

UNIVERSITE SAAD DAHLAB DE BLIDA

Faculté des sciences de l'ingénieur

Département de génie mécanique

MEMOIRE DE MAGISTER

Spécialité : énergétique

CONCEPTION ET MODELISATION D'UNE SOUFFLERIE SUBSONIQUE AVEC SIMULATION NUMERIQUE D'ECOULEMENT D'AIR PAR LE CODE ANSYS

Par

EL-HAOUARI Smail

Devant le jury composé de

Y. BENKEDDA	Professeur, U. de Blida	Président
T. REZOUG	Maître de Conférence, U. de Blida	Rapporteur
R. HAOUI	Maître de Conférence, USTHB, Alger	Examineur
M. OUALI	Professeur, U. de Blida	Examineur

Blida, Décembre 2009

المخلص

يركز هذا العمل على تصور باستعمال الحبكة **SOLIDWORKS** (ثلاثي الأبعاد) و نمذجة بواسطة الحبكة الإعلامية

ANSYS الذي يعمل بطريقة العناصر المنتهية، لنفق هوائي دون سرعة الصوت ($M < 0.3$).

قمنا بالتطبيق، و ذلك باستخدام الصورة الرقمية لجريان الهواء عبر اسطوانة دائرية لمتابعة مختلف أصناف الجريان وفقا

لتغير عدد **Reynolds**. و المصادقة على النموذج بالمقارنة مع النتائج الموجودة في المكتبات

الكلمات الجوهرية:

سائل نيوتوني _ معامل المقاومة _ جريان غير قابل للضغط _ العناصر المنتهية _ نفق هوائي _ عدد **Reynolds**

RESUME

Ce mémoire consiste en la conception d'une soufflerie subsonique ($M < 0.3$) par l'utilisation du logiciel Solidworks (en 3D) et la modélisation par l'utilisation du logiciel Flotran du code ANSYS qui utilise la méthode des éléments finis. Une application a été réalisée par une simulation numérique d'un écoulement d'air autour d'un cylindre circulaire afin de suivre les différents types d'écoulements et valider le modèle ainsi conçu en comparant nos résultats avec ceux des auteurs dans la bibliographie.

Les mots clés :

Soufflerie - Fluide newtonien - Coefficient de traînée - Ecoulement incompressible - Éléments finis - Nombre de Reynolds.

ABSTRACT

This memory consists of the design of a subsonic wind tunnel ($M < 0.3$) using the software Solidworks (in 3D) and modeling with the Flotran software of the code ANSYS which uses the finite elements method. An application has been realized by a digital simulation of a flow of air around a circular cylinder in order to follow the various types of flows and to validate the model thus designed by comparing our results with those of the authors in the bibliography.

Key words:

Wind tunnel - REYNOLDS number - Drag coefficient - Incompressible flow.

REMERCIEMENTS

Tout d'abord, je remercie Dieu le tout puissant qui par son aide, j'ai pu mener à terme ce modeste travail.

Je tiens à remercier du fond du cœur le docteur Tahar REZOUG, mon encadreur pour la confiance qu'il a placée en moi et qui a su m'accompagner dans l'accomplissement de ce mémoire.

De même, mes remerciements s'adressent au docteur A.ABDELLAH ELHADJ du centre universitaire de MEDEA.

Je tiens à remercier le professeur AIT MESSAOUDANE pour son aide si précieuse.

Je remercierai également monsieur D. TOUMI, chef de département de mécanique.

Je remercierai aussi monsieur B.BOUYOUSFI, pour son aide.

Je voudrais tant remercier le professeur M. OUALI qui a été toujours là avec ses encouragements, son soutien et son aide.

Je ne remercierai jamais assez le docteur Y.BENKEDDA pour sa confiance placée en moi, son aide et sa disponibilité.

Je remercierai également monsieur M.BENYEKHLEF pour son aide.

Enfin, je désire manifester ma gratitude à ma petite famille A.SALAH EDDINE et AMEL sans oublier mon épouse avec qui j'ai parcouru un sacré bon bout de chemin.

E.Smail

TABLE DES MATIERES

Introduction.....	11
Chapitre 1 : Notions de base de mécanique des fluides	13
1. propriétés des fluides	13
1.1. Milieu continu	14
1.2. Fluides	14
1.3. Contraintes.....	14
1.4. Equation de continuité – conservation de masse	14
2. Equations fondamentales.....	15
2.1. Equations de NAVIER-STOKES	15
3. Principe de la conservation de l'énergie	18
4. Equation de la quantité de mouvement.....	20
Chapitre 2 : turbulence et écoulement turbulent	25
1. Les régimes d'écoulement	25
2. Généralités.....	26
2.1. Etude de la turbulence	26
2.2. Caractères des écoulements turbulents	26
2.2.1. Caractère aléatoire.....	26
2.2.2. Caractère non linéaire	26
2.2.3. Caractère rotationnel aléatoire	26
2.2.4. Caractère de diffusion	27
2.2.5. Caractère dissipatif	27
3. Mouvement moyen et mouvement d'agitation	27
4. Propriétés des variables aléatoires – relation de REYNOLDS.....	28
5. Equation de REYNOLDS et tensions de REYNOLDS.....	29
5.1. Equation de continuité.....	29

5.2. Equation de REYNOLDS et tension de REYNOLDS.....	30
5.3. Hypothèse de BOUSSINESQ.....	31
5.4. Hypothèse de longueur de mélange.....	31
Chapitre 3 : Généralités sur la couche limite.....	35
1. Notion de couche limite.....	35
2. Equations générales de la couche limite turbulente.....	36
3. Equation intégrale de VON KARMAN.....	37
3.1. Epaisseur de déplacement.....	39
3.2. Epaisseur de quantité de mouvement.....	39
3.3. Remarque.....	39
4. Equation de VON KARMAN écrite avec les paramètres.....	40
5. Paramètres liés à ces épaisseurs.....	40
5.1. Contrainte tangentielle à la paroi.....	40
5.2. Coefficient de frottement local.....	40
5.3. Paramètre ou facteur de forme.....	40
5.4. Autre forme de l'équation de VON KARMAN.....	41
6. Remarque.....	41
6.1. Couche limite laminaire.....	41
6.2. Couche limite turbulente.....	42
Chapitre 4 : Etude et conception d'une soufflerie subsonique.....	43
1. Présentation.....	43
2. Historique.....	43
3. Types D'essais.....	43
4. Classification des souffleries.....	44
4.1 Classification d'après la vitesse atteinte dans la veine.....	44
4.2 Classification d'après le mode de fonctionnement.....	44
4.3 Classification par la nature des parois dans la section de travail..	45
4.4. Les souffleries subsoniques.....	45
4.4.1. Principaux types de souffleries.....	45

4.5. Pertes de charges	46
4.5.1. Notions de perte de charge	46
4.5.2. Pertes de charge totale - coefficient de pertes de charge.....	47
4.6. Etude et conception d'une soufflerie subsonique	48
4.6.1. Etude des principaux éléments de la soufflerie	48
4.6.2. Caractéristiques d'une soufflerie subsonique	53
Chapitre 5 : Modélisation et procédure de simulation numérique	62
1. Equations propres au code ANSYS	62
1.1. Equation de continuité.....	62
1.2. Equation de conservation de la quantité de mouvement en 2D...	62
2. Méthode utilisée	63
2.1. Introduction	63
2.2. Discrétisation.....	63
2.3. Méthode de résolution numérique	64
3. Choix de la méthode à adopter	64
3.1. Méthode des éléments finis.....	64
3.2. Introduction	64
3.3. Principe	64
4. Eléments finis pour le modèle de STOKES	65
4.1. Les restrictions applicables sont les suivantes	65
5. Logiciel utilisé : Flotran de ANSYS	67
Chapitre 6 : Résultats et discussions	69
1. Introduction	69
2. Cas de l'écoulement dans la soufflerie	69
2.1. Ecoulement autour d'un cylindre	69
2.1.1 Description du problème : Résultats bibliographiques:	69
3. Programme ANSYS	72
4. Modélisation	74
4.1. Modélisation de la soufflerie	76

4.2. La veine d'expérience	78
5. Résultats obtenus	81
5.1. La convergence.....	81
5.2. Simulation de l'écoulement dans la soufflerie.....	84
5.3. Simulation de l'écoulement dans la veine.....	85
6. Validation numérique :	96
6.1 Coefficient de traînée	97
Conclusion	99
Références bibliographiques.....	100
Références des figures	102

NOMENCLATURE

M :	Nombre de Mach	-----
U :	Vitesse de l'écoulement	m/s
u, v, w :	Composantes de U suivant X, Y, Z	m/s
ρ :	Masse volumique	Kg/m ³
P :	Pression	Pa
T :	Température	°K
T :	Temps	s
x_i :	Les variables de l'espace	m
σ_{ij} :	Tenseur des contraintes visqueuses	Pa
ε_{ij} :	Elément du tenseur des déformations	-----
d/dt :	Dérivée particulaire	-----
τ_{ij} :	Tenseur des contraintes visqueuses tangentielles	Pa
δ_{ij} :	Symbole de Kronecker	-----
λ :	Viscosité de cisaillement	kgm ⁻¹ .s ⁻¹
μ :	Viscosité de dilatation	kgm ⁻¹ .s ⁻¹
F_i :	Force de pesanteur	N
γ_i :	Accélération suivant les x_i	m ² /s
ΔW :	Travail	J
ΔQ :	Quantité de chaleur	J
ΔE^* :	Energie interne	J
K ::	Energie cinétique	J
q :	Flux de chaleur	W/m ²
k :	Conductivité thermique	W/m°K
C_v :	Chaleur massique à volume constant	J/kg°K
C_p :	Chaleur massique à pression constante	J/kg°K
h :	Enthalpie	J
ϕ :	Fonction de dissipation	-----
α ::	Coefficient de diffusivité thermique	m ² /s
Re :	Nombre de Reynolds	-----
\bar{U} :	Valeur moyenne de la vitesse	m/s
u', v', w'	Fluctuation de u, v et w	m/s
\bar{P} :	Valeur moyenne de la pression	Pa

P' :	Fluctuation de P	Pa
$\bar{\rho}$:	Valeur moyenne de ρ	Kg/m ³
ρ' :	Fluctuation de ρ	Kg/m ³
μ_t :	Viscosité dynamique turbulente	kg.s ⁻¹ .m ⁻¹
ν_t :	Viscosité cinématique turbulente	m ² /s
U_∞ ou U_e	Vitesse à l'infini ou vitesse de l'écoulement libre	m/s
T_∞ ou T_e :	Température à l'infini ou température de l'écoulement libre	°K
T_p :	Température à la paroi	°K
δ_D :	Epaisseur de couche limite dynamique	m
δ_T :	Epaisseur de couche limite thermique	m
τ_0 :	Contrainte tangentielle à la paroi	Pa
δ_1 :	Epaisseur de déplacement	m
δ_2 :	Epaisseur de quantité de mouvement	m
C_{ft} :	Coefficient de frottement local	-----
$\Delta = \frac{\delta_1}{\delta_2}$	Facteur de forme	-----
D :	Diamètre	m
λ	Coefficient de perte de charge par frottement	
H :	La charge du fluide	Pa
ΔH :	Perte de charge	Pa
K_i, K_0	Coefficient de perte de charge total	-----
K_{fi}	Coefficient de perte de charge régulière	-----
K_{si}	Coefficient de perte de charge singulière	-----

INTRODUCTION

L'étude des phénomènes liés aux mouvements des fluides est aujourd'hui bien souvent numérique : On simule les solutions des équations, qui ressemblent effectivement à des écoulements réels [1].

Une autre voie de recherche très utilisée est **l'étude en soufflerie**. En mettant un modèle à étudier dans un fort flux d'air, et en étudiant l'écoulement par divers moyens (mesure de la vitesse d'écoulement par **anémomètre** ou **tube de Pitot**, mesure des efforts par des **dynamomètres**, visualisation des lignes de courant), on peut faire de nombreux calculs et améliorer les paramètres aérodynamiques de l'objet [1].

Parallèlement, les études d'hydrodynamique sur les navires, les installations pétrolières en mer ou les ouvrages portuaires utilisent souvent des bassins dans lesquels on peut représenter des vagues réalistes. Comme en **soufflerie**, les essais s'effectuent généralement sur un **modèle réduit** [1].

L'objectif de notre travail justement est de faire la conception d'une soufflerie subsonique ainsi que la modélisation et l'étude de l'écoulement d'air.

Pour ce faire, on a jugé utile de partager ce travail en cinq parties à savoir :

- **Partie 1 : Notions de base de mécanique des fluides.**
- **Partie 2 : conception d'une soufflerie subsonique.**

Le but de cette étude est la conception d'une soufflerie subsonique à faible vitesse ($M < 0.3$). Ce travail consiste à faire le dimensionnement et le calcul des principaux paramètres géométriques des différents éléments composant la machine.

Soit : le caisson de tranquillisation de l'air avec son filtre à particules, le convergent, la conduite uniforme, la veine d'essai et le divergent.

- **Partie 3 : modélisation de la soufflerie :**

Conception des éléments, ensuite assemblage par l'utilisation du logiciel SOLIDWORKS. Visualisation de la soufflerie en 3D. Une étude de simulation

numérique de l'écoulement d'air dans la veine par l'utilisation du module FLOTRAN du code ANSYS sera réalisée.

La méthode utilisée par ce code est 'la méthode des éléments finis'. La modélisation de l'écoulement d'air dans la soufflerie sera confrontée aux aspects des différents modes d'écoulements de la bibliographie à savoir champ de vitesse, champ de pression et lignes de courant.

- **Partie 4 : Essai de la soufflerie par la simulation d'un écoulement d'air autour d'un obstacle à différents nombres de REYNOLDS.**

On choisira à cet effet un cylindre circulaire placé perpendiculairement à l'écoulement, car ce profil présente un intérêt important en mécanique des fluides. Par son utilisation, on peut suivre les différents aspects de l'écoulement. A des Re croissants, on pourra visualiser le côté laminaire, transitoire, critique, turbulent et tourbillonnaire.

- **Partie 5 : présentation des résultats, comparaison avec la littérature et enfin conclusion et suggestions.**

CHAPITRE 1

NOTIONS DE BASE DE MECANIQUE DES FLUIDES

L'étude de la dynamique des fluides est d'une très grande complexité. De plus, lorsque des phénomènes de transfert de chaleur interviennent, les problèmes sont d'une telle difficulté que ce n'est que dans des cas extrêmement particuliers que l'on peut obtenir, au prix de développement mathématique délicat, une solution effectivement calculable.

En effet, résoudre de tels problèmes reviendrait souvent à déterminer en tous points et tous instants ces grandeurs caractéristiques du fluide, à savoir :

- la vitesse \vec{U} définie par ses trois composants u, v, w .
- la masse volumique ρ .
- La pression P .
- La température T .

Six fonctions scalaires sont à calculer en fonction de x_i (coordonnées d'un point du fluide en mouvement) et de t (le temps).

Les fonctions scalaires sont obtenues à partir des équations de conservation relatives à :

- la masse (équation de continuité).
- La quantité de mouvement (équation vectorielle). On en déduit les équations qui régissent le mouvement. Elles sont dites équations de NAVIER-STOKES.
- L'énergie (équation déduite du 1^{er} principe de la thermodynamique), et l'équation d'état du fluide[1].

1. propriétés des fluides :

Les milieux fluides considérés tout au long de ce chapitre sont supposés continus et monophasiques.

1.1. Milieu continu :

Par définition, un milieu matériel est dit continu, lorsque toutes ses propriétés varient continûment dans l'espace et dans le temps. Les grandeurs physiques (pression, température, masse volumique...), les grandeurs cinématiques (vecteur vitesse), les relations liant contraintes et déformations sont continues relativement aux variables de l'espace x_i et du temps t .

1.2. Fluides :

Les fluides considérés sont des milieux matériels continus, homogènes et isotropes. La relation contraintes-déformation est une fonction linéaire et univoque. Ces fluides sont newtoniens ou classiques. La plupart des liquides et gaz usuels peuvent, avec une excellente approximation, être considérés comme des fluides classiques.

L'hypothèse d'homogénéité signifie que le fluide présente les mêmes propriétés physico-chimiques en tout point du milieu.

Celle de l'isotropie signifie que du point de vue mécanique, ces fluides ne présentent pas de directions privilégiées [2].

1.3. Contraintes :

Une contrainte est un effort appliqué à un élément du fluide de surface unité. Nous appellerons σ_{ij} l'élément du tenseur des contraintes visqueuses représentant la projection sur l'axe j de la tension appliquée sur un élément de surface de normale i .

ε_{ij} Est appelé élément du tenseur des déformations prenant en compte un allongement d'une particule fluide dans la direction k ($i=j=k$) ou une déformation angulaire dans le plan $o x_i y_j$.

1.4. Equation de continuité – conservation de masse : [3]

- Principe de conservation de masse :

La variation de la masse dans un volume est égale aux flux de masse à travers la surface.

Soit $\int_v \rho dv$ la masse nette. Le flux est défini par $\rho \vec{U}$ et le flux à

travers la surface est:

$$\int \rho \vec{U} d\vec{s} = \int \rho \vec{U} \vec{n} ds \text{ alors}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\int_v \rho dv \right] = - \int_s \rho \vec{U} \vec{n} ds \quad \text{et on passe de l'intégrale de surface à}$$

l'intégrale de volume

$$- \int_s \rho \vec{U} \vec{n} ds = - \int_v \vec{\nabla}(\rho \vec{U}) dv$$

Alors, on peut écrire aussi,

$$\int \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \rho \vec{U} \right) dv = 0 \quad \text{d'où}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \rho \vec{U} = 0 \quad (1.1)$$

Remarque :

Dans le cas d'un fluide isovolume, $\rho = \text{Cste}$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{\nabla} \rho \vec{U} = 0 \quad \text{Ou} \quad \vec{\nabla} \vec{U} = 0$$

$$\text{Div. } \vec{U} = 0 \quad (1.2)$$

2. Equations fondamentales :

2.1. Equations de NAVIER-STOKES : [1] [3]

Nous travaillons en milieu continu, c'est-à-dire les distances considérées sont largement supérieures aux distances intermoléculaires.

Soit une particule fluide telle que :

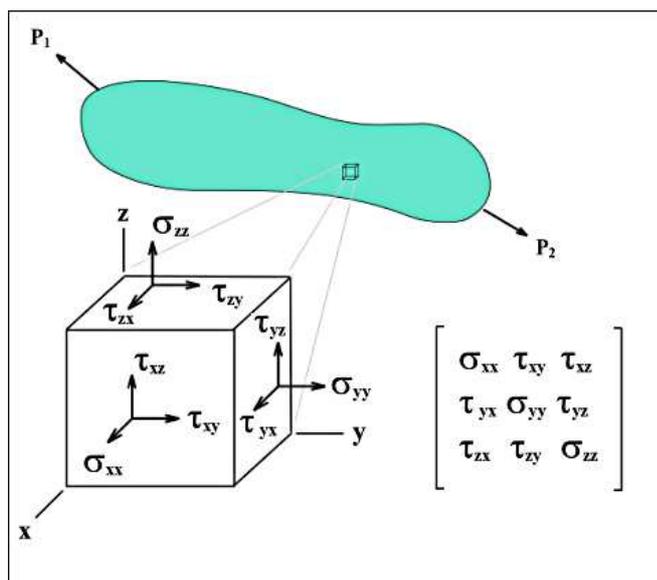


Fig. 1.1 Une particule du fluide

La force totale appliquée sur l'élément de masse ρdv est $\int f_i \rho dv$ (force exercée à distance-pesanteur).

Les forces de surface sont dues à des contraintes tangentielles.

Soit σ_{ij} le tenseur des contraintes

L'effet des contraintes le long de la normale \vec{n} s'écrit

$$\int \sigma_{ij} \vec{n} ds = \int \sigma_{ij} n_j ds \quad (1.3)$$

σ_{ij} : Projection sur l'axe j de tension appliquée sur un élément de surface de normale i

La seconde loi de Newton s'écrit :

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} = m \vec{a} = m \frac{d\vec{U}}{dt} \quad \text{d'où}$$

$$\int_v \rho dv \left(\frac{dU_i}{dt} \right) = \int_v F_i \rho dv + \int_s \sigma_{ij} n_j ds \quad (1.4)$$

Passant de l'intégrale de surface à l'intégrale de volume

$$\int_v \rho \left(\frac{dU_i}{dt} \right) dv = \int_v \rho F_i dv + \int_v \vec{\nabla}_j \sigma_{ij} dv$$

$$\int \left\{ \rho \frac{dU_i}{dt} - \rho F_i - \frac{\partial}{\partial X_j} \sigma_{ij} \right\} dv = 0 \quad \text{Ce qui donne l'équation de}$$

mouvement sous une autre forme :

$$\rho \frac{dU_i}{dt} = \rho F_i + \frac{\partial}{\partial X_j} \sigma_{ij} \quad (1.5)$$

- Description d'EULER :

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + (\vec{U} \cdot \vec{\nabla}) f \quad \text{Ce qui donne}$$

$$\int_v \rho \frac{\partial U_i}{\partial t} dv + \int_v \rho U_j \nabla_j U_i dv = \int_v \rho F_i dv + \int_s \sigma_{ij} n_j ds$$

- Expression du tenseur des contraintes σ_{ij} :

Le tenseur des contraintes s'écrit

$$\sigma_{ij} = -p \delta_{ij} \quad (\text{pas de mouvement}) \quad (1.6)$$

$$\sigma_{ij} = -p \delta_{ij} + \tau_{ij} \quad (\text{avec mouvement}) \quad (1.7)$$

δ_{ij} : Symbole de KRONECKER.

τ_{ij} : Tenseur des contraintes visqueuses.

τ_{ij} : Est donné par l'expression :

$$\tau_{ij} = \lambda (\varepsilon_{kk}) \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}$$

λ : Second coefficient de viscosité ou viscosité de cisaillement.

μ : Coefficient de viscosité dynamique ou viscosité de dilatation.

ε_{kk} : Taux de dilatation cubique.

Soit ε_{ij} le taux de déformation.

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(U_{i,j} + U_{j,i}) \quad \text{d'où}$$

$$\varepsilon_{kk} = \frac{1}{2}(U_{k,k} + U_{k,k}) = U_{k,k} = \vec{\nabla} \cdot \vec{U}$$

L'équation donne :

$$\tau_{ij} = \lambda (\vec{\nabla} \cdot \vec{U}) \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}$$

$$\tau_{ij} = \lambda (\vec{\nabla} \cdot \vec{U}) \delta_{ij} + (U_{i,j} + U_{j,i}) \quad (1.9)$$

L'équation de mouvement donne :

$$\rho \frac{dU_i}{dt} = \rho F_i + \frac{\partial}{\partial X_j} \sigma_{ij}$$

$$\rho \frac{dU_i}{dt} = \rho F_i + \frac{\partial}{\partial X_j} [-p \delta_{ij} + \lambda (\vec{\nabla} \cdot \vec{U}) \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}] \quad (1.10)$$

Pour un fluide incompressible $\rho = \text{Cte}$ et $\vec{\nabla} \cdot \vec{U} = 0$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(U_{i,j} + U_{j,i}) \text{ et}$$

$$\frac{\partial}{\partial X_j} (2\mu \varepsilon_{ij}) = 2\mu \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial X_j} = 2\mu \frac{\partial}{\partial X_j} \left[\frac{1}{2}(U_{i,j} + U_{j,i}) \right] = \mu \left[\frac{\partial U_{i,j}}{\partial X_j} + \frac{\partial U_{j,i}}{\partial X_j} \right] =$$

$$\mu \frac{\partial u_{i,j}}{\partial X_j} = \mu U_{i,jj} \quad \text{donc}$$

$$\frac{\partial}{\partial X_j} (2\mu \varepsilon_{ij}) = \mu \nabla^2 U_i$$

ce qui donne :

$$\rho \frac{dU_i}{dt} = \rho F_i - \bar{\nabla}_i \cdot p + \mu \cdot \nabla^2 U_i \quad \text{Et vectoriellement :}$$

$$\rho \left(\frac{dU}{dt} + (\bar{U} \cdot \bar{\nabla}) \bar{U} \right) = \rho \cdot \bar{F} - \bar{\nabla} \cdot p + \mu \cdot \nabla^2 \bar{U} \quad (1.11)$$

D'une autre façon, cette équation peut s'écrire :

$$\rho \cdot \gamma_i = \rho F_i - p_{,i} + \mu U_{i,jj} \quad (1.12)$$

3. Principe de la conservation de l'énergie :

C'est le premier principe de la thermodynamique, il s'exprime comme suit :

La dérivée totale par rapport au temps de l'énergie totale (interne et cinétique) est égale à la somme des puissances développées par les efforts extérieurs (forces massiques, pressions et frottement) au système et au débit d'énergie non mécanique (thermique, électrique, ...etc.) reçu par le système. D'une autre façon :

La variation de la somme de l'énergie interne E^* et de l'énergie cinétique K est égale à la somme du travail et de la chaleur reçus par le système. Soit

$$\Delta E^* + \Delta K = \Delta W + \Delta Q \quad (1.13)$$

ΔW : travail reçu par le système.

ΔQ : quantité de chaleur reçue par le système.

Soit un domaine D délimité par la surface S et suivant D dans sont mouvement

Soit E l'énergie interne par unité de masse.

La variation pendant dt de l'énergie interne E^* et de K s'écrit :

$$(\Delta E^* + \Delta K) = \left[\frac{D}{Dt} \iiint_D E \rho \cdot dv + \frac{D}{Dt} \iiint \frac{1}{2} U^2 \rho \cdot dv \right] dt \quad (1.14)$$

Avec $\rho \cdot dv = dm$

$\frac{D}{Dt}$: Dérivée particulière.

L'intégrale ci dessus peut s'écrire :

$$\Delta(E^* + K) = \frac{D}{Dt} \left[\iiint_D \left(E + \frac{U^2}{2} \right) dm \right] \quad (1.15)$$

Evaluation de ΔQ :

L'échange de chaleur du milieu extérieur avec le domaine se fait uniquement par conduction (le rayonnement n'est pas tenu en compte).

Soit ΔQ la quantité de chaleur apportée au domaine D pendant dt et par conduction

$$\Delta Q \text{ échangée au niveau de la surface} = - \int_S \vec{q} \cdot \vec{n} ds \quad (1.16)$$

Et q est donné par la loi de FOURIER :

$$\vec{q} = -k \cdot \vec{\nabla} T \quad (1.17)$$

Où, q : flux de chaleur.

K : la conductivité thermique du milieu considéré

T : la température.

L'expression de ΔQ devient :

$$\Delta Q = \iint k \cdot \vec{\nabla} T \cdot \vec{n} ds$$

On passe à l'intégrale sur le domaine (volume) et si $k = \text{Cte}$

$$\Delta Q = \iiint_D k \cdot \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} T dv \quad (1.18)$$

- Evaluation de ΔW :

Le travail fourni à D pendant le temps dt est égal à la somme du travail des forces de surface et du travail des forces mécaniques.

Soit,

$$\int_D \rho F_i U_i dv \text{ , le travail des forces massiques ou de volume et}$$

$$\int_S \sigma_{ij} n_j U_i ds \text{ , le travail des forces de surface.}$$

Alors, ΔW s'écrit

$$\Delta W = \int_D \rho F_i U_i dv + \int_S \sigma_{ij} n_j U_i ds$$

$$\Delta W = \int_D \rho F_i U_i dv + \int_D U_i \frac{\partial}{\partial X_j} \sigma_{ij} dv \quad (1.19)$$

Alors, l'écriture intégrale de l'équation de l'énergie s'écrit :

$$\iiint_D \rho \frac{D}{Dt} \left(E + \frac{U^2}{2} \right) dv = \iiint_D \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} k T dv + \iiint_D \rho F_i U_i dv + \iiint_D U_i \frac{\partial}{\partial X_j} \sigma_{ij} dv \quad (1.20)$$

4. Equation de la quantité de mouvement :

Appliquons le principe fondamental de la dynamique à une unité de masse du fluide. Soient $\rho \vec{F}$ la force de volume appliquée à D et T la tension superficielle par unité de surface. Sachant que, $\iint T_i ds = \iint \sigma_{ij} n_j ds$ alors,

$$\int_D \rho \gamma_i dv = \int_D \rho F_i dv + \int_S \sigma_{ij} n_j dS \quad (1.21)$$

$$\int_D \rho \gamma_i dv = \int_D \rho F_i dv + \int_D \frac{\partial}{\partial X_j} \sigma_{ij} dv \quad \text{passons à l'intégrale nulle :}$$

$$\iiint_D \left(\rho \gamma_i - \rho F_i - \frac{\partial}{\partial X_j} \sigma_{ij} \right) dv = 0 \quad (1.22)$$

$$\rho \gamma_i = \rho F_i + \frac{\partial}{\partial X_j} \sigma_{ij} \quad (1.23)$$

$$\text{Avec } \gamma_i = \frac{DU_i}{Dt} \quad ; \quad \sigma_{ij} = -p \delta_{ij} + \tau_{ij}$$

On peut simplifier l'équation (1.20) en utilisant (1.23) multipliée par le terme $u_i dv$ ce qui donne :

$$\rho \gamma_i U_i dv = \rho F_i U_i dv + U_i \frac{\partial}{\partial X_j} \sigma_{ij} dv \quad \text{En intégrant, on aura}$$

$$\iiint_D \rho U_i \frac{DU_i}{Dt} dv = \iiint_D \rho U_i F_i dv + \iiint_D U_i \frac{\partial}{\partial X_j} \sigma_{ij} dv \quad (1.24)$$

Ce qui donne :

$$\int_D \frac{1}{2} \rho \frac{DU_i^2}{Dt} dv = \int_D \rho U_i F_i dv + \int_D U_i \frac{\partial}{\partial X_j} \sigma_{ij} dv \quad (1.25)$$

Traduisons le 2nd terme.

$$\frac{\partial}{\partial X_j}(U_i \sigma_{ij}) = U_i \frac{\partial}{\partial X_j} \sigma_{ij} + \sigma_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial X_j} \Rightarrow \quad (1.26)$$

$$U_i \frac{\partial}{\partial X_j} \sigma_{ij} = \frac{\partial}{\partial X_j}(U_i \sigma_{ij}) - \sigma_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial X_j} \quad \text{En introduisant ce terme}$$

$$\int_D \frac{1}{2} \rho \frac{DU_i^2}{Dt} dv = \int_D \rho U_i F_i dv + \int_D \frac{\partial(U_i \sigma_{ij})}{\partial X_j} dv - \int_D \sigma_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial X_j} dv \quad (1.27)$$

$$\int_D \frac{1}{2} \rho \frac{DU_i^2}{Dt} dv = \int_D \rho U_i F_i dv + \int_D U_i \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial X_j} dv + \int_D \sigma_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial X_j} dv$$

En introduisant cette forme dans (1.20), on aura :

$$\iiint_D \rho \frac{DE}{Dt} dv = \iiint_D \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} k T dv + \iiint_D \sigma_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial X_j} dv$$

Donc :

$$\iiint_D (\rho \frac{DE}{Dt} - \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} k T - \sigma_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial X_j}) dv = 0 \quad (1.28)$$

Ce qui donne :

$$\rho \frac{DE}{Dt} = \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} k T + \sigma_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial X_j} \quad \text{ou en une autre forme}$$

$$\rho \frac{DE}{Dt} = (kT_{,j})_{,j} + \sigma_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial X_j} \quad (1.29)$$

σ_{ij} Est donné

$$\sigma_{ij} = -p \delta_{ij} \quad (\text{pas de mouvement})$$

$$\sigma_{ij} = -p \delta_{ij} + \tau_{ij} \quad \text{avec} \quad \tau_{ij} = \lambda \vec{\nabla} \cdot \vec{U} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} \quad \text{d'où}$$

$$\sigma_{ij} = -p \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} + \lambda \vec{\nabla} \cdot \vec{U} \delta_{ij} \quad (1.30)$$

Donc, l'expression $\sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial X_j}$ sera

$$\sigma_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial X_j} = (-p \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} + \lambda \vec{\nabla} \cdot \vec{U} \delta_{ij}) \frac{\partial U_i}{\partial X_j} \quad \text{avec} \quad \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(U_{i,j} + U_{j,i})$$

$$\Rightarrow \sigma_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial X_j} = -p \frac{\partial U_i}{\partial X_i} + \underbrace{\lambda \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_i} \right)^2 + \mu (U_{i,j} + U_{j,i}) \frac{\partial U_i}{\partial X_j}}_{\Phi}$$

$$\sigma_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -p \frac{\partial U_i}{\partial X_i} + \Phi \quad (1.31)$$

$$\Rightarrow \Phi = \lambda(U_{i,i})^2 + \mu(U_{i,j} + U_{j,i})U_{i,j} \quad (1.32)$$

La fonction Φ est appelée fonction de dissipation. La fonction Φ est liée à la dégradation de l'énergie cinétique en chaleur.

