

UNIVERSITÉ SAAD DAHLAB DE BLIDA

Faculté des Sciences de l'Ingénieur
Département d'Aéronautique



MEMOIRE DE MAGISTER

Spécialité : Aéronautique

EFFET ET ANALYSE DES FISSURATIONS DANS LES MATERIAUX COMPOSITES VIEILLIS

Par

KHODJET-KESBA Mohamed

Devant le jury composé de :

| | | |
|---------------|-----------------------------------|---------------|
| S. BOUKRAA | Professeur, U. de Blida | Président |
| E. ADDA BEDIA | Professeur, U. de Sidi Bel Abbès | Examineur |
| S. BERGHEUL | Maître de Conférence, U. de Blida | Examineur |
| T. REZZOUG | Maître de Conférence U. de Blida | Encadreur |
| A. BENKHEDDA | Maître de Conférence, U. de Blida | Co- Encadreur |

Blida, Avril 2011

RESUME

L'étude présentée concerne l'évolution de la rigidité en fonction de la densité de fissuration dans les composites stratifiés croisés constitués de plis unidirectionnels à fibres longues et à matrice organique. D'une part, les stratifiés sont soumis à des conditions de température et d'humidité variables dans le temps et perdent leurs rigidité. Le premier type d'endommagement qui apparaît est la fissuration transverse des couches orientées à 90°. Deux approches analytiques ont été utilisées pour évaluer la perte de la rigidité, la méthode de diffusion de cisaillement et le modèle d'HASHIN. Les résultats représentent clairement la dépendance de la réduction des caractéristiques mécaniques en fonction de la densité de fissuration et des conditions d'environnement.

SUMMARY

The presented study concerns the evolution of the crack density in cross-ply laminates, unidirectional folds with long fibers and with organic matrix. On one hand, laminates are subjected to conditions of temperature and humidity variable in times and lose their stiffness. The first type of damage which appears is the transverse cracking of layers directed in 90 °. Two analytical approaches were used to estimate the loss of the stiffness, the Shear Lag and the model of HASHIN. The results represent clearly the dependence of the elastic degradation of the properties on the cracks density and hygrothermal conditions.

ملخص

إن الدراسة المعروضة والتي تخص تطور التشققات داخل التشكيلات المركبة و المتقاطعة فيما بينها و المتكونة من طبقات مصنوعة من ألياف طويلة أحادية الاتجاه ، خضعت هذه المواد إلى عوامل الرطوبة و الحرارة وهذا يقلل من صلابة الصفائح. من ناحية أخرى، عندما تتعرض هذه الصفائح لقوة الجذب، النوع الأول من الضرر الذي يظهر هو الانشقاق العمودي للطبقات الموجهة نحو 90 درجة. استعمل نهجين للتحليل : لتقييم الخسائر في مرونة المواد المركبة . ومن الواضح أن النتائج تعبر عن علاقة تدهور الخصائص المرنة للمواد المركبة بالانشقاق العمودي والظروف البيئية

REMERCIEMENTS

Mes vifs et respectueux remerciements vont tout d'abord à mon Co-Encadreur Madame BENKHEDDA Amina, Docteur à l'université de Blida, à qui je tiens à exprimer toute ma profonde reconnaissance surtout pour sa disponibilité et ses prestigieux conseils dérivant de sa très haute compétence, qui ont donné un encadrement de très haut niveau et de qualité dans la faisabilité de ce travail. Je salue en elle ses grandes qualités humaines, sa bonté, sa modestie, son enthousiasme, son dévouement et son sens extraordinaire de la communication.

Je remercie également mon Encadreur de Mémoire Monsieur REZZOUG Tahar Maître de Conférence à l'université de Blida pour son aide précieuse tout au long de ces trois années, pour les échanges et les conseils scientifiques qu'il m'a prodigués.

Je tiens à exprimer ma reconnaissance au Professeur Salah BOUKRAA pour avoir accepté de présider le jury ainsi qu'au Professeur ADDA Bedia, de l'université de Sidi Bel Abbès et aux Maîtres de conférence Said BERGHEUL de l'université de Blida, pour avoir accepté la charge d'examineurs de ce travail.

Je remercie vivement l'équipe du Laboratoire Matériaux et Hydrologie de l'Université de Sidi Bel Abbès et particulièrement Monsieur El MEICHE NOURDDINE Maître assistant dans la même université, pour tous les éclaircissements et la documentation qu'il a mis à ma disposition.

Enfin, mes vives pensées vont à toutes les personnes que j'ai côtoyées durant ce parcours et à toutes celles qui m'ont aidées et ont ainsi contribué par leurs présences au bon déroulement de mon mémoire de magister.

TABLE DES MATIERES

| | |
|---|----|
| RESUME..... | |
| REMERCIEMENTS..... | |
| TABLES DES MATIERES..... | |
| LISTE DES ILLUSTRATIONS, GRAPHIQUES ET TABLEAUX..... | |
| INTRODUCTION..... | 10 |
| | |
| 1. RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE..... | 12 |
| 1.1 Introduction | 12 |
| 1.2 Problématique | 13 |
| 1.3 Travaux effectués | 13 |
| 1.4 Définition du sujet | 18 |
| | |
| 2. MODELISATION DU VIEILLISSEMENT HYGROTHERMIQUE | 19 |
| 2.1 Introduction | 19 |
| 2.2 Phénomènes hygrothermiques | 19 |
| 2.3 Vieillissement hygrothermique | 20 |
| 2.4 Caractérisation du matériau..... | 22 |
| 2.5 Introduction du vieillissement sur les propriétés mécaniques du matériau et le modèle de Tsai | 23 |
| 2.6 Interprétations | 34 |
| 2.7 Validation des résultats | 36 |
| | |
| 3. MODELISATION DE LA FISSURATION TRANSVERSE..... | 37 |
| 3.1 Introduction | 37 |
| 3.2 Méthode de diffusion de cisaillement | 38 |
| 3.3 Modèle d'HASHIN | 55 |
| 3.4 Conclusion..... | 63 |
| | |
| 4. SIMULATION ET RÉSULTATS DES STRATIFIÉS FISSURÉS AVEC CHARGEMENT MÉCANIQUE | 64 |
| 4.1 Introduction..... | 64 |
| 4.2 Organigramme | 64 |
| 4.3 Choix du matériau de simulation | 67 |
| 4.4 Etude du champ de contrainte longitudinale dans le sens du chargement | 67 |

| | |
|--|-----|
| 4.5 Etude du module de Young longitudinal..... | 73 |
| 4.6 Conclusion..... | 78 |
| | |
| 5. SIMULATION ET RÉSULTATS DES STRATIFIÉS FISSURÉS AVEC CHARGEMENT MÉCANIQUE ET CONDITIONS HYGROTHERMIQUE | 79 |
| | |
| 5.1 Introduction..... | 79 |
| 5.2 Organigramme | 79 |
| 5.3 Validation du programme de simulation par l'étude de l'influence des conditions hygrothermiques pour le modèle de Berthelot | 82 |
| 5.4 Influence des conditions hygrothermiques pour le modèle d'Hashin | 86 |
| 5.5 Réduction de la rigidité sous effet hygrothermique par le modèle de Tsai | 89 |
| 5.6 Comparaison entre le modèle hygrothermique simplifié, Tsai (C=cste) et Tsai (C(t))..... | 95 |
| 5.7 Conclusion..... | 106 |
| | |
| CONCLUSION GENERALE..... | 107 |
| | |
| ANNEXE 1 | 110 |
| | |
| LISTE DES SYMBOLES..... | |
| | |
| BIBLIOGRAPHIE..... | |

LISTE DES ILLUSTRATIONS GRAPHIQUES ET TABLEAUX

| | |
|--|----|
| Figure 1.1 : Evolution de la densité de fissures (au sein du pli à 90°) d'un stratifié carbone/époxy de type (0°, 90°)s en fonction de la contrainte de traction monotone appliquée [9]..... | 17 |
| Figure 2.1 : Organigramme du calcul des propriétés vieilles par MICATSAI..... | 27 |
| Figure 2.2 : Effet de la variation de température sur le module de Young longitudinal pour le T300/5208 à différents niveaux de concentration..... | 30 |
| Figure 2.3 : Effet de la variation de température sur le module de Young transversal pour le T300/5208 à différents niveaux de concentration..... | 30 |
| Figure 2.4 : Effet de la variation de température sur le module de cisaillement longitudinal pour le T300/5208 à différents niveaux de concentration..... | 31 |
| Figure 2.5 : Effet de la variation de température sur le coefficient de Poisson longitudinal pour le T300/5208 à différents niveaux de concentration..... | 31 |
| Figure 2.6 : Taux de réduction des propriétés mécaniques en fonction de la température à C=0% pour le T300/5208..... | 32 |
| Figure 2.7 : Taux de réduction des propriétés mécaniques en fonction de la température à C=0.5% pour le T300/5208..... | 32 |
| Figure 2.8 : Taux de réduction des propriétés mécaniques en fonction de la température à C=1% pour le T300/5208..... | 33 |
| Figure 2.9 : Taux de réduction des propriétés mécaniques en fonction de la température à C=1.5% pour le T300/5208..... | 33 |
| Figure 3.1 : fissuration transverse et cellule élémentaire..... | 38 |
| Figure 3.2 Contraintes exercées sur un élément de la couche à 90°..... | 43 |
| Figure 3.3 : Cellule élémentaire et fissuration transverse..... | 52 |
| Figure 3.4 : stratifié [0,90]s..... | 56 |
| Figure 3.5 : Cellule de base..... | 56 |
| Figure 3.6 : Pli unidirectionnel..... | 60 |
| Figure 4.1 Organigramme du MICAFISS..... | 65 |

| | |
|---|----|
| Figure 4.2 : Variation de la contraintes longitudinale dans le stratifié AS-4-3502 en fonction des coordonnées longitudinales pour le modèle parabolique..... | 68 |
| Figure 4.3 : Variation de la contraintes longitudinale dans le stratifié AS-4-3502 en fonction des coordonnées longitudinales pour le modèle progressif..... | 69 |
| Figure 4.4 : Variation de la contraintes longitudinale dans le stratifié AS4-3502 en fonction des coordonnées longitudinales pour le modèle d'Hashin..... | 70 |
| Figure 4.5 : Variation de la contrainte longitudinale pour $\alpha=1/3$ et un rapport géométrique de fissuration $a=1$ | 72 |
| Figure 4.6 : Variation de la contrainte longitudinale pour $\alpha=1/3$ et un rapport géométrique de fissuration $a=25$ | 72 |
| Figure 4.7 : Comparaison entre la réduction du module de Young en fonction de la densité de fissuration $[0/90]_s$ AS/3502 pour les modèles parabolique et progressif..... | 73 |
| Figure 4.8 : Comparaison entre la réduction du module de Young en fonction de la densité de fissuration $[0/90_3]_s$ AS/3502 pour les modèles parabolique et progressif..... | 74 |
| Figure 4.9 : Comparaison de la réduction du module de Young en fonction de la densité de fissures $[0/90]_s$ AS/3502 et l'expérimental [14]..... | 75 |
| Figure 4.10 : Comparaison de la réduction du module de Young en fonction de la densité de fissures $[0/90_2]_s$ AS/3502 et l'expérimental [14]..... | 75 |
| Figure 4.11 : Comparaison de la réduction du module de Young en fonction de la densité de fissures $[0/90_3]_s$ Verre/époxy et l'expérimental [15]..... | 76 |
| Figure 4.12 : Comparaison entre la réduction du module de Young en fonction de la densité de fissures $[0/90]_s$ AS/3502 pour les trois modèles..... | 77 |
| Figure 4.13 : Comparaison entre la réduction du module de Young en fonction de la densité de fissures $[0/90_3]_s$ AS/3502 pour les trois modèles..... | 77 |
| Figure 5.1 Organigramme du MICAVILL..... | 80 |
| Figure 5.2 : Réduction de la rigidité relative pour graphite/époxy ($V_f=0.6$) en fonction de la densité de fissures pour trois cas : $[0/90]_s$ ($\alpha = 1$), $[0/90_2]_s$ ($\alpha = 1/2$) et $[0/90_3]_s$ ($\alpha = 1/3$). Modèle parabolique..... | 82 |
| Figure 5.3 : Réduction de la rigidité relative pour graphite/époxy ($V_f=0.6$) en fonction de la densité de fissures pour trois cas : $[0/90]_s$ ($\alpha = 1$), $[0/90_2]_s$ ($\alpha = 1/2$) et $[0/90_3]_s$ ($\alpha = 1/3$). Modèle progressif..... | 83 |

| | |
|--|----|
| Figure 5.4 : Réduction de la rigidité totale pour graphite/époxy ($V_f=0.6$) en fonction de la densité de fissures pour trois cas : $[0/90]_s$ ($\alpha = 1$), $[0/90_2]_s$ ($\alpha = 1/2$) et $[0/90_3]_s$ ($\alpha = 1/3$). Modèle parabolique..... | 84 |
| Figure 5.5 : Réduction de la rigidité relative pour graphite/époxy ($V_f=0.6$) en fonction de la densité de fissures pour trois cas : $[0/90]_s$ ($\alpha = 1$), $[0/90_2]_s$ ($\alpha = 1/2$) et $[0/90_3]_s$ ($\alpha = 1/3$). Modèle progressif..... | 84 |
| Figure 5.6 : Effet de la fraction volumique des fibres sur la réduction de module du Young longitudinal pour graphite/époxy $[0/90_3]_s$ en fonction de densité de fissures ($\Delta T=0^\circ\text{C}$, $\Delta C=0\%$) modèle parabolique..... | 85 |
| Figure 5.7 : Effet de la variation des couches à 90° et à 0° sur la réduction de la rigidité relative à $T=22^\circ\text{C}$, $C=0,5\%$ et $\rho=0,1$ (1/mm) (modèle parabolique)..... | 86 |
| Figure 5.8 : Réduction de la rigidité relative en fonction de la densité de fissures sous conditions hygrothermiques..... | 87 |
| Figure 5.9 : Réduction de la rigidité totale en fonction de la densité de fissures sous conditions hygrothermiques..... | 88 |
| Figure 5.10 : Effet de la fraction volumique des fibres sur la réduction de module de Young longitudinale pour graphite/époxy $[0/90_3]_s$ en fonction de densité de fissures ($\Delta T=0^\circ\text{C}$, $\Delta C=0\%$)..... | 88 |
| Figure 5.11 : Absorption-Désorption | 89 |
| Figure 5.12 : Cas d'une désorption..... | 90 |
| Figure 5.13 : Cas d'une désorption | 90 |
| Figure 5.14 : Réduction de la rigidité en fonction de la densité de fissures pour ENV1 : $T_{\text{top}}=22^\circ\text{C}$ et $HR= 0\%$, $V_f=0,7$, $t=200$ heures et $\alpha=1/3$ ($C(t)$ désorption). | 91 |
| Figure 5.15 : Réduction de la rigidité en fonction de la densité de fissures pour ENV4 : $T_{\text{top}}=120^\circ\text{C}$ et $HR= 100\%$, $V_f=0,7$, $t=200$ heures et $\alpha=1/3$ ($C(t)$ désorption)..... | 91 |
| Figure 5.16 : Réduction de la rigidité en fonction de la densité de fissures pour ENV1 : $T_{\text{top}}=22^\circ\text{C}$ et $HR= 0\%$, $V_f=0,7$, $t=200$ heures et $\alpha=1/3$ ($C(t)$ absorption)..... | 92 |
| Figure 5.17 : Réduction de la rigidité en fonction de la densité de fissures pour ENV4 : $T_{\text{top}}=120^\circ\text{C}$ et $HR= 100\%$, $V_f=0,7$, $t=200$ heures et $\alpha=1/3$ ($C(t)$ absorption)..... | 92 |
| Figure 5.18 : Réduction de la rigidité en fonction de la densité de fissures pour $V_f=0.5$, $t=200$ heures, $\alpha=1/3$ et sous différents environnements hygrothermiques ($C(t)$ désorption)..... | 93 |

| | |
|---|-----|
| Figure 5.19 : Réduction de la rigidité en fonction de la densité de fissures pour ENV4 : Top=120°C, HR= 100%, t=200 heures, $\alpha=1/3$ et différentes Vf (C(t) désorption)..... | 94 |
| Figure 5.20 : Réduction de la rigidité en fonction de la densité de fissures pour ENV4 : Top=120°C et HR= 100%, t=200 heures et Vf=0,7 (C(t) désorption)..... | 94 |
| Figure 5.21 : Réduction de la rigidité en fonction de la densité de fissures pour Top=22°C et HR= 0%, Vf=0,7, t=200 heures et $\alpha=1/3$ | 95 |
| Figure 5.22 : Réduction de la rigidité en fonction de la densité de fissures pour Top=22°C et HR= 33%, Vf=0,7, t=200 heures et $\alpha=1/3$ | 95 |
| Figure 5.23 : Réduction de la rigidité en fonction de la densité de fissures pour Top=22°C et HR= 66%, Vf=0,7, t=200 heures et $\alpha=1/3$ | 96 |
| Figure 5.24 : Réduction de la rigidité en fonction de la densité de fissures pour Top=22°C et HR= 100%, Vf=0,7, t=200 heures et $\alpha=1/3$ | 96 |
| Figure 5.25 : Réduction de la rigidité en fonction de la densité de fissures pour Top=22°C et HR= 0%, Vf=0,7, t=200 heures et $\alpha=1/3$ | 97 |
| Figure 5.26 : Réduction de la rigidité en fonction de la densité de fissures pour Top=22°C et HR= 33%, Vf=0,7, t=200 heures et $\alpha=1/3$ | 97 |
| Figure 5.27 : Réduction de la rigidité en fonction de la densité de fissures pour Top=22°C et HR= 66%, Vf=0,7, t=200 heures et $\alpha=1/3$ | 98 |
| Figure 5.28 : Réduction de la rigidité en fonction de la densité de fissures pour Top=22°C et HR= 100%, Vf=0,7, t=200 heures et $\alpha=1/3$ | 98 |
| Figure 5.29 : Réduction de la rigidité en fonction de la densité de fissures pour Top=22°C et HR= 100%, Vf=0,7, t=200 heures et $\alpha=1/3$ | 99 |
| Figure 5.30 : Réduction de la rigidité en fonction de la densité de fissures pour Top=60°C et HR= 100%, Vf=0,7, t=200 heures et $\alpha=1/3$ | 99 |
| Figure 5.31 : Réduction de la rigidité en fonction de la densité de fissures pour Top=100°C et HR= 100%, Vf=0,7, t=200 heures et $\alpha=1/3$ | 100 |
| Figure 5.32 : Réduction de la rigidité en fonction de la densité de fissures pour Top=120°C et HR= 100%, Vf=0,7, t=200 heures et $\alpha=1/3$ | 100 |
| Figure 5.33 : Réduction de la rigidité en fonction de la densité de fissures pour Top=22°C et HR= 100%, Vf=0,7, t=200 heures et $\alpha=1/3$ | 101 |
| Figure 5.34 Réduction de la rigidité en fonction de la densité de fissures pour Top=60°C et HR= 100%, Vf=0.7, t=200 heures et $\alpha=1/3$ | 101 |

| | |
|---|-----|
| Figure 5.35 Réduction de la rigidité en fonction de la densité de fissures pour Top=100°C et HR= 100%, Vf=0,7, t=200 heures et $\alpha=1/3$ | 102 |
| Figure 5.36 Réduction de la rigidité en fonction de la densité de fissures pour Top=120°C et HR= 100%, Vf=0,7, t=200 heures et $\alpha=1/3$ | 102 |
| Figure 5.37 : Réduction de la rigidité en fonction de la densité de fissures pour Vf=0.5, Top=100°C et HR=66%, t=200 heures et $\alpha=1/3$ (cas désorption)..... | 103 |
| Figure 5.38 : Réduction de la rigidité en fonction de la densité de fissures pour Vf=0.7, Top=100°C et HR=66%, t=200 heures et $\alpha=1/3$ (cas désorption)..... | 103 |
| Figure 5.39 : Réduction de la rigidité pour modèle simplifié en fonction de la densité de fissures pour Top=120°C, HR= 100%, Vf=0,7 et t=200 heures..... | 104 |
| Figure 5.40 : Réduction de la rigidité pour modèle de Tsai (cas désorption) en fonction de la densité de fissures pour Top=120°C, HR= 100%, Vf=0,7 et t=200 heures..... | 104 |
| Figure 5.41 : Réduction de la rigidité pour Modèle Tsai (C=cste) en fonction de la densité de fissures pour Top=120°C, HR= 100%, Vf=0,7 et t=200 heures..... | 105 |
| | |
| Tableau 2.1 : Caractéristiques de fibres et matrice du T300/5208, [18]..... | 28 |
| Tableau 2.2 Caractéristiques de variation de température et d'humidité, [18]..... | 28 |
| Tableau 2.3 Propriétés du T300/5208 Tr=22°C, [18]..... | 28 |
| Tableau 2.4 Caractéristiques de diffusion du T300/5208, [18]..... | 29 |
| Tableau 2.5 : Choix des environnements..... | 29 |
| Tableau 2.6 : Taux de réduction des propriétés mécaniques T=60°C, C=0%, C=0.15%, C=1%, C=1.5%..... | 35 |
| Tableau 2.7 : Taux de réduction des propriétés mécaniques T=120°C, C=0%, C=0.15%, C=1%, C=1.5%..... | 35 |
| Tableau 4.1 : Propriétés élastiques du matériau AS-4-3502 [39]..... | 67 |

INTRODUCTION

Dans les industries aéronautiques et spatiales, la conception des structures, qu'ils s'agissent d'aéronefs, de lanceurs, de véhicules spatiaux, doit se conformer à des conditions de légèreté et de parfaite sécurité, la possibilité d'une rupture étant totalement exclue. L'apparition de fissures au cœur du matériau peuvent devenir de plus en plus importante en s'amplifiant sous de différentes conditions sollicitant les structures, ce qui conduit progressivement en fonction du temps à un phénomène d'endommagement pouvant être particulièrement dangereux.

Les stratifiés à fibres longues sont des composites particuliers, constitués d'un empilement de couches élémentaires ou plis à l'intérieur desquels les renforts fibreux, noyés dans une matrice, sont alignés selon une direction privilégiée. Lors d'une sollicitation de traction monotone ou cyclique, la dégradation de matériaux homogènes et isotropes est généralement localisée et se produit selon trois stades : l'amorçage, la propagation d'une fissure principale et la ruine finale. Le premier type d'endommagement qui apparaît est la fissuration transverse des couches orientées à 90° , beaucoup de recherche ont été développées [12-15] qui tentent d'évaluer la répartition des contraintes et la dégradation de la rigidité due à des micros fissures dans les stratifiés.

L'esprit dans lequel s'inscrit cette recherche, doit tenir compte dans un premier temps des effets de vieillissement dus à l'environnement qui sont la température et l'humidité, sur les constituants élémentaires du composite qui sont les fibres et la matrice à travers le modèle de Tsai. Le comportement des Structures est ensuite étudié à travers l'étude des propriétés élastique et l'évolution de la rigidité en fonction du temps. Les structures étudiées sont considérées fissurées, soumises à des efforts de traction et compression et sous l'effet de conditions environnementales différentes, en fonction du temps.

L'étude accomplie utilise deux méthodes, la méthode de diffusion de cisaillement et la méthode d'HASHIN. La méthode de diffusion de cisaillement Shear Lag s'intéresse à l'étude

du champ de déplacement (parabolique ou progressif), alors que la méthode d'HASHIN étudie le champ de contraintes statiquement admissible minimisant l'énergie complémentaire. Une comparaison entre ces deux méthodes sera établie.

Pour l'accomplissement de cette étude, les étapes successives suivantes ont été suivies:

1. Une étude bibliographique sur les différents modes de fissurations, qui sont générées par les effets de vieillissement hygrothermique des stratifiés croisés était nécessaire. Cette étude nous a permis d'orienter notre recherche.

2. Il est judicieux de comprendre le processus hygrothermique au niveau microscopique de la matrice et des fibres. Ainsi le deuxième chapitre présente une synthèse générale concernant l'influence de la reprise d'humidité et les effets de vieillissement qui sont dus à la température et à l'humidité, sur les composites à matrice polymère. Le modèle de Tsai modélisant le vieillissement est aussi donné ainsi des résultats sur les caractéristiques mécaniques vieillis.

3. Comme l'étude s'intéresse aux stratifiés croisés fissurés, le troisième chapitre concerne la résolution du problème d'élasticité et de la rigidité, qui consiste à rechercher, dans une cellule élémentaire, le champ des déplacements par la méthode de diffusion de cisaillement ou le champ de contraintes statiquement admissible minimisant l'énergie complémentaire par la méthode d'Hashin

4. Dans le quatrième chapitre, nous représenterons les résultats obtenus par la simulation du comportement mécanique d'un composite fissurée et sous sollicitation.

5. Dans le cinquième chapitre, on donne la représentation du comportement de la rigidité dans un matériau composite croisé et fissuré, soumis à des sollicitations de traction et sous différentes conditions hygrothermiques.

Nous terminerons par une conclusion générale et des perspectives futures.

CHAPITRE 1 RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE

1.1 Introduction

Les matériaux composites sont caractérisés, par une forte hétérogénéité sur le plan microscopique et une anisotropie prononcée de leurs propriétés mécaniques sur le plan macroscopique. Une utilisation rationnelle de ces matériaux, quelque en soit leur nature soit-elle, exige une bonne compréhension et une modélisation réaliste de leurs propriétés directionnelles.

Dans les années soixante dix, les études réalisées sur la tenue des matériaux composites utilisés dans le transport et le stockage de différents fluides, ont montré que malgré une très bonne tenue à la corrosion, les matériaux composites à matrice polymère pouvaient être fortement altérés par les facteurs environnementaux tels que la température, l'humidité ambiante, les rayons ultraviolets, l'immersion dans certains fluides.

Dans le domaine aéronautique, le cas est d'autant plus important qu'illustratif. Les structures aéronautiques sont réalisées en grandes parties par des composites à matrice polymère, et elles évoluent dans des conditions d'environnement variables, en termes d'altitudes, de vitesses, de températures et d'humidité.

En effet, il s'est avéré que les propriétés mécaniques de certaines matrices polymères pouvaient être modifiées, suite à une exposition prolongée dans une atmosphère humide et à température variable. L'évolution de ces propriétés avec le temps sous différentes conditions d'utilisation, conditions auxquelles les structures seront confrontées durant leur service, a grandement attisé la curiosité de nombreuses études et recherches scientifiques, en vue de connaître avec précision la durabilité de la structure composite et de garantir ainsi sa fiabilité.

1.2 Problématique

Afin d'évaluer quantitativement le comportement mécanique d'un composite sous sollicitation, il est important de connaître le champ de contraintes dans le composite endommagé. Le problème à résoudre en premier lieu est celui de l'élasticité et de la rigidité en fonction de la densité de fissuration sur un stratifié croisé fissuré. Comme tout problème d'élasticité, sa résolution exacte consiste à rechercher, dans une cellule élémentaire, le champ des déplacements et le champ des contraintes qui satisfont en chaque point les équations d'équilibre, les relations déformations déplacements, et les conditions de compatibilité.

En deuxième lieu, le problème à résoudre est celui du comportement du matériau composite fissuré sous l'effet de la température et l'humidité. Le modèle de Tsai [18] est utilisé pour déterminer le comportement mécanique du stratifié sous l'effet hygrothermique. Ce modèle tient compte de l'évolution de la température de transition en fonction de l'humidité.

Enfin, la dernière étape est de résoudre l'équation de diffusion qui gère le processus d'absorption et désorption transitoire, appliqué au matériau composite fissuré. Le même modèle de Tsai [18] cité précédemment est utilisé pour simuler les effets hygrothermiques avec une variation de concentration transitoire en fonction de la densité de fissuration. Les propriétés mécaniques du matériau composite fissuré en fonction du temps ont été étudiées pour ce cas.

1.3 Travaux effectués

Du fait même de leur aspect hétérogène et anisotrope, également de leur processus de fabrication, les matériaux composites à matrice organique sont sujets à des endommagements différents, dans leur nature et leur mode de développement, que ceux des matériaux classiques. De manière générale l'endommagement est défini comme un ensemble de changements microstructuraux au sein du matériau qui occasionne une détérioration irréversible plus ou moins importante.

E.A Adda-Bedia, Bouazza, Tounsi et Benzair [35], ont étudié la prévision de la dégradation de la rigidité dans les matériaux composites fissurés. Les résultats obtenus montrent que l'augmentation de la densité de fissuration dans les composites $[\theta_m \setminus 90_n]_s$, engendre une perte de rigidité considérable surtout pour une densité de fissuration supérieure à 1\mm.

A. Megueni, Tounsi et Adda Bedia [12], ont étudié l'évolution du facteur de contrainte sous différentes conditions hygrothermique pour un composite vieilli. Dans un premier temps les résultats montrent que les caractéristiques mécaniques des stratifié vieillis ont un comportement linéaire en fonction de la température et de l'humidité. Pour la modélisation, ils ont étudié le cas d'une plaque 2D modélisée à l'aide d'un code élément fini Franc2D/L, développé à l'université de Kansas (1998). Par la suite une analyse des effets de vieillissement du composite sur le facteur d'intensité de contrainte pour un matériau fissuré et son évolution selon les conditions environnementales, a été accomplie par cette même équipe.

En pratique l'étude du couplage, température- humidité- état de contraintes, est souvent abordée empiriquement par la réalisation de cycles dits de vieillissements, accélérant les effets de certaines conditions de service extrême sur un élément représentatif de la structure réelle. Ces essais, même s'ils peuvent conduire à une appréciation des dommages causés par l'environnement, ne fournissent cependant aucune information sur les mécanismes mis en jeu.

V.Lietard (1998) [2], examina les effets du vieillissement hygrothermique sur le processus de rupture du composite verre/époxy avec et sans chargement mécanique, les résultats montrent que l'eau absorbée par la résine, induit différents mode de rupture : rupture avec déchaussement des fibres, rupture par délaminage avec séparation des couches, rupture partielle en flexion avec délaminage et rupture franche.

J. Nairn et autres [7] soumettent deux stratifiés composites à matrice polymère, $[0/90_2]$, utilisées en construction supersonique par Boeing, le Dupont Avimid K3B polymer/IM7 à fibres de carbone et le PETI5/IM7 à fibres de carbone, à une expérience de vieillissement dont la température varie de 35°C à 95°C. L'augmentation d'eau a un comportement obéissant à la loi de Fick, après saturation un comportement non Fickien est observé. Cette augmentation est due à l'apparition de microfissurations dans les plis à 90° en l'absence de tout chargement

mécanique. L'eau absorbée induit des microfissurations au bout de 1000 heures à 80°C. On note une dégradation dans la durabilité (résistance à la rupture) pour une exposition à l'eau à température élevée.

Kim [10], considéra l'effet de température sur la propagation des fissures dans les polymères, puis examina [11] l'effet de température et d'humidité sur un système graphite/epoxy Thornel 300/Namco 5208. L'expérience a été faite sur les trois stratifiés suivants : $[0_2/\pm 45]_{2s}$, $[90/\pm 45]_{2s}$, et $[0/\pm 45/90]_{2s}$. Les résultats révélèrent que la rigidité à des essais humides à 260°F, est 40% plus faible à la même température mais à sec, l'effet d'humidité et de température combiné, a une influence sur la dégradation de la rigidité dans les stratifiés.

Mercier [9] a traité le vieillissement en milieu humide et l'endommagement par fissuration, de matériaux composites à matrice organique (CMO). La diffusion d'eau dans le matériau (matrice époxy renforcée par des fibres de verre) a été tout d'abord analysée expérimentalement, par détermination des cinétiques d'absorption sous différentes conditions d'humidité. Des baisses de différentes propriétés mécaniques en fonction de la quantité d'eau absorbée, ont été mises en évidence et quantifiées lors d'essais expérimentaux de traction. Les mécanismes physiques à l'origine de ces modifications ont été identifiés. Un mode d'endommagement particulier, la fissuration intra laminaire, ainsi que son couplage avec l'humidité, ont aussi été étudiés expérimentalement. Des différences entre évolutions réversibles et irréversibles des propriétés ont été mises en évidence et analysées en détail.

M. Bouazza, Tounsi, Benzair et Adda Bedia [29] ont proposé un modèle mathématique basé sur la notion de la fonction de perturbation de contrainte appliquée sur les composites croisés et fissurés. Les effets hygrothermiques ont été pris en considération pour évaluer la variation du module longitudinale due aux fissurations transverses. Les résultats obtenus montrent la dépendance de la dégradation des propriétés élastiques avec la densité de fissuration et les conditions hygrothermiques.

K. Amara, Tounsi, Megueni et Adda Bedia [14], ont suivi l'évolution de la fissuration transverse dans les stratifiés croisés vieillis, vu que l'évolution et l'état saturé des fissures

transverses dépendent de plusieurs paramètres comme, les épaisseurs des couches, la nature du chargement et la séquence d'empilement. Ils ont constaté également que les modèles analytiques proposés par de nombreux auteurs, permettent la détermination du module longitudinal du stratifié endommagé, en fonction de la densité de fissures. Une partie aussi importante a été visée par cette étude, elle concerne l'analyse des fissures transverses dans les stratifiés croisés vieilliss. Les propriétés mécaniques de ces matériaux sont bien affectées par les variations de température et d'humidité.

Quand la seule dégradation du pli est la fissuration transverse, comme c'est le cas par exemple dans la séquence $[0,90]_s$, il est possible de comptabiliser le nombre de fissures. On peut ainsi enregistrer la formation de nouvelles fissures et leur évolution au cours du chargement mécanique imposé. Ce n'est qu'à partir de 1977 qu'on observe et étudie systématiquement l'évolution de la densité de fissures. Reifsnider [42] par exemple met en évidence que la densité de fissures croît de façon monotone et atteint un état de saturation. Généralement, la courbe densité de fissures /contrainte appliquée, dont un exemple est donné sur la figure 1.1, est une sigmoïde présentant un seuil d'amorçage. On constate une augmentation continue de la densité de fissures au cours de l'augmentation du niveau de chargement, et enfin un état de saturation où la distance inter fissures est constante (J. Mercier [9]). Cet état signifie que la densité de fissures reste constante malgré une augmentation du niveau de contrainte. Ceci s'observe particulièrement pour les empilements $[0, 90]_n$. Cependant, dans de nombreux cas, la rupture a lieu avant que l'état de fissuration soit stable et il est donc difficile d'évaluer la valeur de la densité à saturation. La définition d'un tel état est d'ailleurs sujet à différentes critique. Selon Peters et Chou [43], il semble que la saturation ne soit jamais complètement atteinte et qu'à une phase d'endommagement brutal succède une production lente, mais continue de fissures. Ces deux modes peuvent s'interpréter comme correspondant à deux modes – respectivement non perturbé et perturbé de redistribution des contraintes entre couche à 0° et couche à 90° . Généralement, en première approximation, on considère que le quasi-plateau correspond à une saturation.

