

UNIVERSITE SAAD DAHLEB DE BLIDA

Faculté des Sciences de l'Ingénieur

Département de Génie Mécanique

MEMOIRE DE MAGISTER

Option : Construction Mécanique

**Identification des Dommages dans les Barres d'Acier
en Employant des Indices Basés sur l'Analyse Modale
Expérimentale et Numérique**

Par

MELLAL NACIM

Devant le jury composé de :

H. FERDJANI	Maître de conférences, U. de Blida	Président
A. ALLALI	Maître de conférences, U. de Blida	Examineur
A. BELAIDI	Maître de conférences, U. de Boumerdes	Examineur
M. OUALI	Professeur, U. de Blida	Rapporteur
M. DOUGDAG	Chargé de Recherche, <i>CRNB de Birine</i>	<i>Co-Rapporteur</i>

Blida, Juin 2010

REMERCIEMENTS

Avant de tourner la page de l'année de thèse enfin concrétisée par ce mémoire, j'ai très envie de m'adonner à l'exercice ultime et sincère des remerciements.

*J'aimerais bien évidemment débiter cette page en remerciant le **Dieu ALLAH** le tout **Puissant** qui ma donné la force, le courage et la patience de bien mener ce travail.*

*J'adresse mes reconnaissances à mes directeurs de mémoire le Professeur **M. OUALI**, Professeur à l'Université Saad Dehlab de Blida et Monsieur **M. DOUGDAG** Chargé de recherche au Centre de Recherche Nucléaire de Birine pour tout le temps qu'ils m'ont accordé mais aussi pour la sympathie qu'ils me témoignent.*

*Je remercié Docteur **H. FERDJANI** Maître de conférences à l'Université de Blida, qui a bien voulu assurer la Présidence de mon jury ainsi que Docteur **A. ALLALI** Maître de conférences à l'université Blida et le Docteur **A. BELAIDI** Maître de Conférences à l'Université de Boumerdes, pour avoir accepté de juger ce modeste travail.*

Mes remerciements vont aussi à l'ensemble du corps enseignant de la Post-Graduation de l'Université de Blida auprès desquels j'ai souvent pu trouver réponses à mes questions.

*Sans pouvoir, malheureusement, recenser tous ceux qui participent à rendre meilleur mon environnement de travail, je pense aux services administratifs et formation & information du Centre de Recherche Nucléaire de Birine, je voudrais adresser un merci particulier à Monsieur **M. SEMINE** directeur de division au CRNB de m'avoir accueilli au sein de la DSNR.*

*Je tiens à exprimer mes reconnaissances à Messieurs **A. ATTARI**, **B. MOHAMMEDI**, **M. SALHI**, **F. KHERFI** et **D. KHELFI** Chercheurs au CRNB, collègues de longues dates pour leur soutien inconditionnel, leur amitié a beaucoup d'importance pour moi. Mes remerciements vont aussi à Messieurs **M. DJAOUI**, **D. SAAD**, **F. FEKKAR**, **K. REZOUG**, et **A. BOUAAM** Chercheurs au CRNB pour leur aide fructueuse.*

Mes sentiments vont également à tout le personnel du CRNB et à tous mes collègues de la promotion 2008 ainsi qu'à toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

TABLE DES MATIERES

RESUME	4
LISTE DES ILLUSTRATIONS, GRAPHIQUES ET TABLEAUX	5
LISTE DES SYMBOLES ET DES ABREVIATIONS	7
INTRODUCTION	8
CONCEPTS DE BASE DE LA DYNAMIQUE DES STRUCTURES ET DE L'ANALYSE MODALE THEORIQUE	11
1.1 Analyse dynamique du comportement des structures.	12
1.2 Analyse Modale Théorique	13
1.2.1 Principe de l'analyse modale	13
1.2.2 Théorie de base de l'analyse modale	14
ANALYSE MODALE EXPERIMENTALE : OUTIL DE DIAGNOSTIC	22
2.1 Notions de mesures de vibrations	22
2.1.1 Chaîne de mesure	22
2.1.2 Instrumentation de mesure	22
2.2 Analyse modale expérimentale	23
2.2.1 Notions de l'analyse modale expérimentale	23
2.2.2 Définitions de l'analyse modale expérimentale	24
2.2.3 Principe de mesure	25
2.2.4 Fonction de Réponse en Fréquence (FRF)	26
2.2.5 Conditions de mesure par analyse modale expérimentale	26
2.2.6 Etapes de mesure	27
2.2.7 Méthodes d'identification des paramètres modaux	28
ELEMENTS DE LA MECANIQUE DE LA RUPTURE ET MODELE ANALYTIQUE BASE SUR LA VARIATION DE LA FLEXIBILITE LOCALE	33
3.1 Définitions	33
3.2 Modes de rupture	34
3.3 Mécanique linéaire de la rupture	34
3.3.1 Champ de contrainte et champ de déplacement en pointe de fissure	35
3.3.2 Critère de la rupture fragile (ou critère de Griffith)	36
3.3.3 Relation entre K_I et G	36
3.4 Modèle analytique basé sur la variation de la flexibilité locale	36
3.4.1 Cas d'une poutre prismatique :	36
3.4.2 Cas d'une poutre cylindrique pleine	38
METHODES DE DETECTION DES DOMMAGES BASEES SUR L'ANALYSE MODALE EXPERIMENTALE	40
4.1 Méthodes basées sur le changement des paramètres modaux principaux	41
4.2 Méthodes basées sur le changement de fréquence	41
4.3 Méthodes basées sur le changement des déformées propres	42

4.4 Méthodes basées sur la modification de l'amortissement	43
4.5 Méthodes basées sur le changement d'indicateurs évolués	43
4.5.1 Changement de la courbure des déformées propres (MCDP)	43
4.5.2 Changement de flexibilité	43
4.5.3 Méthode de l'indicateur d'endommagement (MID) basée sur le changement de l'énergie de déformation	44
ETUDE EXPERIMENTAL ET NUMERIQUE	45
5.1 Etat de l'art	47
5.2 Conditions expérimentales	50
5.3 Matériel d'essai et Préparations	50
5.3.1. Matériels d'essai	50
5.3.2 Préparations	53
5.4 Investigations sur les indicateurs d'endommagement	60
5.4.1 Investigations Expérimentales	61
5.4.2 Etude de la sensibilité	69
5.5. Investigations par calcul Numérique	71
5.5.1 Code de Calcul de structure utilisé	71
5.5.2 Modèle numérique	71
5.5.3 Vérification du calcul numérique	73
5.5.4 Etude de l'effet de la position et de la profondeur de la fissure sur les paramètres modaux par l'utilisation de élément poutre	73
5.6 Etude et investigation sur la variation des parametres modaux d'un tube en acier	79
5.6.1 Description de l'éprouvette tube	80
5.6.2 Comparaison des Résultats théoriques et expérimentaux	81
5.6.3 Comparaison entre différentes sections	82
5.6.4 Analyse modale numérique d'un tube en acier	83
5.7 Approche de diagnostic	89
5.7.1 Méthode de détection par approche globale	90
5.7.2 Méthode de localisation par approche local	90
5.7.3 Variation des autres paramètres modaux	93
CONCLUSION	94
REFERENCES	97

ملخص

تتعرض الهياكل الميكانيكية في المنشآت الصناعية لعدة أنواع من الضرر بسبب الأحمال الزائدة أو بسبب آثار الشيخوخة الصناعية. الشيء الذي يقلل من صلابتها المحلية و يغير بالتالي من خصائصها الديناميكية. يمكن إذاً تحديد هذا الضرر و هذا التدهور من خلال تحليل هذه الخصائص لهذه الهياكل (الترددات الطبيعية، خصائص التخميد ومُعلمات التشويه).

في هذه الدراسة، نقوم بتحضير طريقة تقوم على تحليل البيانات التجريبية للخصائص الديناميكية و الاهتزازية للهياكل الانبوبية، لكشف وتحديد الشقوق والأضرار الناجمة. وتحقيقاً لهذه الغاية، نقوم بدراسة حساسية خصائص الاهتزاز لوجود الضرر من خلال وضع برنامج تجريبي على عرائض وأنباب تتعرض لأضرار مصطنعة. تقييم هذه التجارب و النماذج الرقمية أدى إلى استنتاج تقنية للكشف عن التشققات و الأضرار على أساس تحليل تباين الخصائص الديناميكية من قبل وبعد وجود الضرر.

Abstarct

Mechanical systems in industrial plant are susceptible to several kinds of deterioration due to excessive loading or natural ageing, among other causes. Such degrading process may origin localized decreases of the structure's stiffness, which may identified through analysis of dynamics characteristics of a structure, namely its eigenproperties (natural frequencies, modal damping and modes of vibration). In this study, a combined computational-experimental method is developed to detect and localize crack and damage in tubular structure by modal analysis. The method is based on modal testing and geometrical finite element modeling

To this end, we investigate the sensibility of the structural vibration characteristics to quantitative damage variations. An experimental program was developed on beams and pipes subjected to controlled damage levels. The tests and the computational model performed allowed the evaluation of a damage detection technique based on the modal parameter deviation between damaged and undamaged structural vibration modes.

RESUME

Les structures mécaniques dans des installations industrielles sont sujettes à plusieurs types de détériorations dues à des charges excessives ou à des effets de vieillissement. Ce processus de dégradation diminue la rigidité locale de ces structures, cette dégradation peut être identifiées par l'analyse des caractéristiques dynamiques (paramètres modaux) de ces derniers (fréquence propre, amortissement modal et déformée modale). Dans cette étude, une méthode basée sur des données expérimentales a été développée pour détecter et localiser des fissures et des dommages dans une structure tubulaire par analyse modale. À cette fin, on étudie la sensibilité des caractéristiques de vibration aux dommages. Les tests effectués et le modèle de calcul établi ont permis l'élaboration d'une technique de détection des fissures en basant sur l'analyse de la variation des paramètres modaux avant et après endommagement.

LISTE DES ILLUSTRATIONS, GRAPHIQUES ET TABLEAUX

Figure 1.1 : Interprétation du modèle analytique	16
Figure 2.1 : Système de mesure avec une seule excitation	22
Figure 2.2 : Principe de superposition	24
Figure 2.3 : Analyse modale expérimentale	26
Figure 2.4 : Méthode de l'amplitude de pic	29
Figure 2.5 : Méthode de lissage du cercle	30
Figure 2.6 : Méthode inverse	30
Figure 3.1 : Modes de rupture	34
Figure 3.2 : Zone fissurée	34
Figure 3.3 : Fissure dans un milieu infini	34
Figure 3.4 : Modèle d'une poutre prismatique avec fissure	37
Figure 3.5 : Modèle d'une poutre cylindrique pleine fissurée	38
Figure 4.1 : Méthode de détection des dommages par analyse modal	41
Figure 5.1 : Chaîne de mesure et montage	52
Figure 5.2 : Eprouvette n°1 de longueur 800 mm et points de mesures	52
Figure 5.3 : Interaction support barre cylindrique pleine	55
Figure 5.4 : Estimation des fuites par Comparaison des déplacements	56
Figure 5.5 : Gamme de fréquences de comportement de la barre carrée	56
Figure 5.6 : Gamme de fréquences mesure pour l'éprouvette cylindre plein	56
Figure 5.7 : Mesure et identification des fréquences propres (barre carrée)	57
Figure 5.8 : Comparaison entre accéléromètre et capteur de déplacement	58
Figure 5.9 : Amplitude de la Compliance de la poutre carrée non fissurée	59
Figure 5.10 : Amplitude de la Compliance de la poutre cylindrique non fissurée	59
Figure 5.11 : Signal temporel du déplacement	60
Figure 5.12 : Spectre des accélérations pour la barre à section carrée	60
Figure 5.13 : superposition des signaux temporels des déplacements	61
Figure 5.14 : Difficulté de comparaison des Boucles d'hystérésis	61
Figure 5.16 : Boucle d'hystérésis pour la poutre carrée fissurée	62
Figure 5.17 : Variation de la rigidité pour la barre fissurée de 1 mm	63
Figure 5.18 : Souplesse et Raideur globale	63
Figure 5.19 : Réponse de la poutre fissurée avec plusieurs profondeurs	64
Figure 5.20 : Evolution des trois modes en fonction de la profondeur de la taille	66
Figure 5.21 : Evolution du premier et du troisième mode	66
Figure 5.22 : <i>Variation de l'amortissement modal des barres carrée et ronde</i>	67
Figure 5.23 : Elévation des amplitudes de la Compliance de la poutre carrée	68
Figure 5.24 : Elévation des amplitudes de la Compliance de la poutre ronde	68
Figure 5.25 : Variation de l'amplitude FRF des 03 modes de la poutre carrée	68
Figure 5.26 : Variation de l'amplitude FRF des trois premiers modes	68
Figure 5.27 : Variation des fréquences pour différents modes pour un rond	69
Figure 5.28 : Variation relative des coefficients d'amortissement	70
Figure 5.29 : Variation relative de la l'amplitude de la FRF	
Figure 5.30 : Élément Beam4, élément Solid168 et élément Pipe 16	72
Figure 5.31 : Modèle de poutre fissurée	72
Figure 5.32 : Modèle en éléments finis beam4	72
Figure 5.33 : Modèle d'un tube en éléments Solid186	72
Figure 5.33 : Variation des fréquences propres (numériques et expérimentales)	73

Figure 5.34 : Variation de la fréquence du mode 1	74
Figure 5.35 : Décalage des fréquences	74
Figure 5.36 : Calcul théorique de la Souplesse et Raideur locale	75
Figure 5.37 : Variation des trois déformées modales par changement du E	
Figure 5.38 : Variation de la déformée modale de mode 2 par changement du E	
Figure 5.39 : Variation des fréquences avec le rapport de profondeurs	78
Figure 5.40 : Variation des fréquences avec le rapport de positions de la fissure	78
Figure 5.41 : Trois premiers modes de la barre à section carrée	79
Figure 5.42 : Variation du rapport des fréquences expérimentale	79
Figure 5.43 : Décalage des fréquences modales expérimentales des tubes	81
Figure 5.44 : Sensibilité Relative des modes du tube	82
Figure 5.45 : Sensibilité Absolue des modes du tube	82
Figure 5.46 : Effet de la section sur la sensibilité des fréquences pour les modes	83
Figure 5.47 : Discrétisations volumique et discrétisation par élément pipe	84
Figure 5.48 : Variation du rapport des fréquences avec le rapport de profondeurs	
Figure 5.49 : Variation des fréquences avec le rapport de positions de la fissure	
Figure 5.50 : Déformés modales des trois premiers modes du tube en acier	86
Figure 5.51 : Variation du rapport des fréquences avec le rapport de profondeurs de la fissure pour différentes positions de fissure dans le tube	87
Figure 5.52 : Variation du rapport des fréquences avec le rapport de positions de la fissure pour différentes profondeurs de fissure dans le tube	87
Figure 5.53 : Déformés modales des trois premiers modes du tube en acier	88
Figure 5.54 : Variation du rapport des fréquences avec le rapport de profondeurs	88
Figure 5.55 : Variation du rapport des fréquences avec le rapport de positions	
Figure 5.56 : Trois premiers modes du tube en acier	89
Figure 5.57 : Spectre de FRF sur la gamme 0 - 3200 HZ sur DAQ700	90
Figure 5.57 : Variation de la raideur locale en fonction d'a/D	91
Figure 5.58 : Variation de la sensibilité de la raideur locale	91
Figure 5.59 : Variation des fréquences modales selon la position de mesures	92
Figure 5.60 : Fluctuation relative des sensibilités des fréquences	93
Figure 5.61 : Amplitude, phase et partie réelle et imaginaire de l'inertance	93
Tableau 5.1 : Fréquences analytiques des barres saines	59
Tableau 5.2 : Fréquences modales expérimentales de la barre en acier	65
Tableau 5.3 : <i>Amortissements modaux des poutres carrées</i>	66
Tableau 5.4 : <i>Amortissements modaux des poutres (à section ronde)</i>	66
Tableau 5.5 : Amplitude des Compliances des trois modes de la barre carrée	68
Tableau 5.6 : Comparaison des fréquences mesurées et calculées	73
Tableau 5.7 : Rapport entre fréquences mesurées et celles calculées	2
Tableau 5.8 : Rapport entre fréquences propres calculées pour le tube sain	83
Photo1 : Laboratoire des vibrations au niveau du CRNB	51
Photo 2 : Banc d'essai	51
Photo 3 : Analyseur de signaux 2032	51
Photo 4 : Programme INTERFAC IEEE	51
Photo 5 : PC avec carte d'interface IEEE et amplificateurs	51
Photo 6 : Mesure statique de la rigidité statique du cylindre plein	63

LISTE DES SYMBOLES ET DES ABREVIATIONS

- λ_i : valeurs propres
 ω, f : pulsation propre, fréquence propre
 $[\Phi], [\Psi]$: matrice des vecteurs propres (modale)
 $\{\Phi\}, \{\Psi\}$: vecteur propre
 ζ_r : facteur d'amortissement
 ν : rapport de POISSON
 σ_r : Coefficient d'amortissement
 $[\alpha(\omega)]$: matrice de receptance
 ρ : masse volumique
 $[M], [K]$ et $[C]$: matrices masse, matrice rigidité et amortissement visqueux
 N : nombre total de degrés de liberté
 E : module de YOUNG
 G : module de cisaillement
 Q : facteur de qualité
 K : facteur d'intensité de contrainte
 R : rayon de la poutre
 $\{X\}$: vecteur déplacement
 t : temps
 I : moment d'inertie
 a : profondeur de la fissure
 h, d : hauteur de la section, diamètre de la section
 b : largeur de la poutre
 d : diamètre de la poutre
 $\{f\}$: vecteur des forces extérieures de sollicitation

LISTE DES ABREVIATIONS

- ddl : degré de liberté
 SDOF : système à un seul degré de liberté
 MDOF : système à un plusieurs degrés de liberté
 FRF : fonction de réponse en fréquence
 MEF : méthode des éléments finis
 SCA : Système conservatif associé

INTRODUCTION

Dans les installations industrielles, les méthodes courantes d'inspection et de contrôle non destructives (détection acoustique, Radiographie par rayon X, ultrasons...) sont généralement employées pour détecter et localiser les dommages dans une structure. Le but est d'empêcher les défaillances inattendues dans les structures mécaniques et autres. Ces méthodes de CND sont très utiles dans le cadre de l'évaluation de l'intégrité d'un composant (cuve, enceinte sous pression,...) ou d'un système (pipeline, boucle d'essais...etc.), mais parfois inadaptées pour la surveillance continue (Monitoring) [1]. Ces techniques sont basées sur une évaluation locale des défauts. Elles exigent, à priori, une certaine connaissance de la distribution de dommages et nécessitent que le voisinage de la zone endommagée et la portion de la structure inspectée soient aisément accessibles. Ces méthodes sont coûteuses et exigent que la structure soit hors service.

Afin de constituer une base fiable et efficace pour une surveillance périodique ou continue d'un composant ou d'un système mécanique, sur la base d'indicateurs globaux, des approches plus perfectionnées de diagnostic de l'état des structures sont à considérer. Pour ce, un développement et une recherche de méthodes qui prennent en considération les changements des caractéristiques vibratoires constituent une bonne alternative. Cette dernière a été déjà utilisée depuis plusieurs années dans des domaines divers (aéronautique, génie civil et mécanique). Elle repose sur la relation entre les paramètres modaux et les propriétés de rigidité, d'amortissement et de la masse de la structure [2]. Ainsi, une modification des propriétés mécaniques par endommagement peut être suivie par une variation des paramètres modaux. L'étude de cette variation et la comparaison entre les paramètres mesurés de la structure saine et celle endommagée permettent d'avoir une idée sur l'endroit et la sévérité des dommages [3].

