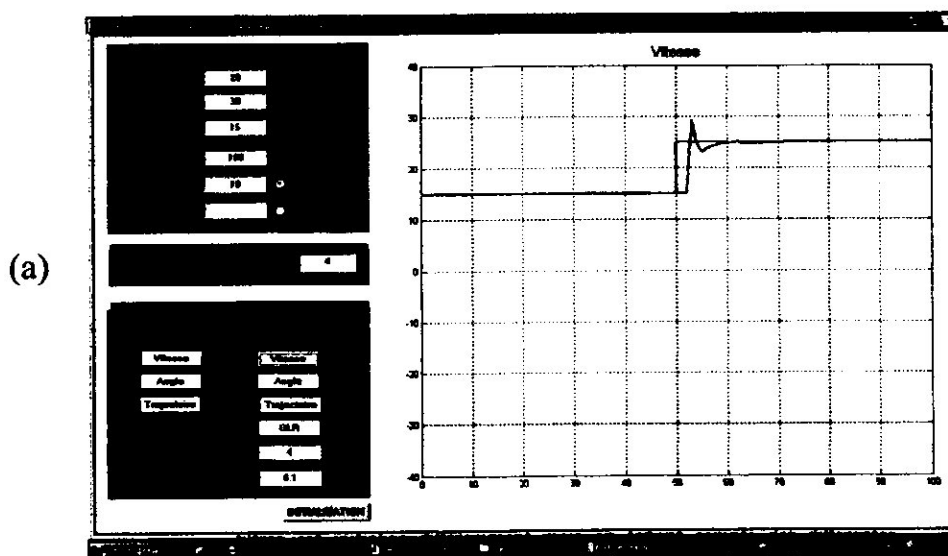


Fig. IV.7 : Simulation d'un saut de vitesse avec test GLR :

(a) Estimation de la vitesse

(b) Variation du GLR

Dans les figures IV.8(a) et IV.8(b), nous avons augmenté l'amplitude du saut à 10 et à 15 m/s. Nous remarquons que plus l'amplitude du saut est grande, plus la détection du saut est rapide.



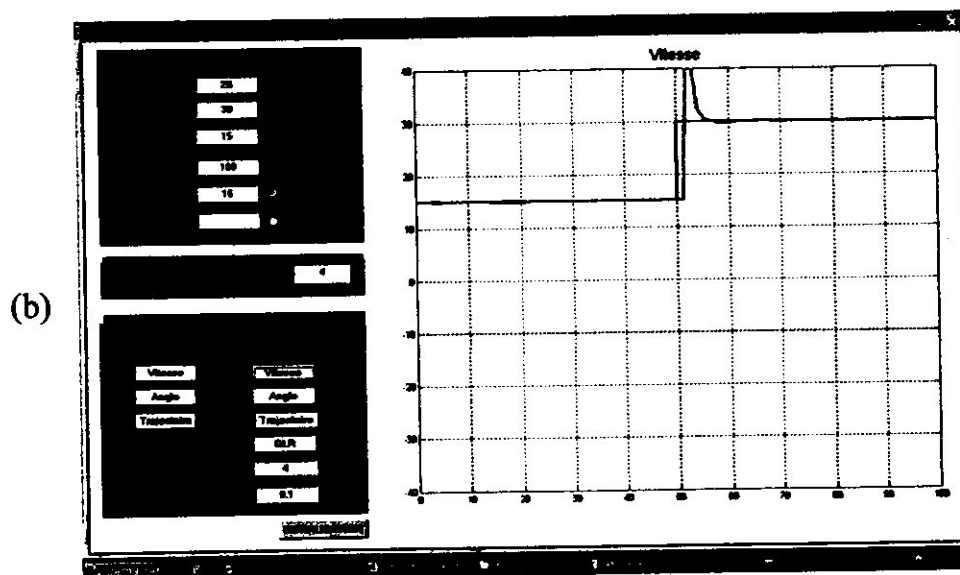


Fig. IV.8 : Simulation de sauts de vitesse élevés avec test GLR :

(a) Saut = 10 m/s

(b) Saut = 15 m/s

IV.10.3. Cas d'un mouvement rectiligne avec saut de direction

Nous allons à présent simuler le comportement du filtre sans et avec test du GLR face à un changement brusque de la direction de la trajectoire mais en supposant une vitesse constante.