A. Tounsi, Amara et E.A. Adda Bedia [15], ont examiné théoriquement les changements du module de Young longitudinal sur un matériau composite fissuré, en tenant compte de la diminution des propriétés mécaniques des matériaux par la variation de la température et

l'humidité. Les résultats montrent que l'environnement hygrothermique a un effet significatif sur la réduction relative du module de Young longitudinal en présence d'une densité de fissurations importante.

Il est utile de préciser que la cinétique de fissuration dépend notamment de la nature des constituants du composite, et du type d'empilement.

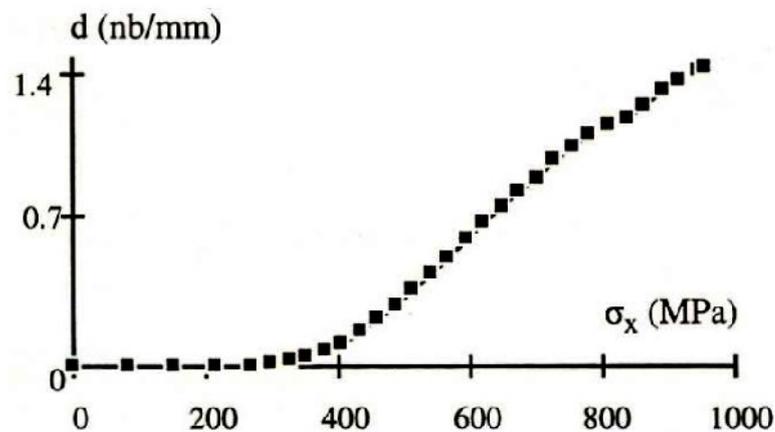


Figure 1.1 : Evolution de la densité de fissures (au sein du pli à 90°) d'un stratifié carbone/époxy de type $(0^\circ, 90^\circ)_s$ en fonction de la contrainte de traction monotone appliquée [9].

Benzair, Maachou, Amara et Tounsi [40], ont étudié l'effet de la densité de fissuration sur les propriétés élastiques du matériau composite à haute température, en utilisant le modèle modifié de Shear Lag qui tient compte du concept de la fonction de perturbation de contraintes. Ce modèle sera utilisé pour évaluer les effets de fissurations transverses dans la réduction de la rigidité des matériaux composites à haute température. Les résultats ont bien montré l'effet d'une haute température et de l'orientation des fibres des couches extérieures dans la dégradation des propriétés mécaniques.

L'étude proposée par Adda Bedia, Bouazza, Tounsi, Benzair et Maachou en 2008 [35] faite sur un matériau composite fissuré $[\theta_m \setminus 90_n]_s$, utilise le modèle Shear Lag modifié pour la prédiction du comportement de la rigidité sur un matériau composite vieillis

hygrothermiquement et pour différents angles d'orientation des fibres. Le modèle de Tsai a été utilisé pour modéliser le vieillissement hygrothermique. Récemment, Tounsi et Amara [30], [15], [14] ont étudié la réduction de la rigidité dans les matériaux croisés vieillis hygrothermiquement par le modèle modifié de Shear Lag en introduisant la fonction de perturbation de contraintes.

1.4 Définition du sujet

Cette étude a été accomplie au Département d'Aéronautique de l'Université de Blida en collaboration avec le Laboratoire de Matériaux et Hydrologie de l'Université de Sidi Bel Abbès, ainsi que le laboratoire des Sciences Aéronautiques de l'université de Blida. Cette étude s'insère également dans un axe de recherche au sein de ces deux laboratoires qui est « L'hygrothermie des composites à matrice polymère »

En effet, plusieurs recherches ont été menées par les équipes conjointement sur les problèmes hygrothermiques des composites à matrice polymère.

Le but de notre travail est d'examiner le comportement des matériaux composites fissurés alternés, et de voir l'évolution de la densité de fissuration ainsi que la rigidité en fonction de conditions hygrothermiques variables. Le modèle modifié de Shear Lag introduisant la fonction de perturbation de contraintes, est utilisé.

L'originalité du travail réside dans le fait que les propriétés mécaniques des matériaux composites fissurés sont déterminées à partir d'un environnement variable, à travers le modèle de Tsai prenant en compte une concentration déterminée à partir de conditions transitoires, en absorption et en désorption, qu'on appellera modèle de Tsai transitoire. Une comparaisons des résultats sur trois modèles de vieillissement à savoir « modèle simplifié », « modèle de Tsai », et « modèle de Tsai transitoire » sera établie à la fin pour pouvoir valider le modèle de vieillissement le plus représentatif. L'approche de l'étude sera faite par la simulation numérique.

CHAPITRE 2

MODELISATION DU VIEILLISSEMENT HYGROTHERMIQUE

2.1 Introduction

Notre étude s'inscrit résolument dans le domaine des fissurations hygrothermiques. Dans ce chapitre nous citerons dans un premier temps les effets du vieillissement hygrothermique sur les matériaux composites à matrice organique. Nous évaluerons par la suite le comportement des propriétés mécaniques, sous l'effet de la température et l'humidité.

Notre approche pour résoudre le problème reste évidemment la simulation numérique. Le modèle qui nous permettra d'introduire le vieillissement et son évolution sur ces propriétés est le modèle de Tsai [18], qui tient compte de l'évolution de la température de transition en fonction de l'humidité. Dans ce chapitre nous désignerons le modèle de Tsai par « Tsai simplifié », car la concentration utilisée dans le modèle n'est pas fonction du temps. (MICATSAI) est le programme fortran établi qui permettra d'accomplir cette partie.

2.2 Phénomène hygrothermiques

Les polymères et composites à matrice polymère, absorbent l'eau quand ils sont immergés ou placés dans une atmosphère humide. L'absorption de l'eau, dépend essentiellement de la nature du polymère, de la température T , et du degré hygrométrique HR ou humidité relative, (par définition, HR est le rapport de la pression de vapeur d'eau à la pression de la vapeur saturante à la même température T). Elle s'effectue essentiellement à travers [23]:

1. la matrice polymère : diffusion et absorption physique de l'eau moléculaire.
2. les microfissures : transport d'eau liquide par condensation capillaire.
3. l'interface fibre/matrice : diffusion, absorption et condensation capillaire.

La molécule d'eau étant une molécule de petites dimensions (rayon atomique 0.096 nm), peut donc aisément, se déplacer à travers le réseau moléculaire du polymère sous l'influence d'un gradient de concentration ; c'est le phénomène de diffusion et les molécules d'eau sont dites diffusantes ou non liées. La molécule d'eau étant polarisée, elle peut se fixer aux groupements hydroxyles ; c'est le phénomène d'absorption physique et les molécules d'eau sont dites liées ou piégées.

La fixation des molécules d'eau sur les chaînes moléculaires a deux conséquences majeures : la diminution de la température de transition vitreuse, et le gonflement du polymère Springer [21].

L'absorption des molécules d'eau par liaison hydrogène, affaiblit la cohésion intermoléculaire et entraîne une réduction des propriétés mécaniques, traduite par une diminution de la température de transition vitreuse. En moyenne, chaque pour-cent du taux d'humidité, provoque une chute d'environ 20° C de la température de transition vitreuse.

2.3 Vieillissement hygrothermique

2.3.1 Vieillissement physique –plastification

Les molécules d'eau peuvent s'insérer dans le réseau tridimensionnel en brisant les liaisons secondaires, type Van der Waals ou liaisons hydrogène, entre les groupes polaires des chaînes macromoléculaires voisines Peyser [32]. Les groupes polaires du polymère vont se lier préférentiellement à une molécule d'eau. La rupture des liaisons entre les chaînes, qui assuraient en bonne partie la rigidité du matériau, va permettre une augmentation de mobilité des chaînes ou des segments de chaînes macromoléculaires. On parle dans ce cas de plastification. Cette mobilité accrue va affecter les propriétés mécaniques et physico-chimiques du polymère. Les propriétés en traction ou cisaillement sont les plus étudiées (module d'Young et de cisaillement) pour l'aspect mécanique, ainsi que l'évolution de la température de transition vitreuse T_g . Dans la majorité des cas, une diminution du module d'Young et du module de cisaillement est constatée ainsi qu'une baisse de T_g .

Le phénomène est réversible. La plastification s'accompagne aussi de gonflement, qui dans le cas des composites, peuvent être responsables de décohésions fibre/matrice.

2.3.2 Vieillissement chimique

Certaines études ont montré que la masse d'un échantillon peut augmenter continuellement lorsque celui-ci est placé dans un environnement très humide. Au cours de l'absorption, les molécules d'eau peuvent remplacer les liaisons hydrogène déjà existantes par des liaisons hydrogène entre l'eau et le polymère. Le résultat de ces interactions chimiques à long terme est la dégradation de la résine et de l'interface par hydrolyse [9].

2.3.3 Effets de l'humidité sur les fibres de verre

La corrosion par l'eau peut donc créer des défauts qui constituent autant de zones de faiblesse. D'autre part, la dissolution par l'eau de certains éléments de la fibre, ou de la résine, peut créer un milieu corrosif qui accentue la dégradation du verre.

Cependant, les observations mentionnées ci-dessus concernent la plupart du temps les fibres de verre seules. Les fibres dans un matériau composite sont protégées par un agent de couplage et par la résine. Une attaque chimique du verre est donc rarement mise en évidence lors d'exposition à des environnements humides ou même en immersion. Cependant, certains auteurs mettent en cause les fibres dans la baisse des propriétés mécaniques en immersion dans de l'eau à 80°C.

Les processus de dégradation invoqués sont bien l'hydrolyse des fibres et l'attaque chimique de l'agent de couplage. De même Ashbee [44] a observé, dans des composites verre-polyester, des fibres de verre sévèrement attaquées, mais après des immersions de plusieurs centaines d'heures dans l'eau bouillante, ce qui représente un vieillissement très sévère.

Dans le cas de vieillissement en milieu humide, la sensibilité des fibres de verre, au sein d'une résine, se situe à leur interface : les fibres n'absorbent pas d'eau et un gonflement différentiel se produit lorsque la matrice en absorbe. Si l'adhésion entre la fibre et la matrice est insuffisante, une décohésion par rupture des liaisons chimiques dans l'interphase du

matériau se produit, augmentant la vitesse de pénétration de l'eau dans le matériau par les vides créés, ce qui accélère le mécanisme de dégradation.

L'attaque des fibres sera conditionnée par des dégradations de la résine et/ou de l'interface fibre-matrice. La plupart des auteurs considèrent finalement la dégradation des fibres au sein d'une résine comme négligeable. En tout cas, les pertes de propriétés (dues à l'eau) dans le sens des fibres sont négligeables par rapport à celles dans les autres directions, qui sont plus sensibles aux qualités de la résine ou de l'interface.

2.4 Caractérisation du matériau

Un matériau est caractérisé principalement par ses modules mécaniques qui peuvent être déterminés expérimentalement. Par exemple plusieurs essais de traction sont nécessaires pour déterminer les différents modules d'élasticité du pli élémentaire d'un composite à fibres continues. Le module d'Young ou module d'élasticité longitudinal et le coefficient de Poisson sont mesurés par un essai de traction monotone sur un unidirectionnel pour un empilement à 0°. Le module d'élasticité transversal est mesuré par un essai de traction monotone sur un unidirectionnel pour un empilement à 90°. Enfin le module de cisaillement est mesuré par un essai de traction monotone sur un unidirectionnel pour un empilement à 45°.

Nous allons devoir choisir les modèles des différents modules qui nous permettront de faire la caractérisation de notre matériau. Le module de Young longitudinal et le coefficient de Poisson sont pris d'après les modèles correspondant à ceux issus de la loi des mélanges. Le module de Young transversal et le coefficient de Poisson, sont pris selon le modèle correspondant à celui de la loi des mélanges modifiée par Hahn décrit en référence [18]. Ce modèle a également été adopté dans les travaux de Sereir et autres [22].

Soit ci-dessous le choix du modèle semi-empirique pour l'évaluation des propriétés du composite en fonction des volumes des fibres [38].

2.4.1 Le module de Young dans la direction des fibres

$$E_x = E_m \cdot V_m + E_{fx} \cdot V_f \quad (2.1)$$

2.4.2 Le module de Young transversal

La relation micromécanique modifiée par Hahn [18] pour le graphite époxy T300/5208 du module de Young transversal est :

$$E_y = \frac{1 + 0.516(V_m / V_f)}{\frac{1}{E_{fy}} + \frac{0.516(V_m / V_f)}{E_m}} \quad (2.2)$$

2.4.3 Le module de cisaillement longitudinal

De même la relation micromécanique modifiée par Hahn [18] pour le graphite époxy T300/5208 du module de Young transversal est :

$$G_{xy} = \frac{1 + 0.316(V_m / V_f)}{\frac{1}{G_{fx}} + \frac{0.316(V_m / V_f)}{G_m}} \quad (2.3)$$

$$\text{Avec } G_m = \frac{E_m}{2(1 + \nu_m)} \quad (2.4)$$

2.4.4 Le coefficient de Poisson

$$\nu_{xy} = \nu_m V_m + \nu_{fx} V_f \quad (2.5)$$

La comparaison des valeurs des modules obtenues par ces modèles avec ceux donnés par Tsai [18], donne d'excellents résultats voir tableau 2.3.

2.5 Introduction du vieillissement sur les propriétés mécaniques du matériau et le modèle de Tsai

Cette partie constitue un aspect fondamental de notre recherche. Le but à travers ce qui suit est la quantification du vieillissement puis l'observation de ses effets sur les propriétés

mécaniques du matériau. On va devoir présenter le modèle qui nous permettra d'introduire le vieillissement et son évolution sur ces propriétés.

Le modèle correspond à celui décrit par Tsai [18] et tient compte de l'évolution de la température de transition en fonction de l'humidité, puis l'évolution des propriétés élémentaires des fibres et de la matrice en fonction de la température et de l'humidité.

La particularité du modèle est que le vieillissement de la fibre est bien pris en considération. Cependant, la plupart des études considèrent cette dégradation comme négligeable, notamment par rapport à la dégradation de la matrice et de l'interface.

L'établissement d'une loi globale à toutes les conditions de vieillissement, particulièrement la quantité d'eau absorbée, permet de relier la baisse des constants élastiques du matériau composite. à une propriété physico-chimique du matériau (de la résine époxy) et faire le lien entre différentes échelles d'observations. L'aspect relationnel décrivant les mécanismes physiques à l'origine de ces évolutions est décrit ci-dessous.

2.5.1 Evolution de Tg au cours du vieillissement

Le paramètre Tg est un paramètre quantitatif du phénomène de vieillissement, c'est aussi une caractéristique importante des polymères et représente la transition entre le domaine vitreux et le domaine caoutchoutique du matériau [31]. La technique qui permet de suivre l'évolution de la température de transition vitreuse au cours du vieillissement hygrothermique est la DMTA (Differential Mechanical Thermal Analysis), Mercier [9]. Evidemment cette technique est souvent utilisée dans les études expérimentales de vieillissement, pour le suivi de Tg.

La transition vitreuse est une des caractéristiques les plus importantes des polymères, pendant laquelle le matériau passe progressivement d'un état vitreux (rigide) à un état caoutchouteux. Cette transition du second ordre s'étale sur un domaine de température de 10°C à 20°C. La température de transition vitreuse Tg est fortement influencée par la composition, l'état de cuisson de la résine mais aussi par des facteurs extérieurs telle que la présence de liquide dans le réseau moléculaire.

L'application de notre étude se fera sur le graphite époxyde T300/5208. La température de transition vitreuse à une température de référence de 22°C est de $T_g=160^\circ\text{C}$, Tsai [16]. On sait que l'absorption d'humidité entraîne la diminution de la température de transition. Les observations de nombreux auteurs telque Ghorbel [31], confirment une baisse de la T_g d'environ 20°C en humidité relative et de 30°C en immersion. Cette température est d'autant plus décalée vers des températures plus faibles que les conditions de vieillissement sont sévères. La première partie d'analyse doit permettre de suivre l'évolution de la température de transition vitreuse T_g au cours du vieillissement. Tsai [16] assume qu'une absorption d'humidité induit une diminution de la température de transition d'une quantité gc :

$$T_g = T_g^0 - gc \quad (2.6)$$

2.5.2 Température adimensionnelle

Tsai [16] propose la notion de la température adimensionnelle T^* , qui est un élément essentiel pour l'évaluation des caractéristiques du composite :

$$T^* = \frac{T_g - T_{opr}}{T_g - T_{rm}} \quad (2.7)$$

On voit l'effet de la température à travers T_{opr} qui est la température d'utilisation ainsi que l'effet de la concentration à travers la température de transition. T_{rm} étant la température de référence.

2.5.3 Prise en compte du vieillissement dans les propriétés de la matrice

Tsai [18] relie la température adimensionnelle T^* , pour déterminer empiriquement les expressions des propriétés de la matrice, en fonction de la température et de l'humidité avant et après le vieillissement, pour le carbone époxyde T300/5208.

$$\frac{E_m}{E_m^0} = (T^*)^a \quad (2.8a)$$

$$\frac{G_m}{G_m^0} = G_m^0 (T^*)^a \quad (2.8b)$$

$$\frac{v_m}{v_m^0} = v_m^0 (T^*)^a \quad (2.8c)$$

a : étant une constante semi empirique [18], donnée dans le tableau 2.2

2.5.4 Prise en compte du vieillissement dans les propriétés des fibres

Les propriétés des fibres en fonction de la température et de la concentration s'expriment aussi en fonction de la température adimensionnelle.

$$\frac{E_{fx}}{E_{fx}^0} = (T^*)^f \quad (2.9a)$$

$$\frac{E_{fy}}{E_{fy}^0} = (T^*)^f \quad (2.9b)$$

$$\frac{G_{fx}}{G_{fx}^0} = (T^*)^f \quad (2.9c)$$

$$\frac{v_{fx}}{v_{fx}^0} = (T^*)^f \quad (2.9d)$$

f : étant une constante. a étant une constante semi-empirique [18], donnée dans le tableau 2.2

2.5.5 Organigramme

On a élaboré notre programme de simulation numérique en se basant sur l'organigramme présenté ci-dessous :

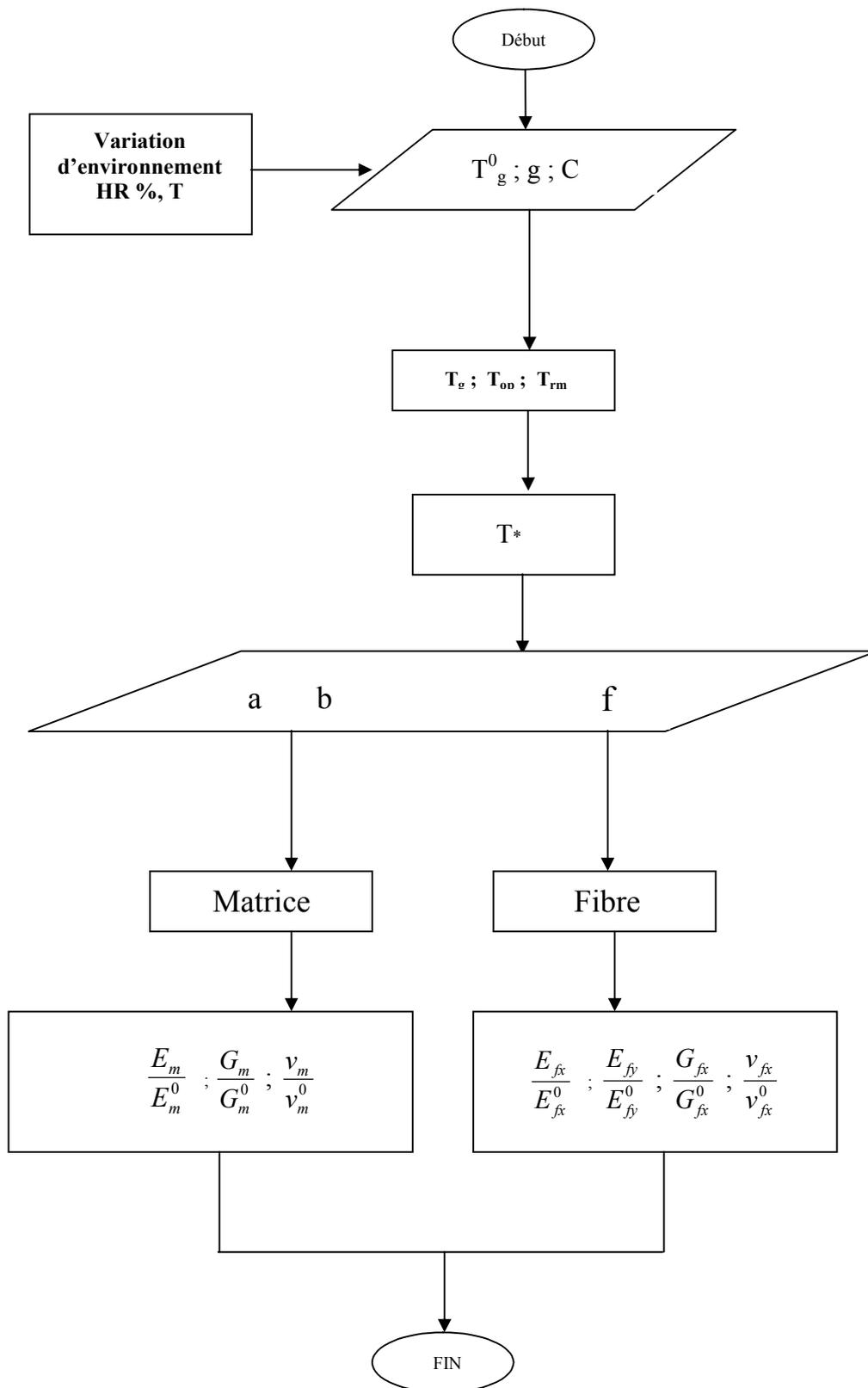


Figure 2.1 : Organigramme du calcul des propriétés vieilles par MICATSAI

Après le choix du modèle, nous avons établi un programme en fortran qui permet l'évaluation des propriétés mécaniques lors du vieillissement hygrothermique, appelé MICATSAI .for. Ce programme correspond à l'organigramme en figure 2.1.

2.5.6 Propriétés du T300/5208 [23]

L'application de notre étude se fera sur le T300/5208. Le T300 est la fibre de carbone et le N5208 est la résine. Nous présentons ci-dessous sous forme de tableaux les caractéristiques de ce type de matériau, ainsi que les caractéristiques de la matrice époxyde et des fibres de carbone :

Tableau 2.1 : Caractéristiques de fibres et matrice du T300/5208, [18]

| E_{fx} (Gpa) | E_{fy} (Gpa) | ν_{fx} | E_m (Gpa) | ν_m | G_m (Gpa) | G_{fx} (Gpa) | V_f |
|----------------|----------------|------------|-------------|---------|-------------|----------------|-------|
| 259 | 18.69 | 0.25 | 3.4 | 0.35 | 1.26 | 19.69 | 0.7 |

Tableau 2.2 Caractéristiques de variation de température et d'humidité, [18]

| $T^{\circ}g(^{\circ}C)$ | $T_{im}(^{\circ}C)$ | $g(^{\circ}C/c)$ | a | b | c | f | h | e |
|-------------------------|---------------------|------------------|-----|-----|-----|------|------|-----|
| 160 | 22 | 2000 | 0.5 | 0.2 | 0.9 | 0.04 | 0.04 | 0.2 |

Tableau 2.3 Propriétés du T300/5208 $T_r=22^{\circ}C$, [18]

| | E_x (Gpa) | E_y (Gpa) | ν_{xy} | G_{xy} (Gpa) | α_x ($10^{-6} K^{-1}$) | α_y ($10^{-6} K^{-1}$) | β_x | β_y |
|---------------------------|-------------|-------------|------------|----------------|------------------------------------|------------------------------------|-----------|-----------|
| Tsai | 181 | 10.3 | 0.28 | 7.17 | 0.02 | 22.5 | 0 | 0.6 |
| Loi des mélanges modifiée | 181.3 | 10.305 | 0.28 | 7.169 | 0.023 | 23.5 | 0 | 0.62 |

Tableau 2.4 Caractéristiques de diffusion du T300/5208, [18]

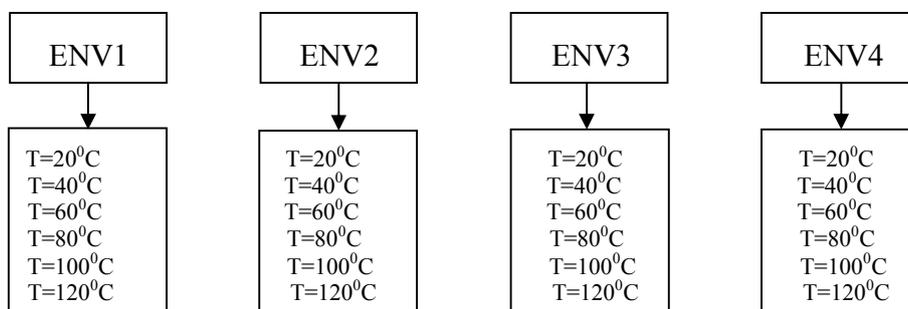
| Type de Matériau | Température | humidité relative | D (mm ² /s) | Cmax |
|------------------|-----------------|-------------------|-------------------------|------|
| T300/5208 | 20 ⁰ | 100 | 2.27 x 10 ⁻⁸ | 1.5 |

2.5.7 Conditions de simulation

Nous choisissons quatre environnements différents en termes d'humidité relative. Chaque environnement considère des températures d'utilisation variables de 20°C à 120°C. et cette dernière correspond aussi à la température de post cuisson pris par Tsai [18].

Tableau 2.5 : Choix des environnements

| Environnements | Humidité relative | Concentration C=0.015 (HR)% |
|----------------|-------------------|--------------------------------|
| ENV1 | HR1=0% | C=0 |
| ENV2 | HR2=33% | C=0.005 |
| ENV3 | HR3=66% | C=0.01 |
| ENV4 | HR4=100% | C=0.015 |



2.5.8 Variation des modules mécaniques

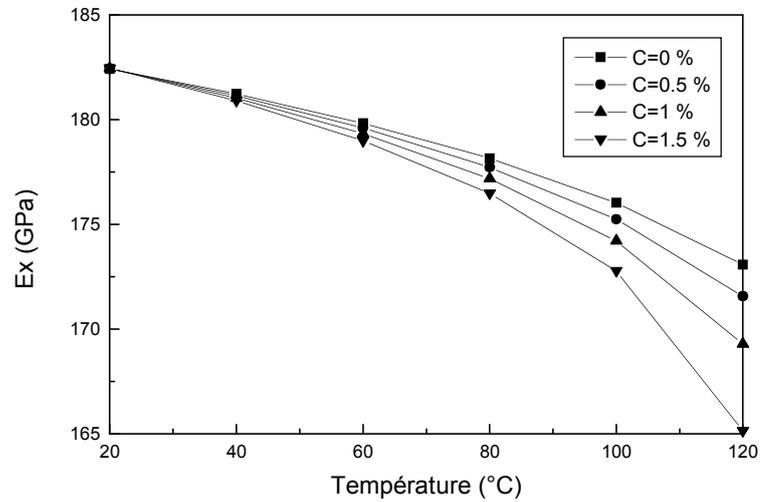


Figure 2.2 : Effet de la variation de température sur le module de Young longitudinal pour le T300/5208 à différents niveaux de concentration.

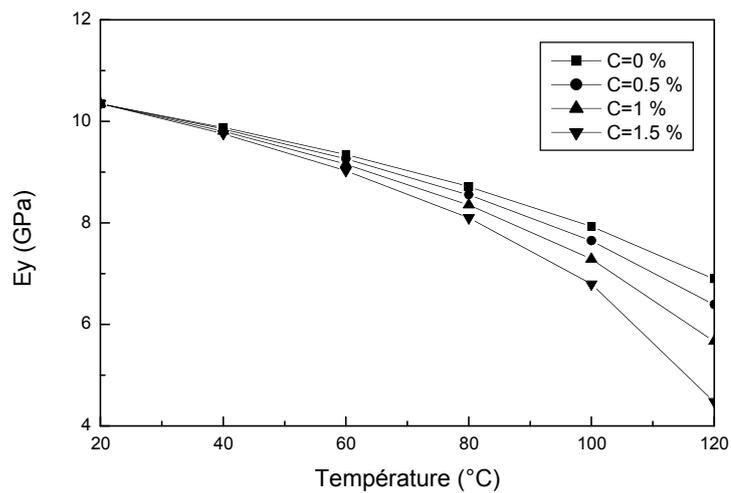


Figure 2.3 : Effet de la variation de température sur le module de Young transversal pour le T300/5208 à différents niveaux de concentration.

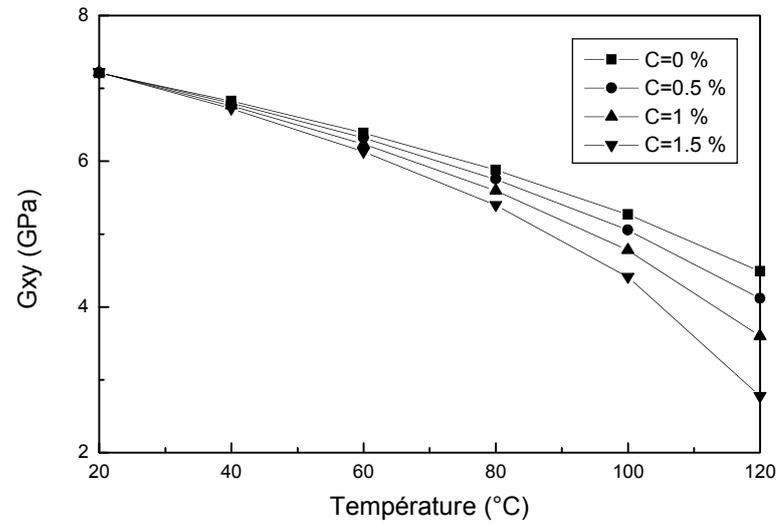


Figure 2.4 : Effet de la variation de température sur le module de cisailment longitudinal pour le T300/5208 à différents niveaux de concentration.

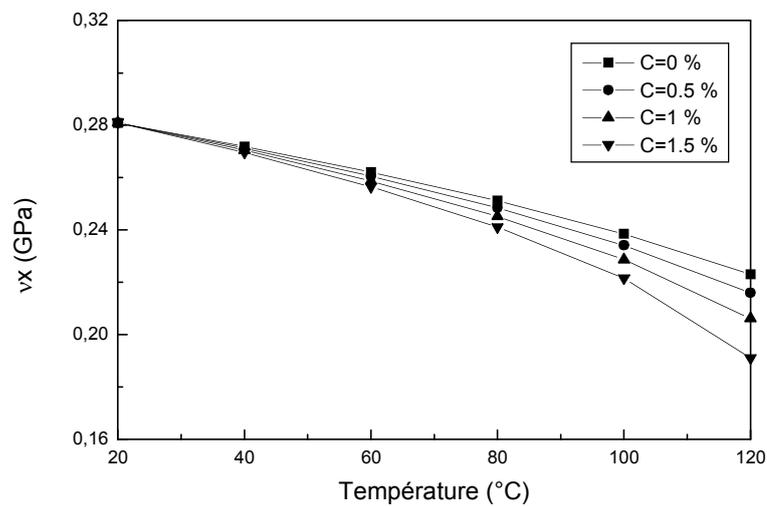


Figure 2.5 : Effet de la variation de température sur le coefficient de Poisson longitudinal pour le T300/5208 à différents niveaux de concentration.

2.5.9 Variations des taux de réduction des modules mécaniques

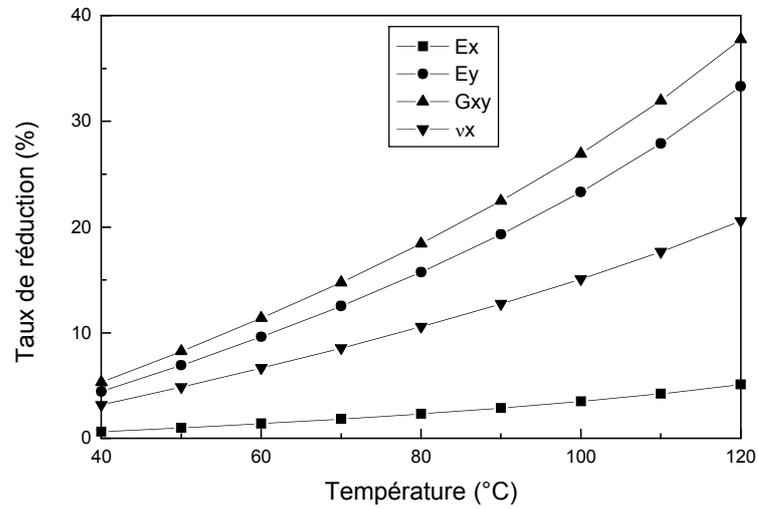


Figure 2.6 : Taux de réduction des propriétés mécaniques en fonction de la température à C=0% pour le T300/5208.

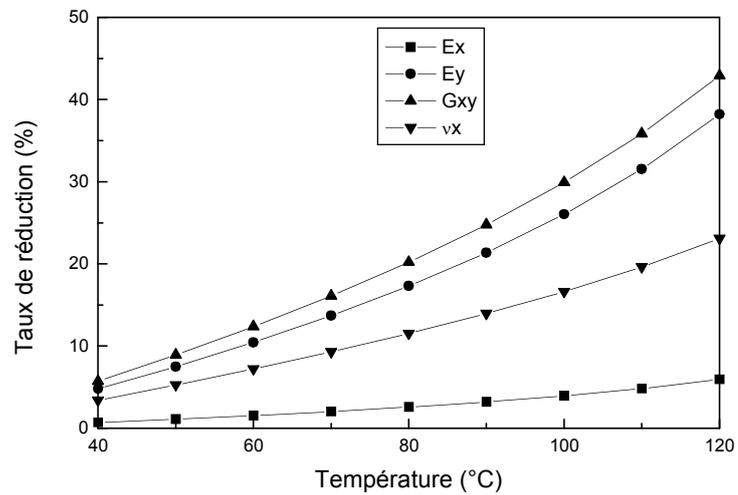


Figure 2.7 : Taux de réduction des propriétés mécaniques en fonction de la température à C=0.5% pour le T300/5208.