L'étude des caractéristiques modales pour l'évaluation et la quantification de la dégradation d'une structure suscite de nombreuses questions quant à la

sensibilité de détecter un endommagement, et elle peut être source de confusions du fait qu'un endommagement ou une dégradation est un phénomène local.

Les phénomènes locaux sont capturés par les fréquences élevées tandis que les basses fréquences tendent à caractériser le comportement global de la structure. Les faibles sensibilités des basses fréquences pour des réductions de rigidité de moins de 10 % ont été très souvent constatées [4]. De plus, d'un point de vue expérimental, il sera plus difficile d'exciter de hautes fréquences à cause du niveau d'énergie à mettre en œuvre.

Malgré les difficultés énoncées, des avancées dans la détection de dommages par essais vibratoires ont mené durant ces dernières années à de nouvelles méthodes aux applications importantes dans le domaine du contrôle et d'inspection des installations industrielles.

L'objectif de ce travail est d'élaborer une approche de surveillance globale qui pourra être complétée par une technique de contrôle locale. Cette approche répond aux deux enjeux essentiels qui sont respectivement la réalisation d'essai modal et la détection et/ou localisation des fissures sur des éléments de structures types tubulaires.

Le premier enjeu nécessite le développement de techniques d'identification modale expérimentale appropriées tandis que le second requiert le développement d'une méthode d'évaluation performante, sensible, fiable reposant sur un modèle numérique (de type éléments finis), réseau de neurones ou autres techniques.

Pour répondre aux objectifs fixés, le mémoire est structuré en deux parties respectivement consacrées à une synthèse bibliographique et aux études expérimentale et numérique.

La première partie se compose de quatre chapitres. Dans le premier chapitre, on aborde l'étude de l'analyse dynamique du comportement des structures mécaniques, pour dégager le fondement théorique de l'analyse modale. Le deuxième chapitre est consacré à l'étude bibliographique des éléments relatifs au test modal expérimental (les principes de mesure, les étapes du test et les éléments de la chaîne de mesure), et à la présentation des méthodes utilisées pour l'extraction des paramètres modaux. Dans le troisième chapitre, on présente les notions principales de la mécanique de la rupture, en mettant en évidence les effets de la présence de fissures sur les paramètres

modaux. Dans le quatrième chapitre, on présente les méthodes de détection des dommages basées sur les méthodes expérimentales.

Dans la deuxième partie, on réalise une série de tests d'analyse modale expérimentale sur des barres (barres en acier de différentes sections) fissurées et non fissurées. L'objectif est de cerner des paramètres modaux qui pourront être utilisés comme indicateurs de suivi et de détection des dommages. Pour cela, on étudie la variation des paramètres modaux établis avant et après fissuration en fonction de la position et de la taille du dommage tout en analysant et discutant la sensibilité des caractéristiques modales des cas de poutres et de tubes vis-à-vis des dommages structuraux.

Ce mémoire se termine par une conclusion générale dans laquelle on rappelle le cadre de l'étude, les principaux résultats obtenus sur la détection des fissures par analyse modale et des perspectives sont également proposées pour la poursuite de ce travail.

CHAPITRE 1

CONCEPTS DE BASE DE LA DYNAMIQUE DES STRUCTURES ET DE L'ANALYSE MODALE THEORIQUE

L'étude du comportement vibratoire d'une structure ou d'un système mécanique est souvent déterminante pour l'amélioration des conditions de sécurité, de précision et de confort [5]. Une déformation dynamique non maîtrisée peut entraîner un vieillissement prématuré ou provoquer des nuisances sonores et vibratoires inacceptables [6, 7]. De ce fait, il est important de connaître et d'avoir une idée précise sur le comportement dynamique de la structure considérée.

L'analyse dynamique des structures s'occupe, entre autres, de l'étude et de la prévision du comportement des systèmes soumis à des chargements variables. Elle a pour but de prendre connaissance du comportement dynamique de la structure ainsi que de l'effet des modifications qui peuvent être apportées. Autrement dit, l'analyse dynamique revient à déterminer les fréquences et modes propres (analyse modale). Pour ce, il est possible de procéder par l'intermédiaire de modèles mathématiques ou expérimentaux.

Les modèles mathématiques sont beaucoup plus faciles à réaliser, mais la modélisation d'une structure n'est pas toujours évidente. En pratique, la majorité des structures à analyser sont plus au moins complexes, il est alors extrêmement difficile voir même impossible, de résoudre le problème par les méthodes analytiques. Dans certaines circonstances où la précision n'est pas exigée, ou pour l'estimation de deux ou trois premiers modes, la structure peut être représentée par un simple système discret équivalent [8 et 9]. Cependant, pour la majorité des problèmes rencontrés dans l'industrie, une telle modélisation est peu appropriée. Dans ce cas, le problème peut être analysé par des méthodes numériques d'approximation, comme la méthode des éléments finis (MEF).

En effet, la simulation basée sur les modèles mathématiques (MEF, BEM), reste moins onéreuse que l'expérimentation et permet aisément de tester différentes configurations de fonctionnement. Cependant, certaines parties des

structures telles que les assemblages mécaniques sont difficiles à représenter, et une modélisation adéquate de l'amortissement reste une tâche délicate.

L'expérimentation basée sur des mesures et des tests sur la structure ou son prototype, conduit à des modèles physiques représentant le comportement du système mécanique (modèle modal) [11]. L'importance de tests ne se résume pas seulement à l'analyse directe de la structure mais permettent aussi de vérifier les résultats des simulations.

Malgré l'évolution des techniques de mesures et la finesse actuelle des modèles numériques, les deux approches expérimentale et numérique peuvent mener à des résultats qui ne concordent pas rigoureusement. Cette différence est due essentiellement aux erreurs relatives à chacune des deux approches. Pour l'approche numérique, l'idéalisation de géométrie en plusieurs parties de la structure durant l'étape de modélisation entraîne des erreurs sur les caractéristiques dynamiques du modèle. D'autre part, les erreurs d'expérimentation sont inévitables et peuvent avoir des origines diverses (erreurs de calibration du matériel d'essai, positionnement de capteurs,...) [12]. Donc, les prédictions permises par un modèle dynamique basées uniquement sur des données expérimentales étant assez limitées, il est intéressant de les combiner avec ceux du modèle numérique. Cette étape peut conduire à une correction (on parle de recalage) de la description géométrique et matérielle ou à l'utilisation de modèles hybrides combinant prédictions analytiques et paramètres identifiés expérimentalement [13].

1.1 Analyse dynamique du comportement des structures

L'analyse dynamique d'une structure par la méthode des éléments finis consiste à discrétiser la structure en éléments de forme simple et de dimension finie, cela conduit à présenter, dans le cas général, le comportement du système linéaire, par le système matriciel suivant :

$$[M]\{\ddot{X}(t)\} + [C]\{\dot{X}(t)\} + [K]\{X(t)\} = \{f(t)\} \quad (1.1)$$

Où les matrices [M], [K] et [C] sont les matrices de masse, de raideur et d'amortissement de la structure. Le principe de réciprocité rend ces matrices de dimension (N x N) symétriques. La matrice [C], dans le cas où elle est prise en

compte, est généralement établie à partir des hypothèses formulées sur l'amortissement (équivalence).

La résolution de ce système d'équations différentielles donne la réponse du système mécanique en terme des ses caractéristiques dynamiques (modales).

L'analyse dynamique des structures par l'approche modale repose essentiellement sur l'étude des modes de vibration et dans ce domaine on distingue deux catégories d'approches :

1. Analytique ou théorique : formant ce qu'on appelle l'Analyse Modale Théorique (A.M.T).
2. Expérimentale : constituant l'ensemble de l'Analyse Modale Expérimentale (A.M.E) [14].

Les analyses théorique et expérimentale décrivent le comportement dynamique en terme de caractéristiques propres représentées par les déformées modales, les fréquences modales et les amortissements modaux.

1.2 Analyse Modale Théorique

A partir de l'équation (1.1) et en régime libre ($\{F(t)\}= 0$), il est possible d'établir le problème aux valeurs propres suivant (obtenu en considérant des solutions de type $\{x\} = \{X\}e^{\lambda t}$) :

$$(\lambda^2 [\mathbf{M}] + \lambda[\mathbf{C}] + [\mathbf{K}]) \{X\}= 0 \quad (1.2)$$

Les techniques de résolution du problème aux valeurs propres sont nombreuses et variées (méthode de RITZ, méthode de LANZOS et la méthode de RAYLEIGH, etc.). Le choix d'un algorithme particulier est conditionné essentiellement par la taille du modèle (taille des matrices) [15].

1.2.1 Principe de l'analyse modale

Le principe de l'analyse par superposition modale consiste à discrétiser un système à plusieurs degrés de liberté en une série de sous-systèmes à un seul degré de liberté (ddl) ou en un seul mode. Et comme chaque système à un seul ddl (mode) correspond une fréquence de résonance, une déformée modale et un coefficient d'amortissement, cette approche consiste à analyser le comportement dynamique des systèmes par la détermination des propriétés modales.

La technique de l'analyse modale est adaptée aux systèmes linéaires, elle est particulièrement efficace lorsque les modes propres fondamentaux sont dominants dans la réponse dynamique, c'est à dire si seuls les premiers modes sont susceptibles d'être excités.

Lorsque le problème est non linéaire ou si le contenu fréquentiel des forces d'excitation exige la prise en compte d'un nombre élevé de modes propres, la méthode de superposition modale est moins performante. Mais grâce à sa simplicité, elle constitue le procédé d'analyse dynamique le plus couramment utilisé [15].

L'approche modale consiste donc à résoudre l'équation régissant le mouvement de la structure (1.1) en deux étapes :

- résolution de l'équation sans excitation (système conservatif associé : SCA) qui fournit les modes propres de la structure (base modale orthogonale)
- résolution de l'équation avec l'excitation sur la base modale.

La solution de l'équation peut être alors obtenue en considérant le repère modal (SCA), ce qui conduit à des équations découplées qui peuvent être résolues indépendamment les unes des autres, puis on revient au repère initial (superposition des modes propres).

1.2.2 Théorie de base de l'analyse modale

L'équation matricielle (1.1) qui représente un système d'équations différentielles couplées du second ordre. Au moyen d'une transformation judicieuse, il est possible de découpler les équations de sorte que le système à plusieurs ddl puisse être considéré comme un ensemble de (N) systèmes simples à un seul degré de liberté. Ainsi, pour illustrer les notions de base de l'approche modale, on considère le cas réduit d'un système à un ddl à partir duquel on généralisera aux systèmes à plusieurs ddl's.

1.2.2.1 Propriétés du système à un seul degré de liberté

L'équation du mouvement d'un système linéaire à un degré de liberté peut être exprimée dans le cas où l'excitation est harmonique ($f(t) = F \sin(\omega t)$), par :

$$m\ddot{X} + c\dot{X} + kX = f(t) \quad (1.3)$$

Avec m , k , et c sont respectivement la masse, la raideur et l'amortissement visqueux du système SDOF.

L'équation (1.3) est une équation du domaine temps, le système peut également être décrit, dans le domaine fréquentiel ou dans le domaine Laplacien. C'est ainsi que la transformation de Laplace de cette équation peut s'exprimer comme suit (avec s : variable complexe) :

$$ms^2X(s) + csX(s) + kX(s) = F(s) \quad (1.4)$$

Ainsi, on introduit la fonction de transfert qui relie le déplacement à la force et qui s'exprime mathématiquement pour le cas de l'amortissement visqueux par :

$$H(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2 + cs + k} \quad (1.5)$$

Dans le domaine de Fourier (avec $s = j\omega$), le rapport de la sortie (réponse) sur l'entrée (excitation) est défini comme étant une Fonction de Réponse en Fréquence (FRF) ayant la forme suivante [17] :

$$H(\omega) = \frac{X(\omega)}{F(\omega)} = \frac{1}{k - \omega^2m + j\omega c} \quad (1.6)$$

1.2.2.1.1 Représentation graphique de la fonction de réponse en fréquence d'un système à un seul degré de liberté

Le comportement dynamique d'un système mécanique est étudié à travers sa FRF, cette dernière peut être présentée en terme de déplacement (Compliance ou Receptance: $\alpha(\omega)$), vitesse (Mobilité : $Y(\omega)$) ou accélération (Intertance : $A(\omega)$) [18].

La Compliance $\alpha(\omega)$, en présence d'amortissement visqueux, est une fonction complexe qui a une amplitude $|\alpha(\omega)| = |H(\omega)|$ et une phase $\theta(\omega)$ (figure 1.1).

$$|H(\omega)| = \frac{1/k}{\sqrt{(1 - (\omega/\omega_0)^2)^2 + (2\zeta\omega/\omega_0)^2}} \quad (1.7)$$

$$\tan(\theta) = \frac{2\zeta\omega/\omega_0}{1 - (\omega/\omega_0)^2} \quad (1.8)$$

La partie réelle et la partie imaginaire de la fonction $\alpha(\omega)$ seront respectivement données par [17]:

$$(\text{Re}(\alpha(\omega))) = \frac{k - \omega^2m}{(k - \omega^2m)^2 + (\omega c)^2} \quad (1.9)$$

$$(\text{Im}(\alpha(\omega))) = \frac{-\omega c}{(k - \omega^2m)^2 + (\omega c)^2} \quad (1.10)$$

Les différentes formes de la fonction de transfert peuvent être représentées dans le plan de BODE (amplitude et phase en fonction de la fréquence), ou dans le plan de NYQUIST (partie imaginaire en fonction de la partie réelle) [17].

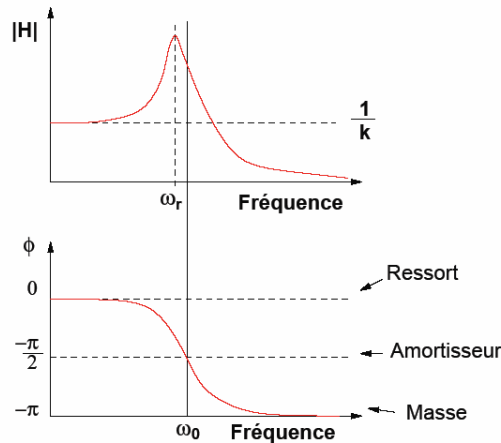


Figure 1.1 : Interprétation du modèle analytique

1.2.2.2 Propriétés d'un système linéaire à plusieurs degrés de liberté

Le comportement d'un système à plusieurs degrés de liberté, quand il est conservatif, peut être représenté par l'équation matricielle suivante :

$$[M]\{\ddot{X}(t)\} + [K]X(t) = \{f(t)\} \quad (1.11)$$

En régime harmonique, $\{f(t)\} = \{F\}e^{st}$, où $s = j\omega$, ω étant la pulsation de la force excitatrice. La solution particulière harmonique (réponse forcée) du système conservatif est donnée par : $\{X(t)\} = \{X\}e^{st}$, de ce fait l'équation (1.11) devient :

$$([K] - \omega^2 [M]) \{X\} = \{F\} \quad (1.12)$$

Si les matrices $[M]$ et $[k]$ sont de grandes tailles et remplies, il serait difficile de trouver l'inverse de la matrice $([k] - \omega^2 [M])$; c'est la raison pour laquelle on préfère de développer la réponse forcée sur une base modale du système conservatif. On doit alors simplifier le problème en supposant des hypothèses et en exprimant la réponse dans le repère modal.

1.2.2.2.1 Problème aux valeurs propres

Le développement le plus simple de la réponse est obtenu en utilisant la base modale du système conservatif associé (SCA), ce système est définie par :

$$([K] - \omega^2 [M]) \{X\} = \{0\} \quad (1.13)$$

Ce système obtenu est un problème aux valeurs propres, le polynôme caractéristique est représenté par le déterminant $\det([K] - \omega^2 [M])$, dont les N solutions $\lambda_i = \omega_i^2$ définissent les valeurs propres du système. Les vecteurs $\{\psi_i\}$ non nuls associés aux valeurs propres λ_i représentent les vecteurs propres et sont obtenus à un facteur d'échelle près.

$$([K] - \omega_i^2 [M]) \{ \psi_i \} = \{0\} \quad (1.14)$$

On regroupe les valeurs propres dans la matrice spectrale diagonale $[\Lambda]$ et les vecteurs propres dans la matrice modale $[\psi]$.

$$[\psi] = [\{\psi_1\}, \{\psi_2\}, \{\psi_3\}, \dots, \{\psi_n\}] \quad (1.15)$$

$$[\Lambda] = \begin{bmatrix} \cdot & & & & \\ & \omega_i^2 & & & \\ & & \cdot & & \\ & & & \cdot & \\ & & & & \cdot \end{bmatrix} \quad (1.16)$$

Les matrices $[\psi]$ et $[\Lambda]$ représentent le modèle modal [8].

1.2.2.2 Propriétés d'orthogonalité et d'ortho-normalité

On peut montrer facilement que les vecteurs propres satisfont les propriétés d'orthogonalité relativement aux matrices $[M]$ et $[K]$, se traduisant par les transformations suivantes [14]:

$$[\psi]^T [M] [\psi] = \begin{bmatrix} \cdot & & & & \\ & m_i & & & \\ & & \cdot & & \\ & & & \cdot & \\ & & & & \cdot \end{bmatrix} \quad (1.17)$$

$$[\psi]^T [K] [\psi] = \begin{bmatrix} \cdot & & & & \\ & k_i & & & \\ & & \cdot & & \\ & & & \cdot & \\ & & & & \cdot \end{bmatrix} \quad (1.18)$$

Les vecteurs propres modaux étant linéairement indépendants et forment une base dans laquelle tout vecteur arbitraire non nul (déplacement) peut être exprimé par une combinaison linéaire des vecteurs propres [14].

Les vecteurs propres $\{\psi_i\}$ étant donnés à un facteur d'échelle près arbitraire non nul, donc, m_i et k_i ne sont pas uniques, d'un autre côté, leurs rapport k_i/m_i est égal à la valeur propre ω_i . Ce qui conduit à une normalisation des vecteurs propres par rapport à la masse en donnant les relations suivantes sous forme matricielle :

$$[\Phi]^T [M] [\Phi] = [I] \quad (1.19)$$

$$[\Phi]^T [K] [\Phi] = [\Lambda] \quad (1.20)$$

Où $[\Phi]$ est la matrice des vecteurs propres orthornormalisée donnée par :

$$[\Phi] = \begin{bmatrix} \cdot & & \\ & m_i & \\ & & \cdot \end{bmatrix}^{\frac{1}{2}} [\psi] \quad (1.21)$$

Il est à noter que la relation de norme particulière définie en (1.19) revient à imposer à la masse généralisée du mode k (masse modale) définie par $\mu_k = \{\psi_k\}^T [M] \{\psi_k\}$ la valeur particulière 1. La valeur correspondante de la raideur généralisée du mode k (rigidité modale) représentée par : $\gamma_k = \{\psi_k\}^T [K] \{\psi_k\}$ est alors égale à ω_i^2 .