L'application du filtre de Kalman sans le test avec un changement de direction d'un angle de 60° a donné les résultats représentés dans la figure IV.9(a) pour l'estimation de la trajectoire et IV.9(b) pour l'estimation de l'angle.

Avec le test et une largeur de fenêtre égale à 4, les résultats sont représentés dans les figures IV.10(a) pour l'estimation de la trajectoire, IV.10 (b) pour l'estimation de l'angle et IV.10(c) pour la variation du rapport du GLR.

On remarque que le filtre sans test s'éloigne de la trajectoire réelle et met beaucoup de temps pour converger de nouveau.

Avec le test, et un seuil fixé à 0,04, le filtre converge rapidement. La même remarque doit être faite ici encore en ce qui concerne la valeur du seuil qui doit être choisie de façon à minimiser les divergences du filtre.

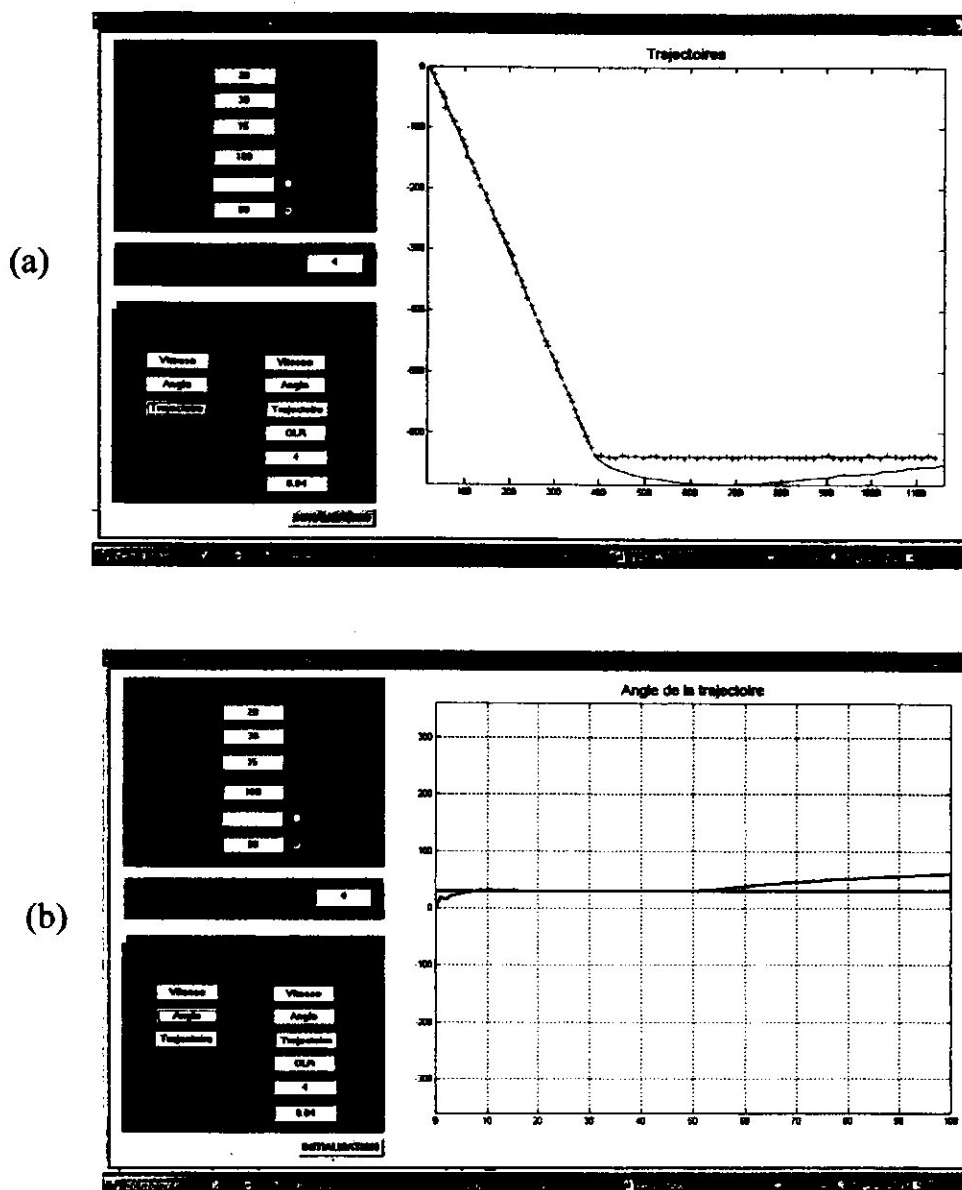


Fig. IV.9 : Simulaton d'un saut de direction sans test GLR :