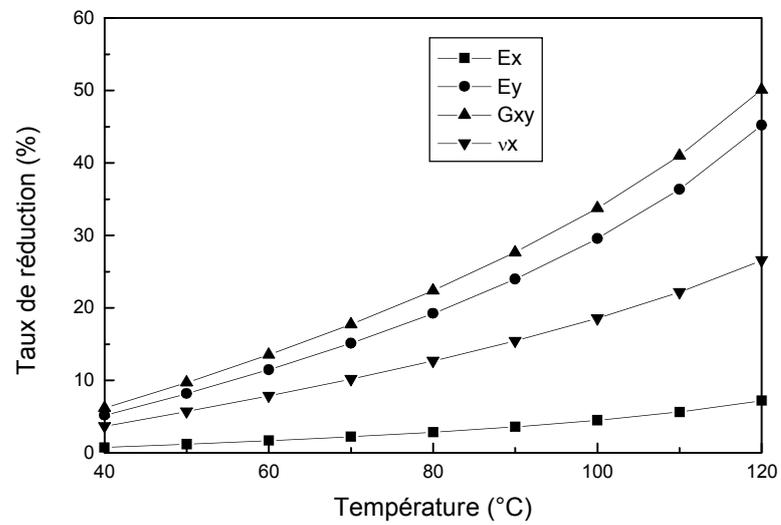


Figure 2.8 : Taux de réduction des propriétés mécaniques en fonction de la température à C=1% pour le T300/5208.

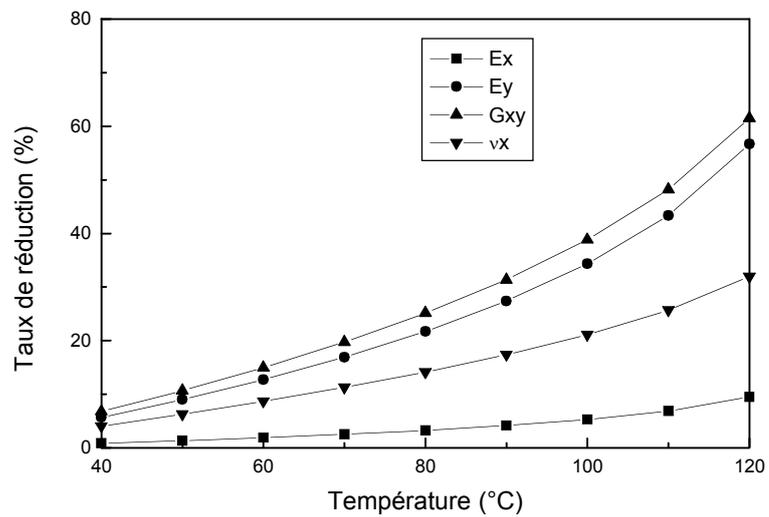


Figure 2.9 : Taux de réduction des propriétés mécaniques en fonction de la température à C=1.5% pour le T300/5208.

2.6 Interprétations

2.6.1 Effets de la température

Afin d'affiner l'analyse des effets d'humidité et de température, nous avons déterminé le taux de réduction des modules mécaniques à différentes températures pour différentes concentrations. Les figures 2.6 à 2.9 montrent clairement que les réductions du module d'élasticité transversale et le module de cisaillement plan sont amplement plus importantes que les réductions du module d'élasticité longitudinal et du coefficient de Poisson. Le module de Young longitudinal est le moins affecté.

L'augmentation de la température engendre une chute des différents modules d'élasticité [4,5]; le module de Young longitudinal, le module de Young transversal, le module de cisaillement et le coefficient de Poisson, voir figures 2.6 à 2.9. Sur les différentes figures nous observons une accélération de la réduction des caractéristiques mécaniques à partir de 80°C. Le module de Young transversal et le module de cisaillement longitudinal sont les plus affectés par l'effet de température.

En fait, ces réductions représentent la chute de rigidité. Nous constatons une réduction de la rigidité transversale de l'ordre de 56% lorsque la température atteint 120°C à une concentration initiale $C=0.015$. La rigidité en cisaillement se réduit considérablement aussi, elle est autour de 61% pour une température de 120°C et une concentration de $C=0.015$. Ces résultats sont en accord avec les obtenus dans la référence [23].

2.6.2 Effets de la concentration

Pour une même température et à différents niveaux de concentration voir tableau 2.6, pour $T=60^\circ\text{C}$ et à $C=0\%$, $C=0.05\%$, $C=1\%$, $C=1.5\%$, plus la concentration est élevée, plus le taux de dégradation est élevé, exemple le cisaillement longitudinal chute de 3.58 % lorsque la concentration passe de $C=0\%$ à $C=1.5\%$. Le module de Young transversal quand à lui chute de 3.1% lorsque la concentration passe de $C=0\%$ à $C=1.5\%$.

Le tableau 2.7 montre une comparaison à une température de 120°C des taux de dégradation des modules à différentes concentrations. La combinaison d'une température et d'un haut niveau d'humidité contribuent à réduire les propriétés mécaniques du graphite/époxyde T300/5208. L'effet de température est plus prononcé pour une concentration élevée.

L'influence de la concentration d'humidité et celle de la température sont similaires. Les tableaux des résultats montrent, que pour une concentration d'humidité donnée, plus la température est élevée plus la dégradation est importante. Les caractéristiques mécaniques les plus sensibles sont l'élasticité transversale et le cisaillement longitudinal. Ceci permet de prévoir que l'effet combiné température humidité aura une conséquence visible sur les contraintes transversales et sur le cisaillement plan.

Tableau 2.6 : Taux de réduction des propriétés mécaniques T=60°C, C=0%, C=0.15%, C=1%, C=1.5%.

| Conditions | Ex % | EY% | Gxy% | vxy% |
|----------------|------------|-------------|-------------|------------|
| 60 °C , C=0% | 1.41654513 | 9.61359376 | 11.38891074 | 6.66422591 |
| 60 °C , C=0.5% | 1.54185898 | 10.45378259 | 12.36486522 | 7.21428609 |
| 60 °C , C=1% | 1.69303811 | 11.46469627 | 13.53503984 | 7.86972382 |
| 60 °C , C=1.5% | 1.87915523 | 12.70499889 | 14.96465225 | 8.66453978 |

Tableau 2.7 : Taux de réduction des propriétés mécaniques T=120°C, C=0%, C=0.15%, C=1%, C=1.5%

| Conditions | Ex % | EY% | Gxy% | vxy% |
|-----------------|------------|-------------|-------------|-------------|
| 120 °C , C=0% | 5.12217920 | 33.31734193 | 37.76045046 | 20.57481815 |
| 120 °C , C=0.5% | 5.95285691 | 38.21068394 | 42.91190310 | 23.10510406 |
| 120 °C , C=1% | 7.20129699 | 45.20230029 | 50.10431180 | 26.57025634 |
| 120 °C , C=1.5% | 9.47314897 | 56.69454191 | 61.50655874 | 31.97231014 |

La matrice et les interfaces fibre matrice sont les plus attaquées par l'eau, alors que les fibres semblent garder la majorité de leur intégrité. Les baisses du module transversal sont donc attribuées au phénomène de plastification de la matrice par les molécules d'eau, décrit précédemment. C'est en effet la matrice qui est sollicitée, de même le module de cisaillement G_{xy} qui baisse de manière importante, caractérise la dégradation des liaisons au niveau de l'interface fibre matrice.

2.7 Validation des résultats

Nos résultats sont en bon accord avec les résultats obtenus par Benkhedda [23] où il apparaît communément une baisse de rigidité dans le sens transversal et en cisaillement des composites unidirectionnels. Les résultats sont aussi en bon accord avec les travaux expérimentaux de Ghorbel [31] ; Shen et Springer [6].

Nous avons exposé un modèle qui permet la simulation du vieillissement. Les propriétés mécaniques du composite peuvent être obtenues pour n'importe quelle condition de température et d'humidité. L'interprétation physico-chimique des résultats des effets de température et d'humidité sur les propriétés mécaniques est assez complexe. Nos résultats montrent que pratiquement chaque propriété du matériau est susceptible d'être affectée par un vieillissement humide et thermique. Cependant l'aspect micro analytique ne pourra déterminer ce qui se passe au cœur du matériau. Les conditions hygrothermiques peuvent elles avoir un effet sur l'évolution des microfissures, c'est dans ce sens que l'on orientera cette étude dans les prochains chapitres.

CHAPITRE 3

MODELISATION DE LA FISSURATION TRANSVERSE

3.1 Introduction

La fissuration transverse se manifeste dans les couches dont les fibres sont désorientées par rapport à la direction de sollicitation. Les fissures apparaissent dans la matrice ou à l'interface entre fibre matrice, et se propagent parallèlement aux fibres.

En conséquence, la qualité de l'interface fibre matrice joue un rôle important dans le développement de la fissuration transverse. Les fissures partent le plus souvent des bords du matériau, bien que les surcontraintes locales dues à un défaut dans la matrice puissent à l'occasion en être la cause. Les contraintes résiduelles de cuisson, dues au processus de fabrication du stratifié, peuvent également être à l'origine de la création de nouvelles fissures transverses.

La modélisation de la fissuration transverse est proposée par un schéma appelé modèle de transfert du chargement par cisaillement, schéma qui est en fait l'application à la fissuration transverse de l'analyse de transfert de charge entre fibre et matrice. Ces analyses sont basées sur des hypothèses que le chargement mécanique est transféré entre les couches 0° et 90° par l'intermédiaire d'une couche fine située à l'interface entre les couches. Les modèles de transfert du chargement par cisaillement supposent que le déplacement longitudinal est constant à travers toute l'épaisseur des couches orientées à 0° . Ils conduisent à des contraintes de cisaillement transverse nulles. Cette hypothèse simplifie grandement les analyses, mais elle n'est pas très réaliste puisque les modules de cisaillement transverse des couches à 0° et 90° sont du même ordre de grandeur [13].

Dans ce chapitre, nous avons étudié deux modèles pour analyser la fissuration transverse des composites à couches croisées, un modèle de diffusion de cisaillement (Shear lag) et un modèle d'Hashin.

3.2 Méthode de diffusion de cisaillement

Le problème à résoudre est celui du problème d'élasticité du stratifié croisé fissuré. Comme tout problème d'élasticité, sa résolution exacte consiste à rechercher, dans la cellule élémentaire le champ des déplacements et le champ des contraintes qui satisfont en chaque point les équations d'équilibre, les relations déformations déplacements, les conditions de compatibilité, les conditions de continuité aux frontières et les lois de comportement dans les couches à 0° et à 90° . L'approche déplacement recherche un champ de déplacement vérifiant l'ensemble de ces relations.[13]

3.2.1 Champs de déplacements

La géométrie de la cellule élémentaire est caractérisée par l'épaisseur $2 \cdot t_{90}$ de la couche à 90° , l'épaisseur t_0 de la couche à 0° et la distance $2 \cdot l_0$ entre deux fissures consécutives (Figure 3.1).

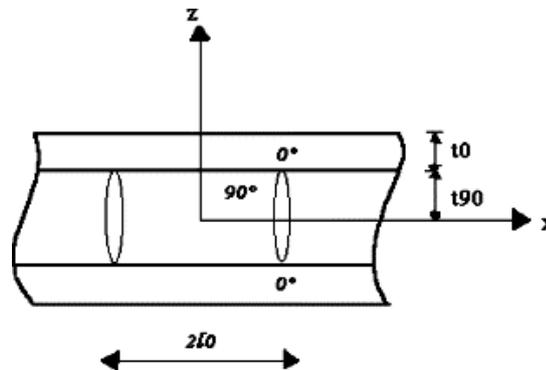


Figure 3.1 : fissuration transverse et cellule élémentaire

Ainsi nous avons exprimé les déplacements longitudinaux sous la forme [13]:

$$u_0(x, z) = \bar{u}_0(x) + f(z)A_0(x) \quad (3.1)$$

$$u_{90}(x, z) = \bar{u}_{90}(x) + \left(z^2 - \frac{t_{90}^2}{3}\right)A_{90}(x) \quad (3.2)$$

Où $\bar{u}_0(x)$ et $\bar{u}_{90}(x)$ sont respectivement les valeurs moyennes (évaluées dans l'épaisseur des couches) des déplacements longitudinaux $u_0(x, z)$ et $u_{90}(x, z)$ dans les couches à 0° et à 90° . Soit :

$$\bar{u}_0(x) = \frac{1}{t_0} \int_{t_{90}}^{t_0+t_{90}} u_0(x, z) \cdot dz, \quad (3.3)$$

$$\bar{u}_{90}(x) = \frac{1}{t_{90}} \int_{-t_{90}}^{t_{90}} u_{90}(x, z) \cdot dz, \quad (3.4)$$

La relation (3.4) exprime la variation parabolique du déplacement longitudinal dans l'épaisseur de la couche à 90° . La variation parabolique dans l'épaisseur de la couche à 0° est considérée dans le cas d'une analyse parabolique complète [25] étendue aux deux couches.

Les fonctions $\bar{u}_0(x)$, $\bar{u}_{90}(x)$, $A_0(x)$, $A_{90}(x)$ et $f(z)$ sont déterminées. La relation (3.4) est vérifiée par le choix (3.2) de $u_{90}(x, z)$ alors que la relation (3.3) impose que la fonction $f(z)$ vérifie la relation :

$$\int_{t_{90}}^{t_0+t_{90}} f(z) \cdot dz = 0 \quad (3.5)$$

Ensuite, la condition de continuité sur les déplacements entre les couches à 0° et à 90° :

$$u_0(x, \pm t_{90}) = u_{90}(x, \pm t_{90}) \quad (3.6)$$

Impose la relation :

$$\bar{u}_0(x) + f(t_{90}) \cdot A_0(x) = \bar{u}_{90}(x) + \frac{2}{3}t_{90}^2 \cdot A_{90}(x) \quad (3.7)$$

3.2.2 Contraintes de cisaillement

Les contraintes de cisaillement dans les deux couches sont données par :

$$\sigma_{xz}^0 = G_{xz}^0 \cdot \gamma_{xz}^0 \quad (3.8)$$

Avec
$$\sigma_{xz}^{90} = G_{xz}^{90} \cdot \gamma_{xz}^{90} \quad (3.9)$$

$$\gamma_{xz}^i = \frac{\partial u_i}{\partial z} + \frac{\partial w_i}{\partial x}, \quad i = 0, 90 \quad (3.10)$$

Où G_{xz}^0 et G_{xz}^{90} sont les modules de cisaillement transverse respectivement des couches à 0° et 90° .

Le modèle néglige ensuite la variation suivant x du déplacement transverse w_i conduisant à :

$$\gamma_{xz}^i \approx \frac{\partial u_i}{\partial z} \quad (3.11)$$

Par conséquent, les contraintes de cisaillement s'expriment comme suit :

$$\sigma_{xz}^0 = G_{xz}^0 \cdot f'(z) \cdot A_0(x) \quad (3.12)$$

$$\sigma_{xz}^{90} = 2 \cdot z \cdot G_{xz}^{90} \cdot A_{90}(x) \quad (3.13)$$

Où

$$f'(z) = \frac{\partial f}{\partial z} \quad (3.14)$$

Les contraintes dans la cellule élémentaire doivent satisfaire les conditions aux frontières ainsi que les conditions de continuité et de symétrie :

$$\sigma_{xz}^{90}(x, 0) = 0 \quad (3.15)$$

$$\sigma_{xz}^{90}(x, \pm t_{90}) = \sigma_{xz}^0(x, \pm t_{90}) \quad (3.16)$$

$$\sigma_{zz}^{90}(x, \pm t_{90}) = \sigma_{zz}^0(x, \pm t_{90}) \quad (3.17)$$

$$\sigma_{xz}^0(x, t_0 + t_{90}) = 0 \quad (3.18)$$

$$\sigma_{zz}^0(x, t_0 + t_{90}) = 0 \quad (3.19)$$

$$\sigma_{xx}^{90}(\pm l, z) = 0 \quad (3.20)$$

$$\sigma_{xz}^{90}(\pm l, z) = 0 \quad (3.21)$$

Les conditions (3.18) sur la frontière latérale impose que :

$$f'(t_0 + t_{90}) = 0 \quad (3.22)$$

Et la condition de continuité (3.16) de la contrainte de cisaillement à l'interface entre les couches à 0° et 90° conduit à :

$$A_0(x) = 2 \frac{G_{xz}^{90} t_{90}}{G_{xz}^0 f'(t_{90})} A_{90}(x) \quad (3.23)$$

En combinant les équations (3.7) et (3.23) nous obtenons l'expression des déplacements moyens :

$$\overline{u}_0(x) - \overline{u}_{90}(x) = \left[\frac{2}{3} t_{90}^2 - 2 \frac{G_{xz}^{90} t_{90} f(t_{90})}{G_{xz}^0 f'(t_{90})} \right] A_{90}(x) \quad (3.24)$$

La contrainte de cisaillement $\tau(x)$ à l'interface entre les couches à 0° et à 90° est :

$$\tau(x) = \sigma_{xz}^{90}(x, t_{90}) \quad (3.25)$$

$$\tau(x) = 2G_{xz}^{90} t_{90} \cdot A_{90}(x) \quad (3.26)$$

En introduisant (3.24) dans (3.26) nous obtenons finalement la relation entre la contrainte de cisaillement à l'interface et les déplacements longitudinaux dans les couches à 0° et à 90°.

$$\tau(x) = \frac{3G}{t_{90}} \left[\overline{u_0}(x) - \overline{u_{90}}(x) \right] \quad (3.27)$$

Où G est le paramètre de cisaillement défini de la manière suivante :

$$G = \frac{G_{xz}^{90}}{1 - 3 \frac{G_{xz}^{90}}{G_{xz}^0} \frac{f(t_{90})}{t_{90} f'(t_{90})}} \quad (3.28)$$

Nous observons que le paramètre de cisaillement dépend de la variation du déplacement longitudinal dans l'épaisseur des couches à 0°.

3.2.3 Détermination des contraintes longitudinales moyennes et de la contrainte de cisaillement à l'interface

L'équilibre des forces longitudinales exercées sur un élément de la couche à 90° (figure 3.2) conduit à la relation :

$$\frac{d\overline{\sigma_{xx}}^{-90}}{dx} = -\frac{1}{t_{90}} \tau(x) \quad (3.29)$$

En introduisant la contrainte moyenne longitudinale dans la couche à 90° définie par :

$$\overline{\sigma_{xx}}^{-90}(x) = \frac{1}{2t_{90}} \int_{-t_{90}}^{t_{90}} \sigma_{xx}^{90}(x, z) dz \quad (3.30)$$

Les contraintes longitudinales moyennes dans les couches à 90° et à 0° sont reliées à la contrainte longitudinale moyenne σ_c appliquée au stratifié par :

$$\alpha \overline{\sigma_{xx}}^{-0}(x) + \overline{\sigma_{xx}}^{-90}(x) = (1 + \alpha) \cdot \sigma_c \quad (3.31)$$

Où α est le rapport des épaisseurs de la couche à 0° et de la couche à 90° :

$$\alpha = \frac{t_0}{t_{90}} \quad (3.32)$$

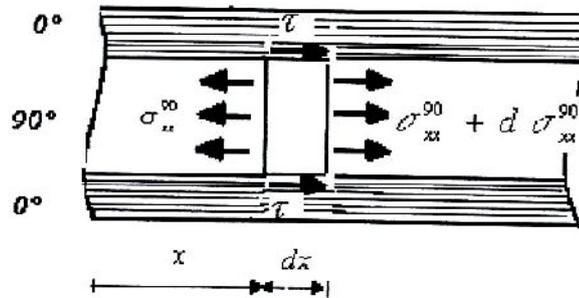


Figure 3.2 Contraintes exercées sur un élément de la couche à 90°.

Enfin, le modèle fait l'hypothèse que les contraintes moyennes dans les couches à 0° et 90° sont liées aux déformations moyennes par les relations :

$$\bar{\sigma}_{xx}^{-0} = E_0 \cdot \bar{\varepsilon}_{xx}^{-0} \quad \text{avec} \quad \bar{\varepsilon}_{xx}^{-0} = \frac{d\bar{u}_0}{dx} \quad (3.33)$$

$$\bar{\sigma}_{xx}^{-90} = E_{90} \cdot \bar{\varepsilon}_{xx}^{-90} \quad \text{avec} \quad \bar{\varepsilon}_{xx}^{-90} = \frac{d\bar{u}_{90}}{dx} \quad (3.34)$$

Où E_0 et E_{90} sont les modules d'Young respectivement des couches à 0° et à 90°.

En dérivant par rapport à x la relation (3.27) nous obtenons :

$$\frac{d\tau}{dx} = \frac{3G}{t_{90}} \left[\frac{d\bar{u}_0}{dx} - \frac{d\bar{u}_{90}}{dx} \right] \quad (3.35)$$

En tenant compte des expressions (3.29),(3.33) et (3.34), la relation précédente devient :

$$\frac{d^2 \bar{\sigma}_{xx}^{-90}}{dx^2} = -\frac{3G}{t_{90}} \left[\frac{\bar{\sigma}_{xx}^{-0}}{E_0} - \frac{\bar{\sigma}_{xx}^{-0}}{E_{90}} \right] \quad (3.36)$$

Puis, en utilisant (3.31), nous obtenons :

$$\frac{d^2 \bar{\sigma}_{xx}^{-90}}{dx^2} = -\frac{3G}{t_{90}^2} \left(\frac{1+\alpha}{\alpha \cdot E_0} \sigma_c - \frac{\alpha \cdot E_0 + E_{90}}{\alpha \cdot E_0 + E_{90}} \bar{\sigma}_{xx}^{-90} \right) \quad (3.37)$$

$$\frac{d^2 \bar{\sigma}_{xx}^{-90}}{dx^2} = \frac{3G(t_0 + t_{90})}{t_{90}^2 t_0 \cdot E_0 \cdot E_{90}} \left(\frac{\alpha \cdot E_0 + E_{90}}{1+\alpha} \bar{\sigma}_{xx}^{-90} - E_{90} \cdot \sigma_c \right) \quad (3.38)$$

En introduisant le modèle longitudinal du stratifié non endommagé, donné par la loi des mélanges :

$$E_x^0 = \frac{\alpha \cdot E_0 + E_{90}}{1+\alpha} \quad (3.39)$$

La relation (3.38) peut finalement s'écrire sous la forme réduite :

$$\frac{d^2 \bar{\sigma}_{xx}^{-90}}{dx^2} - \lambda^2 \bar{\sigma}_{xx}^{-90} = -\frac{E_{90}}{E_x^0} \sigma_c \cdot \lambda^2 \quad (3.40)$$

$$\lambda^2 = \frac{3G(t_0 + t_{90})E_x^0}{t_{90}^2 t_0 E_0 E_{90}} \quad (3.41)$$

La solution de l'équation différentielle (3.40) est de la forme :

$$\bar{\sigma}_{xx}^{-90}(x) = A \cosh \lambda x + B \sinh \lambda x + \frac{E_{90}}{E_x^0} \sigma_c \quad (3.42)$$

La contrainte de cisaillement à l'interface entre les couches s'écrit d'après (3.29) :

$$\tau(x) = -t_{90} \lambda (A \sinh \lambda x + B \cosh \lambda x) \quad (3.43)$$

Les constantes A et B sont déterminées de manière à vérifier les conditions suivantes :

- les surfaces des fissures ne supportent aucune contrainte longitudinale :

$$\bar{\sigma}_{xx}^{-90}(l) = 0 \quad (3.44)$$

- la condition de symétrie de la contrainte de cisaillement inter laminaire :

$$\tau(0) = 0 \quad (3.45)$$

Ces conditions conduisent ainsi aux expressions de la contrainte longitudinale moyenne dans la couche à 90° et de la contrainte de cisaillement à l'interface entre les couches :

$$\bar{\sigma}_{xx}^{-90} = \sigma_c \frac{E_{90}}{E_x^0} \left(1 - \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \right) \quad (3.46)$$

$$\tau(x) = \sigma_c \frac{E_{90}}{E_x^0} \eta \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \quad (3.47)$$

La contrainte longitudinale moyenne dans la couche à 0° est ensuite déduite de la relation (3.31) :

$$\bar{\sigma}_{xx}^{-0} = \sigma_c \frac{E_0}{E_x^0} \left(1 + \frac{t_{90} E_{90}}{t_0 E_0} \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \right) \quad (3.48)$$

Les expressions (3.46), (3.47) et (3.48) introduisent le rapport géométrique de fissuration :

$$a = \frac{l}{t_{90}} \quad (3.49)$$

Et le paramètre de transfert de charge :

$$\eta^2 = \lambda^2 t_{90}^2 = 3 \left(1 + \frac{1}{\alpha} \right) \frac{G E_x^0}{E_0 E_{90}} \quad (3.50)$$

3.2.4 Détermination du champ des déplacements et du champ des contraintes

La comparaison des équations (3.26) et (3.47) nous permet de trouver l'expression de la fonction $A_{90}(x)$:

$$A_{90}(x) = \sigma_c \frac{E_{90}}{E_x^0} \frac{1}{2G_{xz}^{90} t_{90}} \eta \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \quad (3.51)$$

Puis la relation (3.23) nous donne la fonction $A_0(x)$

$$A_0(x) = \sigma_c \frac{E_{90}}{E_x} \frac{1}{G_{xz}^0 f'(t_{90})} \eta \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \quad (3.52)$$

En reportant ces expressions dans les expressions (3.1) et (3.2) puis (3.12) et (3.13) nous obtenons les déplacements longitudinaux et les contraintes de cisaillement transverse dans les couches à 0° et à 90° :

$$u_0(x, z) = \bar{u}_0(x) + \sigma_c \frac{E_{90}}{E_x} \frac{1}{G_{xz}^0 f'(t_{90})} \eta \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} f(z) \quad (3.53)$$

$$u_{90}(x, z) = \bar{u}_{90}(x) + \sigma_c \frac{E_{90}}{E_x} \frac{1}{2G_{xz}^{90} t_{90}} \eta \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \left(z^2 - \frac{t_{90}^2}{3} \right) \quad (3.54)$$

$$\sigma_{xz}^0(x, z) = \sigma_c \frac{E_{90}}{E_x} \eta \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \frac{f'(z)}{f'(t_{90})} \quad (3.55)$$

$$\sigma_{xz}^{90}(x, z) = \sigma_c \frac{E_{90}}{E_x} \eta \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \frac{z}{t_{90}} \quad (3.56)$$

Les contraintes longitudinales dans les couches à 0° peuvent être ensuite évaluées à partir de la relation contrainte-déformation

$$\sigma_{xz}^i(x, z) = E_i \frac{\partial u_i}{\partial x} \quad i=0,90 \quad (3.57)$$

Ce qui nous donne :

$$\sigma_{xx}^0(x, z) = \sigma_{xx}^{-0}(x) + \sigma_c \frac{E_0 E_{90}}{E_x^0 G_{xz}^0} \frac{1}{t_{90} f'(t_{90})} \eta^2 \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} f(z) \quad (3.58)$$

$$\sigma_{xx}^{90}(x, z) = \sigma_{xx}^{-90}(x) + \sigma_c \frac{E_{90}^2}{2E_x^0 G_{xz}^{90}} \eta^2 \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \left(\frac{z^2}{t_{90}^2} - \frac{1}{3} \right) \quad (3.59)$$

Enfin, les contraintes normales transverses $\sigma_{zz}^i(x, z)$ peuvent être déduites des équations d'équilibre :

$$\frac{\partial \sigma_{xz}^i}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zz}^i}{\partial z} = 0 \quad i=0,90 \quad (3.60)$$

Soit :

$$\frac{\partial \sigma_{zz}^0}{\partial z} = -\sigma_c \frac{E_{90}}{E_x^0} \frac{\eta^2 a}{l} \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \frac{f'(z)}{f'(t_{90})} \quad (3.61)$$

$$\frac{\partial \sigma_{zz}^{90}}{\partial z} = -\sigma_c \frac{E_{90}}{E_x^0} \frac{\eta^2 a}{l} \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \frac{z}{t_{90}} \quad (3.62)$$

En intégrant ces expressions et en considérant les conditions aux limites et à l'interface données par les relations (3.17) et (3.19) nous obtenons :

$$\sigma_{zz}^0(x, z) = -\sigma_c \frac{E_{90}}{E_x^0} \eta^2 \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \frac{f(t_{90}) - f(t_0 - t_{90})}{t_{90} f'(t_{90})} \quad (3.63)$$

$$\sigma_{zz}^{90}(x, z) = -\sigma_c \frac{E_{90}}{E_x^0} \eta^2 \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \left(\frac{z^2}{2t_{90}^2} - \frac{1}{2} + \frac{f(t_{90}) - f(t_0 - t_{90})}{t_{90} f'(t_{90})} \right) \quad (3.64)$$

3.2.5 Estimation du déplacement longitudinal dans les couches à 0°

L'analyse parabolique complète fait l'hypothèse d'une variation parabolique du déplacement longitudinal à travers l'épaisseur de la couche à 90° et à travers l'épaisseur de la couche à 0°, alors que les analyses initiales telle l'analyse de STEIF [26] considère un déplacement longitudinal parabolique à travers l'épaisseur de la couche à 90° et constant à travers l'épaisseur de la couche à 0°. Dans le cas d'une analyse parabolique complète, la fonction $f(z)$ est écrite sous la forme [27-28] :

$$f(z) = z^2 + Bz + C \quad (3.65)$$

En tenant compte des conditions (3.5) et (3.22), la fonction $f(z)$ s'écrit de la façon suivante :

$$f(z) = z^2 - 2(t_0 + t_{90})z + \frac{2}{3}t_0^2 + 2t_0t_{90} + t_{90}^2 \quad (3.66)$$

Le paramètre de cisaillement (3.28) est alors donné par :

$$G = \frac{G_{xz}^{90}}{1 + \alpha \frac{G_{xz}^{90}}{G_{xz}^0}} \quad (3.67)$$

Où α est le rapport des épaisseurs de couches, introduit en (3.32).

L'introduction des expressions précédentes dans les relations (3.53) à (3.64), conduit aux expressions des déplacements longitudinaux et des contraintes :

$$u_0(x, z) = \bar{u}_0(x) - \sigma_c \frac{E_{90}}{E_x} \frac{1}{2G_{xz}^0 t_0} \eta \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \left(z^2 - 2(t_0 + t_{90})z + \frac{2}{3}t_0^2 + 2t_0t_{90} + t_{90}^2 \right) \quad (3.68)$$

$$u_{90}(x, z) = \bar{u}_{90}(x) + \sigma_c \frac{E_{90}}{E_x} \frac{1}{2G_{xz}^0 t_{90}} \eta \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \left(z^2 - \frac{t_{90}^2}{3} \right) \quad (3.69)$$

$$\sigma_{xx}^{-0}(x) = \sigma_c \frac{E_0}{E_x^0} \left(1 + \frac{t_{90} E_{90}}{t_0 E_0} \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \right) \quad (3.70)$$

$$\sigma_{xx}^{-90}(x) = \sigma_c \frac{E_{90}}{E_x^0} \left(1 - \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \right) \quad (3.71)$$

$$\sigma_{xx}^0(x, z) = \sigma_{xx}^{-0}(x) - \sigma_c \frac{E_0 E_{90}}{E_x^0 G_{xz}^0} \frac{1}{2t_0 t_{90}} \eta^2 \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \left(z^2 - 2(t_0 + t_{90})z + \frac{2}{3}t_0^2 + 2t_0 t_{90} + t_{90}^2 \right) \quad (3.72)$$

$$\sigma_{xx}^{90}(x, z) = \sigma_{xx}^{-90}(x) + \sigma_c \frac{E_{90}^2}{2E_x^0 G_{xz}^{90}} \eta^2 \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \left(\frac{z^2}{t_{90}^2} - \frac{1}{3} \right) \quad (3.73)$$

$$\sigma_{xz}^0(x, z) = \sigma_c \frac{E_{90}}{E_x^0} \eta \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \left(\frac{2z - 2(t_0 + t_{90})}{2t_0} \right) \quad (3.74)$$

$$\sigma_{xz}^{90}(x, z) = \sigma_c \frac{E_{90}}{E_x^0} \eta \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \frac{z}{t_{90}} \quad (3.75)$$

$$\tau(x) = \sigma_c \frac{E_{90}}{E_x^0} \eta \frac{\sinh \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \quad (3.76)$$

$$\sigma_{zz}^0(x, z) = \sigma_c \frac{E_{90}}{E_x^0} \eta^2 \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \frac{t_0^2}{2t_0 t_{90}} \quad (3.77)$$

$$\sigma_{zz}^{90}(x, z) = -\sigma_c \frac{E_{90}}{E_x^0} \eta^2 \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \left(\frac{z^2 - t_0 t_{90} - t_{90}^2}{2t_{90}^2} \right) \quad (3.78)$$

3.2.6 Prise en compte d'un cisaillement progressif dans la couche à 0°

Le développement de l'analyse généralisée introduit seulement deux conditions (3.5) et (3.22) que doit satisfaire la fonction $f(z)$. Ensuite le choix de cette fonction, doit être tel, que la fonction décrive au mieux le comportement réel du stratifié.

La fonction $f(z)$ qui décrit au mieux le comportement est sous la forme [28] :

$$f(z) = A - \cosh \beta(t_0 + t_{90} - z) \quad (3.79)$$

Où A et β sont des coefficients à déterminer. Cette fonction satisfait la condition (3.22).

Ensuite la condition (3.5) impose :

$$A = \frac{\sinh \beta t_0}{\beta t_0} \quad (3.80)$$

Et la fonction $f(z)$ s'écrit :

$$f(z) = \frac{\sinh \alpha \eta_t}{\alpha \eta_t} - \cosh \eta_t \left(1 + \alpha - \frac{z}{t_{90}} \right) \quad (3.81)$$

Avec η_t

$$\eta_t = \beta \cdot t_{90} \quad (3.82)$$

Le paramètre η_t Apparaît comme paramètre de transfert du chargement mécanique à travers l'épaisseur de la couche à 0° [36]. En tenant compte des considérations précédentes (effets des paramètres E_0, G_{xz}^0 et a), différentes expressions de η_t ont été considérées. Les meilleurs résultats ont été obtenus en prenant :

$$\eta_t = \frac{E_0}{G_{xz}^0} \frac{1}{a} \quad (3.83)$$

Les choix de $f(z)$ et du paramètre η_t sont associés à une compréhension inspirée du phénomène de transfert mis en jeu [36].

