

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de L'enseignement Supérieur Et De La Recherche Scientifique  
Université Saad Dahleb De Blida  
Faculté Des Sciences De L'ingénieur  
Département D'aéronautique



**Mémoire De Fin D'études Pour L'obtention Du**  
**Diplôme De D.E.U.A. En Aéronautique**  
**Option : Structure**

**Thème :**

**Calcul De La Résistance Et Le**  
**Comportement Vibratoire D'une**  
**Poutre Droite Par SAP2000**

**Réaliser Par :**

**Hamadou Zin El Abidine  
Bounadri Tayeb**

**Diriger par :**

**Mr : Bennamia Ismail**

**Année Universitaire 2006/2007**

# SOMMAIRE

## Introduction générale

## Chapitre : I

<b>Introduction .....</b>	<b>01</b>
<b>I-1 Généralité sur la structure de l'avion.....</b>	<b>01</b>
<b>I-1-1 Fuselage.....</b>	<b>01</b>
<b>I-1-2 Ailes.....</b>	<b>01</b>
<b>I-1-3 Empennages.....</b>	<b>02</b>
<b>I-1-4 train d'atterrissages .....</b>	<b>02</b>
<b>I-2 La résistances de la cellule .....</b>	<b>03</b>
<b>I-2-1 Résistance statique .....</b>	<b>04</b>
<b>I-2-2 La résistance a la fatigue .....</b>	<b>04</b>
<b>I-3 Les différents sollicitations.....</b>	<b>05</b>
<b>I-3-1 En vol .....</b>	<b>05</b>
<b>I-3-2 En sol.....</b>	<b>07</b>
<b>I-4 Les matériaux utilisent en aéronautique .....</b>	<b>07</b>
<b>I-4-1 Acier utilises en construction aéronautique.....</b>	<b>07</b>
<b>I-4-1-1 Acier fin au carbone.....</b>	<b>07</b>
<b>I-4-1-2 Acier Mi-Durs.....</b>	<b>08</b>
<b>I-4-1-3 Aciers durs.....</b>	<b>08</b>
<b>I-4-1-4 Acier Extra-Dur.....</b>	<b>08</b>
<b>I-4-2 Aciers faiblement alliés .....</b>	<b>09</b>
<b>I-4-2-1 Acier au nickel chrome.....</b>	<b>09</b>
<b>I-4-2-2 Aciers au chrome-molybdene .....</b>	<b>09</b>
<b>I-4-2-3 Aciers au nickel-chrome-molybdene .....</b>	<b>10</b>
<b>I-4-3 Aciers fortement allies .....</b>	<b>10</b>
<b>I-4-3-1 Aciers au chrome .....</b>	<b>10</b>
<b>I-4-3-2 Aciers au chrome nickel .....</b>	<b>10</b>
<b>I-5 Alliages légers utilisés en construction aéronautique .....</b>	<b>11</b>
<b>I-5-1 Alliages sans traitement thermique ou non trempant .....</b>	<b>11</b>

<b>I-5-2 Alliages a traitement thermique outrepant .....</b>	<b>12</b>
<b>I-6 Alliages ultra légers .....</b>	<b>13</b>
<b>I-7 Matériaux composites .....</b>	<b>14</b>
<b>I-7-1 Les matériaux «Sandwichs» .....</b>	<b>14</b>
<b>I-7-2 Matériaux composites a hautes performances .....</b>	<b>14</b>
<b>I-7-2-1 Composites a matrice organique .....</b>	<b>15</b>
<b>I-7-2-2 Composites a matrice métallique .....</b>	<b>15</b>
<b>I-8 Le bois .....</b>	<b>15</b>
<b>I-9 Utilisation de la poutre dans l'avion .....</b>	<b>16</b>
<b>I-9-1 Dans le fuselage .....</b>	<b>16</b>
<b>I-9-2 Dans la voilure et les empennages. ....</b>	<b>17</b>

## **Chapitre : II**

<b>II-1 Méthodes fondamental de théorie des poutres en flexion .....</b>	<b>19</b>
<b>II-2 Flexion pure et flexion simple des poutres droites .....</b>	<b>19</b>
<b>II-2-1 Exemple de corps sollicités a la flexion .....</b>	<b>19</b>
<b>II-2-2 Hypothèses sur les quelles repose l'étude mathématique de la flexion plane simple .....</b>	<b>20</b>
<b>I-2-3 Hypothèse .....</b>	<b>20</b>
<b>II-2-3-1 Hypothèse sur le corps solide .....</b>	<b>20</b>
<b>II-2-3-2 Hypothèse sur les forces .....</b>	<b>21</b>
<b>II-2-3-3 Hypothèse sur la déformation .....</b>	<b>21</b>
<b>II-2-4 Expression de la contrainte normale .....</b>	<b>22</b>
<b>II-2-5 Les Exemples .....</b>	<b>24</b>
<b>II-2-5-1 Poutre Sur Deux Appuis .....</b>	<b>24</b>
<b>II-2-5-2 poutre encastree libre .....</b>	<b>27</b>
<b>II-3 Moment d'inertie d'une surface plane .....</b>	<b>28</b>
<b>II-4 Déplacements max pour différentes configurations .....</b>	<b>29</b>
<b>II-5 Vibrations Transversales Des Poutres Euler -Bernoulli .....</b>	<b>29</b>

## **Chapitre : III**

<b>Introduction :</b> .....	<b>33</b>
<b>III-1 Concept de base la méthode des éléments finis</b> .....	<b>33</b>
<b>III-2 Description de SAP 2000</b> .....	<b>34</b>
<b>III-3 Choix d'unité</b> .....	<b>34</b>
<b>III-4 Modélisation</b> .....	<b>35</b>
<b>III-5 Dévide frame (subdiviser les éléments frame)</b> .....	<b>35</b>
<b>III-6 Menu «File»</b> .....	<b>36</b>
<b>III-6-1 Model «Templete»</b> .....	<b>36</b>
<b>III-6-2 Elément «Frame» type poteau et poutre</b> .....	<b>36</b>
<b>III-7 Enregistrement du travail</b> .....	<b>38</b>
<b>III-8 Menu «Define»</b> .....	<b>38</b>
<b>III-8-1 Matériels (propriétés des matériaux)</b> .....	<b>38</b>
<b>III-8-2 Frame sections (section des éléments frame)</b> .....	<b>40</b>

## **Chapitre : IV**

<b>IV-1) Introduction</b> .....	<b>48</b>
<b>IV-2) La Comparaison Entre Les Résultats</b> .....	<b>48</b>
<b>IV-3) Calcul Statique</b> .....	<b>53</b>
<b>IV-3-1) Poutre En Acier</b> .....	<b>53</b>
<b>IV-3-2) Poutre En Aluminium</b> .....	<b>58</b>

**Conclusion générale**

## Liste des figures

Figure (I-1) : charge aérodynamique.

Figure (II-2) : les charges appliquées sur les ailes.

Figure (I-3) : moment de flexion de l'aile.

Figure (I-4) : charge aérodynamique (force de traînée).

Figure (I-5) : poutres en treillis.

Figure (I-6) : types des poutres.

Figure (II-1) : poutre reposant sur 2 appuis et poutre encastre.

Figure (II-2) : (s) engendre un volume qui définit la poutre.

Figure (II-3) : Sections droites des poutres

Figure (II-4) : Énoncez les hypothèses fondamentales relatives à la flexion simple

Figure (II-5) : Les fibres tendues et les fibres comprimés

Figure (II-6) : Intersection avec les fibres neutres

Figure (II-7) : Contrainte normale

Figure (II-8) : poutre reposant sur 2 appuis et la déformation

Figure (II-9) : poutre encastre avec la déformation

Figure (III-1) : Choix d'unité

Figure (III-2) : la subdivision des éléments

Figure (III-3) : le type de la poutre

Figure (III-4) : enregistrement du travail

Figure (III-5) : Définition de matériel

Figure (III-6) : propriétés de la poutre

Figure (III-7) : spécification de la section

Figure (III-8) : application de la force

Figure (III-9) : les options de l'analyse

Figure (III-10) : analyse statique

Figure (III-11) : le déplacement de la poutre

Figure (IV-1) : charge concentrée sur la poutre encastree-libre.

Figure (IV-2) : déplacement max d'une poutre encastree-libre (charge concentrée).

Figure (IV-3) : premier mode de vibration d'une poutre encastree-libre.

Figure (IV-4) : charge répartie sur la poutre encastree-libre.

**Figure (IV-5) :** déplacement max d'une poutre encastree-libre (charge repartie).

**Figure (IV-6) :** premier mode de vibration d'une poutre encastree-libre.

**Figure (IV-7) :** charge concentree sur la poutre articulee-articulee.

**Figure (IV-8) :** déplacement max d'une poutre articulee-articulee (charge concentree).

**Figure (IV-9) :** premier mode de vibration d'une poutre articulee-articulee.

**Figure (IV-10) :** charge concentree sur la poutre encastree-encastree.

**Figure (IV-11) :** déplacement max d'une poutre encastree-encastree (charge concentree).

**Figure (IV-12) :** premier mode de vibration d'une poutre encastree-encastree.

**Figure (IV-13) :** charge repartie sur la poutre encastree-encastree.

**Figure (IV-14) :** déplacement max d'une poutre encastree-encastree (charge repartie).

**Figure (IV-15) :** premier mode de vibration d'une poutre encastree-encastree.

**Figure (IV-16) :** charge concentree sur la poutre encastree-libre.

**Figure (IV-17) :** déplacement max d'une poutre encastree-libre (charge concentree).

**Figure (IV-18) :** premier mode de vibration d'une poutre encastree-libre.

**Figure (IV-19) :** charge repartie sur la poutre encastree-libre.

**Figure (IV-20) :** déplacement max d'une poutre encastree-libre (charge repartie).

**Figure (IV-21) :** premier mode de vibration d'une poutre encastree-libre.

**Figure (IV-22) :** charge concentree sur la poutre articulee-articulee.

**Figure (IV-23) :** déplacement max d'une poutre articulee-articulee (charge concentree).

**Figure (IV-24) :** premier mode de vibration d'une poutre articulee-articulee.

**Figure (IV-25) :** charge concentree sur la poutre encastree-encastree.

**Figure (IV-26) :** déplacement max d'une poutre encastree-encastree (charge concentree).

**Figure (IV-27) :** premier mode de vibration d'une poutre encastree-encastree.

**Figure (IV-28) :** charge repartie sur la poutre encastree-encastree.

**Figure (IV-29) :** déplacement max d'une poutre encastree-encastree (charge repartie).

**Figure (IV-30) :** premier mode de vibration d'une poutre encastree-encastree.

## Introduction Générale

L'étude de la résistance des matériaux est une science importante, car elle permet d'apprécier le comportement des matériaux sous l'effet des efforts extérieurs, afin de choisir leurs dimensions et leurs matières.

Les efforts extérieurs appliqués sur des structures différentes peuvent être des sollicitations considérées des forces ou des moments tel que :

- Traction.
- Cisaillement.
- Flexion simple, déviée ou composée.
- Torsion.
- Vibration.

Donc le calcul de la résistance de ces poutres s'avère obligatoire afin de déterminer les dimensions optimales déterminées et le matériau à utiliser pour que les poutres résistent aux différentes contraintes avec un poids réduit au maximum.

En utilisant deux méthodes, le calcul sur un logiciel, et de faire une étude comparative des résultats obtenus par chaque méthode.

Cette étude est composée de quatre chapitres dont la séquence trace l'objectif assigné.

- Le premier chapitre est consacré aux définitions sur la structure d'avion, ainsi que leurs matériaux de construction.
- Le deuxième chapitre nous expliquera le calcul de différentes positions des poutres (encastrement libre, reposée sur deux appuis...).
- Le troisième chapitre est consacré aux définitions et généralités sur le sap2000 et son domaine d'utilisation.
- Le dernier chapitre présente le calcul numérique de programme et le logiciel et comparaison des résultats.

**Chapitre : I**

**Généralités**

**Sur La structure**

**D'avion**

**Introduction :**

La modélisation des structures d'avion nécessite des connaissances sur l'évolution des matériaux et des structures. Pour cela plusieurs modèles ont été adoptés pour représenter une meilleure modélisation.

Le but de ce chapitre est de montrer les différentes parties de l'avion, les types des poutres utilisées, ainsi que les logiciels de calcul existants.

**I-1 Généralité sur la structure de l'avion :**

La structure d'un avion classique se compose de quatre éléments : le fuselage, les ailes, l'empennage et le train d'atterrissage.

**I-1-1 Fuselage :**

Le fuselage constitue l'habitacle de l'avion. Il subit de très fortes interactions avec les ailes au sol, c'est lui qui supporte tout le poids de la voilure, tandis qu'en vol, il est au contraire porté par celle-ci. Il a en général la forme d'un fuselage monocoque, nécessaire dans le cas des avions à cabine pressurisée, pour les vols à haute altitude. On peut aussi adopter un fuselage composé de cadres en forme d'anneaux de revêtement.

**I-1-2 Ailes :**

Même si l'avion est doté d'une seule voilure (ou plan de sustentation), le monoplan, fut très répandu dans les premières années du vol motorisé, il fut rapidement supplanté par les biplans, voire par des appareils munis de trois ou quatre plans de sustentation. Les avions multiplans présentent l'avantage d'avoir une portance supérieure et sont relativement plus solides, tandis que le monoplan offre une traînée plus faible.

La plupart des avions actuels sont équipés d'ailes monoplans de type cantilever, c'est-à-dire haubans.

Une aile type se compose d'un cadre sur lequel s'étendent deux ou trois longerons qui vont du fuselage à l'extrémité de l'aile, entre ces cas longerons sont disposés des nervures servant à consolider la structure de l'appareil, avec des matériaux offrant une grande légèreté et une résistance importante.

On utilise notamment des alliages à base d'aluminium-magnésium, mais aussi à base de titane lorsque la structure doit subir des températures élevées. En outre, les matériaux composites sont de plus en plus employés pour leur légèreté. Les constructeurs d'avions entreprennent de nombreuses recherches sur la forme des ailes, afin que celles-ci présentent des propriétés aérodynamiques optimales. Par exemple, on équipe les avions supersoniques d'ailes très minces, car une telle forme minimise le choc de compression qui survient lorsque ce type d'appareils approche la vitesse du son, et limite par conséquent le surcroît de traînée engendrée.

Les ailes supportent les dispositifs hypersustentateurs (becs, volets), hypersustentateurs (spoilers, aérofreins), et les gouvernes de gauchissement (ailerons) qui permettent de contrôler l'avion en roulis.

#### **I-1-4 Empennages :**

Les empennages d'un avion représentent les structures stabilisatrices situées derrière les ailes. Ils se composent de parties mobiles contribuant au contrôle de l'avion et de parties fixes qui assurent la stabilité de l'appareil généralement, un avion possède un empennage horizontal et un empennage vertical. La partie avant du gouverne de profondeur. L'empennage horizontal stabilise le tangage de l'avion. La partie fixe de l'empennage vertical assure l'équilibre de l'appareil en lacet.

#### **I-1-5 Train d'atterrissage :**

Les trains d'atterrissage constituent la partie la plus complexe d'un avion. Leur jambe principale fait office d'amortisseur en absorbant le choc d'atterrissage. Ils comportent également un mécanisme de relevage, qui remonte ou abaisse le train, les roues et les freins, il existe deux grandes classes de trains d'atterrissage : le train classique et le train tricycle.

Le train classique comprend deux grandes roues situées en avant du centre de gravité de l'avion et une petite roue en arrière du centre de gravité et d'une autre roue à l'avant du fuselage.

L'atterrissage est plus aisé à l'aide d'un train tricycle car ce dernier améliore le freinage et la maniabilité de l'appareil. Par ailleurs, l'avion a ainsi moins de risque d'atterrir sur le nez.

### I-2 La résistances de la cellule :

Un avion en vol et au sol est soumis à des forces diverses qui créent des contraintes sur les différents éléments de la cellule et tendent à la déformer.

Les éléments de la structure sont soumis à différents types de contraintes que l'on classe de la façon suivante :

- la tension
- la compression
- la torsion
- le cisaillement
- la flexion

Un élément est en tension lorsqu'il est soumis à une contrainte qui l'étire. Par exemple, un moteur d'avion tend, par sa traction, à étirer le fuselage. La compression est une force qui tend à écraser un élément ou la raccourcir. Un élément est en torsion lorsqu'il est soumis à un couple, ainsi les ailes sont fréquemment soumises à des torsions. Le cisaillement se produit quand deux forces, agissant en sens contraire sur un élément, tendent à le déchirer ; on peut le comparer à l'effet des deux lames d'une paire de ciseaux qui, par leur action antagoniste sur une petite surface déchirent un papier le long d'une ligne très fine. De même, des revêts reliant deux tôles qui tendent à se séparer sont soumis à un cisaillement. Généralement, la résistance au cisaillement d'un matériau est inférieure à sa résistance en tension ou en compression. Lorsqu'une force plie un élément de la structure, il y a flexion. De fait, si on considère l'exemple d'une tige métallique en flexion, elle forme une courbe. Elle subit alors une tension à l'extérieur de la courbe et une compression à l'intérieur.

### **I-2-1 Résistance statique :**

La résistance statique d'un matériau est un échelle des valeurs numériques de sa résistance obtenue à la suite d'une série progressive de contraintes mécaniques on la représente par un graphique qui donne les valeurs de la déformation en fonction des contraintes imposées lors des essais échantillon de ce matériau. Lorsqu'on analyse la résistance statique d'un matériau, on ne tient pas compte de sa tenue à la répétition des mêmes contraintes.

### **I-2-2 La résistance a la fatigue :**

La conception des structures mécaniques était fondée essentiellement sur le concept de la résistance statique des matériaux. Il y avait à ce moment-là peu de sources de vibration ou de contraintes répétitives.

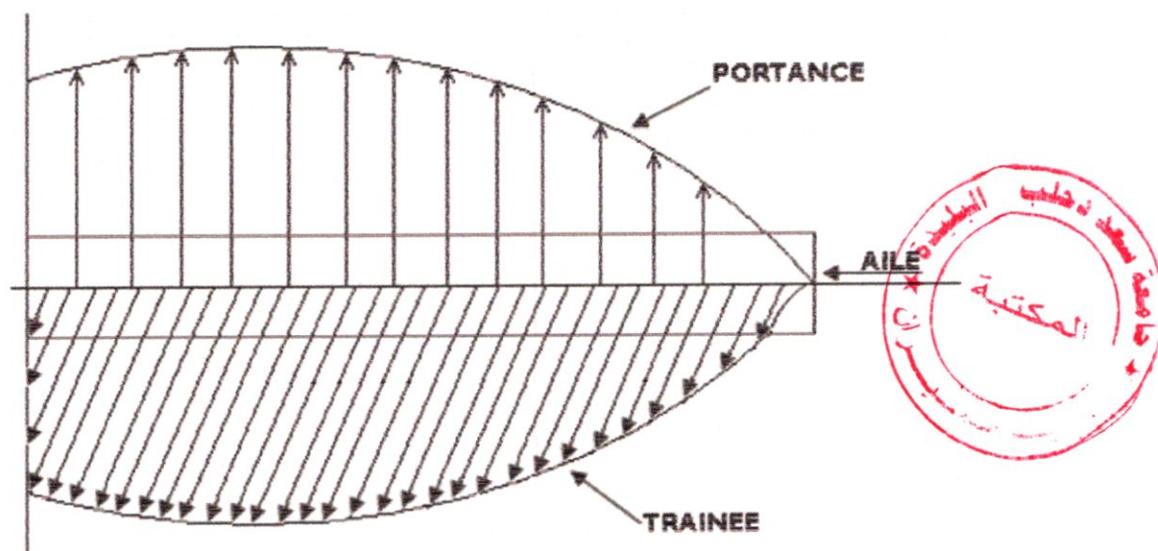
Le développement de machines à vapeur amena la multiplication des mouvements cycliques. On fut alors étonné de constater la rupture inexplicable des axes de locomotives apparemment très résistants. On appela fatigue la cause de ces ruptures puisqu'elles survenaient seulement après une longue période d'utilisation.

La résistance à la fatigue détermine le potentiel (durée de vie) d'un élément ou de l'ensemble de la cellule.