L'importance des caractéristiques modales du système conservatif associé représenté par $(\omega_i, [\psi])$ est due à la propriété d'orthogonalité qu'elles possèdent. Cette propriété permet de découpler les équations du mouvement, cela se fait en passant des coordonnées spatiales $\{x(t)\}$ aux coordonnées modales $\{p(t)\}$ par l'intermédiaire de la matrice modale $[\psi]$.

$$\begin{bmatrix} \cdot & & \\ & m_i & \\ & & \cdot \end{bmatrix} \cdot \{p''(t)\} + \begin{bmatrix} \cdot & & \\ & k_i & \\ & & \cdot \end{bmatrix} \cdot \{p(t)\} = \{Q(t)\} \quad (1.22)$$

$$\{p(t)\} = [\psi]^{-1} \cdot \{x(t)\} \quad \text{et} \quad \{Q(t)\} = [\psi]^T \cdot \{f(t)\} \quad (1.23)$$

Dans le nouveau système de coordonnées (base modale), l'équation matricielle précédente représente un système de N équations découplées, dont chacune d'entre elles représente un système à un degré de liberté dont l'équation de mouvement à la forme suivante :

$$m_i \ddot{p}_i(t) + k_i p_i(t) = Q_i(t) \quad (1.24)$$

Donc la projection sur la base modale, nous a permis de passer d'un système de n degrés de liberté à n systèmes d'un seul degré de liberté. Et chaque coordonnée principale p_i associée à son vecteur propre $\{\psi_i\}$ décrit un mode de vibration, et le mouvement libre du système est une superposition de tous les modes de vibration.

1.2.2.2.3 Fonctions de réponses fréquentielles des systèmes conservatifs forcés

Pour des sollicitations harmoniques, les réponses sont également harmoniques avec la même fréquence et l'équation de mouvement s'écrit par [8] :

$$([K] - \omega^2 [M]) \{x\} = [D(\omega)] \{x\} = \{f\} \quad (1.25)$$

La fonction de transfert de ce système est définie comme étant :

$$[H(\omega)] = \frac{\{X\}}{\{F\}} = ([K] - \omega^2 [M])^{-1} \quad (1.26)$$

L'élément h_{ij} de la matrice $[H(\omega)]$ est défini comme étant la réponse en un degré de liberté au point « i » pour une excitation de force unitaire appliquée au point « j ».

$$h_{ij} = \frac{X_i}{F_j} \quad (1.27)$$

Pour déterminer la matrice $[H(\omega)]$, on doit calculer l'inverse des matrices $[D(\omega)]$ par la relation (1.37). Cette approche dite directe devient très compliquée et coûteuse pour des matrices de taille importante, d'autant plus qu'elle ne donne pas d'informations explicites sur les propriétés des fonctions de réponses en fréquence FRF.

Pour remédier à cela, on adopte l'approche modale dans les calculs, en introduisant les propriétés d'orthogonalité, en multipliant $[H(\omega)]^{-1}$ à gauche par $[\psi]^T$ et à droite par $[\psi]$, ce qui donne :

$$[\psi]^T ([K] - \omega^2 [M]) [\psi] = [\psi]^T [H(\omega)]^{-1} [\psi] \quad (1.28)$$

En tenant compte des relations d'orthogonalités (1.17) et (1.18), il vient :

$$\left(\begin{bmatrix} \cdot & & \\ & k_i & \\ & & \cdot \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} \cdot & & \\ & m_i & \\ & & \cdot \end{bmatrix} \right) = [\psi]^T [H(\omega)]^{-1} [\psi] \quad (1.29)$$

Pour déterminer la matrice FRF, le calcul se réduit à un calcul de l'inverse d'une matrice diagonale pour ensuite faire le produit de 03 matrices, ce qui donne :

$$[H(\omega)] = [\psi] \begin{bmatrix} \cdot & & \\ & \frac{1}{k_i - \omega^2 m_i} & \\ & & \cdot \end{bmatrix} [\psi]^T \quad (1.30)$$

Les éléments $h_{ij}(\omega)$ seront donc extraits de la dernière relation et auront la forme :

$$h_{ij}(\omega) = \sum_{r=1}^n \frac{\psi_{ir} \psi_{jr}}{(k_r - \omega^2 m_r)} \quad (1.31)$$

En procédant de la même manière que ci-dessus, les éléments de la matrice de Compliance sont donnés en termes de vecteurs propres orthonormés $\{\Phi\}$ par la relation :

$$h_{ij}(\omega) = \sum_{r=1}^n \frac{\Phi_{ir} \Phi_{jr}}{(\omega_r^2 - \omega^2)} \quad (1.32)$$

$$h_{ij}(\omega) = \frac{\phi_{i1}\phi_{j1}}{\omega_1^2 - \omega^2} + \frac{\phi_{i2}\phi_{j2}}{\omega_2^2 - \omega^2} + \dots + \frac{\phi_{in}\phi_{jn}}{\omega_n^2 - \omega^2} \quad (1.33)$$

Pour calculer individuellement les h_{ij} , on emploie souvent la forme (1.32), puisque elle n'utilise que les fréquences propres ω_r et les vecteurs propres orthonormalisés $\{\Phi_r\}$ (on n'aura pas besoin d'identifier les m_r et les k_r) [11].

Lorsque la structure à analyser est de taille importante, il n'est pas nécessaire d'utiliser tous les modes pour le calcul des $h_{ij}(\omega)$, seul quelques modes de voisinage de la fréquence de mesure suffisent, il en découle l'approximation suivante [11]:

$$h_{ij}(\omega) = \sum_{r=1}^m \frac{\Phi_{ir} \Phi_{jr}}{(\omega_r^2 - \omega^2)} \quad (1.34)$$

Généralement, le nombre (m) recouvre tous les modes de la gamme de fréquence d'analyse ainsi que quelques modes supplémentaires, cette troncature de mode revient au fait que la contribution des modes supérieurs est négligeable devant celle des fréquences situées dans la gamme d'analyse [11].

1.2.2.2.5 Analyse dynamique des systèmes dissipatifs

Les systèmes dissipatifs peuvent être modélisés avec une hypothèse d'amortissement hystérétique ou visqueux, ces deux types d'amortissement font partie de la famille des amortissements proportionnels, une condition suffisante mais non nécessaire est que le coefficient d'amortissement soit de la forme proportionnelle $c = \alpha m + \beta k$ [11].

Dans le cas de ce système, la fonction FRF est une matrice $N \times N$; elle donne le déplacement du point i causé par l'application d'une force dans le point j par :

$$h_{ij}(\omega) = \sum_{r=1}^n \frac{\Psi_{ir} \Psi_{jr}}{(k_r - \omega^2 m_r + j\omega c_r)} \quad (1.35)$$

ou

$$h_{ij}(\omega) = \sum_{r=1}^n \frac{\Phi_{ir} \Phi_{jr}}{(\omega_r^2 - \omega^2 + j2\omega_r \zeta_r)} \quad (1.36)$$

Ainsi, la fonction de transfert considérée est une superposition des fonctions de transfert des systèmes élémentaires (modes) [20].

En pratique, on mesure les fonctions de réponse fréquentielle de la structure en un certain nombre m fini de points. Ces m points définissent m modes de vibrations. En chaque point on peut appliquer une force d'excitation et on mesure la réponse correspondante. Cette réponse s'écrit:

$$\underbrace{\{\alpha(\omega)\}}_{(m \times 1)} = \underbrace{[H(\omega)]}_{(m \times m)} \underbrace{\{F(\omega)\}}_{(m \times 1)} \quad (1.37)$$

où $[H(\omega)]$ aura la forme :

$$H(\omega) = \begin{bmatrix} h_{11}(\omega) & h_{12}(\omega) & \dots & h_{1m}(\omega) \\ h_{21}(\omega) & h_{22}(\omega) & \dots & h_{2m}(\omega) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ h_{m1}(\omega) & h_{m2}(\omega) & \dots & h_{mm}(\omega) \end{bmatrix} \quad (1.38)$$

La matrice $[H(\omega)]$ possède m^2 éléments. Cependant, il n'est pas nécessaire de déterminer tous les éléments ; car il est montré également qu'une seule colonne (ou ligne) de la matrice suffit pour extraire toute l'information modale de la structure.

CHAPITRE 2

ANALYSE MODALE EXPERIMENTALE : OUTIL DE DIAGNOSTIC

L'objectif de ce chapitre est de mener une étude bibliographique des éléments essentiels de l'analyse modale expérimentale afin de préparer un protocole d'essai, et cela pour ne pas mesurer des paramètres modaux non intéressants, c'est-à-dire pour obtenir les mesures les plus fiables possibles qui nous permet de dégager les paramètres indicateurs des dommages dans les systèmes mécaniques avant et après endommagement.

Pour ce faire, les différents aspects de l'analyse modale expérimentale sont présentés et les méthodes (algorithmes) utilisés pour l'extraction des paramètres dynamiques des structures sont évoquées.

2.1 Notions de mesures de vibrations

2.1.1 Chaîne de mesure

La chaîne de mesure doit transformer la vibration mécanique en un signal électrique. Les différents composants de cette chaîne de mesure sont présentés par la figure 2.1.

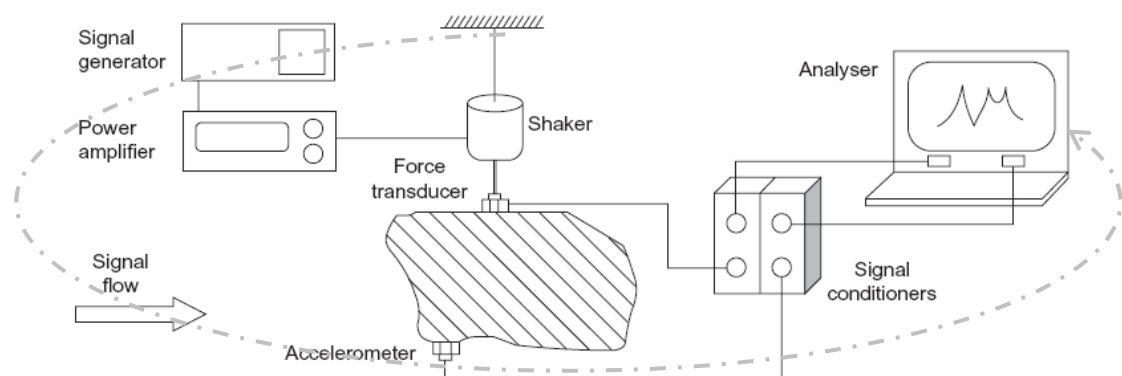


Figure 2.1 : Système de mesure avec une seule excitation [17].

2.1.2 Instrumentation de mesure

2.1.2.1 Capteurs de mesure

Les types de capteurs qui existent sont les senseurs de déplacement, de vitesse, d'accélération et de force. Les accéléromètres piézoélectriques sont les

capteurs les plus utilisés dans le domaine de la surveillance par vibration, ils sont plus fiables, ils présentent une bande passante plus large que les autres capteurs.

2.1.2.2 Analyse et Visualisation des signaux

L'analyseur de spectre permet de mesurer et de visualiser les signaux mesurés et les spectres de fréquences.

2.1.2.3 Types d'excitation

L'excitation peut être de deux types : Choc ou impulsion par marteau d'impact, et ininterrompue par l'utilisation d'un pot vibrant [26].

2.1.2.4 Conditions expérimentales

L'instrumentation de mesure est sensible à un certain nombre de grandeurs susceptible d'altérer les résultats de mesure. Il conviendra donc de se prémunir de leurs effets.

2.2 Analyse modale expérimentale

2.2.1 Notions de l'analyse modale expérimentale

Les forces opérantes sur une structure peuvent toujours exciter ses modes propres de vibration, on parlera alors de phénomènes de résonance. Le spectre de fréquences décrit la variation du niveau vibratoire en fonction de la fréquence.

En général, la réponse vibratoire enregistrée peut être représentée dans différents domaines spatiaux, temporels et fréquentiels [24]. Dans le domaine temporel, la réponse est représentée sous forme de série de sinusoides décroissantes. Dans le domaine fréquentiel, l'analyse du signal temporel donne un spectre avec une série de pics, représentées ci-dessous par une série de spectres de réponse de système à un seul degré de liberté (Figure 2.2) [23].

La figure 2.2 illustre et résume bien le problème de l'analyse modale expérimentale. L'accélération enregistrée par le capteur en un point de structure est une superposition de sinusoides amorties résonant à une fréquence f dont on peut associer un pic isolé en fréquence.

Dans le domaine modal, la réponse est sous forme d'un modèle modal construit à partir d'une série de modèles de SDOF. Chaque modèle SDOF est associé à une fréquence, à un amortissement et à une déformée modale [23].

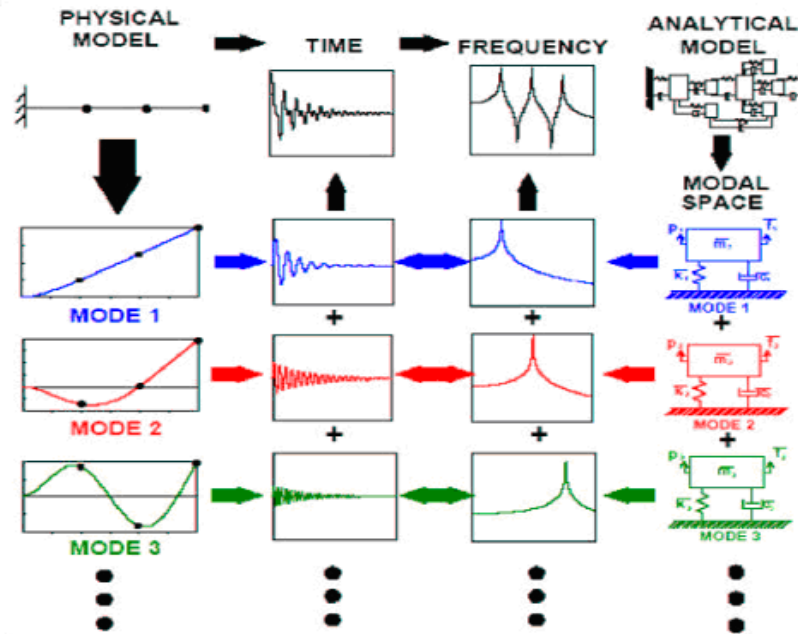


Figure 2.2 : Principe de superposition [23].

2.2.2 Définitions de l'analyse modale expérimentale

L'analyse modale est l'ensemble de techniques permettant de décrire le comportement dynamique d'une structure en terme de ses modes de vibration, c'est à dire en terme de ses caractéristiques dynamiques; à savoir les fréquences propres (fréquences de résonance), les déformées modales (modes), et les facteurs d'amortissement [8].

L'analyse modale est basée sur les considérations suivantes, à noter que toute réponse dynamique forcée d'une structure peut être représentée comme étant la somme pondérée de ses modes propres où chaque mode est représenté par un modèle à un seul degré de liberté [25].

Généralement, l'analyse modale sert à extraire et à identifier les paramètres structuraux dynamiques à partir de l'expérimentation, ce qui implique [11] :

- la détermination du nombre de modes présents dans une bande fréquentielle d'analyse,
- pour chaque mode (structure fortement amortie) :
 - L'évaluation de la pulsation propre complexe $s_r = \sigma_r + j\omega_r$,
 - La détermination du vecteur modal propre complexe associé,
 - Éventuellement la détermination de la matrice des amortissements généralisés.

L'analyse modale est basée sur quelques hypothèses [26] qui sont:

1. Le système est linéaire dans la gamme des amplitudes étudiées, en général, les structures ont un comportement linéaire pour les faibles amplitudes ;
2. Les propriétés du système mécanique (masse, raideur...) sont invariant dans temps ;
3. L'amortissement est supposé proportionnel à la rigidité et à la masse ;
4. La structure est observable, cela veut dire que les mesures input output portent des informations significatives pour la compréhension de sa dynamique.

En plus de ces hypothèses, le système doit obéir aux relations de réciprocité de Maxwell (valable seulement lorsque les entrées et les sorties ne sont pas mélangées) [41].

L'analyse modale se limite aux basses fréquences car, pour les moyennes et hautes fréquences, d'une part la densité de modes devient trop importante et d'autre part, les moyens de mesure seront limités [36].

2.2.3 Principe de mesure

La technique d'essai par analyse modale expérimentale consiste à exciter l'éprouvette ou la structure (par une sollicitation connue $F(\omega)$) avec un dispositif mécanique instrumenté (marteau excitateur) et puis mesurer sa réponse vibratoire $S(\omega)$ par le biais d'un transducteur (figure 2.3).

Dans la plupart des cas, la structure est excitée en un seul point et les réponses sont mesurées en plusieurs autres points. La structure est excitée par une force de direction et d'intensité connue [17]. Les mesures FRF sont souvent données sous forme de spectres lissés ou moyennés, constitués de plusieurs pics. Les pics individuels sont souvent étroits avec des fréquences centrales identifiables, chaque pic indique qu'il y a résonance, qui représente la réponse d'un système à un seul degré de liberté.

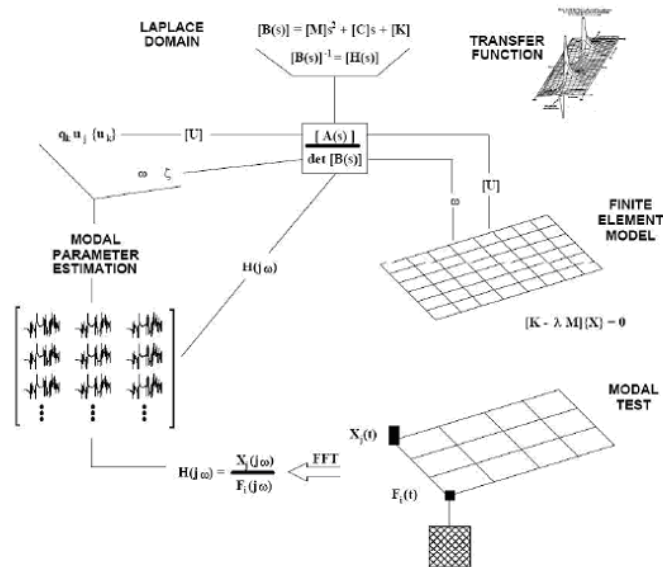


Figure 2.3 : Analyse modale expérimentale [23].

2.2.4 Fonction de Réponse en Fréquence (FRF)

En général, On décrit le comportement dynamique d'une structure en terme de sa fonction de transfert, où la structure est considérée comme un système (boite noire) qui est soumis à des entrées (E_i) et émet des sorties (S_i).

$$\mathbf{E}_j \longrightarrow \boxed{H_{ij} = \frac{S_i}{E_j}} \longrightarrow \mathbf{S}_i$$

Avec : H_{ij} : Fonction de transfert, E_i : Force ou moment, S_i : Déplacement, vitesse ou accélération.

L'avantage de mesurer la FRF réside dans le fait qu'elle décrit les propriétés dynamiques du système linéaire indépendamment du type de signal utilisé, à condition que la réponse soit linéaire. Par conséquent, la FRF est applicable aux cas d'excitation harmonique et aléatoire [17].

2.2.5 Conditions de mesure par analyse modale expérimentale

La réalisation de l'essai expérimental selon l'objectif escompté, nécessite la préparation d'un plan d'essai du test, dans ce plan, on aura besoin de connaître la gamme de fréquence de travail, le type et la fonction d'excitation, le type et le

nombre de capteur nécessaire, les points et la localisation des points d'excitation et de mesure, les réglages et les calibrations des instruments de mesure, etc.