Comme précédemment dans le cas de la variation parabolique, les expressions des déplacements longitudinaux et des contraintes sont obtenues à partir des expressions (3.53) à (3.64) nous obtenons :

$$u_0(x, z) = \bar{u}_0(x) + \sigma_c \frac{E_{90} t_{90}}{E_x^0 G_{xz}^0 \eta_t} \eta \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \left(\frac{1}{\alpha \eta_t} - \frac{\cosh \eta_t \left(1 + \alpha - \frac{z}{t_{90}} \right)}{\sinh \alpha \eta_t} \right) \quad (3.84)$$

$$u_{90}(x, z) = \bar{u}_{90}(x) + \sigma_c \frac{E_{90}}{E_x^0} \frac{1}{2G_{xz}^{90} t_{90}} \eta \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \left(z^2 - \frac{t_{90}^2}{3} \right) \quad (3.85)$$

$$\sigma_{xz}^0(x, z) = \sigma_c \frac{E_{90}}{E_x^0} \eta \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \left(\frac{2z - 2(t_0 + t_{90})}{2t_0} \right) \quad (3.86)$$

$$\sigma_{xz}^{90}(x, z) = \sigma_c \frac{E_{90}}{E_x^0} \eta \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \frac{z}{t_{90}} \quad (3.87)$$

$$\sigma_{xx}^0(x, z) = \bar{\sigma}_{xx}^0(x) - \sigma_c \frac{E_0 E_{90}}{E_x^0 G_{xz}^0 \eta_t} \eta^2 \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \left(\frac{1}{\alpha \eta_t} - \frac{\cosh \eta_t \left(1 + \alpha - \frac{z}{t_{90}} \right)}{\sinh \alpha \eta_t} \right) \quad (3.88)$$

$$\sigma_{xx}^{90}(x, z) = \bar{\sigma}_{xx}^{90}(x) + \sigma_c \frac{E_{90}^2}{2E_x^0 G_{xz}^{90}} \eta^2 \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \left(\frac{z^2}{t_{90}^2} - \frac{1}{3} \right) \quad (3.89)$$

$$\sigma_{zz}^0(x, z) = \sigma_c \frac{E_{90}}{E_x} \eta^2 \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l} \frac{1 - \cosh \eta_t \alpha}{\cosh \eta a \eta_t \sinh \eta_t \alpha}}{\cosh \eta a} \quad (3.90)$$

$$\sigma_{zz}^{90}(x, z) = -\sigma_c \frac{E_{90}}{E_x} \eta^2 \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l} \left(\frac{z^2}{2t_{90}^2} - \frac{1}{2} - \frac{1 + \cos h \alpha \eta_t}{\sinh \alpha \eta_t} \right)}{\cosh \eta a} \quad (3.91)$$

3.2.7 Module de Young longitudinal

Nous considérons un stratifié croisé symétrique de type $[0_m/90_n]_s$, soumis à une traction uni axiale σ_c suivant l'axe x. Ce chargement provoque l'apparition puis la multiplication des fissures dans la couche à 90° (voir figure 3.3). On suppose que toutes les fissures s'étendent dans toute la largeur de l'éprouvette, et qu'elles sont uniformément réparties le long de l'axe de traction (même espacement entre fissures consécutives). [13]

Ainsi le stratifié endommagé est un empilement de cellules élémentaires suivant l'axe x. Chaque cellule est limitée par les plans de deux fissures consécutives et les bords libres des couches longitudinales. La géométrie de la cellule est caractérisée par les épaisseurs des deux couches et l'espacement entre fissures.

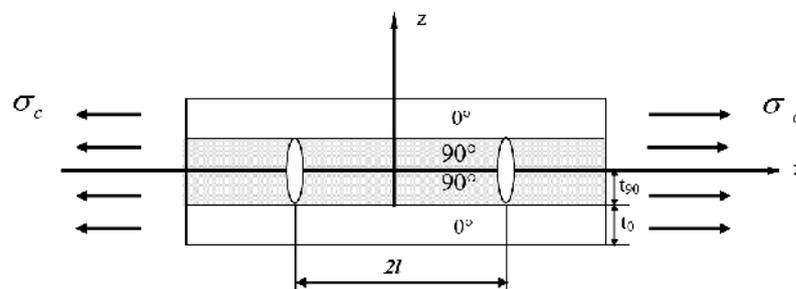


Figure 3.3 : Cellule élémentaire et fissuration transverse

Les équations liant les déformations et les contraintes sont [14]:

a) Dans la couche 0^0 :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \varepsilon_z^0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x^0 \\ \sigma_y^0 \\ \sigma_z^0 \end{Bmatrix} \quad (3.92)$$

$$\varepsilon_{xy}^0 = s_{66} \sigma_{xy}^0 \quad ; \quad \varepsilon_{xz}^0 = s_{55} \sigma_{xy}^0 \quad ; \quad \varepsilon_{yz}^0 = s_{44} \sigma_{yz}^0 \quad (3.93)$$

b) Dans la couche 90^0 :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x^{90} \\ \varepsilon_y^{90} \\ \varepsilon_z^{90} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{22} & S_{12} & S_{23} \\ S_{12} & S_{11} & S_{12} \\ S_{23} & S_{12} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x^{90} \\ \sigma_y^{90} \\ \sigma_z^{90} \end{Bmatrix} \quad (3.94)$$

$$\varepsilon_{xy}^{90} = s_{66} \sigma_{xy}^{90} \quad ; \quad \varepsilon_{xz}^{90} = s_{55} \sigma_{xy}^{90} \quad ; \quad \varepsilon_{yz}^{90} = s_{66} \sigma_{yz}^{90} \quad (3.95)$$

Tel que : S_{ij} sont les éléments de la matrice de souplesse pour un composite unidirectionnelle.

Nous obtenons l'expression de la réduction du module longitudinal du stratifié due aux fissures transverses :

$$\frac{E_x}{E_{x0}} = \frac{1}{1 + \frac{E_{90} t_{90}}{E_0 t_0} \frac{(1 - \nu_{12} \nu_{xy}^0)}{(1 - \nu_{12} \nu_{21})} \frac{1}{2a} R(a) \left(1 + \nu_{xy}^0 \frac{(s_{12} t_{90} + s_{12} t_0)}{(s_{22} t_{90} + s_{11} t_0)} \right)} \quad (3.96)$$

3.2.8 Calcul de la fonction de perturbation de contrainte

Le model développé par Berthelot [27] sera modifié. En introduisant la fonction de perturbation de contrainte:

$$R(a) = \int_{-a}^{+a} \frac{\cosh(\xi \bar{x})}{\cosh(\xi a)} d\bar{x} = \frac{2}{\xi} \tanh(\xi a) \quad (3.97)$$

$$\xi^2 = \bar{G} \frac{t_{90}(t_{90}E_{90} + t_0E_0)}{t_0E_{90}E_0} \quad (3.98)$$

Le coefficient \bar{G} dépend de l'hypothèse utilisée pour la couche cisillée et la distribution des contraintes de cisaillement, pour le cas de d'une variation parabolique on a :

$$\bar{G} = \frac{3G}{t_{90}} \quad (3.99)$$

La diffusion de cisaillement pour une cellule élémentaire est :

$$G = \frac{G_{xz}^{90}}{1 - 3 \frac{G_{xz}^{90}}{G_{xz}^0} \frac{f(t_{90})}{t_{90} f'(t_{90})}} \quad (3.100)$$

En remplaçons la fonction (3.66) dans (3.100) on aura la diffusion de cisaillement pour le modèle parabolique :

$$G = \frac{G_{xz}^{90}}{1 + \alpha \frac{G_{xz}^{90}}{G_{xz}^0}} \quad (3.101)$$

On utilise la fonction $f(z)$ formule (3.81) pour le cas progressif, on aura la formule finale pour G :

$$G = \frac{G_{xz}^{90}}{1 + 3\alpha \frac{\alpha \eta_t (\tanh \alpha \eta_t)^{-1} - 1}{\alpha \eta_t^2} \frac{G_{xz}^{90}}{G_{xz}^0}} \quad (3.102)$$

3.3 Modèle d'HASHIN

3.3.1 Introduction

Nous avons vu qu'il existait déjà beaucoup de travaux sur la fissuration transverse. Un grand nombre d'entre eux repose sur le calcul de contraintes par différentes variantes de la méthode de diffusion du cisaillement (shear lag), laquelle aboutit à des expressions très simples. Ces modèles fournissent des résultats assez importants. [13]

Il existe une autre méthode, encore relativement simple, l'approche variationnelle HASHIN [13-14-15] qui consiste à rechercher un champ de contraintes statiquement admissible minimisant l'énergie complémentaire.

Ces méthodes seront pour nous le point de départ de plusieurs études préliminaires qui ont pour objectif de montrer l'influence de certains paramètres ou mécanismes, pouvant intervenir dans l'existence d'un état endommagé limite. Ces paramètres concernent l'accès à l'état saturé, ainsi que la variation d'énergie de déformation de la couche fissurée seule, et du stratifié complet en fonction de l'état d'endommagement.

Dans un premier temps nous considérons l'évolution des contraintes par la théorie d'HASHIN. Cette loi permet d'arriver à une bonne approximation de l'état « saturé »

3.3.2 Cellule de base

Soit un stratifié $[0_m, 90_n]_s$ sollicité en traction (figure 3.4) dans la direction (x). Ce chargement provoque l'apparition de fissures dans la couche à 90° . On suppose que ces fissures s'étendent dans toute la largeur de la couche (suivant la direction y).

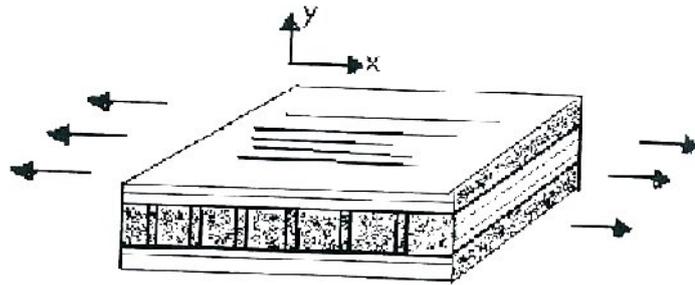


Figure 3.4 : stratifié $[0,90]_s$

Pour modéliser ce cas de figure, on prend une cellule de base représentative d'un certain volume du matériau endommagé dont l'état est supposé périodique dans la direction (x) (figure 3.5). Cet élément est limité par deux fissures traversant toute la largeur de la couche à 90° et 0° [13].

La géométrie de cellule de base est caractérisée par les dimensions suivantes :

t_{90} : demi-épaisseur de la couche à 90° .

t_0 : épaisseur de chaque couche à 0° .

h : demi épaisseur du stratifié.

l : demi épaisseur entre les fissures.

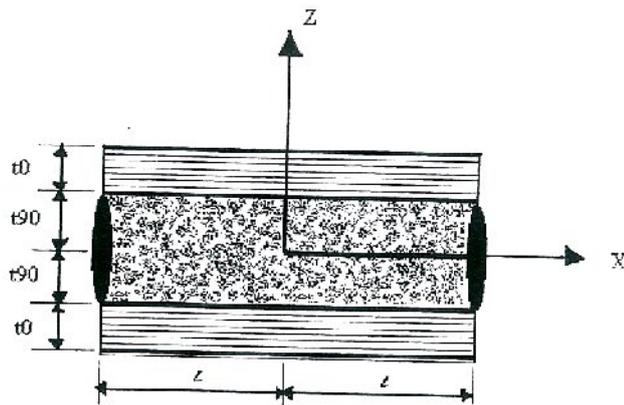


Figure 3.5 : Cellule de base

3.3.3 Champ de contraintes statiquement admissible

Par hypothèse, les contraintes normales σ_{xx} dans la direction (x), elle même normale à la surface fissurée sont constantes suivant l'épaisseur (z) et suivant la largeur (y) dans les couches à 90° et 0° respectivement. Elles sont de la forme :

$$\sigma_{xx}^{90} = \sigma_{90}(1 - \phi_1(x)) \quad (3.103)$$

$$\sigma_{xx}^0 = \sigma_0(1 - \phi_2(x)) \quad (3.104)$$

Où σ_{90} , est la contrainte appliquée sur la couche à 90° , calculée par la théorie des plaques

stratifiées pour le matériau sain. $\frac{\sigma_{90}}{\sigma_c} = \frac{E_{90}}{E_x^0}$

σ_0 , est la contrainte appliquée sur la couche à 0° , calculée par la théorie des plaques

stratifiées pour le matériau sain. $\frac{\sigma_0}{\sigma_c} = \frac{E_0}{E_x^0}$

ϕ_1, ϕ_2 sont des fonctions inconnues.

Un champ de contraintes vérifiant les équations d'équilibre :

$$\frac{\partial \sigma_{xx}^{(n)}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xz}^{(n)}}{\partial z} = 0 \quad (3.105)$$

$$\frac{\partial \sigma_{xz}^{(n)}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zz}^{(n)}}{\partial z} = 0 \quad (3.106)$$

Avec $n=0, 90$ le champs est de la forme :

$$\sigma_{xz}^{90} = \sigma_{90}(\phi_1'(x)z + f_1(x)) \quad (3.107)$$

$$\sigma_{zz}^{90} = \sigma_{90}\left(\frac{1}{2}\phi_1''(x)z^2 + f_1'(x)z + g_1(x)\right) \quad (3.108)$$

$$\sigma_{xz}^0 = \sigma_0(\phi_2'(x)z + f_2(x)) \quad (3.109)$$

$$\sigma_{zz}^0 = \sigma_0 \left(\frac{1}{2} \phi_2''(x) z^2 + f_2'(x) z + g_2(x) \right) \quad (3.110)$$

Où $f_n(x)$ et $g_n(x)$ sont des fonctions inconnues et (') désigne une dérivée par rapport à x .

Les conditions aux limites sont :

$$\sigma_{xx}^{90}(x, 0) = 0 \quad \text{en raison de la symétrie} \quad (3.111)$$

$$\sigma_{xz}^{90}(x, t_{90}) = 0 \quad \text{en raison de la continuité à l'interface} \quad (3.112)$$

$$\sigma_{xz}^0(x, h) = 0 \quad \text{en raison de la condition de surface extérieure libre} \quad (3.113)$$

$$\sigma_{zz}^{90}(x, t_{90}) = \sigma_{zz}^0(x, t_{90}) \quad \text{en raison de la continuité à l'interface} \quad (3.114)$$

$$\sigma_{zz}^0(x, h) = 0 \quad \text{en raison de la condition de surface extérieure libre} \quad (3.115)$$

$$\sigma_{xx}^{90}(\pm l, z) = 0 \quad \text{en raison de la condition de surface extérieure libre} \quad (3.116)$$

$$\sigma_{xz}^{90}(\pm l, z) = 0 \quad \text{en raison de la condition de surface extérieure libre} \quad (3.117)$$

On pose maintenant :

$$\phi_1(x) = \phi(x) \quad (3.118)$$

Et on exprime $\phi_2(x)$ en fonction de $\phi(x)$ grâce à la relation d'équilibre globale du stratifié :

$$\sigma_0 t_0 \phi_1(x) + \sigma_{90} t_{90} \phi_2(x) = 0 \quad (3.119)$$

Les conditions aux limites (3.111), (3.112), (3.113), (3.114), (3.115), (3.116), (3.117) permettent de déterminer les fonctions $f_n(x)$ et $g_n(x)$. Les contraintes sont alors de la forme :

$$\sigma_{xx}^{90} = \sigma_{90} (1 - \phi(x)) \quad (3.120)$$

$$\sigma_{xz}^{90} = \sigma_{90} \phi'(x) z \quad (3.121)$$

$$\sigma_{zz}^{90} = \sigma_{90} \phi''(x) \frac{1}{2} (ht_{90} - z^2) \quad (3.122)$$

$$\sigma_{xx}^0 = \sigma_0 + \sigma_{90} \left(\frac{t_{90}}{t_0} \right) \phi(x) \quad (3.123)$$

$$\sigma_{xz}^0 = \sigma_{90} \left(\frac{t_{90}}{t_0} \right) \phi'(x) (h - z) \quad (3.124)$$

$$\sigma_{zz}^0 = \sigma_{90} \left(\frac{t_{90}}{t_0} \right) \phi''(x) \frac{1}{2} (h - z)^2 \quad (3.125)$$

Pour satisfaire les conditions aux limites (3.116) et (3.117) compte tenu des expressions (3.120), (3.121), (3.122) on doit avoir :

$$\phi(\pm l) = 1 \quad \phi'(\pm l) = 0 \quad 0 \leq |z| \leq t_{90} \quad (3.126)$$

Les formules (3.120), (3.121), (3.122), (3.123), (3.124), (3.125) constituent l'expression d'un champ de contraintes statiquement admissible dépendant d'une fonction inconnue $\phi(x)$ devant satisfaire les conditions aux limites (3.127).

3.3.4 Utilisation du principe de l'énergie Complémentaire Minimum

Pour obtenir l'expression de ϕ qui conduit à la meilleure approximation de la solution, on utilise le principe de l'énergie complémentaire minimale sous forme :

$$\tilde{u}_c = \frac{1}{2} \int_V S_{IJKL} \sigma_{IJ} \sigma_{KL} dV \quad (3.127)$$

Où, V est le volume de cellule de base.

S_{IJKL} sont les souplesses locales.

σ_{IJ} est le champ de contraintes statiquement admissible.

On peut montrer que l'on a :

$$\tilde{u}_c = u_c^0 + u_c' \quad (3.128)$$

Où :

$$u_c^0 = \frac{1}{2} \int_V S_{IJKL} \sigma_{IJ}^0 \sigma_{KL}^0 dV \quad (3.129)$$

$$u_c^i = \frac{1}{2} \int_V S_{IJKL} \sigma_{IJ}^i \sigma_{KL}^i dV \quad (3.130)$$

$$\sigma_{IJ}^i = \sigma_{IJ} - \sigma_{IJ}^0 \quad (3.131)$$

Où σ_{IJ} sont les contraintes totales.

σ_{IJ}^0 sont les contraintes du milieu sain.

On peut écrire :

$$u_c^i = 2 \int_{-l}^{+l} \int_0^{t_{90}} w_1 dz dx + 2 \int_{-l}^{+l} \int_{-l}^h w_2 dz dx \quad (3.132)$$

Où w_1 et w_2 sont les densités volumiques de déformation des deux sortes de couches qui sont données par :

$$2w^{90} = \frac{(\sigma_{xx}^{90})^2}{E_{90}} - \frac{2\nu_{90}}{E_{90}} \sigma_{xx}^{90} \sigma_{zz}^{90} + \frac{(\sigma_{zz}^{90})^2}{E_{90}} + \frac{(\sigma_{xz}^{90})^2}{G_{90}} \quad (3.133)$$

$$2w^0 = \frac{(\sigma_{xx}^0)^2}{E_0} - \frac{2\nu_0}{E_0} \sigma_{xx}^0 \sigma_{zz}^0 + \frac{(\sigma_{zz}^0)^2}{E_0} + \frac{(\sigma_{xz}^0)^2}{G_0} \quad (3.134)$$

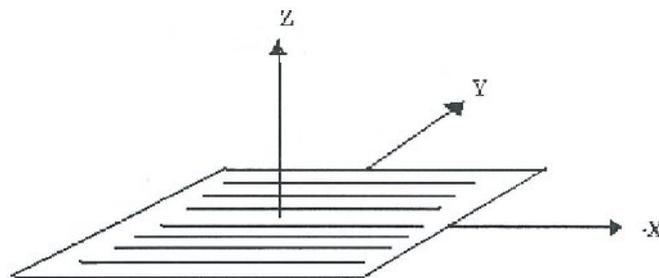


Figure 3.6 : Pli unidirectionnel

E_0 est le module d'Young longitudinal, c'est à dire dans la direction des fibres.

E_{90} est le module d'Young transverse.

$\nu_0 = \nu_{xy}$ le coefficient de Poisson longitudinal, telle que : $\frac{\nu_{xy}}{E_0} = \frac{\nu_{yx}}{E_{90}}$

$\nu_{90} = \nu_{yz}$ le coefficient de Poisson transverse.

$G_0 = G_{xy}$ le module de cisaillement longitudinal.

$G_{90} = G_{yz}$ le module de cisaillement transverse.

En portant les expressions (3.133) et (3.134) dans (3.132) et en posant $x = \xi \cdot t_{90}$,

On obtient :

$$u'_c = \frac{1}{2} \sigma_{90}^2 t_{90}^2 \int_{-a}^{+a} \left(C_{00} \phi^2 + C_{02} \phi \frac{d^2 \phi}{d\xi^2} + C_{22} \phi \left(\frac{d^2 \phi}{d\xi^2} \right)^2 + C_{11} \left(\frac{d\phi}{d\xi} \right)^2 \right) d\xi \quad (3.135)$$

Où,

$$C_{00} = \frac{1}{E_{90}} + \frac{1}{\alpha E_0} \quad (3.136)$$

$$C_{02} = \frac{\nu_{90}}{E_{90}} \left(\alpha + \frac{2}{3} \right) - \frac{\alpha \nu_0}{3E_0} \quad (3.137)$$

$$C_{22} = \frac{1}{60E_{90}} (\alpha + 1) (3\alpha^2 + 12\alpha + 8) \quad (3.138)$$

$$C_{11} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{G_{90}} + \frac{\alpha}{G_0} \right) \quad (3.139)$$

$$\alpha = \frac{t_0}{t_{90}} \quad (3.140)$$

$$a = \frac{l}{t_{90}} \quad (3.141)$$

a est proportionnel à l'inverse de la densité de fissure.

La fonction ϕ qui assure le minimum de u'_c est telle que :

$$\frac{d^4\phi}{d\xi^4} + p \frac{d\phi^2}{d\xi^2} + q\phi = 0 \quad (3.142)$$

Où,

$$p = \frac{C_{02} - C_{11}}{C_{22}} \quad q = \frac{C_{00}}{C_{22}} \quad (3.143)$$

La solution qui nous intéresse est de la forme :

$$\phi = A_1 ch\alpha\xi \cos \beta\xi + A_2 sh\alpha\xi \sin \beta\xi \quad (3.144)$$

Avec, compte tenu de (3.126)

$$A_1 = \frac{2(\alpha \cdot ch\alpha a \cdot \sin \beta a + \beta \cdot sh\alpha a \cdot \cos \beta a)}{\alpha \cdot \sin 2\beta a + \beta \cdot sh2\alpha a} \quad (3.145)$$

$$A_2 = \frac{2(\beta \cdot ch\alpha a \cdot \sin \beta a + \alpha \cdot sh\alpha a \cdot \cos \beta a)}{\alpha \cdot \sin 2\beta a + \beta \cdot sh2\alpha a} \quad (3.146)$$

$$\alpha = q^{\frac{1}{4}} \cos \theta / 2 \quad \beta = q^{\frac{1}{4}} \sin \theta / 2 \quad \theta = \arctg \sqrt{\frac{4q}{p^2} - 1} \quad (3.147)$$

En supposant que $4q > p^2$.

Le champ de contraintes peut alors être complètement explicité par :

$$\frac{\sigma_{xx}^{90}}{\sigma_c} = \frac{E^{90}}{E_x^0} (1 - \phi_1(x)) \quad (3.148)$$

$$\frac{\sigma_{xx}^0}{\sigma_c} = \frac{E^0}{E_x^0} \left(1 + \frac{E_{90}}{E_0} \cdot \frac{1}{a} \cdot \phi_1(x) \right) \quad (3.149)$$

En multipliant l'expression (3.144) par $\left(\frac{l}{l}\right)$ on obtient :

$$\phi = A_1 ch\alpha a \frac{x}{l} \cdot \cos \beta a \frac{x}{l} + A_2 sh\alpha a \frac{x}{l} \cdot \sin \beta \quad (3.150)$$

3.3.5 Module de Young longitudinal

A partir des équations du champ de contrainte (3.148) et (3.149), la réduction de la rigidité Ex peut être exprimée par :

$$\frac{E_x}{E_{x0}} = \frac{1}{1 + \frac{E_{90}}{E_0} \frac{t_{90}}{t_0} \frac{1}{l_0} g(\bar{l}_0)} \quad (3.151)$$

Avec $g(\bar{l}_0)$ est exprimé par :

$$g(\bar{l}_0) = \frac{2\delta\beta}{\delta^2 + \beta^2} \frac{\cosh(2\delta \bar{l}_0) - \cos(2\beta \bar{l}_0)}{\delta \sin(2\beta \bar{l}_0) + \beta \sinh(2\delta \bar{l}_0)} \quad (3.152)$$

3.4 Conclusion

Les modèles progressives et paraboliques qui sont des méthodes de diffusion de cisaillement, ainsi que le modèle d'Hashin, qui ont été développés dans ce chapitre, sont utilisés pour modéliser le comportement de la contrainte longitudinale dans la couche à 90° , ainsi que la rigidité longitudinale sous chargement mécanique. Des résultats de simulation seront présentés dans le chapitre suivant, avec étude comparative.

CHAPITRE 4

SIMULATION ET RÉSULTATS DES STRATIFIÉS FISSURÉS AVEC CHARGEMENT MÉCANIQUE

4.1 Introduction

A fin d'évaluer quantitativement le comportement mécanique d'un composite sous sollicitation, il est important de connaître le champ de contraintes et l'évolution du module de Young dans le composite endommagé. Nous nous intéressons à la fissuration des couches transverses représentée par des fissures planes de normale parallèle à la direction de traction.

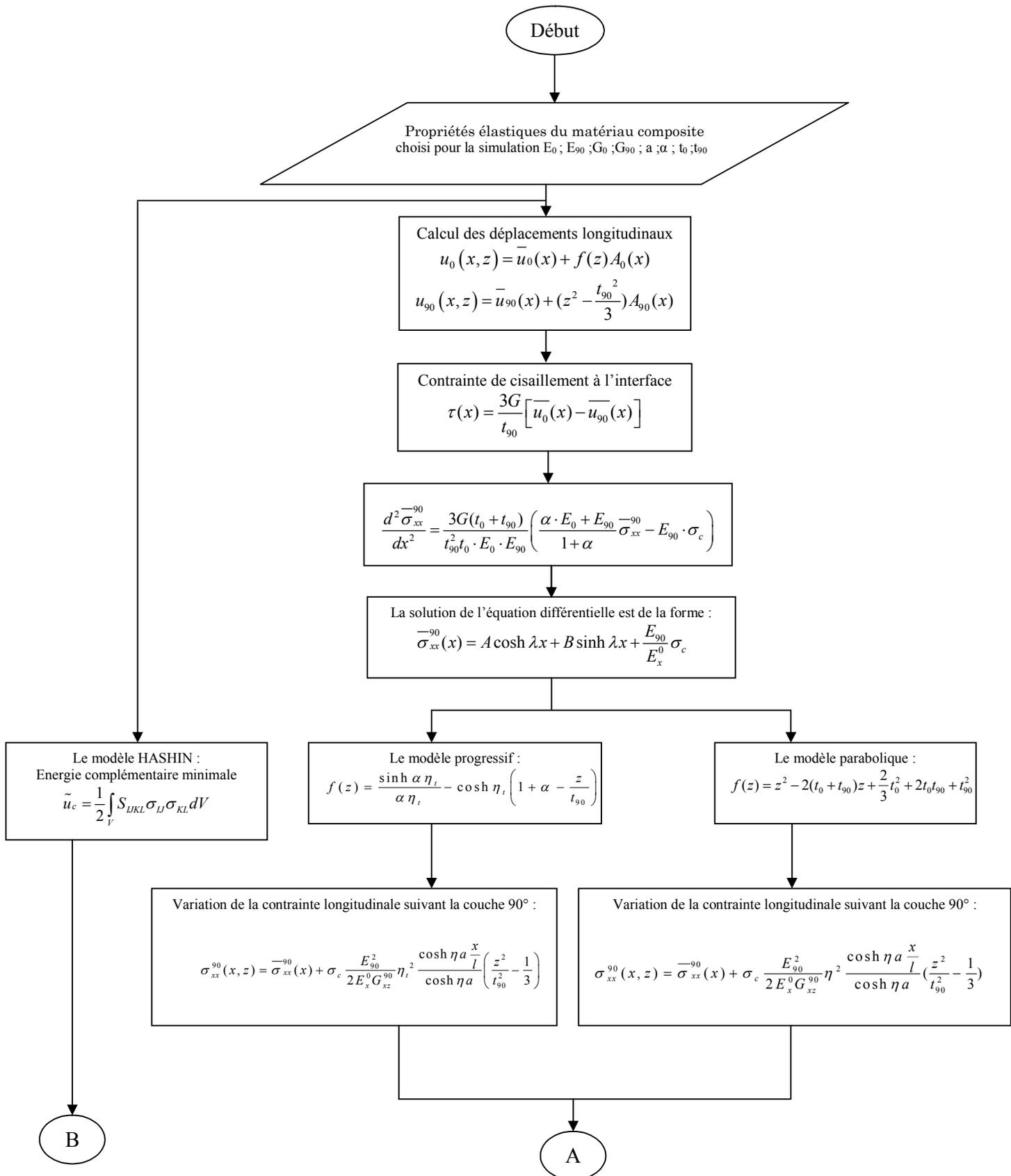
Premièrement, nous représentons les différents champs de contrainte suivant la longueur des stratifiés en utilisant les deux modèles proposés par Berthelot et autres [27] ainsi que le modèle d'Hashin [13]. Une comparaison entre ces modèles est établie.

Deuxièmement, une étude du module de Young longitudinal en fonction de la densité des fissures transverses pour les modèles présentés précédemment est faite. Une représentation comparative entre ces modèles avec l'expérimental est établie.

Finalement, une conclusion est faite sur le comportement du matériau composite croisé en fonction de la densité de fissuration sous l'effet d'une traction semi axiale.

4.2 Organigramme

Pour représenter le comportement du matériau composite fissuré soumis à une traction semi axiale, on a élaboré le programme **MICAFISS** en se basant sur les différents modèles cités précédemment. Notre programme est décrit à travers l'organigramme présenté ci-dessous :



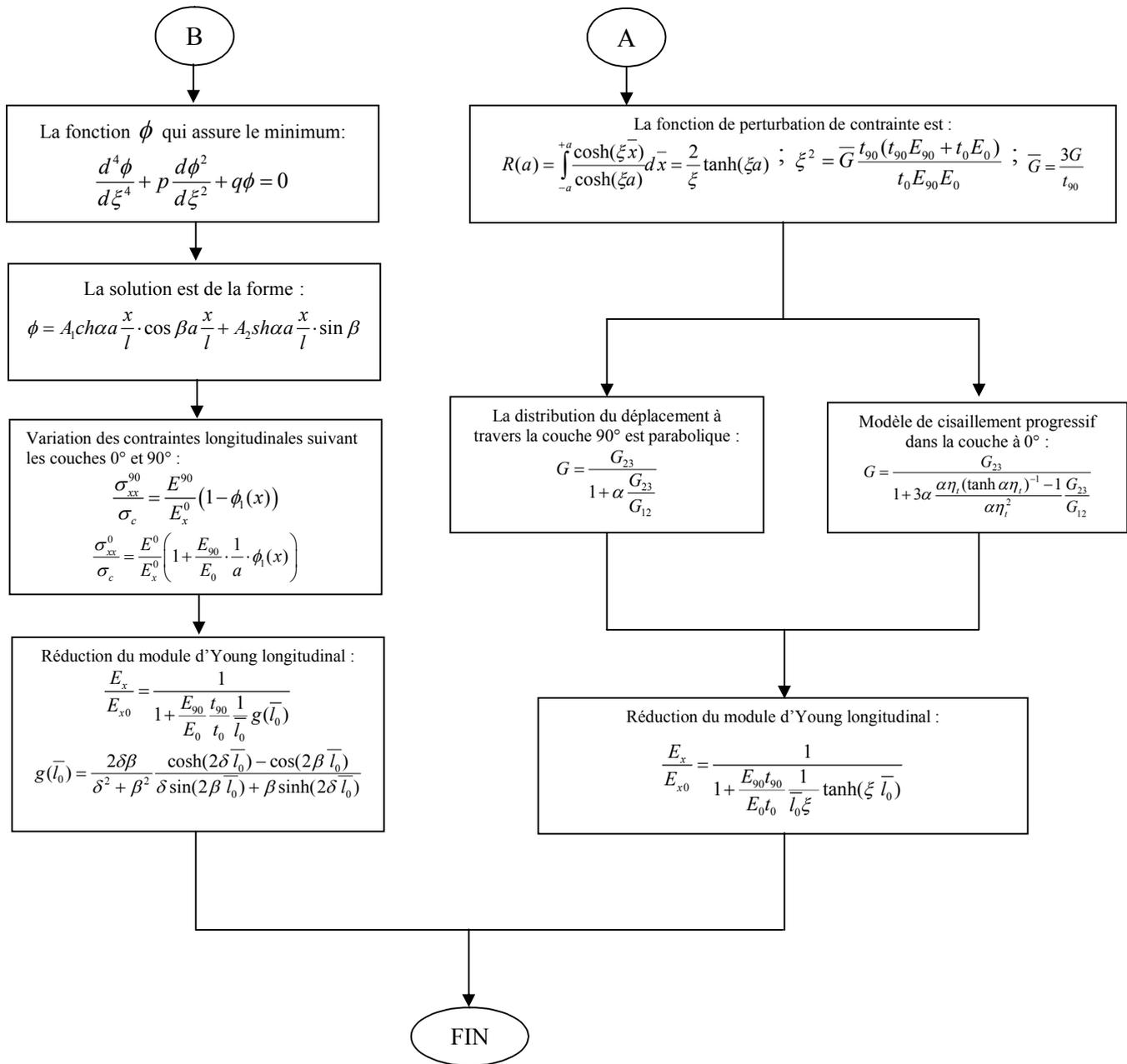


Figure 4.1 Organigramme du MICAFISS

4.3 Choix du matériau de simulation

Le matériau composite choisi pour la simulation numérique est le composite carbone époxyde AS4-3502 ayant les propriétés élastiques suivantes :

| | | | |
|---------------------------|-----------------------------|-------------------------------|---------------------------------|
| $E_0 = 144.8 \text{ GPa}$ | $E_{90} = 9.58 \text{ GPa}$ | $G_{xz}^0 = 4.79 \text{ GPa}$ | $G_{xz}^{90} = 4.2 \text{ GPa}$ |
| $\nu_{xy} = 0.31$ | $\nu_{yz} = 0.40$ | $h_0 = 0.127 \text{ mm}$ | |

Tableau 4.1 : Propriétés élastiques du matériau AS-4-3502 [39].