### **I-3 Les différents sollicitations :**

#### **I-3-1 En vol :**

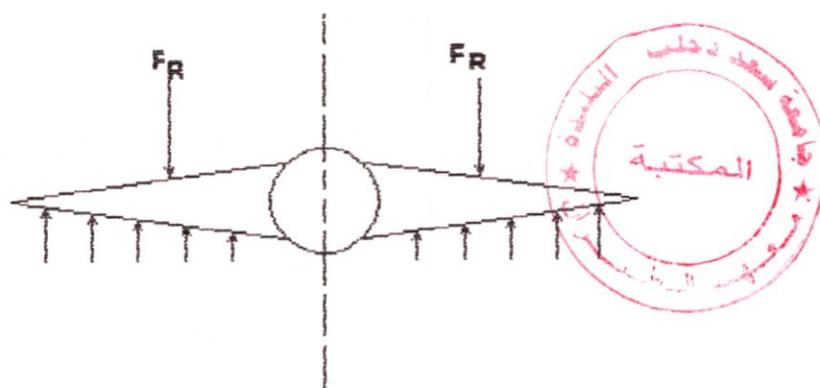
Étant l'élément sustentation, la voilure est soumise en vol normal à des forces (charges) aérodynamiques elles ont deux composantes ; l'une orientée de bas en haut ; c'est la portance et l'autre dirigée normalement vers l'avant appelée traînée.



**Figure (I-1) :** charge aérodynamique

La plus grande partie des charges aérodynamiques est transmise au fuselage pour équilibrer les forces d'inertie dues à sa masse ; qui est importante par rapport à celle de l'avion complet.

Les différents types de structure reviennent donc à réaliser un élément longitudinal résistant ou poutre orientée dans le sens de l'envergure cet élément est chargé uniformément par la résultante des charges aérodynamiques et les efforts d'inertie (la masse de la structure, la masse du carburant). l'équilibre est apporté par les actions du fuselage sur la voilure, concentrée aux points d'attache.



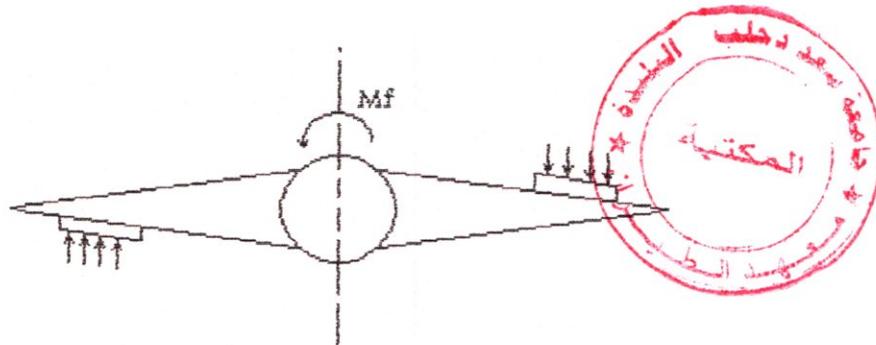
**Figure (II-2) :** les charges appliquées sur les ailes

La poutre (longeron) travaille donc surtout en flexion dirigée de bas en haut dans le cas du vol normal, la partie inférieure supporte des contraintes compression, pour une aile en porte a faux, le moment de flexion est donc maximum a l'emplanture, l'épaisseur de l'aile a cet endroit est maximum (augmentation du moment quadratique).

Nous avons que le centre de poussée des actions aérodynamiques est sujet a des déplacements dans le sens de la profondeur de l'aile, il en résulte que la poutre longitudinale (longeron) travaille également en torsion, la rigidité en torsion doit être d'autant plus importante quand la voilure possède des masses excentrées importantes telles que les groupes motopropulseur.

Les moment de torsion sont transmis au fuselage ou ils participent a l'équilibre longitudinal de l'avion.

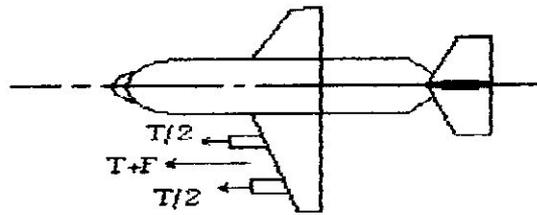
En plus des charges précédentes, la voilure est soumise dans certains cas de calcul à des charges dissymétriques sur les deux ailes, provenant de l'action des ailerons ou à des charges prouvent des trains d'atterrissages.



**Figure (I-3) :** moment de flexion de l'aile

Si les moteurs sont portés par la voilure, celle-ci est soumise à une flexion horizontale qui se superpose à celle due à la composante de la charge aérodynamique (force de traînée). Dans ce cas, la flexion se produit vers l'avant.

Le bord de fuite est tendu, le bord d'attaque est comprimé.



**Figure (I-4) :** charge aérodynamique (force de traînée)

Aux charge réparties supportées par l'ensemble de la structure, s'ajoutent des efforts localisés tels que : attaches d'atterrisseurs, de gouvernes, de volets,...etc. Ces charges sont encaissées par des pièces fortes de l'aile conçue spécialement pour cet effet.

### 1-3-2 En sol

La configuration de l'avion au sol différente a celle en vol, dans ce cas, les charges appliquées a la voilure sont réduites aux poids de l'aile (qui est presque négligeable par rapport au poids complet de l'avion), réaction du train d'atterrissage, réaction et moment a l'encastrement ; d'où le système a résoudre est système hyperstatique.

## 1-4 Les matériaux utilisés en aéronautique :

### 1-4-1 Acier utilisés en construction aéronautique :

#### 1-4-1-1 Acier fin au carbone :

Ils ont classés d'après leur teneur en carbone, dénomination rappelle leur dureté.

Acier extra doux et doux :

- ✓ Acier extra doux : XC et XC6  $0.04\% < C < 0.01\%$ .
- ✓ Acier doux : XC16  $0.10\% < C < 0.22\%$ .

**Caractéristiques mécaniques :**

- ✓ Aciers extra doux XC8 :  $R=55\text{daN/mm}^2$ ,  $E=30\text{daN/mm}^2$ ,  $A\%=20$ ,  $Hb = 150$   
(trempe :  $E900^\circ$ ).
- ✓ Aciers doux XC185 :  $R=73\text{daN/mm}^2$ ,  $E=36\text{daN/mm}^2$ ,  $A\%=5$ ,  $Hb=220$  (trempe :  
 $E875^\circ$  revenu.  $550^\circ$ ).

**I-4-1-1 Acier Mi-Durs :** XC38-XC45- $0.25\%<C<0.45\%$ .

La soudabilité est mauvaise et difficile à pratiquer par les méthodes classiques.

**Caractéristiques mécaniques :**

Elles dépendent de la teneur en carbone.

- ✓ Aciers XC38/ :  $R=93\text{daN/mm}^2$ ,  $E=62\text{daN/mm}^2$ ,  $A\%=13$ ,  $Hb=27$   
(Après trempe et revenu à  $850^\circ$ ).

**I-4-1-2 Aciers durs :** XC55, XC65  $0.50\%<C<0.70\%$ .**Caractéristique mécanique :**

- ✓ Aciers XC65 :  $R=116\text{daN/mm}^2$ ,  $E=95\text{daN/mm}^2$ ,  $A\%=7$  (revenu à  $550^\circ$ ).

**I-4-1-3 Acier Extra-Dur :** XC85-XC110  $C>0.80\%$  (acier outil).**I-4-2 Aciers faiblement alliés :****I-4-2-1 Acier au nickel chrome :**

**Composition :**

Nickel	1.6.
Chrome	0.6 à 1.1%.
Carbone	0.26 à 0.38%.

**Propriétés :**

Aciers 30NC11/R+105daN/mm<sup>2</sup>, E=95daN/mm<sup>2</sup>, A=14%HB=305(après trempe et revenu).

Difficiles a souder par les moyens classiques.

**I-4-2-2 Aciers au chrome-molybdene :**

**Composition :**

Chrome	0.8a3.5%.
Molybdène	0.3a0.5%.
Carbone	0.10a0.38%.

**Propriétés :**

25CD45 : R=110daN/mm<sup>2</sup>, E=70daN/mm<sup>2</sup>, A=10%, HB=317(après trempe et revenu).

Elle est soudable, d'où son emploi sous forme d'ensembles soudés en tôles ou en tube (caissons de train d'atterrissage, berceaux de moteurs en ligne, guignols, chapes soudés).

**I-4-2-3 Aciers au nickel-chrome-molybdene :**

**Composition :**

Nickel	1.9a4.9%.
Chrome	1.2a2.4%.
Molybdène	0.3a0.2.4%.
Carbone	0.25a0.4%.

**Propriétés :**

Aciers 30NCD16 : R=186Dan/mm<sup>2</sup>, A=6%, IIB=465(après et revenu).

En construction aéronautique, ces caractéristiques sont intéressantes, notamment pour des pièces soumises a des efforts élevés mais dont les dimensions doivent demeurer réduites : train d'atterrissage.

### I-4-3 Aciers fortement alliés :

Aciers inoxydables :

**Eléments D'alliage :** les éléments principaux entrant dans la composition des aciers inoxydables (isolement ou ensemble) sont :

**a/ Le Chrome :** Si l'on ajoute à un acier 13 à 15% de chrome il devient inoxydable à froid.

**b/ Nickel :** Il renforce la résistance à la corrosion dans les milieux non oxydants ou faiblement oxydant.

**c/ Le Cuivre Et Molybdène :** Ils renforcent la résistance à des milieux particuliers.

**d/ Le Silicium Et Aluminium :** Ils donnent à l'acier l'inoxidabilité à chaud ce qui est très important pour les turbomachines, il donnent une résistance élevée au fuselage.

✓ **Familles D'aciers Inoxydables :**

#### I-4-3-1 Aciers au chrome :

**Composition :**

Chrome	12 à 14%
Carbone	0.10 à 0.35%

#### Propriétés :

Aciers Z30C13 /R=108 daN/mm<sup>2</sup>, E=64 daN/mm<sup>2</sup>, A=8%, HB=317 (après trempe et revenu).

#### I-4-3-2 Aciers au chrome nickel : (Aciers 18/8 (très important) : Z10CNT18).

**Composition :**

Chrome	17 à 20%
Nickel	9 à 13%
Titane	5%
Carbone	<0.12%

**Propriétés :**

$R=60\text{daN/mm}^2$ ,  $E=20\text{daN/mm}^2$ ,  $A=42\%$ ,  $K=14$

Ces aciers ne sont pas magnétiques et ont un point de fusion nettement plus bas que les autres aciers ( $1400^\circ\text{C}$ ). ils se soudent avec une facilité remarquable.

L'addition du titane améliore la soudabilité utilisée pour les becs de bords d'attaques d'avion supersonique.

**Exemple :** Aciers 17 - 7PH.

<b><u>Composition :</u></b>	Chromé	17%.
	Nickel	7%.
	Aluminium	1.2%.
	Carbone	0.7%.

**Propriétés :**

$R=170\text{daN/mm}^2$ ,  $E=153\text{daN/mm}^2$ ,  $A=8\%$ (a froid), la température de  $430^\circ\text{C}$ ,  $R=64\text{daN/mm}^2$ .

**I-5 Alliages légers utilisés en construction aéronautique :**

On appelle alliages légers, les dont la densité est comprise entre 2 et 3. le métal de base des alliages légers est l'aluminium. Les alliages légers sont l'élément de la construction aéronautique.

**I-5-1 Alliages sans traitement thermique ou non trempant :****a/ Alliages aluminium- magnésium :**

Les plus employés contiennent 3%, 5% ou 7% de magnésium. Ce sont les alliages AG3, AG5, AG7, connus sous les noms commerciaux de **DURALINOX** ou **ALLIMG**.

**b/ Alliages aluminium- silicium :**

Leur facilité de l'utilisations en fonderie augmente avec la teneur en silicium.

L'alliage le plus simple de ce type est L'ALPAX (A-S13). Tout ces alliages sont des alliages de fonderie utilisée (mode de sable ou mode métallique-coquille).

A-S13 (coquille)  $R=18\text{daN/mm}^2$ ,  $A\%=3$ .

A-S10 (coquille)  $R=26\text{daN/mm}^2$ ,  $A\%=1$ .

**1-5-2 Alliages a traitement thermique ou trempant :****a/ Alliages aluminium –cuivre :**

Des alliages à 4% et 6% de cuivre sont utilisés comme alliages de fonderie et de forge, on ajoute en général une petite quantité de magnésium (A-U 5GT).

- ✓ **Alliages coulés (A-U5GT) :**  $R=33\text{daN/mm}^2$ ,  $E=20\text{daN/mm}^2$ ,  $A\%=7$ .
- ✓ **Alliages forgés (A-U6T) :**  $R=40\text{daN/mm}^2$ ,  $E=25\text{daN/mm}^2$ ,  $A\%=8$ .

**b/ Alliages aluminium cuivre complexe :****1- Alliage aluminium (A-U4GT°52017) (alliage de forge) :**

Cuivre 4% Magnésium 0.7%, silicium 0.5 %, Manganèse0.5%.

**2- Alliage duralumin (A-UG1) (2024) :**

Cuivre 4, 25, Magnésium 1.5%, Manganèse0, 7%, Silicium<0.5%.

Le Duralumin est l'alliage aéronautique par excellence sous forme de tôle et de profilés se toute espèce, il entre dan la construction des fuselages et de voilures d'avions .sous

forme forgée, il sert à la réalisation des pièces massives (semelles de longerons, revêtement structureaux fraises).

### c/ Alliages aluminium- cuivre- nickel :

Ils comprennent :

#### 1- Alliage Y (A-U4N) :

Alliage de forge et de fonderie, Cuivre 4%, Nickel 2%, Magnésium 1.5%.

#### 2- Alliage 'RR' (Rolls-Royce) :

Ce sont des alliages complexes qui ont trouvé un très large emploi en aéronautique.

	Cuivre	Nickel	Magnésium	Titane	Fer	Silicium
RR58ouAU2GN	2.3	1.2	1.50	0.10	1.1	0.2
RR59	2	1.1	1.50	0.10	0.9	0.8

**Tableau (I-1) :** caractéristiques des alliages.

### d/ Alliages aluminium-zinc :

Alliage«ZICRALS»AZ5GU (7075).

Zinc : 5.7%, Magnésium 2.8%, Cuivre 1.4%, Chrome 0.20%, Silicium0.30%.

Cet alliage est utilisé pour la réalisation des pièces matricées volumineuses :  
Longerons d'aies, tôles et profils, revêtement et structures«Coque».

### I-6 Alliages ultra légers :

On appelle alliages **ULTRA-LEGERS** les alliages dont la densité est inférieure à 2.1.e  
métal de base ses alliages est le magnésium. Les alliages de magnésium sont très employés

particulièrement en fonderie. Leur faible densité permet de gain de poids important. Leur utilisation est donc intéressante en construction aéronautique.

### **I-7 Matériaux composites :**

Les progrès de l'aviation et de l'atmosphère sont liés à l'amélioration du rapport résistance poids des matériaux, tandis que les exigences des vols supersoniques et de structures élaborées.

Un matériaux composite est constitue par l'assemblage d'éléments très différents par leurs propriétés physiques et leurs caractéristiques mécaniques, un matériau composite est essentiellement **Hétérogène**.

#### **I-7-1 Les matériaux «Sandwichs» :**

Le but est d'obtenir un matériau de faible densité ayant une grande inertie, c'est ainsi que pour augmenter une résistance d'une gouverne par exemple, au lieu de soutenir les tôles du revêtement par des raidisseurs de plus en plus serrés, on remplace ceux-ci par un soutient constitue par un matériau léger.

Actuellement, les éléments de remplissage sont constitués par des nids d'abeilles ainsi appelés par analogie avec la structure alvéolaire hexagonale des gâteaux de cire des abeilles.

#### **I-7-2 Matériaux composites a hautes performances :**

On désigne ainsi des matériaux hybrides constitués de fibres à hautes performances, alignées dans une même direction, et seulement agglomérées soit par une résine organique, soit par un alliage métallique qui donnent la cohésion à l'ensemble, la matrice agglomérante porte le nom de matrice .On distingue deux types de ces matériaux composites :

**I-7-2-1 Composites a matrice organique :**

**a/** Les composites à fibres de carbone et résines époxy : Densité 1,55, Charge de rupture 140daN/mm<sup>2</sup>.

**b/** Les composites à fibres de verre et résines époxy : Densité 1.99, Charge de rupture 120daN/mm<sup>2</sup>.

**c/** Les composites à fibre de bore et résines époxy : Densité 2.1, Charge de rupture 195 daN/mm<sup>2</sup>.

**I-7-2-2 Composites a matrice métallique :**

Les matrices organiques limitent les températures d'emploi (150à180°C en longue durée pour les résines époxy et 240à280°C pour les résines polyamides). Pour supporter des températures plus élevées, il faut utiliser des matrices métalliques. Jusqu'à 400°C, l'aluminium est le plus intéressant.

Le composite fil de bore à matrice alliage léger a une densité de 2.7 et une charge de rupture de 150 daN/mm<sup>2</sup>.

**I-8 Le bois :**

Le bois massif, le contre plaqué et le lamine sont les sortes de bois communément utilisés un aéronef. Bien qu'on se serve de plusieurs genres de bois transformés dans des travaux particuliers, c'est à toutes fins utiles ces trois sortes qui servent à la construction d'aéronef en bois. Employé pour la construction des avions légers et de faibles dimensions car il est difficile à approvisionner en grandes longueurs.

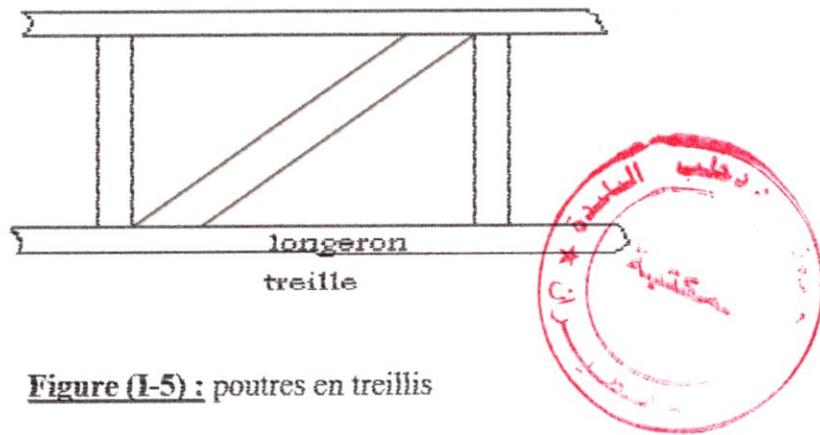
Les bois ont l'inconvénient de vieillir, comme beaucoup de matrices organiques et de travailler à la chaleur et à l'humidité, sauf s'ils sont parfaitement protégés. Autres inconvénients : le bois est fragile, sous un choc violent il éclate en menus morceaux, ce rend plus graves les accidents au sol.

Par contre, le bois est plus facile travailler que le métal et n'exige qu'un outillage très faible.

## I-9 Utilisation de la poutre dans l'avion :

### I-9-1 Dans le fuselage :

Les différents forme sont obtenues suivant deux grands type de construction liés à l'historique des aéronef .on distingue principalement la construction dite «trilles» et la réalisation «monocoque».la première d'entre elle ressemble à une ossature composée d'éléments longitudinaux et verticaux, renforcés par des pièce transversales, nommées travers



**Figure (I-5) :** poutres en treillis

Les éléments constituant ce treillis sont, en règle générale, réalisés en tubes creux. Reliés entre eux par soudure .la matière constituant ces tubes est généralement un alliage d'aluminium (densité voisine de 2,7) ; certaines parties devant transmettre des efforts plus élevés sont en acier (châssis moteur raison de leur masse, leur nombre est réduit au maximum (densité acier voisine de 7).

Les éléments longitudinaux sont appelés longerons. Ce type de structure (le plus ancien) est toujours utilisé, notamment en construction amateur.

Sur ce type de structure, le revêtement ne participe pas à la résistance de la cellule. Il facilite seulement un meilleur écoulement aérodynamique. Lorsque la structure est dite monocoque, le revêtement (en tôle d'alliage d'aluminium participe à la transmission des efforts. Ce revêtement est alors qualifié de travaillant. La tôle, après sa en forme, est fixée sur des cadres, ou cloisons verticales, par rivetage ou vissage.