2.2.6 Etapes de mesure

En général, l'essai modal comprend trois étapes principales : préparation de l'essai, acquisition des mesures des FRF et identification des paramètres modaux [26].

2.2.6.1 Préparation de l'essai

Cette préparation est programmée afin d'assurer les meilleures conditions expérimentales qui donnent de bons résultats, elle comprend les points essentiels suivants :

2.2.6.1.1 Préparation de l'instrumentation

Dans cette étape, on fait le réglage de paramètres de mesure et d'affichage sur l'analyseur, et le réglage des paramètres de mesure des amplificateurs selon les sensibilités des capteurs.

2.2.6.1.2 Conditions aux limites de la structure

Les conditions aux limites de l'étude expérimentale, ne sont pas obligatoirement celles de la pièce dans son environnement réel.

2.2.6.1.3 Fixation de l'excitateur

On intercalera une tige relativement fine entre le pot vibreur et le capteur de force, qui garantira une rigidité plus grande dans la direction de sollicitation souhaitée.

2.2.6.2 Identification des paramètres modaux

Les paramètres modaux à savoir la fréquence modale, l'amortissement modal et la déformée modale sont identifiés à partir des fonctions de réponse en fréquence mesurées qui contiennent toutes les informations dynamiques nécessaires de la structure [25]. A partir de la représentation de BODE, on décide du nombre de modes à attribuer à la structure, et ce, dans une bande de fréquence choisie. Le nombre de modes correspond au nombre de pics distincts (résonances d'amplitude) du tracé du module de $|H(\omega)|$; il correspond aussi au

nombre de passage à $\pm 90^\circ$ de la phase de $H(\omega)$ ou aux maximaux de la partie imaginaire de $H(\omega)$ [24].

2.2.7 Méthodes d'identification des paramètres modaux

Les méthodes d'identification sont classées en deux familles selon que les réponses sont observées dans le domaine *fréquentiel* ou dans le domaine *temporel*. Dans chaque domaine les techniques se distinguent par l'approche et les hypothèses utilisées pour déterminer les paramètres modaux.

2.2.7.1 Méthode d'identification dans le domaine fréquentiel

Les méthodes d'extraction des paramètres modaux servent à exploiter les résultats expérimentaux, elles sont complexes et elles utilisent l'approche fréquentielle dans la plupart des cas des applications [29]. Elles se différencient par les hypothèses sur lesquelles elles se basent. On trouve deux grandes classes de méthodes ; les méthodes basées sur l'hypothèse de modes découplés et les méthodes des systèmes avec plusieurs degrés de liberté dont les modes sont fortement couplés.

2.2.7.1.1 Méthodes basées sur L'hypothèse de modes découplés

L'hypothèse de modes découplés stipule qu'au voisinage d'une fréquence de résonance, la réponse de la structure est dominée par le mode correspondant à cette fréquence.

Cette hypothèse est limitée aux structures qui vérifient les conditions suivantes : les modes sont bien séparés et l'amortissement ne doit pas être très élevé, dans ce cas, la contribution des autres modes est négligeable [30].

Une grande majorité de structures réelles lesquelles feront l'objet des tests modaux, répond aux dernières conditions, elles sont classées comme des structures faiblement amorties, pour lesquelles l'amortissement modal est beaucoup plus petit que la fréquence amortie ($\sigma_k \ll \omega_k$) et la déformée modale prend une valeur réelle ($\text{Im}(\{\psi_k\}) \ll \text{Re}(\{\psi_k\})$) et cela pour chaque mode [28].

Pour estimer les paramètres modaux de structures à plusieurs degrés de liberté, lorsque les modes sont bien séparés, on utilise les méthodes simples et on cherche simultanément les paramètres des différents modes un par un.

Les principales méthodes simples sont la méthode de l'amplitude de pic, la méthode de lissage de cercle et la méthode inverse [17].

A. Méthode de l'amplitude de pic (Méthode de largeur de bande à -3 dB)

Cette méthode est connue comme la méthode la plus simple pour déterminer les paramètres dynamiques d'une structure légèrement amortie ou ayant des modes légèrement couplés [13].

La fréquence de résonance du mode correspondant tout simplement à l'amplitude maximal sur le spectre de la Compliance $|\alpha_r(f_r)|_{\max}$ avec $f_r = f_{\text{pic}}$ [17].

La bande passante à 3 dB du pic de résonance Δf correspond à la hauteur $|H(\omega_r)|/\sqrt{2}$.

Le facteur de qualité Q est obtenu par $Q = f_r/\Delta f_{3\text{dB}}$, le facteur d'amortissement est donné par $\zeta_r = 1/2Q$.

Le coefficient d'amortissement σ_r est égal à $\sigma_r \approx \omega_r \zeta_r = 2\pi f_r \zeta_r$.

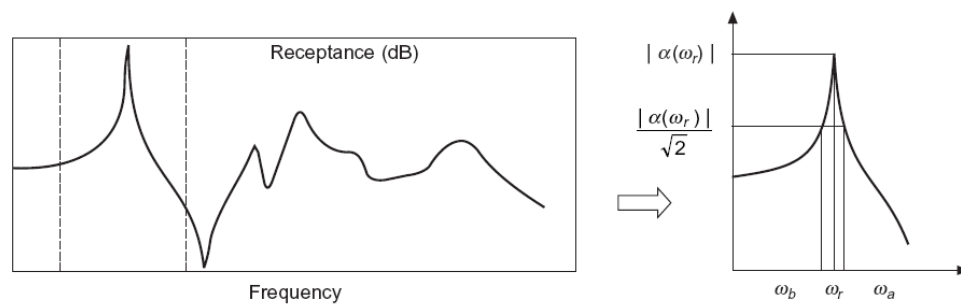


Figure 2.4 : Méthode de l'amplitude de pic [17]

B. Méthode de lissage du cercle

Dans cette méthode de lissage, il est supposé qu'au voisinage de chaque mode, la structure se comporte comme un système à un dII dont le lieu de Nyquist est assimilable à un cercle décalé dans le plan complexe par l'influence des modes extérieurs et par le couplage par l'amortissement [26].

A partir des lissages des cercles (Figure 2.5), il est possible de déterminer les paramètres modaux. [8,17].

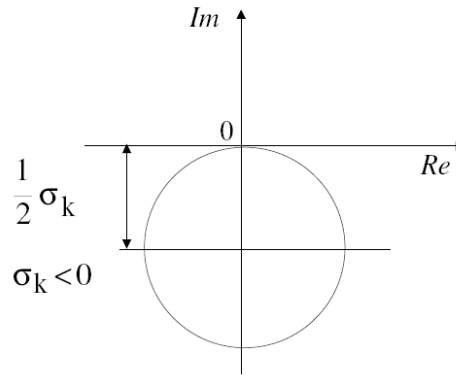


Figure 2.5 : Méthode de lissage du cercle

C. Méthode inverse

Cette méthode utilise les mêmes hypothèses que pour le lissage de cercle. Si on trace l'inverse de la Compliance, pour un système à 1 degré de liberté avec amortissement hystérésis h , On obtient une droite ($\frac{1}{\alpha(\omega)} = (k - \omega^2 m) + ih$) (figure 2.6). On effectuera un lissage des points expérimentaux par une droite. La valeur de h sera l'intersection de celle-ci avec l'axe imaginaire [8].

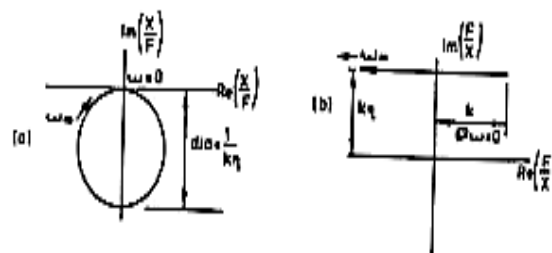


Figure 2.6 : Méthode inverse [8].

2.2.7.1.2 Méthodes d'extraction des paramètres modaux : Multiple degrés de liberté

Les modes sont toujours couplés plus ou moins fortement, l'hypothèse de découplage peut être valable, mais les résultats de chaque mode seront entachés d'erreur, et lorsque l'on reconstruira la réponse totale par addition des réponses, on ne retrouvera pas la fonction de réponse en fréquence mesurée. Il peut donc être intéressant de faire une recherche simultanée des paramètres des différents modes.

Deux types de méthodes d'extraction existent, celles qui travaillent dans l'espace de Fourier et celles qui travaillent dans le domaine temporel [26, 29].

2.2.7.2 Méthode d'identification dans le domaine fréquentiel

A. Méthode de moindre carré : LSM (Least Squares Method)

Cette méthode consiste à minimiser l'erreur, par l'utilisation de la méthode itérative de GAUSS NEWTON, entre les données expérimentales et l'expression analytique qui décrit ces mesures [17].

B. Méthode polynomiale orthogonale

Cette méthode est présentée en 1982 par RICHARDSON et FORMENTI [31], elle consiste à l'ajustement du cercle de NYQUIST par moindre carré, elle est appliquée à la fonction de transfert en utilisant la formulation des polynômes orthogonaux.

C. Méthodes d'identification des systèmes des paramètres structuraux (ISSPM)

Cette méthode est présentée par LINK et VOILLAN en 1978, c'est la première méthode qui permet d'identifier un nombre élevé de modes avec troncature de la bande d'analyse à partir des essais Multi Input Multi Output (MIMO) [3].

2.4.7.3 Méthode d'identification dans le domaine temporel

2.4.7.3.1 Méthode pour systèmes SDOF

A) Méthode du décrétement logarithmique

Cette méthode du décrétement logarithmique est simple, elle consiste à mesurer le taux d'amortissement en utilisant la fonction de réponse aux impulsions, lorsque l'amplitude de cette fonction est représentée sur un axe logarithmique (Y), la gamme dynamique est améliorée. Dans ce repère, la décroissance est représentée par une ligne droite.

L'amortissement est obtenu à partir de la pente de décroissance montrée sur la courbe de la fonction de réponse aux impulsions, on peut mesurer la fréquence de résonance comme étant l'inverse de la période de la fonction affiché avec $\tau_r = 1/\sigma_r$ qui est le temps mis par l'amplitude pour décroître d'un facteur de $e=2.72$ (8.7 dB), et d'un facteur $Q = \pi \tau_r f_r$ et $\zeta_r = \sigma_r / \omega_r = 1/2Q$ [11].

2.4.7.3.2 Méthodes pour les systèmes MDOF

Les méthodes pour les systèmes à plusieurs degrés de libertés ont été développées principalement aux États-Unis et en Belgique et elles sont connues sous leur dénomination anglo-saxonne [11]. On trouvera dans la littérature la description détaillée de ces méthodes. On ne donnera ici que le principe des plus connues.

A. Méthode temporelle d'Ibrahim (*Ibrahim Time Domain Method*)

Cette méthode permet d'extraire les pôles et les déformées complexes d'une structure à partir des réponses temporelles obtenues par la méthode d'excitation Multi Input Multi Output (MIMO) [11].

B. Méthode LSCE (*Least Square Complex Exponential*)

Cette méthode est basée également sur le développement modal de la réponse aux impulsions pour des réponses obtenues en multi-excitation. Un avantage de cette méthode est qu'elle permet d'identifier les fréquences propres indépendamment des vecteurs propres, les vecteurs propres étant identifiés par une méthode classique de lissage de fonctions de transfert [17].

C. Méthode ERA (*Eigensystem Realization Algorithm method*)

Elle est basée sur la représentation de la matrice de réponse impulsionnelle dans l'espace d'état à partir des données expérimentales, la méthode consiste à décomposer la matrice en deux, une matrice orthogonale et une matrice diagonale, ensuite construire une matrice A à partir de ces derniers et enfin identifier les paramètres modaux à partir des valeurs propres et des vecteurs propres de la dernière matrice [17].

CHAPITRE 3

ELEMENTS DE LA MECANIQUE DE LA RUPTURE ET MODELE ANALYTIQUE BASE SUR LA VARIATION DE LA FLEXIBILITE LOCALE

L'étude de l'effet de la présence des fissures sur le comportement dynamique des structures fissurées sur l'évolution des paramètres modaux sont très important dans l'étape de développement des méthodes de détection basées sur l'analyse modale. Ceci nous mène à introduire la théorie de la mécanique de la rupture, seule précepte apte à répondre à certaines questions qu'on se pose, telles que : Quand est ce que la fissure va-t-elle se propager ? Puis dans quelle direction ? Quel effet de la fissure sur le comportement de la structure ? Et enfin, quels sont les paramètres influents sur le comportement mécanique des structures fissurées ?

En effet, la mécanique de la rupture dispose des outils capables d'expliquer l'effet et l'influence des fissures sur le comportement mécanique et elle donne les critères d'amorçage et de propagation de ces fissures.

Les fissures sont inévitables dans toute structure, elles peuvent se créer après soudage ou par corrosion sous tension ou par fatigue si la structure est soumise à des charges cycliques. Il a paru fondamental de pouvoir prévoir les dimensions critiques de ces défauts qui provoquent des ruptures caractéristiques [32].

La mécanique de la rupture a pour objectif l'étude du comportement mécanique des structures en présence de fissures macroscopiques. Cela revient notamment à déterminer le champ des contraintes et des déformations au voisinage de la pointe des fissures. Ce qui permet par la suite à déterminer les critères qui prédisent l'apparition, la propagation et la stabilité des fissures.

3.1 Définitions

Le défaut mécanique est l'ensemble des imperfections structurelles qui peuvent perturber l'intégrité de la structure telles que : fissures, interstices, porosités, inclusions, vides, impuretés, discontinuités, cavités, etc.

La fissure est une discontinuité de matière, elle est définie comme étant une surface qui sépare localement un solide en deux parties. Le champ de déplacement présente une discontinuité, de part et d'autre des lèvres de la fissure; l'angle entre les deux lèvres de fissure se nomme angle d'ouverture, la jonction des lèvres est appelée point de fissure et la zone qui l'entoure est appelée zone de fissure.

3.2 Modes de rupture

Tout déplacement des lèvres de fissures se résume à la combinaison de trois modes principaux notés I, II, III (figure.3.1). Le mode I correspond à un mode d'ouverture normale où les surfaces de la fissure s'écartent perpendiculairement l'une et l'autre, ce mode est généralement le plus sévère. Dans le mode II, les surfaces de la fissure se déplacent dans le même plan et dans une direction perpendiculaire au front de fissure. Dans le mode III, les surfaces de la fissure se déplacent dans le même plan et dans une direction parallèle au front de fissure.

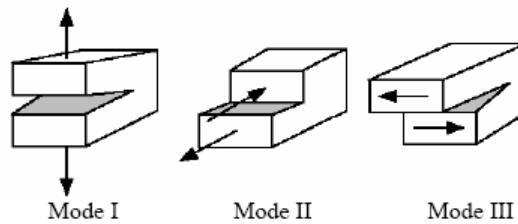


Figure 3.1 : Modes de rupture

3.3 Mécanique linéaire de la rupture

Dans un milieu fissuré on distingue trois zones successives (figure 3.2) : zone d'élaboration où les contraintes sont très importantes, zone singulière où les contraintes sont singulières et zone des champs lointains où les contraintes dépendent des conditions limites et du chargement [32, 34].

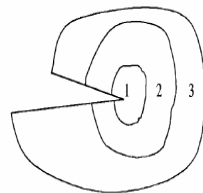


Figure 3.2 : Zone fissurée [34]

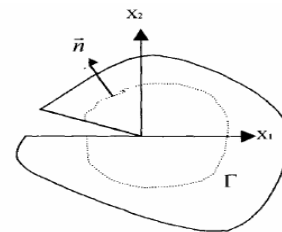


Figure 3.3 : Fissure dans un milieu infini [34]

L'hypothèse de base de la mécanique linéaire de la rupture est celle d'un comportement linéaire élastique du matériau. Le facteur d'intensité de contraintes K , caractérise l'intensité de la singularité. On compare K à une valeur caractéristique du matériau K_{Ic} (Ténacité) qui est déterminée à partir d'essais normalisés. Lorsque K atteint cette valeur K_{Ic} , alors il y a rupture du matériau.

3.3.1 Champ de contrainte et champ de déplacement en pointe de fissure

En coordonnées polaires (r, θ) , au voisinage d'une fissure sollicitée en mode I, II ou III, les contraintes et les déplacements sont décrits en élasticité linéaire par [35] :

$$\sigma_{ij} = \frac{K_{\alpha}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{\alpha}(\theta) \quad (3.1)$$

$$u_i = \frac{K_{\alpha}}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} g_i^{\alpha}(\theta) \quad (3.2)$$

K est le facteur d'intensité de contraintes (l'indice α désigne le mode I, II ou III). Les termes $f_{ij}^{\alpha}(\theta)$ et $g_i^{\alpha}(\theta)$ correspondent à des fonctions angulaires de forme sans dimension. Ce facteur K est fonction uniquement de la géométrie de l'éprouvette et de son chargement extérieur.

Les contraintes sont infinies en fond de fissure, on dit que le champ de contraintes est singulier ou présente une singularité de contraintes en fond de fissure. De ce fait, la pointe de fissure correspond à une singularité géométrique.

Dans un problème réel, la fissure est sollicitée en mode mixte. Dans cette configuration, la solution est une superposition des trois modes d'ouverture élémentaire. Par conséquent, au voisinage d'une pointe de fissure, le champ des contraintes s'exprime par :

$$\sigma_{ij} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^I(\theta) + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{II}(\theta) + \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{III}(\theta) \quad (3.3)$$

Dans le cas d'une plaque infinie incluant une fissure de longueur $2a$ soumise à une contrainte σ perpendiculaire à la fissure, l'expression du facteur d'intensité de contrainte simplifié s'écrit par [35] :

$$K_I = \sigma\sqrt{\pi a} \quad (3.4)$$

3.3.2 Critère de la rupture fragile (ou critère de Griffith)

Griffith a introduit un critère de rupture applicable aux matériaux fragiles, il est basé sur un bilan énergétique déterminé. Il a défini le taux de restitution d'énergie G qui est défini comme la variation de l'énergie potentielle par rapport à une avancée virtuelle infinitésimale de la fissure, correspond à l'énergie disponible en quantité suffisante ou non pour faire avancer la fissure. Lorsque G dépasse le seuil critique G_c , la fissure se propage [32].

3.3.3 Relation entre K_{IC} et G

De manière générale, la valeur critique du facteur d'intensité de contrainte critique ou ténacité K_{IC} caractérise quantitativement l'aptitude d'un matériau à résister à la propagation brutale d'une fissure en mode I. Cette grandeur est une propriété intrinsèque du matériau. La relation entre K_{IC} et G permet de déterminer une valeur critique K_{IC} , au-delà de laquelle, il y a rupture.

En contraintes planes, la relation est donnée par : $G_c = K_{IC}^2/E$,

En déformations planes, elle est établie par [32]: $G_c = K_{IC}^2(1 - \nu^2)/E$.

3.4 Modèle analytique basé sur la variation de la flexibilité locale

Le modèle analytique basé sur la variation de la flexibilité locale, est ici présenté dans le but de comprendre l'effet de la variation des propriétés mécaniques sur les paramètres modaux des structures fissurées. En général, dans ces modèles, la présence d'une fissure est présentée comme étant une flexibilité locale qui affecte la réponse et les paramètres dynamiques. Pour pouvoir présenter cette influence, on considère l'analyse analytique de deux cas d'une poutre prismatique et d'une poutre cylindrique pleine menés d'une fissure transversale.