Pour les fluides iso volumes ou incompressibles $U_{i,i} = 0$

$$\Rightarrow \Phi = \mu(U_{i,j} + U_{j,i})U_{i,j} \quad (1.33)$$

Alors l'équation de l'énergie s'écrira :

$$\rho \frac{DE}{Dt} = (KT_{,j})_{,j} + \sigma_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial X_j}$$

$$\rho \frac{DE}{Dt} = (KT_{,j})_{,j} - p \frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \Phi \quad \text{Ou encore sous une autre forme}$$

$$\rho \frac{DE}{Dt} = \text{div}(K \vec{\text{grad}} T) - p \cdot \text{div} \vec{U} + \Phi \quad (1.34)$$

Soient E et h respectivement l'énergie interne et l'enthalpie par unité de temps et de volume.

E (V, T) ; h (P, T) alors, on peut écrire :

$$\begin{aligned} \Delta E &= \left. \frac{\partial E}{\partial V} \right) dV + C_v dT \\ \Delta h &= \left. \frac{\partial h}{\partial p} \right) dP + C_p dT \end{aligned} \quad (1.35)$$

Où $C_p = \left. \frac{\partial h}{\partial T} \right)_p$ et $C_v = \left. \frac{\partial E}{\partial T} \right)_v$

Pour un gaz obéissant à l'équation de MENDELEEV-CLAPEYRON, dans le cas des variations peu importantes de température, on peut admettre que :

$$\left. \frac{\partial E}{\partial T} \right) dV \ll C_v dT \quad \text{Et} \quad \left. \frac{\partial h}{\partial P} \right) dP \ll C_p dT$$

Donc :

$$\begin{cases} DE = C_v dT \\ Dh = C_p dT \end{cases} \quad (1.36)$$

Avec l'équation de continuité $\frac{D\rho}{Dt} + \rho.\text{div}\vec{U} = 0$

$$\text{div}\vec{U} = -\frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} \Rightarrow \rho \frac{DE}{Dt} + p.\text{div}\vec{U} = \text{div}(K \overrightarrow{\text{grad}T}) + \Phi \quad \text{Deviendrait}$$

$$\rho \frac{DE}{Dt} + \left(-\frac{P}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} \right) = \text{div}(K \overrightarrow{\text{grad}T}) + \Phi \quad (1.37)$$

Alors

$$\frac{D}{Dt} \left(\frac{P}{\rho} \right) = \frac{1}{\rho} \frac{DP}{Dt} - \frac{P}{\rho^2} \frac{D\rho}{Dt} \quad \text{Nous trouvons que}$$

$$\frac{P}{\rho^2} \frac{D\rho}{Dt} = \frac{1}{\rho} \frac{DP}{Dt} - \frac{D}{Dt} \left(\frac{P}{\rho} \right) \quad \text{En multipliant par } -\rho, \text{ l'équation}$$

(1.37) deviendra :

$$\rho \frac{DE}{Dt} + \rho \frac{D}{Dt} \left(\frac{P}{\rho} \right) - \frac{D\rho}{Dt} = \text{div}(K \overrightarrow{\text{grad}T}) + \Phi \quad (1.38)$$

Ou autrement

$$\rho \left[\frac{D}{Dt} \left(E + \frac{P}{\rho} \right) \right] - \frac{D\rho}{Dt} = \text{div}(k.\overrightarrow{\text{grad}T}) + \Phi$$

On sait que $h=E+PV$ et $\rho=m/V$ donc $h=E+ (P/\rho)$

L'équation de l'énergie peut s'écrire alors

$$\rho \frac{Dh}{Dt} - \frac{D\rho}{Dt} = \text{div}(K.\overrightarrow{\text{grad}T}) + \Phi \quad (1.39)$$

La fonction de dissipation peut être négligée pour les fluides isovolumes car son influence sur la variation de la température est infime.

L'équation de l'énergie se réduit donc à :

$$\rho C_p \frac{DT}{Dt} = \text{div}(K.\overrightarrow{\text{grad}T}) \quad (1.40)$$

Et si $k=Cte$, on peut écrire vectoriellement

$$\rho C_p \frac{DT}{Dt} = \vec{\nabla}.K.\vec{\nabla}T$$

$$\rho C_p \frac{DT}{Dt} = k\vec{\nabla}.\vec{\nabla}T$$

$$\rho C_p \frac{DT}{Dt} = K \nabla^2 T \quad \text{Ou encore}$$

$$\frac{DT}{Dt} = \frac{K}{\rho C_p} \nabla^2 T \quad (1.41)$$

Si on pose $\frac{K}{\rho C_p} = \alpha$ avec $[\alpha] = m^2 / s$

α Est appelé coefficient de diffusivité thermique. D'où

$$\frac{DT}{Dt} = \alpha \nabla^2 T \quad (1.42)$$

Cette équation est appelée 'équation de FOURIER pour la conduction'.

Concernant la vitesse de l'écoulement, quand celle-ci croit, des fluctuations des grandeurs caractérisant le milieu, apparaissent amenant la transition vers le phénomène de turbulence, ce qui fera l'objet de notre étude dans le chapitre suivant.

CHAPITRE 2

TURBULENCE ET ECOULEMENT TURBULENT

1. Les régimes d'écoulement : [3] [4]

En observant les mouvements d'un fluide, on distingue les écoulements turbulents et les écoulements non turbulents. Ces deux types d'écoulements peuvent coexister dans l'espace. Cependant certaines zones seulement sont le siège de turbulence comme par exemple les couches limites, les sillages ou encore les jets.

Les écoulements non turbulents sont dits laminaires. Les zones où l'écoulement est dit laminaire sont des zones où les frottements dus à la viscosité sont dominants.

On peut rencontrer dans les mouvements turbulents l'existence des zones où les tensions dues à la viscosité sont prépondérantes, l'écoulement est alors dit 'visqueux'. Il en est ainsi dans la sous-couche visqueuse voisine d'une paroi. On utilise parfois l'expression de la sous-couche laminaire. Cette appellation peut prêter à une confusion. En effet, laisse croire que l'écoulement ne comporte pas de fluctuations ce qui est contraire à l'expérience.

On peut facilement se faire une idée de la turbulence d'après le sillage d'un navire ou le cours d'un torrent. Ces écoulements sont animés de mouvements tourbillonnaires très irrégulièrement distribués à la fois dans l'espace et dans le temps. La turbulence est une propriété des écoulements du fluide et non du fluide lui même.

Cependant, on peut caractériser l'écoulement laminaire par un mouvement régulier et l'écoulement turbulent par un mouvement qui ne présente aucune régularité.

On constate alors que lorsque la vitesse d'écoulement croit, des instabilités naissent progressivement à partir d'une certaine distance et pour un certain nombre de REYNOLDS appelé nombre de REYNOLDS critique 'Re critique' mais la valeur critique de Re n'est pas toujours la même. Chaque type de mouvement a son 'Re critique'.

2. Généralités :

2.1. Etude de la turbulence :

La variation irrégulière des composantes u , v , w de la vitesse U d'un fluide en un point P de celui-ci caractérise la turbulence [3].

Si les composantes u , v , w sont indépendantes du temps, on dit que l'écoulement est permanent. Si par contre u , v , w sont des fonctions du temps, le mouvement est alors dit non permanent.

2.2. Caractères des écoulements turbulents : [3]

2.2.1. Caractère aléatoire :

En écoulement turbulent, les grandeurs physiques, comme les composantes de la vitesse et la pression comportent des fluctuations d'une telle irrégularité dans le temps et dans l'espace qu'il convient de les représenter par des variables aléatoires.

Le type des variables aléatoires qui convient pour représenter un écoulement turbulent est tel que lorsqu'elles sont considérées en des points différents de l'espace dont les écarts tendent vers l'infini, leurs relations tendent vers l'indépendance statistique.

2.2.2. Caractère non linéaire :

Ce phénomène est lié aux interactions non linéaires, qui sont représentées par les termes d'inertie dans les équations des écoulements turbulents.

2.2.3. Caractère rotationnel aléatoire :

Un écoulement turbulent comporte nécessairement des fluctuations du rotationnel de la vitesse dont le comportement dans le temps et dans l'espace est très irrégulier.

Il convient alors de représenter ces fluctuations par des variables aléatoires. Les fluctuations du rotationnel de la vitesse dans un écoulement turbulent sont habituellement tridimensionnelles.

On remarque aussi que dans le cas des écoulements à masse volumique constante et quand le champ de vitesse est bidimensionnel, il n'y a pas de production du rotationnel mais uniquement un aspect dissipatif par la viscosité.

2.2.4. Caractère de diffusion :

L'agitation moléculaire produit une diffusion à petite échelle des propriétés transportables de la matière. De même, l'agitation turbulente produit une diffusion à grande échelle de ces propriétés.

On peut noter que la diffusion turbulente existe même en absence de diffusion moléculaire. Exemple, un écoulement à deux phases non miscibles.

Les effets de diffusion ainsi que la turbulence ont été mis en évidence par REYNOLDS. En effet, en colorant des filets dans l'écoulement de l'eau en conduite cylindrique transparente. En régime turbulent, les filets colorés prennent des formes très irrégulières et se mélangent rapidement. Ainsi, la couleur diffuse dans toute la section de l'écoulement.

On peut dire aussi que la turbulence diffuse aussi dans le mouvement moyen de fluide, la masse, la chaleur, la quantité de mouvement, l'énergie cinétique ainsi que les quantités en général, transportables.

2.2.5. Caractère dissipatif :

En augmentant considérablement le taux de déformation du fluide, la turbulence augmente l'intensité de dissipation de l'énergie cinétique en chaleur par l'effet de viscosité.

Ainsi, l'écoulement extérieur alimente la couche limite turbulente en énergie. Cette énergie entretient la turbulence.

3. Mouvement moyen et mouvement d'agitation :

Le mouvement turbulent d'un fluide est représenté comme étant la superposition d'un mouvement moyen et d'un mouvement d'agitation. En effet, soient u , v , w les composantes de la vitesse au point P d'un fluide au temps t . Si u , v , w sont indépendantes du temps, le mouvement est dit permanent.

Supposons que ces composantes de la vitesse sont fonctions du temps.

On définit la valeur moyenne \bar{u} entre les instants t_0 et t_0+T par la quantité

$$\bar{u} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} u \cdot dt \quad (2.1)$$

On peut écrire à chaque instant :

$$u = \bar{u} + u' \quad \text{Où} \quad u(x, y, z, t) = \bar{u}(x, y, z, t) + u'(x, y, z, t)$$

u La vitesse instantanée

\bar{u} La valeur moyenne de la vitesse

u' L'écart autour de la valeur moyenne. On l'appelle aussi vitesse d'agitation ou fluctuation.

De même pour v et w :

$$\begin{cases} u = \bar{u} + u' \\ v = \bar{v} + v' \\ w = \bar{w} + w' \end{cases}$$

De même pour P et ρ : (2.2)

$$\begin{cases} P = \bar{P} + P' \\ \rho = \bar{\rho} + \rho' \end{cases}$$

4. Propriétés des variables aléatoires – relation de REYNOLDS :

L'établissement des équations de conservation aux moyennes nous mène à rappeler quelques propriétés des variables aléatoires.

$$A = \bar{A} + a \quad \overline{\bar{A} + a} = \bar{\bar{A}} + \bar{a} = \bar{\bar{A}} \quad \text{Car } \bar{a} = 0$$

$$B = \bar{B} + b \quad \overline{\bar{B} + b} = \bar{\bar{B}} + \bar{b} = \bar{\bar{B}} \quad \text{Car } \bar{b} = 0$$

Alors :

$$(A.B) = (\bar{A} + a)(\bar{B} + b) = \bar{A}\bar{B} + \bar{A}b + a\bar{B} + ab \quad \text{En prend ensuite la moyenne } \overline{(A.B)} \text{ ce}$$

qui donne :

$$\overline{(A.B)} = \overline{\bar{A}\bar{B}} + \overline{\bar{A}b} + \overline{a\bar{B}} + \overline{ab} = \bar{A}\bar{B} + \overline{(ab)} \quad (2.3)$$

Puisque $\bar{a} = \bar{b} = 0$ et $\overline{ab} \neq 0$ appelée moyenne des produits des fluctuations.

A, B appelées valeurs instantanées.

\bar{A}, \bar{B} appelées valeurs moyennes.

a, b Les fluctuations.

Ceci nous mène à écrire :

$$1. \overline{u'} = 0$$

$$2. \overline{u} = \bar{u}$$

$$3. \overline{u.v} = \bar{u}\bar{v} + \overline{u'.v'}$$

$$4. \frac{\partial \bar{u}}{\partial X_i} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial X_i}$$

$$5. \frac{\overline{\partial u'}}{\partial X_i} = \frac{\partial \overline{u'}}{\partial X_i} = 0 \quad (2.4)$$

$$6. \frac{\overline{\partial u}}{\partial t} = \frac{\partial \overline{u}}{\partial t} = 0$$

$$7. \overline{u \cdot v} = \overline{v \cdot u} \quad ; \quad \overline{uv'} = \overline{u'v}$$

$$8. \overline{u'^2} = \overline{v'^2} = \overline{w'^2} \quad \text{la turbulence est isotrope si en un point P, aucune direction n'est négligée.}$$

5. Equation de REYNOLDS et tensions de REYNOLDS :

On limitera notre étude aux cas concernant les fluides incompressibles en mouvement permanent.

5.1. Equation de continuité :

Soient $U(x_1, x_2, x_3)$ la vitesse de l'écoulement d'un fluide. U_i Sont les composantes de \vec{U} dans le repère (o, x_1, x_2, x_3)

On a vu au chapitre I que l'équation de continuité pour un fluide isovolume est donnée par :

$$\text{div} \vec{U} = 0 \quad \text{Ou} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{U} = 0 \quad \text{ou encore} \quad U_{i,i} = 0$$

Soit en valeurs instantanées par :

$$\frac{\partial u}{\partial x_1} + \frac{\partial v}{\partial x_2} + \frac{\partial w}{\partial x_3} = 0 \quad \text{ou} \quad U = U(u, v, w)$$

Dans le cas d'un mouvement turbulent

$$\frac{\partial}{\partial x_1} (\overline{u} + u') + \frac{\partial}{\partial x_2} (\overline{v} + v') + \frac{\partial}{\partial x_3} (\overline{w} + w') = 0 \quad \text{ou}$$

$$\left(\frac{\partial \overline{u}}{\partial x_1} + \frac{\partial \overline{v}}{\partial x_2} + \frac{\partial \overline{w}}{\partial x_3} \right) + \left(\frac{\partial u'}{\partial x_1} + \frac{\partial v'}{\partial x_2} + \frac{\partial w'}{\partial x_3} \right) = 0$$

En prenant les valeurs moyennes :

$$\frac{\partial \overline{u}}{\partial x_1} + \frac{\partial \overline{v}}{\partial x_2} + \frac{\partial \overline{w}}{\partial x_3} = 0 \quad (2.5)$$

Soit $\overline{U_{i,i}} = 0$ ou vectoriellement : $\vec{\nabla} \cdot \vec{U} = 0$

On peut aussi écrire concernant les fluctuations que

$$\vec{\nabla} \vec{U}' = 0 \quad \text{Ou} \quad U'_{i,i} = 0 \quad (2.6)$$

5.2. Equation de REYNOLDS et tension de REYNOLDS :

D'après l'expression (I.12) qui définit les équations de NAVIER STOKES.

$$\rho \gamma_i = \rho F_i - P_{,i} + \mu U_{i,jj} \quad \text{Ou vectoriellement}$$

$$\rho \left(\frac{dU}{dt} + (\vec{U} \cdot \vec{\nabla}) \vec{U} \right) = \rho \vec{F} - \vec{\nabla} \cdot p + \mu \nabla^2 \vec{U}$$

γ_i : L'accélération, s'écrit

$$\gamma_i = \frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j U_{i,j} \quad U_i = \bar{U}_i + U'_i$$

Pour un écoulement turbulent moyen on a :

$$\rho \bar{\gamma}_i = \rho \bar{F}_i - \bar{P}_{,i} + \mu \bar{U}_{i,jj} \quad (2.7)$$

$$P = \bar{P} + P' \quad \text{Car} \quad (\bar{U}_i + U'_i)_{,jj} = \bar{U}_{i,jj} \quad \text{et} \quad \bar{\gamma}_i = (\bar{U}_i \bar{U}_j)_{,j} + (\overline{U'_i U'_j})_{,j}$$

D'après l'équation (II.4), l'équation (II.7) peut s'écrire :

$$\rho \left[(\bar{U}_i \bar{U}_j)_{,j} + (\overline{U'_i U'_j})_{,j} \right] = \rho \bar{F}_i - \bar{P}_{,i} + \mu \bar{U}_{i,jj}$$

$$\rho \bar{U}_j \bar{U}_{i,j} = \rho \bar{F}_i - \bar{P}_{,i} + \left(\mu \bar{U}_{i,j} - \rho (\overline{U'_i U'_j})_{,j} \right) \quad (2.8)$$

Car

$$\bar{U}_{i,i} = 0 \quad \text{Et} \quad (\bar{U}_i \bar{U}_j)_{,j} = \bar{U}_{i,j} \bar{U}_j + \bar{U}_i \bar{U}_{j,j}$$

Pour un fluide incompressible :

$$(\bar{U}_i \bar{U}_j)_{,j} = \bar{U}_{i,j} \bar{U}_j$$

C'est l'équation de NAVIER STOKES pour un fluide isovolume en mouvement permanent moyen.

Dans cette expression, le terme $-\rho \overline{U'_i U'_j}$ est un tenseur du 2nd ordre et qui représente les tensions de REYNOLDS. C'est un tenseur 3×3 et st appelé 'tenseur de REYNOLDS'.

Ces tensions de REYNOLDS caractérisent le frottement apparent du à la turbulence. Elles jouent le même rôle que les tensions visqueuses.

Par exemple, sur le plan x y, ces tensions se caractérisent par

$$(\tau_{xy})_{app} = -\rho \overline{u' v'} \quad \text{Soit en général}$$

$$\tau_{ij} = -\rho \begin{pmatrix} -\overline{u'^2} & -\overline{u'v'} & -\overline{u'w'} \\ -\overline{v'u'} & -\overline{v'^2} & -\overline{v'w'} \\ -\overline{w'u'} & -\overline{w'v'} & -\overline{w'^2} \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

Ce tenseur représente les tensions normales (diagonales) et les tensions tangentiels. Il est symétrique par rapport à sa diagonale principale.

Les tensions supplémentaires dues à la turbulence sont donc de la forme $\overline{\rho u'^2}$ en ce qui concernant les composantes perpendiculaires et de la forme $\overline{\rho u'v'}$ pour les composantes tangentiels.

5.3. Hypothèse de BOUSSINESQ :

On considère que les tensions de REYNOLDS jouent le même rôle que les tensions classiques visqueuses. Seulement elles sont beaucoup plus importantes [4].

Soit :

$$\tau_{xy} = -\overline{\rho u'v'} \equiv \mu_t \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \quad \text{Et} \quad \overline{\rho u'v'} \gg \mu_t \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \quad (2.10)$$

Sauf au voisinage de la paroi, c'est la viscosité qui l'emporte.

$\overline{\rho u'v'}$: Force de viscosité

$\mu_t \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}$: Force de viscosité moléculaire

5.4. Hypothèse de longueur de mélange :

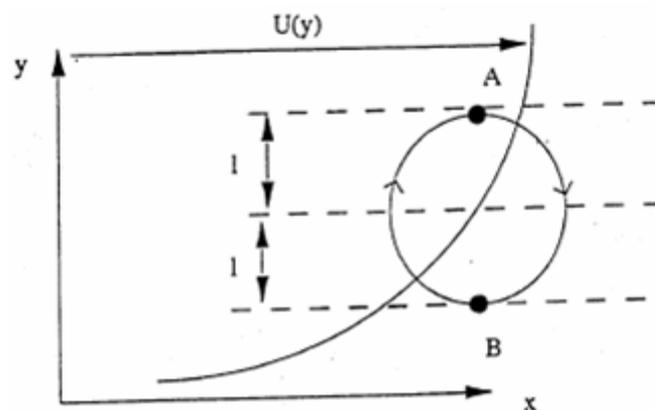


Fig. 2.1 Modèle de longueur de mélange

Cette hypothèse a été élaborée par PRANDTL. En effet, il prend un profil quelconque de vitesse moyenne avec des fluctuations. Il définit une grandeur où les caractéristiques du mouvement restent les mêmes, en particulier la vitesse. Ceci entre la grandeur l et $-l$. Il appelle ' l ' la longueur de mélange [5].

Cette théorie de la longueur de mélange est une méthode parmi plusieurs qui nous permet d'évaluer la quantité $\overline{u'v'}$

Soit l de dimension faible.

à l lui correspond $\bar{u} + u'$

à $-l$ lui correspond $\bar{u} - u'$.

On peut alors écrire que

$$\overline{u'} = |\bar{u}(y+l) - \bar{u}(y)| \quad (2.11)$$

On procède à un développement limité :

$$\bar{u}(y+l) = \bar{u}(y) + l \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \dots \Rightarrow$$

$$|\bar{u}(y+l) - \bar{u}(y)| = \overline{u'} = \left| l \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right| \quad (2.12)$$

On sait que

$$\overline{u'} \gg u' \quad \text{Et} \quad \overline{v'} \gg v' \quad (2.13)$$

PRANDTL a supposé que les fluctuations u' et v' sont de même ordre, donc :

$$\overline{v'} = C_1 \left| l \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right| \quad \text{Avec } C_1 \approx 1 \text{ d'où}$$

$$\overline{u'} \overline{v'} = C_2 \left| l \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right|^2 \quad \text{Avec } \overline{a} \overline{b} \geq \overline{ab} \text{ donc}$$

$$\overline{u'} \overline{v'} \geq \overline{u'v'} \quad \text{On peut alors écrire}$$

$$\overline{u'v'} = C_2 \left| l \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right|^2 \quad (2.14)$$

$$0 < C_2 \leq 1$$

Soit, $(\tau_{xy})_{app} = -\rho \overline{u'v'}$ alors :

$$-\rho \overline{u'v'} = -\rho C_2 \left| l \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right|^2 \quad (2.15)$$

- Signe de $\overline{u'v'}$:

On note que si $\begin{cases} \overline{u'} > 0 \\ \overline{v'} < 0 \end{cases}$ et si $\begin{cases} \overline{u'} < 0 \\ \overline{v'} > 0 \end{cases}$; le signe de $\overline{u'v'}$ est toujours

négatif

$\overline{u'v'} < 0$ donc $|\overline{u'v'}| = -\overline{u'v'}$ ce qui donne :

$$-\rho |\overline{u'v'}| = \rho \overline{u'v'} = -\rho C_2 \left| l \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right|^2 \quad \text{Et finalement}$$

$$-\rho \overline{u'v'} = \rho C_2 \left| l \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right|^2 \quad (2.16)$$

On a écrit en (II.9) $-\rho \overline{u'v'} \equiv \mu_t \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}$ et d'après (II.15), $-\rho \overline{u'v'} = \rho C_2 \left| l \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right|^2$

Donc
$$\begin{cases} \overline{u'v'} = \nu_t \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \\ \mu_t = \rho C_2 l^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \end{cases} \quad (2.17)$$

μ_t Est appelée viscosité dynamique turbulente

ν_t Est appelée viscosité cinématique turbulente.

Plus généralement, aux tensions de REYNOLDS d'expression $-\rho \overline{u'v'}$ qui caractérisent les forces de frottement apparent turbulent, doivent s'ajouter les tensions visqueuses d'expression $\mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}$ ou $\mu \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial X_j}$ d'où les forces totales de

frottement s'écrivent :

$$\nu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \overline{u'v'} = (\nu + \nu_t) \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \quad \text{ou plus généralement}$$

$$\tau_{totale} = \mu \bar{U}_{i,j} - \rho \overline{U'_i U'_j} \quad (2.18)$$

Et on a $-\rho \overline{u'v'} \equiv \mu_t \bar{U}_{i,j}$ donc

$$\tau_{totale} = (\mu + \mu_t) \bar{U}_{i,j} \quad (2.19)$$

Et globalement :

$$\mu \bar{U}_{i,j} - \rho \overline{U'_i U'_j} = (\mu + \mu_t) \bar{U}_{i,j} \quad (2.20)$$

Nous allons nous intéresser dans ce qui suit aux phénomènes liés à la viscosité, en particulier au niveau de la paroi, d'où la notion de décollement et de couche limite.

CHAPITRE 3

GENERALITES SUR LA COUCHE LIMITE

Les phénomènes de viscosité se manifestent principalement au voisinage de la paroi solide, dans une zone de faible épaisseur où le gradient de vitesse est important. PRANDTL a entrepris en 1904 des recherches approfondies et a montré que toutes les pertes dues aux frottements ont lieu dans cette zone de couche mince adjacente à la surface de solide et que, en dehors de cette couche désormais appelée 'couche limite' le fluide se comporte comme un fluide parfait ; il est dit libre.

On remarque que l'écoulement dans cette couche limite peut être laminaire ou turbulent. Si l'écoulement est laminaire, les équations de NAVIER STOKES sont appliquées pour déterminer le coefficient de frottement sur les parois. BLASIUS en 1908 et KARMAN en 1921 étudieront les profils des vitesses et donneront des résultats expérimentaux sur une plaque plane en fluide incompressible. Le paramètre de rugosité fut introduit en 1932 par NIKURADSE [5] [6].

1. Notion de couche limite :

Il y a adhérence complète des particules fluides sur la paroi solide. Ceci explique la vitesse nulle de l'écoulement en contact de la paroi : c'est l'effet de la viscosité.

De ce fait, à partir et perpendiculairement à elle, la vitesse de l'écoulement croît de zéro à une valeur U_∞ ou U_e appelée vitesse à l'infini ou vitesse libre de l'écoulement.

L'augmentation de la vitesse à partir de la paroi est d'abord rapide et ensuite de plus en plus lente. Le profil des vitesses correspondant à une section droite de l'écoulement est comme l'indique la figure (3.1) [6].

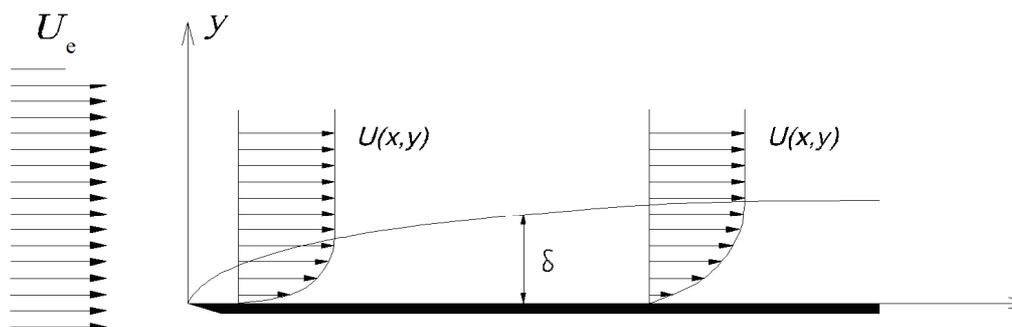


FIG 3 1 – Couche limite sur une paroi plane.

Si la paroi est portée à la température T_p différente de la température du fluide. Il y a échange de chaleur entre le fluide et la paroi et il se forme alors. Une couche limite dite 'couche limite thermique' notée δ_T .