4.4 Etude du champ de contrainte longitudinale dans le sens du chargement

La variation de la contrainte longitudinale dans la couche à 90° suivant la longueur des stratifiés est reportée dans les figures illustrées ci-dessous :

4.4.1 Présentation de la contrainte longitudinale en utilisant les modèles de BERTHELOT (parabolique et progressif)

En utilisant les deux modèles développés par Berthelot et autres [27], les contraintes longitudinales dans le sens de la longueur sont représentées dans les figures 4.2, 4.3, en utilisant des rapports d'épaisseur des couches « α » et des rapports géométriques de fissurations « a » différents.

a) modèle parabolique

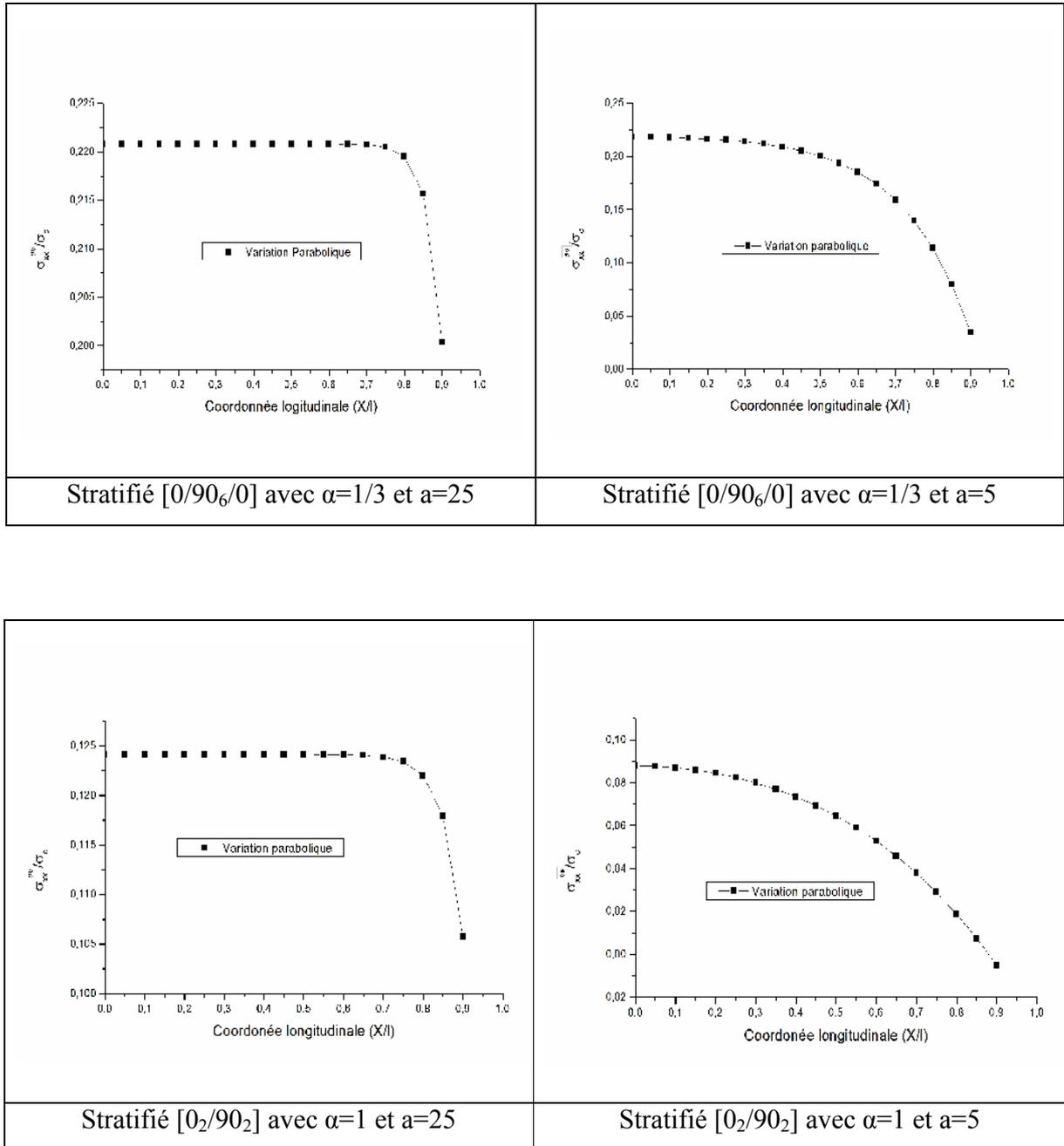


Figure 4.2 : Variation de la contraintes longitudinale dans le stratifié AS4-3502 en fonction des coordonnées longitudinales pour le modèle parabolique.

b) Modèle progressif

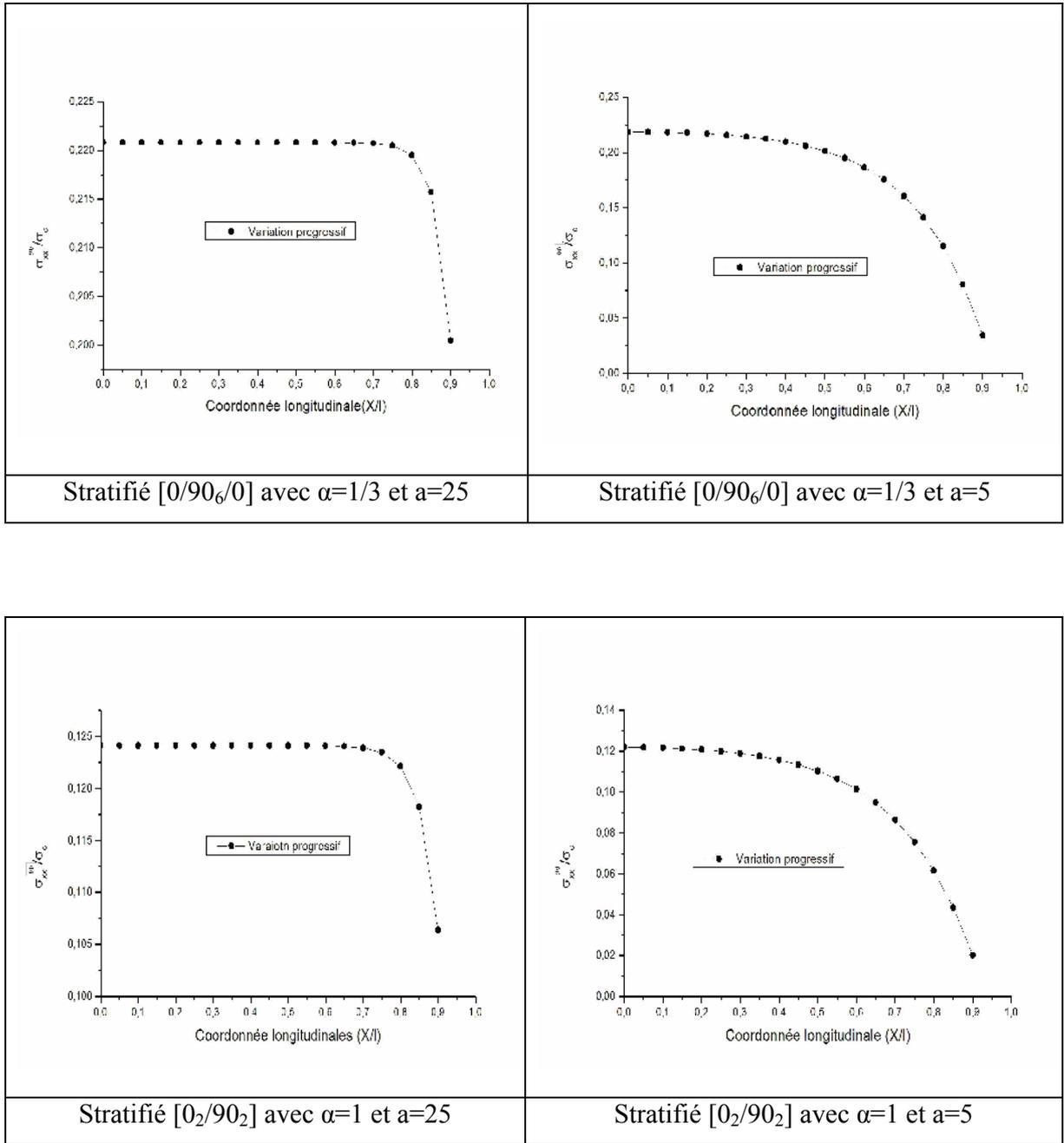


Figure 4.3 : Variation de la contraintes longitudinale dans le stratifié AS4-3502 en fonction des coordonnées longitudinales pour le modèle progressif.

4.4.2 Présentation de la contrainte longitudinale en utilisant le modèle d'HASHIN

En suivant la même méthode utilisée précédemment, on représente les contraintes longitudinales suivant la longueur des stratifiés pour différentes valeurs de « α » et de « a » en utilisant le modèle de HASHIN.

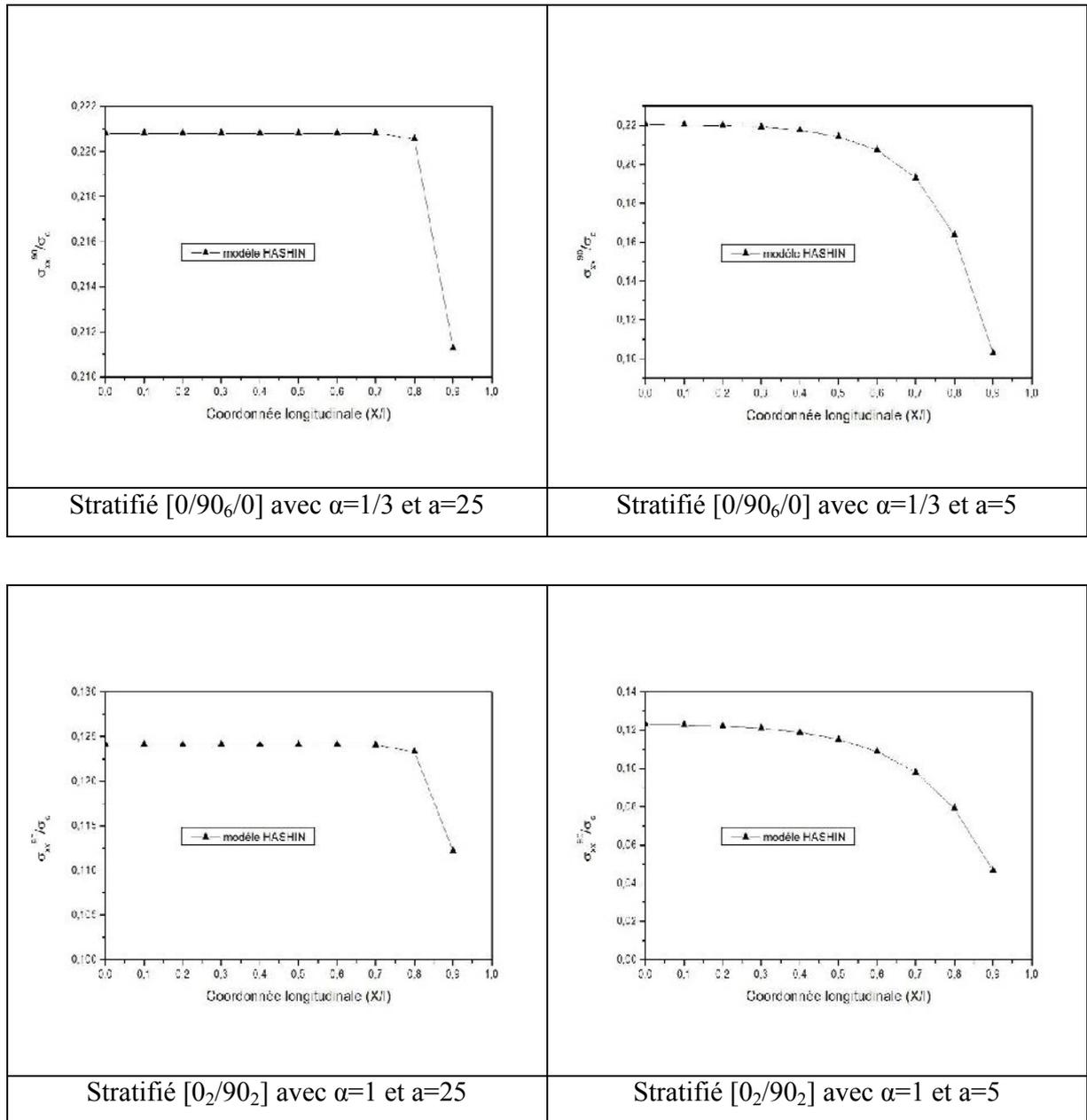


Figure 4.4 : Variation de la contraintes longitudinale dans le stratifié AS4-3502 en fonction des coordonnées longitudinales pour le modèle d'Hashin.

4.4.3 Validation des résultats

A travers les résultats présentés dans les figures 4.2, 4.3, 4.4 ayant les rapports géométriques ($\alpha=1, 1/3$) pour les trois modèles étudiés, on remarque que plus le rapport géométrique « a » devient important (les fissures deviennent très éloignées), plus la répartition des contraintes longitudinales dans les couches à 90° suivant l'axe x tend à être uniforme dans la cellule élémentaire.

Il a été constaté que le modèle HASHIN donne aussi des résultats similaires à ceux obtenus par le modèle de Berthelot, dans le cas où les fissures sont très éloignées ($a = 25$), (figures 4.6). Pour les petites valeurs géométriques de fissuration ($a \leq 5$), le modèle d'HASHIN ne donne pas des résultats identiques à ceux obtenus par les modèles de Berthelot.

D'après une étude réalisée par éléments finis par EL MAHI et autres [41], les résultats montrent que dans le cas où le rapport d'épaisseur des couches est petit (dans notre cas $\alpha=1/3$) et pour différentes valeurs de rapport géométrique de fissuration ($a=25, 5, 2.5, 1$) les deux modèles, variation parabolique et variation progressive donnent des résultats similaires à ceux obtenus par la méthode des éléments finis. Dans tous les cas et en particulier pour des valeurs élevées des épaisseurs des couches à 0° et des valeurs élevées de la densité de fissures (correspondant à des faibles valeurs du rapport géométrique de fissuration), le modèle de cisaillement progressif montre une bonne concordance avec les résultats obtenus par la méthode des éléments finis.

En conclusion, d'après nos résultats, à hautes densités de fissurations, la contrainte ultime exigée pour ne plus produire de fissures, ne peut pas être prononcée à cause d'une situation qui correspond à l'état de saturation. Lorsque les fissures sont très éloignées, l'hypothèse de la contrainte constante dans l'épaisseur de la couche est correcte, sauf au voisinage du plan de fissures.

4.4.4 Comparaison des contraintes longitudinales pour les différents modèles

La comparaison des contraintes longitudinales dans la couche 90° en fonction des coordonnées longitudinales est représentée pour les trois modèles déjà étudiés précédemment (variation parabolique, progressive et Hashin) dans les figures 4.5, 4.6.

On remarque que la réduction de la contrainte longitudinale est plus importante pour les coordonnées longitudinales (X/l) supérieures à 0.4 pour les trois modèles, par contre les deux variations paraboliques et progressives donnent des résultats plus proches que le modèle d'HASHIN.

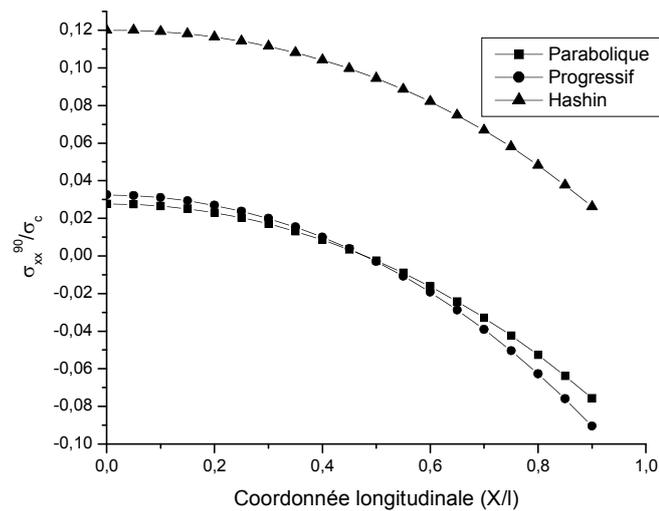


Figure 4.5 : Variation de la contrainte longitudinale pour $\alpha=1/3$ et un rapport géométrique de fissuration $a=1$.

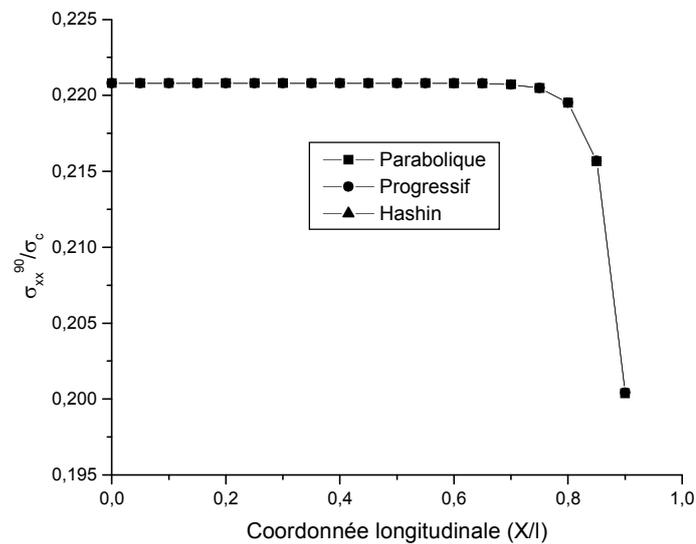


Figure 4.6 : Variation de la contrainte longitudinale pour $\alpha=1/3$ et un rapport géométrique de fissuration $a=25$.

Pour un rapport géométrique (a) plus important (les fissures deviennent très éloignées), la répartition des contraintes longitudinales dans les couches à 90° suivant l'axe (x) (figure 4.6) devient uniforme pour des coordonnées longitudinale (X/l) inférieure à 0.8 et pour les trois modèles étudiés, par contre pour (X/l) supérieure à 0.8 on a une réduction des contraintes longitudinales plus importantes, et cela est plus remarqué pour les variations paraboliques et progressives.

4.5 Etude du module de Young longitudinal

4.5.1 Présentation du module de Young longitudinal en utilisant le modèle de BERTHELOT

Pour mettre en évidence la perte de rigidité causée par ce type d'endommagement (fissuration transverse), on a étudié la variation du module de Young longitudinal en fonction de la densité des fissures transverses pour les deux modèles (parabolique et progressif). Nos résultats représentés dans les figures 4.7 et 4.8, sont comparés avec les résultats expérimentaux publiés par Adda Bedia, Tounsi et Amara [14-29-35-39-40]. Ces résultats ont été déterminés à partir des essais sur le composite AS4-3502.

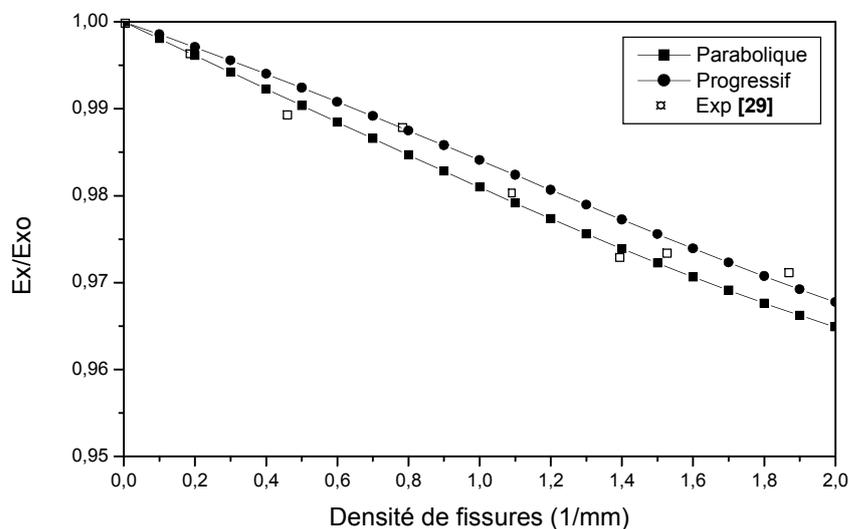


Figure 4.7 : Comparaison entre la réduction du module de Young en fonction de la densité de fissuration $[0/90]_S$ AS4-3502 pour les modèles parabolique et progressif.

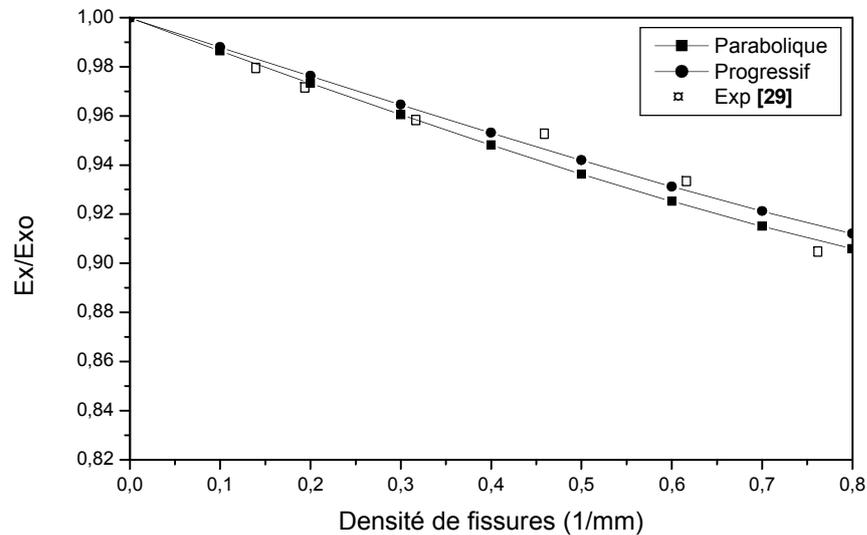


Figure 4.8 : Comparaison entre la réduction du module de Young en fonction de la densité de fissuration $[0/90_3]_S$ AS4-3502 pour les modèles parabolique et progressif.

On remarque que nos résultats sont plus proches des résultats expérimentaux [29] et validés avec les résultats publiés par Adda Bedia, Tounsi, Amara et autres [14-29-35-39-40], cela pour différents α ($\alpha=1$, $\alpha=1/3$). Le module de Young longitudinal se réduit en fonction de la densité de fissures et pour α faible (c à d le nombre de couche à 90° est plus important que le nombre de couche à 0°).

4.5.2 Présentation du module de Young longitudinal en utilisant le modèle d'HASHIN

La variation du module longitudinal est étudiée en fonction de la densité des fissures transverses pour le modèle HASHIN sur le matériau composite croisé AS4-3502. Les résultats obtenus (figures 4.9, 4.10, 4.11) sont comparés avec les résultats expérimentaux [14-15] publiés par Adda Bedia, Tounsi et Amara.

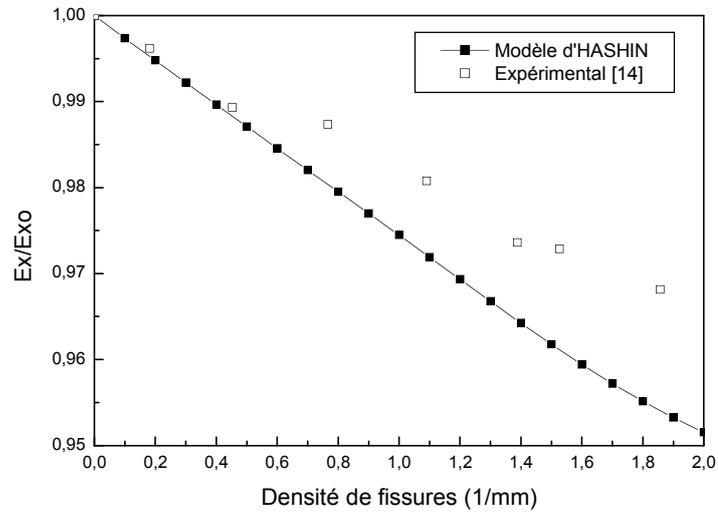


Figure 4.9 : Comparaison de la réduction du module de Young en fonction de la densité de fissures $[0/90]_s$ AS/3502 et l'expérimental [14]

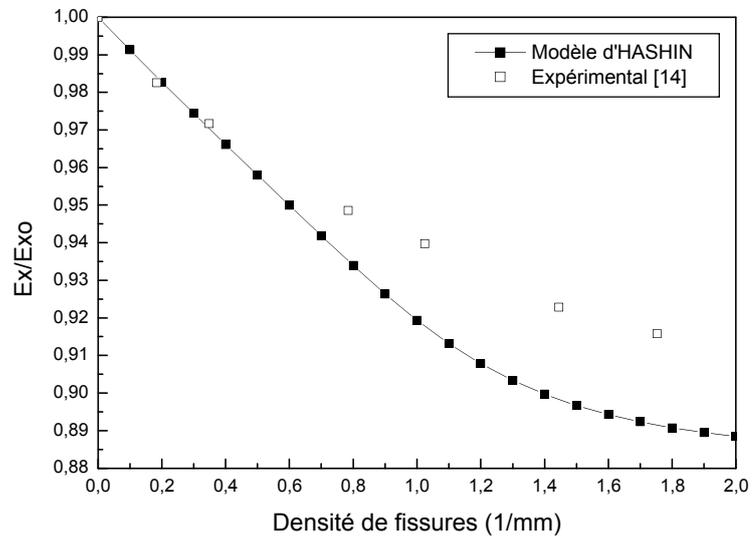


Figure 4.10 : Comparaison de la réduction du module de Young en fonction de la densité de fissures $[0/90]_2s$ AS/3502 et l'expérimental [14]

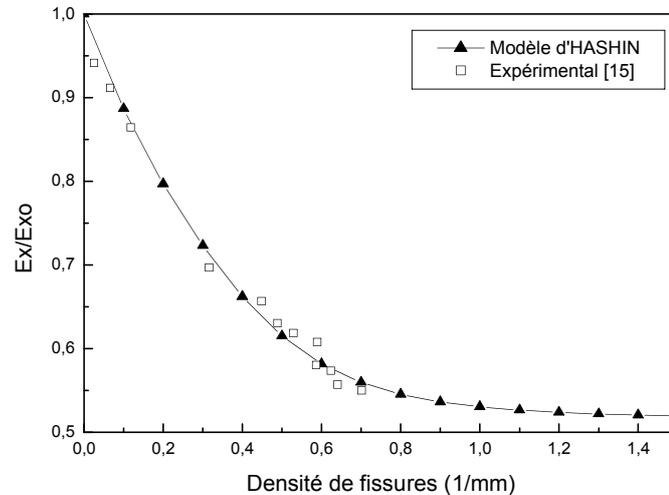


Figure 4.11 : Comparaison de la réduction du module de Young en fonction de la densité de fissures $[0/90_3]_S$ Verre/époxy et l'expérimental [15]

Nos résultats s'accordent avec les résultats obtenus par Adda Bedia, Tounsi et Amara [14-15]. On remarque une réduction du module de Young longitudinale en fonction de la densité de fissuration. Pour les $\alpha = 1$ et $1/2$ on remarque que les résultats analytiques sont un peu éloignés de l'expérimentale [14], par contre pour $\alpha = 1/3$ verre/époxy nos résultats analytiques s'approchent des résultats expérimentaux [15].

4.5.3 Comparaison des modules de Young longitudinaux pour les différents modèles

Les résultats dans les figures 4.12, 4.13 montrent que lorsque les fissures transverses s'initient, le module d'Young longitudinal sera réduit et la meilleure prédiction comparative aux résultats expérimentaux est donnée par les modèles paraboliques et progressifs. Le modèle variationnel d'Hashin prévoit des réductions supérieures à ceux obtenus par les essais expérimentaux [29].

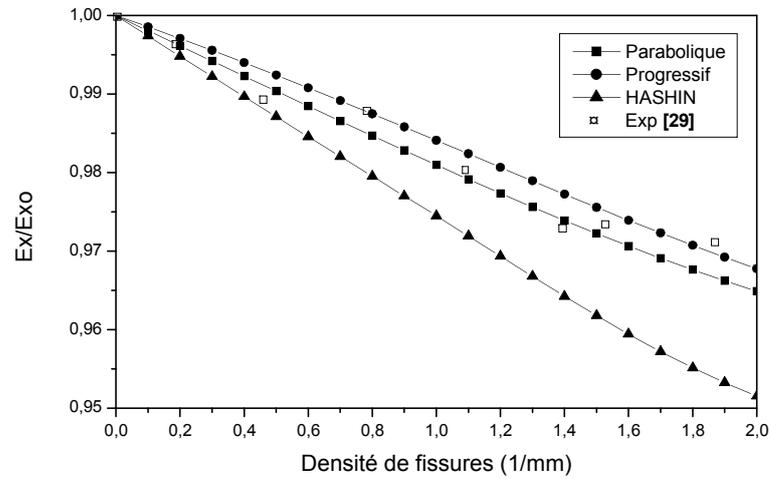


Figure 4.12 : Comparaison entre la réduction du module de Young en fonction de la densité de fissures $[0/90]_S$ AS4-3502 pour les trois modèles.

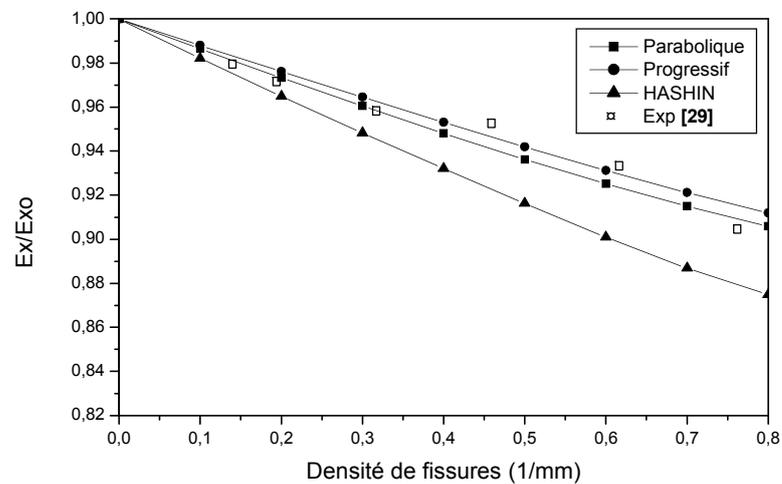


Figure 4.13 : Comparaison entre la réduction du module de Young en fonction de la densité de fissures $[0/90]_3S$ AS4-3502 pour les trois modèles.

4.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons analysé la fissuration transverse dans les stratifiés croisés où il a été remarqué que la variation des contraintes longitudinales et le module de Young longitudinal dépendent de plusieurs paramètres à savoir : le rapport géométrique, la densité de fissures.

Deux modèles analytiques basés sur la diffusion du cisaillement (parabolique et progressif) et un modèle variationnel (Hashin) ont été utilisés pour mettre en évidence ces problèmes. Les modèles analytiques donnent de meilleurs résultats proches à l'expérimental par rapport au modèle variationnel.

Finalement, une réduction de la contrainte longitudinale et du module de Young longitudinal caractérise le comportement du matériau composite croisé, soumis à des sollicitations en fonction de la densité de fissurations.

CHAPITRE 5

SIMULATION ET RÉSULTATS DES STRATIFIÉS FISSURÉS AVEC CHARGEMENT MÉCANIQUE ET CONDITIONS HYGROTHERMIQUE

5.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous nous intéressons au comportement de la rigidité dans un matériau composite croisé et fissuré, soumis à des sollicitations de traction et sous différentes conditions hygrothermiques. Les effets du volume des fibres, du nombre de couche à 90° et à 0°, ainsi que le rapport d'épaisseur sont aussi pris en considération dans l'analyse, afin d'illustrer l'évolution de la rigidité en fonction de la densité de fissures et à différents environnements hygrothermiques.

Dans un premier temps des résultats tenant compte de chargement hygrothermique et utilisant un modèle simplifié sont présentés. Ces résultats obtenus sur un composite croisé et fissuré sont comparés à d'autres travaux similaires, afin de valider la démarche adoptée pour l'étude hygrothermique en transitoire.

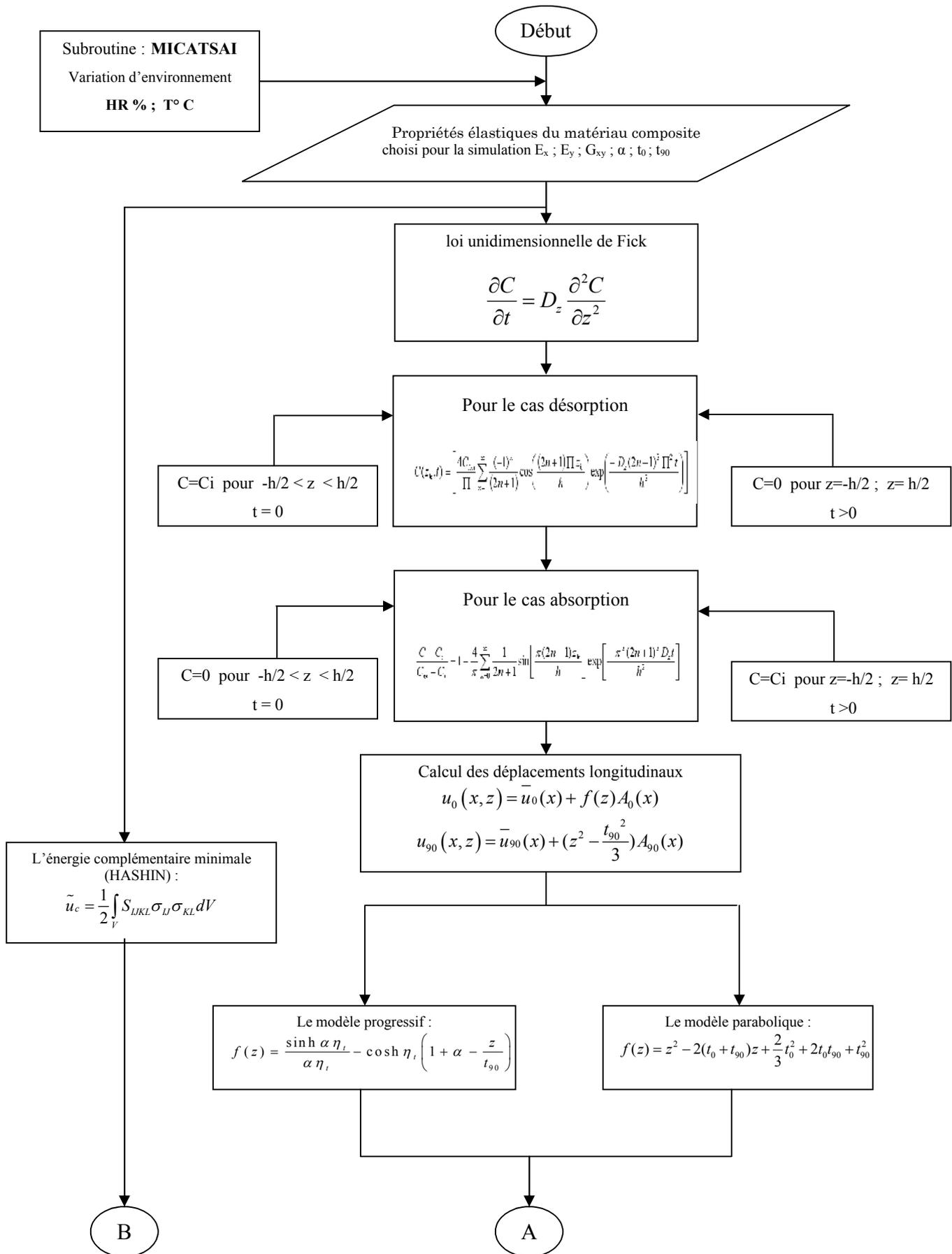
Dans un deuxième temps, nous donnerons des résultats correspondants à un vieillissement hygrothermique, utilisant le modèle de Tsai simplifié qui tien compte d'un environnement variable et une concentration initiale constante.