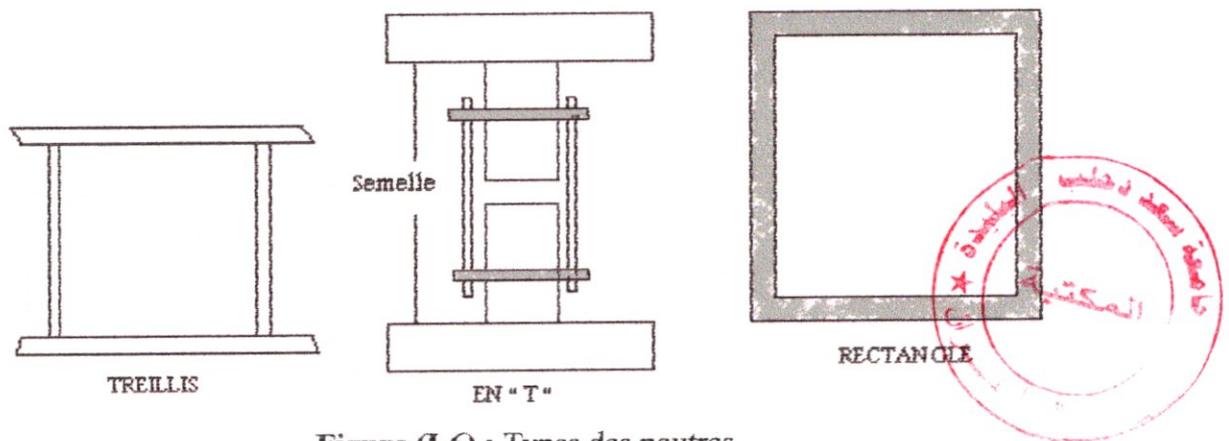
Afin de pouvoir optimiser l'épaisseur du revêtement, tout en assurant la transmission des efforts. Un autre type de construction dit semi monocoque est souvent utilisée. Dans ce cas, des renforts longitudinaux appelés également longerons, sont fixes sur les cadres.

Lorsque l'espacement entre longerons est important des lisses, intercalées entre eux, permettent d'assurer un bon maintien de la tôle.

Des pièces aux formes particulières et des renforts permettent le montage et la réparation des efforts. Ceux-ci sont positionnés aux points clés de la cellule, tels que la liaison fuselage-voilure. La fixation atterrisseurs-fuselage. Ou atterrisseurs-voilure, ou encore le montage des empennages sur la cellule. L'avantage essentiel de ce montage des pièces vient du fait que les pièces sont de moins grandes dimensions. D'autre part, en cas de déchirure d'une partie du revêtement. La proximité des cadres, longerons et lisses assure une bonne résistance et facilite la réparation.

### I-9-2 Dans la voilure et les empennages :

La structure de l'aile s'appuie sur le même principe que celui du fuselage. On y retrouve principalement un ou deux longerons (dirigés dans le sens de l'envergure), dont une des extrémités est dotée de fixation permettant l'assemblage de la voilure et du fuselage. Ces longerons peuvent être réalisés soit en treillis, soit par l'assemblage d'une ou plusieurs pièces comme le montrent les schémas ci-après.



**Figure (I-6) :** Types des poutres

Par rapport à sa fixation au fuselage, le longeron se comporte comme une poutre semi encastrée. Sous l'influence de la portance, le longeron est soumis à un moment de flexion, tendant à le faire fléchir vers le haut.

Les fibres du matériau constituant la semelle supérieure sont donc comprimées, alors que celles de la partie inférieure sont soumises à une traction.

Ce dernier type de longeron est couramment utilisé en construction métallique.

Des cloisons transversales, appelées nervures, permettent, de par leur forme, de générer les surfaces extrados, intrados, bords d'attaque et de fuite. Comme pour les longerons, ces nervures peuvent être réalisées en structure treillis ou par l'assemblage de tôles, préalablement formées.

C'est une tôle percée (allégement par enlèvement de matière), et pliée afin de permettre la fixation du revêtement et son assemblage avec le longeron. Le bord d'attaque peut être constitué d'une tôle préformée, fixée sur l'aile. Avant du longeron, ou être réalisé en matériau.

**Chapitre : II**

**La Resistance D'un**  
**Poutre Et Ses Modes**  
**Vibratoires**

## II-1 Méthodes fondamentales de théorie des poutres en flexion :

Lorsqu'on calcule un élément de machine, on contrôle généralement deux grandeurs :

### a/ Les tensions maximales :

Qui ne doivent pas dépasser une certaine valeur pour ne pas risquer la rupture d'un organe.

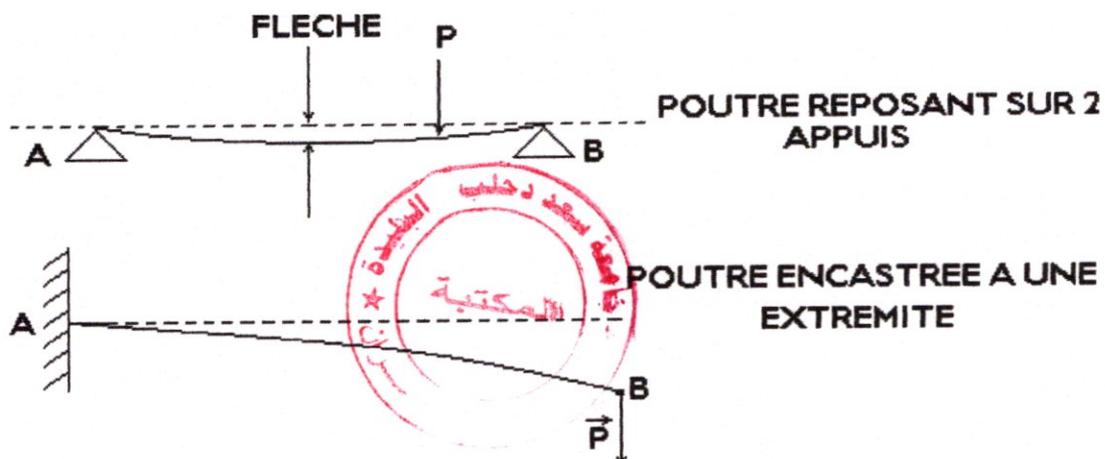
### b/ Les déformations :

Dans certains cas, les déformations élastiques jouent un rôle beaucoup plus important que la résistance, dans les machines-outils, par exemple la connaissance des déformations, c'est-à-dire l'élasticité de l'organe, permet de déterminer sa fréquence de résonance (vitesse critique).

Dans tous les problèmes qui se posent, nous étudions toujours les conditions de résistances et les déformations.

## II-2 Flexion pure et flexion simple des poutres droites :

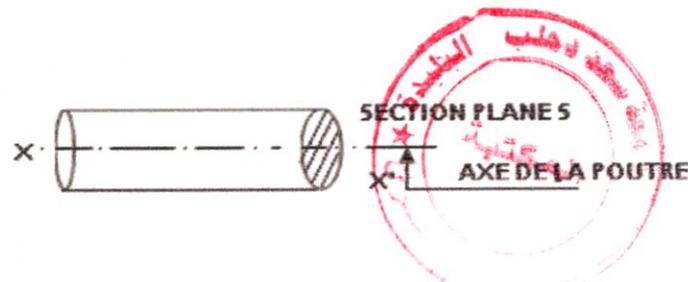
### II-2-1 Exemple de corps sollicités à la flexion :



**Figure (II-1) :** poutre reposant sur 2 appuis et poutre encastree

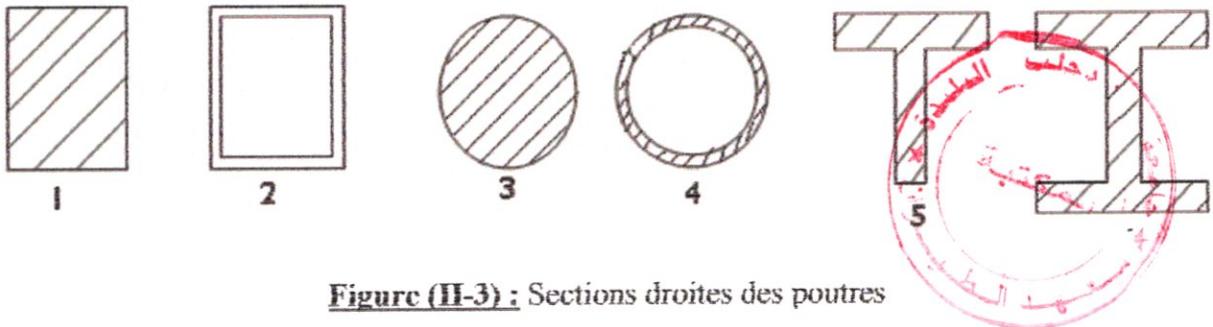
**II-2-2 Hypothèses sur les quelles repose l'étude mathématique de la flexion plane simple :****Définition**

Par définition, une poutre est un solide engendré par la translation d'une surface plane dont le centre de gravité  $G$  décrit un axe rectiligne  $(x'x)$ .



**Figure (II-2) :** (s) engendre un volume qui définit la poutre

Les sections planes usuelles sont représentées comme suite :



**Figure (II-3) :** Sections droites des poutres

**I-2-3 Hypothèse :****II-2-3-1 Hypothèse sur le corps solide :**

- la poutre admet un plan de symétrie.
- Elle est formée de fibres jointives parallèles à l'axe  $(x, x)$ .

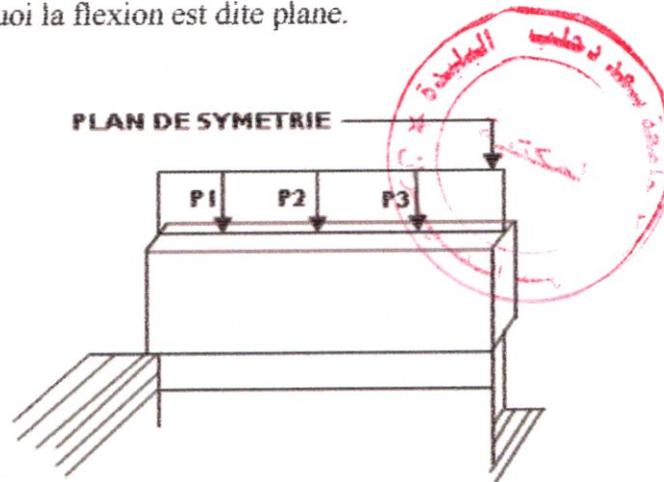
**II-2-3-2 Hypothèse sur les forces :**

- Les forces agissant dans le plan de symétrie
- Elles sont perpendiculaires à l'axe  $(x, x)$ , c'est pourquoi la flexion est simple.

**II-2-3-3 Hypothèse sur la déformation :**

a/ Les déformations sont élastiques et suffisamment petites pour ne pas modifier les intensités des forces ni leurs distances.

b/ Toute fibre  $(ab)$  continu dans un plan parallèle au plan de système  $(\pi)$  demeure dans ce plan pendant la déformation, c'est pourquoi la flexion est dite plane.



**Figure (II-4) :** Enoncez les hypothèses fondamentales relatives à la flexion simple

c/ Les sections droites de la poutre telles que CDEH (fig.II-6) demeurent planes et perpendiculaires à l'axe  $(x, x)$  déformé.

La flexion allonge certaines fibres et en raccourcit d'autres. Les fibres tendues sont séparées des fibres comprimées par la couche de fibres neutres passant par l'axe  $(x, x)$  de chaque section droite.

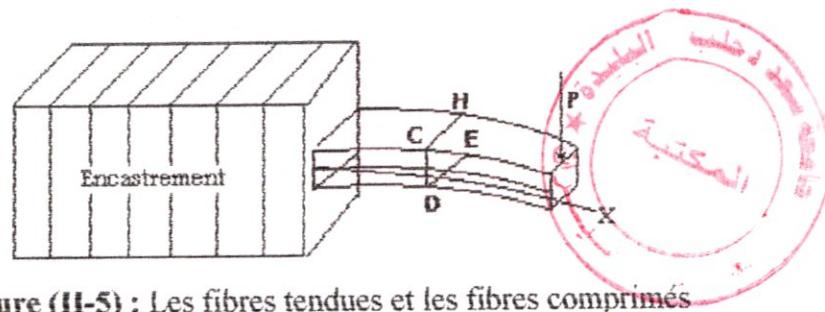


Figure (II-5) : Les fibres tendues et les fibres comprimés

On défini l'axe neutre ( $\alpha\beta$ ) (fig.II.7) d'une section droite quelconque CDEFH  
Par l'intersection de cette dernière avec la couche des fibres neutres.

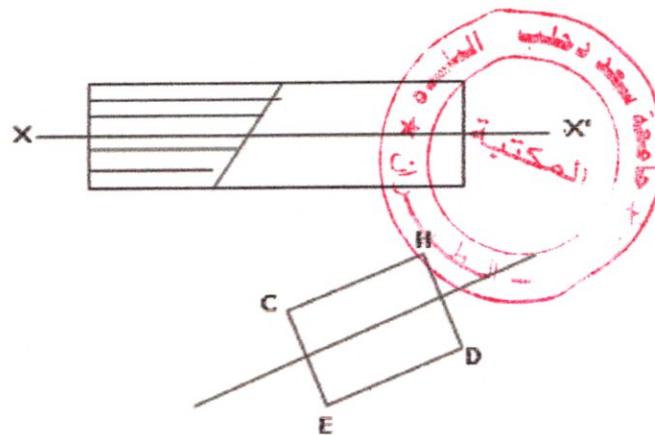


Figure (II-6) : Intersection avec les fibres neutres

II-2-4 Expression de la contrainte normale :

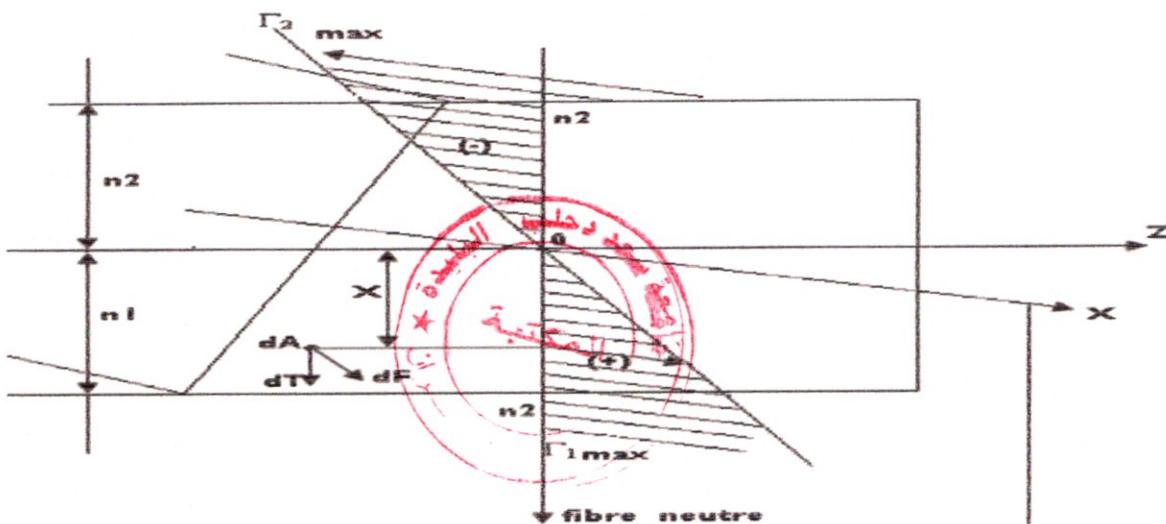


Figure (II-7) : Contrainte normale

La force  $df$  agissant sur l'élément  $dA$  donne un moment, (figII-7) par rapport à l'axe des axes.

$$dM = ydf = ybdA \dots \dots \dots (II-1)$$

La somme des moments élémentaires de toute la section doit équilibrer le moment  $M$  du aux actions extenseurs, d'où l'équilibre :

$$M = \int_A dM = \int_A ybdA \dots \dots \dots (II-2)$$

En remplaçant la variable  $b$  par son expression :

$$b = \left( \frac{b \max}{n} \right) y \dots \dots \dots (II-3)$$



On obtient

$$M = \left( \frac{b \max}{n} \right) \int_A y^2 dA = b \max \frac{I_z}{n} \dots \dots \dots (II-4)$$

$$b_{\max} = \frac{M}{\left( \frac{I_z}{n} \right)} = \frac{M}{W_z} \dots \dots \dots (II-5)$$

$$\text{Avec : } W_z = \frac{I_z}{n} \dots \dots \dots (II-6)$$

Dénoté « module de résistance » de la section, par rapport de l'axe des  $x$  passant par le centre de gravité de la section.

$$b = \left( \frac{b \max}{n} \right) y = \frac{M_z}{\left( \frac{I_z}{y} \right)} \dots \dots \dots (II-7)$$

**Remarque :**

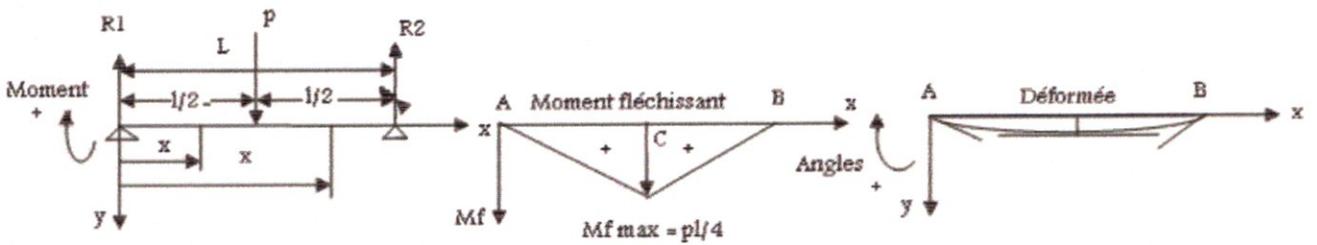
- Dans le cas de la figure II.6 :

$$b = + \frac{M}{\left(\frac{I_z}{n_1}\right)} [\text{traction}] \qquad b = - \frac{M}{\left(\frac{I_z}{n_2}\right)} [\text{compression}] \dots \dots \dots (11-8)$$

**II-2-5 Les Exemples :**

**II-2-5-1 Poutre Sur Deux Appuis :**

-La poutre supporte une charge en son milieu



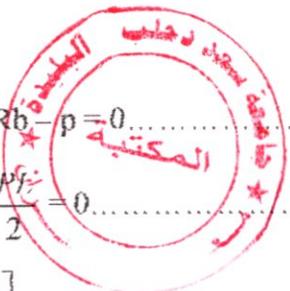
**Figure (II-8) :** poutre reposant sur 2 appuis et la déformation

Les réactions des appuis :

$$\sum F_{ext} / y = 0 \Rightarrow Ra + Rb - p = 0 \dots \dots \dots (11-9)$$

$$\sum M / A = 0 \Rightarrow Rb.L - \frac{P.L}{2} = 0 \dots \dots \dots (11-10)$$

$$\left[ Ra = \frac{P}{2}, Rb = \frac{P}{2} \right] \dots \dots \dots (11-11)$$



**Tronçon 01** :  $0 < x < \frac{l}{2}$

$$Mf(x) = -\frac{P}{2}x$$

Les équations des déformées sont :

$$EIY'' = Mf(x) = -\frac{P}{2}X$$

Une première intégration nous donne :

$$EIY' = -\frac{PX^2}{2} + C_1$$

En intégrant une seconde fois :

$$EIY = -\frac{PX^3}{12} + C_1X + C_2$$

Calculons les constantes d'intégration :

Pour :

$$X = 0, Y = 0 \Rightarrow C_2 = 0$$

$$X = 0, Y' = 0 \Rightarrow C_1 = -\frac{PL^2}{16}$$

Après substitution on trouve finalement :

$$EIY' = \frac{PX^2}{4} - \frac{PL^2}{16}$$

$$EIY = -\frac{PX^3}{16} - \frac{P}{6}$$

**Tronçon 02** :  $\frac{l}{2} \leq X \leq L$

$$Mf(x) = -\frac{P}{2}X + P\left(X - \frac{L}{2}\right)$$

Les équations des déformées seront :

$$EIY'' = -\frac{P}{2}X + P\left(X - \frac{L}{2}\right)$$

Une première intégration nous donne :

$$EIY'_1 = \frac{PX^2}{4} - \frac{P}{2}\left(X - \frac{L}{2}\right)^2 + C_3$$

En intégrant une seconde fois :

$$EIY_1 = \frac{PX^3}{12} - \frac{P}{6}\left(X - \frac{L}{2}\right)^2 + C_3X + C_4$$