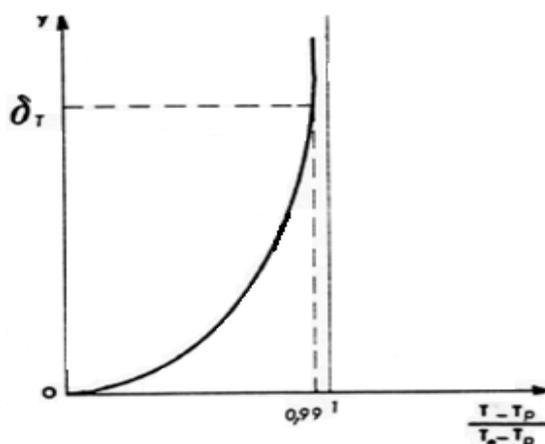


Fig. 3.2. Couche limite thermique

2. Equations générales de la couche limite turbulente :

On peut schématiser la couche limite turbulente comme en figure 3.3

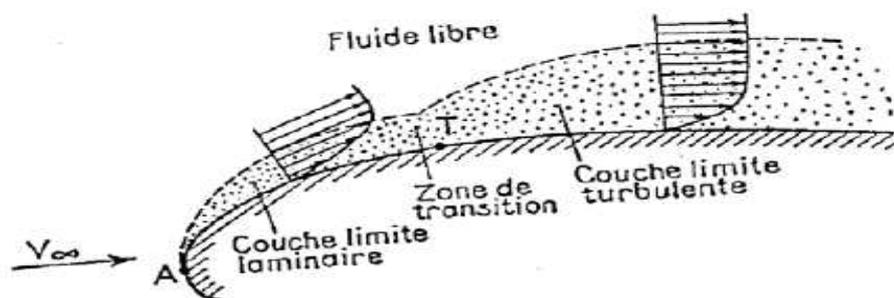


Fig. 3.3 Développement de la couche limite le long d'une paroi

Reprenons les équations de REYNOLDS pour un fluide incompressible dans un mouvement turbulent permanent moyen.

$$\rho \bar{U}_j U_{i,j} = \rho \bar{F}_i - \bar{P}_{,i} + \left[\mu (U_{i,j} - \overline{U_i' U_j'}) \right]_{,j}$$

En absence des forces de volume (gravité) on aura :

$$\bar{U}_j \bar{U}_{i,j} = -\frac{1}{\rho} \bar{P}_{,j} + \left[\nu U_{i,j} - \overline{U_i' U_j'} \right]_{,j} \quad (3.1)$$

Prenons le cas où le mouvement moyen est bidimensionnel :

$$\begin{cases} u = \bar{u} + u' \\ v = \bar{v} + v' \\ w = w' \end{cases} \quad \begin{cases} \bar{u} = \bar{u}(x, y) \\ \bar{v} = \bar{v}(x, y) \\ \bar{w} = 0 \end{cases}$$

Les équations de REYNOLDS s'écrivent alors :

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} - \frac{\partial \overline{u'^2}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{u' v'}}{\partial y} \quad (3.2)$$

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial y} + \nu \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial y^2} - \frac{\partial \overline{u' v'}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{v'^2}}{\partial y}$$

On associe l'équation de continuité (3.5)

$$\bar{U}_{i,i} = 0 \quad \text{Ou} \quad \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = 0$$

Les équations (3.2) représentent les équations générales de la couche limite turbulente où $\frac{\partial}{\partial z} = 0$ (couche limite bidimensionnelle).

3. Equation intégrale de VON KARMAN :

C'est une équation qui s'obtient à partir de l'équation de NAVIER STOKES.

Les hypothèses sont :

Le fluide est incompressible et le mouvement permanent.

On peut remarquer tout de suite que le calcul ne fait pas intervenir l'état de l'écoulement : laminaire ou turbulent. On peut écrit :

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} \quad (3.3)$$

$$\text{Et} \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

Pour un écoulement libre, on a :

$$P + \rho \frac{U_e^2}{2} = Cte$$

Après dérivation par rapport à x, on obtient :

$$-\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dx} = U_e \frac{dU_e}{dx}$$

On remplace dans (III.3), on aura :

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = U_e \frac{dU_e}{dx} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} \quad (3.4)$$

On peut intégrer (III.4) sur une section droite entre 0 et h ($h > \delta$) :

$$\int_0^h \left[u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - U_e \frac{dU_e}{dx} \right] dy = \int_0^h v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} dy = v \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_0^h = -\frac{\tau_0}{\rho} \quad (3.5)$$

L'équation de continuité donne :

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\partial v}{\partial y} \quad \text{D'où} \quad v \Big|_0^h = -\int_0^h \frac{\partial u}{\partial x} dy$$

Après intégration de $\frac{\partial u}{\partial y}$ entre 0 et h, on obtiendra :

$$\int_0^h v \frac{\partial u}{\partial y} dy = -U_e \int_0^h \frac{\partial u}{\partial x} dy + \int_0^h u \frac{\partial u}{\partial x} dy \quad (3.6)$$

Avec les hypothèses

$$\begin{cases} y=0 & u=v=0 & \text{(Adhérence à la paroi)} \\ y=h & u=U_e & \text{(Écoulement libre)} \end{cases}$$

On reporte (III.6) dans (III.5) :

$$\int_0^h u \frac{\partial u}{\partial x} dy - U_e \int_0^h \frac{\partial u}{\partial x} dy + \int_0^h u \frac{\partial u}{\partial x} dy - \int_0^h U_e \frac{dU_e}{dx} dy = -\frac{\tau_0}{\rho} \quad (3.7)$$

τ_0 : Frottement à la paroi ($y=0$).

(III.7) deviendra après transformation :

$$\int_0^h \left[2u \frac{\partial u}{\partial x} - U_e \frac{dU_e}{dx} + u \frac{\partial U_e}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} (uU_e) \right] dy = -\frac{\tau_0}{\rho} \quad (3.8)$$

On transforme encore III.8 qui deviendra :

$$\int_0^h \frac{\partial}{\partial x} [(u - U_e)u] dy - \frac{dU_e}{dx} \int_0^h (U_e - u) dy = -\frac{\tau_0}{\rho}$$

Ou encore :

$$\frac{d}{dx} \int_0^h [(U_e - u)u] dy + \frac{dU_e}{dx} \int_0^h (U_e - u) dy = \frac{\tau_0}{\rho} \quad (3.9)$$

Après transformation encore de (III.9), on obtiendra finalement :

$$\frac{d}{dx} U_e^2 \int_0^h \left[\left(1 - \frac{u}{U_e}\right) \frac{u}{U_e} \right] dy + U_e \frac{dU_e}{dx} \int_0^h \left(1 - \frac{u}{U_e}\right) dy = \frac{\tau_0}{\rho} \quad (3.10)$$

Et en écoulement moyen, on peut avoir :

$$\frac{d}{dx} \overline{U_e^2} \int_0^h \left[\left(1 - \frac{\bar{u}}{\overline{U_e}}\right) \frac{\bar{u}}{\overline{U_e}} \right] dy + \overline{U_e} \frac{d\overline{U_e}}{dx} \int_0^h \left(1 - \frac{\bar{u}}{\overline{U_e}}\right) dy = \frac{\tau_0}{\rho} \quad (3.11)$$

On définit alors :

3.1. Epaisseur de déplacement : $\delta_1(x)$

On définit une épaisseur $\delta_1(x)$ dite épaisseur de déplacement pour laquelle, le débit dans l'écoulement réel soit le même que celui de l'écoulement potentiel (fluide parfait).

Pour maintenir le débit inchangé, il faut donc déplacer la paroi localement de δ_1

$$\delta_1(x) = \int_0^h \left(1 - \frac{\bar{u}}{\overline{U_e}}\right) dy \neq \int_0^{\delta} \left(1 - \frac{\bar{u}}{\overline{U_e}}\right) dy \quad (3.12)$$

3.2. Epaisseur de quantité de mouvement : $\delta_2(x)$

Les quantités de mouvement sont liées au frottement local, on définit alors une épaisseur $\delta_2(x)$ dite épaisseur de quantité de mouvement, telle que le débit de quantité de mouvement soit inchangé dans la section droite.

$$\delta_2(x) = \int_0^h \left(1 - \frac{\bar{u}}{\overline{U_e}}\right) \frac{\bar{u}}{\overline{U_e}} dy \neq \int_0^{\delta} \left(1 - \frac{\bar{u}}{\overline{U_e}}\right) \frac{\bar{u}}{\overline{U_e}} dy \quad (3.13)$$

3.3. Remarque :

On définit $\delta_1(x)$ et $\delta_2(x)$ pour caractériser l'épaisseur δ de la couche limite qui est elle-même définit comme étant la distance au delà laquelle $\frac{\bar{u}}{\overline{U_e}} > 0.99$.

Seulement, cette distance frontière est difficile à localiser expérimentalement car le gradient de vitesse, très important au voisinage de la paroi devient très faible au voisinage de cette distance frontière. C'est pourquoi donc, on caractérise δ par δ_1 et δ_2

4 Equation de VON KARMAN écrite avec les paramètres :

L'équation de quantité de mouvement ou de VON KARMAN (3.11) s'écrit alors :

$$\frac{\tau_0}{\rho} = \frac{d}{dx} \left(\overline{U_e^2} \delta_2 \right) + \overline{U_e} \frac{d\overline{U_e}}{dx} \delta_1 \quad (3.14)$$

Ou encore

$$\frac{\tau_0}{\rho} = \overline{U_e^2} \frac{d\delta_2}{dx} + (2\delta_2 + \delta_1) \overline{U_e} \frac{d\overline{U_e}}{dx} \quad (3.15)$$

L'équation (III.15) peut s'écrire encore :

$$\frac{\tau_0}{\rho \overline{U_e^2}} = \frac{d\delta_2}{dx} + \frac{2\delta_2 + \delta_1}{\overline{U_e}} \frac{d\overline{U_e}}{dx} \quad (3.16)$$

5. Paramètres liés à ces épaisseurs :

5.1. Contrainte tangentielle à la paroi (déjà défini) : τ_0

$$\tau_0 = \mu \left. \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right)_{y=0} \quad (3.17)$$

5.2. Coefficient de frottement local : C_{f_t}

$$C_{f_t} = \frac{\tau_0}{\rho/2 \overline{U_e^2}} \quad (3.18)$$

5.3. Paramètre ou facteur de forme : Δ

Pour un fluide incompressible, ce paramètre Δ qui est défini $\Delta = \frac{\delta_1}{\delta_2}$, ne dépend que de la forme du profil des vitesses dans la couche limite

5.4. Autre forme de l'équation de VON KARMAN :

En introduisant $\Delta = \frac{\delta_1}{\delta_2}$, l'équation (III.16) s'écrit :

$$\frac{d\delta_2}{dx} + \frac{\delta_2(2 + \Delta)}{\overline{U}_e} \frac{d\overline{U}_e}{dx} = \frac{C_{f_i}}{2} \quad (3.19)$$

6. Remarque :

- 1) On a remplacé une équation aux dérivées partielles par une équation différentielle mais avec trois inconnues qui sont δ_1 , δ_2 et τ_0 . Pour pouvoir résoudre, il est nécessaire de faire les hypothèses sur la forme du champ de vitesse.
- 2) L'équation de VON KARMAN ne fait pas intervenir l'état turbulent ou non, de l'écoulement.
- 3) Cas où $\frac{dP}{dx} = 0 \Leftrightarrow \frac{dU_e}{dx} = 0$. C'est-à-dire que l'on n'a pas de gradient longitudinal de pression. Donc :

$$\frac{d\delta_2}{dx} = \frac{C_{f_i}}{2} \quad (3.20)$$

6.1. Couche limite laminaire :

On suppose que $\frac{U}{U_e}$ peut être représenté par un polynôme de 3^{ème} degré en y/δ . Et on calcule les coefficients par les conditions aux limites.

$$\frac{U}{U_e} = a_0 + a_1\left(\frac{y}{\delta}\right) + a_2\left(\frac{y}{\delta}\right)^2 + a_3\left(\frac{y}{\delta}\right)^3 \quad (3.21)$$

En trouve en définitif :

- La répartition des vitesses est voisine d'une parabole. Son épaisseur est donnée.

$$\frac{\delta}{x} = \frac{4.64}{(\text{Re}_x)^{1/2}} \quad (3.22)$$

- Le coefficient de frottement local

$$C_{f_i} = \frac{\tau_0}{\rho/2 U_e^2} = \frac{0.64}{(\text{Re}_x)^{1/2}} \quad (3.23)$$

6.2. Couche limite turbulente :

La répartition des vitesses est beaucoup plus aplatie que pour la couche limite laminaire, sauf au voisinage immédiat de la paroi. Les résultats sont expérimentaux et donnés pour $10^5 < Re_x < 10^7$

$$\frac{\bar{U}}{U_e} = \left(\frac{y}{\delta} \right)^{1/7} \quad (3.24)$$

On considère que $m=7$ (habituellement)

On dit que la répartition est en $1/7$. Les résultats sont donnés par :

$$\frac{\delta}{x} = \frac{0.37}{(Re_x)^{1/5}} \quad (3.25)$$

$$C_{f_i} = \frac{0.0592}{(Re_x)^{1/5}}$$

Pour $Re_x > 10^7$, la répartition des vitesses devient logarithmique :

$$\frac{1}{\sqrt{C_{f_i}}} = 1.7 + 4.15 \log_{10}(Re_x \cdot C_{f_i}) \quad (3.26)$$

Après l'étude de la turbulence, de l'écoulement turbulent et de la couche limite, on est amené à prendre en compte les pertes de charge que rencontre un écoulement le long des conduites. Ceci nous mène au but recherché de ce mémoire qui est la conception d'une soufflerie [9].

CHAPITRE 4

ETUDE ET CONCEPTION D'UNE SOUFFLERIE SUBSONIQUE

1. Présentation :

Soufflerie aérodynamique, dispositif expérimental utilisé en aérodynamique pour simuler les conditions rencontrées par tout corps se déplaçant dans l'air. Un corps étudié dans une soufflerie est placé, immobile, dans un écoulement artificiel d'air ou de gaz [1].

2. Historique :

On attribue à Léonard de Vinci l'invention du principe des souffleries aérodynamiques en 1484 ; le corps à étudier est soumis à l'action d'un écoulement d'air artificiel, créé par éjection d'air comprimé. Vers le début du XX^{ème} siècle, on utilisa un ventilateur pour créer le courant d'air. Cependant, on se rendit compte que l'aspiration de l'air était plus efficace que le soufflage. En 1909, Gustave Eiffel utilisa une soufflerie qui contenait les deux organes essentiels que l'on retrouve dans les souffleries modernes, à savoir le collecteur et le diffuseur.

De nos jours, il existe quelques centaines de souffleries dans le monde. Leur puissance varie de plusieurs dizaines de watts à plus de 100 MW. On se sert des souffleries pour étudier les avions civils et militaires, ainsi que les missiles, les hélicoptères, les équipements spatiaux, tels que certaines sondes, et les projectiles. La taille des souffleries impose l'utilisation de maquettes des corps à étudier [1].

3. Types D'essais :

Il existe deux principaux types d'essais. Les premiers s'effectuent dans les grandes souffleries industrielles, dont la section de la zone d'essai, ou veine, atteint plusieurs mètres de diamètre. Il s'agit des essais de synthèse effectués sur les maquettes de grande taille, géométriquement proches des avions finaux. Par exemple, la soufflerie gigantesque du centre de recherche de la national Aeronautics

and Space Administration (NASA) peut accueillir un aéronef d'une envergure de 22m.

En France, des organismes comme l'Onera (Office nationale d'études et de recherches aérospatiales) ou le CEAT (Centre d'études aéronautiques de Toulouse) disposent de souffleries de taille importante, comme celles de Modane-Avrieux, en Savoie. Dans le domaine des véhicules terrestres, l'IAT (Institut aérotechnique) est équipé de plusieurs souffleries de grande taille.

Le second type d'essais s'effectue dans les souffleries de laboratoire, de dimensions généralement modestes (section de veine de quelques décimètres carrés). Ces essais permettent d'établir des banques de données caractérisant le champ aérodynamique des corps étudiés. Ils sont utilisés pour créer ou contrôler des modèles théoriques servant aux calculs numériques [7].

4. Classification des souffleries :

On peut classer les souffleries à différents points de vue : [7]

4.1 Classification d'après la vitesse atteinte dans la veine :

- Souffleries à faible vitesse $M < 0.3$
- Souffleries subsoniques $0.3 < M < 0.95$
- Souffleries transsoniques $0.95 < M < 1$
- Souffleries supersoniques $1 < M < 5$
- Souffleries hypersoniques $M > 5$

M est le nombre de mach ; il caractérise l'écoulement. Il est défini comme étant le rapport de U , vitesse maximum mesurée sur l'axe de la veine et de a la vitesse du son.

$$M = \frac{U}{a}$$

4.2 Classification d'après le mode de fonctionnement :

- Souffleries à fonctionnement continu.
- Souffleries à fonctionnement discontinu (souffleries à rafales).

4.3 Classification par la nature des parois dans la section de travail :

- Soufflerie à :
- a) veine guidée.
 - b) veine libre.
 - c) veine semi-guidée.

4.4. Les souffleries subsoniques :

Le domaine de vitesse qui nous intéresse dans ce chapitre est le domaine du subsonique, incompressible qui correspond à $M < 0.3$.

Ce domaine de vitesse intéresse des phénomènes aérodynamiques ne nécessitant pas des vitesses d'écoulement supérieures à 350 Km/h. Ceci touche des phénomènes aérodynamiques tels la circulation des engins roulants, automobile en particulier, les actions du vent sur les bâtiments, sites naturels, la navigation aérienne et la pollution.

Dans les souffleries modernes, l'air est mis en mouvement par aspiration au moyen d'une hélice entraînée par un moteur électrique. Cependant, l'air en mouvement traverse successivement. Voir figure (IV.1).

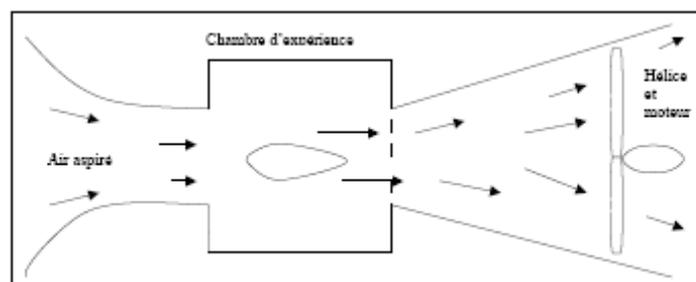


Figure 4.1 Soufflerie du type EIFFEL. Vue en plan.

4.4.1. Principaux types de souffleries : [1] [9]

4.4.1.1. Soufflerie directe ouverte :

L'exemple type est la soufflerie de l'ONERA à CHALAIS MEUDON. Expérience sur maquettes à grandes dimensions. L'air aspiré directement de l'atmosphère est rejeté directement à l'atmosphère. La chambre d'expérience est de grande dimension (8x16) m².

4.4.1.2. Soufflerie directe dans une enceinte :

On abrite la soufflerie dans une enceinte quand les dimensions sont modestes. Cas de la soufflerie EIFFEL à PARIS. Ce genre de soufflerie est largement répandu dans les laboratoires.

4.4.1.3 Soufflerie à retour :

L'air circule dans un circuit fermé et est recirculisé. La chambre d'expérience est étanche d'où, il est possible de faire des essais à densité variable. L'avantage de ce type est que les effets de viscosité de l'air sont réduits, ainsi les couches limites développées au niveau des parois sont très minces.

4.5. Pertes de charges :

4.5.1. Notions de perte de charge :

A l'origine des pertes de charge lors du mouvement d'un fluide réel se trouve le processus de transformation irréversible de l'énergie mécanique, du courant en chaleur. Cette énergie est due à la viscosité moléculaire et turbulente du fluide en mouvement [1].

On distingue deux aspects de perte de charges :

1. les pertes de charge par frottement ΔH_f .
2. les pertes de charge singulières ΔH_s .

Les pertes de charge par frottement ou aussi régulières sont provoquées par la viscosité (autant moléculaire que turbulente), des fluides réels. Elles prennent naissance lorsqu'il y a mouvement entre les molécules (écoulement laminaire) ou entre les diverses particules (écoulement turbulent) des couches voisines du fluide qui se déplacent avec des vitesses différentes. Ces pertes de charge ont lieu sur toute la longueur de la conduite [7].

Les pertes de charge singulières se produisent quand il y a perturbation de l'écoulement normal, décollement des parois et formation de tourbillons aux endroits où il y a changement de section ou de direction de la conduite ou présence d'obstacles (élargissement, entrée dans une conduite,...).

Dans les pertes singulières, figurent aussi les pertes de pression, dues à la vitesse (pression dynamique) à la sortie de l'écoulement du réseau dans un grand espace (atmosphère) [8].

4.5.2. Pertes de charge totale - coefficient de pertes de charge :

Les pertes de charge singulières ne sont pas responsables sur une longueur de la conduite, des pertes par frottement. Cependant, pour la commodité des calculs, une sommation est effectuée suivant le principe de la superposition des pertes d'après lequel on prend la somme arithmétique des pertes de charge par frottement et des pertes singulières.

$$\Delta H_{total} = \Delta H_f + \Delta H_s \quad (4.1)$$

Dans les calculs hydrauliques actuels, on se sert d'un coefficient de perte de charge sans dimension. Il est d'usage commode du fait que dans les écoulements dynamiquement semblables (similitude géométrique des tronçons, identité de nombre de Re,...) il a la même valeur quelle que soit la nature du liquide, la vitesse de l'écoulement et les dimensions des tronçons considérés.

Le coefficient de perte de charge noté k est le rapport de la pression perdue ΔH (perte d'énergie spécifique), à la pression dynamique dans la section considérée.

$$k = \frac{\Delta H}{\rho \cdot \frac{U^2}{2}} \quad (4.2)$$

On détermine la perte de charge totale dans n'importe quel élément du réseau par la formule :

$$\Delta H_{total} = k_{total} \cdot \rho \frac{U^2}{2} \quad (4.3)$$

Conformément au principe de superposition des pertes que l'on a vu précédemment, nous avons :

$$k_{total} = k_f + k_s \quad (4.4)$$

$k_f = \frac{\Delta H_f}{\rho \frac{U^2}{2}}$: Coefficient de perte de charge par frottement dans l'élément donné.

$k_s = \frac{\Delta H_s}{\rho \frac{U^2}{2}}$: Coefficient de perte de charge locale. (4.5)

Le coefficient de perte de charge par frottement calculé, de tout l'élément est exprimé à partir du coefficient de perte de charge par frottement de l'unité de longueur relative au tronçon.

$$k_f = \lambda \frac{l}{D_H} \quad (4.6)$$

λ : Coefficient de perte de charge par frottement de l'unité de longueur relative à l'élément de conduite étudié.

l : Longueur de l'élément (mesurée suivant l'axe).

D_H : Diamètre hydraulique. $D_H = 4R_H = \frac{4S}{Pe}$

S : La section.

Pe : Périmètre de la section considérée.

R_H : Rayon hydraulique.

4.6. Etude et conception d'une soufflerie subsonique :

Le but principal de notre travail est l'étude et la conception d'une soufflerie subsonique à éléments de base : convergent, veine, diffuseur, ...etc.).

La performance visée étant d'avoisiner une vitesse maximale de 60m/s pour une veine de section carrée de 0.2025m² [1] [7].

4.6.1. Etude des principaux éléments de la soufflerie :

4.6.1.1. Collecteur (ou convergent) :

Le collecteur a pour but d'assurer une répartition uniforme de vitesse dans sa section terminale. Il est caractérisé par son rapport de contraction $n = \frac{S_e}{S_0}$ où l'indice e désigne l'entrée et l'indice 0 la sortie. Ce rapport est généralement de l'ordre de 8 à 10, il peut atteindre 15 à 20 lorsqu'il s'agit de réaliser une soufflerie à très faible turbulence.

En ce qui concerne l'action du collecteur sur les fluctuations turbulentes de la vitesse, PRANDTL a montré que la perturbation u' est réduite. Elle devient u'/n , tandis que les perturbations v' et w' sont multipliées par \sqrt{n} (sans tenir compte de l'amortissement de la turbulence dans la traversée du collecteur).

En amont du collecteur se trouve un caisson de tranquillisation auquel est adjoint un bourrelet de grand rayon qui permet de réaliser une bonne condition d'entrée avec un contournement sans décollement.

Le caisson de tranquillisation est constitué de panneaux filtres, du grillage et du nid d'abeilles. Les sections étant les mêmes [7].

4.6.1.2. Veine d'expérience :

La vitesse ainsi que la pression devraient être uniformes dans l'espace. C'est une condition difficile, en particulier pour les chambres d'expériences longues.

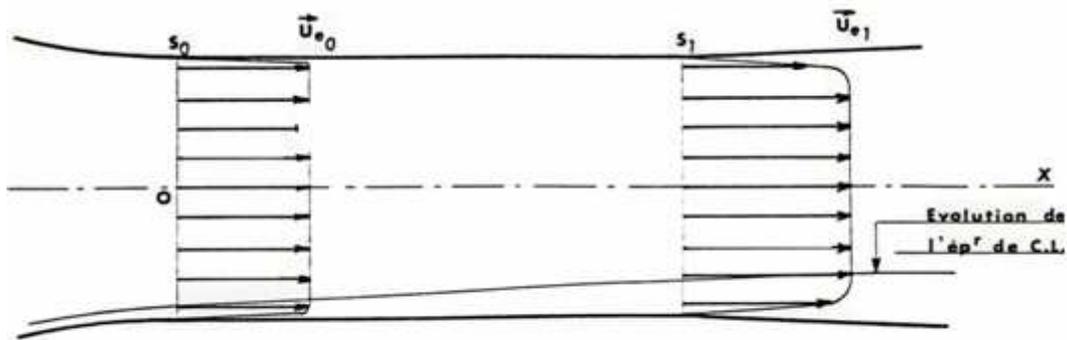


Figure 4.2 Distribution de la vitesse pour un écoulement supposé laminaire (débit constant)

La veine d'expérience étudiée dans notre modèle est du type 'guidée' (fig.4.1). Elle doit être légèrement divergente pour tenir compte de l'effet de couche limite, car l'évolution de celle-ci ne permet pas de maintenir le profil de vitesse constant sur la longueur de la veine. Il faut prendre l'épaisseur de déplacement. En effet, souvent on préconise d'adapter une épaisseur de déplacement δ_1 estimé à $\delta_1 = \frac{\delta}{3}$ avec $\delta = 0.37x.R_x^{-0.2}$, x étant l'abscisse comptée à partir de la section de sortie du collecteur. En ce qui nous concerne, nous utilisons (pour garder la section de la veine constante sur toute la longueur) une technique souvent employée qui permet d'échapper à la conception par une forme divergente. Cette technique facilite la fabrication de la veine. La section de la veine varie progressivement de $S_0=0.2025\text{m}^2$ à $S_1=0.2066\text{m}^2$.

4.6.1.3. L'exhausteur :

Dans les souffleries subsoniques, l'exhausteur est du type ventilateur hélicoïdal. Il comporte une roue équipée de pales calées par 12° . L'entraînement est réalisé par une transmission par courroie. La virole en tôle d'acier ($\phi=900\text{mm}$) supportant l'axe dans sa rotation. Le débit absorbé est de $12\text{ m}^3/\text{s}$.

La puissance sur l'arbre du ventilateur pour un rendement $n \approx 0.7$ est égale à :

$$P = \frac{Q \cdot \Delta H}{102 \cdot n_v} [KW] \quad (4.7)$$

Q : Débit d'air en m^3/s .

ΔH : Perte de charge du circuit (détaillé dans le tableau des pertes de charges) en KgP/m^2 .

n_v : Rendement du ventilateur.

La courbe 'constructeur' de fonctionnement du ventilateur permet alors de calculer la puissance absorbée à la roue.

$$P_{abs} = \frac{Q \cdot P}{3600 \cdot 102 \cdot n_v} [KW]$$

P : Pression totale en $mmCE$

A.N

$$\frac{43200 \cdot 265.5}{3600 \cdot 102 \cdot 0.7} = 43.19 KW \text{ Donc, il nous faut un moteur d'au moins } 44KW$$

4.6.1.4. Le diffuseur : (subsonique)

4.6.1.5. Généralités :

Dans la traversée d'un diffuseur subsonique, section de sortie 2 plus grande que la section 1, la vitesse diminue et la pression statique augmente. Il y a donc transformation d'énergie cinétique en énergie potentielle, selon la loi de Bernoulli (fluide incompressible).

Supposant le fluide parfait et l'écoulement par tranches planes, et connaissant les sections S_1 et S_2 du diffuseur ainsi que les conditions du fluide à l'entrée, on peut calculer l'énergie cinétique que le diffuseur doit théoriquement transformer.

Ainsi, en incompressible :

$$\frac{1}{2} m(V_1^2 - V_2^2) = \frac{1}{2} mV_1^2 \left[1 - \left(\frac{S_1}{S_2} \right)^2 \right] = \frac{1}{2} \rho S V_1^3 \left[1 - \left(\frac{S_1}{S_2} \right)^2 \right]$$

En fluide réel, l'écoulement ne s'effectue pas par tranches, ainsi le profil des vitesses ne reste plus uniforme. Il change graduellement avec la traversée de diffuseur fig.IV.3.

On introduit un coefficient dit 'de fonctionnement' du diffuseur car l'énergie cinétique réelle à la sortie du diffuseur est supérieure à l'énergie cinétique théorique.