Dans un troisième temps sont présentés les résultats du modèle proposé pour cette étude, qui tient compte d'une concentration locale variable dans le temps à travers le stratifié, pour un environnement variable, à travers le modèle de vieillissement hygrothermique de Tsai en transitoire.

Enfin une comparaison entre ces trois modèles sera faite, aussi bien pour un cas d'absorption que de désorption.

5.2 Organigramme

A l'issue de cette étude et pour modéliser la réduction de la rigidité dans un matériau composite croisé, en fonction de la densité de fissuration et sous conditions hygrothermiques, un organigramme MICAVILL a été établi comme suit :



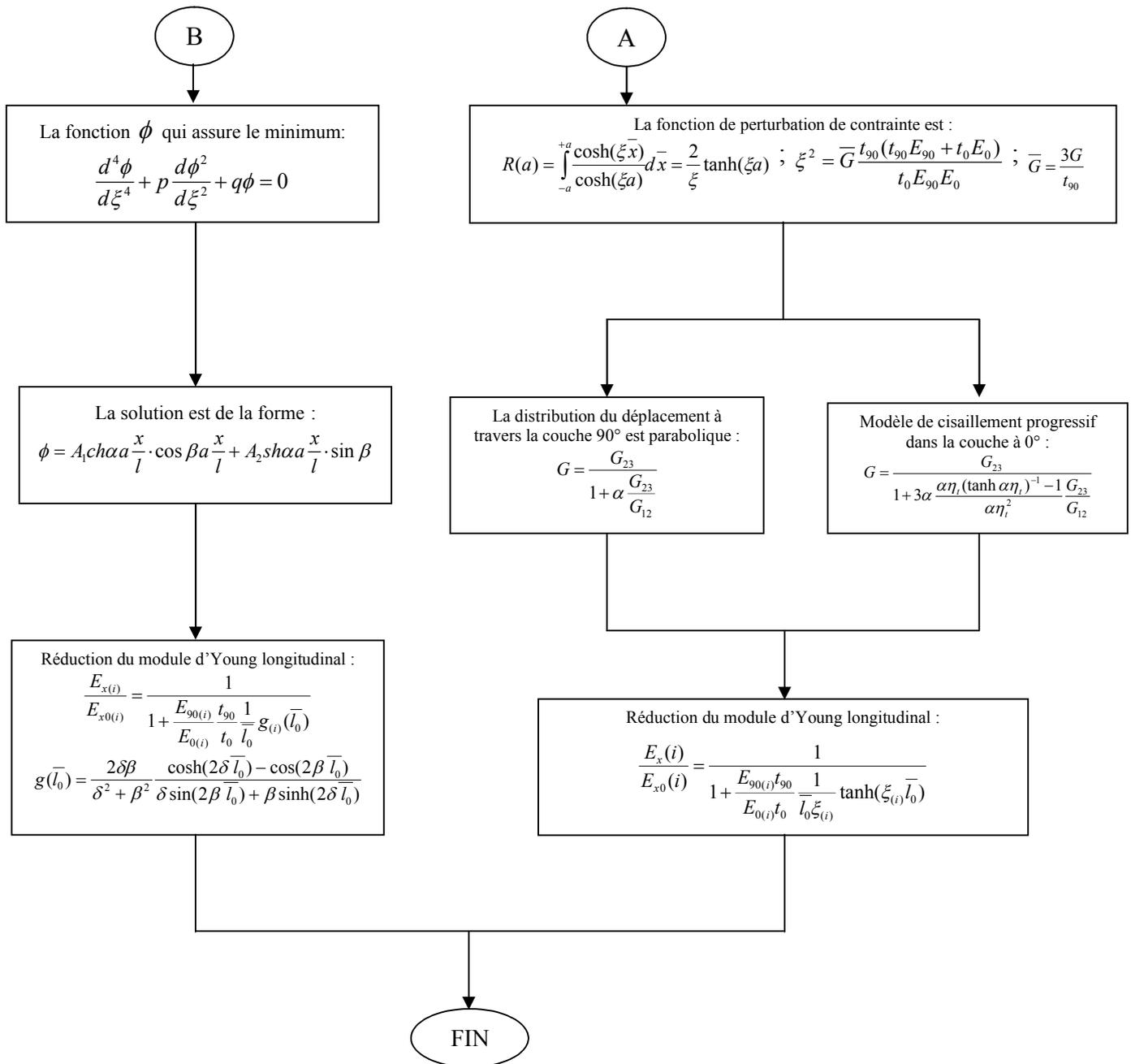


Figure 5.1 Organigramme du MICAVILL

5.3 Validation du programme de simulation par l'étude de l'influence des conditions hygrothermiques (modèle simplifié) pour le modèle de Berthelot

5.3.1 Réduction de la rigidité relative

Dans cette section, on calcule la perte de rigidité du stratifié croisé qui est déjà soumis initialement à un vieillissement hygrothermique. La réduction de la rigidité du stratifié croisé due à la densité de fissuration est évaluée par rapport à la rigidité initiale du stratifié non endommagé, soumis lui aussi aux mêmes conditions hygrothermiques.

On note que cette rigidité initiale du stratifié non endommagé est fonction aussi de la température et de l'humidité. Par conséquent, l'équation (3.83) devient :

$$\frac{E_x(i)}{E_{x0}(i)} = \frac{1}{1 + \frac{E_{90(i)}t_{90}}{E_{0(i)}t_0} \frac{1}{l_0 \xi(i)} \tanh(\xi(i) \bar{l}_0)} \quad (5.1)$$

L'indice « i » représente les différents types de conditions d'environnement considéré.

Le modèle hygrothermique simplifié est représenté par [14-15] :

$$T = T_0 + \Delta T$$

$$\text{et, } C = C_0 + \Delta C$$

Pour cet exemple l'épaisseur de chaque couche est 0.125 mm et les propriétés élastiques pour le graphite/époxy sont : $E_f = 230.0$ GPa, $G_f = 9.0$ GPa, $\nu_f = 0.203$, $\nu_m = 0.34$ et $E_m = (3.51 - 0.003T - 0.142C)$ GPa, $C_0 = 0$. $T_0 = 25^\circ\text{C}$. [14-15] :

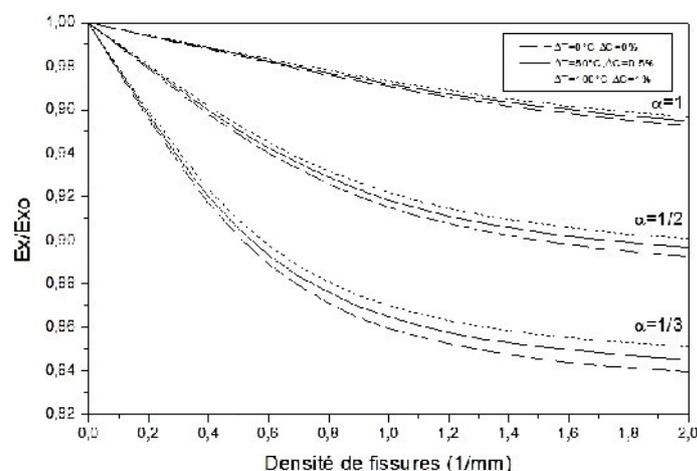


Figure 5.2 : Réduction de la rigidité relative pour graphite/époxy ($V_f = 0.6$) en fonction de la densité de fissures pour trois cas : $[0/90]_s$ ($\alpha = 1$), $[0/90]_2s$ ($\alpha = 1/2$) et $[0/90]_3s$ ($\alpha = 1/3$).

Modèle parabolique

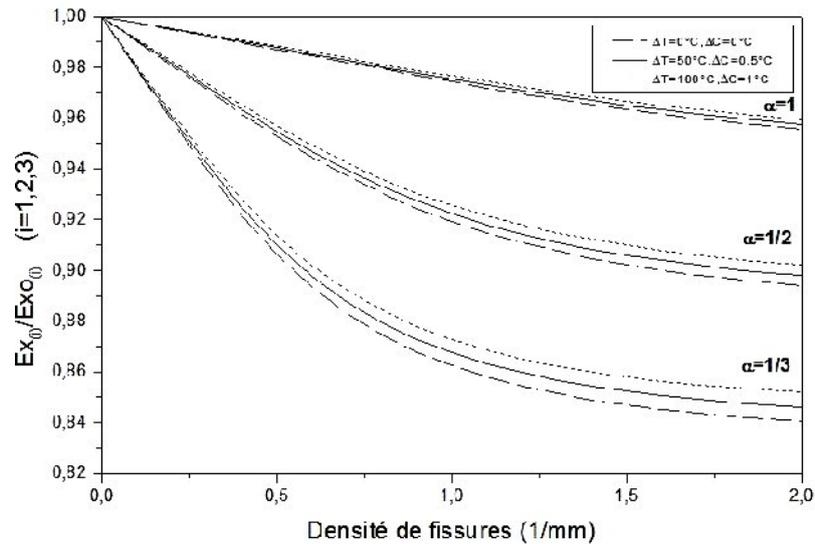


Figure 5.3 : Réduction de la rigidité relative pour graphite/époxy ($V_f=0.6$) en fonction de la densité de fissures pour trois cas : $[0/90]_s$ ($\alpha = 1$), $[0/90_2]_s$ ($\alpha = 1/2$) et $[0/90_3]_s$ ($\alpha = 1/3$).
Modèle progressif

Les résultats obtenus dans les figures 5.2 et 5.3 sont les mêmes que ceux obtenus par E. Adda et autres [14-15], voir annexe 1. On remarque toujours que la rigidité relative sera réduite lorsque α est de plus en plus faible. Les effets de température et d'humidité réduisent d'avantage la rigidité à α faible. On peut dire que plus le nombre de couche à 90° est important par rapport au nombre de couche à 0° , plus la réduction de la rigidité relative est importante. Le stratifié est alors moins résistant.

5.3.2 Réduction de la rigidité totale

La réduction de la rigidité totale est déterminée par rapport au module de Young longitudinal d'un stratifié non endommagé, lorsque ce dernier est sous les conditions suivantes : $\Delta T=0$, $\Delta C=0\%$, $i=1,2,3$.

A partir de l'équation (5.1) on aura :

$$\frac{E_{x(i)}}{E_{x0(1)}} = \frac{(\alpha E_{0(i)} + E_{90(i)})}{\left(1 + \frac{E_{90(i)} t_{90}}{E_{0(i)} t_0} \frac{1}{l_0 \xi_{(i)}} \tanh(\xi_{(i)} \bar{l}_0)\right) (\alpha E_{0(1)} + E_{90(1)})} \quad (5.2)$$

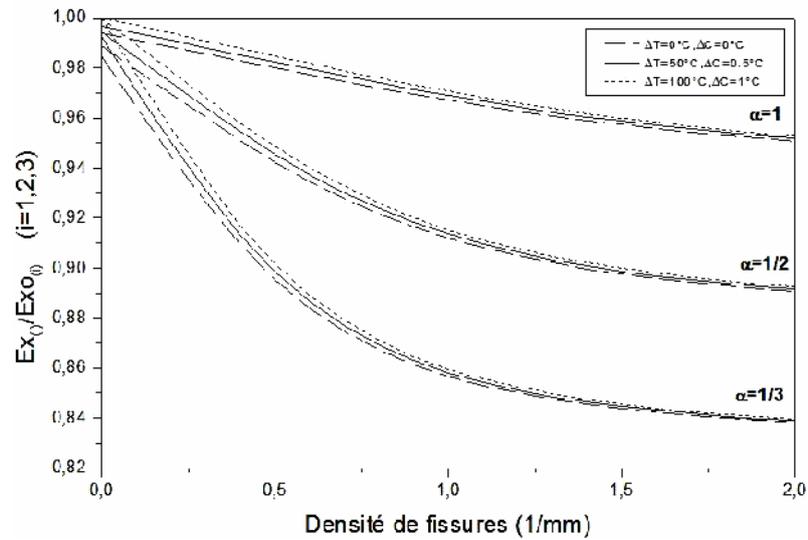


Figure 5.4 : Réduction de la rigidité totale pour graphite/époxy ($V_f=0.6$) en fonction de la densité de fissures pour trois cas : $[0/90]_s$ ($\alpha = 1$), $[0/90_2]_s$ ($\alpha = 1/2$) et $[0/90_3]_s$ ($\alpha = 1/3$).

Modèle parabolique

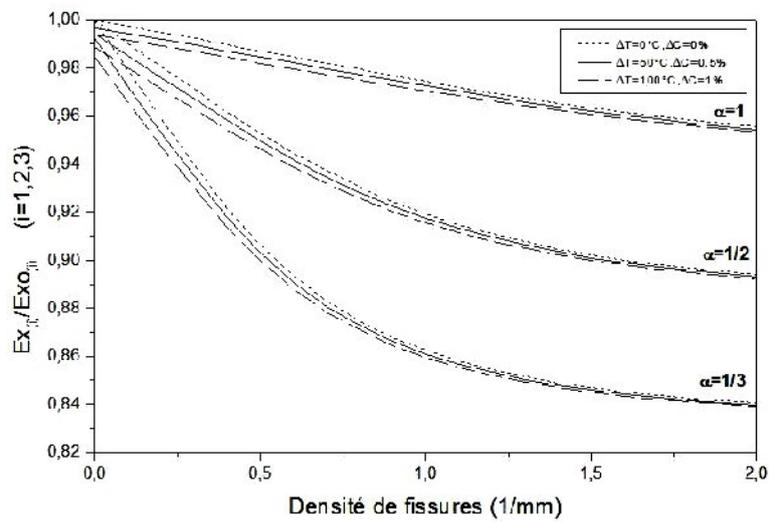


Figure 5.5 : Réduction de la rigidité relative pour graphite/époxy ($V_f=0.6$) en fonction de la densité de fissures pour trois cas : $[0/90]_s$ ($\alpha = 1$), $[0/90_2]_s$ ($\alpha = 1/2$) et $[0/90_3]_s$ ($\alpha = 1/3$).

Modèle progressif

La réduction de la rigidité totale est représentée pour un matériau fissuré sous effet hygrothermique par rapport à un matériau non fissuré sous des conditions normal (figure 5.4 et 5.5). Les résultats obtenus se concordent avec les résultats publiés par A. Tounsi et autres [15] (voir annexe 1). Cette réduction montre l'effet direct des conditions hygrothermiques sur le matériau fissuré, on remarque une réduction de module de Young avec l'augmentation de la température et l'humidité.

5.3.3 Influence du volume des fibres sur la réduction de la rigidité (modèle parabolique)

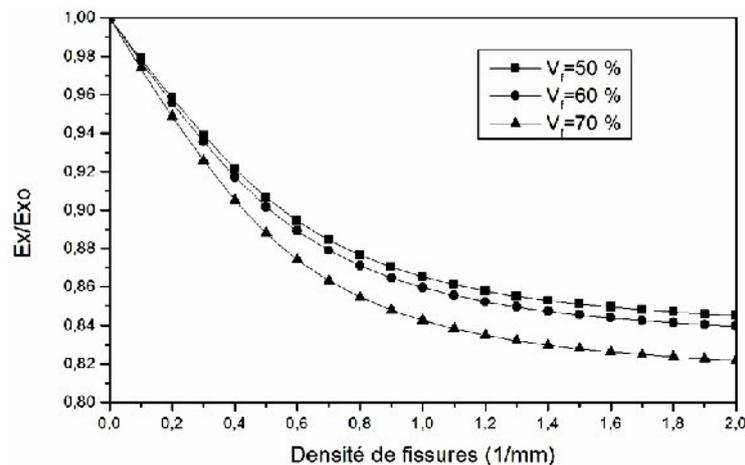


Figure 5.6 : Effet de la fraction volumique des fibres sur la réduction de module du Young longitudinal pour graphite/époxy $[0/90_3]_s$ en fonction de densité de fissures ($\Delta T=0^\circ\text{C}$, $\Delta C=0\%$) modèle parabolique.

Les résultats obtenus (figure 5.6) sont les mêmes que ceux publiés par A. Tounsi et autres [15] (voir annexe 1). La réduction du module de Young longitudinal est fonction de la densité de fissures, ainsi que de la fraction volumique des fibres, car plus la fraction volumique des fibres augmente plus la réduction du module de Young est plus importante. On remarque aussi une chute brutale de la rigidité longitudinale pour une densité de fissures variant de 0 à 1. De 1 à 2 une quasi stabilisation de la valeur de la rigidité longitudinale est observée pour chaque volume de fibres.

5.3.4 Influence du nombre de couches 90° et 0° (modèle parabolique)

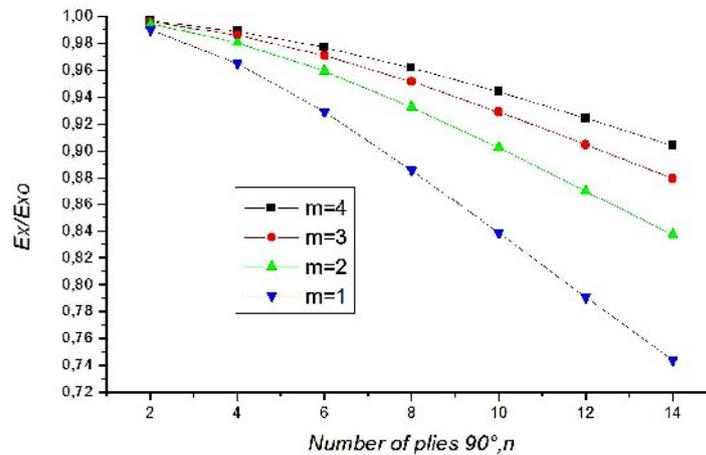


Figure 5.7 : Effet de la variation des couches à 90° et à 0° sur la réduction de la rigidité relative à $T=22^{\circ}\text{C}$, $C=0,5\%$ et $\rho=0,1$ (1/mm) (modèle parabolique).

La réduction de la rigidité (figure 5.7) est étudiée en fonction du nombre de couche à 90° (n) et le nombre de couche à 0°(m). Nous obtenons la même allure obtenue par M. Bouazza et autres [29] (voir annexe 1). On remarque que l'augmentation du nombre de couches à 90° diminue la rigidité du matériau composite, par contre l'augmentation du nombre de couche à 0° augmente la rigidité du matériau.

5.4 Influence des conditions hygrothermiques pour le modèle d'Hashin

5.4.1 Réduction de la rigidité relative

La réduction de la rigidité du stratifié croisé due à la densité de fissuration est évaluée par rapport à la rigidité initiale du stratifié non endommagé, soumis lui aussi aux mêmes conditions hygrothermiques.

On note que cette rigidité initiale du stratifié non endommagé est fonction aussi de la température et de l'humidité. Par conséquent, l'équation (3.151) devient :

$$\frac{E_{x(i)}}{E_{x0(i)}} = \frac{1}{1 + \frac{E_{90(i)} t_{90}}{E_{0(i)} t_0} \frac{1}{l_0} g_{(i)}(\bar{l}_0)} \quad (5.3)$$

L'indice « i » représente les différents types de conditions d'environnement considéré.

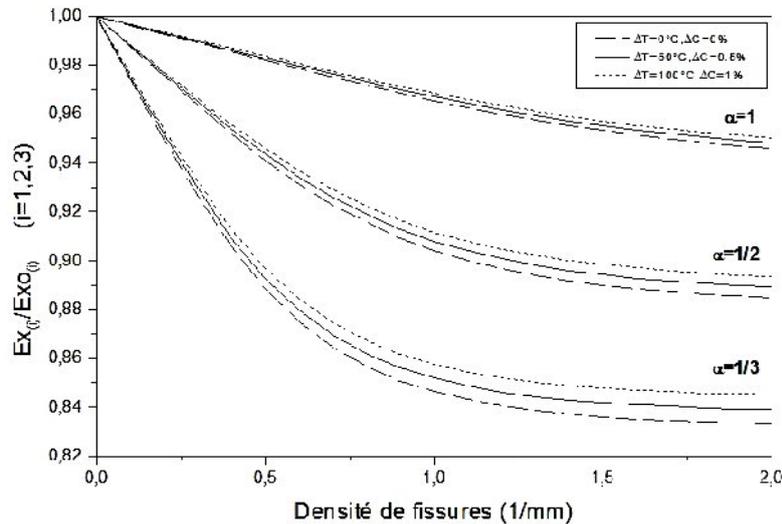


Figure 5.8 : Réduction de la rigidité relative en fonction de la densité de fissures sous conditions hygrothermiques.

Nos résultats (figure 5.8) se concordent avec les résultats obtenus par A. Tounsi et autres [15] (voir annexe 1). La réduction de la rigidité relative est représentée en fonction de la densité de fissuration sous conditions hygrothermiques et en utilisant l'approche variationnelle d'Hashin. La réduction de la rigidité est plus importante pour des densités de fissuration inférieure à 1, et pour des rapports d'épaisseurs faibles.

5.4.2 Réduction de la rigidité totale

La réduction de la rigidité totale est déterminée par rapport au module de Young d'un stratifié non endommagé, lorsque ce dernier est sous les conditions environnementales suivantes : $\Delta T=0$, $C=0\%$ pour le modèle variationnel d'Hashin.

Alors l'équation (5,3) devient :

$$\frac{E_{x(i)}}{E_{x0(i)}} = \frac{(\alpha E_{0(i)} + E_{90(i)})}{\left(1 + \frac{E_{90(i)} t_{90}}{E_{0(i)} t_0} \frac{1}{l_0} g_{(i)}(\bar{l}_0)\right) (\alpha E_{0(1)} + E_{90(1)})} \quad (5.4)$$

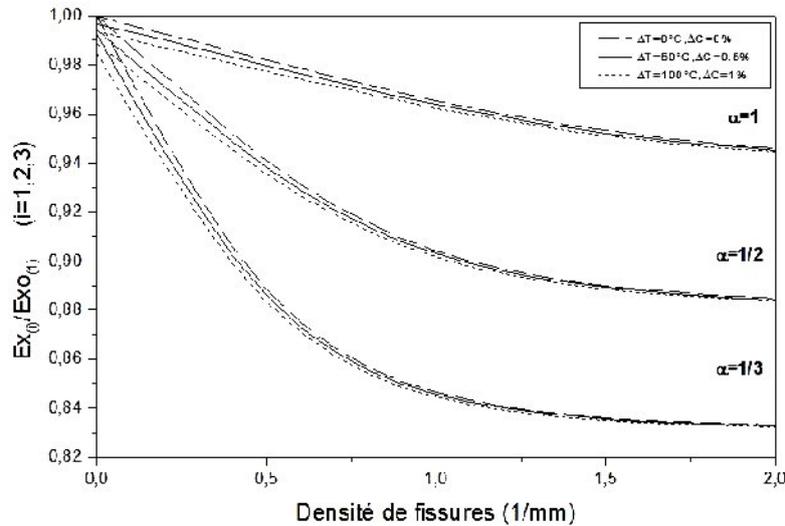


Figure 5.9 : Réduction de la rigidité totale en fonction de la densité de fissures sous conditions hygrothermiques.

Pour trois environnements différents, on remarque une réduction de la rigidité totale en fonction de la densité de fissures (figure 5.9). On remarque que pour une densité de fissures égale à zéro on a une réduction de la rigidité, ce qui est lié directement aux conditions hygrothermiques. Ces résultats sont les mêmes obtenus dans la référence [15] (voir annexe 1).

5.4.3 Influence du volume des fibres sur la réduction de la rigidité

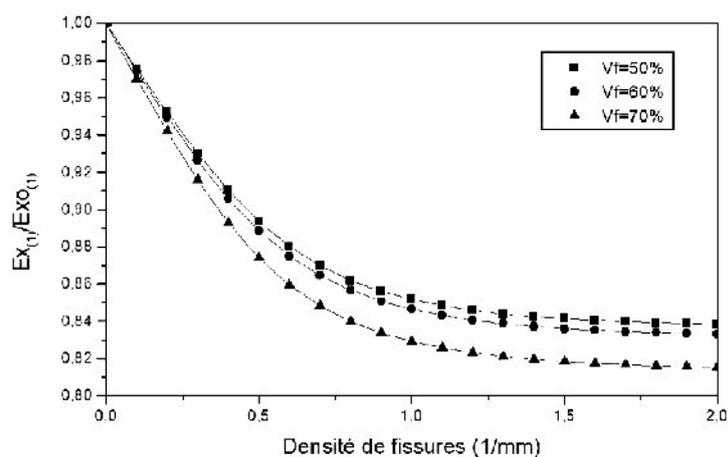


Figure 5.10 : Effet de la fraction volumique des fibres sur la réduction de module de Young longitudinal pour graphite/époxy $[0/90_3]_s$ en fonction de densité de fissures ($\Delta T=0^\circ\text{C}$, $\Delta C=0\%$).

Les résultats obtenus (figure 5.10) sont validés avec ceux publiés par A. Tounsi et autres [15] (voir annexe 1). On note que plus la fraction volumique des fibres augmente plus la réduction du module de Young en fonction de la densité de fissuration est plus importante.

5.5 Réduction de la rigidité sous effet hygrothermique par le modèle de Tsai « transitoire »

5.5.1 Effet de la désorption et absorption

Le calcul de la concentration $C(z,t)$ est obtenue à partir de la résolution de l'équation de Fick unidimensionnelle, pour un cas physique bien précis, absorption ou désorption [17,19,20]. Cette valeur instantanée sera ensuite utilisée dans le modèle de vieillissement hygrothermique de Tsai. Les propriétés mécaniques de l'unidirectionnel en transitoire seront ensuite déterminées. La réduction de la rigidité en fonction du temps et de l'environnement hygrothermique sera ensuite établie.

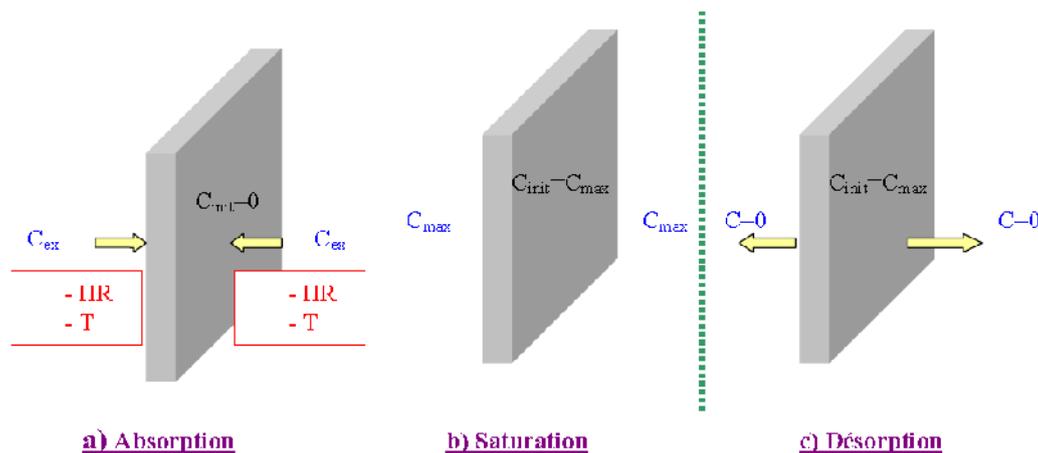


Figure 5.11 : Absorption-Désorption

C est la concentration d'humidité dans la plaque, D_z est le coefficient de diffusion dans la direction transversale, z étant la position à travers l'épaisseur. Les conditions aux limites et initiales pour la désorption sont les suivantes [37] :

$$C=C_i \text{ pour } -h/2 \leq z \leq h/2 \text{ et } t=0 \quad (5.5)$$

$$C=0 \text{ pour } z=-h/2 ; z=h/2 \text{ et } t>0 \quad (5.6)$$

L'indice i et représente les valeurs à l'instant initial.

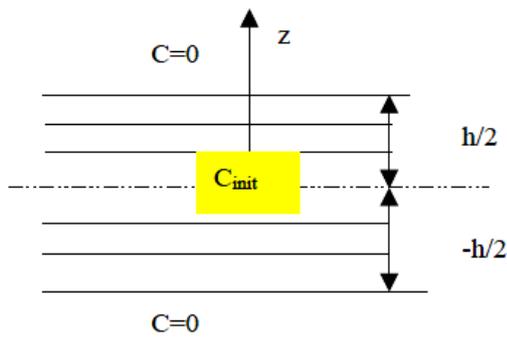


Figure 5.12 : Cas d'une désorption

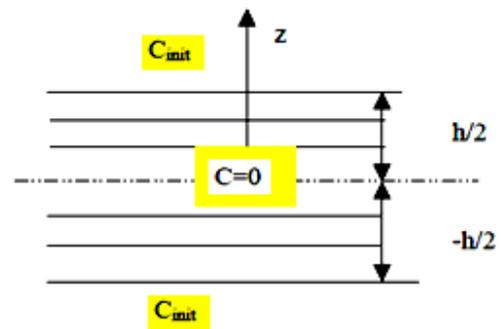


Figure 5.13 : Cas d'une absorption

On considère une plaque homogène et plane d'épaisseur h , soumise à un environnement humide sur ses deux faces. La loi unidimensionnelle de Fick s'écrit [1,3,24]:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_z \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \quad (5.7)$$

Les conditions initiales étant uniformes et les conditions aux limites sont constantes, la solution unidimensionnelle de Fick peut être exprimée ainsi [37,33]:

$$C(z_k, t) = \left[\frac{4C_{ini}}{\Pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)} \cos\left(\frac{(2n+1)\Pi z_k}{h}\right) \exp\left(\frac{-D_z(2n+1)^2 \Pi^2 t}{h^2}\right) \right] \quad (5.8)$$

Pour le cas de l'absorption on a [34,8]:

$$\frac{C - C_i}{C_s - C_i} = 1 - \frac{4}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \sin\left[\frac{\pi(2n+1)z_k}{h}\right] \exp\left[\frac{-\pi^2(2n+1)^2 D_z t}{h^2}\right] \quad (5.9)$$

Avec :

$$C=0 \text{ pour } -h/2 \leq z \leq h/2 \text{ et } t=0 \quad (5.10)$$

$$C=C_i \text{ pour } z=-h/2 ; z=h/2 \text{ et } t>0 \quad (5.11)$$

Pour représenter la réduction de la rigidité dans les composites fissurés sous effets hygrothermiques pour différents modèles, on a choisi le modèle de Tsai avec deux environnements remarquables. Les temps choisis pour la simulation seront pris égaux à $t_{sat}/20$, $t_{sat}/10$ avec t_{sat} pour le T300/5208 à épaisseur de 1mm égale à 4222h :

- ENV 1 : Top=22°C et HR= 0%
- ENV 4 : Top=120°C et HR= 100%

a) Effet de la désorption

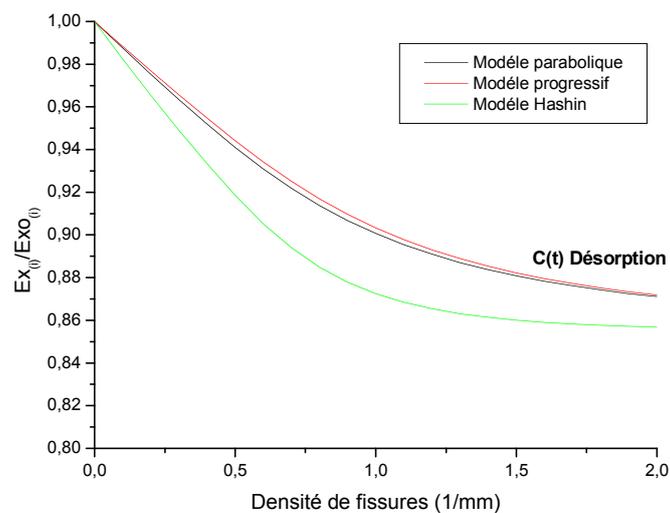


Figure 5.14 : Réduction de la rigidité en fonction de la densité de fissures pour ENV1 : Top=22°C et HR= 0%, Vf=0,7, t=200 heures et $\alpha=1/3$ (C(t) désorption).

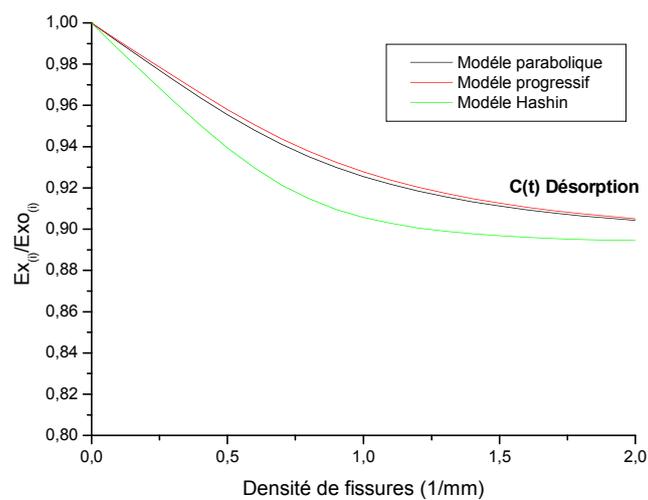


Figure 5.15 : Réduction de la rigidité en fonction de la densité de fissures pour ENV4 : Top=120°C et HR= 100%, Vf=0,7, t=200 heures et $\alpha=1/3$ (C(t) désorption).

b) Effet de l'absorption

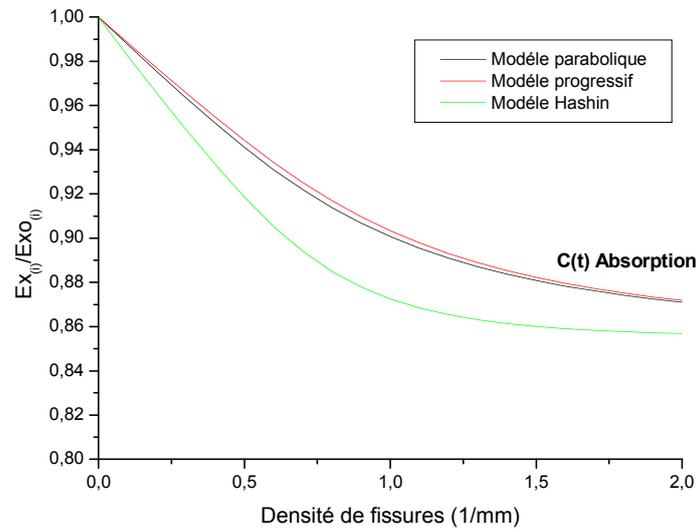


Figure 5.16 : Réduction de la rigidité en fonction de la densité de fissures pour ENV1 :
Top=22°C et HR= 0%, Vf=0,7, t=200 heures et $\alpha=1/3$ (C(t) absorption).