Calculons les constantes d'intégration

Pour :

$$X = L, Y_1 = 0, \text{ d'où : } C_4 = 0$$

$$X = \frac{L}{2}, Y'_1 = 0, \text{ d'où : } C_3 = -\frac{PL^2}{16}$$

Donc :

$$EIY''_1 = \frac{P}{2}X - P\left(X - \frac{L}{2}\right)$$

$$EIY'_1 = \frac{P}{4}X^2 - \frac{P}{2}\left(X - \frac{L}{2}\right)^2 - \frac{PL^2}{16}$$

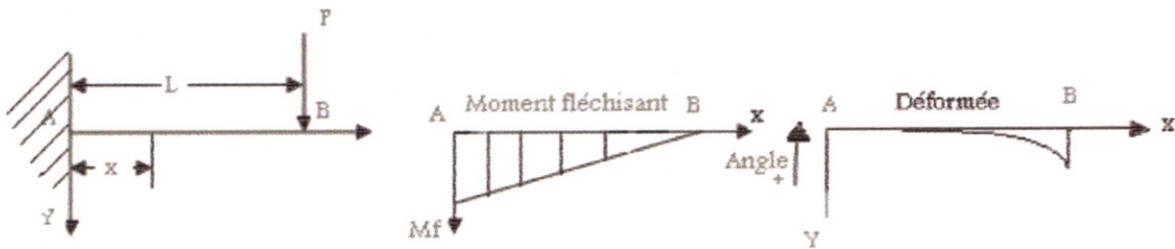


$$EIY_1 = \frac{P}{12} X^3 - \frac{P}{6} \left( X - \frac{L}{2} \right)^3 - \frac{PL^2}{16} X$$

$$f_{max} = -\frac{PL^3}{48EI}$$

**II-2-5-2 poutre encastrée libre :**

**- Méthode De L'aire Des Moments**



**Figure (II-9) :** poutre encastrée avec la déformation

$$Z \int \frac{Mf \cdot x}{EI} dx \dots\dots\dots(II-12)$$

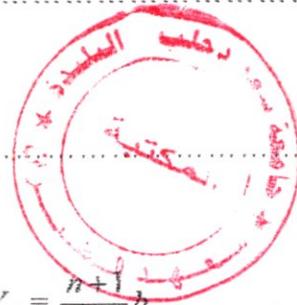
$$Z \cdot \frac{1}{EI} [A \cdot X_G] \dots\dots\dots(II-13)$$

$$A = \frac{bh}{n+1} \quad \text{ct} \quad X_G = \frac{n+1}{n+2} b \dots\dots\dots(II-14)$$

$$Y = \frac{1}{EI} \left[ \frac{bh}{n+1} \cdot \frac{n+1}{n+2} b \right] \dots\dots\dots(II-15)$$

$$Y = \frac{1}{EI} \left[ \frac{b^2 h}{n+2} \right] \dots\dots\dots(II-16)$$

n : c'est l'ordre de la fonction  $Mf(x)$



$$\sum Mf / x = 0 \Rightarrow Mf + p(x - L) = 0$$

$$Mf(x) = -p(x - L) \dots\dots\dots(II-17)$$

Pour :

$$x = 0 \Rightarrow Mf(0) = -pL \dots\dots\dots(II-18)$$

$$x = L \Rightarrow Mf(L) = 0 \dots\dots\dots(II-19)$$

Le déplacement :

$$y = \frac{1}{3EI} PL^3$$

**II-3 Moment d'inertie d'une surface plane :**



	Moment d'inertie par rapport :		
	A l'axe $x'x$	à l'axe $y'y$	au point O
	$I_{xx} = \frac{bh^3}{12}$	$I_{yy} = \frac{hb^3}{12}$	$I_0 = \frac{bh}{12}(b^2 + h^2)$
	$I_{xx} = \frac{a^4}{12}$	$I_{yy} = \frac{a^4}{12}$	$I_0 = \frac{a^4}{6}$
	$I_{xx} = \frac{\pi d^4}{64}$	$I_{yy} = \frac{\pi d^4}{64}$	$I_0 = \frac{\pi d^4}{32}$
	$I_{xx} = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{64}$	$I_{yy} = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{64}$	$I_0 = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{32}$

Tableau (II-2) : Moment d'inertie d'une surface plane.

**II-4 Déplacements max pour différentes configurations :**

Configuration	Déplacement Maximum
	Poutre mince : $\omega_{\max} = \frac{PL^3}{3EI}$
	Poutre mince : $\omega_{\max} = \frac{qL^4}{8EI}$
	Poutre mince : $\omega_{\max} = \frac{PL^3}{48EI}$
	Poutre mince : $\omega_{\max} = \frac{qL^4}{384EI}$
	Poutre mince : $\omega_{\max} = \frac{PL^3}{192EI}$

Tableau (II-2) : déplacements max pour différentes configuration.

**II-5 Vibrations Transversales Des Poutres Euler -Bernoulli :**

Sans détailler une démonstration que l'on trouve dans très nombreux ouvrages, on montre que l'équation dynamique d'une poutre élancée d'axe x et de caractéristiques est dans le plan xOy.

$$EIy^{(4)} - \omega^2 S\rho y = 0$$

E est le module de Young, I moment quadratique d'inertie de la section,  $\omega$  la masse volumique, y le déplacement transversal dans le plan la pulsation propre du système. La solution générale est une combinaison linéaire de fonctions trigonométriques et hyperboliques :

$$Y = a \cos(\alpha x) + b \sin(\alpha x) + c \operatorname{ch}(\alpha x) + d \operatorname{sh}(\alpha x)$$

$$\text{Où } \alpha^4 = \frac{\rho S \omega^2}{EI}$$

Les quatre constantes d'intégration a, b, c et d dépendant des conditions aux limites aux deux extrémités.

Le système linéaire formé en écrivant ces conditions aux limites, fournit les vecteurs propres et les fréquences propres associées. Ces fréquences propres sont calculées en annulant le déterminant du système et sont solutions d'une équation généralement transcendante en  $\lambda = \alpha L$  qui est une quantité sans dimension.

Par exemple, pour une poutre encadrée libre, l'équation aux valeurs propres est :

$$1 + \cos(\lambda) \operatorname{ch}(\lambda) = 0$$

Les différentes conditions aux limites peuvent être :

Encastrement : déplacement transversal et pente nuls  $y = y' = 0$

Appui : déplacement transversal et moment nuls  $y = y'' = 0$

Quidage : effort tranchant et pente nuls  $y = y' = 0$

Libre : effort tranchant et moment nuls  $y = y'' = 0$

Le tableau ci-dessous donne les valeurs de  $\lambda$  pour diverses conditions aux limites. la dernière colonne fournit une valeur approchée de  $\lambda_n$ , d'autant plus précise que n est grand. Pour des poutres prismatiques de caractéristiques

Données, les fréquences propres sont données par la formule :

$$f_n = \frac{\lambda_n^2}{2\pi L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho S}}$$

Ou :

$f_n$  : la fréquence n mode (Hz)

$EI$  : la rigidité de la poutre

$S$  : la section

Pour une poutre circulaire de rayon R, ou une poutre de section rectangulaire, cette expression peut se simplifier en explicitant  $I$  et  $S$ .

Si les fonctions de forme choisies pour représenter le comportement statique d'une poutre permettent d'obtenir la solution analytique sous charge concentrée avec un seul élément, il n'est pas de même en analyse dynamique. Les modes propres de vibrations transversales des poutres élancées sont des combinaisons linéaires des fonctions trigonométriques et hyperboliques ; alors que les fonctions de forme, quelle que soit la base fonctionnelle choisie, sont globalement des fonctions du troisième degré en x. il n'y a pas d'élément exact de la R.D.M en analyse dynamique.

La formule ci-dessus est sensiblement différente de la relation :  $\omega \sqrt{\frac{k}{m}}$

Qui est le cas de systèmes discret masses -ressort, ce qui n'est bien sur pas le cas pour une poutre continue, On peut d'ailleurs s'en convaincre avec un exercice simple : soit une plaque cantilever de dimensions données et constituée d'un matériau homogène et isotrope. On enlève une partie de la matière, soit en faisant un trou soit plusieurs trous de position quelconque dans la plaque. Par rapport au calcul initial, les fréquences augmentent-elle ou diminuent-elles ?

Dans le cas d'un système discret masses-ressorts, la réponse est évidente ; la masse diminue donc les fréquences augmentent. Mais la, quand on enlève de la masse, on enlève aussi de la raideur d'où la difficulté de prévoir a priori le sens de l'évolution du spectre : plaque catilever, carrée, en acier de 1m de cote et de 1 cm d'épaisseur.

CL	ET	$\lambda_2$	
Encastrée Encastrée -I-	$1 - \cos \lambda \operatorname{ch} \lambda$	4.300 7.532 10.996	$\lambda_n = (2n+1)\pi/2$
Encastrée Articulée -II-	$\operatorname{tg} \lambda = \operatorname{th} \lambda$	3.226 7.686 10.210	$\lambda_n = (2n+1)\pi/4$
Encastrée Libre III	$1 + \cos \lambda \operatorname{ch} \lambda = 0$	1.8751 4.6941 7.8548	$\lambda_n = (2n-1)\pi/2$
Encastrée guidé -IV-	$\operatorname{tg} \lambda = \operatorname{th} \lambda$	2.3650 5.4980 8.6395	$\lambda = (4n-1)\pi/4$
Articulé Articulée -V-	$\sin \lambda = 0$	$n\pi$	
Articulée libre -VI-	$\operatorname{tg} \lambda = \operatorname{th} \lambda$	Voir (II)	
Articulée guidé -VII-	$\cos \lambda = 0$	$(2n-1)\pi/2$	
Libre guidé -VIII-	$\operatorname{tg} \lambda = -\operatorname{th} \lambda$	Voir (IV)	
Libre Libre -IX-	$1 - \cos \lambda \operatorname{ch} \lambda$	Voir (I)	

Tableau (II-3) : les différentes conditions aux limites

$\lambda_n$  : n-ième racine d'une équation transcendante (ET) dépendant des conditions aux limites (CL).



**Chapitre : III**

**Généralité Sur**  
**SAP2000**

**Introduction :**

A l'heure actuelle on dispose de nombreux programmes basés sur la méthode des éléments finis permettent le calcul automatique diverses. L'ingénieur pourrait donc ignorer les principes de la méthode des éléments finis, il lui suffirait de savoir utiliser les programmes de calcul et de connaître les règlements en vigueur. Seulement, cet utilisateur serait incapable de se rendre compte de la correction des résultats donnés par l'ordinateur.

Il est donc indispensable que tout ingénieur connaisse les bases de la méthode des éléments finis, et comprenne également le processus de la phase de solution. Cette compétence ne peut être acquise que par l'étude analytique du concept de la méthode des éléments finis et la connaissance des techniques en rapport avec l'utilisation de ces outils de calcul.

Cette formation se fixe comme objectif la présentation des notions fondamentales du calcul dans son efficacité opératoire, c'est-à-dire en tant qu'outil destiné à l'utilisateur professionnel.

Ce dernier pourra alors tenant compte des considérations précédentes, formuler son problème de calcul de structure et contrôler presque sans effort les résultats fournis par l'ordinateur.

**III-1 Concept de base la méthode des éléments finis :**

La méthode des éléments finis est une généralisation de la méthode de déformation pour les cas de structure ayant des éléments plans ou volumineux. La méthode considère le milieu solide, liquide ou gazeux constituant la structure comme un assemblage discret l'éléments finis. Ces sont définie par un nombre infini de nœuds.

La structure étant ainsi subdivisée, elle peut être analysée d'une manière similaire a celle utilisée dans la théorie des poutres. Pour chaque type d'éléments, une fonction de déformation (fonction de forme) de forme polynomiale qui détermine la relation entre la

déformation et la force nodale peut être dérivée sur la base de principe de l'énergie minimale, cette relation est connue sous le nom de la matrice de rigidité de l'élément.

Un système d'équation algébrique linéaire peut être établi en imposant l'équilibre de chaque nœud, tout en considérant comme inconnues les déformation aux niveaux des nœuds, la solution consiste donc à déterminer ces déformation, en suite les forces et les contraintes peuvent être calculées en utilisant les matrices de rigidité de chaque élément.

### III-2 Description de SAP 2000 :

SAP 2000 est un logiciel de calcul et de conception des structures d'ingénierie particulièrement adapter aux bâtiments et ouvrage de génie civil. Il permet en un même environnement la saisie graphique des ouvrages de **BTP** avec une bibliothèque d'élément autorisant l'approche du comportement de ce type de structure. Il offre de nombreuse possibilité d'analyse des effets statique et dynamique avec des compléments de conception et de vérification des structures en béton armé, charpente métallique. Le post-processeur graphique disponible facilite considérablement l'interprétation et l'exploitation des résultats et la mise en forme des notes de calcul et des rapports explicatifs.

### III-3 Choix d'unité :

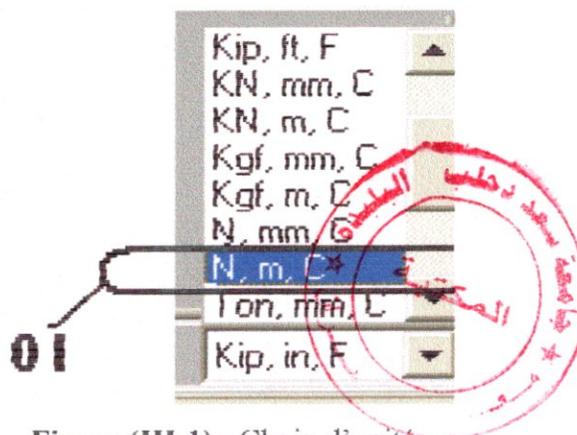


Figure (III-1) : Choix d'unité.

**III-4 Modélisation :**

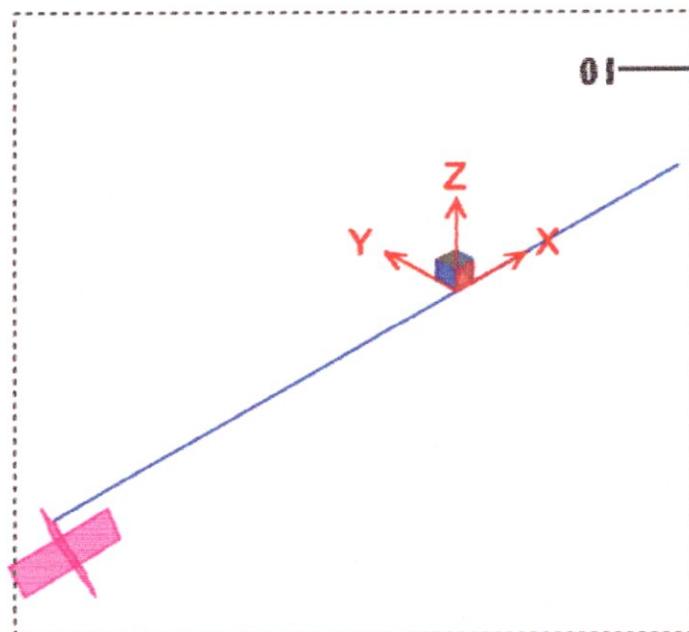
Le logiciel permet d'effectuer les étapes de modélisation (définition de la géométrie, conditions aux limites, changements de la structure, etc.) de façon totalement graphique, numérique ou combinées, en utilisant les innombrables outils disponibles.

En effet, une structure peut être composée en sous schémas (portiques, treillis, dalle, voile) chacun défini dans sa base graphique correspondante, ensuite assemblée en schéma final de calcul, pendant que la compatibilité des conceptions s'effectue automatiquement.

Par ailleurs, les éléments finis, associés à une des bases graphiques de génération de schéma (base de treillis, de portique, de trame de poutre, de dalle, de voile, de coque, etc.), sont directement paramétrés.

**III-5 Dévide frame (subdiviser les éléments frame) :**

Cette instruction permet de subdiviser un élément **Frame** en plusieurs éléments identique ou non cependant, l'élément **Frame** peut être subdivisé par intersection avec le quadrillage choisi automatiquement au début ou obtenu par l'instruction **Edit Grid** du menu **Draw**.



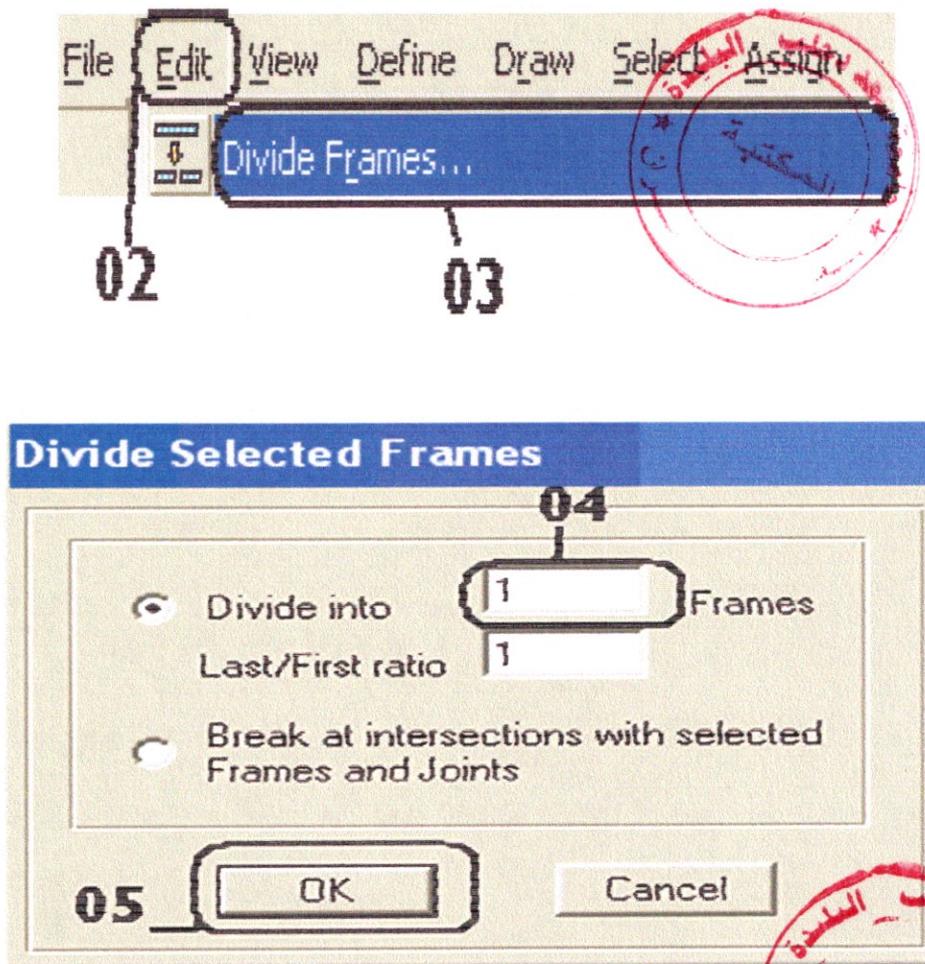


Figure (III-2) : la subdivision des éléments.

**III-6 Menu «File» :**

**III-6-1 Model «Template» :**

La bibliothèque des élément spécialement adaptée aux ouvrages de **BTP** facilité au concepteur a réaliser le modèle de structures les plus complexe (structures planes ou tridimensionnelles composées d'élément barres, plaques ou coques) d'un manière optimale en vue d'un calcul statique ou dynamique.

**III-6-2 Elément «Frame» type poteau et poutre :**

C'est l'élément unidimensionnel ayant six degrés de libertés aux nœuds, 3 translations et 3 rotations permettant de rendre les 3 efforts et moments.

Les éléments poutres ainsi portiques peuvent être insérés à partir de la bibliothèque des structures du **SAP2000** en utilisant l'instruction «**Model From Template**».

Les modèles de la bibliothèque du **SAP2000** concernant les éléments **Frame**, type poteau et poutre sont les suivants :

- Beam ;
- Portal Frame ;
- Braced Frame ;
- Eccentric Frame ;
- Space Frame ;
- Perimeter Frame.