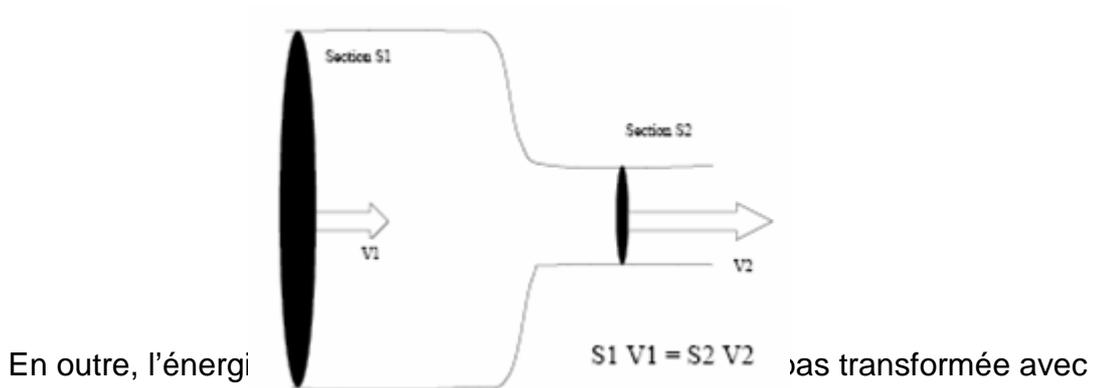


Figure (4.3). Relation section vitesse dans le diffuseur

un rendement unité. Il faut considérer les filets fluides élémentaires et intégrer les expressions de l'énergie dans les sections terminales du diffuseur.

Soit V_1' et V_2' les vitesses sur les éléments dS_1 et dS_2 , l'énergie cinétique perdue est :

$$\Delta E_c = \iint_{S_1} \frac{1}{2} \rho V_1'^3 dS_1 - \iint_{S_2} \frac{1}{2} \rho V_2'^3 dS_2$$

Dans le domaine incompressible, l'énergie cinétique est transformée en énergie potentielle avec le rendement n_d

$$n_d = \frac{\text{énergie potentielle récupérée}}{\text{énergie cinétique perdue}}$$

L'énergie potentielle élémentaire du fluide est $\frac{P}{\rho} dm = pV' dS$ ($dm = \rho V' dS$). Soit

l'énergie potentielle récupérée est

$$\Delta E_p = \iint_{S_2} P_2 V_2' dS_2 - \iint_{S_1} P_1 V_1' dS_1$$

D'où, n_d s'écrit

$$n_d = \frac{\iint_{S_2} P_2 V_2' dS_2 - \iint_{S_1} P_1 V_1' dS_1}{\iint_{S_1} \frac{1}{2} \rho V_1'^3 dS_1 - \iint_{S_2} \frac{1}{2} \rho V_2'^3 dS_2} \quad (4.8)$$

On calcule n_d après avoir relevé P_1 et P_2 les pressions statiques et d'arrêt. Le rendement est maximum pour un angle au sommet de 5 à 7°. Il est de l'ordre de 85 à 90% pour un bon diffuseur en écoulement incompressible.

Le diffuseur à installer a un angle d'ouverture de 7° , il comporte une section carrée d'entrée S_1 de $(0.45 \times 0.45) \text{ m}^2$ et une section de sortie S_2 circulaire de 900mm de diamètre.

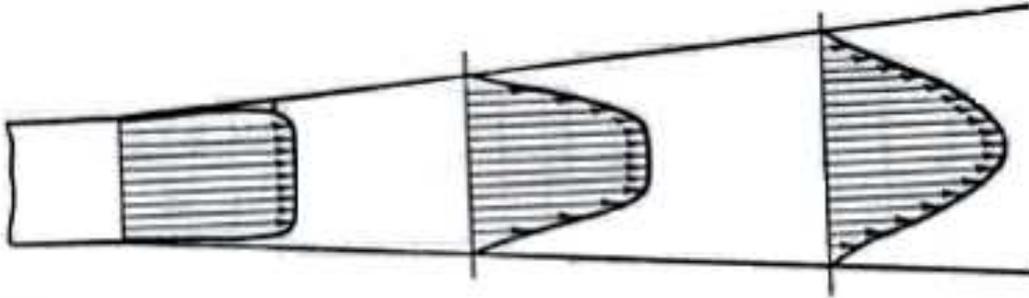


Figure 4.4 Diffuseur continu $\alpha = 8$ à 10°

4.6.1.6. Filtre en nid d'abeilles:

Un panneau du type 'nid d'abeilles' d'une épaisseur de 150 mm situé en amont du collecteur. Il est utilisé pour laminariser l'écoulement.

4.6.1.7. Grillage :

Un grillage en fil d'acier galvanisé de diamètre 0.71mm de maille carrée $(2.08 \times 2.08) \text{ mm}^2$. Le but de son utilisation est de réduire la turbulence causée par le caisson à filtres.

4.6.1.8. Bourrelet d'aspirateur:

Le bourrelet d'aspiration permet de réaliser une bonne condition d'entrée de l'air dans le caisson de tranquillisation. Cet élément est fixé aux bords d'entrée du caisson et est en tôle d'acier.

4.6.1.9. Caisson à filtres :

L'installation du caisson à filtres est importante car il débarrasse l'air des particules de poussière qui pourraient endommager les surfaces intérieures des différents éléments de la soufflerie ainsi que des éventuelles maquettes installées dans la veine d'expérience.

Le caisson compte en série un ensemble de filtres démontables reposant sur un cadre métallique garni d'un grillage à larges mailles.

4.6.1.10. Variateur de débit :

Afin de pouvoir varier la vitesse de l'écoulement dans la veine d'expérience, un variateur de débit est installé entre le diffuseur et le ventilateur. Le variateur de débit est du type volets mobiles obturant l'écoulement.

4.6.2. Caractéristiques d'une soufflerie subsonique :

4.6.2.1. Coefficients caractéristiques et fonctionnement :

Considérons l'ensemble de la figure (IV.5) constitué par les éléments; caisson de tranquillisation – convergent- chambre d'expérience - divergent et ventilateur. Soit aussi un écoulement permanent incompressible non visqueux. On justifie ces hypothèses dans des souffleries à faibles vitesses. La représentation des pressions à travers les différents éléments est comme l'indique la figure (4.5.)

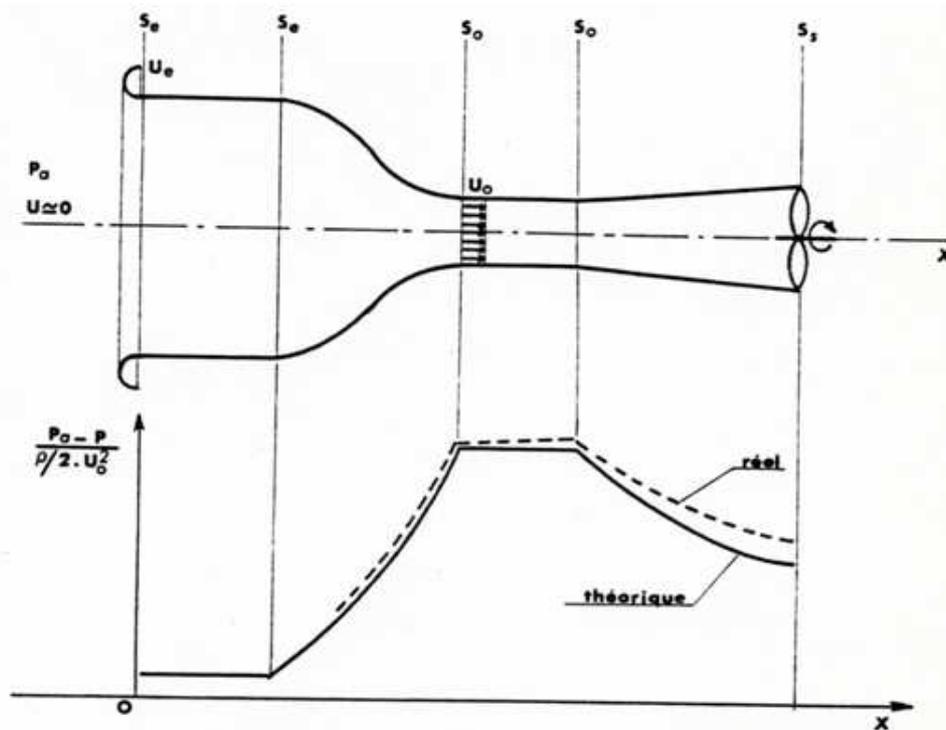


Figure 4.5 Répartition des pressions

Dans un tube de courant $Hm = Cte$ (théorème de Bernoulli). Appliquons ce résultat pour le tube de courant représentant la soufflerie. On écrit la section noté "0" et une section quelconque :

$$Hm_0 = Hm$$

En considérant le profil de vitesse uniforme dans chaque section :

$$P_0 + \frac{\rho U^2}{2} = P + \frac{\rho U^2}{2} = P_a$$

Soit le débit volumique $Q = U_0 S_0 = U.S$

On obtient à la sortie du divergent :

$$\frac{P_a - P_0}{\frac{\rho U_0^2}{2}} = \left(\frac{S_0}{S_s} \right)^2 \quad (4.9)$$

Si on considère qu'à l'entrée de la veine, l'effet d'épanouissement est négligé, alors la pression à l'entrée de la veine est sensiblement égale à P_a . Ce qui nous mène à dire que le ventilateur doit engendrer une différence de pression $\Delta P_v = P_a - P_s$.

Pour aspirer un volume V de fluide, le travail fourni par le ventilateur est $V.\Delta P_v$, soit une puissance $P_v = Q.\Delta P_v$ par seconde.

L'expérience montre que la pression réelle dans une section est toujours inférieure à la pression théorique. Ceci est du fait que dans le fonctionnement de la soufflerie, il y a des pertes de charges régulières et des pertes de charges singulières. Alors $P_v > Q.\Delta P_v$. Il faut ainsi ajouter un terme du aux pertes de charges pour avoir l'égalité. Alors :

$$\frac{P_a - P_0}{\frac{\rho U_0^2}{2}} \text{ réel} > \frac{P_a - P_0}{\frac{\rho U_0^2}{2}} \text{ théorique} \quad (4.10)$$

4.6.2.2. Coefficients caractéristiques :

4.6.2.2.1 Coefficient de buse ou de soufflerie : n_s

Le coefficient de buse est défini par :

$$n_s = \frac{q_0}{\Delta P_v} \quad (4.11)$$

Où $q_0 = \frac{1}{2} \rho U_0^2$ est la pression génératrice de la veine dans la section de sortie du collecteur.

ΔP_v Est la différence de pression statique moyenne que doit développer le ventilateur. Ce coefficient est supérieur à 1 et est essentiellement fonction de la

longueur du diffuseur. Il varie de 2 à 8 suivant le type de soufflerie subsonique utilisée.

4.6.2.2.2. Coefficient d'utilisation : n_u

Ce coefficient est défini par le rapport :

$$n_u = \frac{E_0}{P_m} \quad (4.12)$$

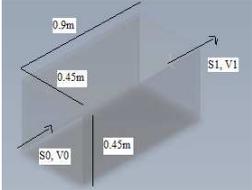
E_0 : Energie cinétique de la masse d'air qui travers par seconde la section de sortie du collecteur.

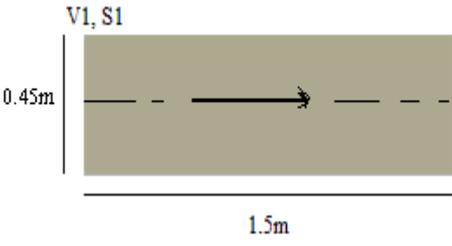
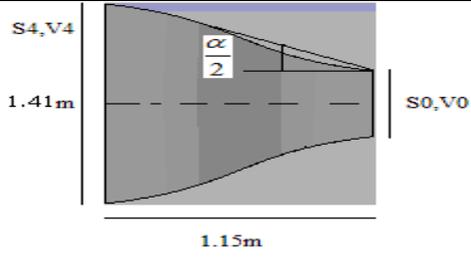
P_m : Puissance fournie sur l'arbre du ventilateur.

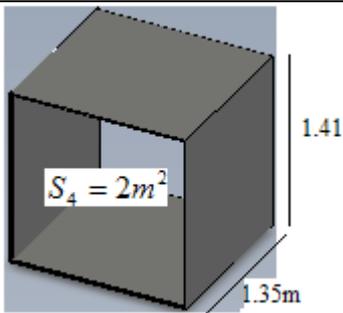
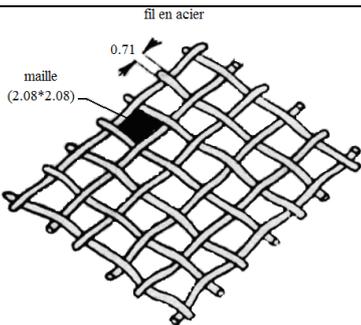
Si la vitesse est uniforme dans la section S_0 , sortie du collecteur.

$$E_0 = \frac{1}{2} m V_0^2 = \frac{1}{2} \rho_0 S_0 V_0^3 \quad (4.13)$$

Les différents éléments composant la soufflerie avec le calcul des différents paramètres sont présentés dans le tableau suivant : (voir les références des figures).

Élément N°	01	02
Désignation de l'élément	Veine d'étude a section carrée. Coins coupés et entièrement en plexiglas	Divergent avec passage d'une section carrée à une section circulaire.
Schéma et principales dimensions de l'élément		 $\operatorname{tg}(\alpha_e / 2) = \frac{0.9 - 2(0.445^2 / \pi)^{0.5}}{2(3.67)} \quad \alpha_e = 6.42^\circ$
Les principaux paramètres géométriques de l'élément	$L=0.90\text{m}$ $D_H = 4 \frac{S}{Pe} = 0.45 \text{ m}$ $Re = \frac{V_i D_H}{\nu}$ $S_0=0.20255\text{m}^2$ $S_1=0.2066\text{m}^2$	Angle d'ouverture $\alpha = 7^\circ$ $D_H = 0.45\text{m} \quad Re = \frac{V_i D_H}{\nu}$ Avec en général $V_{\max} / V_1 = 1.1$ $l=3.67\text{m}$ $S_1=0.2066\text{m}^2$ $S_2=0.6361\text{m}^2$
Rapport S_0 / S_i	1	0.980
$\left(\frac{S_0}{S_i} \right)^2$	1	0.96
$V_i (m/s)$	$V_0=59.25$	$V_1 = 58.08$
$Re = \frac{V_i D_{Hi}}{\nu}$	$1.77 \cdot 10^6$	$1.74 \cdot 10^6$
K_{si}	-	K .élargi. 0.050745 $\xi = 1.43$
λ_i	0.011	0.0108
$K_{Fi} = \lambda_i \frac{l_i}{D_{Hi}}$	0.022	0.0881
$K_i = K_{si} + K_{Fi}$	0.022	0.0931
$K_{0i} = K_i \left(\frac{S_0}{S_i} \right)^2$	0.022	0.091
Diagramme de référence pour déterminer K_i	Pour $Re > 4000$ $\lambda = \frac{1}{(1.8 \log Re - 1.64)^2}$ $\Delta = 0.001\text{mm}$ (hydrauliquement lisse) $K_{Fi} = \lambda_i \frac{l_i}{D_{Hi}} \Rightarrow K_F = \lambda \frac{l}{D_H}$	$K_{global} = \xi \cdot K_{élargi} + K_F$ $\xi = 1.43$ $\lambda = \frac{1}{(1.8 \log Re - 1.64)^2}$ $K_{élargi} = K_2 \frac{\operatorname{tg} \alpha_e}{2} \sqrt{\frac{\alpha_e}{2}}$ $K_2 = 4 \text{ (diff. Pyramidaux)}$ $K_F = \frac{\lambda}{8 \sin(\alpha/2)} \left(1 - \frac{1}{n_1^2} \right)$

Élément N°	03	04
Désignation de l'élément	Conduite uniforme (buse)	Convergent curviligne
Schéma et principales dimensions de l'élément		
Les principaux paramètres géométriques de l'élément	-	$\frac{S_4}{S_0} = 10$ (estimé) $S_4 = 2 \text{ m}^2$ $S_2 = 0.2025 \text{ m}^2$ $\alpha = 45^\circ$ $D_H = 0.45 \text{ m}$ $Re = \frac{V_0 D_H}{\nu}$
Rapport $\frac{S_0}{S_i}$	0.980	$\frac{S_0}{S_0} = 1$
$\left(\frac{S_0}{S_i}\right)^2$	0.960	1
V_i (m/s)	V1=58.08	V0=59.25
$Re = \frac{V_i D_{Hi}}{\nu}$	$1.74 \cdot 10^6$	$1.77 \cdot 10^6$
K_{si}	-	-
λ_i	0.0108	0.0117
$K_{Fi} = \lambda_i \frac{l_i}{D_{Hi}}$	0.036	0.00378
$K_i = K_{si} + K_{Fi}$	0.036	0.00378
$K_{0i} = K_i \left(\frac{S_0}{S_i}\right)^2$	0.03456	0.00378
Diagramme de référence pour déterminer K_i	$Re > 4000$ (paroi hyd. Lisse) $\lambda = \frac{1}{(1.8 \log Re - 1.64)^2}$	$K = K_F + K_S = K_F$ $K_S = 0$ (angle grand et continuité régulière de la génératrice) $K = K_F = \frac{\lambda}{8 \sin(\alpha/2)} \left(1 - \frac{S_0^2}{S_4^2}\right)$ $\lambda = \frac{1}{(1.8 \log Re - 1.64)^2}$

Élément N°	05	06
Désignation de l'élément	Caisson intermédiaire	grillage
Schéma et principales dimensions de l'élément		
Les principaux paramètres géométriques de l'élément	$\frac{S_4}{S_0} = 0.1$ $D_H = 4 \frac{S_4}{Pe} = 1.41 m$ $l = 1.35 m \quad Re = \frac{V_4 D_{H4}}{\nu}$	Section totale d'ouverture $F_0 = S_4' = 1.1116 m^2$ Surface de la conduite $F_1 = S_4 = 2 m^2$ $Re = \frac{V_4 \delta_{moy}}{\nu}$ 256934 mailles de $(2.08 \times 2.08) mm^2$
Rapport S_0/S_i	0.1	0.1
$\left(S_0/S_i\right)^2$	0.01	0.01
$V_i (m/s)$	$V_4 = 6$	6
$Re = \frac{V_i D_{Hi}}{\nu}$	$5.64 \cdot 10^6$	283
K_{si}	-	$\xi_{Re} = 1.04$
λ_i	0.0132	-
$K_{Fi} = \lambda_i \frac{l_i}{D_{Hi}}$	0.0126	-
$K_i = K_{si} + K_{Fi}$	0.0126	1.266
$K_{0i} = K_i \left(\frac{S_0}{S_i}\right)^2$	$0.0126 \cdot 10^{-2}$	0.001266
Diagramme de référence pour déterminer K_i	$\lambda = \frac{1}{(1.8 \log Re - 1.64)^2}$ Re > 4000 (parois hyd lisses). Pas de singularité $\Rightarrow K_M = 0$ $K_i = K_F \quad K_F = \lambda \frac{l}{D_H}$	$Re < 4000 \quad K_{Re} = \xi_{Re} \cdot K$ $\xi_{Re} \text{ (graphe B pag.308)}$ $K = 1.22 \text{ comme pour } Re > 400.$ $K_{Re} = 1.04 \left[a_0 \left(1 - \frac{F_0}{F_1} \right) + \left(\frac{F_1}{F_0} - 1 \right)^2 \right]$ $a_0 = 1.3$

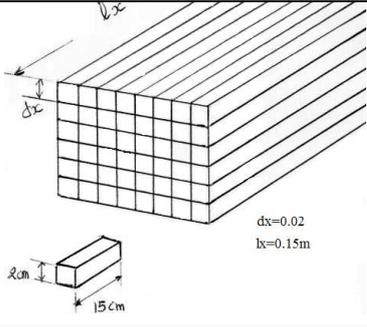
Elément N°	07
Désignation de l'élément	Filtre en nid d'abeilles
Schéma et principales dimensions de l'élément	
Les principaux paramètres géométriques de l'élément	$dx = 2.10^{-2} m \quad \frac{lx}{dx} = 7.5$ $lx = 0.15 m$ $\bar{F} = \frac{F_X}{F_4} = \frac{S_X}{S_4} = 0.9 \quad F_X = 1.8 m^2$ $D_H = 2.10^{-2} m = dx \quad Re = \frac{V_4 D_H}{\nu}$
Rapport $\frac{S_0}{S_i}$	$\frac{F_0}{F_X} = \frac{S_0}{S_X} = 0.1125$
$\left(\frac{S_0}{S_i}\right)^2$	0.0126
$V_i (m/s)$	6
$Re = \frac{V_i D_{Hi}}{\nu}$	8000
K_{si}	0.11
λ_i	0.034
$K_{Fi} = \lambda_i \frac{l_i}{D_{Hi}}$	0.255
$K_i = K_{si} + K_{Fi}$	0.355
$K_{0i} = K_i \left(\frac{S_0}{S_i}\right)^2$	$4.47.10^{-3}$
<p>Diagramme de référence pour déterminer les K_i.</p> <p>[Voir tous les diagrammes et références se rapportant à ce tableau dans "références des figures", tableau des éléments]</p>	$\Delta = 0.001$ $K = \underbrace{K_{entrée} + K_{sortie}}_{\text{sin gularité}} + \underbrace{K_F}_{\text{frottement s}}$ $K_{ent} = (1 - \bar{F}) \quad K_{sortie} = (1 - \bar{F})^2$ $K_F = \lambda \frac{lx}{D_H} (4000 < Re < 10^5)$ $\lambda = \frac{0.3164}{Re^{\frac{1}{4}}} \text{ (BLASIUS)}$

Tableau récapitulatif de calcul de pertes de charges :

Eléments	Perte de charge relative K_{0i}	% de perte de charge totale
Veine d'étude	0.022	13.99
Divergent	0.091	57.88
Conduite uniforme	0.03456	21.98
Convergent curviligne	0.00378	2.4
Caisson intermédiaire	$0.0126 \cdot 10^{-2}$	0.08
Grillage	0.001266	0.805
Filtre en nid d'abeilles	$4.47 \cdot 10^{-3}$	2.84
$K_0 = \sum_1^7 K_{0i}$	0.157202	-
$\Delta H_{\text{globale}} = K_0 \rho \frac{U_0^2}{2}$ $\rho_{\text{air}} = 1.25 \text{ Kg} / \text{m}^3$ $U_0 = 60 \text{ m} / \text{s}$	353 Pa Soit 35.93 mmCE	-

$$H = \Delta H_{\text{globale}} + \rho \frac{U_0^2}{2} = 2603 \text{ Pa} = 265.5 \text{ mmCE} \text{ Sachant que : } 1 \text{ mm CE} = 1 \text{ kgf/m}^2 = 9.804 \text{ Pa.}$$

La soufflerie assemblée se présente comme suit :

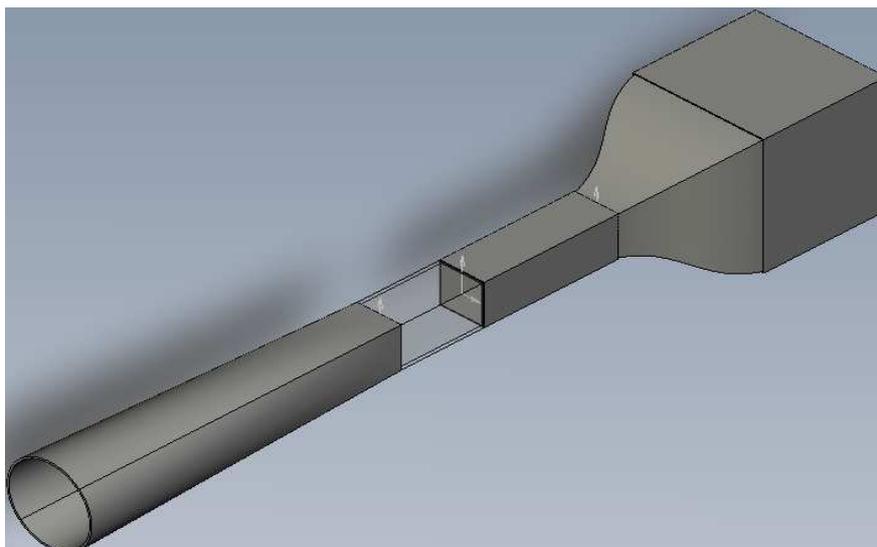
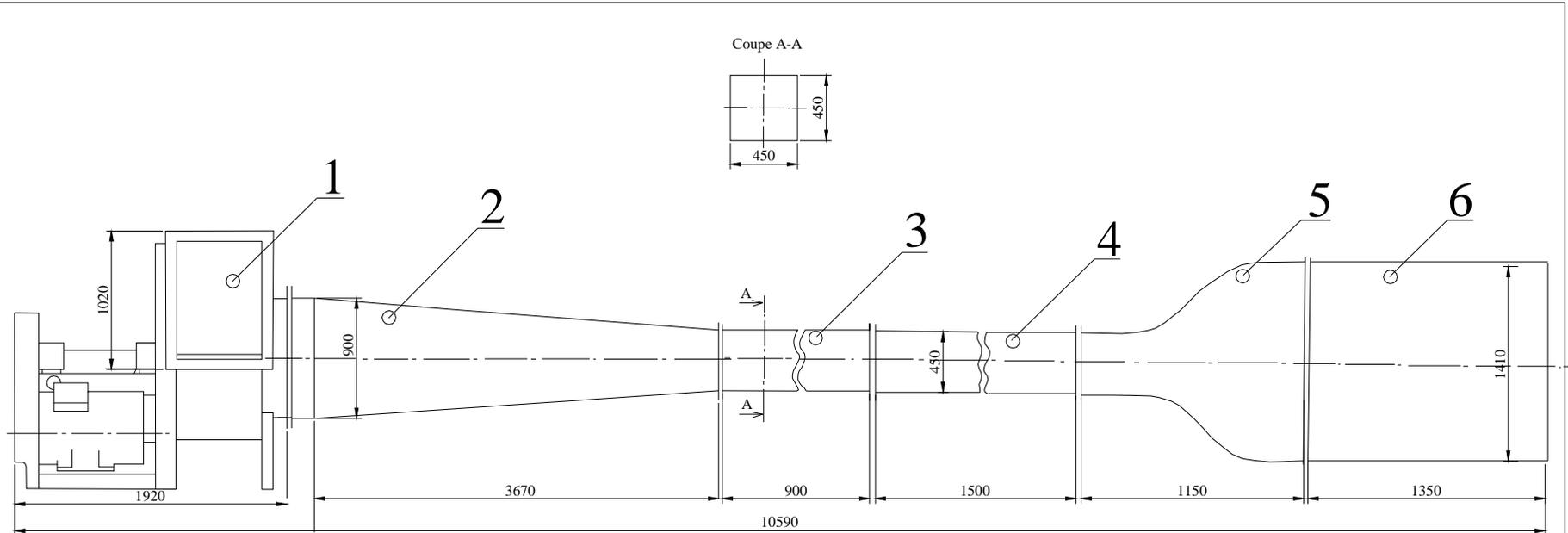


Figure 4.6 Soufflerie subsonique (vue en 3D)



CARACTERISTIQUES:

- * Dimensions de la veine (mm): 450 x 450 x 900
- * Vitesse : 60 m/s
- * Debit ventilateur: 12m³/s

6	Caisson de tranquillisation	XC 60	
5	Convergent	XC 60	
4	Buse	XC 60	
3	Veine d'essais	Plexiglass	
2	Divergent	XC 60	Ø → □
1	Ventilateur		P= 55 KW
N°	Designation	Matière	Observation
	Soufflerie Subsonique à aspiration		Ech: 1/100
	Labo de Mécanique des Fluides		

CHAPITRE 5

MODELISATION ET PROCEDURE DE SIMULATION NUMERIQUE

Introduction :

La simulation numérique d'un phénomène physique suppose une modélisation de l'état et éventuellement de l'évolution de ce phénomène, en générale sous forme d'un système d'équations aux dérivées partielles (EDP). Elle nécessite également une modélisation de la forme géométrique de l'objet considéré ou de la zone d'espace qui l'entoure, à l'aide de fonctions analytiques ou de données discrètes [10].

1. Equations propres au code ANSYS :

Les équations discrétisées par le code ANSYS sont des équations généralisées. De ce fait, l'opérateur doit alors déterminer

1. si le problème est laminaire ou turbulent.
2. si le fluide est compressible ou incompressible.

Les équations se présentent comme suit :

1.1. Equation de continuité :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} = 0 \quad (5.1)$$

v_x, v_y, v_z Sont les composantes du vecteur vitesse.

1.2. Equation de conservation de la quantité de mouvement en 2D :

Sur OX :

$$\frac{\partial \rho v_x}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_x v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_x v_y)}{\partial y} = \rho g_x - \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_e \frac{\partial v_x}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_e \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) + T_x$$

Sur OY :

$$\frac{\partial \rho v_y}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_y v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y v_y)}{\partial y} = \rho g_y - \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_e \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_e \frac{\partial v_y}{\partial y} \right) + T_y \quad (5.2)$$

g_x, g_y , Sont les composantes de l'accélération de pesanteur

T_x, T_y Termes de pertes visqueuses

μ_e : Viscosité efficace.

Pour le cas laminaire $\mu_e = \mu$ viscosité dynamique [11].

2. Méthode utilisée :

2.1. Introduction :

La dynamique des fluides est la science qui étudie le mouvement des fluides dont il s'agit de déterminer les propriétés (pression, vitesse, température...etc.) dans tout le domaine de l'écoulement comme des fonctions de l'espace et du temps.

Les équations fondamentales de la dynamique des fluides expriment la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. Elles constituent un système complexe d'équations aux dérivées partielles : C'est le modèle de NAVIER STOKES qu'il n'est envisageable de résoudre que numériquement. En effet, ces équations sont non linéaires et fortement couplées (les variables de l'écoulement interviennent dans plusieurs équations simultanément) d'où, la nécessité de procéder à une méthode dite de discrétisation [12].

Remarque :

Il est toutefois possible qu'au cours de l'écoulement, on puisse négliger certains termes, ce qui rend le modèle plus facile à résoudre.

2.2. Discrétisation :

La résolution numérique des équations aux dérivées partielles (EDP) sur un domaine d'étude est basée sur le découpage du domaine en cellules sur lesquelles on va résoudre de façon itérative les équations considérées. Celles là doivent donc être au préalable discrétisées c'est-à-dire exprimées en fonction des valeurs prise par les variables au niveau des cellules.

La phase de découpage encore appelée 'maillage' du domaine peut être effectuée de diverses manières de façon à respecter au maximum la géométrie du problème traité ici, c'est du domaine d'essai de la soufflerie.