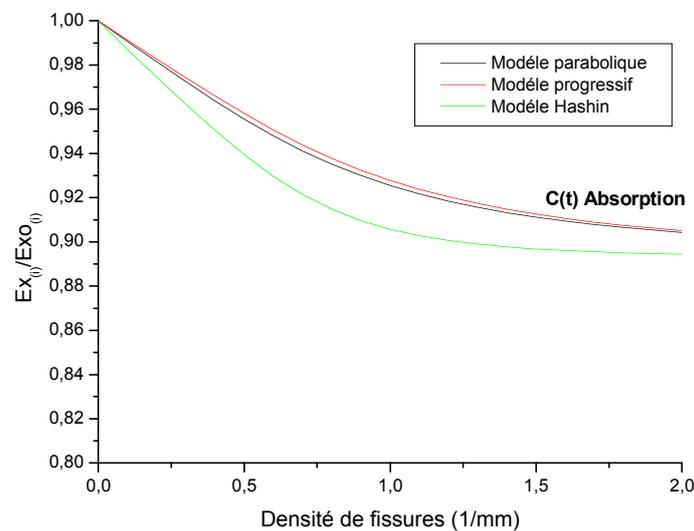


Figure 5.17 : Réduction de la rigidité en fonction de la densité de fissures pour ENV4 :
Top=120°C et HR= 100%, Vf=0,7, t=200 heures et $\alpha=1/3$ (C(t) absorption).

Les figures 5.14, 5.15, 5.16, 5.17 représentent la réduction de la rigidité en fonction de la densité de fissures pour les trois modèles étudiés précédemment (chapitre 3) et deux types de concertation, variables dans le temps (cas désorption et absorption) sous environnements hygrothermiques ENV1 et ENV4. Les résultats donnent une réduction de la rigidité en fonction de la densité de fissures moins importante pour le cas ENV 4 (Top=120°C et HR=100%) par rapport à ENV1 (Top=22°C et HR=0%).

5.5.2 Effet de la température et l'humidité (modèle parabolique)

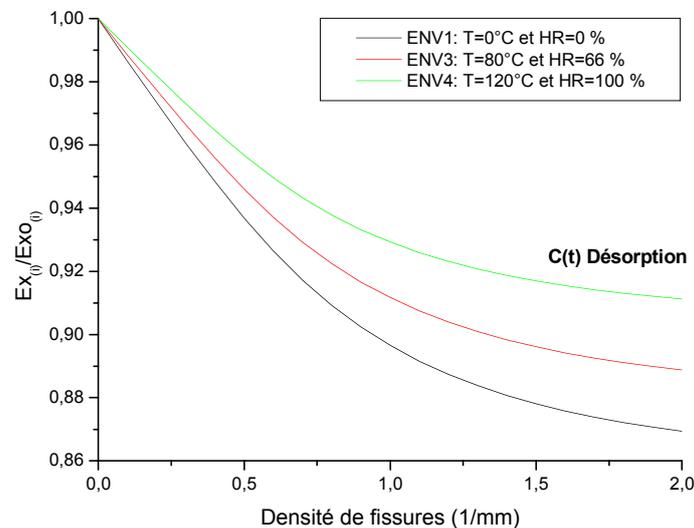


Figure 5.18 : Réduction de la rigidité en fonction de la densité de fissures pour $V_f=0.5$, $t=200$ heures, $\alpha=1/3$ et sous différents environnements hygrothermiques ($C(t)$ désorption).

L'effet de la température et de l'humidité est représenté dans la figure 5.18 pour une réduction de la rigidité en fonction de la densité de fissures sous trois environnements différents (ENV1, ENV3, ENV4). Les résultats montrent qu'avec l'augmentation des conditions hygrothermiques (ENV 4) on aura une réduction de la rigidité moins importante. Effectivement avec une température de 120°C assez élevée, on a une accélération de la diffusion, le composite cède de l'humidité à l'extérieur, la distension est vite dépassée, donc la rigidité n'est pas beaucoup affectée.

5.5.3 Effet du volume de fibres (modèle parabolique)

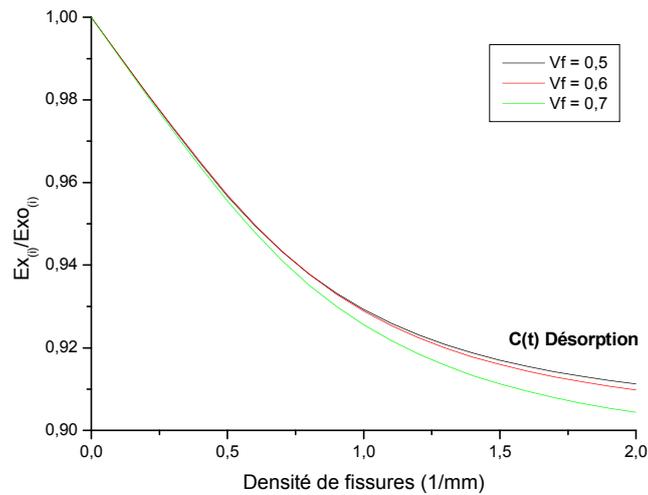


Figure 5.19 : Réduction de la rigidité en fonction de la densité de fissures pour ENV4 :
Top=120°C, HR= 100%, t=200 heures, $\alpha=1/3$ et différentes Vf (C(t) désorption).

Les résultats dans la figure 5.19 montrent qu'avec une augmentation des volumes de fibres (jusqu'à Vf=0.7) on remarque une réduction plus significative de la rigidité en fonction de la densité de fissures pour une concentration transitoire (cas désorption) dans toute la plaque du stratifié, cela pour des conditions hygrothermiques T=120°C et HR=100%.

5.5.4 Influence du rapport d'épaisseur α (C(t) désorption)

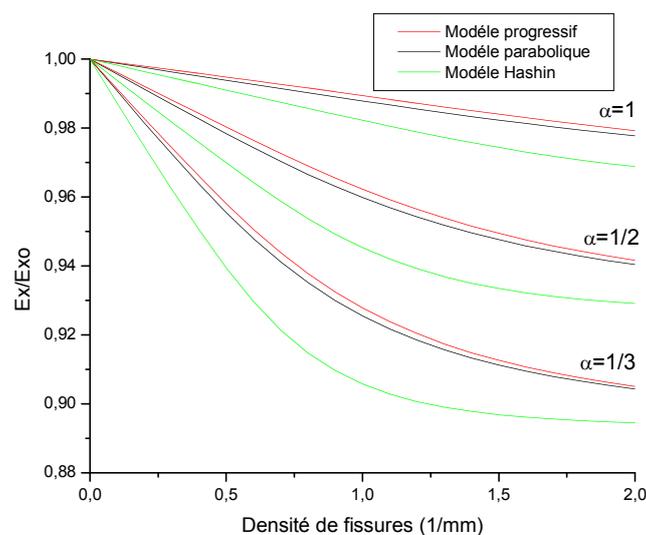


Figure 5.20 : Réduction de la rigidité en fonction de la densité de fissures pour ENV4 :
Top=120°C et HR= 100%, t=200 heures et Vf=0,7 (C(t) désorption).

La figure 5.20 représente la réduction de la rigidité en fonction de la densité de fissures pour différents rapport d'épaisseurs et sous concentration variable dans le temps (cas désorption). On remarque que plus le rapport d'épaisseur α est petit plus la réduction de la rigidité est importante, ce qui veut dire que plus on a un nombre de couches à 90° plus le matériau composite perd ses propriétés.

5.6 Comparaison entre le modèle hygrothermique simplifié, Tsai (C=cste) et Tsai (C(t))

5.6.1 Effet de l'humidité (modèle parabolique)

a) Cas désorption

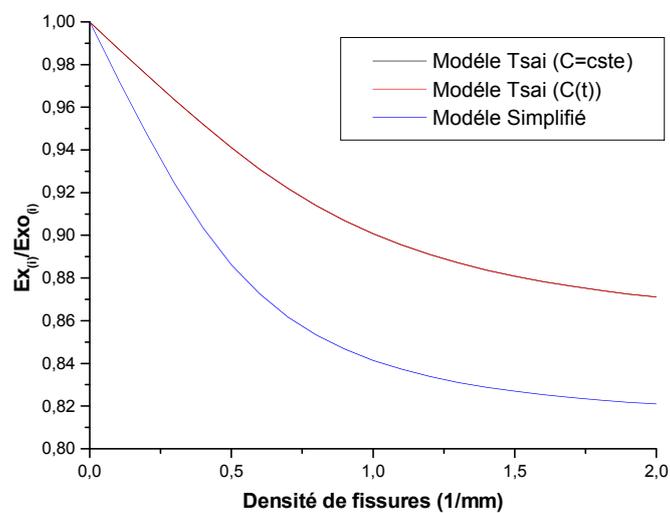


Figure 5.21 : Réduction de la rigidité en fonction de la densité de fissures pour $T_{top}=22^\circ\text{C}$ et $HR=0\%$, $V_f=0,7$, $t=200$ heures et $\alpha=1/3$.

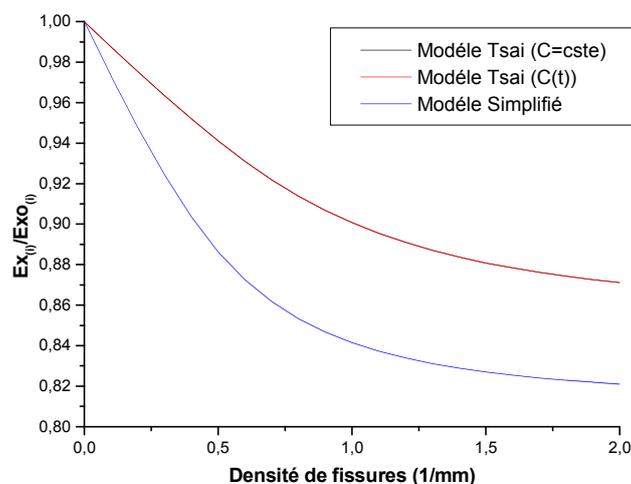


Figure 5.22 : Réduction de la rigidité en fonction de la densité de fissures pour $T_{top}=22^\circ\text{C}$ et $HR=33\%$, $V_f=0,7$, $t=200$ heures et $\alpha=1/3$.

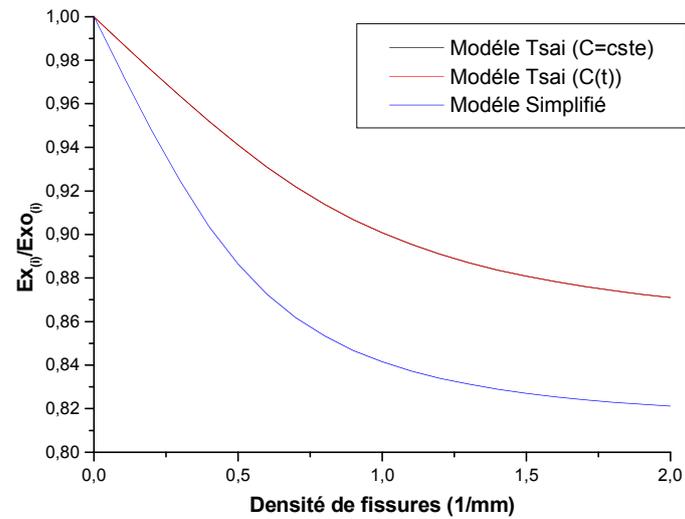


Figure 5.23 : Réduction de la rigidité en fonction de la densité de fissures pour $T_{op}=22^{\circ}\text{C}$ et $HR= 66\%$, $V_f=0,7$, $t=200$ heures et $\alpha=1/3$.

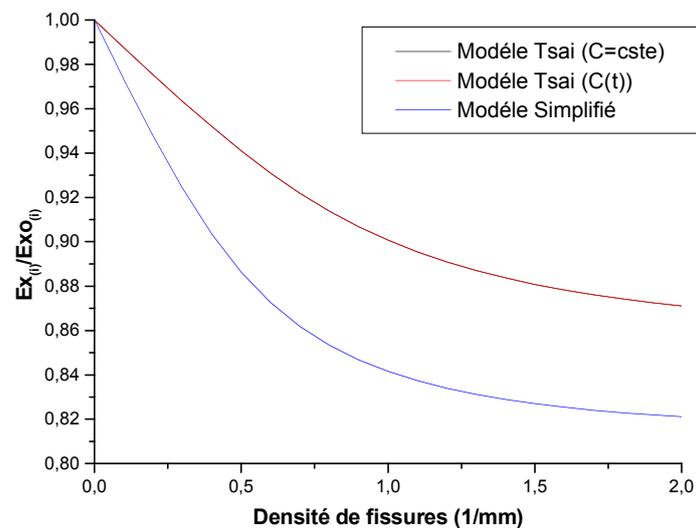


Figure 5.24 : Réduction de la rigidité en fonction de la densité de fissures pour $T_{op}=22^{\circ}\text{C}$ et $HR= 100\%$, $V_f=0,7$, $t=200$ heures et $\alpha=1/3$.

b) Cas absorption

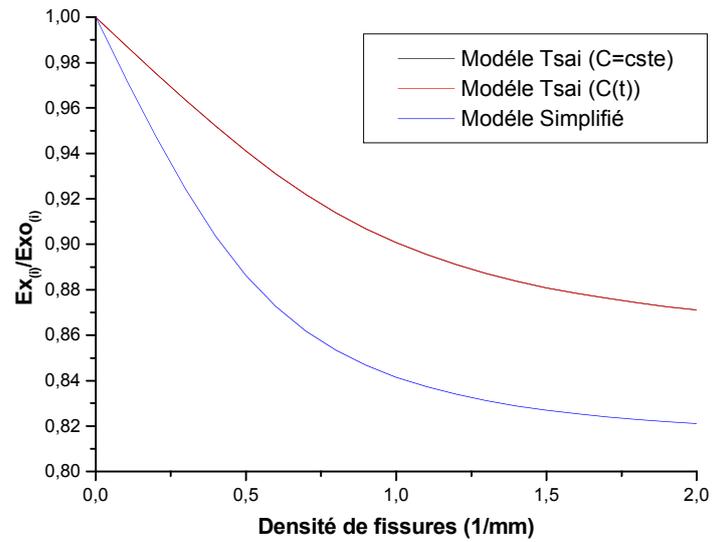


Figure 5.25 : Réduction de la rigidité en fonction de la densité de fissures pour $T_{op}=22^{\circ}\text{C}$ et $HR=0\%$, $V_f=0,7$, $t=200$ heures et $\alpha=1/3$.

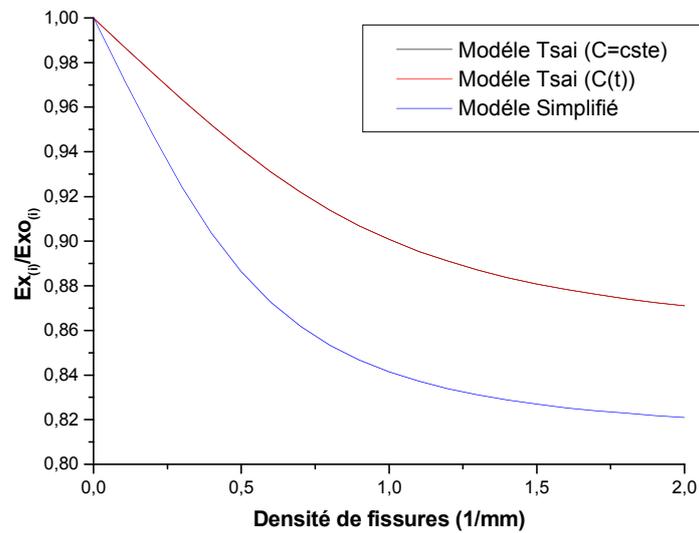


Figure 5.26 : Réduction de la rigidité en fonction de la densité de fissures pour $T_{op}=22^{\circ}\text{C}$ et $HR=33\%$, $V_f=0,7$, $t=200$ heures et $\alpha=1/3$.

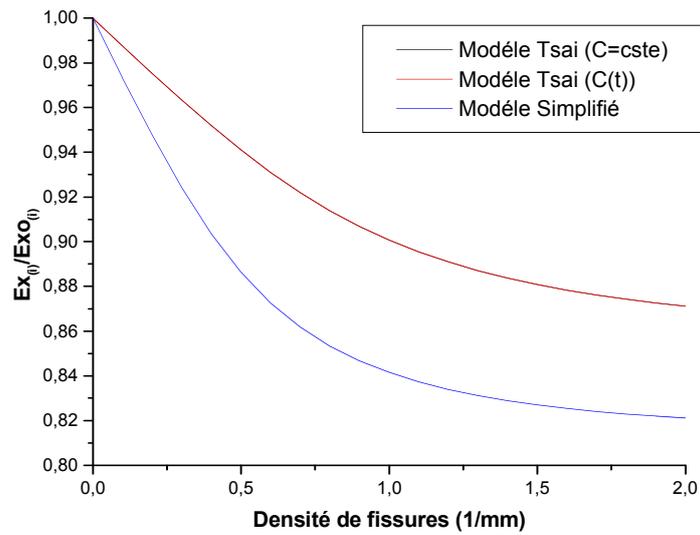


Figure 5.27 : Réduction de la rigidité en fonction de la densité de fissures pour $Top=22^{\circ}C$ et $HR= 66\%$, $Vf=0,7$, $t=200$ heures et $\alpha=1/3$.

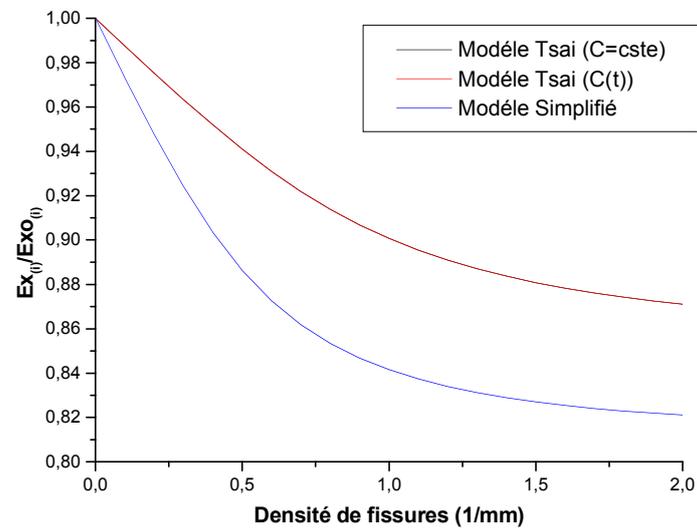


Figure 5.28 : Réduction de la rigidité en fonction de la densité de fissures pour $Top=22^{\circ}C$ et $HR= 100\%$, $Vf=0,7$, $t=200$ heures et $\alpha=1/3$.

5.6.2 Effet de la température (modèle parabolique)

a) Cas Désorption

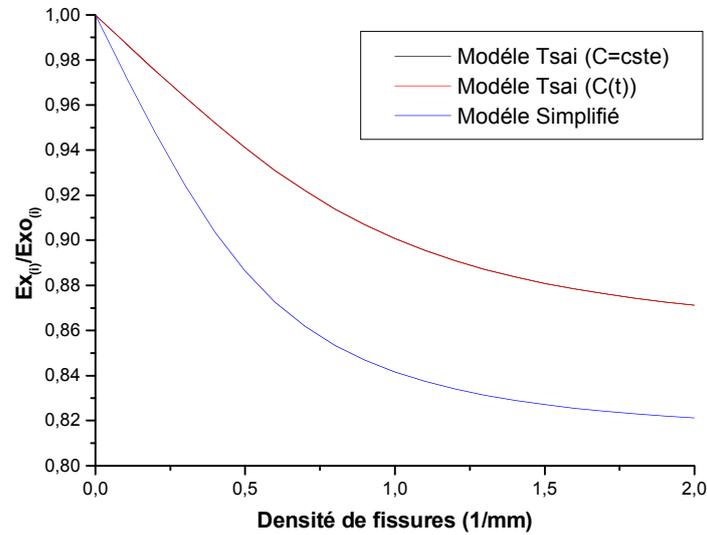


Figure 5.29 : Réduction de la rigidité en fonction de la densité de fissures pour $T_{op}=22^{\circ}\text{C}$ et $HR=100\%$, $V_f=0,7$, $t=200$ heures et $\alpha=1/3$.

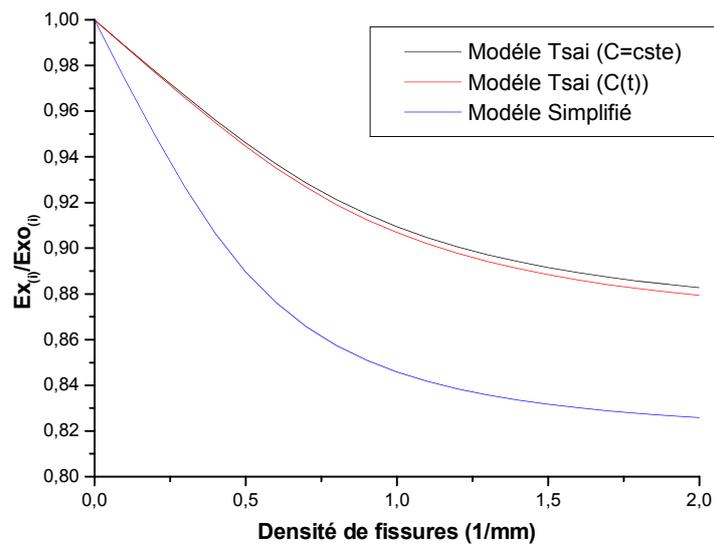


Figure 5.30 : Réduction de la rigidité en fonction de la densité de fissures pour $T_{op}=60^{\circ}\text{C}$ et $HR=100\%$, $V_f=0,7$, $t=200$ heures et $\alpha=1/3$.

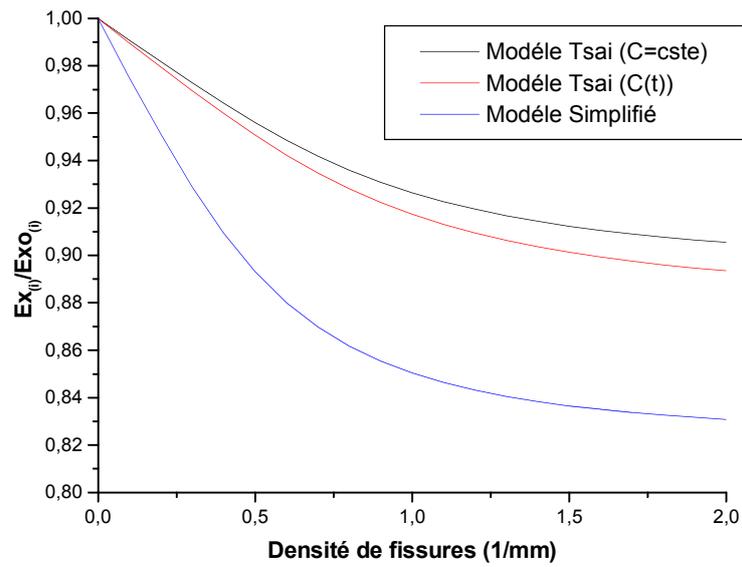


Figure 5.31 : Réduction de la rigidité en fonction de la densité de fissures pour Top=100°C et HR= 100%, Vf=0,7, t=200 heures et $\alpha=1/3$.

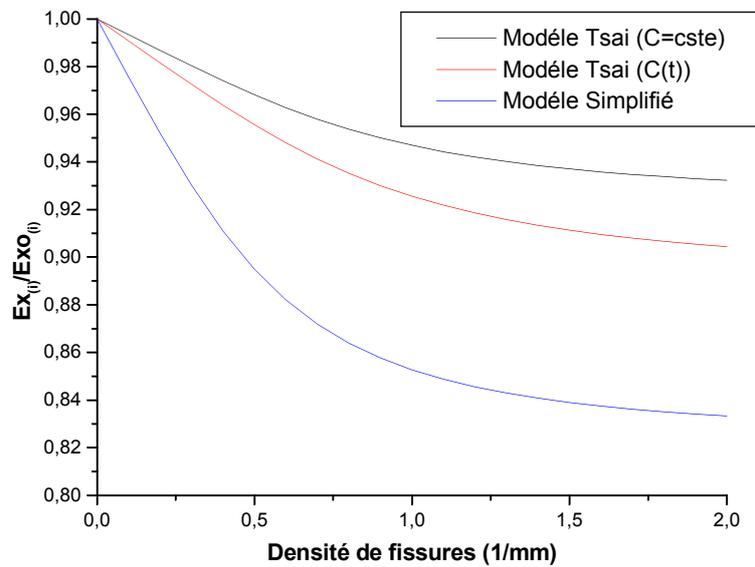


Figure 5.32 : Réduction de la rigidité en fonction de la densité de fissures pour Top=120°C et HR= 100%, Vf=0,7, t=200 heures et $\alpha=1/3$.

a) Cas Absorption

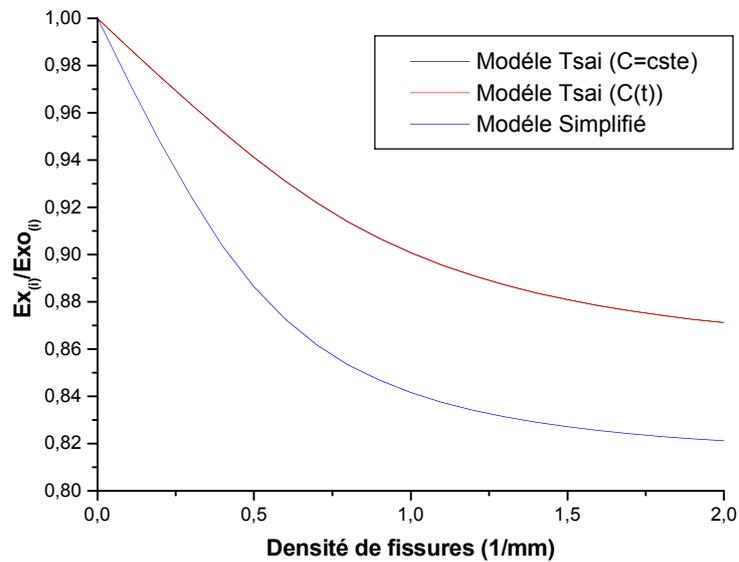


Figure 5.33 : Réduction de la rigidité en fonction de la densité de fissures pour $T_{op}=22^{\circ}\text{C}$ et $HR=100\%$, $V_f=0,7$, $t=200$ heures et $\alpha=1/3$.

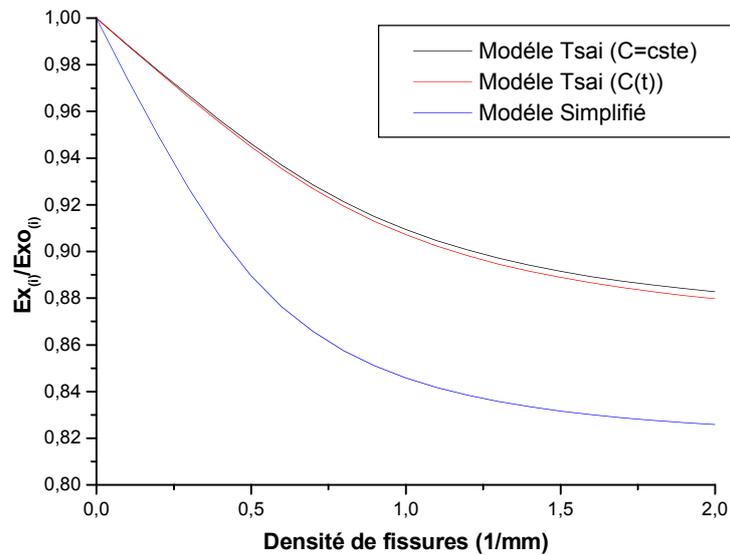


Figure 5.34 Réduction de la rigidité en fonction de la densité de fissures pour $T_{op}=60^{\circ}\text{C}$ et $HR=100\%$, $V_f=0,7$, $t=200$ heures et $\alpha=1/3$.

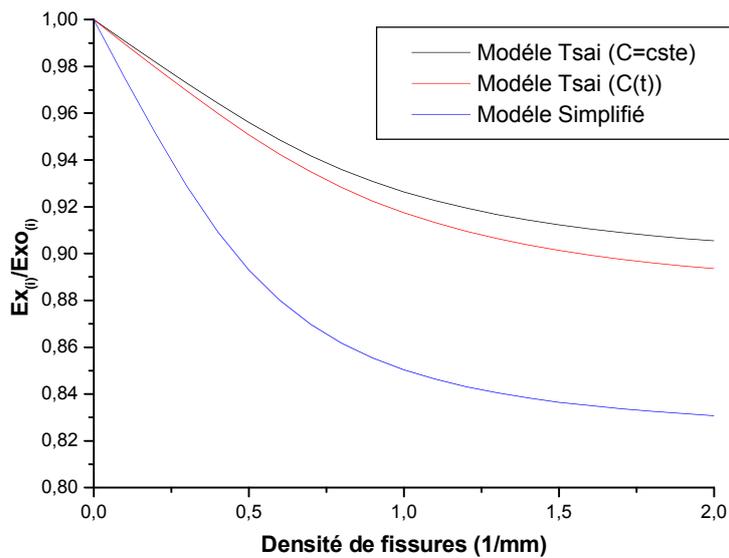


Figure 5.35 Réduction de la rigidité en fonction de la densité de fissures pour $Top=100^{\circ}C$ et $HR= 100\%$, $Vf=0,7$, $t=200$ heures et $\alpha=1/3$.

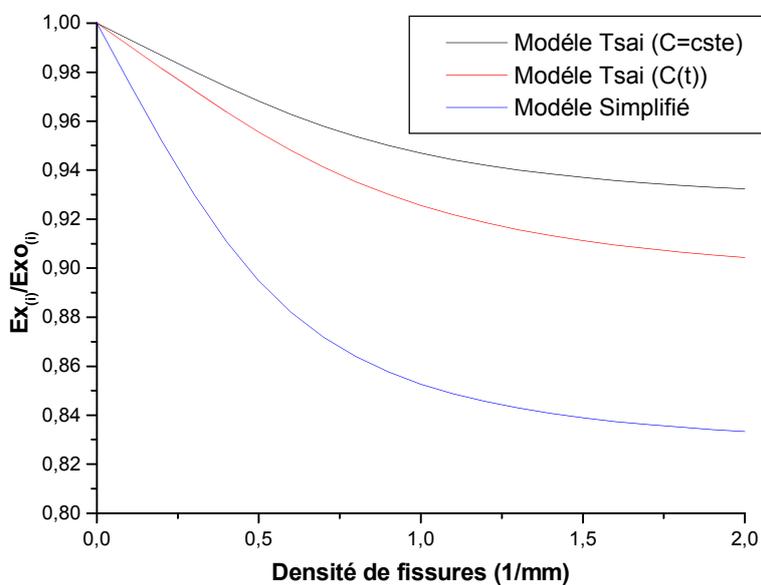


Figure 5.36 Réduction de la rigidité en fonction de la densité de fissures pour $Top=120^{\circ}C$ et $HR= 100\%$, $Vf=0,7$, $t=200$ heures et $\alpha=1/3$.

Les résultats montrent qu'à température constante et humidité variable la rigidité en fonction de la densité de fissurations restent inchangée, par contre lorsque la température varie et l'humidité reste constante, la réduction de la rigidité varie plus explicitement. Plus la température augmente plus la réduction de la rigidité est importante à partir de 60°C, on observe une différence entre le modèle de Tsai à « C » constant et le modèle de Tsai à « C » transitoire. Donc pour des températures élevées, les modèles de Tsai en constant et en transitoire se distinguent.

5.6.3 Influence du volume des fibres pour les trois modèles (simplifié, Tsai et Tsai transitoire)

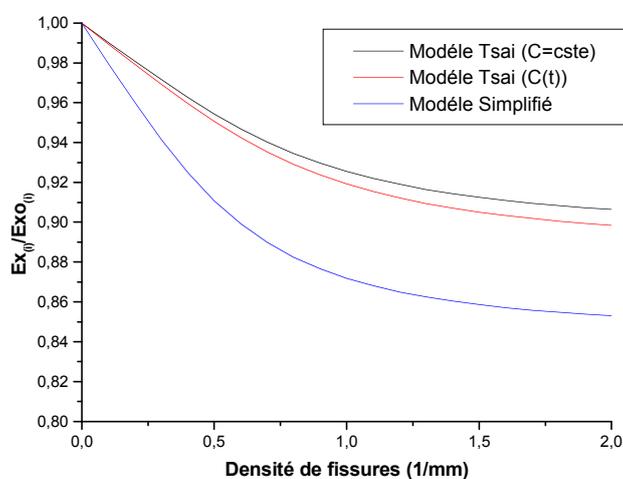


Figure 5.37 : Réduction de la rigidité en fonction de la densités de fissures pour $V_f=0.5$, $T_{op}=100^{\circ}\text{C}$ et $HR=66\%$, $t=200$ heures et $\alpha=1/3$ (cas désorption).

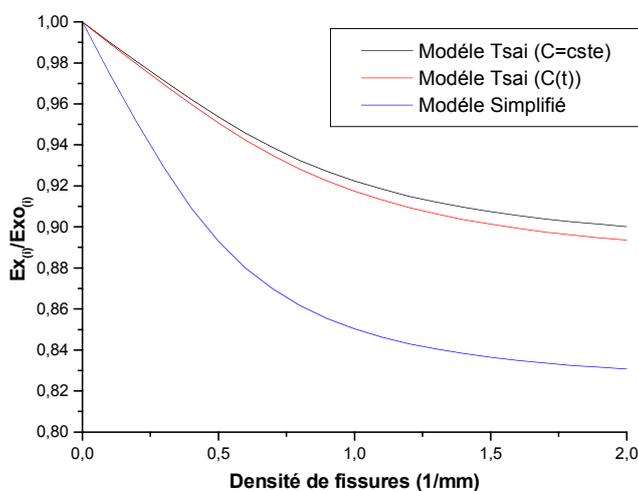


Figure 5.38 : Réduction de la rigidité en fonction de la densités de fissures pour $V_f=0.7$, $T_{op}=100^{\circ}\text{C}$ et $HR=66\%$, $t=200$ heures et $\alpha=1/3$ (cas désorption).