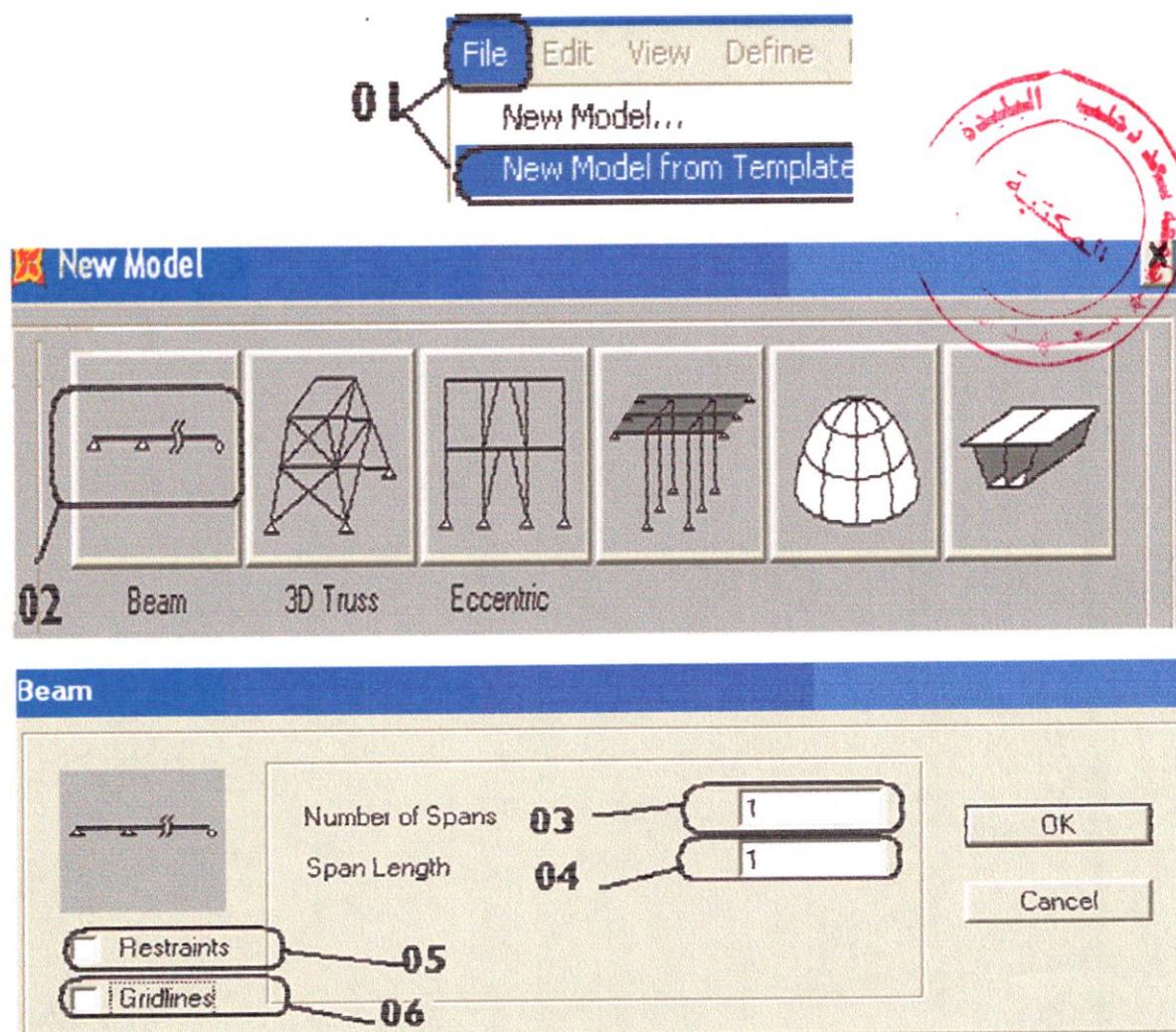
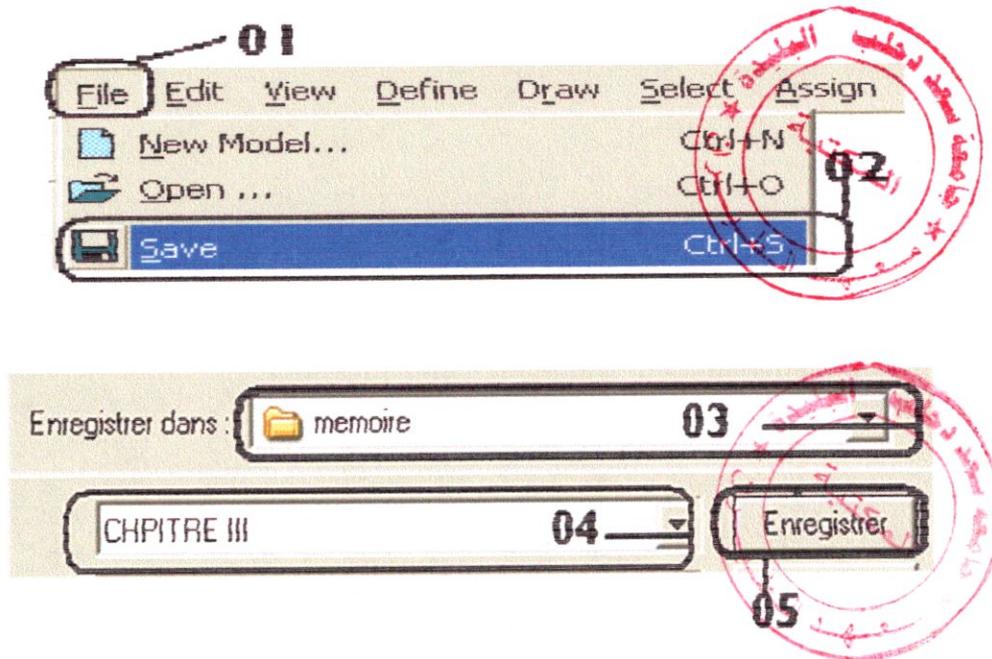


Figure (III-3) : le type de la poutre.

**III-7 Enregistrement du travail :**

**Figure (III-4) :** enregistrement du travail.

**III-8 Menu «Define» :**

Les instructions de ce menu offre un outil facile pour la saisie des caractéristiques géométriques et mécaniques ainsi la définition des charges statiques et dynamiques.

**III-8-1 Matériels (propriétés des matériaux) :**

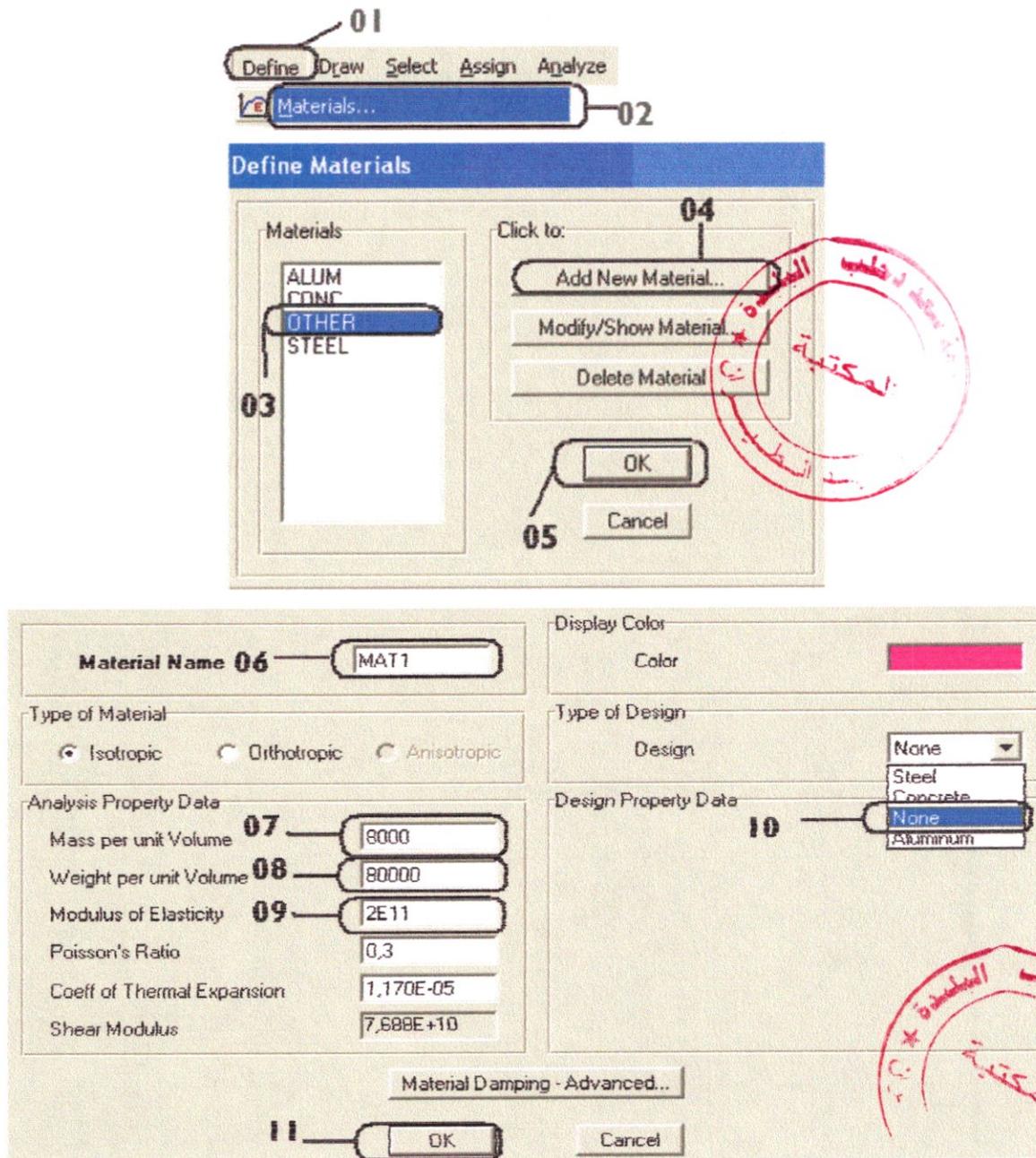
Cette instruction permet de introduire les propriétés mécaniques et statiques du matériau des éléments de la structure à modéliser.

Le logiciel ayant des caractéristiques par défaut des deux matériaux, le béton et l'acier qui peuvent être changées selon les caractéristiques demandées.

Des types de matériaux peuvent être personnalisés en introduisant les propriétés suivantes dans le menu réserver à cette option.

Propriété pour calcul

- ✓ Mass per unit volum.....masse volumique
- ✓ Weight per unit volume.....poids volumique
- ✓ Mudulus of elasticity.....module d'élasticité



**Figure (III-5) :** Définition de matériel

**III-8-2 Frame sections (section des éléments frame) :**

Les caractéristiques géométriques des éléments doivent être spécifiées pour chaque groupe d'éléments de même dimensions.

Ces propriétés peuvent être introduites directement en terme de caractéristiques prismatique : aire de section droite de la barre, moment d'inertie par rapport aux axes locaux 2 et 3, constante de torsion, hauteurs de la barre selon les axes locaux 2 et 3 pour prise en compte de déformation dues à l'effort tranchant.

Cependant, ces propriétés peuvent être aussi être spécifiées en termes des dimensions clés de la section, et le programme (logiciel) calcule automatiquement les propriétés nécessaires pour l'analyse de la structure et pour la vérification de la structure.

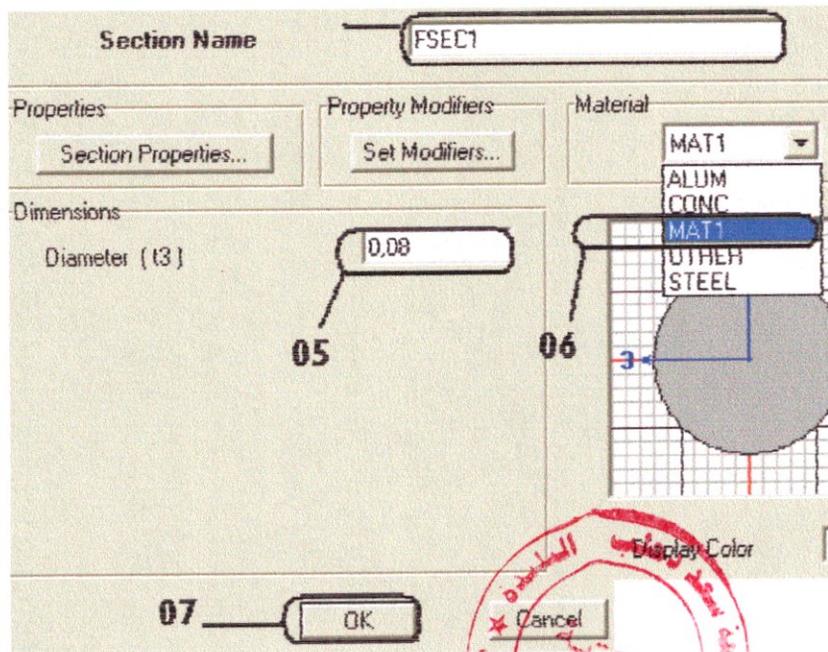
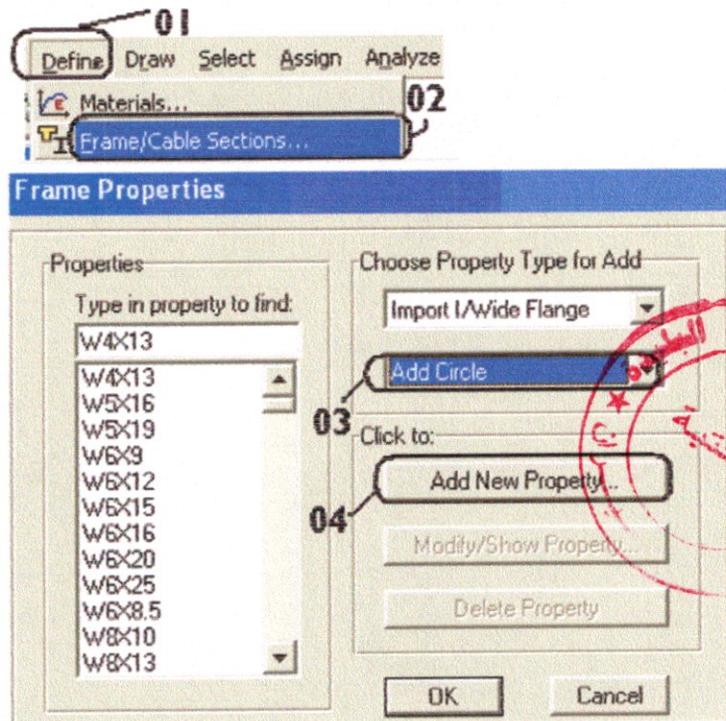
**SAP2000** présente aussi des possibilités de définition des caractéristiques géométriques à partir des bases de données (bibliothèque des profilés métalliques) des profilés acier standard ou des profilés à inerties variables. Ces types de profilés peuvent être importés à partir des fichiers suivant : **Aisc.Pro**, **Cisc.Pro** et **sections.Pro**.

Les différents types de sections métalliques sont les suivants :

- Wide Flange (1) ;
- Channel (2) ;
- Tee (3) ;
- Angle (4) ;
- Double Angle (5) ;
- Box / Tube (6) ;
- Pipe (7) ;
- Rectangular (8) ;
- Circle (9).

Isotropic pour les aciers.

Orthotropic pour le bois



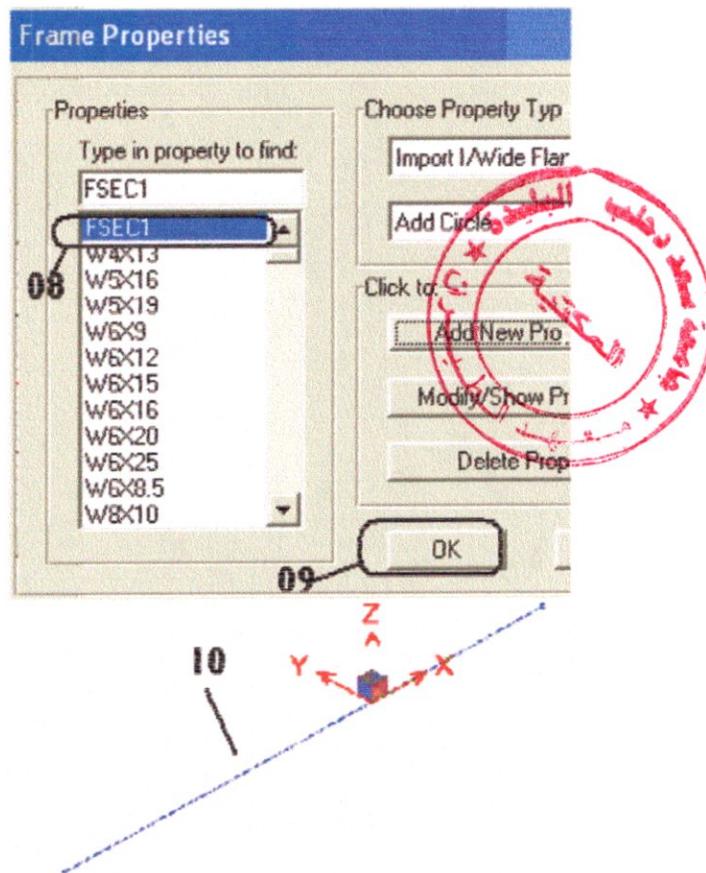


Figure (III-6) : propriétés de la poutre.

### III-9 Menu «Assing» :

Les instructions de ce menu permettant de définir les conditions d'appuis, les valeurs de chaque cas de charge, etc.

### III-9-1 Frame sections :

Après la définition de tout types des section a utiliser dans la structure, cette instruction consiste a spécifier le type de section pour chaque élément de la structure.

Par exemple, les poteaux sont de type **FSEC1**, les poutres sont de type **FSEC2**, etc.

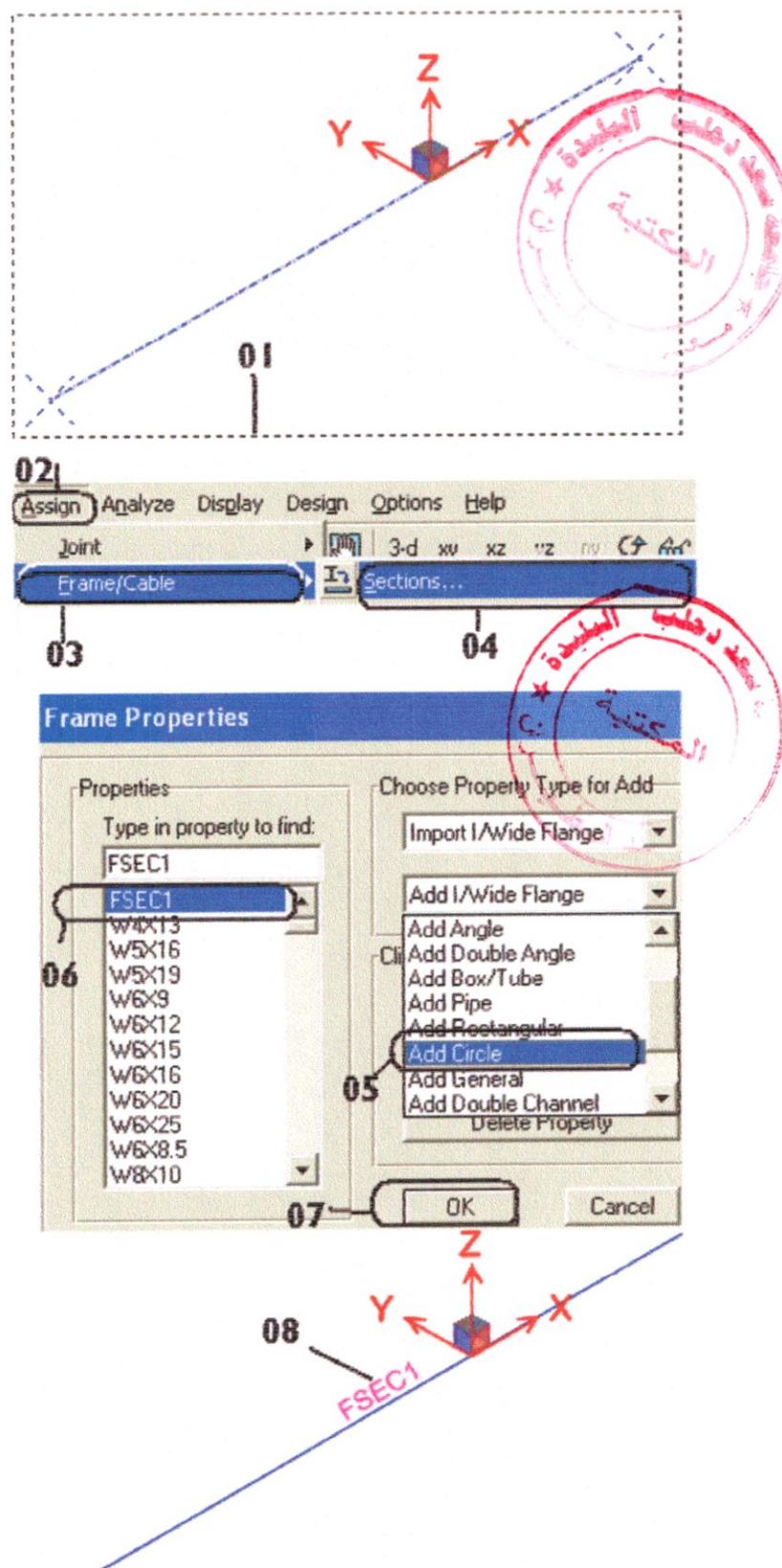


Figure (III-7) : spécification de la section.