3.4.1 Cas d'une poutre prismatique :

L'étude d'une poutre prismatique (Figure 3.4) de hauteur h et de largeur b soumise à des chargements de flexion, de cisaillement et de traction-compression en présence d'une fissure transversale de profondeur (a) donne des déplacements généralisés u_i le long de la direction P_i [37].

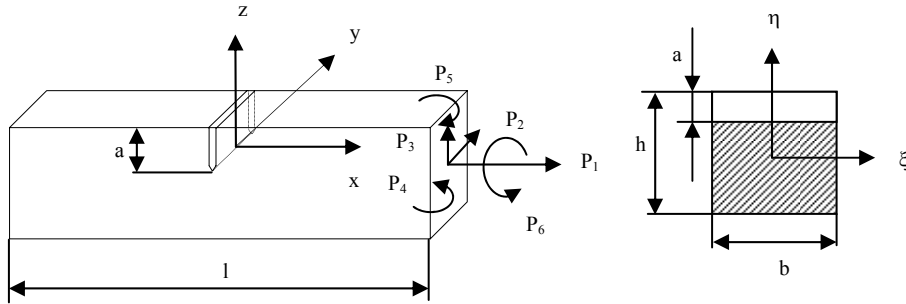


Figure 3.4: Modèle d'une poutre prismatique avec fissure

Le théorème de CASTIGLIANO permet de calculer les déplacements u_i tels que :

$$u_i = \frac{\partial U_T}{\partial P_i} \quad (3.6)$$

L'énergie de déformation est :

$$U_T = \int_0^a \frac{\partial U_T}{\partial a} da = \int_0^a J da \quad (3.7)$$

Avec la densité d'énergie de déformation : $J = \frac{\partial u_T}{\partial a}$ (3.8)

Le calcul du déplacement additionnel par PARIS devient [37]:

$$u_i = \frac{\partial}{\partial P_i} \left[\int_0^a J(a) da \right] \quad (3.9)$$

Le calcul des coefficients d'influence de la flexibilité c_{ij} donne :

$$c_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial P_j} = \frac{\partial^2}{\partial P_i \partial P_j} \int_0^a J(a) da \quad (3.10)$$

La fonction générale de la densité d'énergie de déformation $J(a)$ est [37] :

$$J = \frac{1}{E'} \left[\left(\sum_{m=1}^6 K_{I,m} \right)^2 + \left(\sum_{l=1}^6 K_{II,m} \right)^2 + \kappa \left(\sum_{l=1}^6 K_{III,m} \right)^2 \right] \quad (3.11)$$

avec :

$$E' = E \quad (\text{pour le cas d'une contrainte plane } m=1,4,5),$$

$$E' = E/(1-\nu^2) \quad (\text{pour le cas d'une déformation plane } m=1,4,5),$$

$$E' = G \quad (\text{pour le cas d'un cisaillement } m=2, 3,6)$$

$$\kappa = 1+\nu$$

Sachant qu'en cisaillement pur, la relation entre G et E est : $G = E'/[2(1+\nu)]$

On obtient:

$$C_{ij} = \frac{1}{E'b} \int_0^a \left[\frac{\partial^2}{\partial P_i \partial P_j} \sum_n \int_0^b \left(e_n \sum_n K_{nm} \right)^2 dy \right] da \quad (3.12)$$

avec :

$e_n = \kappa$: pour $n=III$

$e_n = 1$: pour $n=I$ et $n=II$

K_{nm} : facteur d'intensité de contrainte pour les modes $n=I, II$ et III et sous les chargements P_m pour $m=1,2,\dots,5$ sauf pour K_{14} qui dépend aussi de y .

Pour le cas d'une poutre prismatique dont la fissure à une largeur (b) qui couvre toute la largeur de la poutre. L'énergie de déformation liée aux facteurs d'intensités de contraintes devient, sur la base des ces modifications [37] :

$$J = \int_0^{+b} \left[\frac{1}{E'} [K_{I1} + K_{I4} + K_{I5}]^2 + \frac{1}{G} K_{II3}^2 + \frac{\kappa}{G} [K_{III2} + K_{III6}]^2 \right] d\xi \quad (3.13)$$

En considérant la propriété de réciprocité, la matrice \mathbf{C} est symétrique, le calcul de la raideur à cet endroit de la fissure est alors :

$$[C^T] = [C_{sain}] + [C] \Rightarrow [K^T]^{-1} = [K]^{-1} + [C]$$

3.4.2 Cas d'une poutre cylindrique pleine

Le passage de la forme prismatique à la forme cylindrique (Figure 3.5), nécessite un changement de variable, tel que [37] :

$$\alpha = \alpha(\xi) = \sqrt{R^2 - \xi^2} - (R - a), \quad h = h(\xi) = 2\sqrt{R^2 - \xi^2}, \quad b = \sqrt{R^2 - (R - a)^2}$$

avec : (ξ, η) repère local

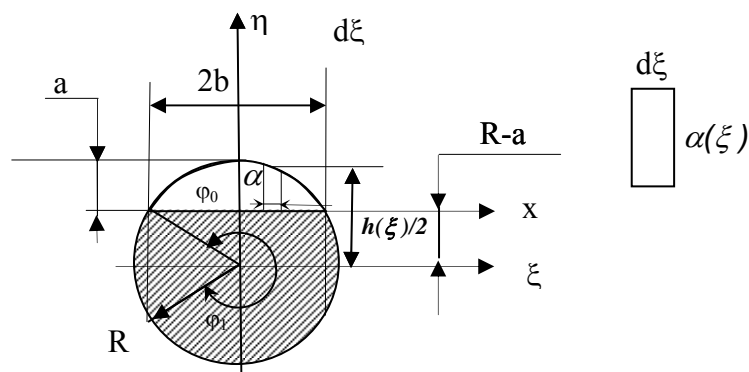


Figure 3.5 : Modèle d'une poutre cylindrique pleine fissurée [37]

La méthode de calcul consiste à considérer une petite partie de l'arbre supposée prismatique et de faire l'intégration dans la zone de fissure à l'ensemble et faire les changements de variables. On obtient alors la flexibilité de la partie de la poutre influencée par la présence de la fissure [37].

$$c_{ij} = \frac{\partial^2}{\partial P_i \partial P_j} \int_0^{\alpha+b} \int_0^{\alpha} J(R, \alpha/h, P_i, P_j, F_{mn}(\alpha/h)) d\alpha d\xi$$

Pour les cas de flexion pure d'une poutre de longueur (l), la flexibilité est exprimée par :

$$c = \frac{1-\nu^2}{\pi^2 R^3 E} \int_0^{a+b} \int_{-b}^{\alpha} 32[1-(\xi/R)^2] \pi(\alpha/h) d\left(\frac{\alpha}{R}\right) d\left(\frac{\xi}{R}\right)$$

ou encore :

$$c = \frac{32h\Phi_{22}}{3(1-\rho^4)^2 E' \pi^2 R^8} [3R^2(b-d) - (b^3 - d^3)]$$

avec :

$$\Phi_{kl} = \int_0^{\alpha} \pi\left(\frac{\alpha}{h}\right) F_k(\alpha/h) F_l(\alpha/h) d(\alpha/h),$$

$$b = \sqrt{R^2 - (R-a)^2}$$

$$\text{et } \alpha = \alpha(\xi) = \sqrt{R^2 - \xi^2} - (R-a)$$

3.4.2.1 Calcul de la rigidité globale

Pour le cas simple d'un arbre de LAVAL avec une poutre de masse concentrée à son extrémité, de longueur (l) et dont la raideur initiale sans fissure est k_0 , la raideur globale de l'arbre devient [37] :

$$K = \frac{k_0}{\left(1 + \frac{ck_0 l^2}{8}\right)} \quad (3.14)$$

La raideur devient ainsi un indicateur pour la détection de la présence éventuelle d'une fissure dans la poutre, il suffit de constater l'augmentation de la flexibilité ou la diminution de la raideur, ce qui explique aussi la diminution des fréquences propres.

CHAPITRE 4

METHODES DE DETECTION DES DOMMAGES BASEES SUR L'ANALYSE MODALE EXPERIMENTALE

Le besoin de méthodes d'inspection globales adaptées pour le contrôle continu (Monitoring) des systèmes mécaniques ont conduit à la recherche et au développement de méthodes examinant les changements des caractéristiques vibratoires. L'accroissement des activités de recherche dans ce domaine est le résultat de plusieurs facteurs. En premier lieu, le vieillissement des installations et l'importance des coûts de réparation militent en faveur du développement de techniques de détection de détériorations précoces. En second lieu, les avancées de la technologie du matériel de mesures et de l'outil informatique ont largement contribué aux récentes améliorations de ces techniques [2].

En général, les effets d'un endommagement dans une structure peuvent être classés comme linéaire ou non linéaire. Une situation d'endommagement sera dite linéaire, si la structure initialement élastique linéaire, elle reste élastique linéaire après l'endommagement. Les changements des propriétés modales sont causés par le changement des géométries et/ou des propriétés matérielles de la structure, mais la réponse de la structure peut être toujours modélisée en utilisant les équations linéaires du mouvement. L'endommagement sera non linéaire, si la structure initialement élastique linéaire se comporte de façon non linéaire après que l'endommagement soit produit. Un exemple d'endommagement non linéaire est la formation d'une fissure de fatigue qui s'ouvre et se ferme sous l'environnement normal de vibration.

Dans le cadre de ce travail, on ne présente que les méthodes de détections des dommages linéaires. Ces derniers représentent la majorité des dommages précoces des structures. L'aspect non linéaire intervient dans la plupart du temps pour des degrés d'endommagement sévères [38].

Les méthodes linéaires peuvent être classées en méthodes basées sur les modèles (MBM) et les méthodes non basées sur les modèles (MNBM). Ces dernières ne nécessitent pas de modèle prédéfini (Figure 4.1).

Généralement, les méthodes de détection des dommages sont classées en quatre niveaux [2] :

- **niveau 1** : détermination de l'existence d'un dommage (fissure),
- **niveau 2** : localisation d'un endommagement,
- **niveau 3** : quantification de la sévérité d'un endommagement,
- **niveau 4** : prévision de la durée de vie résiduelle de la structure.

Les méthodes MNBM sont classées aux niveaux 1 et 2. Les méthodes établies sur la base d'un modèle peuvent être classées au niveau 3. Les méthodes du niveau de prévision (niveau 4) utilisent la théorie de la mécanique de la rupture.

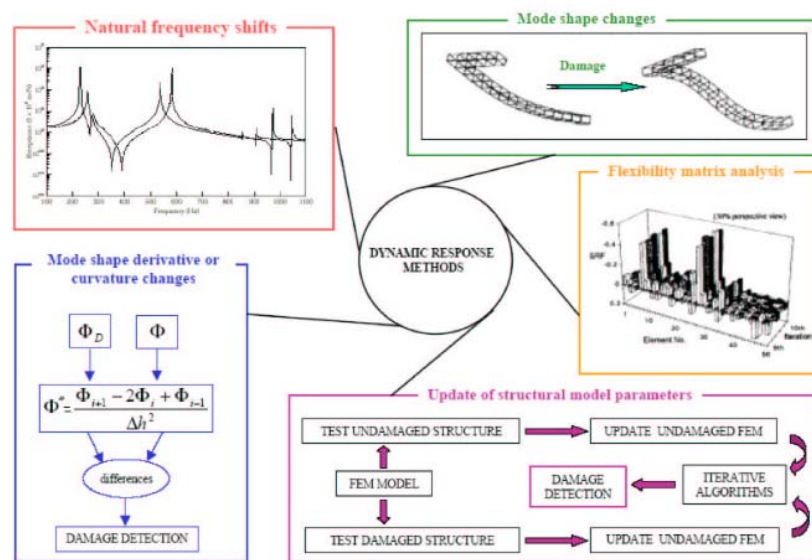


Figure 4.1 : Méthodes de détection des dommages par analyse modal [4].

4.1 Méthodes basées sur le changement des paramètres modaux principaux

Les Méthodes Non Basées sur Modèle sont souvent classées comme méthodes basées sur l'observation du changement des paramètres modaux principaux et comme méthodes fondées sur l'étude des dérivées de ces paramètres [2].

4.2 Méthodes basées sur le changement de fréquence

De nombreux auteurs ont étudié le changement de fréquence comme indicateur d'endommagement. Cette approche repose sur l'hypothèse que les fréquences sont des indicateurs sensibles de l'intégrité structurale; les changements des propriétés structurales causent des modifications sur les

fréquences propres de la structure. Une analyse périodique des fréquences semble à priori constituer une méthode de surveillance structurale. Les fréquences baissent en fonction d'un endommagement croissant. Ceci semble logique et intuitif puisque l'endommagement tend à réduire la rigidité de la structure.

Les premiers travaux, se situant essentiellement dans la catégorie des méthodes de niveau 1 de type MBM, consistent à calculer les changements en fréquence d'un type connu d'endommagement. Des études ont mis en évidence que les fréquences modales diminuent plus lentement avec une fissure de fatigue qui s'ouvre et qui se ferme, qu'avec une fissure qui reste ouverte. Le changement des paramètres modaux ne peut pas être le même pour chaque mode ; il dépend de la nature, de la localisation et de la sévérité de l'endommagement. La faible sensibilité des décalages fréquentiels à l'endommagement a été remarquée et on devrait donc requérir à des instrumentations très fines ou des niveaux de dommages très importants [40].

4.3 Méthodes basées sur le changement des déformées propres

Les déformées propres d'une structure mécanique sont souvent utilisées pour l'évaluation des endommagements, à travers le coefficient de corrélation entre les modes comme le coefficient MAC (Modal Assurance Criterion) [39]. Ce critère fournit la mesure d'uniformité entre le vecteur modal estimé en état A (état non endommagé) et celui estimé en état B (état endommagé). Ce coefficient a été défini entre le mode i du premier ensemble de données A et le mode j du deuxième ensemble de données B comme suit [2]:

$$MAC(\{\psi_{A_i}\}, \{\psi_{B_j}\}) = \frac{|\{\psi_{A_i}\}^t \{\psi_{B_j}\}|^2}{(\{\psi_{A_i}\}^t \{\psi_{A_i}\})(\{\psi_{B_j}\}^t \{\psi_{B_j}\})} \quad (4.1)$$

Le coefficient de MAC change de 0 à 1, (0) pour aucune corrélation et (1) pour une corrélation parfaite. L'évaluation de MAC pour des modes endommagés et non endommagés fournit un moyen quantitatif d'évaluer la déviation de la corrélation pour des déformées propres endommagées et intactes. La valeur de (1) représente une parfaite corrélation entre les modes endommagés et non endommagés [39].

L'équation (4.3) détermine la corrélation entre le mode i $\{\psi_{A_i}\}$ du premier ensemble de données et le mode j $\{\psi_{B_j}\}$ du deuxième ensemble de données. Si les deux ensembles de données expérimentales sont considérés, n'importe quelle

déviations de facteurs de MAC de 1 peut être interprétée comme changement de masse ou de rigidité du système au cours de la période d'essai et par conséquent, comme amorçage ou croissance des dommages structurels.

4.4 Méthodes basées sur la modification de l'amortissement

SALANE et BALDWIN (1990) ont étudié l'influence d'endommagements sur les coefficients d'amortissement. Leurs conclusions furent qu'ils ne pouvaient pas constituer des indicateurs fiables parce qu'ils pouvaient augmenter puis chuter. Ces instabilités peuvent être rapprochées de celles constatées sur la variabilité naturelle des paramètres modaux où l'amortissement a été jugé comme un paramètre instable. Cependant, d'autres études tendent à confirmer l'utilité de se servir de l'amortissement comme un indicateur de l'intégrité de la structure. Il reste cependant évident que ce choix n'a fait l'objet que de peu de travaux, par la sensibilité même des amortissements à estimer [40].

4.5 Méthodes basées sur le changement d'indicateurs évolués

Pour surmonter les inconvénients des méthodes basées sur les paramètres modaux principaux, d'autres méthodes qui emploient le changement d'indicateurs évolués plus sensibles aux petits dommages; ces paramètres tels que les dérivés des déformées modales sont obtenus à partir des paramètres modaux. Cependant, leur applicabilité est minimale puisque leur évaluation à partir des données expérimentales est difficile [40].

4.5.1 Changement de la courbure des déformées propres (MCDP)

Les dérivés des déformées modales, comme les courbures de déformée modale, sont sensibles aux petites perturbations et peuvent, en conséquence, être également employés pour détecter les dommages.

L'existence d'un endommagement dans une structure diminue la rigidité (EI) de la partie fissurée. La diminution de la rigidité mène à l'augmentation de la courbure y'' dans la section. Comme les changements de courbure sont locaux et qu'ils dépendent du taux de réduction de la rigidité EI , le changement de courbure peut être utilisé pour la détection et la localisation des endommagements.

4.5.2 Changement de flexibilité

La présence d'endommagement diminue la rigidité de la structure. Comme la flexibilité est l'inverse de la rigidité, la réduction de la rigidité doit augmenter la

flexibilité de la structure. Le changement de la flexibilité peut donc être utilisé comme un indice de l'intégrité pour détecter et localiser un endommagement (niveau 1 et 2). Ainsi, si on enregistre des paramètres modaux à partir de deux séries de mesure, l'une pour la structure non endommagée et l'autre pour la structure endommagée; en utilisant l'expression [7]:

$$[K] = [M][\Phi][\Lambda][\Phi]^T [M] = [M] \left(\sum_i^n \omega_i^2 \{\phi_i\} \{\phi_i\}^T \right) [M] \quad (4.2)$$

$$[F] = [\Phi][\Lambda]^{-1}[\Phi]^T = \left(\sum_i^n \frac{1}{\omega_i^2} \{\phi_i\} \{\phi_i\}^T \right) \quad (4.3)$$

La matrice $[\Phi] = [\{\phi_1\}, \{\phi_2\}, \dots, \{\phi_n\}]$ est la matrice des déformées propres. La matrice $[\Lambda] = [\omega_i^2]$ est la matrice modale diagonale.

A partir de ces matrices de flexibilité $[F]$, on obtient la matrice de changement de flexibilité $[\Delta]$:

$$[\Delta] = [F^*] - [F] \quad (4.4)$$

Où $[F]$ et $[F^*]$ sont respectivement des matrices de flexibilité avant et après endommagement. En choisissant la valeur maximale de chaque colonne de $[\Delta]$, on obtient : $\delta_m = \max |\delta_{ij}|$, où les δ_{ij} sont des éléments de $[\Delta]$.

4.5.3 Méthode de l'indicateur d'endommagement (MID) basée sur le changement de l'énergie de déformation

Cette méthode a été proposée comme une démarche de détection et de localisation d'endommagement par KIM et STUBBS en 1993, elle repose sur le changement de l'énergie de déformation avant et après endommagement, ce changement, exprimé au moyen d'un rapport, permet de définir un indicateur qui, lorsqu'il reste négatif, il indique l'absence de dommages ; lorsqu'il est positif, il indique la présence d'endommagement [7]. Cette méthode est développée pour de faibles endommagements; car elle repose sur une linéarisation des énergies de déformation après endommagement. Elle est établie pour le cas d'une poutre de type Euler-Bernoulli, élastique et linéaire.