En effet, on doit faire le maillage du domaine où on veut calculer ces inconnues qui sont la vitesse et la pression et cela sur les différents nœuds de ce maillage [10] [12] [13].

2.3. Méthode de résolution numérique :

Les logiciels actuels utilisent trois grandes familles de discrétisation :

- a. les éléments finis (code ANSYS par exemple).
- b. Les différences finies (code FLAC)
- c. Les volumes finis (code FLUENT-GAMBIT).

3. Choix de la méthode à adopter :

3.1. Méthode des éléments finis :

Pour notre cas qui est de simuler un écoulement autour d'un cylindre, la méthode des éléments finis s'adapte bien.

3.2. Introduction :

On appelle élément fini l'association :

- a. D'un élément géométrique (maillage).
- b. De fonction d'interpolation.
- c. De points ou nœuds, supports géométriques des inconnues.

Note : La fonction d'interpolations est telle que sur un élément du maillage, l'inconnue du problème continu est approchée par une fonction simple.

3.3. Principe :

Soit un élément K du maillage, la restriction de la fonction approchée est

$$C_h^K(x, y) = \sum_{i=1}^{N_K} C_i N_i(x, y) \quad \text{Où :}$$

C_i Désigne la valeur de la fonction approchée, C_K au point \vec{x}_i de coordonnées (x_i, y_i)

N_i La fonction d'interpolation associée à \vec{x}_i .

N_K Le nombre de fonctions utilisées par l'élément K.

Les éléments C_i de cette combinaison linéaire sont les inconnues du problème discret.

Les fonctions d'interpolation sont les fonctions de base d'espace vectoriel de dimension finie N_h dans lequel on cherche à priori la solution discrète C_h [10] [12].

4. Eléments finis pour le modèle de STOKES :

4.1. Les restrictions applicables sont les suivantes :

- Ecoulement stationnaire ($\frac{\partial}{\partial t} = 0$).
- Ecoulement sans transfert de chaleur.
- Ecoulement incompressible $\rho = Cte$
- Ecoulement bidimensionnel.

Les équations de NAVIER STOKES qui gouvernent l'écoulement s'écrivent

$$\rho u \nabla u - \mu \Delta u + \nabla P = F$$

$$\begin{cases} \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} - \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial P}{\partial x} = F_x \\ \rho u \frac{\partial v}{\partial x} + \rho v \frac{\partial v}{\partial y} - \mu \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \mu \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial P}{\partial y} = F_y \end{cases} \quad (5.3)$$

u, v sont les vitesses suivant x et y .

ρ : La masse volumique.

P : La pression.

μ : La viscosité dynamique du fluide.

La généralisation de la méthode des éléments finis à un système d'équations aux dérivées partielles ne pose pas de problèmes particuliers. Ce n'est pas le cas pour le système des équations de STOKES à cause de la condition d'incompressibilité du fluide ou condition de divergence nulle pour la vitesse.

Dans un domaine donné $\Omega \subset \mathfrak{R}^N$, en présence de source externe $f(x)$, les équations de STOKES s'écrivent :

$$\begin{cases} \nabla P - \mu \Delta u = f \quad \text{dans } \Omega \\ \text{div}.u \quad \text{ou} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0 \quad \text{dans } \Omega \\ u = v = 0 \quad \text{sur } \partial\Omega \end{cases} \quad (5.4)$$

$\partial\Omega$ Frontière délimitant Ω .

$\mu > 0$ Viscosité du fluide.

On sera dans tous les cas amenés à résoudre l'équation $KX=F$ qui est linéaire.

K est dite matrice de rigidité de l'élément.

X matrice représente les inconnues (u, v, P).

F terme indépendant.

$$\begin{bmatrix} [k_{u\mu}] & [0] & [k_{px}] \\ [0] & [k_{v\mu}] & [k_{py}] \\ [k_{\mu}] & [k_v] & [0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u\} \\ \{v\} \\ \{p\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{f_{Bx}\} \\ \{f_{By}\} \\ \{p\} \end{Bmatrix} \Rightarrow [k^{(e)}] \{\delta^{(e)}\} = \{f^{(e)}\} \quad (5.5)$$

ANSYS : Brève Description

Le logiciel ANSYS a été développé par DR.JOHN SWANSON, fondateur de la société ANSYS qui a son siège à Houston, PA, USA.

Il s'agit d'un outil de développement en analyse d'ingénierie. La méthode utilisée est celle des éléments finis. Il est utilisé dans des domaines allant de l'automobile et l'électronique à l'aérospatiale et la chimie.

Le logiciel ANSYS permet la modélisation de structures, produits, composants ou systèmes et d'étudier leurs réponses physiques telles que les niveaux de contraintes, les distributions de température ou l'effet de champs électromagnétiques.

Interface Utilisateur :

La partie graphique est interactive et permet la visualisation 3D, incluant les gradients, les isosurfaces, les flux de particules et les coupes de volumes.

Il est possible de générer des images en Postscript, HPGL ou systèmes de coordonnées TIFF

Preprocessing :

La phase de préprocessing est celle où sont spécifiées les données. L'utilisateur peut choisir le système de coordonnées et le type d'éléments, définir des constantes et des propriétés du matériau, créer des modèles solides et les mailler, ainsi que définir des équations de couplage et contraintes.

L'utilisateur peut aussi exécuter un programme qui lui indiquera la taille des fichiers générés, la mémoire nécessaire, le temps d'exécution et le wavefront nécessaire.

Le maillage peut être de 3 types :

- maillage conforme (seulement des briques)
- maillage libre (tétraédrique)
- maillage adaptatif (itératif)

Solveur :

Le type d'analyse sélectionné détermine les équations qui seront utilisées par le solveur .Les catégories disponibles incluent :

1. structure
2. thermique
3. champ EM
4. champ électrique
5. électrostatique
6. fluides
7. acoustique
8. CFD (nécessite l'intégration de Flotran dans ANSYS)
9. champs couplés : ceci signifie qu'il est possible de résoudre simultanément plusieurs aspects (comme : la thermomécanique, l'hydromécanique, la thermofluidique... etc.)

Chaque catégorie peut encore inclure différents types d'analyses spécifiques (statique ou dynamique...etc.)

N.B : La possibilité des champs couplés est la principale raison pour laquelle ANSYS est utilisé dans le domaine de la microtechnique.

Postprocesseur :

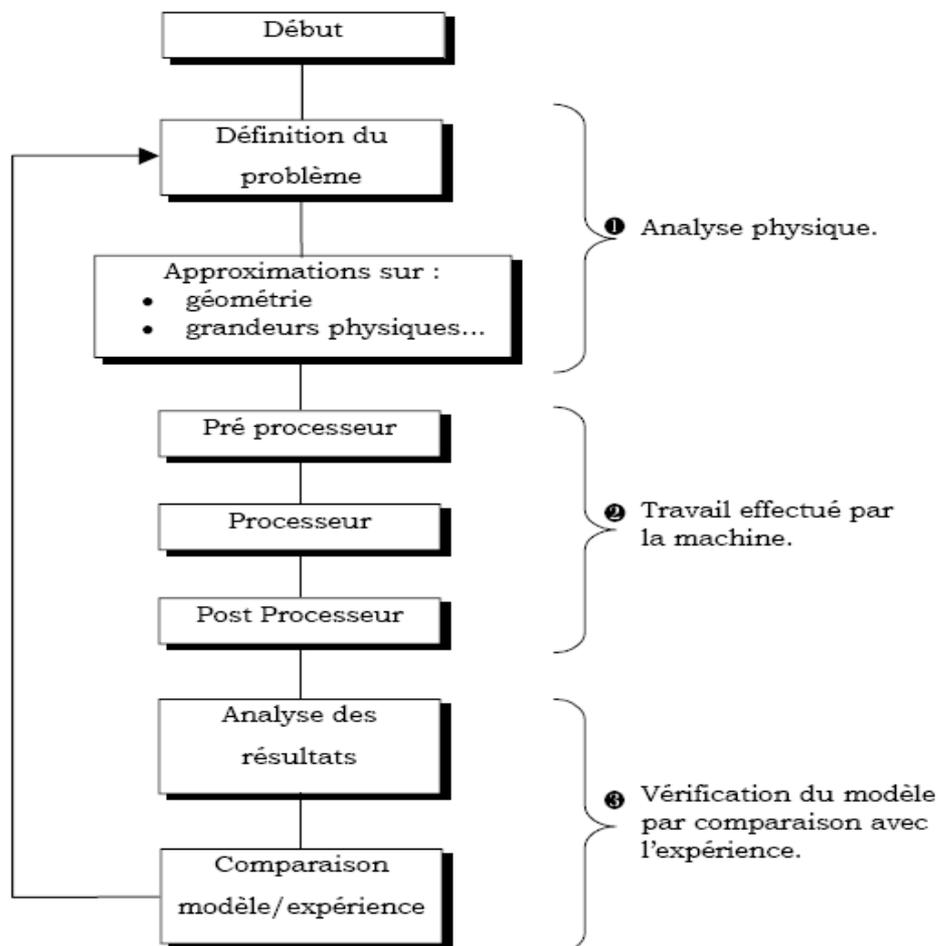
C'est la phase où l'utilisateur peut manipuler les résultats de la phase précédente et les visualiser interactivement ou faire des sauvegardes pour impression et /ou vidéo.

5. Logiciel utilisé : Flotran de ANSYS :

Flotran est un logiciel de mécanique des fluides utilisant la méthode des éléments finis. Il permet de traiter des problèmes en stationnaire et transitoire pour des écoulements 2D ou 3D avec des fluides compressibles et incompressibles. L'écoulement peut être ouvert autour d'un profil (comme une aile d'avion) ou fermé avec plusieurs entrées ou sorties. Il permet aussi, couplé avec la fluidique, de faire des analyses de transfert de chaleur. Flotran résout les équations de Navier stockes, l'équation de continuité, l'équation de l'énergie (pour les écoulements thermiques), et les équations de transport de K et epsilon pour le modèle de turbulence.

Depuis la version 5.1, Flotran est complètement intégré à ANSYS. On utilise ainsi le pré et post processeur de ANSYS pour la partie modélisation et exploitation des résultats. On peut aussi réaliser des problèmes de couplage fluide-structure.

L'organigramme suivant illustre les étapes suivies par le logiciel de calcul [13]:



CHAPITRE 6

RESULTATS ET DISCUSSIONS

1. Introduction :

Ce chapitre présente en premier lieu la validation du modèle ainsi conçu qu'est la soufflerie. Les résultats obtenus sont confrontés à ceux de la bibliographie dans le cas d'un écoulement incompressible autour d'un cylindre. En effet, à différents nombres de REYNOLDS ($1 < Re < 10^5$) on passe d'un régime d'écoulement à un autre.

2. Cas de l'écoulement dans la soufflerie :

Pour valider notre conception et l'approche des calculs de dimensionnement des différents éléments formant la soufflerie, on compare nos résultats à ceux expérimentaux et autres.

2.1. Ecoulement autour d'un cylindre :

2.1.1 Description du problème : Résultats bibliographiques:

L'écoulement autour d'un cylindre a fait l'objet de nombreuses études expérimentales, théoriques ou numériques, de par son intérêt pratique important dans de nombreux domaines, comme par exemple l'aéronautique.

Le problème est caractérisé en fonction de Re appelé nombre de Reynolds, basé sur le diamètre D du cylindre, la vitesse U_∞ de l'écoulement et la viscosité cinématique ν du fluide [15] [16].

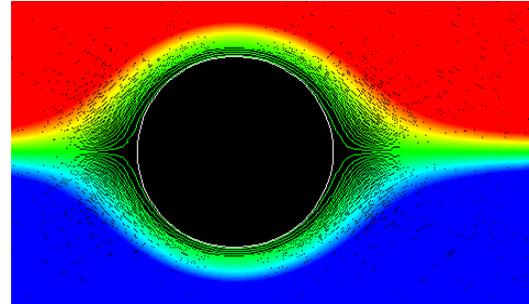
$$Re = \frac{U_\infty \cdot D}{\nu} \quad (6.1)$$

Écoulement rampant : $Re < 1$:

Pour des valeurs très faibles du REYNOLDS, les forces de viscosité sont prépondérantes sur les forces d'inertie. L'écoulement peut être décrit par l'approximation de STOKES. Dans de telles conditions, les lignes de courant suivent

parfaitement le contour de l'obstacle. Il n'y a pas de décollement et l'écoulement est parfaitement symétrique suivant les axes OX et OY.

Figure 6.1 Ecoulement rampant



Écoulement stationnaire : $4 < Re < 49$:

Dans cette zone de REYNOLDS, les forces d'inerties cessent d'être négligeables. On observe un décollement des lignes de courant à la surface du cylindre et la mise en place de deux tourbillons parfaitement symétriques et stables. Avec l'augmentation du REYNOLDS, les points de décollement se déplacent vers l'amont, entraînant un allongement des recirculations. Pour des REYNOLDS supérieurs à 40, des instabilités apparaissent dans le sillage, faisant disparaître la symétrie de l'écoulement sur l'axe OY.

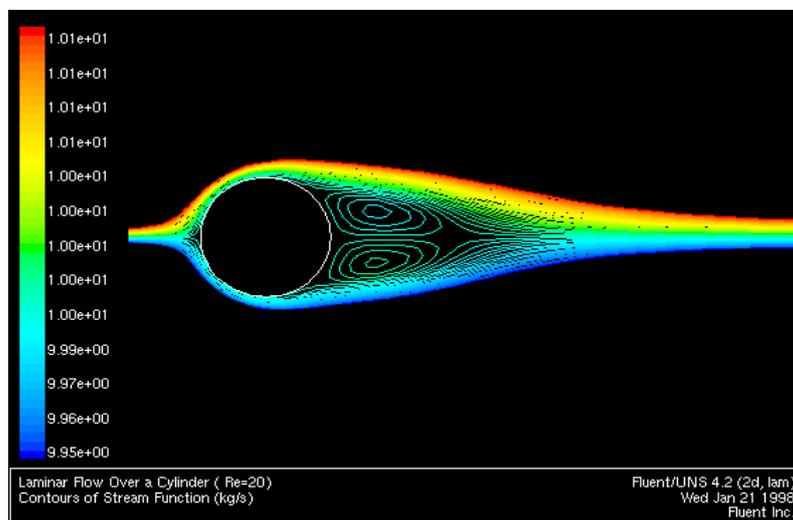


Figure VI.2.1 Ecoulement stationnaire

Lorsque le nombre de Reynolds croît, il y a allongement de la zone de recirculation. Le point de décollement se déplace vers l'amont, tandis que le point de recollement se déplace vers l'aval. La symétrie est conservée suivant OX.

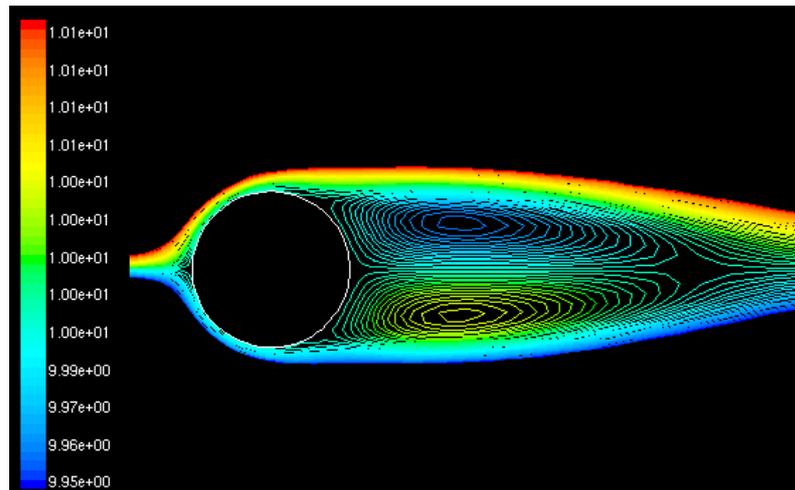


Figure 6.2.2 Ecoulement stationnaire

Ecoulement instationnaire stable : $49 < Re < 190$:

Au-delà du REYNOLDS 49, commence à apparaître un phénomène périodique appelé 'allée de VON KARMAN'. Il s'agit de deux allées tourbillonnaires qui sont stables et se conservent sur de longues distances. Ce régime est caractérisé par la formation alternée de tourbillons dont la fréquence augmente avec le REYNOLDS et peut être caractérisée par le nombre de STROUHAL défini par :

$$St = \frac{f \cdot D}{U_{\infty}} \quad (VI.2)$$

Avec f est la fréquence de lâchage des tourbillons, D le diamètre du cylindre et U_{∞} la vitesse à l'infini amont.

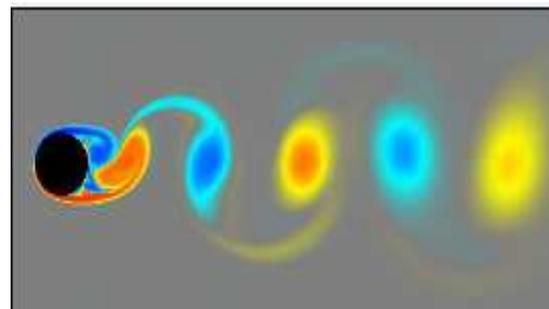


Figure 6.3 Allée de VON KARMAN

Ecoulement en régime transitoire : $190 < Re < 260$:

Il s'agit d'un régime de transition entre le régime laminaire et le régime turbulent. On observe toujours une formation périodique des tourbillons mais des fluctuations de vitesses turbulentes apparaissent.



Figure 6.4 Ecoulement en régime transitoire

Ecoulement en régime subcritique : $260 < Re < 10^5$: A partir du REYNOLDS 260, des effets 3D commencent à apparaître. Le sillage après le décollement devient turbulent ce qui fait disparaître les allées tourbillonnaires loin du cylindre. Au-delà d'un REYNOLDS de 1000, la simulation 2D devient insuffisante.

3. Procédure et étapes de simulation numérique :

L'objectif essentiel de notre étude est de suivre l'évolution de l'écoulement dans la soufflerie, de caractériser les différents régimes en fonction du nombre de REYNOLDS. On a jugé utile de présenter notre travail étape par étape afin de mieux décrire la méthodologie de simulation par le code ANSYS. Une description de la procédure à suivre pour simuler numériquement notre cas d'étude est présentée dans ce qui suit et ce, par l'utilisation du module Flotran du logiciel ANSYS.

Notre but consiste en la modélisation de l'écoulement et la simulation en 2D dans la soufflerie.

3.1. Programme ANSYS :

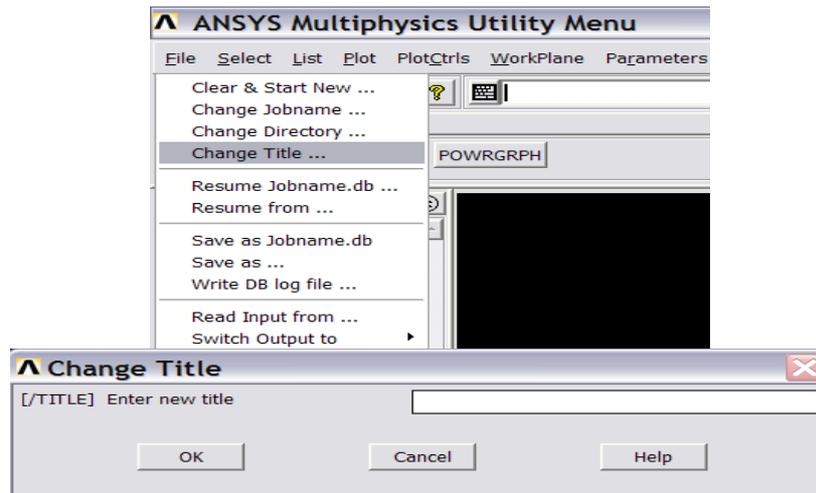
Etape 1 : Lancement du programme ANSYS

Le lancement se fait suivant les étapes illustrées dans la figure
Démarrer > tous les programmes > ANSYS 10.0 > ANSYS.



Etape 2 : Ecriture du titre de notre travail.

Après que nous ayons lancé le programme ANSYS, pour choisir un titre pour notre travail, voici la marche à suivre : **Utility Menu > File > Change title**. Une zone de dialogue apparaît.



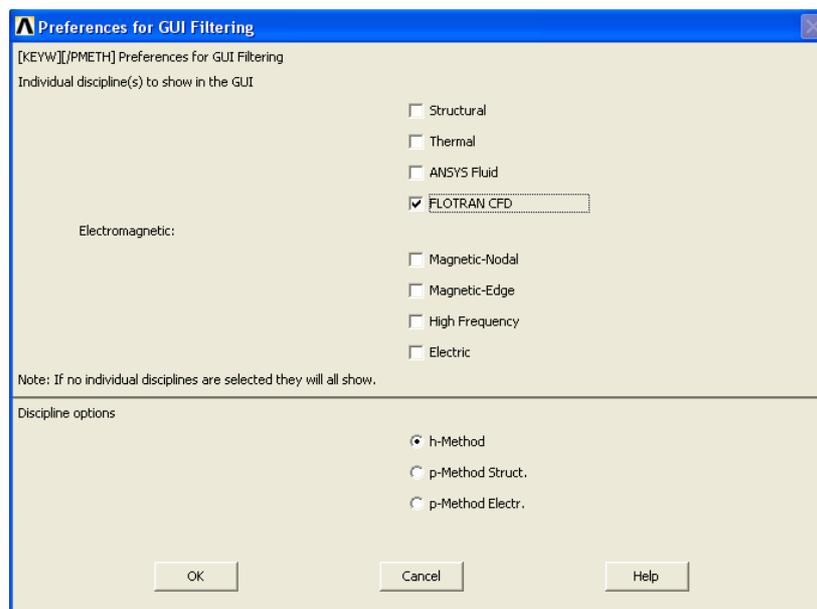
On écrit le titre de notre travail et on valide par **OK**.

Etape 3 : Choix du module.

Dans notre cas c'est le FLOTRAN CFD.

Main Menu > Preferences.

Choisissez **FLOTRAN CFD** et on valide par **OK**.



4. Modélisation :

Notre objectif est de modéliser notre soufflerie ainsi conçue par l'utilisation du logiciel Flotran du code ANSYS. La première étape consiste à créer des points en respectant leurs coordonnées, par la suite on procède à relier ces points pour la création des lignes et enfin la création des surfaces.

Le contour de la soufflerie étant dessiné, on introduit un cylindre de diamètre 7.5cm dans la veine d'essai et on procède au maillage des surfaces et à la création des nœuds, points de calcul des variables caractérisant l'écoulement (vitesse, pression...).

On procède par la suite à la simulation de l'écoulement autour du cylindre afin de valider le modèle conçu qu'est la soufflerie.

Modèle de NAVIER-STOKES :

L'écoulement étant considéré incompressible et le fluide supposé visqueux et Newtonien, les équations de conservation de la masse (équation de continuité) et de quantité de mouvement (équation de Navier-Stokes), s'écrivent respectivement [5]:

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \cdot \vec{U} = 0 \\ \rho \left(\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + (\vec{U} \cdot \vec{\nabla}) \vec{U} \right) = -\nabla P + \mu \Delta U \end{cases} \quad (6.3)$$

Après adimensionnalisation des variables du système d'équations (6.3), le modèle de Navier-Stokes s'écrit sous forme conservative :

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \cdot \vec{U} = 0 \\ \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\vec{U} \otimes \vec{U}) = -\vec{\nabla} P + \frac{1}{Re} \Delta U \end{cases} \quad (6.4)$$

On rappelle que pour un écoulement incompressible, $(\vec{U} \cdot \vec{\nabla}) \vec{U} = \vec{\nabla} \cdot (\vec{U} \otimes \vec{U})$.

Les simulations numériques étant réalisées dans un domaine bidimensionnel Ω , les champs de vitesse U et de pression P s'exprimeront en fonction des variables d'espace et de temps comme :

$$\begin{cases} U(u(x, y, t), v(x, y, t)) \\ P(x, y, t) \end{cases} \quad (6.5)$$

Où x, y représentent les coordonnées d'un point M du domaine selon les axes X et Y .

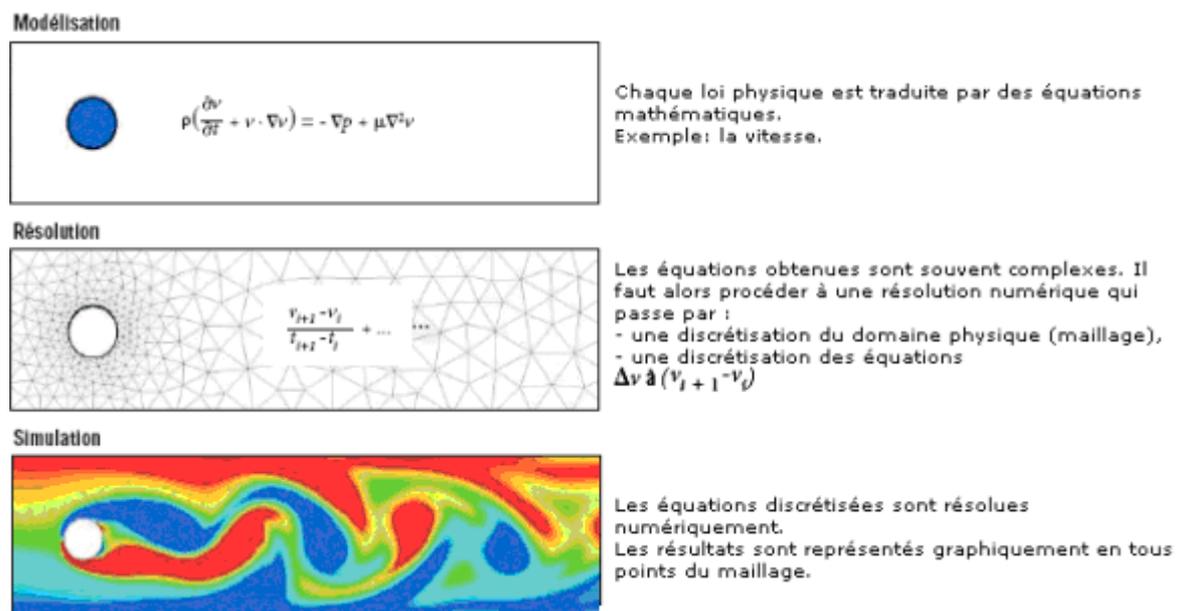
Le ordinateur utilise le langage des équations discrétisées, en effet après discrétisation par un schéma totalement implicite, les équations de NAVIER STOKES deviennent :

$$\frac{U^{n+1} - U^n}{\Delta t} + \nabla \cdot (U^{n+1} \otimes U^{n+1}) = -\nabla P^{n+1} + \frac{1}{\text{Re}} \Delta U^{n+1} \quad (6.6)$$

Cette équation est non linéaire par l'intermédiaire de son terme convectif. Pour faciliter la résolution, ce terme peut être linéarisé par l'utilisation d'un schéma où la quantité U^{n+1} est supposée transportée par la quantité U^n , d'où l'équation (VI.6) devient [12]:

$$\frac{U^{n+1} - U^n}{\Delta t} + \nabla \cdot (U^{n+1} \otimes U^n) = -\nabla P^{n+1} + \frac{1}{\text{Re}} \Delta U^{n+1} \quad (6.7)$$

Les étapes peuvent être illustrées comme suit [17] [18]:



- Modélisation de la soufflerie par le code utilisé:

La procédure de modélisation de la soufflerie par le code se fait par la création des points clés, puis la création des lignes à partir de ces points et enfin à la création des surfaces.