### **III-9-2 Joints (Nœuds) :**

#### **a/ Restraints (conditions au appuis) :**

Les supports peuvent être spécifiés comme articulés, comme encastres avec certaines relaxations. Le support articulé est considéré être libéré en rotation, et bloqué en translation. SAP2000 permet aussi de spécifier des constantes de ressort, en translation ou rotation, ce qui permet la définition des appuis élastiques.

L'utilisateur de programme doit spécifier en un certain nombre de nœud les modes de fixation de la structure avec le milieu extérieur (support), ainsi entre ces éléments.

En générale la liaison de deux éléments dans un nœud peut être une articulation, un encastrement ou blocage de quelques degrés de libertés.

En SAP2000, tous les nœuds sont reconnaître des nœuds rigides par défaut.

#### **b/ Joint static loads (forces ou déplacements appliquées aux nœuds) :**

La spécification des charges consiste à traduire la nature des charges permanentes, de service ou accidentelles en ensemble de forces, moments, déplacements ou accélérations appliqués aux nœuds des éléments.

Le programme contient des outils de génération des charges qui permettant de définir sans calcul au préalable des charges telles que les différents ces de charges linéaires et surfacique réparties, poids propre, les charges thermiques, de précontrainte, et doté aussi de générateurs de charges mobiles, du vent et sismiques.

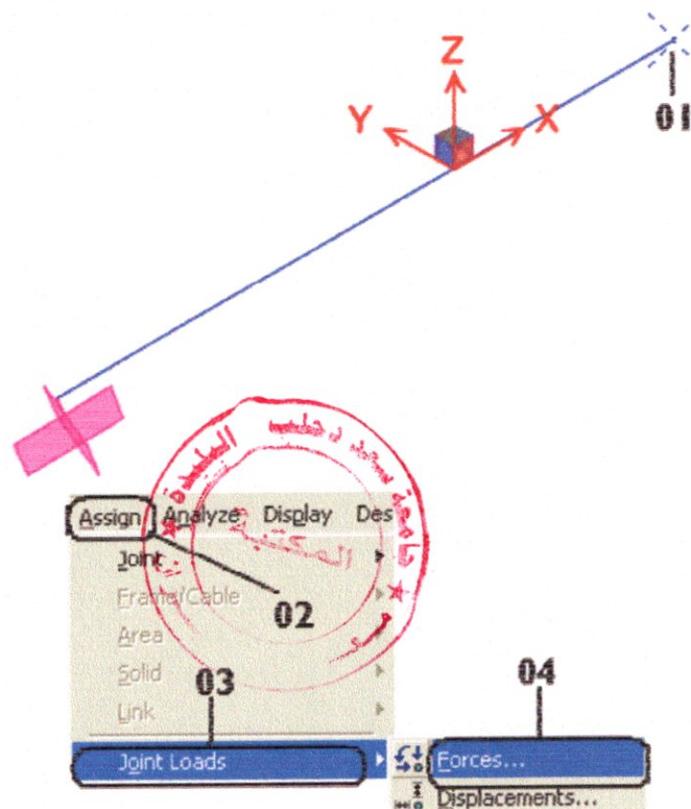
Les charges peuvent être deux types : ponctuelle ou charges réparties. Les charges ponctuelles ou charges nodales sont les charges que l'utilisateur introduit explicitement sur certains nœuds du millage, ces dernières peuvent être appliquées sous forme des forces nodales, des déplacements ou rotations des nœuds.

Les charges, forces ou moments, peuvent être appliquées à n'importe quel nœud de la structure. Ces charges agissent dans les directions du système global de coordonnées. Plusieurs charges peuvent être appliquées à chaque nœud, auquel cas les charges sont additionnées à ce point.

### c/ Frame Static Loads (Charges Appliquées Sur Les Eléments Frame) :

Les charges appliquées sur les éléments **Frame** peuvent être sous plusieurs formes dont on cite :

- Charges uniformément réparties.
- Charges trapézoïdales.
- Charges ponctuelles.
- Charges de température.



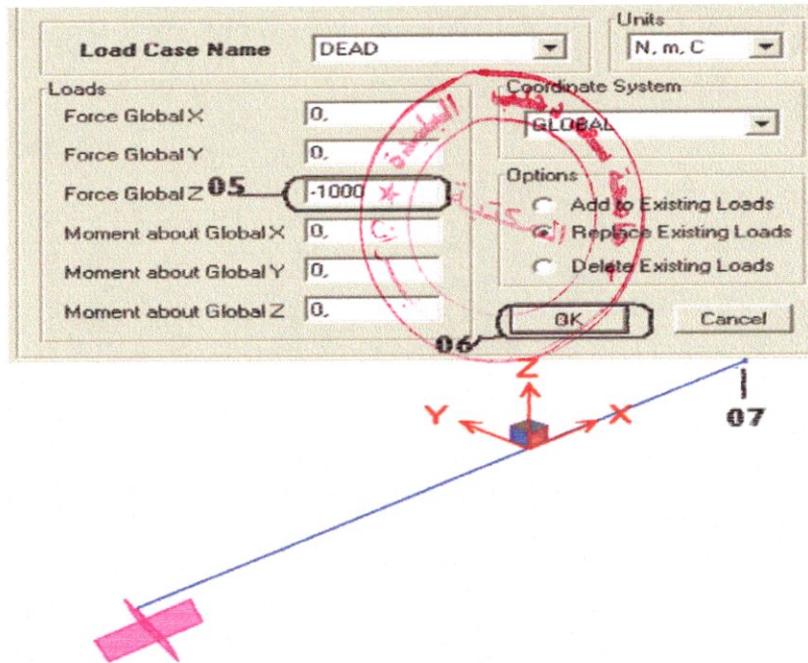


Figure (III-8) : application de la force.

Les charges (forces ou moments) sont orientées selon les axes globaux de la structure. Ces dernières sont spécifiées par leurs directions du chargement, points d'application pour les charges ponctuelles et trapézoïdales et ses valeurs.

Le programme calcule la contrainte axiale (allongement ou raccourcissement) due à la différence de température, en introduisant la différence de température  $T_{max}$  et  $T_{min}$ .

**III-10 Option d'analyse donnée par SAP2000 :**

**III-10-1 Set analysis options :**

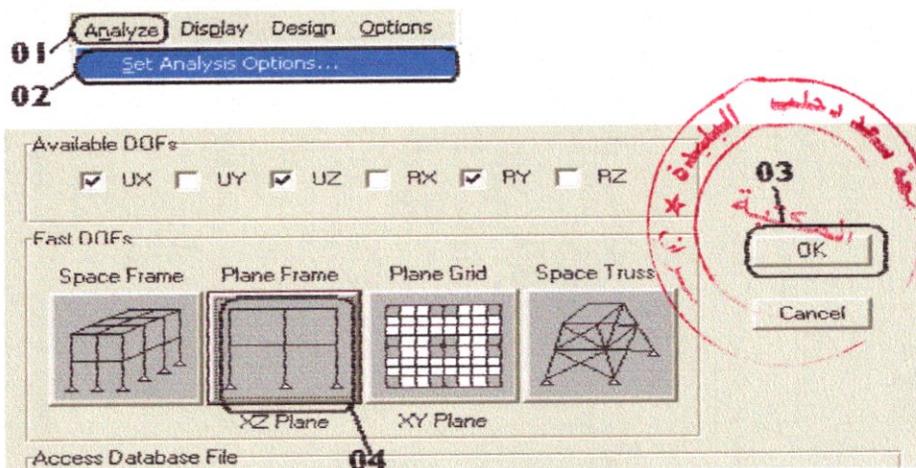
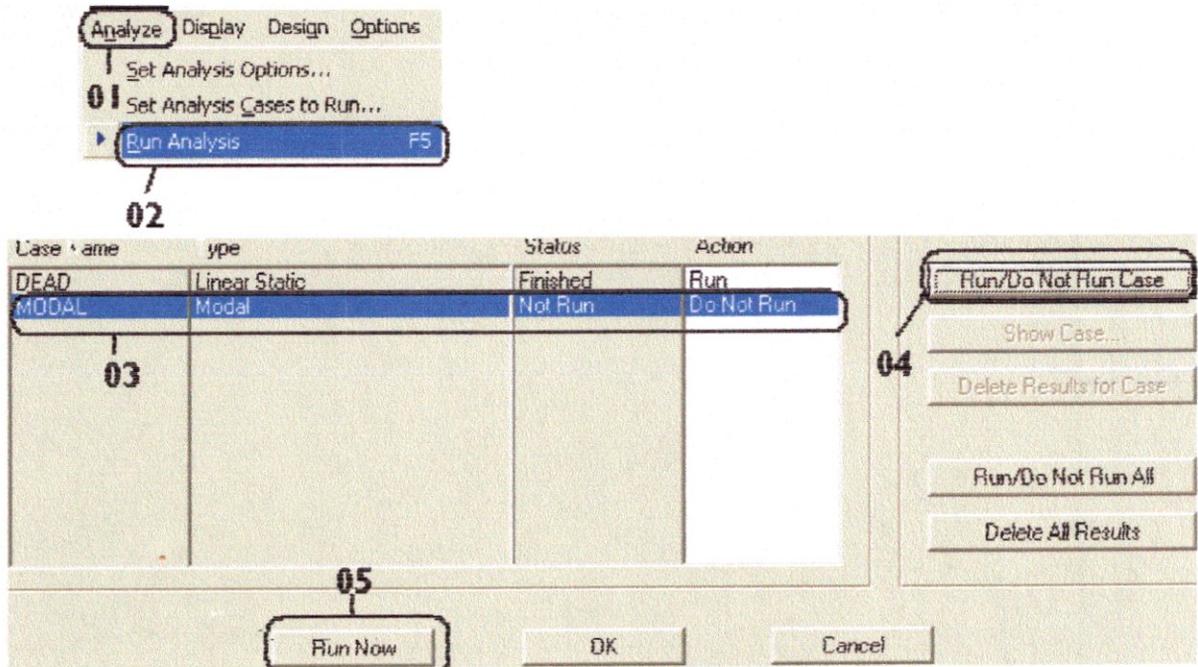


Figure (III-9) : les options de l'analyse.

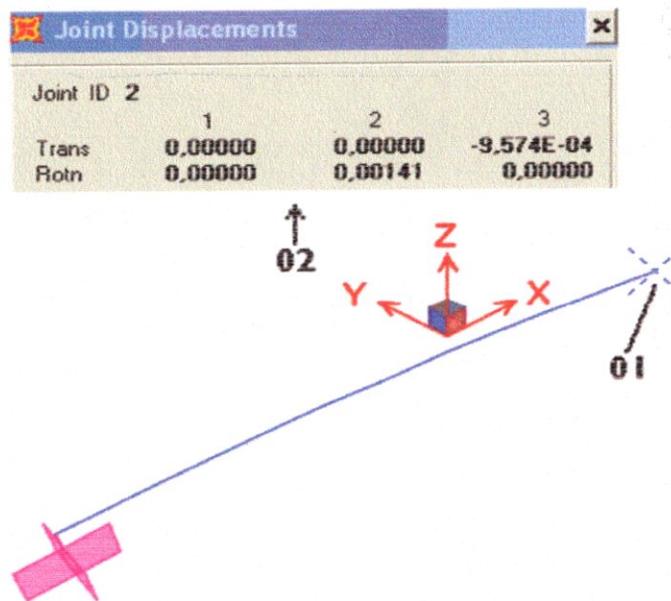
**III-10-2 Run analysis :**



**Figure (III-10) :** analyse statique.

**III-10-3 Résultats déplacement max obtenu Par SAP2000 :**

Pour obtenu le déplacement maximal (**Joint Displacements**) il faut cliquer sur le bottant droite a la fin de la poutre.



**Figure (III-11) :** le déplacement de la poutre.

**Chapitre : IV**

**Applications Sur**  
**SAP2000 Et**  
**Présentation des**  
**résultats**



**Introduction**

Ce chapitre entre dans le cadre de l'application de quelque application sur logiciel **SAP2000**.

Pour cela on a fait une comparaison entre deux matériaux utilisés en structure aéronautique (**l'acier et l'aluminium**) (voir tableau IV-1).

Un calcul statique et un calcul des fréquences et des modes propres ont été faits pour différentes configurations, suivi par une étude comparative.

	E (module de Young) (MPA)	Masse volumique (Kg/m <sup>3</sup> )
Acier	$2,1 \times 10^{11}$	7800
Aluminium série 2000	$7,1 \times 10^{10}$	2800

**Tableau IV-1 :** paramètres physiques de l'acier et l'aluminium série 2000.

**IV-1) La Comparaison Entre Les Résultats**

Pour faire la comparaison entre les résultats obtenus par le programme et ceux obtenus par **SAP2000**, on a utilisé une structure, d'une poutre a section circulaire ; la poutre est représentée selon trois configurations (encastree-libre, encastree-encastree, articulée-articulée).

**Les Paramètre Géométriques De La Poutre**

- ✓ La longueur :  $l = 2m$ .
- ✓ Le diamètre :  $d = 0.05m$ .

Déplacements MAX	Résultats obtenu par SAP2000	Résultats obtenu par le programme
Encastrée-Libre (Charge Concentrée)	-0,04616	-0,04138
Encastrée-Libre (Charge- Repartie)	-0,00824	-0,00776
Encastrée-Encastrée (Charge Concentrée)	-0,000749	-0,000647
Encastrée-Encastrée (Charge Repartie)	-0,000262	-0,000164
Articulée-Articulée (Charge concentrée)	-0,000309	-0,00258

**Tableau (IV-2) :** comparaison entre les déplacements maximaux théoriques et celle obtenu par SAP2000 pour l'acier.

Fréquences Propres	Résultats obtenu par <b>SAP2000</b>	Résultats théorique
Encastrée-Libre	6,320	6,325
Encastrée-Encastrée	50,434	
Articulée-Articulée	25,268	



**Tableau (IV-3) :** comparaison entre les fréquences propres théoriques et celle obtenu par SAP2000 pour l'acier.

Déplacements MAX	Résultats obtenu par <b>SAP2000</b>	Résultats obtenu par le <b>programme</b>
Encastrée-Libre (Charge Concentrée)	-0,1275	-0,1224
Encastrée-Libre (Charge- Repartie)	-0,0280	-0,0229
Encastrée-Encastrée (Charge Concentrée)	-0,00193	-0,00191
Encastrée-Encastrée (Charge Repartie)	-0,000491	-0,000478
Articulée-Articulée (Charge concentrée)	-0,00771	-0,007651

**Tableau IV-4** : comparaison entre les déplacements maximaux théoriques et celle obtenu par SAP2000 pour l'aluminium.

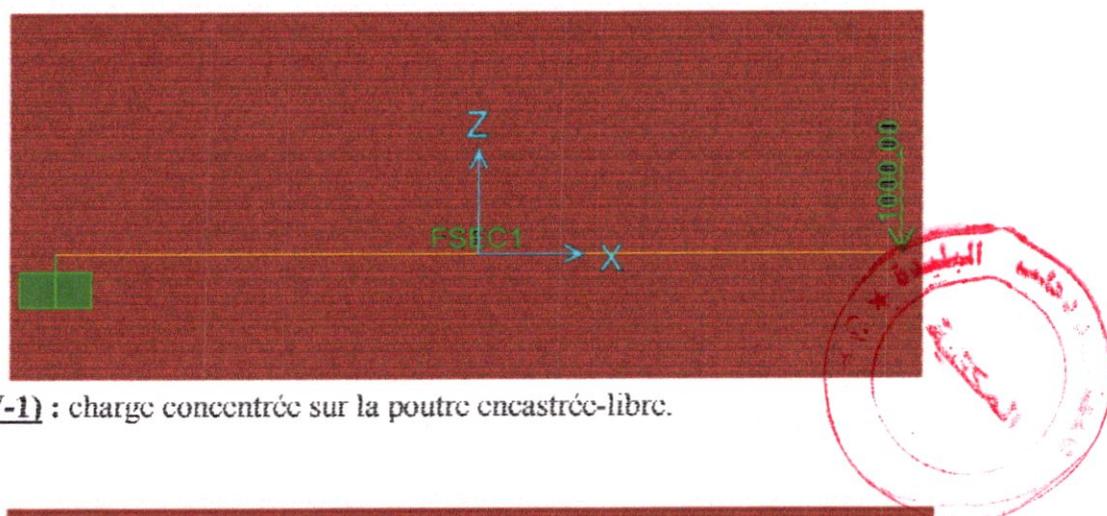
Fréquences Propres	Résultats obtenu par <b>SAP2000</b>	Résultats théorique
Encastrée-Libre	6,133	6,135
Encastrée-Encastrée	48,943	
Articulée-Articulée	24,522	

**Tableau IV-5 :** comparaison entre les fréquences propres théoriques et celle obtenu par SAP2000 pour l'aluminium.

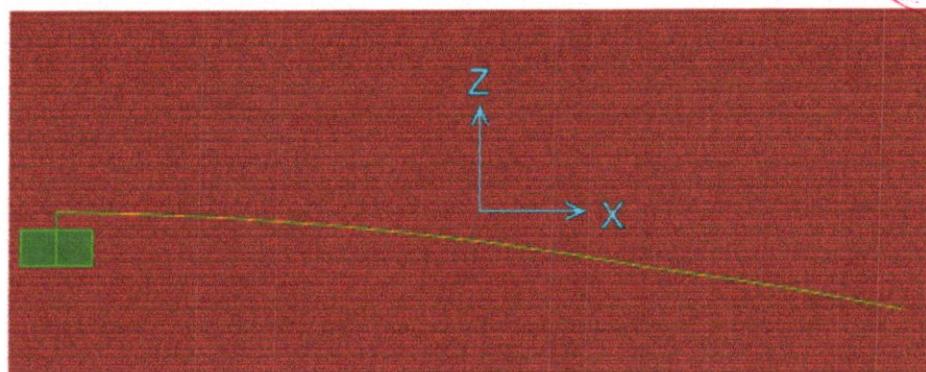


**IV-3 Calcul Statique**

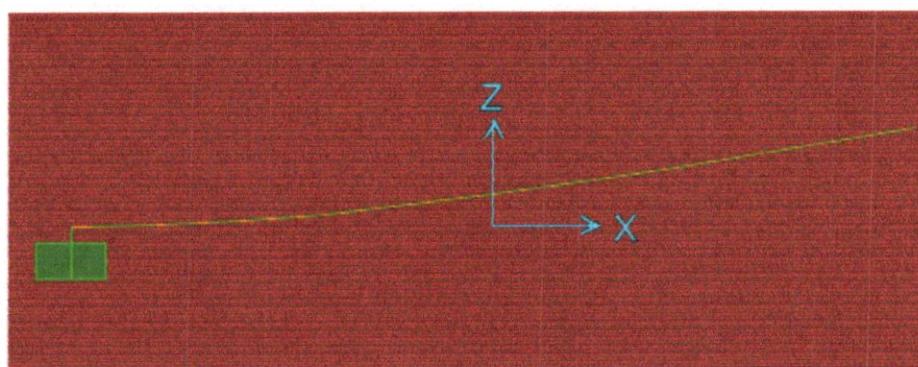
**IV-3-1 Poutre En Acier**



**Figure (IV-1) :** charge concentrée sur la poutre encastrée-libre.



**Figure (IV-2) :** déplacement max d'une poutre encastrée-libre (charge concentrée).



**Figure (IV-3) :** premier mode de vibration d'une poutre encastrée-libre.

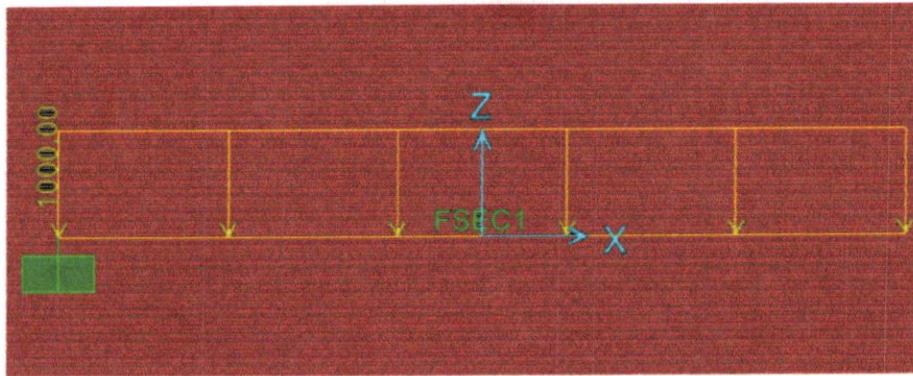


Figure (IV-4) : charge répartie sur la poutre encastée-libre.