CHAPITRE 5

ETUDE EXPERIMENTAL ET NUMERIQUE

Le but de l'approche du diagnostic à développer consiste à effectuer un contrôle global ou un suivi in situ des structures tubulaires. Cette méthode de diagnostic peut être élaborée et appliquée successivement sur trois niveaux d'identification. Dans le premier niveau, la méthode sert à détecter le défaut; elle consiste à mesurer la variation relative des paramètres modaux sensibles de la structure avant et après endommagement. Si cette variation existe, elle signifie que des modifications structurales ont eu lieu au cours du temps. Dans le deuxième niveau, la méthode sert à localiser la zone endommagée, par l'étude de la variation des différents modes en fonction des conditions aux limites, de la position et de la profondeur du dommage. Au troisième niveau, la méthode de diagnostic sert à localiser et à quantifier la taille de la fissure en exploitant les bases de données des paramètres indicateurs (révélateurs). Elle utilise les méthodes d'inversion des données à partir des courbes de variation des modes et/ou la méthode des réseaux de neurones.

Cette approche pourrait s'inscrire dans un principe plus général, on pourrait détecter et localiser grossièrement la fissure sur une structure par l'analyse modale « globale », puis utiliser localement une des méthodes du CND. Elle peut s'inscrire aussi dans un contexte d'identification des fissures en exploitant uniquement les résultats expérimentaux jugés fiables et/ou en exploitant les résultats numériques validés en contournant les contraintes expérimentales. Une telle approche numérique peut remplacer une expérimentation coûteuse qui peut donner des résultats dans un temps de calcul pouvant devenir prohibitif.

Pour établir une méthode de diagnostic rapide et non destructive, deux voies sont envisageables. Dans la première voie, on va élaborer une base de données expérimentale des paramètres jugés sensibles, et on tracera les courbes pour différentes morphologies de la fissure, à partir desquelles, on proposera une

alternative d'inversion de données. Pour la deuxième voie, on valide le modèle numérique à partir de mesures effectuées sur la structure testée.

Une fois le modèle validé, on établit les bases de données nécessaires et on les exploite par l'utilisation de la méthode des réseaux de neurones où on établit des abaques qui donnent l'endroit et la profondeur correspondant à n'importe quelle fréquence mesurée sur ces courbes.

Dans ce chapitre, des études expérimentales et numériques sont effectuées sur des poutres et des tubes sains et fissurés afin de développer une méthode de diagnostic en se basant sur l'étude des variations des paramètres modaux et sur l'étude de leur sensibilité à la présence des fissures. Dans cette étude et afin de limiter le volume de travail, on adopte l'hypothèse stipulant l'existence d'un seul défaut localisé (fissure) et on s'assure que la fissure reste ouverte pendant les tests de vibrations, en faisant un choix judicieux de la largeur de l'entaille pratiquée dans la poutre. Cette hypothèse est faite pour éviter les complexités qui résultent de la présence des caractéristiques non linéaires en cas des fissures de respiration [42]. On prend en considération aussi que l'éprouvette est une poutre de type Euler Bernoulli, pour laquelle le rapport de la longueur sur la hauteur de la poutre (L/h) est suffisamment grand pour négliger l'effet du cisaillement [42].

Dans la partie expérimentale, une série de tests et d'analyse modale expérimentale est réalisée. Les objectifs de cette série d'expériences sont multiples; il s'agit de maîtriser les techniques de mesure et d'analyse vibratoire pour investiguer les paramètres modaux les plus sensibles (palpabilité) à la présence des fissures dont on souhaite utiliser comme indicateurs de suivi et de détection de ces fissures.

Dans la partie numérique, on élabore un modèle numérique qu'on corrige par l'intermédiaire des résultats de l'expérimentation. Le modèle ainsi obtenu sert à étudier la variation et la sensibilité des paramètres modaux.

Pour cela, diverses simulations numériques par éléments finis sont traitées.

5.1 Etat de l'art

Le domaine de recherche des méthodes d'identification et d'analyse modale est largement couvert par la littérature. On peut discerner deux pôles importants : les méthodes robustes d'analyse modale qui permettent d'identifier les paramètres modaux (fréquence, amortissement et déformée à chaque résonance) et les travaux qui se basent sur ces indicateurs modaux pour identifier les défauts structuraux (fissures).

Certains travaux essaient de relier les deux pôles, en effet, on peut citer les travaux d'ADAMS et al [48] ou de RICHARDSON [31] sur la corrélation des fissures dans les structures, avec l'apparition de changements dans les paramètres modaux. Ce dernier auteur est d'ailleurs à l'origine de l'analyse modale expérimentale avec FORMENTI [55]. En effet, RICHARDSON et FORMENTI ont développé les outils de "curve fitting" pour estimer la déformée modale, en implementant des algorithmes dans les logiciels d'analyse modale comme Diamond [43].

Plusieurs travaux ont porté sur l'influence des fissures et dommages sur les réponses dynamiques des structures mécaniques, à titre d'exemples, on cite les travaux effectués par : CAWLEY et ADAMS [48], qui ont mené une analyse de sensibilité des paramètres modaux à de petits changements de rigidité à partir de l'étude des déformées modales de la structure. JU et MIMOVICH [44] ont pu modéliser des fissures dans une poutre en porte-à-faux en utilisant le champ de déplacements à la pointe de la fissure. Ils ont testé des barreaux en Aluminium avec une section de 9.5mmx63.5 mm, et de longueur de 457 mm, pour valider les résultats de leur modèle. FOX [45] a conduit des essais modaux sur des poutres avec entailles, il a utilisé durant les essais des ressorts pour simuler les conditions aux limites. Il a également effectué une analyse par éléments finis des éprouvettes d'essai. Il a fait une investigation des dommages par l'étude des changements relatifs des déformées modales.

CHOUDHURY et RAMIREZ [46] ont réalisé des essais d'analyse modale sur des poutres en béton armé (Génie civil). Ils ont fait la mesure quantitative des changements des fréquences de résonance et les déplacements résultant des dommages simulés, et de changements de la charge appliquée. SILVA et GOMES [55], ont employé l'analyse modale expérimentale pour mesurer les fréquences propres des poutres avec des fissures de fatigue.

STUBBS [47] a employé une approche basée sur l'énergie de déplacement et une validation expérimentale pour détecter l'influence des défauts sur le comportement d'une structure. Dans une autre étude, CHONDROS et DIMAROGONAS [48] ont investigué les effets des fissures dans les joints de soudure, ils ont utilisé des concepts de la mécanique de rupture. Le changement de la rigidité à la flexion d'une barre due à la présence d'une fissure a été mesuré et employé dans un modèle mathématique. Utilisant les premiers concepts développés par la mécanique de la rupture, CHRISTIDES et BARR [49], ont employé des expressions analytiques obtenues pour le champ de contrainte obtenu pour les structures fissurées. Les résultats présentés dans leurs articles concernent les premières fréquences propres de flexion de vibration d'une poutre en porte-à-faux avec une fissure tranchante; il a également validé ses résultats analytiques par des résultats provenant des essais. Ils ont affirmé que la méthode peut être étendue à d'autres modes de vibration, à d'autres géométries et à d'autres conditions aux limites aussi bien qu'aux problèmes couplés de vibration latéraux et de torsion.

PERCHARD et SWAMIDAS [50] ont effectué des mesures de fréquences des plaques minces (avec des entailles) en porte-à-faux. Les résultats expérimentaux et numériques, ont prouvé que la fissure pourrait être détectée principalement par l'observation des changements des fréquences propres pour un certain nombre de modes. CHEN et SWAMIDAS [51] utilisant des mesures de vibration, ils ont étudié l'influence des fissures sur le comportement des plaques soudées (en air et en eau). Ils ont fait des essais expérimentaux et des analyses numériques pour développer une méthodologie de détection et prévoir les fissures dans les joints de soudures. Ils ont statué aussi que les mesures de déformations et des changements de courbures de la structure fissurée peuvent être des indicateurs meilleurs de contrôle et de détection des fissures.

Plusieurs investigations analytiques, numériques et expérimentales existent maintenant. La plupart des chercheurs assument dans leurs travaux que la fissure dans un élément structural reste ouverte pendant les vibrations. Cette hypothèse a été faite pour éviter les complexités qui résultent de la présence des caractéristiques non linéaires en présence des fissures de respiration. Pendant la période de vibration d'une structure fissurée, la fissure ne reste pas toujours ouverte. Dans ce cas, le système est non linéaire. ACTIS *et al.* [55] ont utilisé la

méthode des éléments finis pour étudier une poutre simplement appuyée avec une fissure de respiration. Ils ont fait l'hypothèse que, quand le moment de flexion change de signe, la fissure change d'état : ouverte à fermée ou bien le contraire. THOMAS *et al.* [52] ont présenté une étude théorique et numérique du comportement vibratoire d'une poutre encastree libre à rigidité variable sous une excitation harmonique. Ils ont prouvé que, pour la détection des fissures de respiration, une excitation harmonique à la moitié de la fréquence naturelle est une technique très efficace. QIAN *et al.* [55] ont étudié les effets de l'ouverture et la fermeture d'une fissure sur le comportement dynamique des structures en utilisant un modèle d'éléments finis. CHONDROS *et al.* [48] ont développé une théorie de vibration des poutres continues fissurées pour la vibration latérale des poutres d'Euler-Bernoulli avec une fissure ou deux fissures. De son côté, LI [55] a étudié la présence de fissures et de zones corrodées dans les plaques homogènes. LEONARD *et al.* [55] ont montré qu'une analyse Temps-Fréquence semble utile pour identifier la présence d'une fissure.

BRANDON *et* RICHARDS [55] ont développé une procédure de détection et d'estimation du niveau de l'ampleur de l'endommagement de structures poutres doublement appuyée. Ils ont procédé par exploitation de données numériques du comportement vibratoire non linéaire de la structure endommagée basée sur le modèle analytique. Ils ont établis l'effet de la position des fissures, sur les demi-périodes de la réponse en compression et en traction.

Dans ce mémoire, nos travaux se sont focalisés sur la détection et la localisation des fissures sur un élément de structure (type tubulaire) par l'analyse de la variation de ses paramètres modaux (modes de vibration), on a essayé de comprendre le phénomène de la variation des paramètres modaux suite à l'endommagement tout en étudiant la sensibilités de ses paramètres et en estimant par exemple quel est le plus petit défaut que l'on peut estimer par nos méthodes en fonction de sa localisation et de ses conditions aux limites. On a apporté des solutions pratiques pour localiser et quantifier le défaut structural dans l'optique d'un diagnostic simple et pertinent dans les installations industrielles. On a essayé de proposer des méthodes de détection pratiques basées sur des résultats expérimentaux et numériques.

5.2 Conditions expérimentales

La réalisation des objectifs fixés est tributaire de la préparation des meilleures conditions d'expérimentation, le respect des critères et des exigences permettant l'extraction des paramètres sélectionnés et la mise en évidence de leurs changements. Les principales conditions d'expérimentation sont :

- On choisit le cas d'une poutre encastrée libre. C'est le cas le plus simple qui révèle le mieux les phénomènes mécaniques.
- La fissure (entaille) est placée proche de l'encastrement qui est un endroit de grandes contraintes où les moments sont les plus élevés et qui permettent de mettre en évidence les changements.
- Les fissures sont obtenues sur différentes profondeurs en utilisant une scie à métaux (environ 0.8mm d'épaisseur). Pour le cas de la barre carrée, on a des rapports (profondeur/hauteur) de la poutre de 6.25%, 12.5%, 18.75% à 80%, et pour la barre à section ronde, les rapports sont de 5%, 10 %, 20%, à 80%.
- A chaque fois que l'entaille est pratiquée dans la poutre avec la profondeur ciblée, les fonctions Inertance ou Compliance sont mesurées et enregistrées pour des éventuelles extractions des paramètres modaux.
- L'excitateur est suspendu à l'extrémité libre dans le cas des essais des régimes forcés. Il est fixé sur la barre à tester par une tige rigide filetée (goujon) facilitant ainsi son montage/démontage.
- On se limite dans l'étape préliminaire à la recherche des trois premières fréquences propres des poutres. On vérifie nos mesures par des essais libres et forcés. Dans chaque essai, chaque modèle de la poutre est excité par un signal bruit blanc et les résultats sont vérifiés par le balayage de fréquence.
- Pour les deux types d'essai, l'accéléromètre est placé au point distant de 790mm de la barre à tester.

5.3 Matériel d'essai et Préparations

5.3.1. Matériels d'essai

La partie expérimentale de ce travail a été réalisée au niveau du laboratoire des vibrations du laboratoire des études mécaniques et matériaux nucléaires (LEMMN) du Centre de Recherche Nucléaire de Birine (CRNB) du Commissariat à l'Energie Atomique (COMENA). Ce Laboratoire dispose des moyens matériels et des logiciels qui nous ont été nécessaires pour effectuer notre travail.

5.3.1.1 Moyens Matériels

Le matériel utilisé est composé de trois parties: le banc d'essai, la chaîne de mesure Brüel & Kjær (Analyseur de signaux 2032, Accéléromètres 4384 avec amplificateurs 2635), et la chaîne d'excitation (Générateur de signaux B & K, Amplificateur de puissance B & K 2707, pot vibreur et Capteur de force B & K 820).



Photo1 : Laboratoire des vibrations au niveau du CRNB
(banc d'essai et chaîne de mesure)

5.3.1.2. Logiciels utilisés

Les principaux logiciels utilisés lors de cette série d'expérimentations sont :

- Le code INTERFAC pour l'interfaçage IEEE de l'analyseur 2032 avec le PC.
- Le code DAQ700 sur le PC portable pour la mesure et le traitement de signal.

5.3.1.3 Description du banc d'essai

Le banc d'essai de vibration du laboratoire est conçu pour supporter des poutres selon plusieurs modes de fixation (Photo. 2). Les éprouvettes sont placées après que le banc est mis à niveau, équilibré et maintenu.



Photo 2 : Banc d'essai



Photo 3 : Analyseur de signaux 2032, générateur de signaux et amplificateur de puissance



Photo 4 : Programme INTERFAC IEEE

Photo 5 : PC avec carte d'interface IEEE et amplificateurs

5.3.1.4 Description de la chaîne de mesure et montage expérimental

Les capteurs de force et l'accéléromètre sont placés dans la direction de la déflexion ciblée à l'endroit choisi. Cette opération est suivie par le raccordement des capteurs aux amplificateurs calibrés. Les amplis sont raccordés à l'analyseur qui est à son tour connecté au PC via la carte d'interfaçage IEEE (photo 5). La poutre à tester est reliée au système d'excitation par une tige rigide et le capteur de force en intermédiaire. Les détails du montage sont illustrés sur la Figure 5.1.

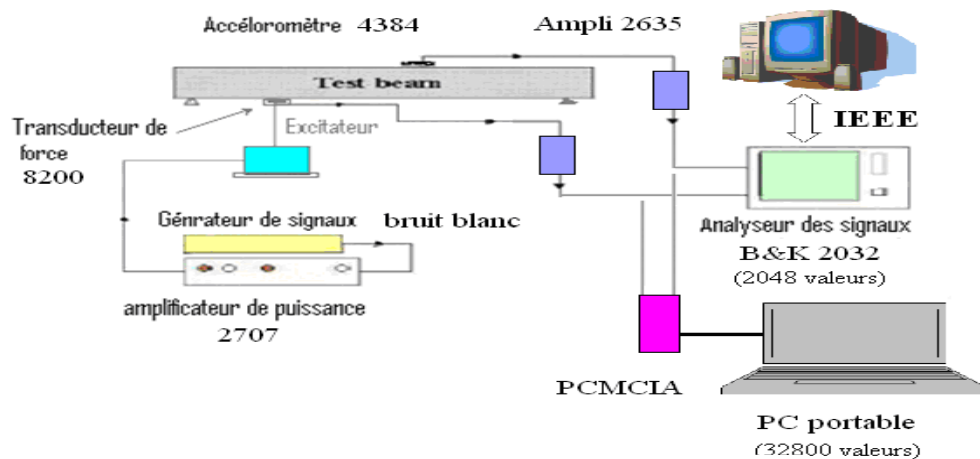


Figure 5.1 : Chaîne de mesure et montage

5.3.1.5 Description du modèle expérimental

Les éprouvettes utilisées sont des barres en acier de trois types de sections. Ils ont des longueurs de 800 et de 700 mm.

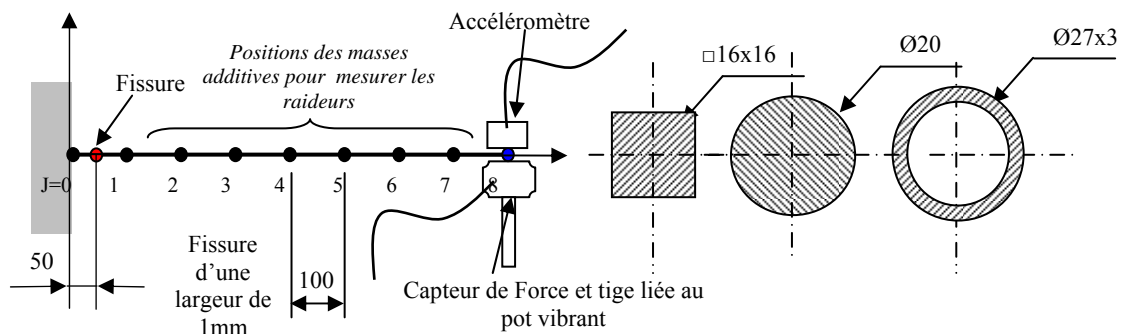


Figure 5.2 : Eprouvette n°1 de longueur 800 mm et points de mesures

5.3.1.5 Manipulations

Pour réaliser les différents tests, on passe par plusieurs étapes de réglages selon différents modes. Parmi ces réglages, on distingue le réglage des paramètres de mesure des amplificateurs selon la sensibilité de l'accéléromètre, le

réglage des paramètres d'affichage et de mesure sur l'analyseur (fréquence d'échantillonnage, tensions maximales d'entrées, etc.), le réglage du générateur de signaux selon le choix du signal qu'on désire appliquer et le réglage de l'amplificateur de puissance : ce réglage est lié au choix des amplitudes des vibrations et aux forces à appliquer.

5.3.2 Préparations

Une fois l'étape de montage et de raccordement de l'instrumentation terminée, on procède aux contrôles préliminaires et aux étapes de préparation des essais. Dans cette partie on va essayer de trouver les meilleurs paramètres de réglage, d'acquisition et d'excitation. La démarche adoptée pour cette fin est la suivante:

- Préparations des éprouvettes,
- Mesure des bruits,
- Mesure de la gamme des fréquences,
- Caractérisation du système support éprouvette.

Les expériences se sont déroulées dans les conditions normales de température et de pression.

5.3.2.1 Préparations des éprouvettes

Dans la première étape des essais expérimentaux préliminaires, on a préparé des éprouvettes type barre en acier à section carrée et à section ronde. On a provoqué des fissures (entailles) sur ces éprouvettes, sur différentes profondeurs et à des positions étudiées en utilisant une scie à métaux.

5.3.2.2 Calibration et réglage des éléments de la chaîne de mesure

Tous les capteurs disponibles dans le laboratoire sont calibrés, ils sont livrés avec une fiche d'étalonnage. Les différents paramètres sont réglés à savoir le gain, la polarité et la sensibilité des conditionneurs (amplificateurs).