(a) Estimation de la trajectoire

(b) Estimation de l'angle α

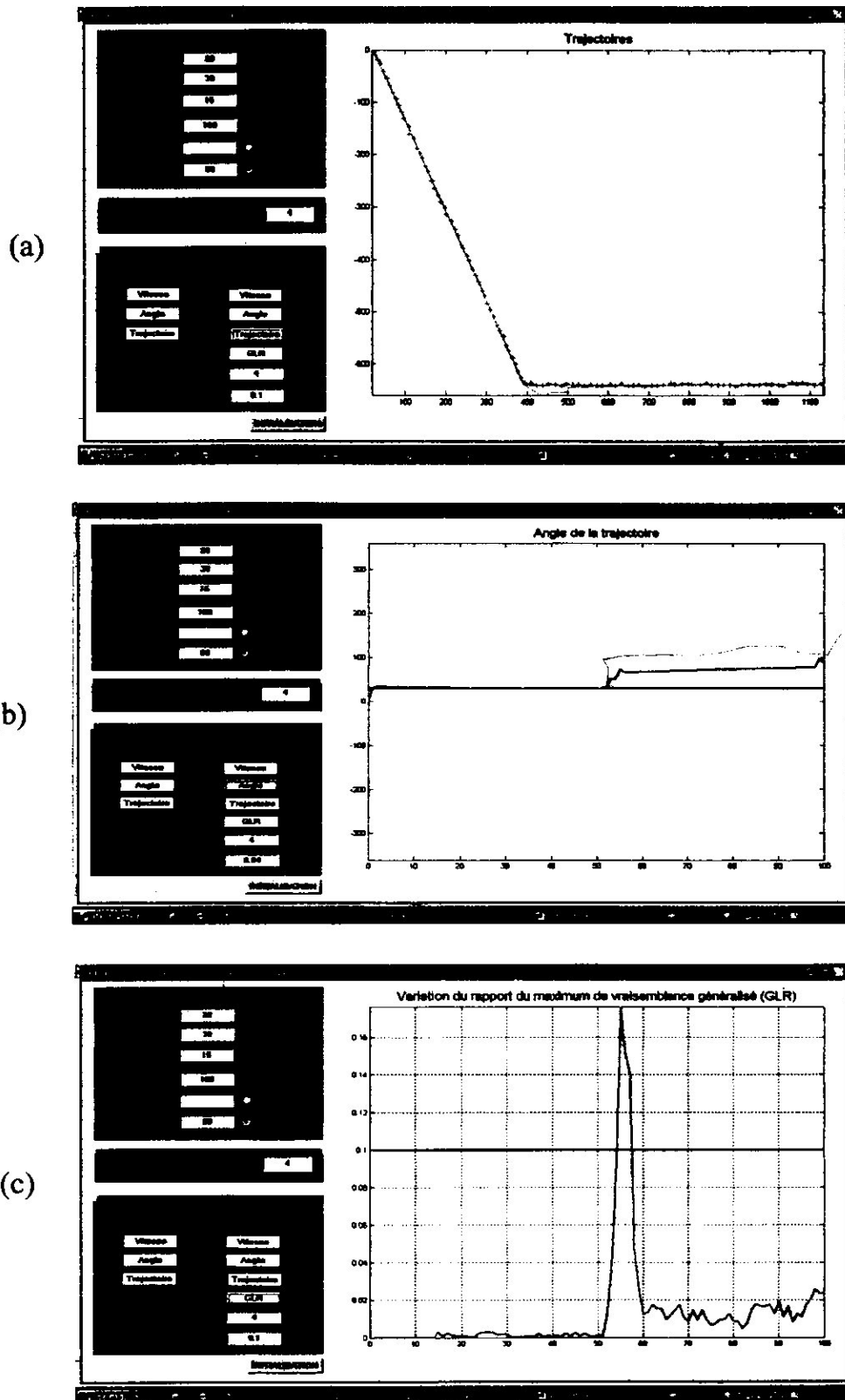


Fig. IV.10 : Simulateur d'un saut de direction avec test GLR :

- (a) Estimation de la trajectoire
- (b) Estimation de l'angle α
- (c) Variation du GLR

IV.11. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons simulé l'algorithme du GLR qui est souvent utilisé en radar pour la poursuite de cibles manœuvrantes

On a pu vérifier à l'aide d'un grand nombre de simulations, que cet algorithme permet effectivement de détecter d'éventuels changements brusques dans le vecteur d'état, d'estimer l'instant d'apparition des sauts et de corriger le vecteur d'état afin d'assurer la convergence du filtre de poursuite.

D'autre part, nous avons montré que l'utilisation d'une batterie de filtres permettait une bonne initialisation d'un filtre et assurer ainsi une convergence rapide.

Enfin, nous avons signalé la difficulté de choisir la bonne valeur du seuil.

Conclusion Generale



Conclusion générale

Dans le cadre du projet de fin d'étude, nous avons présenté notre travail qui consiste à la réalisation d'une interface graphique sous MATLAB permettant de visualiser des estimations de différents paramètres d'un vecteur d'état de la trajectoire d'une cible modélisée sous deux configurations, l'une rectiligne et l'autre présentant un changement de direction. Ces estimations sont faites grâce à un filtre de Kalman discret, les sauts de vitesse ou de directions sont détectés et corrigés par un algorithme connu sous le nom de GLR.