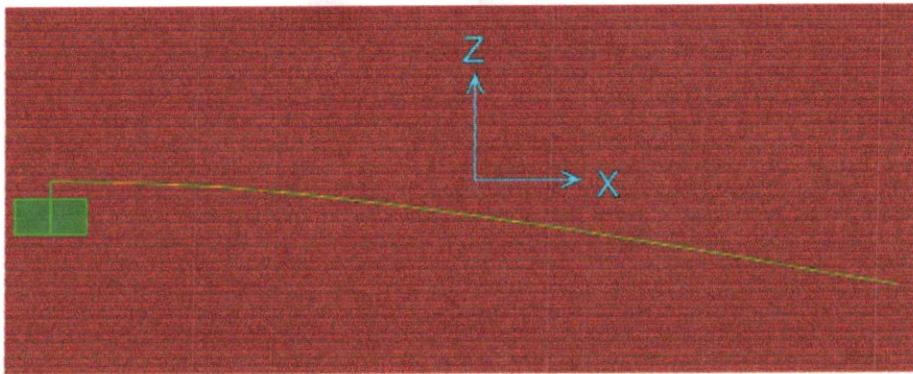


Figure (IV-5) : déplacement max d'une poutre encastée-libre (charge répartie)

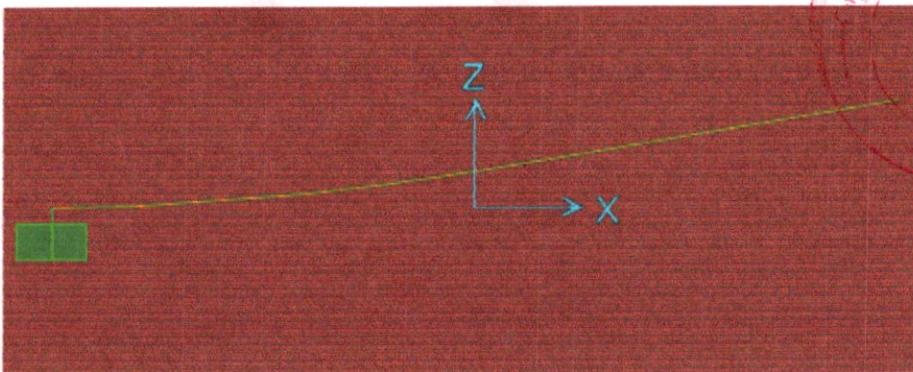
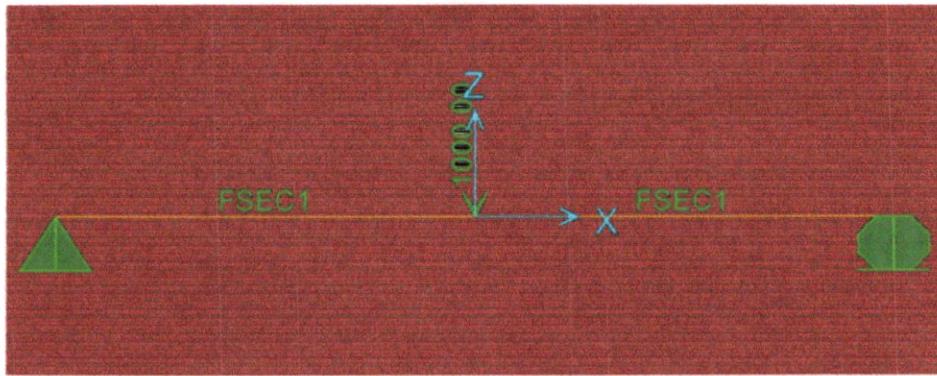
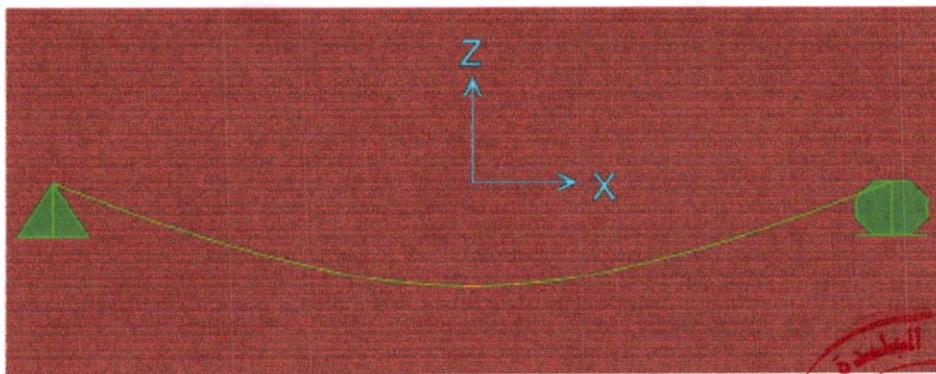


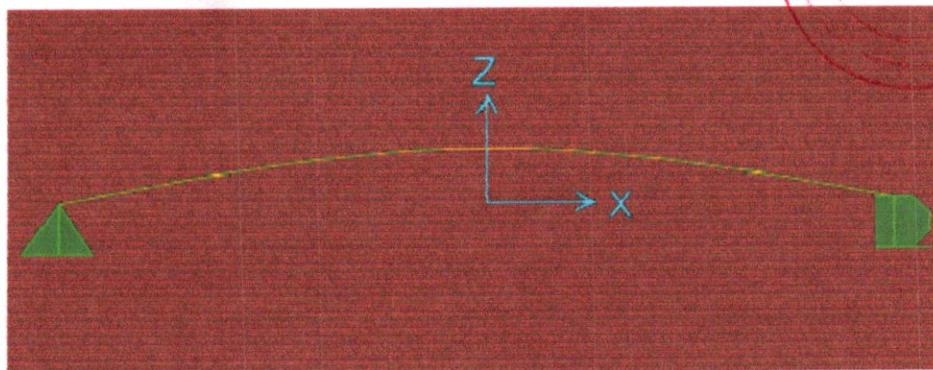
Figure (IV-6) : premier mode de vibration d'une poutre encastée-libre.



**Figure (IV-7) :** charge concentrée sur la poutre articulée-articulée.

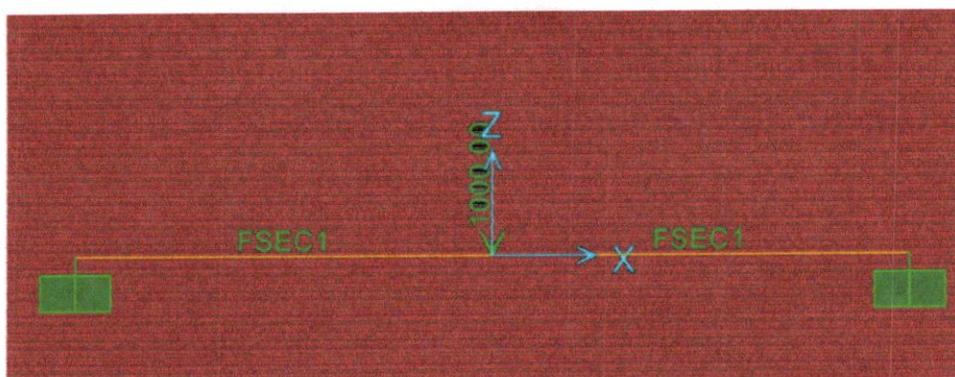


**Figure (IV-8) :** déplacement max d'une poutre articulée-articulée (charge concentrée).

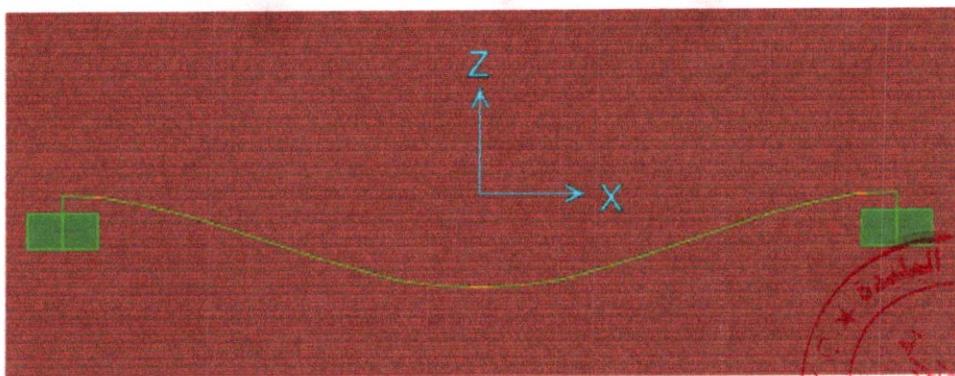


**Figure (IV-9) :** premier mode de vibration d'une poutre articulée-articulée.

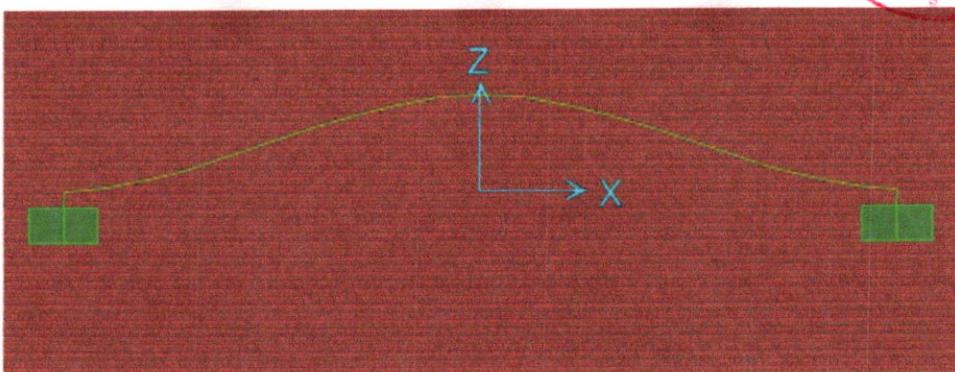




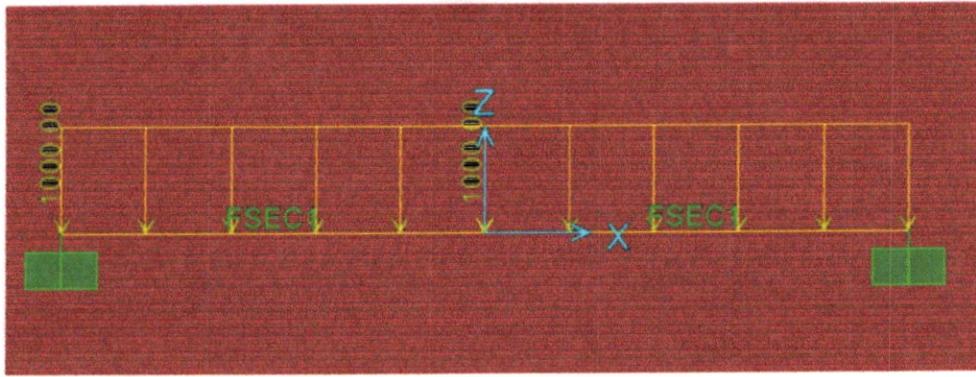
**Figure (IV-10) :** charge concentrée sur la poutre encastree-encastree.



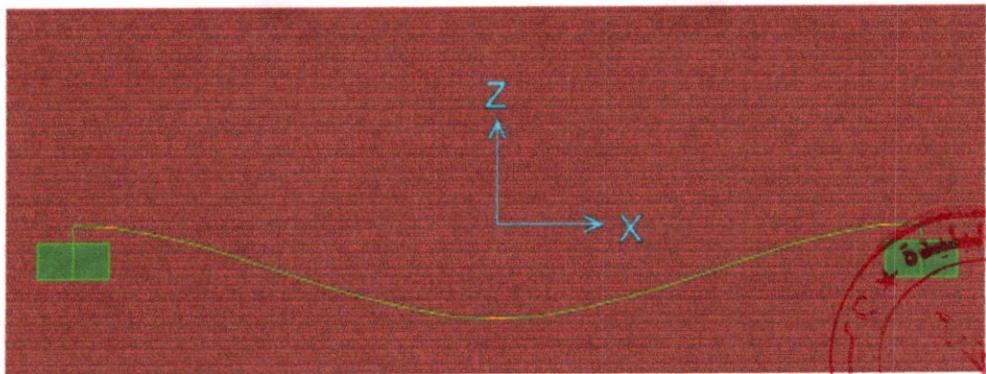
**Figure (IV-11) :** déplacement max d'une poutre encastree-encastree (charge concentrée).



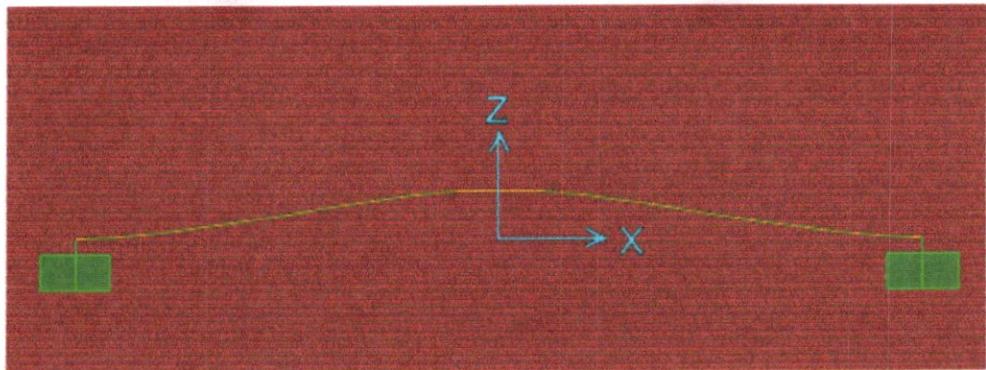
**Figure (IV-12) :** premier mode de vibration d'une poutre encastree-encastree.



**Figure (IV-13) :** charge répartie sur la poutre encastree-encastree.

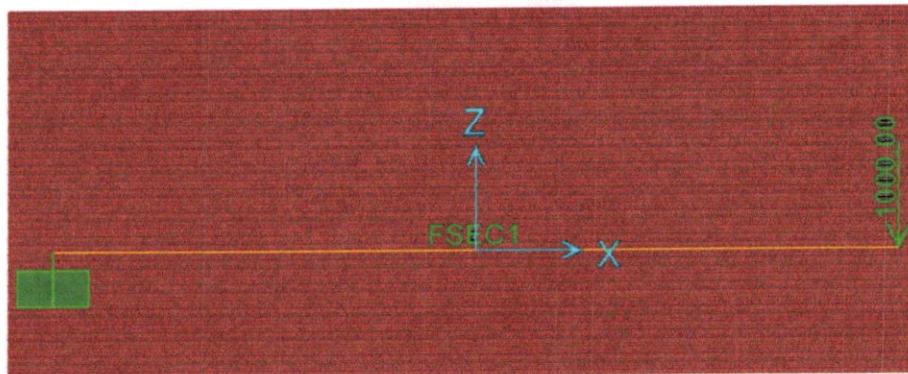


**Figure (IV-14) :** déplacement max d'une poutre encastree-encastree.

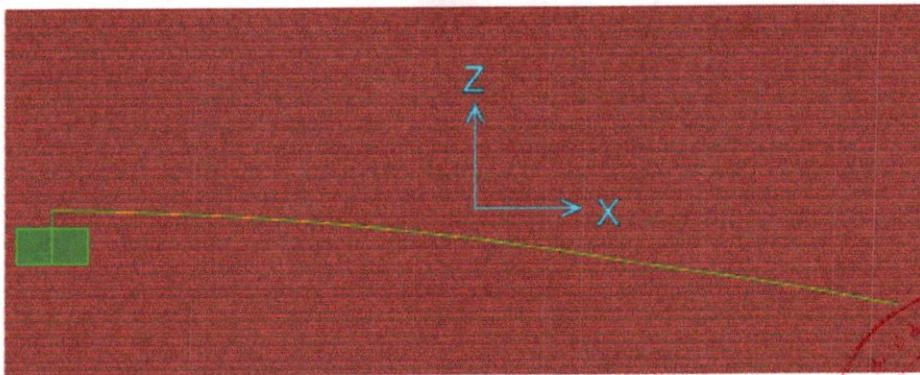


**Figure (IV-15) :** premier mode de vibration d'une poutre encastree-encastree.

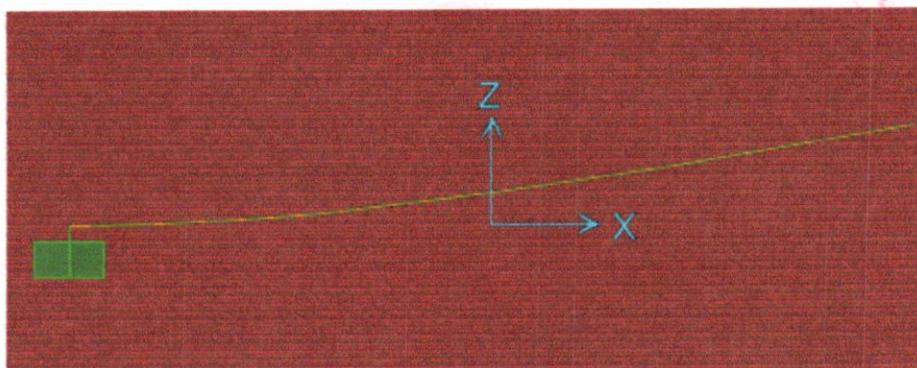
**IV-3-2 Poutre en aluminium**



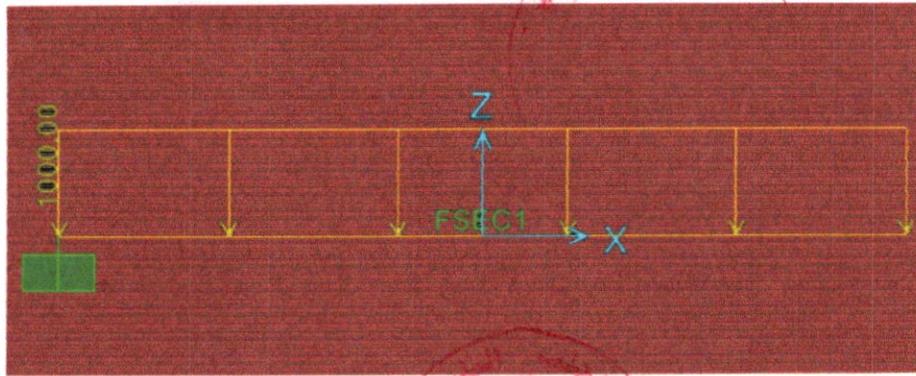
**Figure (IV-16)** : charge concentrée sur la poutre encastree-libre.