4.1. Modélisation de la soufflerie :

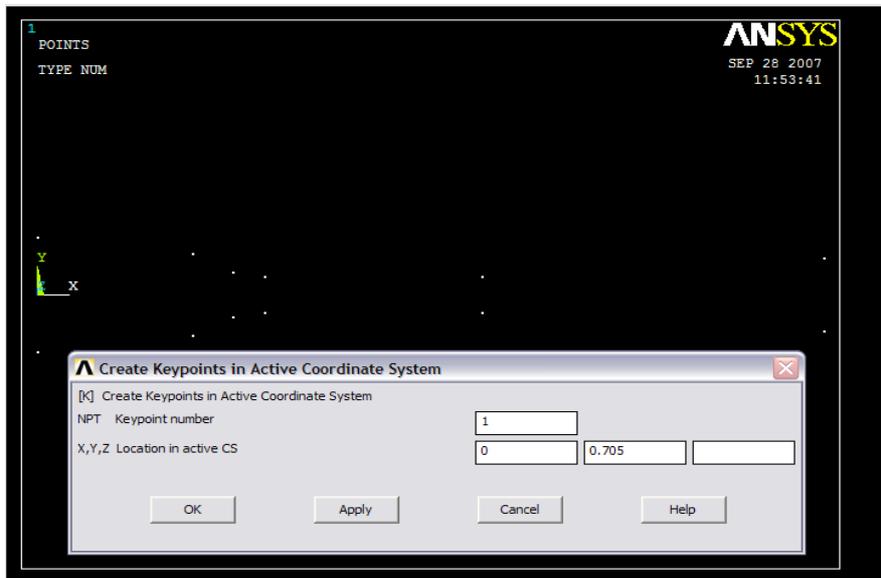


Figure 6.5 Création des points clés

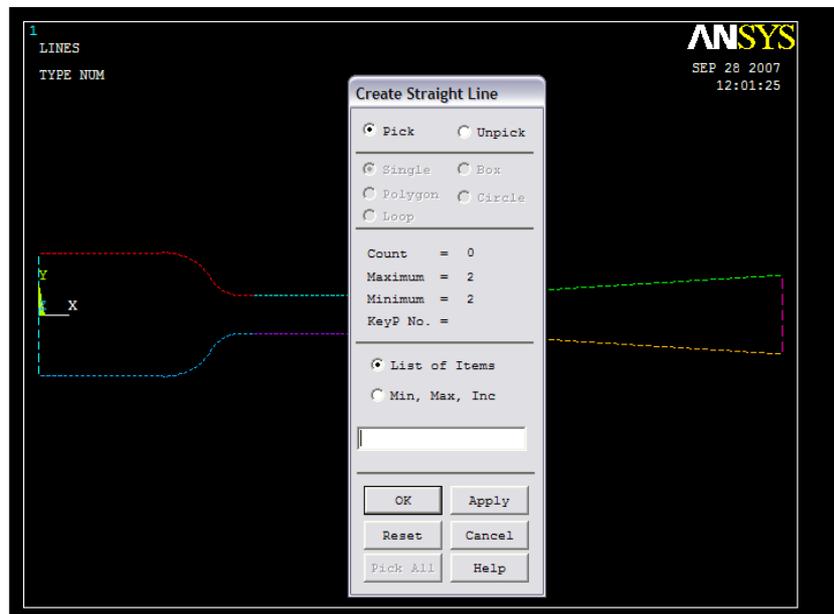


Figure 6.6 Création des lignes à partir des points

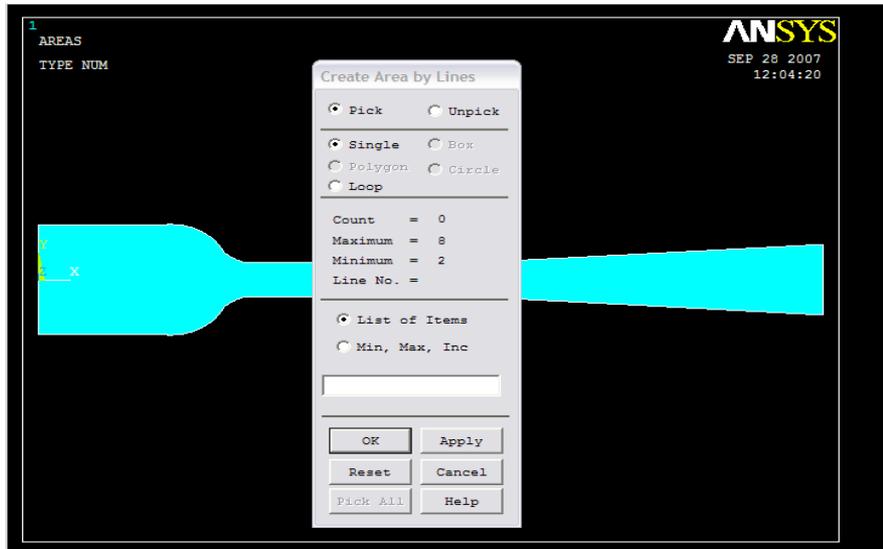


Figure 6.7 Création des surfaces à partir des lignes

Maillage du domaine:

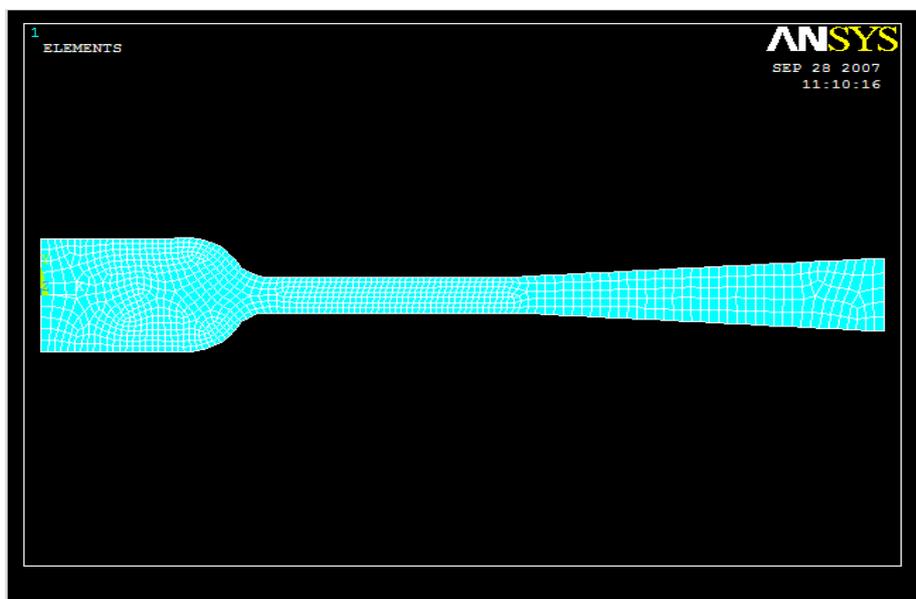


Figure 6.8 Le maillage du système

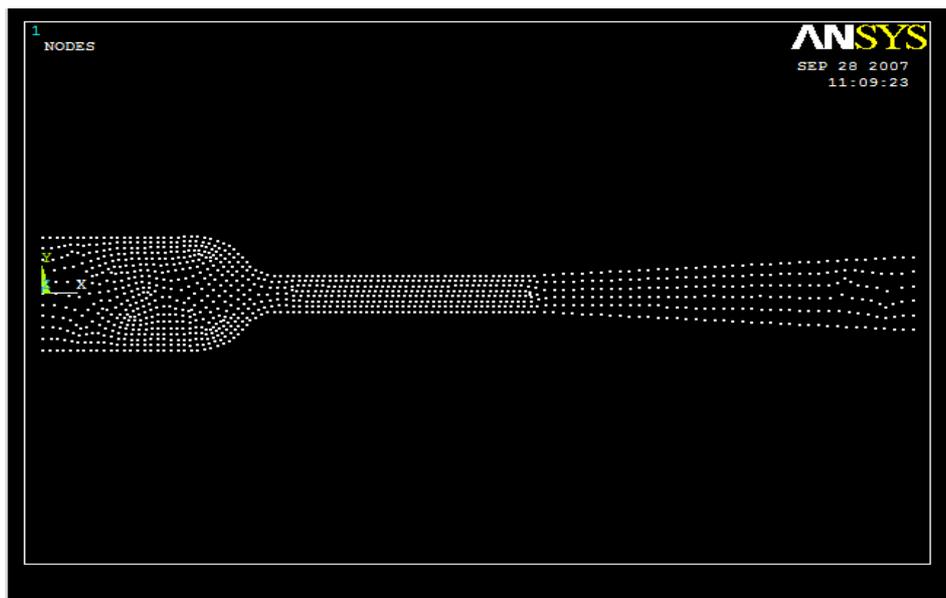
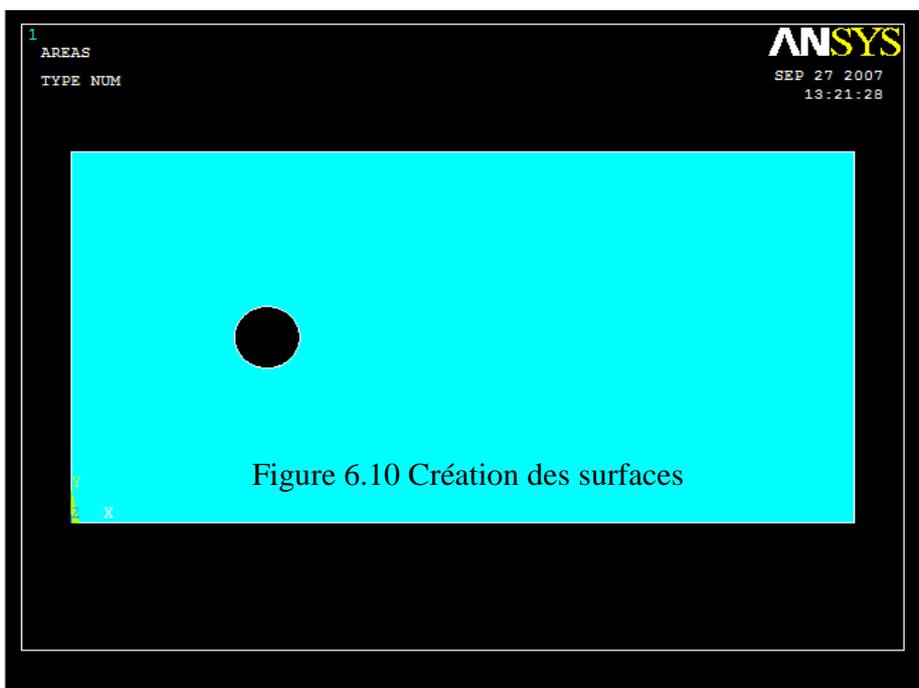


Figure 6.9 Les nœuds d'après le maillage

4.2. La veine d'expérience :



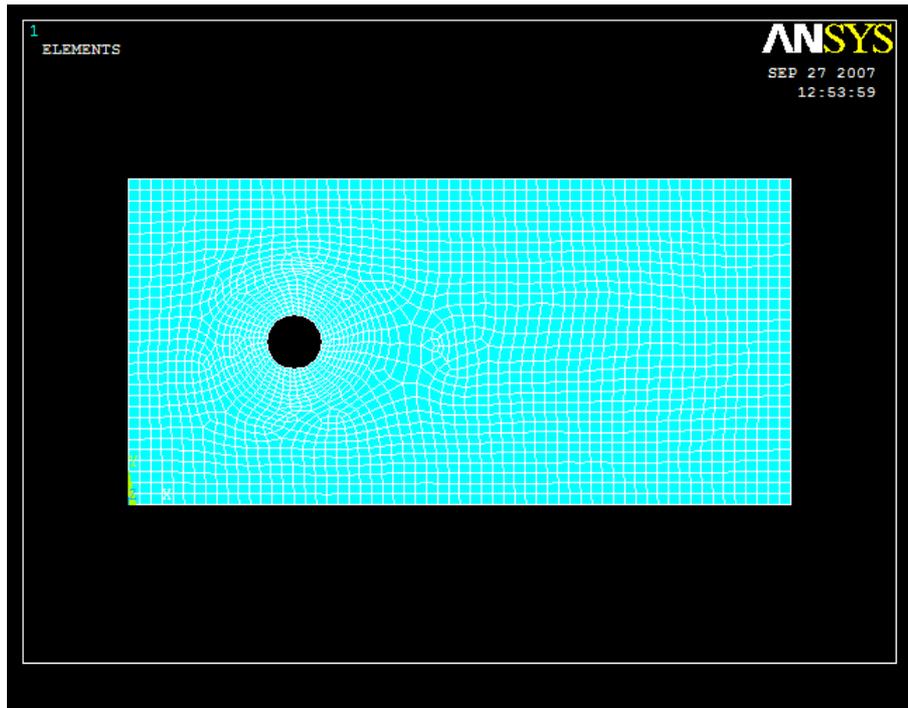


Figure VI.11 Maillage des surfaces

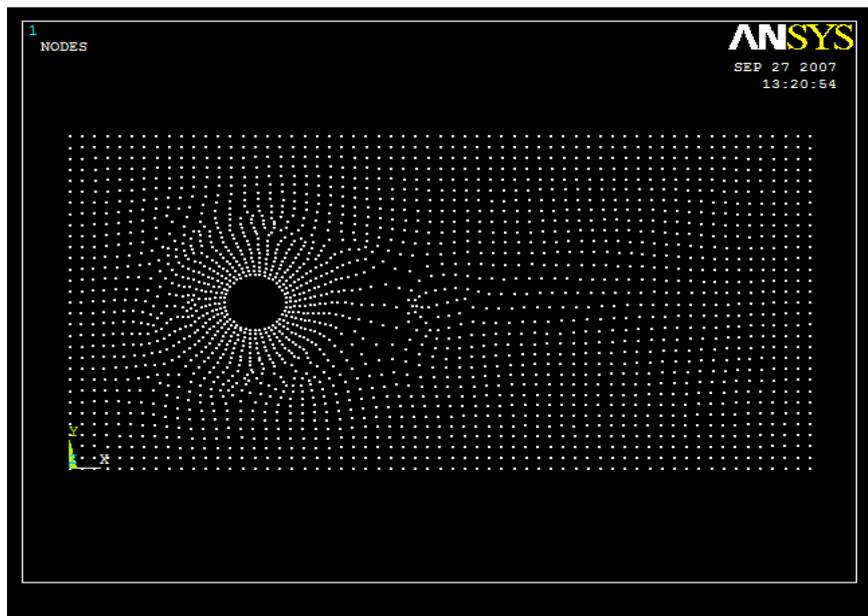


Figure 6.12 La distribution des nœuds d'après le maillage

Finalement, notre système se présente de la sorte :

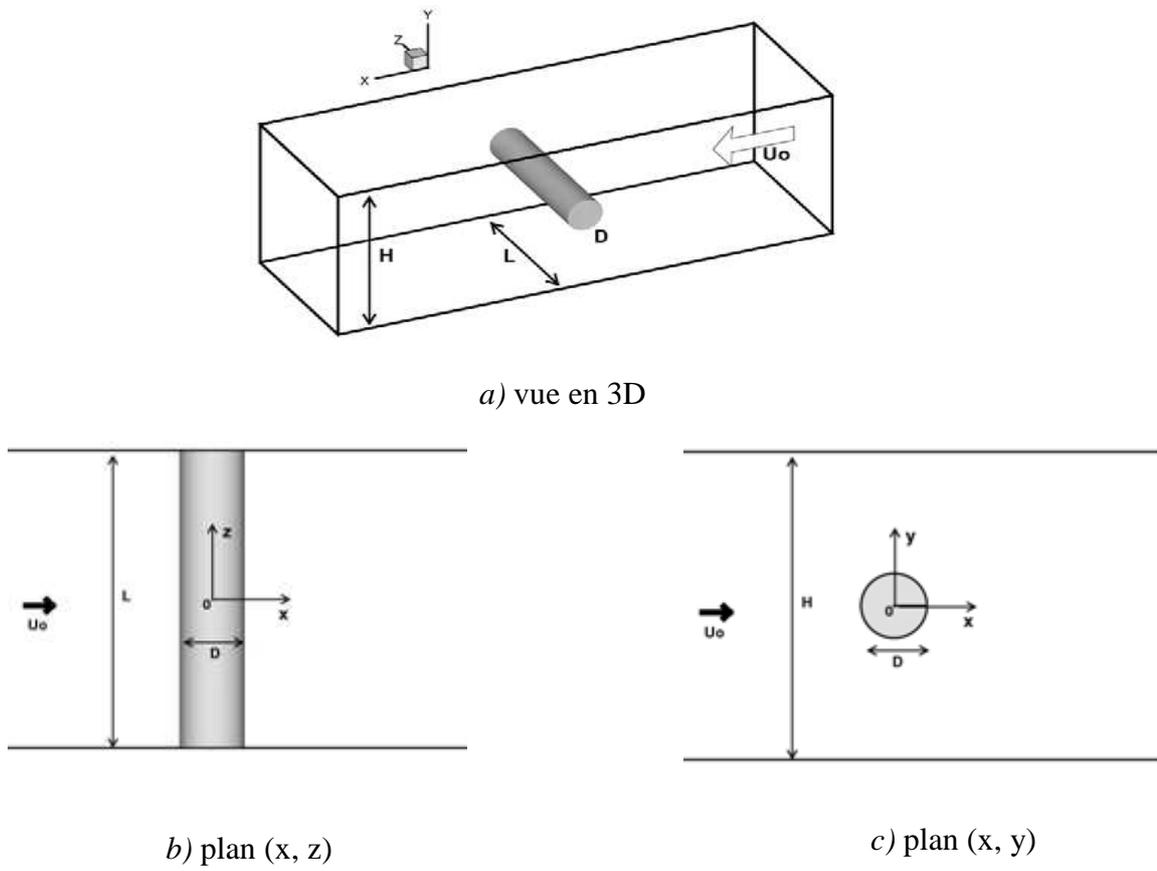


Figure 6.13 Configuration et repère d'étude d'écoulement d'air autour d'un cylindre

5. Résultats obtenus :

5.1. La convergence :

La méthode des éléments finis consiste à minimiser l'erreur commise en remplaçant le problème continu par le problème discret.

Une procédure est convergente si toute erreur tend à décroître au cours des itérations. Elle a convergé lorsque les itérations ne produisent plus de changements significatifs sur les variables selon un critère qui doit être défini. Le critère de convergence est donc utilisé pour stopper le processus itératif lorsqu'il est satisfait. Dans tout ce qui suit, nous allons pour différents Reynolds présenter la convergence de la solution vers la valeur estimée $e=10^{-8}$.

Finalement, afin d'évaluer l'ordre de grandeur des erreurs commises dans la simulation numérique du système d'équations (VI.4), nous introduisons l'erreur numérique suivante [10]:

$$\text{Erreur maximale: } e = \max_I |F_I - f_I| \quad (6.8)$$

Où F_I et f_I représentent respectivement les champs analytiques et numériques au point I du maillage.

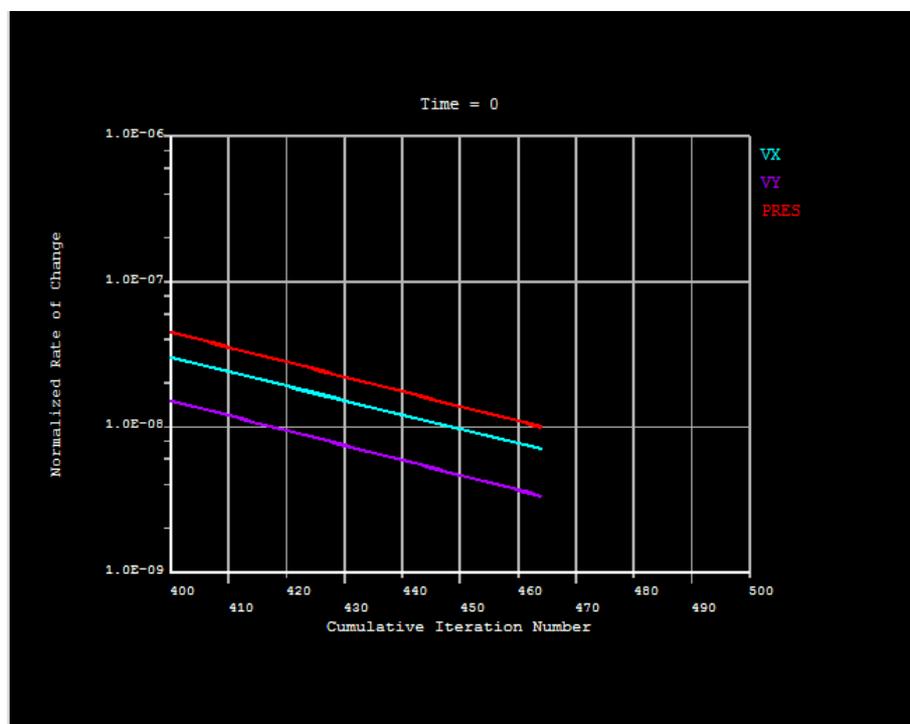
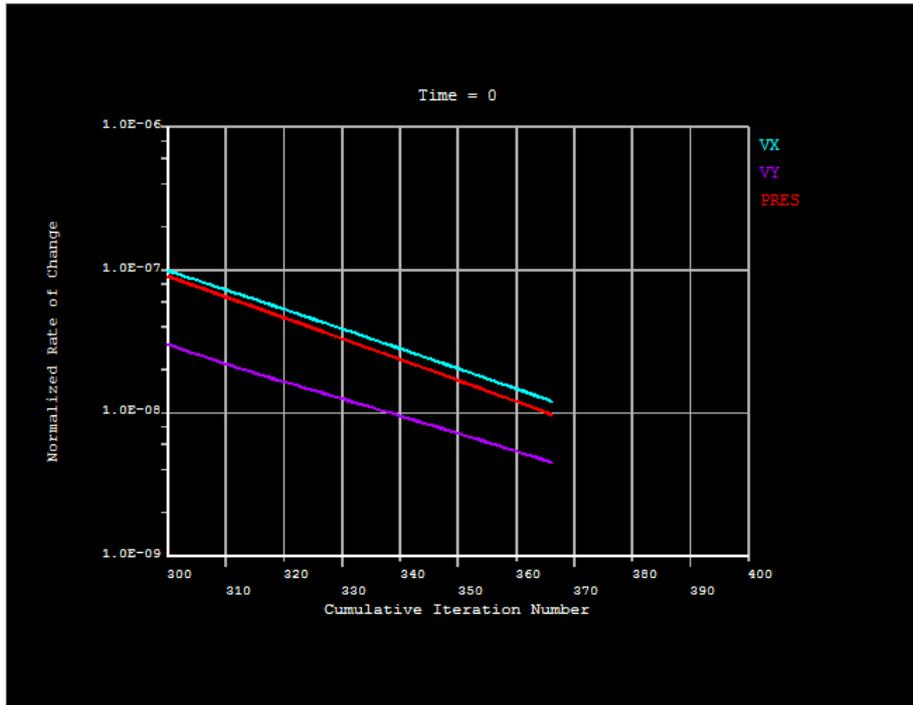
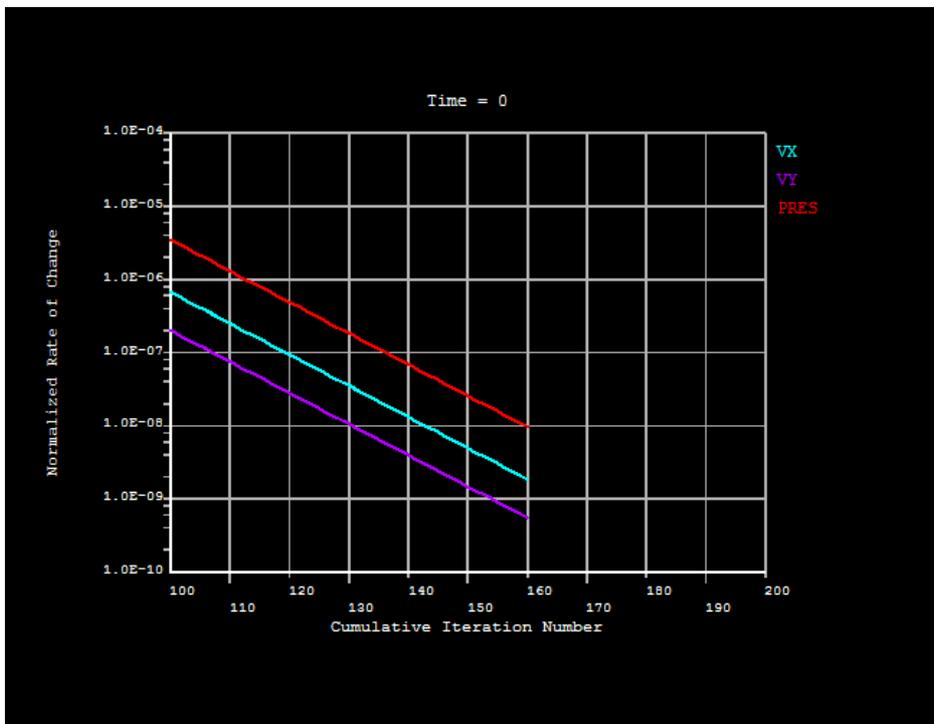
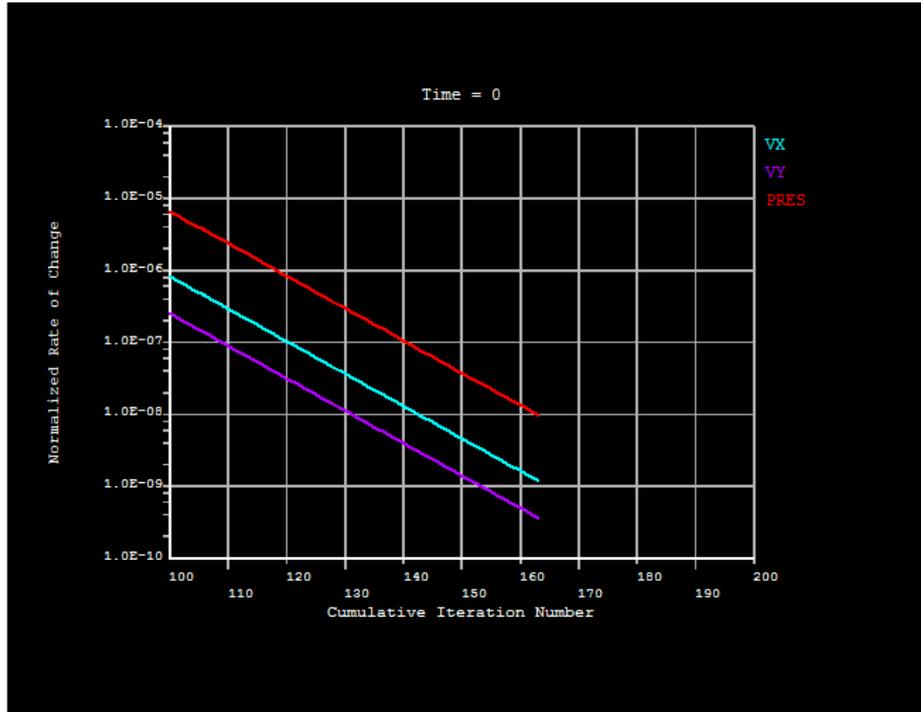
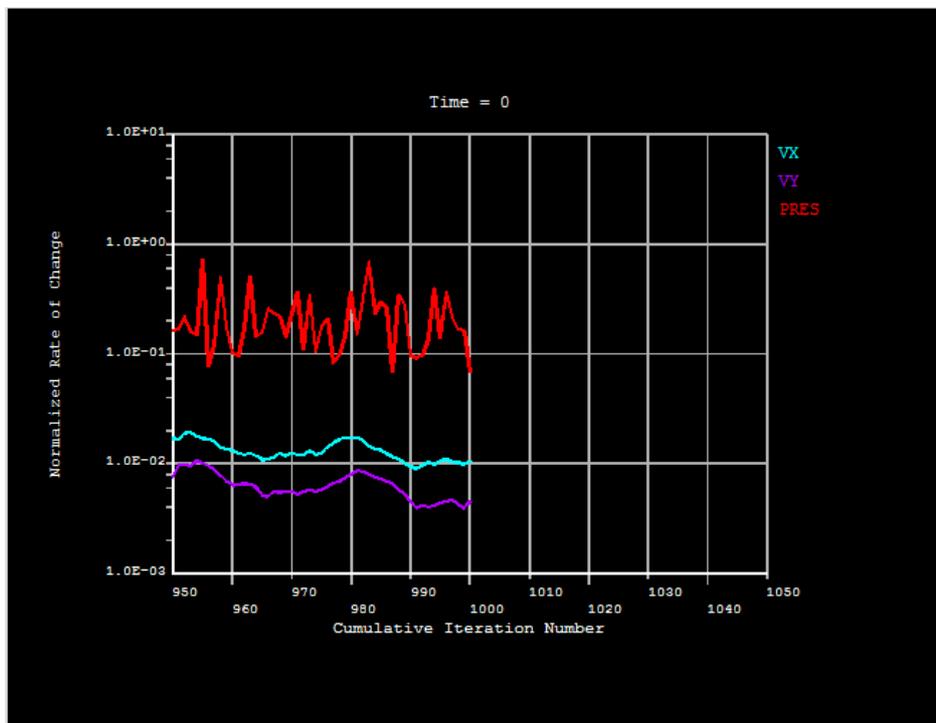


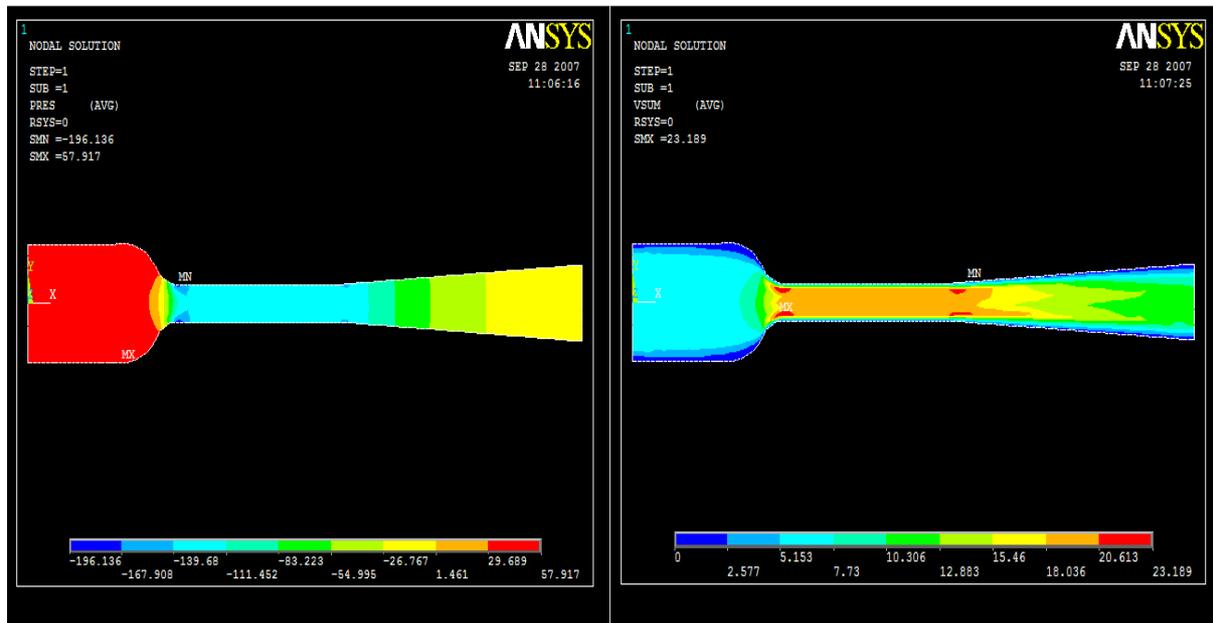
Figure 6.14 $Re=1$

Figure 6.15 $Re=4$ Figure 6.16 $Re=20$

Figure 6.17 $Re=40$ Figure 6.18 $Re=10^5$

On remarque que pour $Re=10^5$, l'erreur est relativement importante en comparaison avec celles des Re moins importants, ce qui explique l'effet de la turbulence.