5.3.2.3 Mesure et Réduction du bruit initial

Dans la pratique, on est confrontés à divers problèmes liés à la présence des bruits mécaniques dans la structure, des bruits électriques dans l'instrumentation et des bruits dus aux vibrations externes dus à la ventilation et autres phénomènes.

Afin de minimiser ces problèmes, on procède des fois par mesurer et s'assurer de la faiblesse de l'amplitude du bruit et des fois par l'application des méthodes statistiques. Ces méthodes utilisent une forme de moyennage des rapports entrée/sortie. Ainsi pour minimiser les effets du bruit sur la mesure des réponses FRF, il existe deux estimateurs H1 et H2 chacun d'eux est spécialisé pour mettre en évidence les résonances ou les anti-résonances. Pour minimiser l'effet du bruit dans les mesures d'entrée (dans le cas par exemple où le signal peut chuter vers un niveau proche du niveau de bruit de l'instrumentation) on utilise l'estimateur H2 de la FRF. En utilisant H2, le bruit d'entrée est minimisé pendant le moyennage, au fur et à mesure que le nombre de moyennes augmente, H2 converge vers la vraie valeur de la FRF [24]. D'autre part, la mesure de signaux avant excitation à révéler des niveaux très faibles d'accélérations.

5.3.2.4 Caractérisation du système support-éprouvette

Ces essais ont été programmés dans le but de caractériser le banc d'essai, ils visent la recherche des principales propriétés du système support-éprouvette.

Ces essais consistent à évaluer l'interaction entre l'éprouvette et le support, et de prendre en charge, s'il y a fuites des vibrations de l'éprouvette vers le support (ou vis versa), des actions d'isolation. D'autre part, cette opération permettra de séparer les fréquences propres du support échappées dans le spectre de fréquences. La procédure consiste à la fixation de masses sur l'éprouvette dans différentes positions ; ainsi, la structure cible trouve ses propriétés modifiées ce qui se manifeste par un décalage spectral de ses modes propres sur le spectre de l'Inertance ou de la Compliance. Dans ce cas le capteur et l'excitateur sont placés à la position 790mm. En demarrant du fait que toutes les fréquences propres de la poutre se décalent avec l'ajout de la masse par rapport à l'état initiale alors que ceux de l'autre structure non modifiée se trouveront dans les mêmes conditions, on peut faire l'identification des propriétés propre de l'éprouvette.

En mesurant les spectres correspondants aux barres étudiées, on a pu constater qu'il y avait des fuites négligeables qui traversent l'éprouvette vers le support pour le cas de barre à section carrée. Pour le cas du spectre de la barre cylindrique (avec masse), on a constaté une fréquence de 9 Hz immobile; ce qui montre qu'elle n'appartient pas au spectre de l'éprouvette (Figure 5.3).

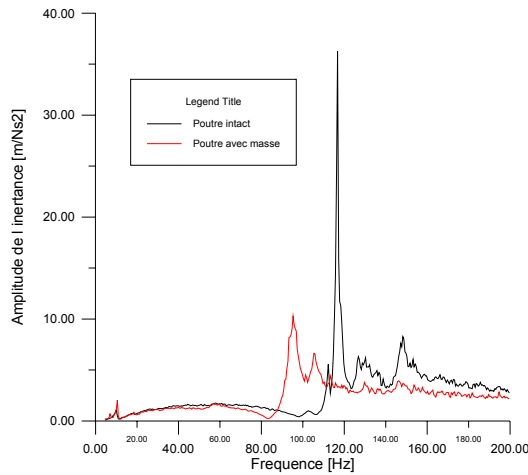


Figure 5.3 : Interaction support barre cylindrique pleine

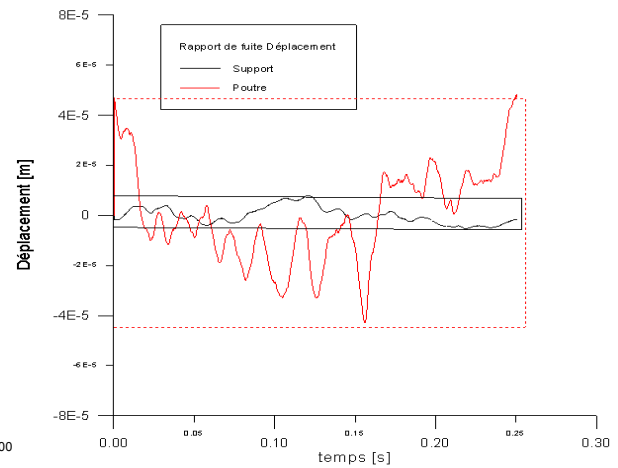


Figure 5.4 : Estimation des fuites par Comparaison des déplacements (poutre carrée).

Pour estimer les fuites des forces d'excitation de l'éprouvette vers le support, et pour avoir une idée sur la rigidité de l'ensemble, on a réalisé des mesures des déplacements en plaçant deux accéléromètres : le premier est placé au niveau de l'éprouvette et le deuxième capteur est fixé au niveau du support. Le résultat trouvé est satisfaisant et le banc est jugé acceptable.

5.3.2.5 Mesure des Fonctions de Réponses en Fréquences

Maintenant que le système de mesure est correctement réglé, on a commencé les mesures de la fonction de réponse en fréquence (FRF) et on a enregistré les parties réelles et imaginaires. Ce qui permettra de recalculer les Amplitudes, Phases, Vitesses et Déplacements.

5.3.2.6 Mesure de la Gamme de fréquences

Afin d'estimer la gamme utile des fréquences dans laquelle la poutre devrait être étudiée, on mesure en premier lieu la plage des fréquences avec la plus grande fréquence d'échantillonnage.

Pour la barre carrée, le spectre de fréquences est mesuré par une fréquence d'échantillonnage de 3200 Hz. Cette mesure montre que la plupart des modes fondamentaux sont situés dans la gamme 0 à 2000 Hz (Figure 5.5).

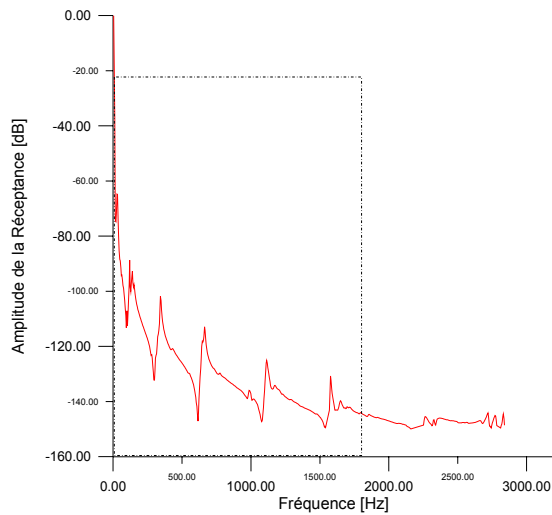


Figure 5.5 : Gamme de fréquences de comportement de la barre avec section carré

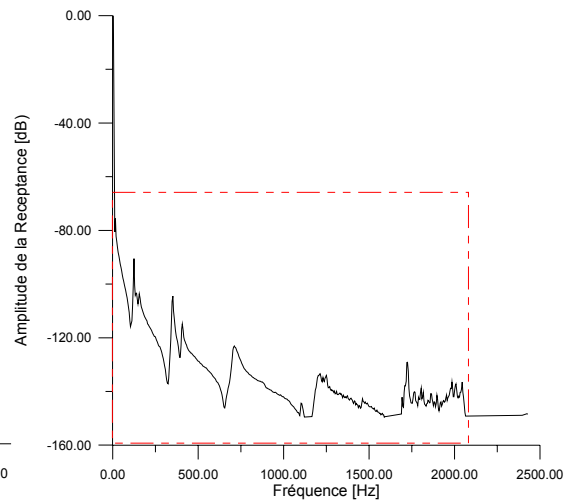


Figure 5.6 : Gamme de fréquences mesure pour l'éprouvette cylindre plein

Pour la poutre cylindrique pleine, il s'avère d'après les spectres de la Figure 5.10 que les fréquences fondamentales de la poutre sont localisées dans la gamme [0 à 2000 Hz] (figure 5.6).

Pour l'analyse des cas précédents des poutres, on s'intéresse seulement au comportement de la structure dans la plage des basses fréquences. Les raisons de ce choix sont dues à deux points essentiels suivants : le premier point est lié à la résolution et la précision de la mesure, le second point est relatif au principe de l'analyse modale.

Du fait que la méthode d'analyse modale ne permet d'établir le comportement vibratoire des structures qu'en basse fréquence (de quelques Hz jusqu'à quelques centaines de Hz) et que en hautes et moyennes fréquences, la densité des modes est souvent trop importante pour que cette méthode soit applicable, on a décidé de ne travailler qu'avec les premiers modes fondamentaux des poutres étudiées.

5.3.2.7 Identification et mesure des fréquences propres

Pour identifier les modes propres (fréquences propres) des poutres utilisées dans nos essais, on a effectué une analyse modale classique dans la direction de la déflexion verticale, on a utilisé la méthode dite type aléatoire et type sinus balayé, la première offre l'avantage d'une durée d'essai plus courte qu'un essai sinus balayé mais présente l'inconvénient d'une mesure à priori moins précise.

5.3.2.7.1 Essai type aléatoire (bruit blanc)

Une fois l'étape de préparation terminée, l'éprouvette poutre est excitée (en un point) à chaque fois par le pot vibreur avec une excitation aléatoire type bruit blanc qui est produit par le générateur de puissance. Le bruit blanc est un signal caractérisé par un spectre presque plat ayant toutes les fréquences.

Les mesures de réponses sont acquises pour chaque état de la poutre intacte et fissurée (au même point) par l'analyseur des spectres.

Les trois fréquences sont retenues et choisies à partir du spectre de la FRF mesurée (Figure 5.12) selon le critère de phases qui annonce que les fréquences de résonances doivent correspondre à la zone de déphasage : passage de -90 à +90 degrés [24].

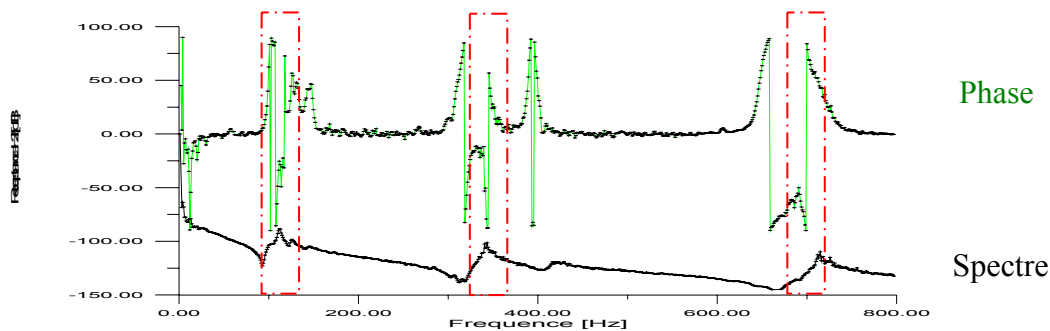


Figure 5.7 : Mesure et identification des fréquences propres (barre de section carré)

5.3.2.7.2 Essai type sinus balayé (Méthode de balayage de fréquence)

Cet essai consiste à vérifier l'exactitude du choix des fréquences propres sélectionnées par l'essai type aléatoire. On fait cette vérification par un simple balayage de fréquence de la fonction sinus (à la place du bruit blanc). Afin de couvrir toutes les fréquences possibles, on change la fréquence de cette fonction sinus plus ou moins rapidement selon une loi qui peut être linéaire ou exponentielle. A chaque résonance, caractérisée par un bruit sonore caractéristique, on détecte une fréquence propre.

5.3.2.8 Comparaison entre mesure par accéléromètre et par capteur de proximité

Le capteur utilisé dans les essais est un accéléromètre léger avec bande passante en fréquences de 0.5 Hz à 10 kHz et une sensibilité égale à 10mV/g. Ce test a été réalisé dans le but de s'assurer que les déplacements issus des mesures par cet accéléromètre (après double intégration) donnent de bonnes valeurs de déplacements par rapport à ceux obtenus directement par le capteur

de proximité. Cet essai a été réalisé sur la poutre carrée. Le capteur de déplacement utilisé est un capteur de proximité à courant de Foucault. Il est évident que la double intégration n'altère pas le calcul des déplacements, on confirme ainsi la bonne mesure de l'accéléromètre (Figure. 5.8).

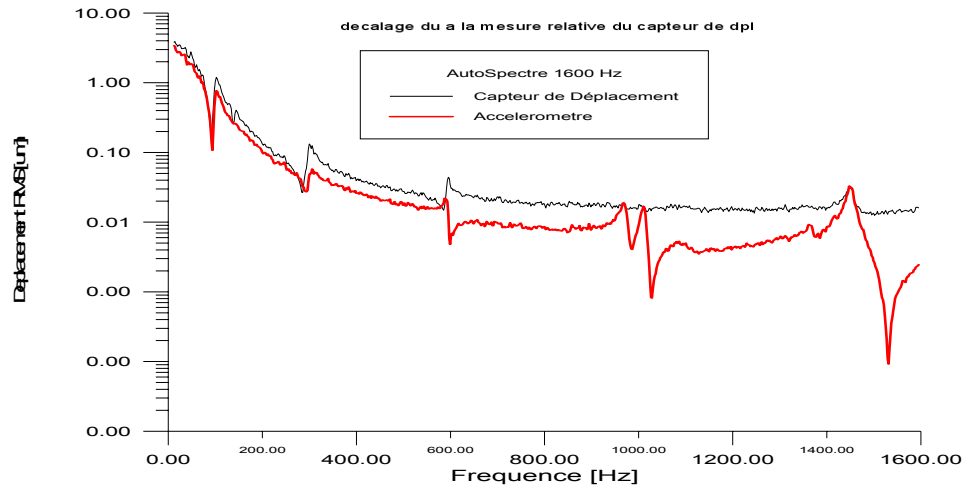


Figure 5.8: Comparaison entre accéléromètre et capteur de déplacement

5.3.2.9 Calcul et Mesure des fréquences propres

5.3.2.9.1 Calcul Analytique des fréquences propres

L'estimation analytique des fréquences propres d'une poutre élastique, homogène et isotrope est basée sur le modèle Euler-Bernoulli où le rapport longueur sur hauteur de la poutre (L/h) est suffisamment grand pour négliger le cisaillement. L'équation qui permet de déterminer l'ensemble des fréquences propres d'une poutre est donnée par (Annexe) :

$$f_i = \frac{\beta_i^2}{2\pi L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (5.1)$$

Pour les données : $E = 2 \times 10^{11}$ N/m et $\rho = 7800$ et le paramètre adimensionnel β_i qui est déterminé en fonction des conditions aux limites (Annexe 1), le calcul analytique des fréquences fondamentales pour la poutre à section carrée, cylindrique et pour le tube dans le cas encastree-libre, donne les résultats présentés dans le tableau 5.1:

Tableau 5.1 : Fréquences analytiques des barres saines

Mode	Poutre		
	à section carrée	à section ronde	tube
	$f_{cal}[\text{Hz}]$	$f_{cal}[\text{Hz}]$	$f_{cal}[\text{Hz}]$
1	20.4	22.1	33.81
2	129.2	138.8	210.69
3	358.8	388.5	588.26
4	703.2	761.2	1301.90
5	1162.4	1258.3	2152.12
6	1736.5	1879.7	3214.89
7	2425.3	2625.4	4490.22
8	3228.9	3495.4	5978.1

5.3.2.9.2 Mesure des fréquences propres

A) Identification des fréquences propres par mesure des FRF en vibration forcée

Un ensemble des modes de vibration de la barre a été identifié à partir des enregistrements de spectre de la Compliance des barres saines, dans la gamme des fréquences de 0-3200 hertz. Pour améliorer la précision des basses fréquences, on choisi la gamme 0-800 Hz.

Pour la barre carrée, le premier mode fondamental est un mode avec une fréquence de 24Hz. Le deuxième mode s'est avéré se produire à la fréquence de 112 Hz. Quant au troisième mode, il se produit à la fréquence de 337 Hz.

Alors que pour la barre à section ronde, les cinq fréquences identifiées à partir des spectres mesurées sont les suivantes : 20 Hz, 117.8 Hz, 347.56 Hz, 714.91 Hz et 1202.16 Hz (Figure 5.10).

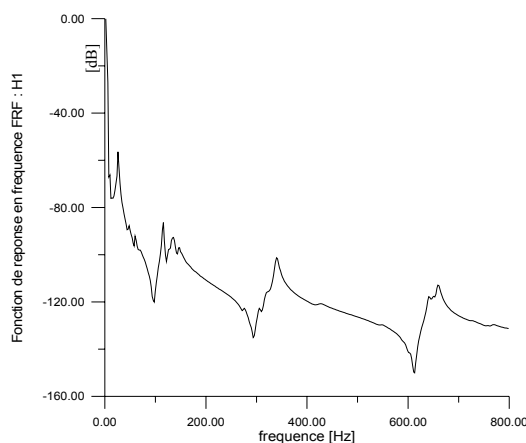


Figure 5.9 : Amplitude de la Compliance de la poutre de section carré non fissurée.

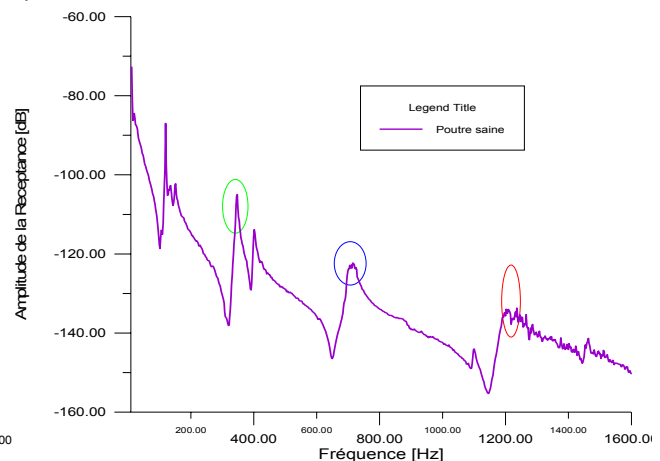


Figure 5.10 : Amplitude de la Compliance de la poutre cylindrique pleine non fissurée.

B) Identification des fréquences propres par vibration libre

Cette technique n'aboutie qu'à la mesure des deux premières fréquences propres. Donc, elle est limitée et non pratique, elle ne peut être utilisée que pour vérifier la mesure spectrale.

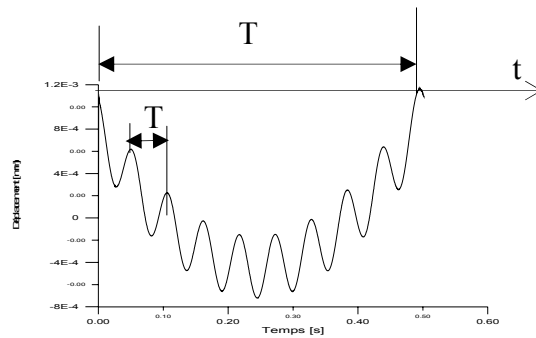


Figure 5.11 : Signal temporel du déplacement

C) Identification des fréquences propres par le spectre de déplacement ou d'accélération

La mesure des fréquences propres à partir de la réponse spectrale d'accélération ou de déplacement donne les mêmes résultats que sur les FRF.