5.6.4 Influence du rapport d'épaisseur α ($C(t)$ désorption)

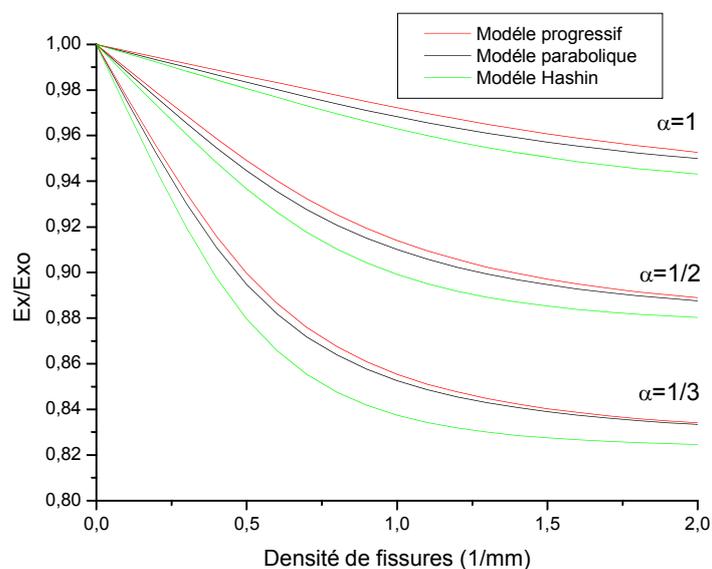


Figure 5.39 : Réduction de la rigidité pour modèle simplifié en fonction de la densité de fissures pour $T_{op}=120^{\circ}\text{C}$, $HR=100\%$, $V_f=0,7$ et $t=200$ heures.

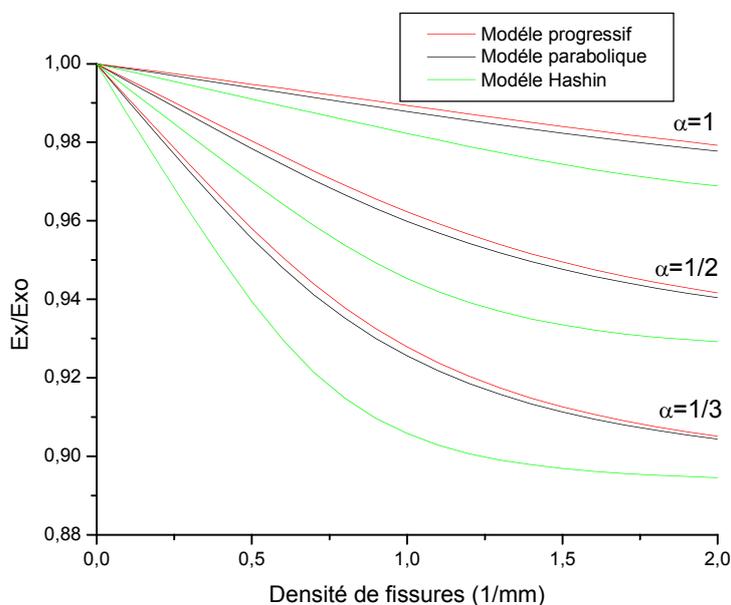


Figure 5.40 : Réduction de la rigidité pour modèle de Tsai (cas désorption) en fonction de la densité de fissures pour $T_{op}=120^{\circ}\text{C}$, $HR=100\%$, $V_f=0,7$ et $t=200$ heures.

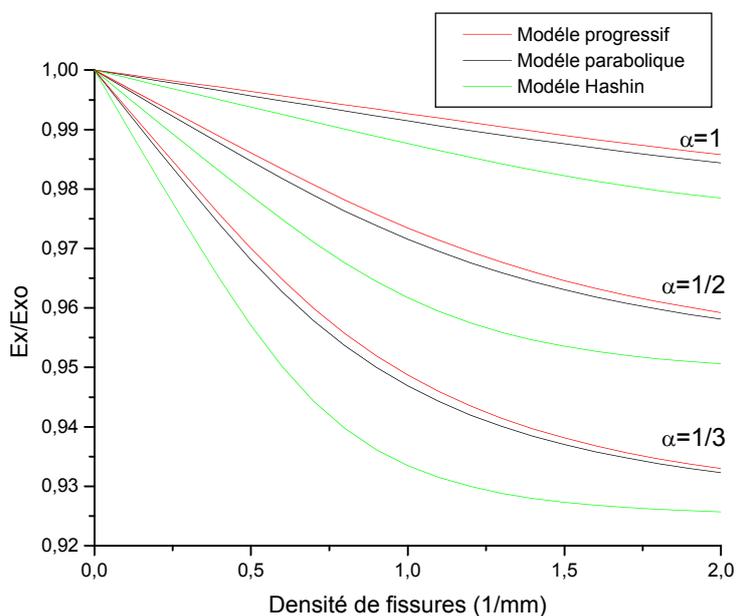


Figure 5.41 : Réduction de la rigidité pour Modèle Tsai ($C=cste$) en fonction de la densité de fissures pour $T_{op}=120^{\circ}C$, $HR= 100\%$, $V_f=0,7$ et $t=200$ heures.

Les résultats obtenus par les deux modèles Tsai simplifié et Tsai transitoire donnent les mêmes allures déjà remarqués pour le modèle simplifié. Toujours pour nous le modèle le plus réel reste celui du transitoire, cependant il faudrait faire des comparaisons avec l'expérimental pour valider cette conclusion.

5.7 Conclusion

Nous avons étudié l'effet de conditions hygrothermiques en terme de température et d'humidité sur la variation de la rigidité longitudinale des composites fissurés.

Pour cela, nous avons utilisé trois modèles pour simuler le vieillissement hygrothermique, le modèle simplifié, le modèle de Tsai simplifié et le modèle Tsai en transitoire. Le modèle simplifié a été utilisé pour valider notre démarche, Effectivement les résultats obtenus avec les trois méthodes Hashin , parabolique et progressif, sont en bon accord avec les publications cités.

Nous avons ensuite utilisé le modèle de Tsai simplifié et le modèle de Tsai en transitoire pour étudier la variation de la rigidité en fonction de la densité de fissures, à travers les trois modèles Hashin, progressif et parabolique.

Nous avons comparé entre les trois modèles utilisés pour différentes températures et différentes humidités. A même température et même instant mais humidité relative différentes, le modèle de Tsai simplifié et le modèle de Tsai transitoire donnent des résultats identiques sur la variation de la rigidité. Par contre à température différente et à même humidité le modèle de Tsai simplifié et transitoire donne des valeurs différentes, la différence est nettement observée à partir de 60°C.

En conclusion le modèle de Tsai en transitoire semble le plus précis, et indique néanmoins qu'il faudrait confronter ces résultats avec les résultats expérimentaux pour valider le modèle le plus adéquat pour le vieillissement.

CONCLUSION GENERALE

Au cours de ce travail de recherche, nous avons procédé à une étude quantitative sur le comportement des matériaux composites fissurés alternés. L'intérêt a porté essentiellement sur l'étude de la contrainte longitudinale à travers le stratifié, et l'évolution de la rigidité longitudinale en fonction de la densité de fissuration.

Tout d'abord les équations déterminants le champs des contraintes dans le composite endommagé, ainsi que celles donnant la rigidité longitudinale en fonction de la densité de fissurations, ont été établies.

Dans un deuxième temps, et prenant en considération que les structures sont exposées à des environnements externes souvent très agressifs et très sévères pendant leur service, le comportement de la rigidité dans un matériau composite croisé et fissuré, soumis à des sollicitations de traction, et sous différentes conditions de vieillissement hygrothermiques, a été étudié par simulation numérique.

La modélisation de la fissuration transverse est proposée par un schéma appelé modèle de transfert du chargement par cisaillement, schéma qui est en fait l'application à la fissuration transverse, de l'analyse de transfert de charge entre fibres et matrice. Cette modélisation nous permet de voir le comportement de la contrainte longitudinale et le module de Young longitudinal, à travers trois modèles qui sont le modèle parabolique, le modèle progressif et le modèle de HASHIN.

La modélisation du vieillissement a été établie selon un modèle à l'échelle microanalytique, choisi à partir d'un modèle semi empirique qui prend en considération l'effet de la concentration d'humidité et de la température sur les propriétés des fibres et de la matrice. Ceci a permis de quantifier l'évolution des propriétés mécaniques.

L'originalité du travail réside dans le fait que les propriétés mécaniques des matériaux composites fissurés, sont déterminées à partir d'un environnement variable, prenant en compte une concentration déterminée, à partir de conditions transitoires, en absorption ou en désorption, à travers le modèle de Tsai.

Les résultats les plus significatifs peuvent être rappelés de la manière suivante :

- Lorsque les fissures transverses s'initient, le module d'Young longitudinal sera réduit et la meilleure prédiction comparative aux résultats expérimentaux est donnée par les modèles parabolique et progressif.
- Les variations de la contrainte longitudinale et du module de Young longitudinal dépendent, de plusieurs paramètres à savoir : le rapport géométrique, la densité de fissures, le nombre de couches, volume des fibres, température et humidité.
- Une réduction de la contrainte longitudinale et du module de Young longitudinal caractérise le comportement du matériau composite, soumis à des sollicitations en fonction de la densité de fissures.
- Pour des températures différentes et même humidité, les modèles de Tsai simplifié et Tsai transitoire donnent des valeurs différentes, par contre pour une même température et différentes humidité on remarque les mêmes résultats pour les deux modèles.
- Parmi les trois modèles de vieillissement étudiés, et qui sont le modèle simplifié, le modèle de Tsai simplifié et le modèle de Tsai transitoire, utilisés pour modéliser le comportement du composite vieillis hygrothermiquement, le modèle de Tsai transitoire semble le plus précis pour représenter le comportement de la rigidité en fonction de la densité de fissures, sous différents environnements. Il serait intéressant de confronter ces résultats aux résultats expérimentaux afin de valider le modèle transitoire.

Comme perspective, nous proposons d'étudier la rigidité transversale et la rigidité en cisaillement du matériau composite croisé sous conditions hygrothermiques, pour différents cas d'absorption et de désorption. Il serait aussi intéressant d'examiner la variation de la rigidité en fonction de la densité de fissuration et des conditions de vieillissement variables, pour des stratifiés fissurés hybrides.

ANNEXE 1

Les résultats ci-dessous ont été publiés par A. Tounsi, K.H Amara, E.A Adda Bedia « Analysis of transverse cracking and stiffness loss in cross ply laminates with hygrothermal conditions » [15]

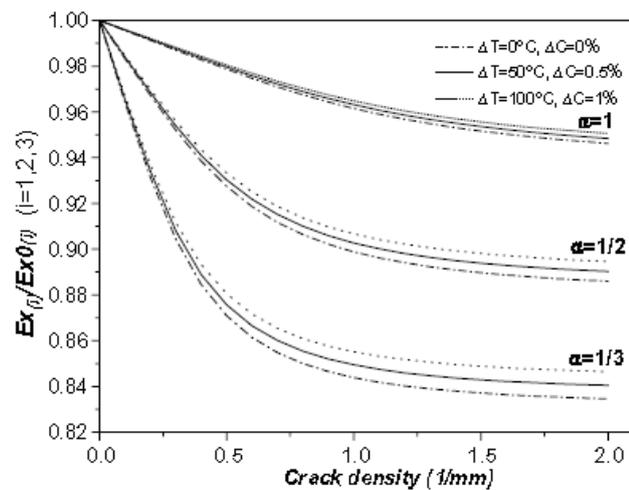


Fig. 5. Relative modulus reduction in Graphite/epoxy laminates ($V_f = 0.6$) as a function of the crack density using Sh.L2 model for three stacking sequences: $[0/90]_s$ ($\alpha = 1$), $[0/90_2]_s$ ($\alpha = 1/2$) and $[0/90_3]_s$ ($\alpha = 1/3$).

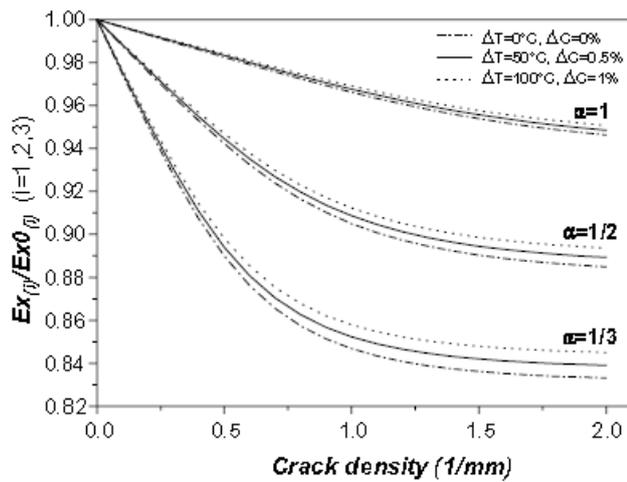


Fig. 6. Relative modulus reduction in Graphite/epoxy laminates ($V_f = 0.6$) as a function of the crack density using Hashin's model for three stacking sequences: $[0/90]_s$ ($\alpha = 1$), $[0/90_2]_s$ ($\alpha = 1/2$) and $[0/90_3]_s$ ($\alpha = 1/3$).

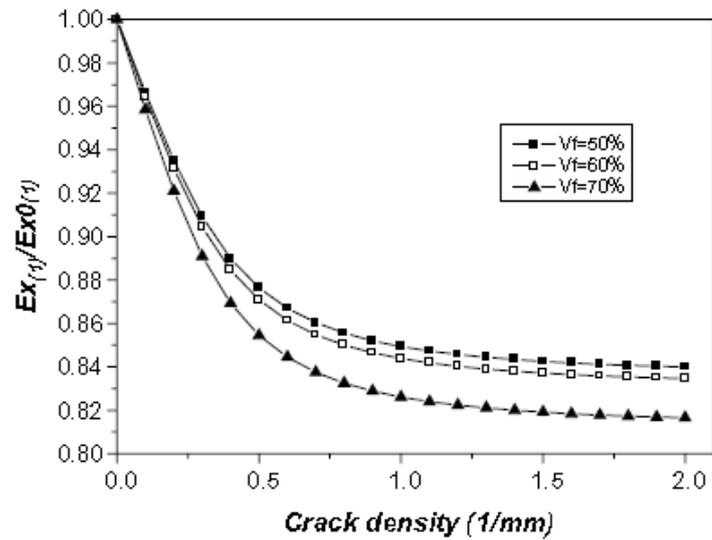


Fig. 7. The effect of fiber volume fraction on relative modulus reduction in a $[0/90]_3$ Graphite/epoxy laminate as a function of crack density. The calculation is carried out using Sh.L.2 model. $\Delta T = 0^\circ\text{C}$, $\Delta C = 0\%$.

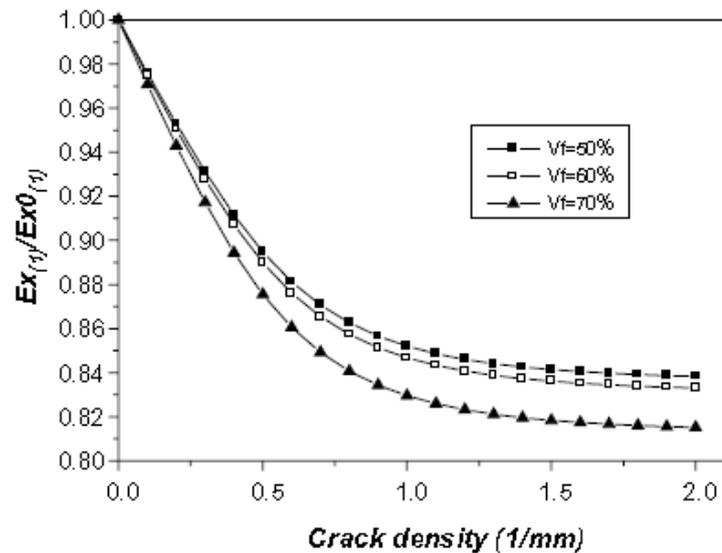


Fig. 8. The effect of fiber volume fraction on relative modulus reduction in a $[0/90]_3$ Graphite/epoxy laminate as a function of crack density. The calculation is carried out using Hashin's model. $\Delta T = 0^\circ\text{C}$, $\Delta C = 0\%$.

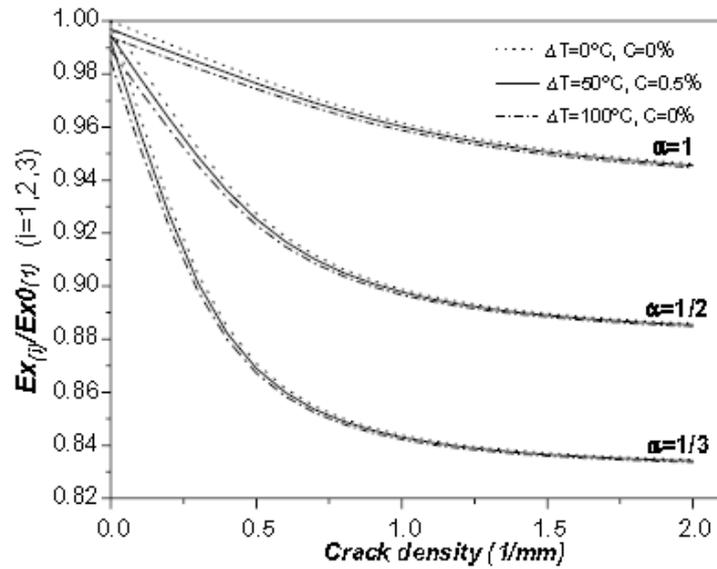


Fig. 9. Total modulus reduction in Graphite/epoxy laminates ($V_f = 0.6$) as a function of the crack density using Sh.L2 model for three stacking sequences: $[0/90]_s$ ($\alpha = 1$), $[0/90_2]_s$ ($\alpha = 1/2$) and $[0/90_3]_s$ ($\alpha = 1/3$).

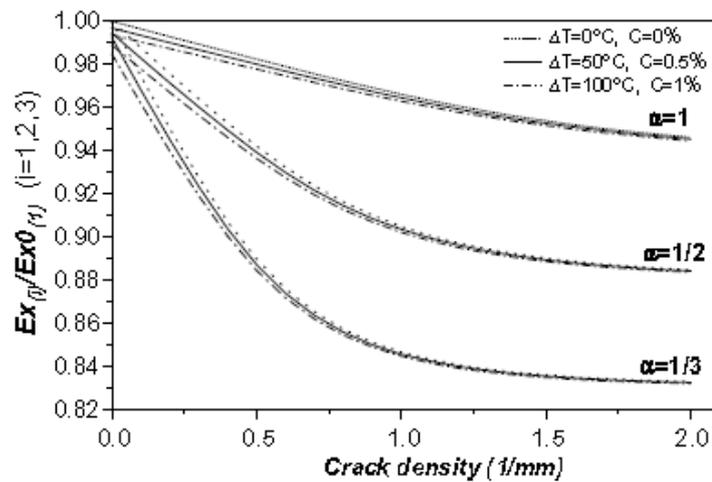


Fig. 10. Total modulus reduction in Graphite/epoxy laminates ($V_f = 0.6$) as a function of the crack density using Hashin's model for three stacking sequences: $[0/90]_s$ ($\alpha = 1$), $[0/90_2]_s$ ($\alpha = 1/2$) and $[0/90_3]_s$ ($\alpha = 1/3$).

Les résultats ci-dessous ont été publiés par M. Bouazza, A. Tounsi, A. Benzair, E.A. Adda-bedia « Effect of transverse cracking on stiffness reduction of hygrothermal aged cross-ply laminates » [29]

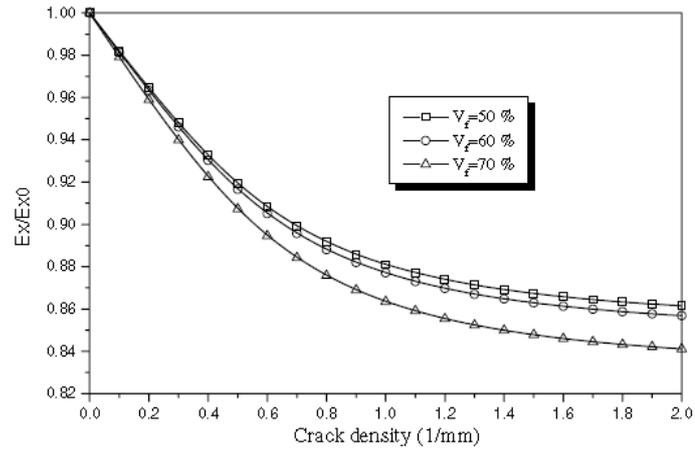


Fig. 5. The effect of fiber volume fraction on Longitudinal Young's modulus reduction in a $[0/90]_3$ graphite/epoxy laminate as a function of crack density. ($T = 22\text{ }^\circ\text{C}$, $C = 0.5\%$).

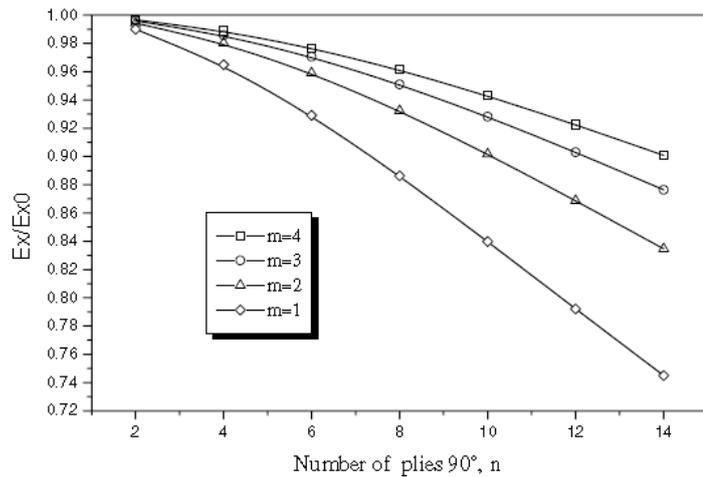


Fig. 6. Effect of laminate layup on the normalized axial modulus E_x/E_{x0} for a $[0_m/90_n]_s$ graphite/epoxy laminate with crack density $\rho = 0.1$ (1/mm). ($T = 22\text{ }^\circ\text{C}$, $C = 0.5\%$).

LISTE DES SYMBOLES

- a, c, f, h, b, e : constantes empiriques
- (a) : Rapport géométrique de fissuration
- A_0/R : Energie d'activation
- C_{ini} : Concentration initiale
- C : Concentration de l'humidité
- C_s : Concentration à la saturation
- D : Diffusivité
- E_{fx} : Module longitudinal de Young dans la direction de la fibre
- E_{fy} : Module transversal de Young dans la direction de la fibre
- E_x : Module longitudinal de Young dans le pli fissuré
- E_{x0} : Module longitudinal de Young dans le pli non fissuré
- E_y : Module transversal de Young dans le pli
- E_{0y} : Module transversal de Young dans le pli à température de référence
- G_{fx} : Module de cisaillement de la fibre
- G_{xz}^0 : Module de cisaillement longitudinal
- G_{xz}^{90} : Module de cisaillement transversal
- G_m : Module de cisaillement de la matrice
- G_{xy} : Module de cisaillement dans le pli
- G_{0xy} : Module de cisaillement du stratifié à la température de référence
- h : Demi épaisseur du stratifié
- h_k : Epaisseur du pli d'ordre k
- l : Demi longueur entre deux fissures consécutives
- n : Nombre de couches à 90°
- m : Nombre de couches à 0°
- s_{ij} : Élément de la matrice de souplesse (i,j,1,2,3)
- ΔT : Température d'opération – température de cuisson

T_{opr} : Température d'utilisation
 T_g : Température de transition
 T_{0g} : Température de transition à la température de référence
 T_{rm} : Température de référence
 t : Temps
 t_0 : Epaisseur de la couche 0°
 t_{90} : Demi-épaisseur de la couche 90°
 $U_0(x,y)$: Déplacement dans la couche à 0°
 \overline{U}_0 : Déplacement longitudinale moyenne dans la couche à 0°
 \overline{U}_{90} : Déplacement longitudinale moyenne dans la couche à 90°
 $U_{90}(x,y)$:Déplacement dans la couche à 90°
 x : Coordonnée longitudinale
 x, y, z : Repère du pli
 α : Rapport d'épaisseur
 σ_c : Contraintes de traction appliquée
 σ_i^{90} : Contraintes dans la couche 90° avec ($i=x,y,z$)
 σ_i^0 : Contraintes dans la couche 0° avec ($i=x,y,z$)
 τ : Contrainte de cisaillement
 ν_{xy} : Coefficient de poisson longitudinale
 ν_{yz} : Coefficient de poisson transverse
 θ : Angle de la couche
 η : Paramètre de transfert de charge
 ξ : Disposition des fissures

BIBLIOGRAPHIE

- [1] E.L. Mckague, JR, J.e Halkias and Reynolds, « *Moisture in composites: The effect of supersonic service on diffusion* », *J.Composite Materials*, vol.9 pp.2-9, January 1975.
- [2] V.Lietard , « étude des effets séparés et couplés d'un environnement hygrothermique et d'un chargement mécanique sur la déformabilité et la ténacité à long terme de composites verre/résine », *thèse de doctorat* obtenu à l'institut des sciences et technologie de Lille ; 1998
- [3] M.R VanLandingham, RF .Edujee, and J.W.Gillespie, « Moisture Diffusion in Epoxy Systems » , *Journal of Applied Polymer Science*, Vol 71, pp.387-798, 1999.
- [4] B.C. Ray, « Temperature effect during humid ageing on interfaces of glass and carbon fibers reinforced epoxy composites »; *Journal of Colloid and Interface Science* 298 111–117, 2006.
- [5] T. S. Gates, « On the use of accelerated methods for screening high temperature polymeric composite material » , *Journal of AIAA*, volume2, pp 925-935, 1999.
- [6] C.H. Shen and G. Springer, « Moisture absorption and desorption of composite materials » *J. of composite materials*, Vol.10, pp.2-20, January 1976.
- [7] M.H. Han and J. A. Nairn « Hygrothermal aging of polyimide matrix composite laminates» *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, Volume 34, Issue 10, Pages 979-986 October 2003.
- [8] H.S Choi, K.J. Ahn, J-D. Nam, H.J. Chun, « Hygroscopic aspect of epoxy/carbon fiber composite laminates in aircraft environments »; *Composites: part A* 32, 709-720, 2001.
- [9] J. Mercier, A. Bunsell, P. Castaing, J. Renard, « prise en compte du vieillissement et de l'endommagement dans le dimensionnement de structures en matériaux composites », *Thèse de Doctorat*, Mines Paris, France, 20 septembre 2006.
- [10] H.S. Kim, X. M. Wang and N.A.H Nik Abbdulah, « Effect of temperature on fatigue crack growth in the polymer ABS » , *J fatigue & fracture of engineering materials & structures* , vol 17.n°3, pp361-367, 1994.

- [11] R.Y.Kim, « Effect of temperature and moisture on pin bearing strength of composite laminates », *J. Composite materials*, Vol.10 April pp. 149-155, 1976.
- [12] A. Megueni, A. Tounsi, E. Adda Bedia, « Evolution of the stress intensity factor for patched crack with bonded hygrothermal aged composite repair », *Materials and Design*, Volume 28, Issue 2007, Pages 287-293, June 2005.
- [13] El Meiche Nourdeddine, « Analyse des champs de contraintes dans les matériaux composites croisés en présence des fissures transversales », Thèse de magister obtenu au département de génie civil de Sidi Bel Abbas, 2000.
- [14] K. Amara, A. Tounsi, A. Megueni, E. Adda Bedia « Evolution de la fissuration transverse dans les stratifiés croisés vieilliss», Laboratoire des matériaux et hydrologie, Sidi bel Abbés, 2003.
- [15] A. Tounsi, K.H. Amara, E.A. Adda Bedia, « Analysis of transverse cracking and stiffness loss in cross-ply laminates with hygrothermal conditions », *Computational Materials Science*, Volume 23, Issue 2005, Pages 167-174, June 2004.
- [16] R. Byron Pipes, J. R.Vinson and T.W. Chou; “On the hygrothermal response of laminated composite systems”, *J,Composite Materials*, vol 10 April pp.129-149, 1976.
- [17] G.S. Springer, "Moisture Content of Composites Under Transient Condition", *Environmental Effects on Composite Materials*, p 63-78, 1981
- [18] S. W. Tsai, « Composites Design » *Think Composites*, Dayton, Paris, Tokyo, 1987.
- [19] A. Vautrin « absorption de l’humidité: synthèse pour les composites à matrice polymère», *Comptes rendus du colloque du greco 92 du CNRS comportement mécanique des composites à fibres, Evian les bains France 2-4 mai 1988*, comportement des composites à renfort tissus, comportement dynamique des composites, 19-34, Pluralis, 1990.
- [20] A.C. Loos, G.S. Springer, « Moisture absorption of graphite-epoxy composites immersed in liquids and in humid air », *J. Composites Materials*, vol. 13, p 131, 1979.

- [21] C.H.Shen et G.S.Springer « Moisture absorption and desorption of composite materials », C.H.Shen, G.S. Springer, *Environmental effects on composites materials*, ed. G.S. Springer, Technomic Publishing Co., Lancaster, PA, 1981.
- [22] Z. Sereir, E. Adda Bedia , A. Tounsi, « Effect of the accelerated moisture diffusivity on the hygrothermal behavior laminated plate with symmetrical environmental conditions », *Journal of thermal stresses*, Taylor & Francis Edition, Vol 28, pp 889- 908, 2005.
- [23] A. Benkhedda, « Etude hygrothermique des matériaux composites à matrice polymère avec la prise en compte de l'effet de vieillissement lors de la désorption transitoire », *thèse de doctorat* obtenu au département d'aéronautique de Blida, 2008.
- [24] A. Benkhedda, « Etude hygrothermique des matériaux composites à matrice polymère », *mémoire de magister*, obtenu au département d'aéronautique de Blida, 2001.
- [25] LAWS, N., DVORAK, G., « Progressive transverse cracking in composite laminate », *J.Composite. Mater*, No 22, pp 900-916, 1988.
- [26] STEIF, P.S. « Transverse ply crack growth and associated stiffness reduction during the fatigue of a simple cross ply laminate », 1Eds S.L. Ogin, P.A. Smith and P.W.R. Beaumont, Report CUED/C/MATS/TR105, Cambridge University, 1984.
- [27] BERTHELOT.JM, LEBLONB.P, EL MAHI, LE CORE J.F. « Transverse cracking of cross ply laminates : part Analysis », *Composites*, 27A, pp 989-1001, 1996.
- [28] BERTHELOT.JM, « Analysis of the transverse cracking of cross ply laminates: a Generalized Approach », *Journal of Composite Materials*, Vol 31, No 18, pp 1780-1805, 1997.
- [29] M. Bouazza, A. Tounsi, A. Benzair, E.A. Adda-bedia « Effect of transverse cracking on stiffness reduction of hygrothermal aged cross-ply laminates » *Materials and Design*, Vol 28, pp 1116-1123, 2007.

- [30] A. Tounsi, K.H. Amara, A. Benzair, A. Megueni « On the transverse cracking and stiffness degradation of aged angle-ply laminates » *Materials Letter*, Vol 60, pp 2561-2564, 2006.
- [31] I. Ghorbel, “ Mecanismes d’endommagement des tubes verre-resine pour le transport d’eau chaude” influence de la ductilite de la matrice, *thèse de doctorat* Ecole des Mines de Paris, Juillet 1990.
- [32] P. Peyser et W. D. Bascom, *Journal of Materials Science* 16, 75-83, 1981.
- [33] M. E. R. Shanahan, *Journal of Applied Polymer Science* 69, 363-369 (1997).
- [34] Hung-Shyong, Huang-Kuang Kung et Chyouh-wu B. Huang “ A study for the moisture content of graphite/epoxy composite with hygrothermal cycling” Graduate Institute of Mechatronical Engineering, Kaohsiung,833, Taiwan, Roc.
- [35] E.A. Adda bedia, M. Bouazza, A. Tounsi, A. Benzair et M. Maachou “Prediction of stiffness degradation in hygrothermal aged $[\theta_m/90_n]_s$ composite laminates with transverse cracking” *Journal of Materials processing*, vol 199, pp 199-205, 2008.
- [36] M. Fellah, A. Tounsi, K.H. Amara et E.A. Adda bedia “Effect of transverse cracks on the effective thermal expansion coefficient of aged angle-ply composites laminates” *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, vol 48, pp 32-40, 2007.
- [37] A. Benkhedda, A. Tounsi et E.A. Adda bedia “Effect of temperature and humidity on transient hygrothermal stress during moisture desorption in laminated composite plates” *Composite Structure*, vol 82, pp 629-635, 2008.
- [38] X. Wang, K. Dong et X.Y. Wang “Hygrothermal effect on dynamic interlaminar stresses in laminated plates with piezoelectric actuators” *Composite Structure*, vol 71, pp 220-228, 2005.

- [39] K.H. Amara, A. Tounsi, A. Megueni et E.A. Adda bedia “Effect of transverse cracks on the mechanical properties of angle-ply composites laminates” *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, vol 45, pp 72-78, 2006.
- [40] A. Benzair, M. Maachou, K.H. Amara et A. Tounsi “Effect of transverse cracks on the elastic properties of high temperature angle-ply laminated composites” *Computational Materials Science*, vol 37, pp 470-475, 2006.
- [41] El Mahi.A et Brillaud. J “Numerical simulation of stacking sequence on transverse ply cracking in composites laminates” *Composite Structures No 17*, pp 22-35, 1991.
- [42] Reifsnider,K.L “Some fundamental aspect of the fatigue and fracture response of composite materials” *Processing of 14th annual society of engineering science meeting*, Lehigh University, Bethlehem, Pa (USA), pp 14-16 Nov, 1977.
- [43] M. Peters et C.P. Chou “Practical Issues in Structural Modeling” *Sociological Methods & Research*, pp 78-117, 1987.
- [44] K. Ashbee, “Water damage in glass fibre/resin composites”, *Proc. Roy. Soc. A312*, pp 553-564, 1969.