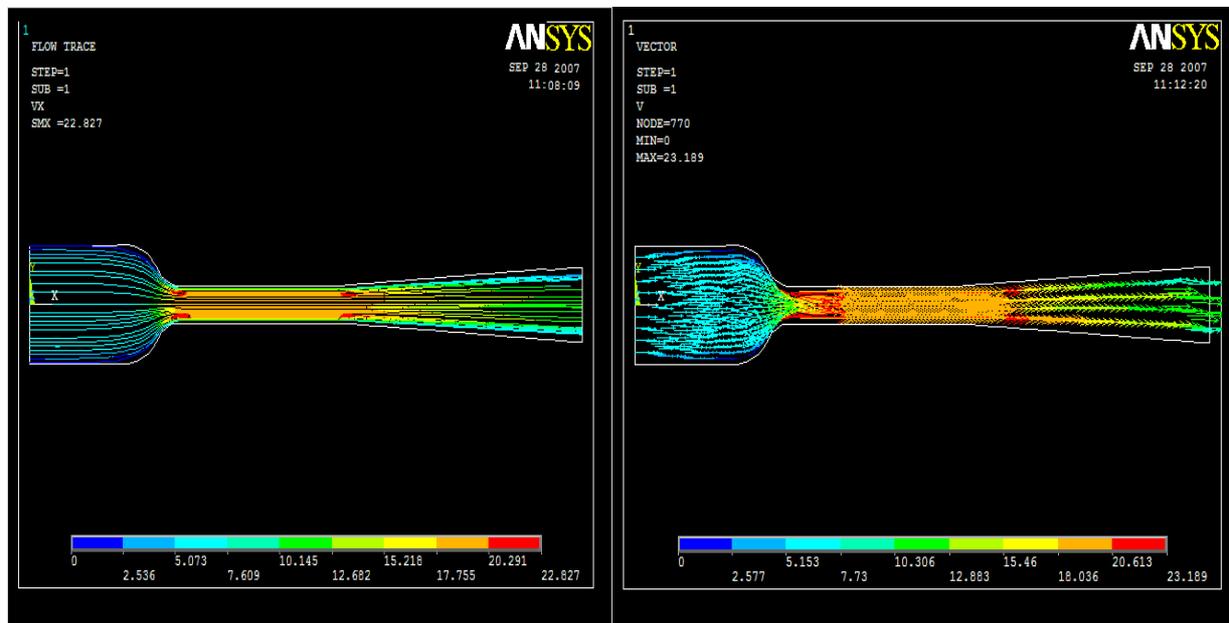
5.2. Simulation de l'écoulement dans la soufflerie :



La pression

Figure 6.19

La vitesse



Les lignes de courant

Figure 6.20

Les vecteurs vitesse

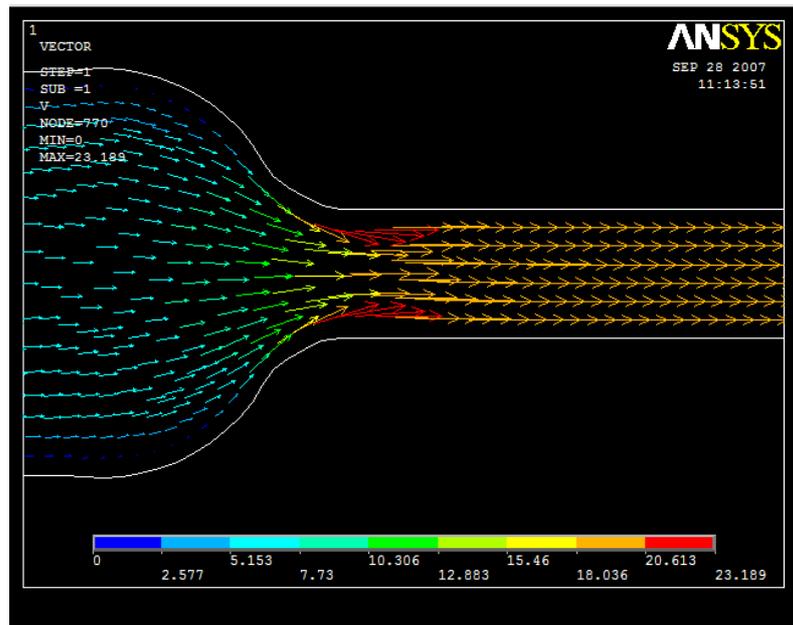


Figure 6.21 Vecteurs vitesse à l'entrée de la veine

5.3. Simulation de l'écoulement dans la veine :

Dans ce qui suit, on va présenter les résultats de la vitesse, la pression, les lignes de courant et les vecteurs vitesse pour chaque catégorie de Re , ainsi que les analyses et les commentaires concernant chaque Re qui représentent un régime d'écoulement bien déterminé.

Re=1 :

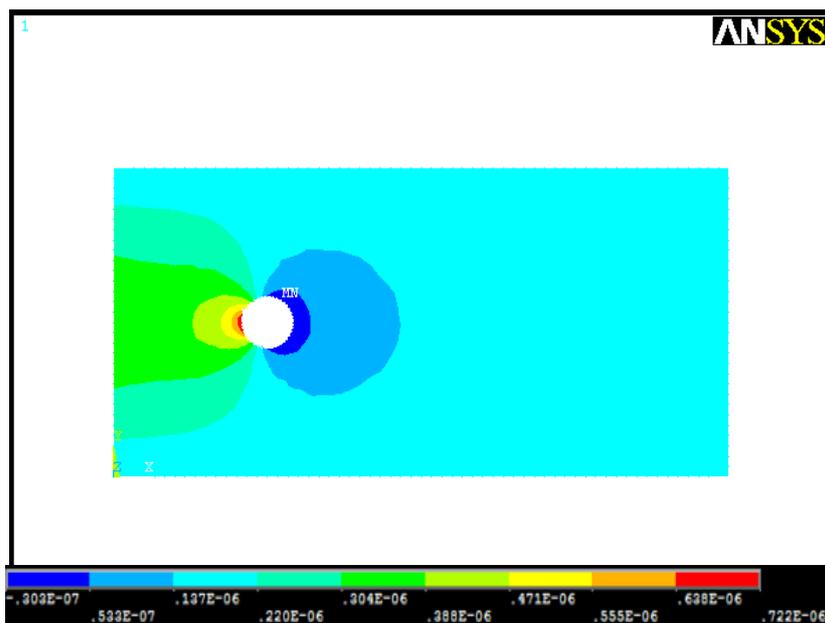


Figure 6.22 La pression

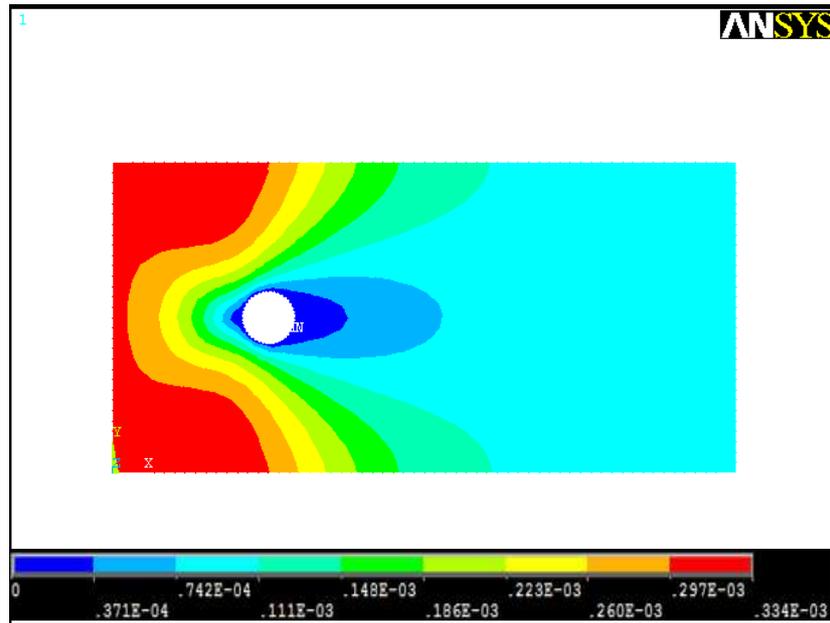


Figure 6.23.La vitesse

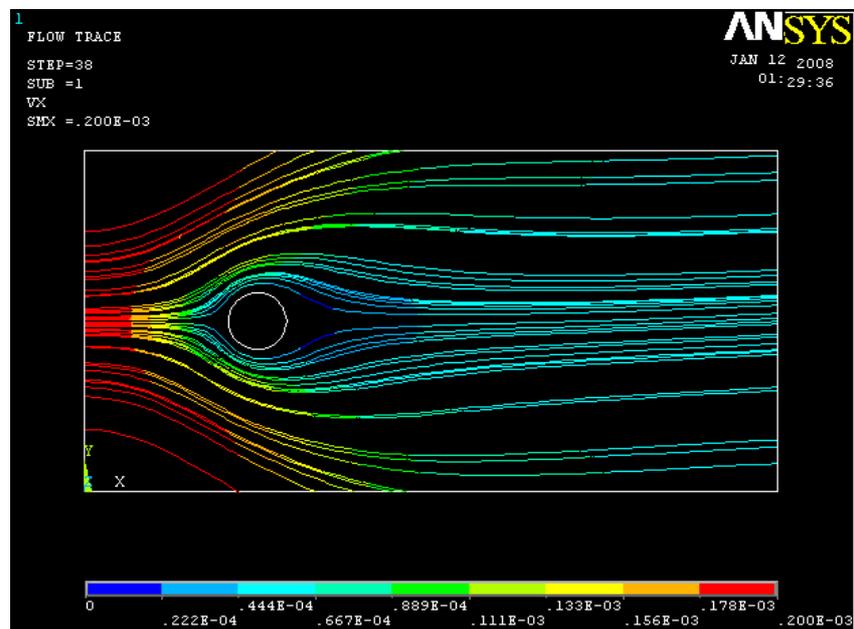


Figure 6.24 Les lignes de courant

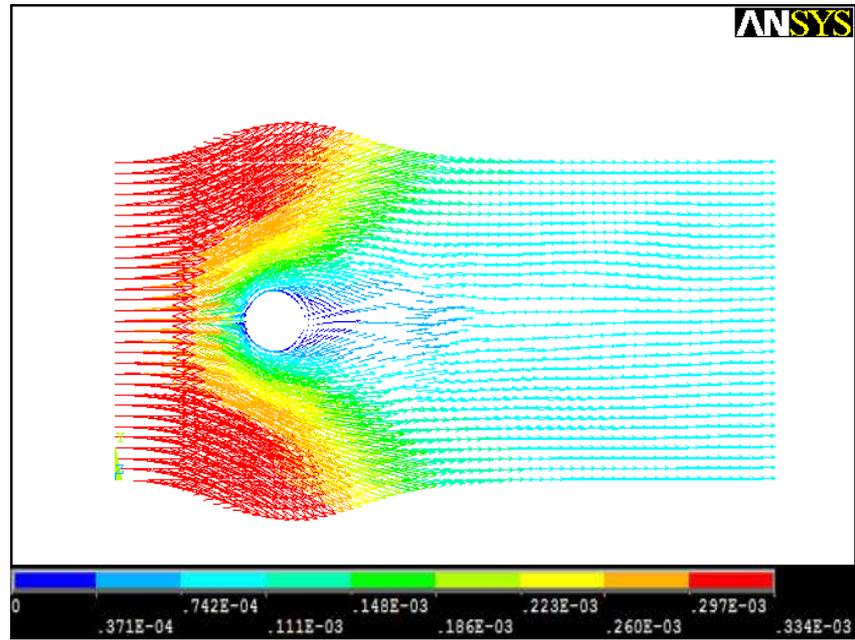


Figure 6.25 Les vecteurs vitesse

Re=4 :

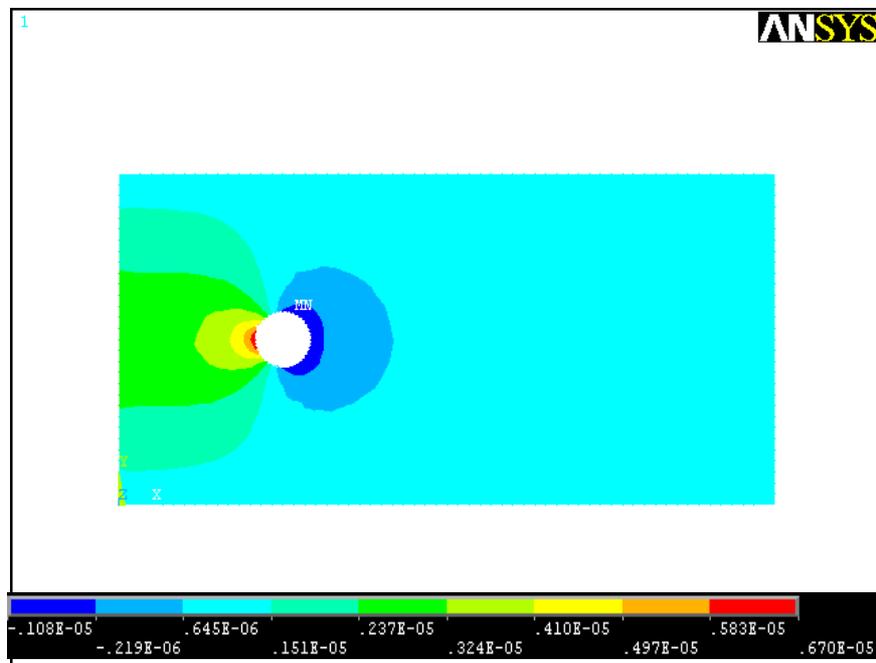


Figure 6.26 La pression

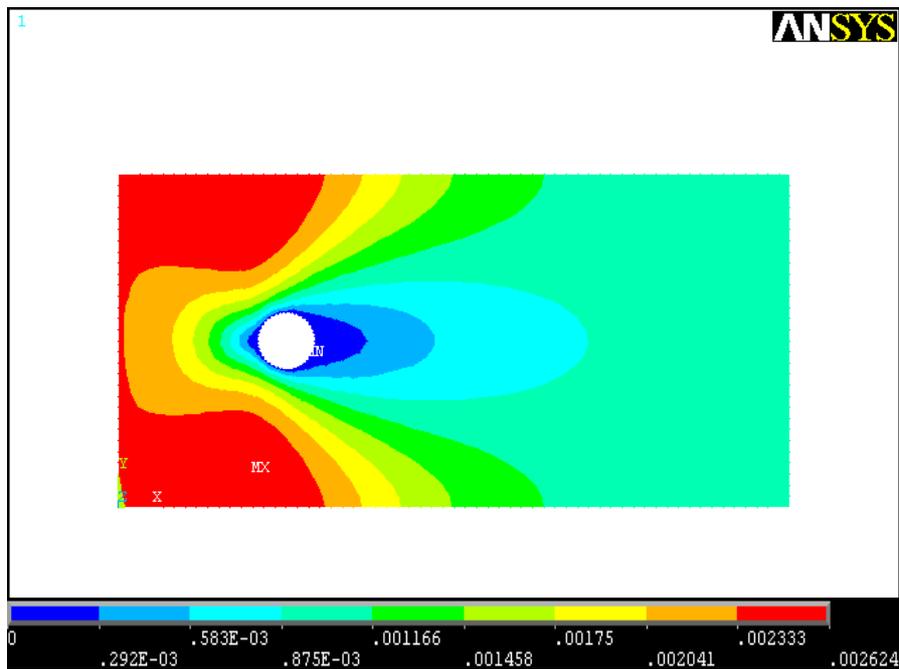


Figure 6.27 La vitesse

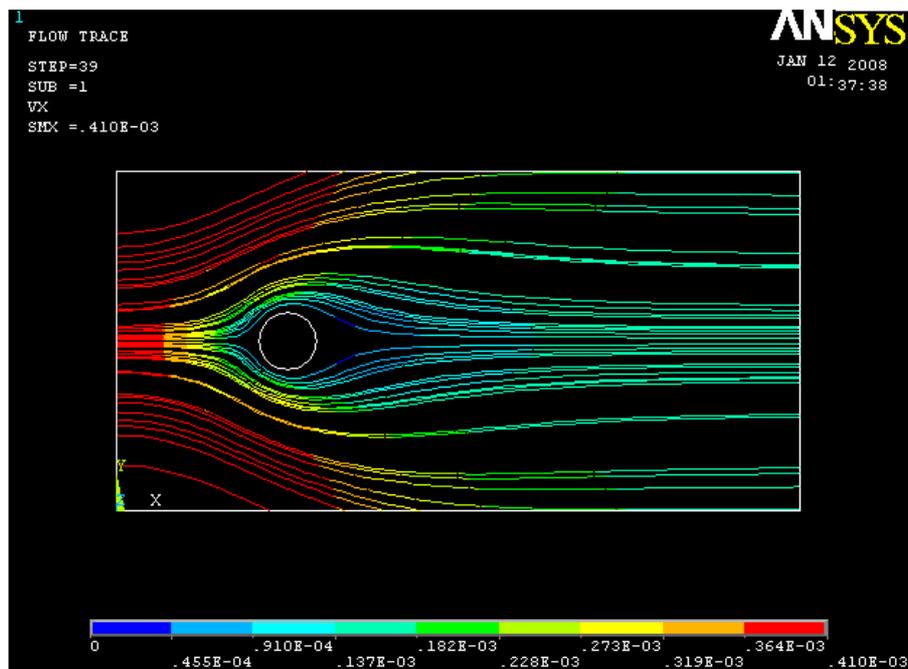


Figure 6.28 Les lignes de courant

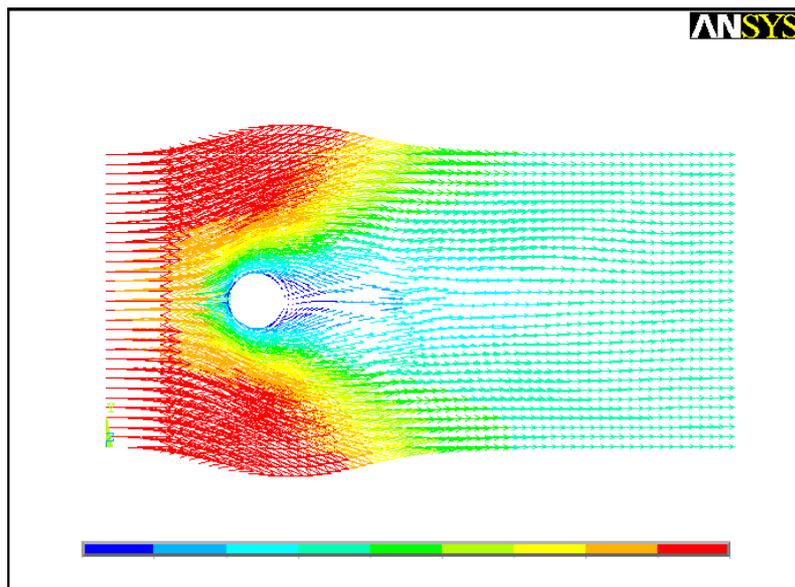


Figure 6.29 Les vecteurs vitesse

Re < 5 : écoulement rampant : Pour des Re très faibles, les forces de viscosité sont nettement supérieures aux forces d'inertie. Dans de telles conditions, les lignes de courants suivent parfaitement le contour de l'obstacle, l'écoulement est non décollé et est parfaitement symétrique en X. le sillage est quasi inexistant.

Pour la pression, on remarque qu'il existe une région de surpression en amont du cylindre et une dépression en aval.

La vitesse est uniforme à l'entrée et à la sortie. On remarque que le cylindre ralentit l'écoulement dans l'axe et qu'il induit des survitesses ailleurs.

Re=20 :

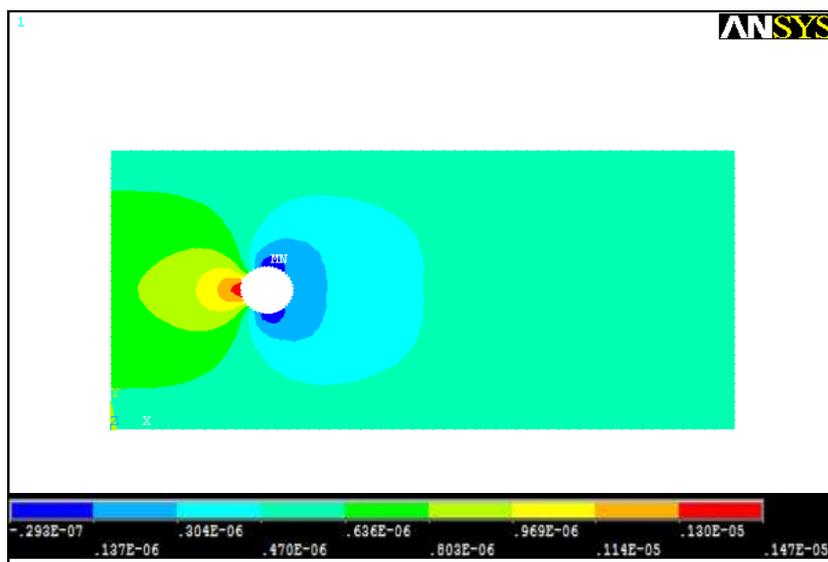


Figure 6.30 La pression

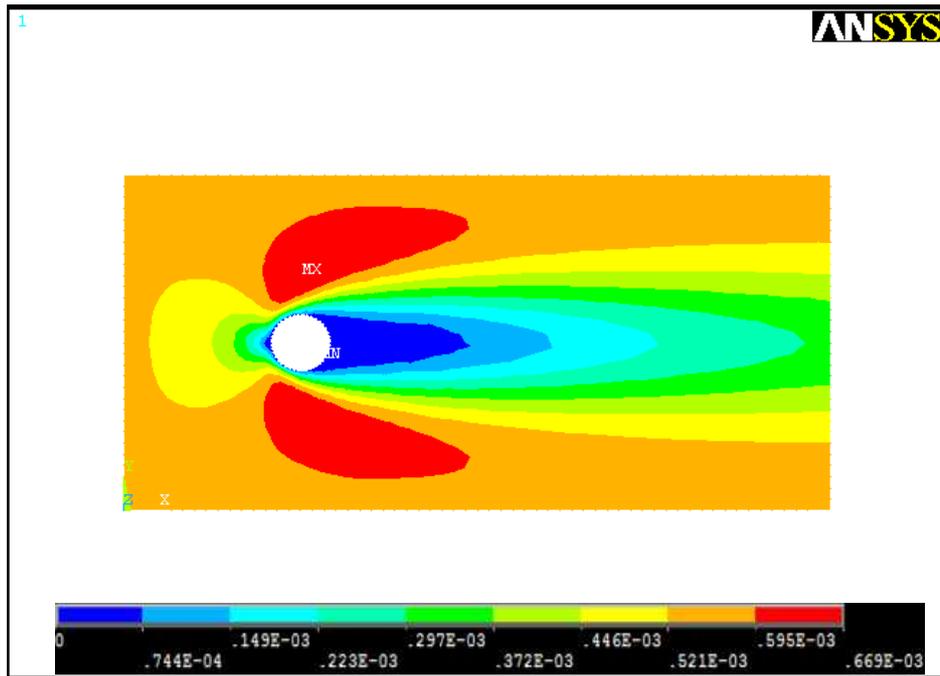


Figure 6.31 La vitesse

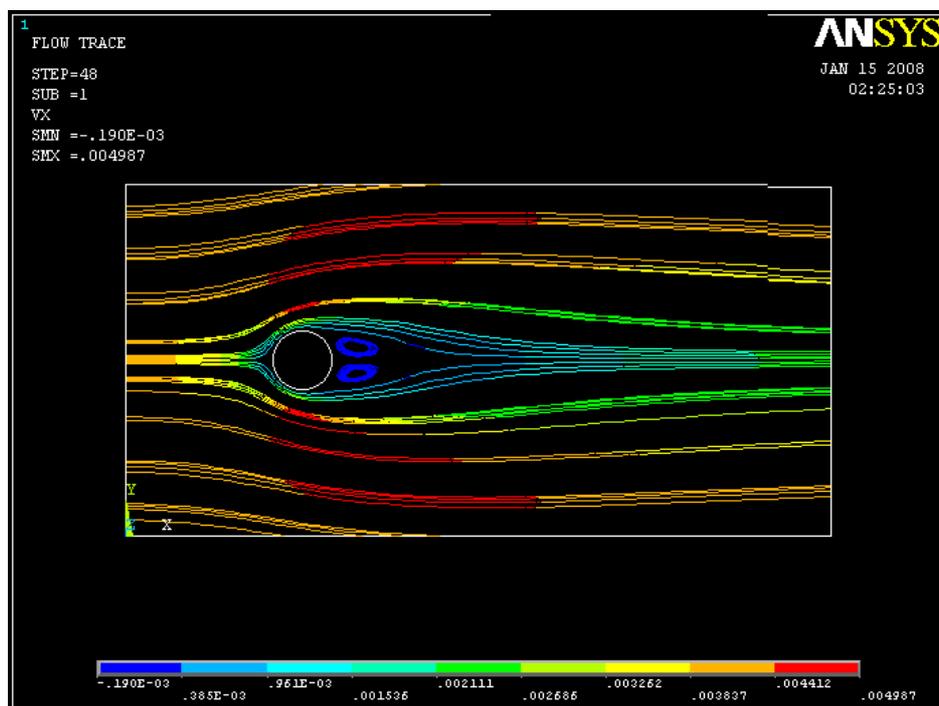


Figure 6.32 Les lignes de courant

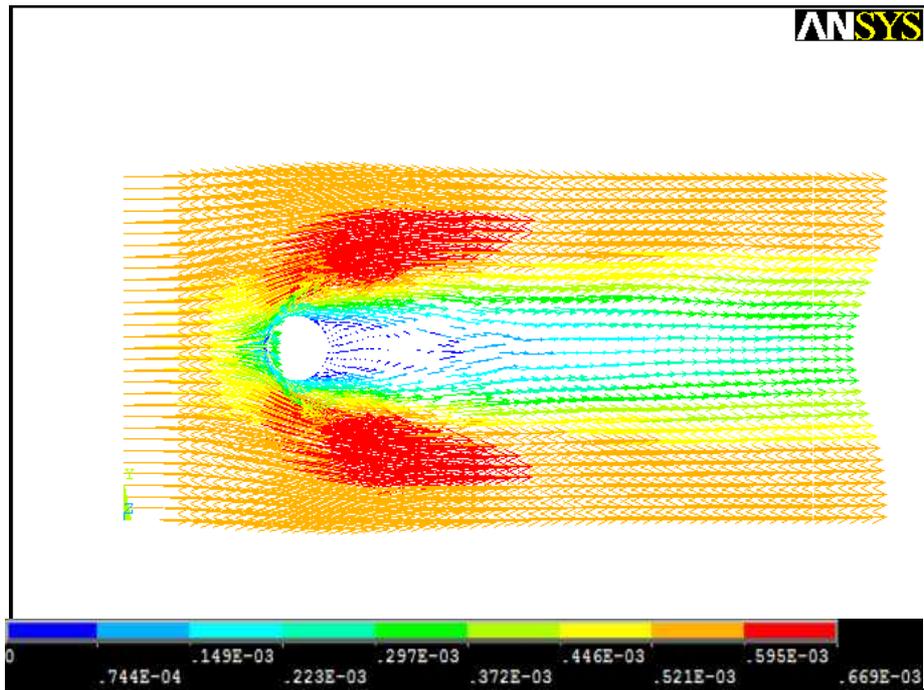


Figure 6.33 Les vecteurs vitesse

Re=40 :