Ce travail nous a permis de nous familiariser avec le logiciel MATLAB qui est un système interactif et convivial de calculs numériques et de visualisations graphiques qui se réalisent à l'aide de "GUIDE". Cet outil sert à réaliser des interfaces grâce à ses commandes et ses fonctions.

De même nous avons approfondi nos connaissances dans le domaine de poursuite des cibles et surtout résoudre le problème de poursuite des cibles manoeuvrantes dans différents domaines (robotique, aéronautique,...).

D'après les résultats de simulation obtenus on peut dire que le filtre de Kalman est un bon estimateur des paramètres d'état mais en cas d'une manœuvre brusque, il devient incapable de poursuivre la cible.

Afin d'éviter ce problème, on a utilisé le test GLR qui sert à détecter les sauts au niveau de l'un des paramètres, ainsi il sert à réagir rapidement et estimer ce paramètre avec une assez grande précision.

Dans toutes les simulations que nous avons réalisées, nous avons constaté que l'efficacité du filtre est d'autant meilleure que les amplitudes du saut sont grandes. Nous avons aussi constaté que l'amplitude des oscillations au moment de la détection peuvent être très élevées certains moments, ce qui est un inconvénient. Le choix du seuil reste aussi difficile à déterminer avec précision.

Malgré ces limitations, l'algorithme du GLR reste un bon algorithme qui peut être étendu au cas d'une trajectoire à trois dimensions.