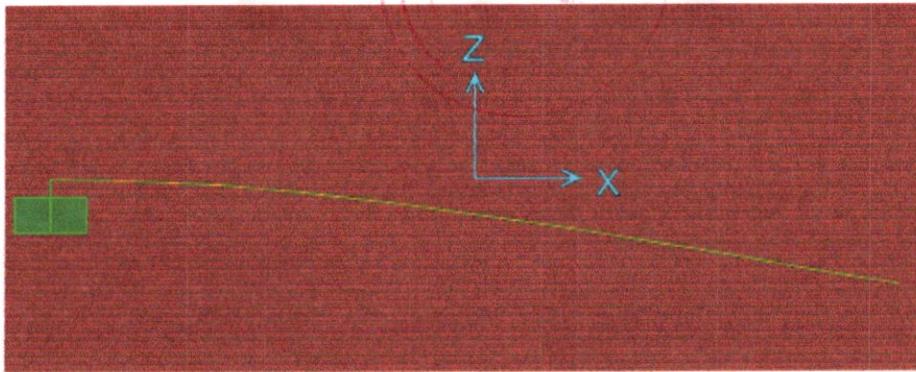
**Figure (IV-17)** : déplacement max d'une poutre encastree-libre (charge concentrée).



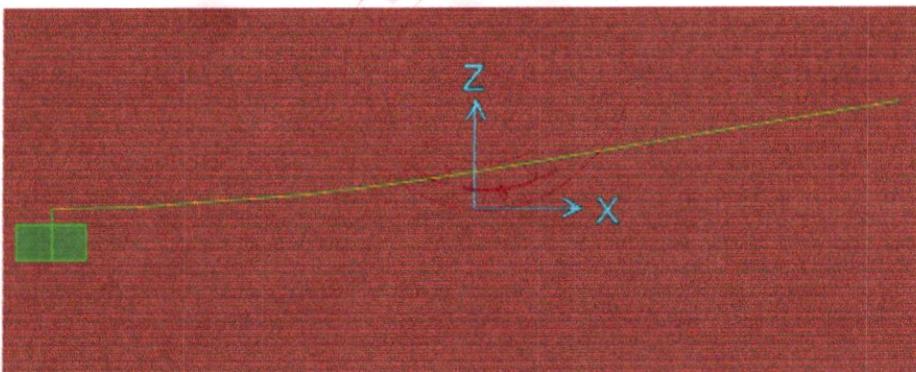
**Figure (IV-18)** : premier mode de vibration d'une poutre encastree-libre.



**Figure (IV-19) :** charge répartie sur la poutre encastree-libre.



**Figure (IV-20) :** déplacement max d'une poutre encastree-libre (charge répartie).



**Figure (IV-21) :** premier mode de vibration d'une poutre encastree-libre.

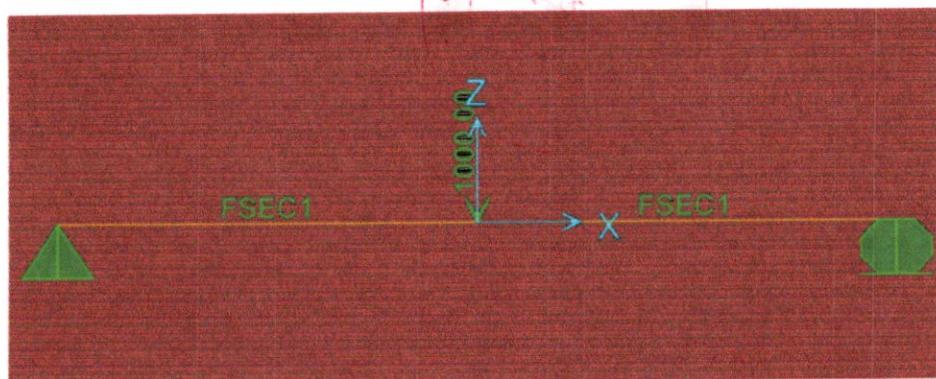


Figure (IV-22) : charge concentrée sur la poutre articulée-articulée.

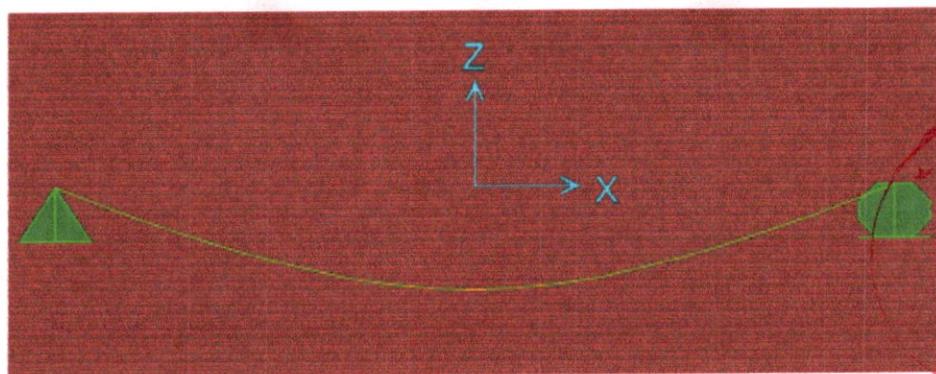


Figure (IV-23) : déplacement max d'une poutre articulée-articulée (charge concentrée).

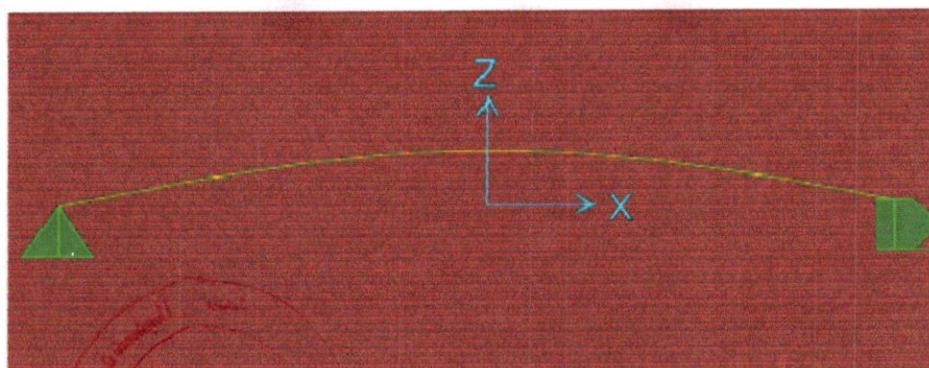


Figure (IV-24) : premier mode de vibration d'une poutre articulée-articulée.

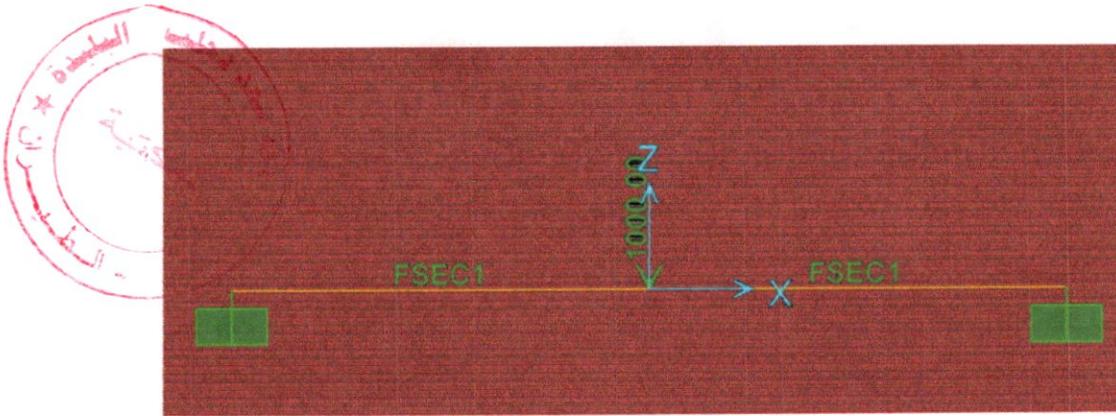


Figure (IV-25) : charge concentrée sur la poutre encastrée-encastrée.

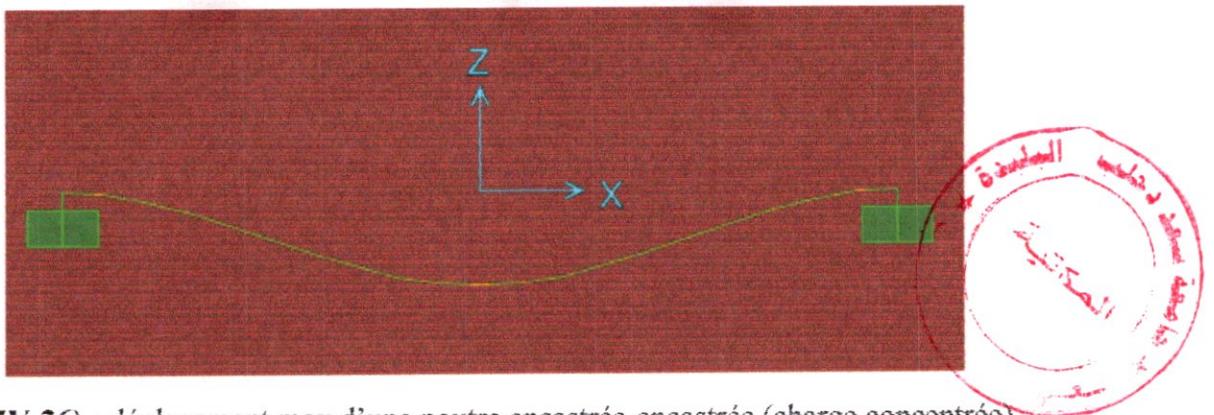


Figure (IV-26) : déplacement max d'une poutre encastrée-encastrée (charge concentrée).

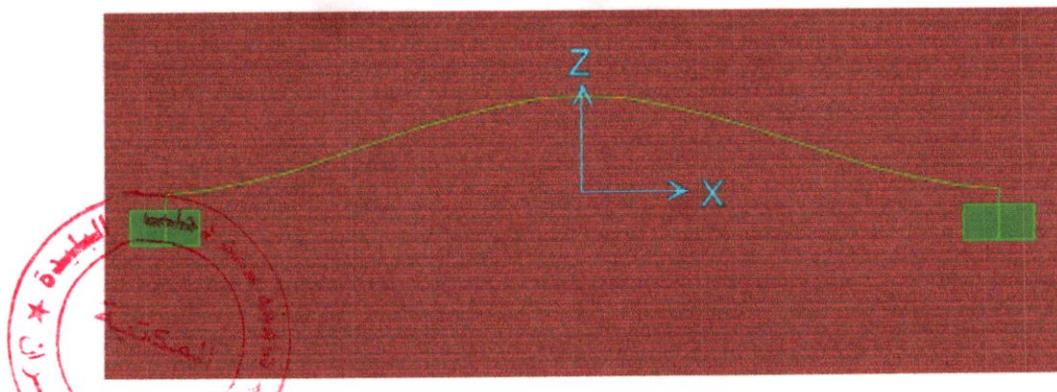
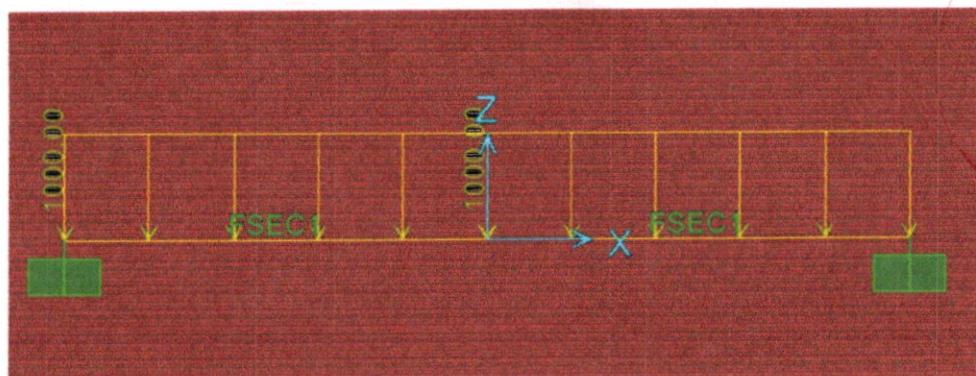
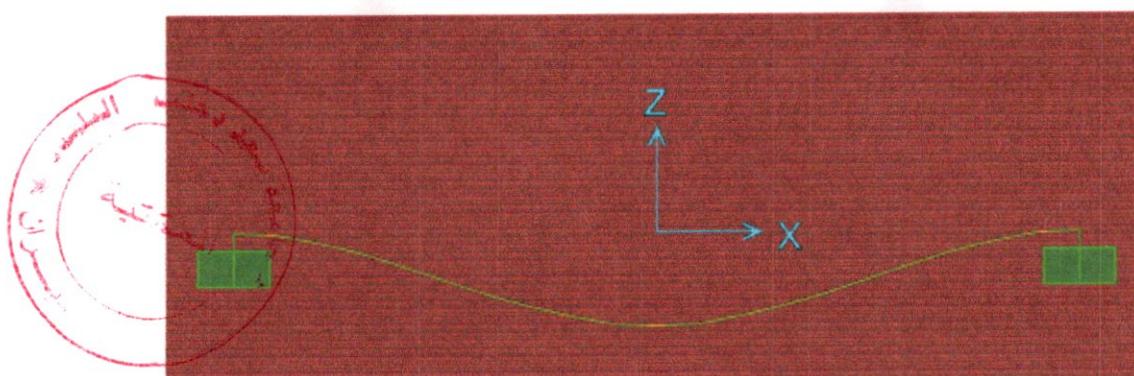


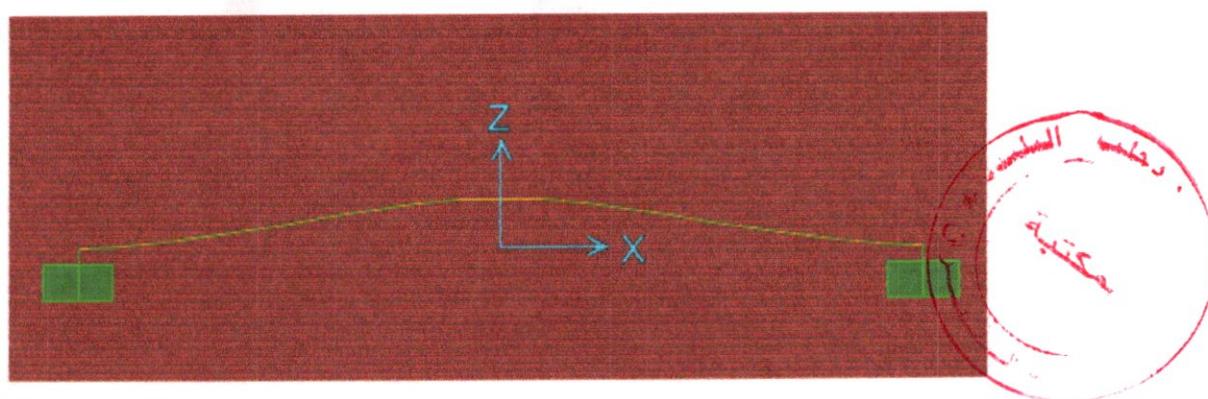
Figure (IV-27) : premier mode de vibration d'une poutre encastrée-encastrée.



**Figure (IV-28) :** charge répartie sur la poutre encastree-encastree.



**Figure (IV-29) :** déplacement max d'une poutre encastree-encastree (charge répartie).



**Figure (IV-30) :** premier mode de vibration d'une poutre encastree-encastree.

## Conclusion générale

Afin de choisir les dimensions et les matières la résistance des matériaux permet d'apprécier le comportement des matériaux sous l'effet des efforts extérieurs appliquer sur des structures différentes.

Pour la précision du calcul et le comportement vibratoire d'un poutre droite nous avons choisis des différentes configurations (encastree-libre, encastree- encastree, articulée-articulée) et on fait une étude comparative entre deux méthodes de calcul l'une est théorique par l'utilisation de programme et l'autre par sap2000.

Après les calculs nous trouvons les modes de vibration pour chaque cas et on observe que les résultats des déplacements max et les fréquence propres obtenue par le sap2000 sont les mêmes par rapport a ces obtenue par le programme.



# Annexe

```

Real v,b,d,h,e,p,l,e1,t,q,w
Write (*,*)'Ecrire 10 Encastré - libre"ch-conc"'
Write (*,*)'Ecrire 20 Encastré - libre"ch-rep"'
Write (*,*)'Ecrire 30 Encastré - Encastré"ch-conc"'
Write (*,*)'Ecrire 40 Encastré - Encastré"ch-rép"'
Write (*,*)'Ecrire 50 Appuis double "ch-conc"'
Read (*,*) n
Write (*,*)'Ecrire 1 section "rec"'
Write (*,*)'Ecrire 2 section "cerc"'
Write (*,*)'Ecrire 3 section "reng"'
Write (*,*)'Ecrire 4 section "for1"'
Read (*,*) v
Write (*,*)'module de young"e"'
Read (*,*) c
If (v.eq.1) then
Write (*,*)'Donne: b, h'
Read (*,*) b, h
Call rect (b, h, i)
End if
If (v.eq.2) then
Write (*,*)'Donne: d'
Read (*,*) d
Call cerc1 (d,i)
End if
If (v.eq.3) then
Write (*,*)'Donne; k, t'
Read (*,*) k, t
End if
If (v.eq.4) then
Write (*,*)'donne: e1, l, x, y'
Read (*,*) e1, l, x, y
Call for (e1, l, x, y, i)
End if
If (n.eq.10) then
Write (*,*)'Donne; p, l'
Read (*,*) p, l
 $w = (p \cdot (l^{**3}) / (3 \cdot e \cdot i))$ 
Write (*,*)'le déplacement's"'
Write (*,*) w
End if
If (n.eq.20) then
Write (*,*)'Donne: q, l'
Read (*,*) q, l
 $w = (q \cdot (l^{**4}) / (8 \cdot e \cdot i))$ 
Write (*,*)'le déplacement's"'
Write (*,*) w
End if
If (n.eq.30) then
Write (*,*)'Donne: f, l'
Read (*,*) f, l
 $w = (f \cdot (l^{**3}) / (192 \cdot e \cdot i))$ 
Write (*,*)'le déplacement"w"'
Write (*,*) w
End if
If (n.eq.40) then
Write (*,*)'Donne: q, l'
Read (*,*) q, l
 $w = (q \cdot (l^{**4}) / (384 \cdot e \cdot i))$ 
Write (*,*)'le déplacement"w"'
Write (*,*) w

```

```

End if
If (n.eq.50) then
Write (*,*)'Donne: p, l'
Read (*,*) p, l
w=(p*(l**3))/(48*e*i)
Write (*,*)'le déplacement"w"'
Write (*,*) w
End if
Stop
End
Subroutine rect (b, h, x)
x=(b*(h**3))/12
Write (*,*) x
Return
End
Subroutine cercl(y, z)
z=(3.14)*(y**4)/64
Write (*,*) z
Return
End
Subroutine reng(r, t, a)
a=(3.14)*(r**3)*t
Write (*,*) a
Return
End
Subroutine for (e1, t1, b1, d1, r)
r=((e1*(t1**3))/12+(t1*e1*(d1**2)))+(e1*(b1**3))/12
Write (*,*) r
Return
End

```

## **Conclusion générale**

Afin de choisir les dimensions et les matières la résistance des matériaux permet d'apprécier le comportement des matériaux sous l'effet des efforts extérieurs appliquer sur des structures différentes.

Pour la précision du calcul et le comportement vibratoire d'un poutre droite nous avons choisis des différentes configurations (encastree-libre, encastree- encastree, articulée-articulée) et on fait une étude comparative entre deux méthodes de calcul l'une est théorique par l'utilisation de programme et l'autre par sap2000.

Après les calculs nous trouvons les modes de vibration pour chaque cas et on observe que les résultats des déplacements max et les fréquence propres obtenue par le sap2000 sont les mêmes par rapport a ces obtenue par le programme.