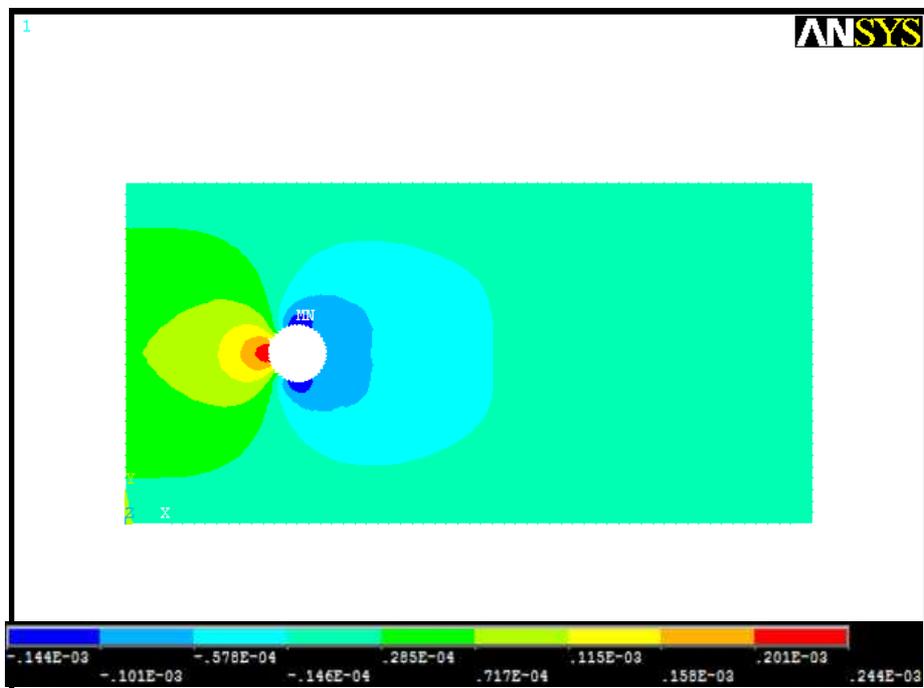


Figure 6.34 La pression

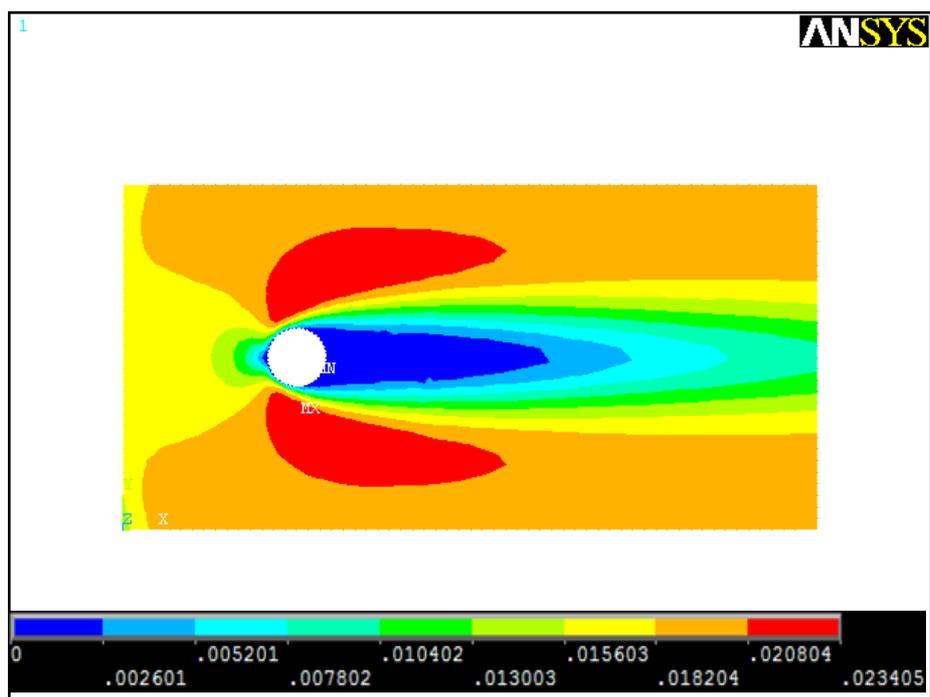


Figure 6.35 La vitesse

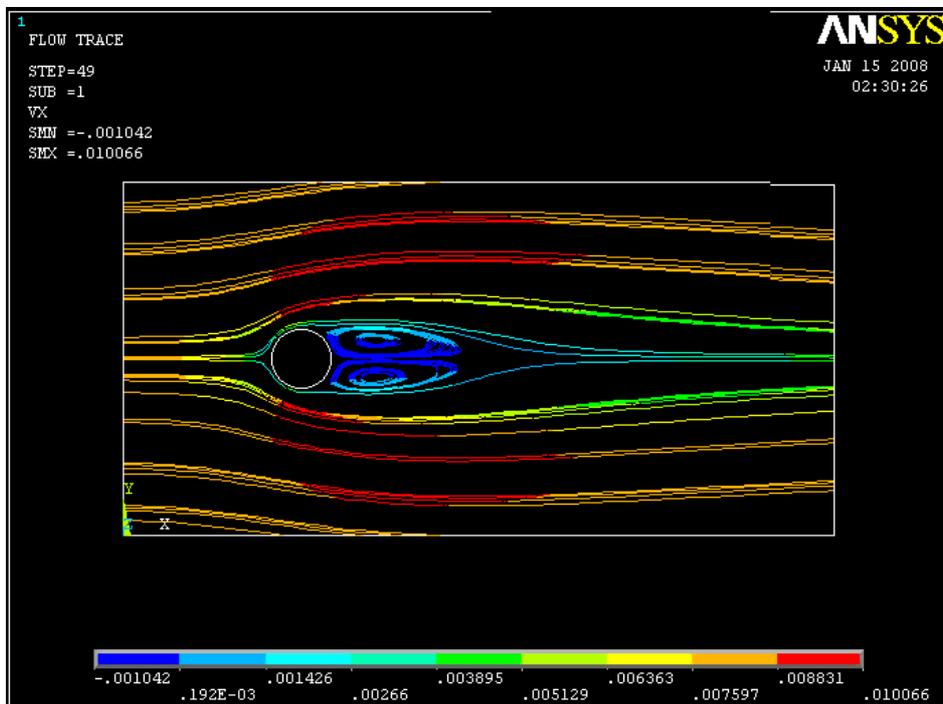


Figure 6.36 Les lignes de courant

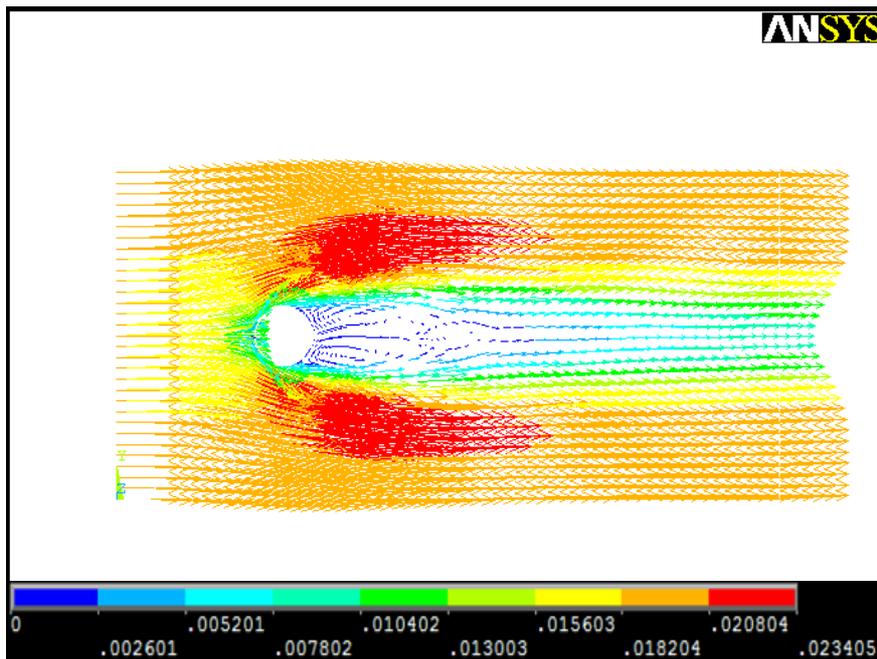


Figure 6.37 Les vecteurs vitesse

Les forces d'inertie augmentent et empêchent la couche limite de rester attachée au cylindre. On observe un décollement de chaque côté du cylindre et l'écoulement quitte la surface en deux points donnant naissance à une zone de recirculation stationnaire formée de deux tourbillons symétriques en X et contrarotatifs.

En augmentant le nombre de Reynolds, la longueur de recirculation s'allonge encore plus en aval du cylindre et le décollement se décale vers l'amont.

50 <math>Re < 190</math> :

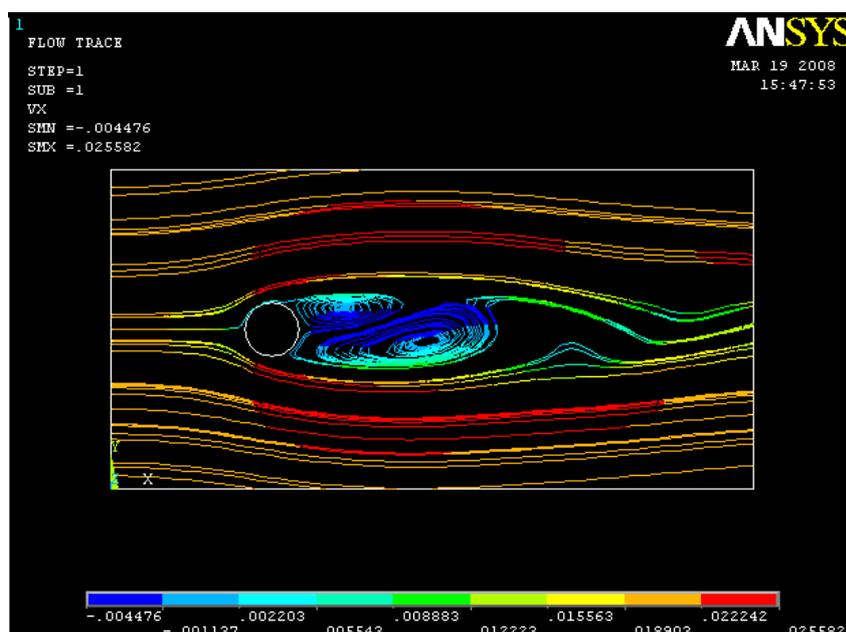


Figure 6.38 les lignes de courant

Apparition d'un phénomène périodique caractérisé par le lâchage alterné de tourbillons. Ce régime est le résultat d'une instabilité absolue dans le proche sillage. Il est connu sous le nom d'allée de VON KARMAN.

Re=10⁵ :

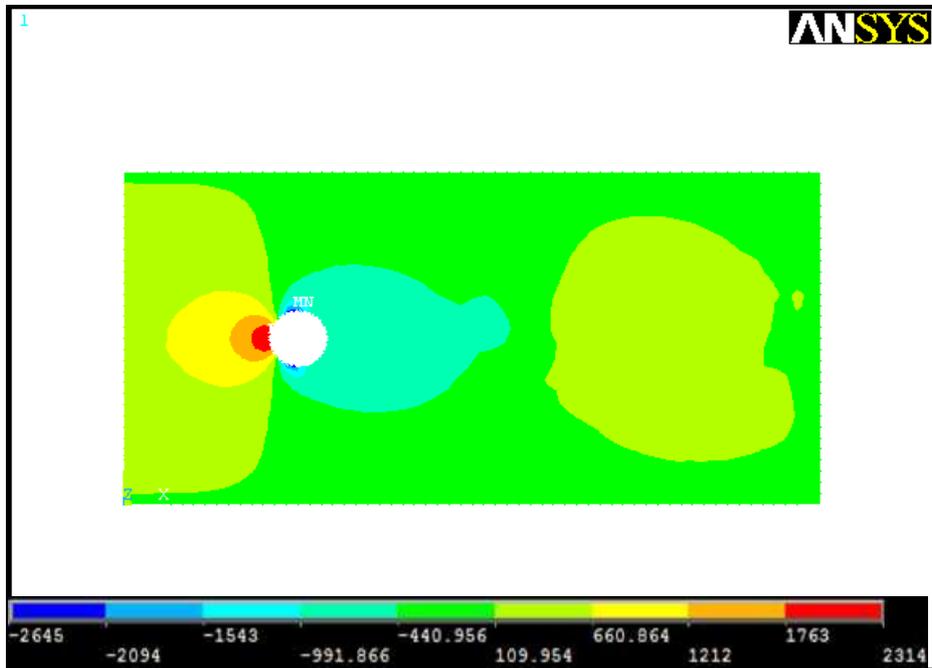


Figure 6.38 La pression

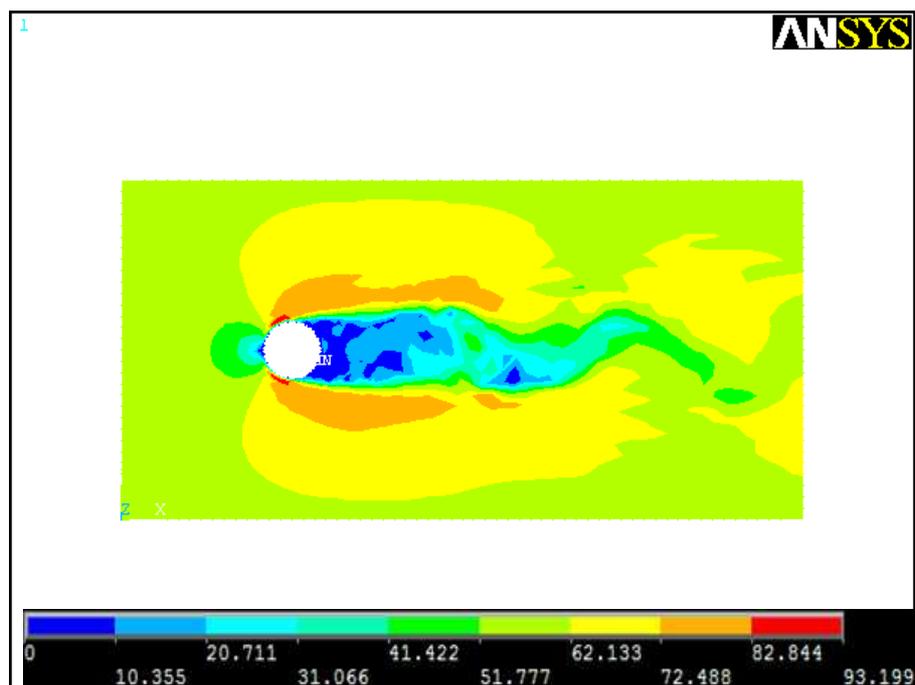


Figure 6.39 La vitesse

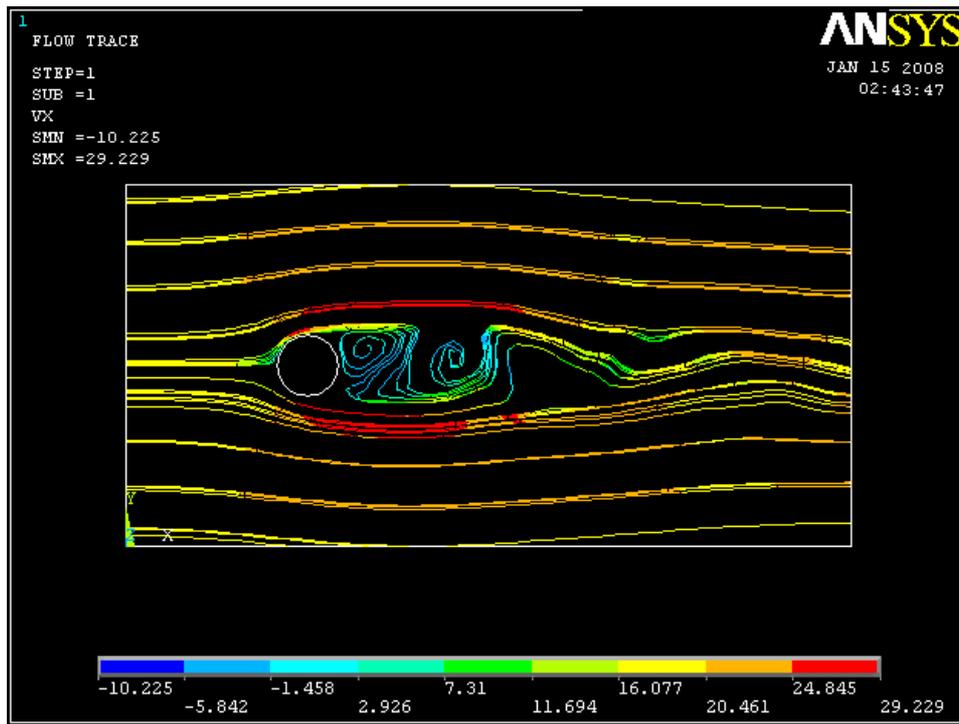


Figure 6.40 Les lignes de courant

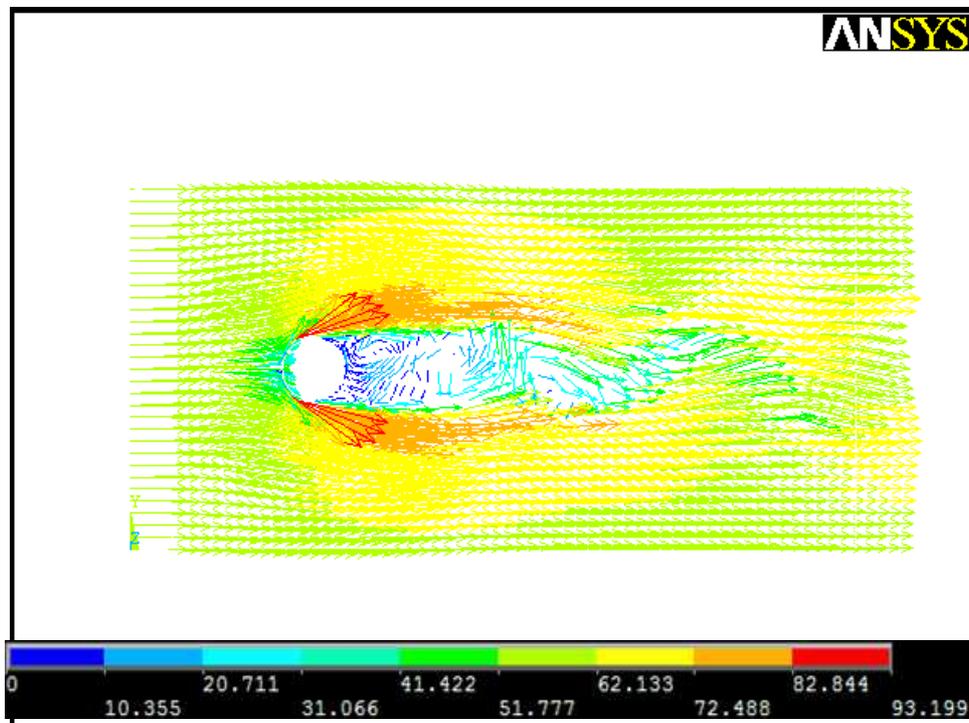


Figure 6.41 Les vecteurs vitesse

Le régime instationnaire apparaît, on voit une surpression en amont et une dépression en aval. Le point d'arrêt est visible en amont du cylindre et des survitesses au dessus et au dessous de l'obstacle.

En ce qui concerne les lignes de courant, il est intéressant de constater que le décollement est nettement retardé en turbulent par rapport au régime laminaire. La symétrie est perdue suivant les deux axes.

6. Validation numérique :

En termes de contrôle d'écoulement, les coefficients aérodynamiques sont souvent utilisés comme objectif d'optimisation [17]. Afin de valider nos études, nous avons étudié la variation du C_D pour des Reynolds compris dans la zone du régime stationnaire. Nous avons donc comparé nos résultats à ceux expérimentaux de Jyoti Chakraborty et de M.Kawaguti.

L'étude menée par Jyoti Chakraborty est une description d'une étude numérique d'un écoulement permanent d'un fluide incompressible newtonien autour d'un cylindre circulaire placé dans un tunnel rectangulaire. Le logiciel utilisé est Fluent (version 6.0) en 2D. Les résultats sont donnés pour une gamme de Reynolds comprise entre 0.1 et 200. Les paramètres de l'écoulement tel le coefficient de traînée, la longueur de la zone de recirculation sont présentés en fonction de Re.

Les conditions aux limites appropriées pour cet écoulement sont les suivantes:

- A la section d'entrée de la veine:
La vitesse de l'écoulement est supposée constante: $V_x=U_e$, $V_y=0$
- Loin de la paroi solide: $V_x=U_e$, $V_y=0$; U_e : vitesse de l'écoulement libre.
- Sur la surface du cylindre: adhérence à la paroi: $V_x=V_y=0$

Pour notre étude, nous vérifions que le code de calcul représente correctement la dynamique stationnaire de l'écoulement autour du cylindre, on remarque aussi qu'il modélise correctement les différents régimes d'écoulement décrits précédemment (figures VI.24/28/32/36/38/41) à savoir pour $1 < Re < 5$, l'écoulement est dit rampant non décollé. Pour $5 < Re < 50$, ici $Re=20$, le régime présente une zone de recirculation décollée stationnaire. Au-delà d'un Reynolds de 60 ($Re=100$), le volume des tourbillons augmente et la zone de turbulence cesse d'être limitée. Les couches de discontinuité s'enroulent en tourbillons qui se détachent alternativement. Ces tourbillons constituent un ensemble stable qui se

déplace en bloque entraîné par le courant. C'est le régime des tourbillons de VON KARMAN. Pour $Re=10^5$, le sillage après le décollement devient turbulent, et la simulation en 2D devient insuffisante ce qui valide nos résultats obtenus qui sont en conformité avec ceux des auteurs.

6.1. Coefficient de traînée :

Le tableau (VI.1), résume les valeurs du coefficient de traînée pour différentes valeurs du nombre de Reynolds sachant que le coefficient de traînée est donné par [16]:

$$C_D = \frac{T}{\frac{1}{2}\rho U^2 DL} \quad (6.9)$$

Avec $DL=S$ est la surface frontale exposée à l'écoulement, D et L sont le diamètre et la longueur du cylindre, T est la force de traînée.

Tableau (VI.1): Comparaison des valeurs du coefficient de traînée avec celles de la littérature.

Nombre de Reynolds (Re) Coefficient de traînée	10	20	30	40	50
Nos résultats	2,75	1,86	1,62	1,47	1,34
Jyoti Chakraborty	2,78	2,02	1,7	1,51	1,39
M.Kawaguti	2,87	2,09	1,76	1,52	1,44

On remarque que les valeurs obtenues sont proches de celles de la bibliographie.

La Figure (VI.42) montre la courbe de variation du coefficient de traînée C_D en fonction du nombre de Reynolds (Re), dans le cas d'un écoulement confiné, ainsi que pour l'expérience de Jyoti Chakraborty et l'expérience de M.Kawaguti.

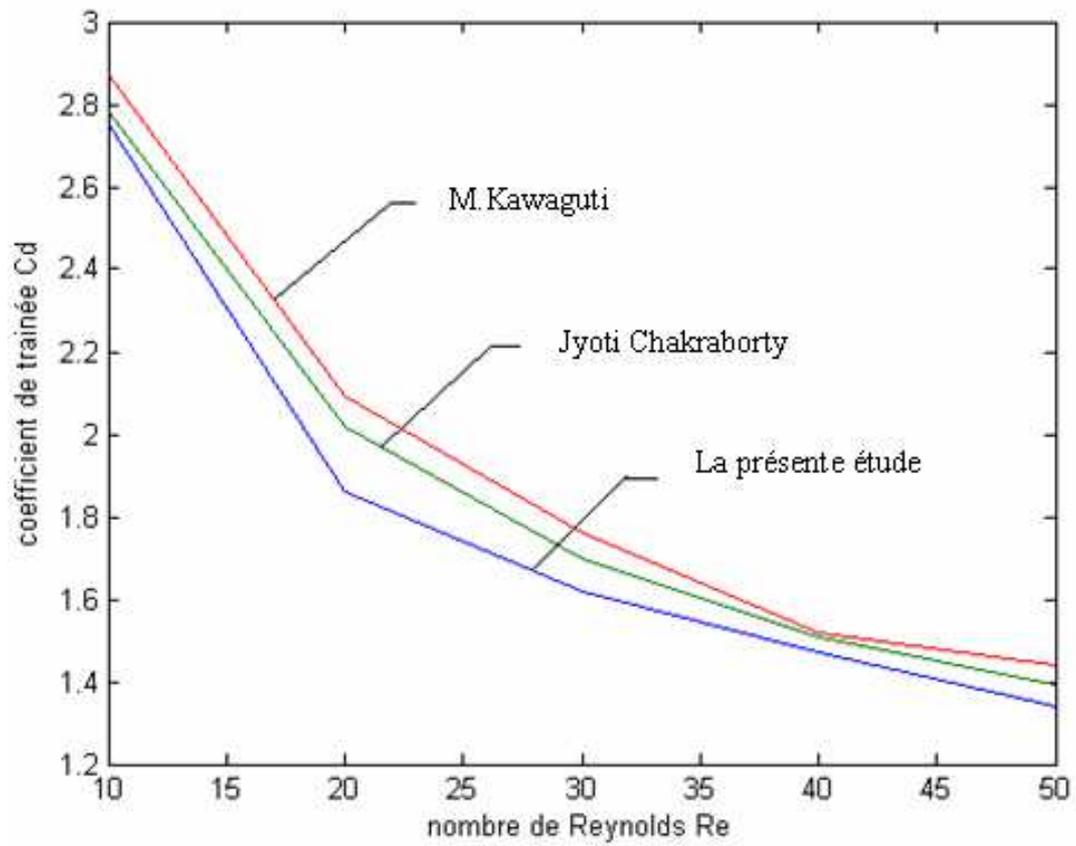


Figure VI.42 Comparaison du coefficient C_D en fonction de Re avec la littérature (M.Kawaguti et Jyoti Chakraborty).

Conclusion

La conception de cette soufflerie a été menée avec une bonne approche. Les calculs des paramètres des différents éléments ont été respectés et sont conformes à la réalité.

Le but était qu'avec une vitesse d'entrée de 6m/s, on arrive dans la veine d'essai avec une vitesse qui avoisine 60 m/s. ce qui fut fait, car d'après le diagramme des vitesses, la valeur de 60m/s est atteinte en respectant le type d'écoulement en conformité avec le nombre de REYNOLDS. Pour valider nos résultats, on a réalisé des essais sur cette machine en glissant un cylindre de diamètre de 7.5cm dans la veine et étudier l'écoulement d'air autour de celui-ci

Le cas bidimensionnel (2D) a été privilégié pour assouplir la modélisation numérique, Mais au delà d'une valeur particulière du nombre de Reynolds une étude tridimensionnelle (3D) s'impose pour refléter une étude physique réelle.

Le modèle du cylindre est intéressant du point de vue validation du code de calcul, et des résultats obtenus. C'est son principal intérêt à l'heure actuelle où la recherche en dynamique des fluides est axée sur la simulation numérique.

En effet, l'écoulement d'air autour du cylindre dans la soufflerie permet la validation de notre modèle qui est en conformité avec les résultats existant dans la littérature.

Suggestions :

Ce qui serait intéressant encore plus c'est bien sur la réalisation de cette soufflerie, d'introduire de nouvelles méthodes de mesures qui sont d'actualité telles :

- la vélocimétrie à fil chaud: l'échange de chaleur entre celui-ci et le fluide permet de calculer les valeurs de la vitesse en différents points et avec une sonde à 2 fils perpendiculaires permet de calculer les valeurs des fluctuations de la vitesse en régime turbulent.
- La PIV (Particle image velocimetry): C'est une technique optique non intrusive de mesure de vitesses d'un écoulement. Elle permet d'accéder à des champs de vitesses instantanées sur un plan. La technique est d'ensemencer l'écoulement, de particules réfléchissantes de la lumière afin de permettre l'acquisition d'images.
- La vélocimétrie laser: Elle est maintenant la technique la plus utilisée dans les laboratoires de recherche et elle commence à se répandre dans l'industrie

Références bibliographiques

- [1] Thèse 'soufflerie subsonique'. Université de VALENCIENNES. Régis Cartier. A. Mai 1984
- [2] LANDAU et LIFSHITZ 'mécanique des fluides'. Edition MIR, tome 6 – 669 pages – 1971.
- [3] Favre - L.S.G KOVASNAY - R. Dumas – J. JAVIGLIO. M COANTIC. La turbulence en mécanique des fluides – Bases thermiques et expérimentales – méthodes statiques. 411 pages – 1976.
- [4] HUBERT LOMBROSO. 'Problème de physique' : mécanique des fluides. 2^{ème} année PSII, PC 2^{ème} édition. 1997 – 339p
- [5] P. Rebuffet : aérodynamique expérimentale. Tomes I et II (554 et 823 p). Edition. DUNOD. Paris.1969
- [6] H. Schlichting 'Boundary layer theory' Mc Graw hill. 647 pages – 1979.
- [7] I.E IDEL'CIK. Mémento des pertes de charge. Traduit en 1969 du russe par Mme M. MEURY – 494 pages.
- [8] I. Paraschivoiu ; M. Prud'homme ; L. Robillard ; P. Vasseur. 'Mécanique des fluides'. Editeur Ecole polytechnique Montréal. 450 pages. 2003.
- [9] J. Cousteix. 'Aérodynamique, turbulence et couche limite. Editeur CEPADUES. 656 pages. 1989.
- [10] Pierre- Arnaud. Raviart. 'Les méthodes des éléments finis en mécanique des fluides'. Eyrolles. 1981. 136 pages.
- [11] G.K. BATCHELOR. 'An introduction to fluid dynamics'. CAMBRIDGE. University press 2000. 609 pages.
- [12] JEAN PHILIPPE MARCOTTE. 'Méthodes itératives pour la résolution par éléments finis du problème de STOKES non linéaire. Montréal Canada 2000
- [13] P.M Gresho, RL. SANI, Gresho. 'Incompressible flow and the finit elements method'. Editeur : Wiley professional software. 480 pages. 2000.
- [14] Y. NOGUCHI. Flow measurements and computational fluid dynamics. Department of aeronautical and mechanical engineering. SaLFORD ENGLAND.1990
- [15] Jeff Quilliam and Tim Wotherspoon. Fluid dynamics and Taylor columns math 3743 Dr Karsten March 25th 2002.

- [16] EWALD Hunsinger - Michael OFFERLIN. Aérodynamique et l'origine des traînées parasites. 1997.
- [17] Jyoti Chakraborty, Nishith Verma, R.P. Chhabra, "wall effects in flow past a circular cylinder in a plane channel: a numerical study", department of chemical engineering, Indian institute of technology, Kanpur 208016, India, (11, February 2004).
- [18] M.Kawaguti, p.jain, numerical study of a viscous fluid flow past a circular cylinder, J.phys. Soc. Jpn. 2005.

Références des Figures

1. Figure 1.1: Jeff Quilliam and Tim Wotherspoon. Fluid dynamics and Taylor columns math 3743 Dr Karsten March 25 2002.
2. Figure 2.1: IUP. Génie des systèmes industriels de GRENOBLE – PH-Marty.
3. Figure 3.1: Ecoulement incompressible des fluides visqueux. Introduction à la couche limite. DAVID LE TOUZE.
4. Figure 3.2: thèse 'soufflerie subsonique'. Université de VALENCIENNES. Régis Cartier.
5. Figure 3.3 : Comolet tome III.
6. Figure 4.1 : Soufflerie du type EIFFEL. Vue en plan. REBUFFET.
7. Figure 4.2 : thèse 'soufflerie subsonique'. Université de VALENCIENNES. Régis Cartier
8. Figure 4.3: Comolet tome III.
9. Figure 4.4 : Diffuseur continu $\alpha = 8$ à 10° . IDEL'CIK. Page 111.
10. Figure 4.5 : REBUFFET DUNOD. 3^{ème} édition. 1969.
11. Tableau des éléments. IDEL'CIK :
 - Veine : diagramme [2.2]. page 70.
 - Divergent : diagrammes [5.3], [5.5], [5.2], et [2.2].
 - Buse ou conduite uniforme : diagramme [2.2]. page 68.
 - Convergent: diagramme [3.7]. page 93 et diag [5.2], [5.5].
 - Caisson: diagramme [2.2]
 - Grillage: diagramme [8.6]. Page 307.
 - Nid d'abeille: diagramme [4.1].
12. Figure 6.1: Projet ENSIMAG. MICHAEL ANGEL et VINCENT JANICOT. Simulation de l'écoulement d'un fluide autour d'un cylindre. Utilisation du logiciel FIDAP.
13. Figures 6.2.1/2 et VI.3 : Be-Fluent. Sophie HEINRICH et NICHOLAS DAGET. 2000/2001.
14. Figure 6.4 ICFD institute of computational fluid dynamics. HARAMACHI, MEGURO-KO, TOKYO – 152 – 0011 Japan.
15. Figure 6.13 : Thèse de doctorat. INP de TOULOUSE. RADOLPH PERRIN. 2005