Annexes

Rappels et définitions sur le systèmes stochastiques

► Caractérisation d'une variable aléatoire scalaire

Soit X une variable aléatoire scalaire. La fonction de répartition $F(x)$ associe à tout réel x la probabilité de l'évènement $X < x$.

On note: $F(x) = P[X < x]$

Propriétés

$x_1 < x_2$; $P[x_1 < X < x_2] = F(x_2) - F(x_1)$

$\lim_{x \rightarrow \infty} (F(x)) = 1$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} (F(x)) = 0$

$F(x)$ est monotone, non décroissante, et peut être continue ou discontinue selon que X prenne des valeurs continues ou discrètes.

Si $F(x)$ est dérivable, alors sa dérivée est appelée densité de probabilité et notée $p(x)$:

$$p(x) = dF(x) / dx$$

soit : $p(x)dx = P[x \leq X < x + dx]$

Pour caractériser et manipuler mathématiquement une variable aléatoire X , on utilise également les moments de cette variable. Le moment d'ordre 1 est plus connu sous le nom de moyenne ou espérance mathématique. Le moment centré d'ordre 2 est appelé variance que l'on note $\text{var } x = \sigma_x^2$.

σ_x désigne l'écart type.

Soit :

- L'espérance mathématique ou moyenne :

$$E[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} x p(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} x dF(x)$$

- Le moment d'ordre k :

$$E[X^k] = \int_{-\infty}^{+\infty} x^k p(x) dx$$

- Le moment centré d'ordre k

$$E[X - E(X)]^k = \int_{-\infty}^{+\infty} (X - E(X))^k p(x) dx$$

Les moments d'ordre supérieur ou égal à 3 sont très peu utilisés car ils se prêtent mal au calcul théorique. L'intérêt (mathématique) des variables aléatoires gaussiennes est qu'elles sont entièrement caractérisées par leurs moments d'ordre 1 et 2.

Soit X une variable aléatoire gaussienne de moyenne m et d'écart type, alors:

$$p(x) = 1/\sqrt{2\pi\sigma} e^{-(x-m)^2/2\sigma^2}, \quad E(x) = m, \quad E[(x-m)^2] = \sigma^2$$

► Caractérisation d'une variable aléatoire à plusieurs dimensions

Soit $X = [X_1, \dots, X_q]^T$ une variable aléatoire à q dimensions prenant ses valeurs dans \mathbb{R}^q .

- Fonction de répartition

$$F(x_1, \dots, x_q) = P(X_1 < x_1 \text{ et } X_2 < x_2 \text{ et } \dots X_q < x_q)$$

- Densité de probabilité

$$p(x_1, \dots, x_q) = \frac{\partial^q F(x_1, \dots, x_q)}{\partial x_1 \dots \partial x_q}$$

- Moments

On note : $x = [x_1, \dots, x_q]^T$ et on ne s'intéressera qu'au vecteur des moments d'ordre 1 (c'est-à-dire le vecteur moyen) et à la matrice des moments d'ordre 2 centrés (c'est-à-dire la matrice de covariance).

$$\text{Moyenne : } E[X] = [E[X_1], \dots, E[X_q]]^T$$

$$\text{Covariance : } \text{cov} X = E[(X - E[X])(X - E[X])^T]$$

L'élément $\text{cov} x(i, j)$ de la ligne i et la colonne j de cette matrice de covariance vérifie :

$$\text{cov} x(i, j) = \int_{\mathbb{R}^2} (x_i - E[x_i])(x_j - E[x_j]) dF(x_i, x_j)$$

La matrice de covariance est définie, positive et symétrique.

► Signal aléatoire (processus stochastique)

Etant donné une variable aléatoire X , le signal aléatoire ou processus stochastique $x(t)$ est un signal fonction du temps t tel que pour tout t fixé, $x(t)$ corresponde à une valeur de la variable aléatoire X .

► Moment d'un signal aléatoire

Le moment d'ordre 2 d'un signal aléatoire est appelé la fonction d'autocorrélation.

Soit $w(t)$ un signal aléatoire, alors :

- moment d'ordre 1 : $m(t) = E[w(t)]$
- moment d'ordre 2 : $\phi_{ww}(t, \tau) = E[w(t)w(t+\tau)^T]$

Remarque

Si $w(t)$ est un signal vectoriel à q composantes alors $\phi_{ww}(t; \tau)$ est une matrice de taille $q \times q$ définie positive pour chaque valeur de t et de τ . Les termes de la diagonale sont les fonctions scalaires d'autocorrélation de chaque composante et les termes hors diagonaux sont les fonctions scalaires d'intercorrélation entre composantes.

Un signal aléatoire gaussien centré, c'est à dire à moyenne nulle, est donc entièrement défini par sa fonction d'autocorrélation.

► Stationnarité

Un signal aléatoire est dit stationnaire à l'ordre 2 si sa moyenne est constante ($m(t) = m$) et si sa fonction d'autocorrélation ne dépend que de τ ($\phi_{ww}(t; \tau) = \phi_{ww}(\tau)$).

La moyenne quadratique ou variance d'un signal aléatoire centré stationnaire est la valeur de la fonction d'autocorrélation à l'origine :

$$\sigma_w^2 = \phi_{ww}(\tau)/\tau = 0$$

► Bruit blanc

Enfin, un bruit blanc est un signal aléatoire stationnaire de variance infinie dont la fonction d'autocorrélation est proportionnelle à un Dirac (c'est-à-dire un spectre complexe constant sur toute la plage des fréquences). Cela traduit que les valeurs du signal pris à deux instants, même très proches, ne sont pas du tout corrélées.

Les bruits blancs gaussiens centrés $w(t)$ et $v(t)$ que nous allons utiliser dans le cadre du filtre de Kalman sont donc entièrement définis par leur densités spectrales respectives $W(t)$ et $V(t)$:

$$E[w(t)w(t+\tau)^T] = W(t)\delta(\tau); E[v(t)v(t+\tau)^T] = V(t)\delta(\tau)$$

Les matrices $W(t)$ et $V(t)$ deviennent constantes dans le cas de bruits blancs stationnaires. Le bruit blanc gaussien normalisé est tel que $W(t) = I_{q \times q}$ (q : nombre de composants dans le bruit).

Bibliographie

- [1] Alan S. WILLSKY et Harold L. JONES «A Generalized Likelihood Ratio Approach to the Detection and Estimation of Jumps in Linear Systems» IEEE Transactions on Automatic Control, February 1976.
- [2] Ali Mohamed DJAFARI «Détection et estimation» Department of electrical engineering University of Notre Dame, May, 1, 2001
- [3] D. Alzard «Introduction au filtre de Kalman. Ecole SUPAERO. France, janvier 2005.
- [4] Farabi Bensalah, François Chaumette «Detection de rupture de modèle appliqué à l'asservissement visuel». Rapport de recherche n°2425. IRISA. France. 1994.
- [5] Frederic Davidson «Etude comparative des architectures de fusion pour pistage de cibles avec filtre de Kalman». Thèse master. Université LAVAL, Décembre 1998.
- [6] Frederic DAWSON « Etude comparative des architectures de fusion pour pistage de cibles avec filtres de Kalman » Mémoire, Université Laval, Décembre 1998.
- [7] Jifeng Ru Anwer Bashi X. Rong Li «Performance Comparison of Target Maneuver Onset Detection Algorithms» Department of Electrical Engineering University of New Orleans, New Orleans, 01-4-2001.
- [8] Manuel Adam MEDINA «Diagnostic de défauts des systèmes à représentation multi-modèle linéaire invariant dans le temps », Thèse, Nancy 1, 14 octobre 2004.
- [9] Michel Mariton «Pistage de cibles manoeuvrantes : « synthèse et apport de l'imagerie ». MARTA, Septembre 1992.
- [10] Mohand Said DJOUDI «Poursuite de cibles manoeuvrantes par vision active». Thèse doctorat. Ecole nationale polytechnique. Département d'électronique. Alger, Décembre 2005.