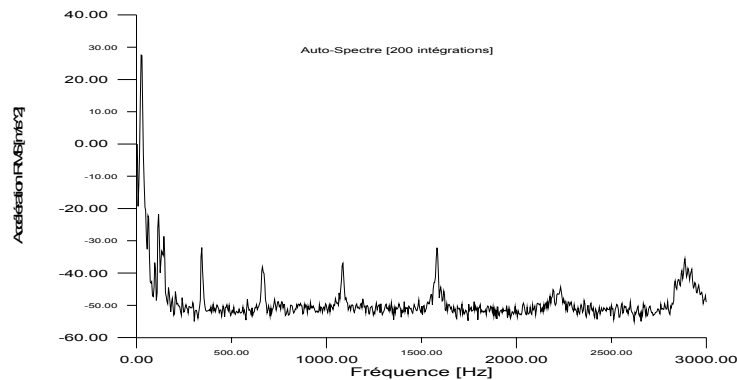


Figure 5.12 : Spectre des accélérations pour la barre carrée

5.3.2.10 Mesure des autres paramètres

Les techniques utilisées pour la mesure de l'amortissement ont été largement décrites dans l'étude bibliographique. Pour la mesure des autres paramètres, ils sont obtenus à partir des signaux temporels ou spectraux.

5.4 Investigations sur les indicateurs d'endommagement

Dans cette partie de travail, une série de tests expérimentaux et études numériques a été réalisée dans le but de trouver les meilleurs paramètres indicateurs du dommage. Pour ce faire, on travaille sur des éprouvettes en acier à section carrée et ronde, présentant chacune une fissure contrôlée.

Notre étude vise à suivre le changement de paramètres modaux, afin d'identifier les indicateurs d'endommagements les plus révélateurs et les plus stables.

Ce changement est représenté comme étant le produit de l'effet combiné de deux facteurs, le premier est proportionnel à la sévérité du dommage (fissure) et le second dépend de l'endroit de ce dommage [53].

5.4.1 Investigations Expérimentales

5.4.1.1 Etude de la variation des vibrations libres

La comparaison des signaux temporels de vibration des différents cas de poutres fissurées (Figure 5.13) ne donne aucune matière exploitable qu'on peut utiliser pour détecter la présence de fissure. La seule remarque qu'on a pu observer est celle relative au changement de la pente (raideur) des courbes temporelles; ce qui confirme le phénomène de décalage des fréquences.

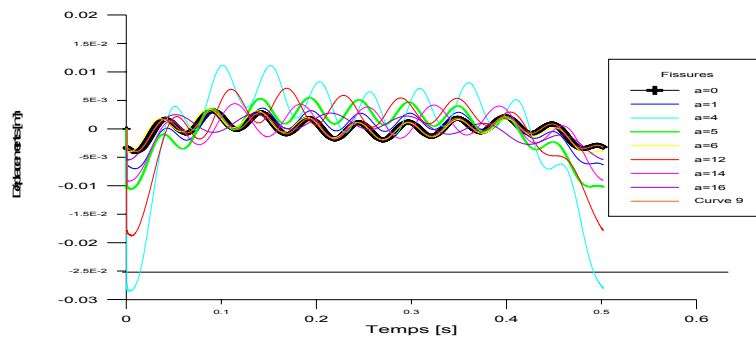


Figure 5.13 : superposition des signaux temporels des déplacements pour le rond

5.4.1.2 Etude de la variation des vibrations forcées (boucles hystérésis)

Cette expérience consiste à exciter par une force sinusoïdale de 3 Hz afin de mesurer la boucle d'hystérésis force-accélération ou force-déplacement. Le but de cette expérience est de vérifier s'il est possible d'utiliser la boucle d'hystérésis comme indicateur d'endommagement, et ce par l'introduction des fissures dans la structure et l'observation de la variation de la boucle.

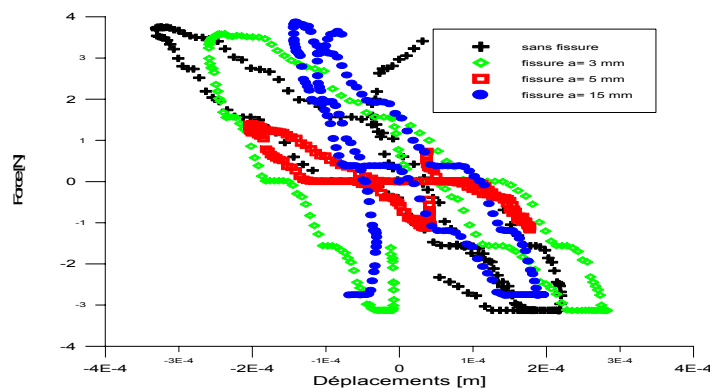


Figure. 5.14 : Difficulté de comparaison des Boucles d'hystérésis pour différentes fissures d'une poutre

La figure 5.14 montre qu'il est difficile d'exploiter la boucle d'hystérésis comme indicateur d'endommagement vu l'instabilité de ce paramètre.

5.4.1.3 Etude de la variation de la rigidité

La présence des fissures diminue la rigidité de la structure, et comme la souplesse (flexibilité) est l'inverse de la rigidité, cette présence doit donc augmenter la flexibilité de la structure. Et comme les changements de flexibilité sont locaux, le changement de flexibilité peut donc être utilisé comme un indice pour détecter (niveau 1) et localiser l'existence des fissures (niveau 2).

En démarrant de cette corrélation, on a programmé une série de tests (photo 6) pour investiguer la variation de la rigidité (flexibilité) des poutres fissurées afin de faire ressortir un critère ou un paramètre de contrôle de fissuration. La méthode consiste à mesurer pour chaque état de poutre non endommagée et endommagée la rigidité par l'essai de vibration forcée et ensuite par l'essai statique de la flexion transversale et faire une étude comparative.

a) Mesure et étude de la variation de la rigidité par l'essai de vibration forcée (boucle d'hystérésis)

La boucle d'hystérésis (force-déplacement) mesurée croit en chargement et décroît en déchargement. La variation de la raideur est mesurée à partir de la comparaison des pentes correspondantes aux différents boucles hystérésis (Figure 5.14).

La raideur obtenue pour l'état sans fissure est similaire à celle mesurée par la méthode statique.

Toutes les courbes charge-déplacement, qu'on a obtenu par l'essai de chargement-déchargement des deux poutres testées ont des formes très complexes et elles sont difficiles à exploiter comme il est montré sur la figure 5.16.

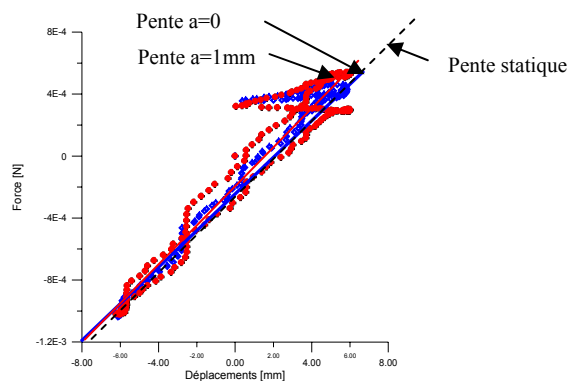


Figure 5.16 : Boucle d'hystérésis pour la poutre avec une section carrée fissurée avec une fissure de 1 mm

b) Mesure et étude de la variation de la rigidité par essai statique

En vue de comparer les rigidités globales dynamiques à ceux statiques, des essais de flexion statiques ont été réalisés. On pose plusieurs masses et on mesure le déplacement au point $j=8$ ($x=790\text{mm}$) par le biais d'un comparateur fixé au socle du banc d'essai.

La raideur statique est mesurée pour les deux cas de poutre. Le résultat statique est similaire pour le cas tiré de la boucle. Les résultats sont présentés pour les cas où $a=0$ et $a=1\text{mm}$ (Figure 5.17).

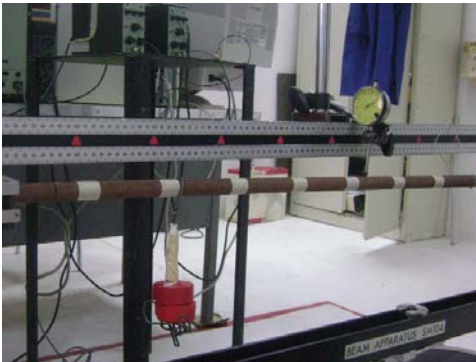


Photo 6 : Mesure statique de la rigidité statique du cylindre plein

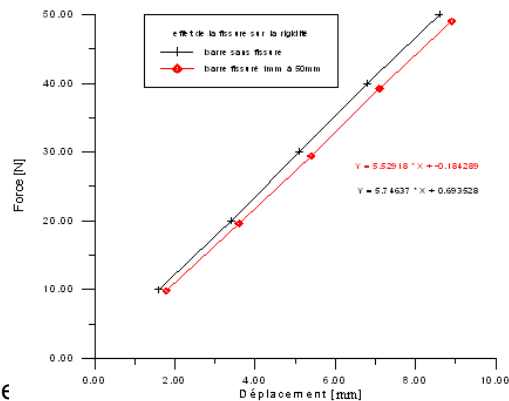


Figure 5.17 : Variation de la rigidité pour la barre fissurée de 1 mm comparée à la barre saine

Afin de mettre en évidence l'influence de la fissuration sur les différents raideurs locales en flexion, et afin de trouver la raideur « locale » la plus influencée par la fissure localisée à la position 50mm de l'encastrement, on a effectué des mesures des raideurs K_{ij} selon la discrétisation adoptée dans Figure 5.1.

Les essais de flexion statique ont donné les résultats présentés dans la Figure 5. 18.

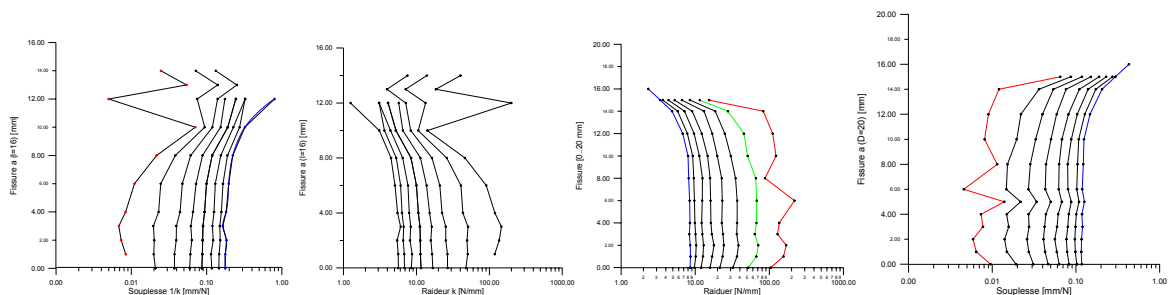


Figure 5.18 : Souplésses et Raideur globale en fonction de la profondeur de la fissure pour la poutre à section carrée et ronde

L'observation des courbes montre que la présence de la fissure provoque une diminution et une perte de rigidité d'autant plus prononcée que la profondeur est importante.

La Figure 5.18 illustre des courbes qui montrent que les rigidités au voisinage des fissures sont les plus affectées par la présence de ces dernières. Autrement dit la diminution des rigidités locales devient palpable de plus en plus qu'on s'approche de la fissure.

Dans notre cas la raideur locale K_{18} (1 correspond au point de fixation de la masse et 8 au point de fixation du comparateur) est la plus influencée donc elle est la plus touchée par la présence de la fissure.

La raideur statique peut être considérée comme un bon indicateur d'endommagement.

5.4.1.4 Etude de la variation des fréquences propres

A) Etude du changement de fréquences dans le cas de la poutre carrée :

Dans ces paragraphes, on s'intéresse à la variation des fréquences propres induite par le changement de la taille du dommage. Pour investiguer cette variation, on a effectué des essais forcés et libres sur des cas de poutres comportant des fissures avec différentes profondeurs.

Les résultats obtenus sont présentés sur plusieurs graphes et sont reportés sur plusieurs tableaux. Le graphique de la Figure 5.19 regroupe l'ensemble des évolutions des Receptances de tous les cas expérimentaux de poutres (saine et fissurées) en régimes forcés. Cette Figure illustre l'influence de la variation de la taille de la fissure sur les fréquences propres des poutres étudiées.

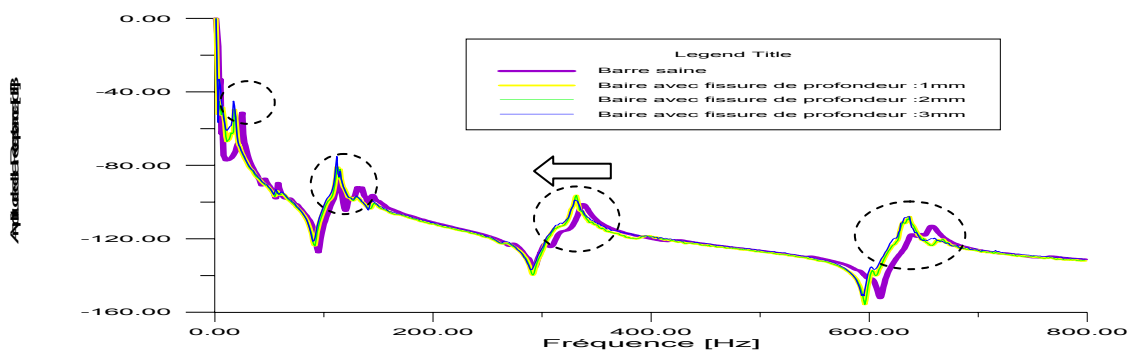


Figure 5.19 : Réponse de la poutre fissurée avec plusieurs profondeurs comparée à celle de la poutre saine (Cas de poutre carrée)

Les paramètres modaux sont extraits à partir des spectres FRF, en utilisant la méthode de puissance spectrale. Les trois premières fréquences propres de la barre non fissurée et fissurée sont identifiées dans la gamme de fréquences variant entre 0 et 800 Hz (Tableau 5.2).

Tableau 5.2 : Fréquences modales expérimentales de la barre en acier

a [mm]	Mode 1 [Hz]	Mode 2 [Hz]	Mode 3 [Hz]
0	24.98	112.80	337.61
1	18.95	112.17	331.41
2	17.99	112.11	331.3
3	17.83	111.77	330.24
4	17.65	110,00	330.00

La Figure 5.19 montre que l'effet de la fissure sur les fréquences propres (dans le cas de la poutre fissurée avec 1mm de profondeur (courbe en jaune)) est illustré par un décalage des fréquences vers la gauche. Les courbes montrent une diminution des fréquences due à la diminution de rigidité [54].

Un tel événement est confirmé par les relations analytiques. D'autre part, on peut remarquer que le décalage des fréquences est d'autant plus prononcé pour la quatrième fréquence que pour la première.

La Figure 5.19 montre aussi que la diminution des fréquences en fonction de la profondeur de la fissure est autant plus significative que la fissure est plus importante.

Généralement le décalage des fréquences vers la gauche est globale (Figure 5.19), mais ce décalage peut ne pas se révéler pour certains types de modes non fondamentaux. C'est pour cette raison qu'on dit que les fréquences propres sont affectées de manière différente selon le mode considéré [55]. Donc, en plus des paramètres étudiés, il faut introduire le mode lui-même dans la corrélation qu'on cherche. Cette relation aura donc la forme $(a, c) = f(\Delta f, \text{mode})$ avec c est la position de la fissure et Δf est la variation des fréquences.

L'illustration de la variation de la fréquence en fonction de la profondeur de la fissure est mieux représentée dans la Figure 5.20, que dans la Figure de superposition des spectres décalés. D'autre part, la représentation une par une des courbes de variation des fréquences est encore meilleure (Figure 5.21).

La variation enregistrée pour le premier mode est de l'ordre de 7 Hz alors que pour le troisième mode, elle de l'ordre de 27 Hz (Figure 5.21).

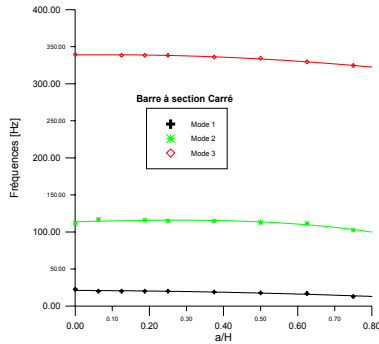


Figure 5.20 : Evolution des trois modes en fonction de la fissure (a)

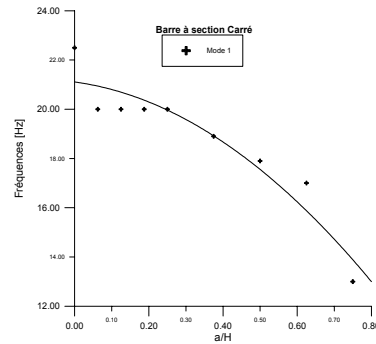
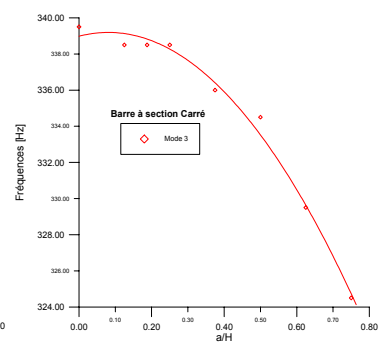


Figure 5.21 : Evolution du premier et du troisième mode en fonction de la fissure (a)



B) Etude du changement de fréquences dans le cas de la poutre ronde

Dans les mêmes conditions, on a refait les expériences pour une barre de section ronde. Les principales fréquences identifiées sont : 20, 188, 347, 714 et 1202 Hz. Dans l'étude de la variation de ces fréquences, on a travaillé sur la troisième, la quatrième et la cinquième fréquence, et on a trouvé presque les mêmes résultats que dans le cas de la barre de section carrée.

5.4.1.5 Etude de la variation de l'amortissement modal

Dans la littérature, il est établi que la présence d'une fente ou des dommages localisés dans une structure réduit la rigidité et augmente l'amortissement de la structure [56].

Dans cette section de ce chapitre, on va mesurer les coefficients d'amortissements afin d'étudier leur changement en fonction de la progression de la taille et cela en vue de voir s'ils peuvent être utilisés comme des paramètres de détection d'endommagement ou non.

Les valeurs des coefficients d'amortissement obtenues expérimentalement pour la barre saine sont comparées à celles obtenues pour le cas de la barre fissurée. Ces valeurs sont présentées pour le cas de la barre carrée sur la Figure 5.22 (a) et la barre cylindrique sur la Figure 5.22 (b).

Tableau 5.3 : Amortissements modaux des poutres (de section carrée) intactes et fissurées.

a/H	ξ_1 [%] → f ₁	ξ_2 [%] → f ₂	ξ_3 [%] → f ₃
0	6.2	2	1
0.0625	5	1.5	1.1
0.125	4.6	0.7	0.8
0.1875	6.7	1.17	2.2
0.5	7.7	0.9	0.5
0.625	-	0.8	0.7

Tableau 5.4 : Amortissements modaux des poutres (de section ronde) intactes et fissurées.

a/D	ξ_1 [%] → f ₁	ξ_2 [%] → f ₂	ξ_3 [%] → f ₃
0	0.35	0.20	0.99
0.25	1.22	0.09	0.19
0.3	0.82	0.90	1.09
0.5	-	0.93	0.73
0.6	1.19	-	0.62
0.7	1.92	0.17	0.63
0.8	1.68	0.11	1.016

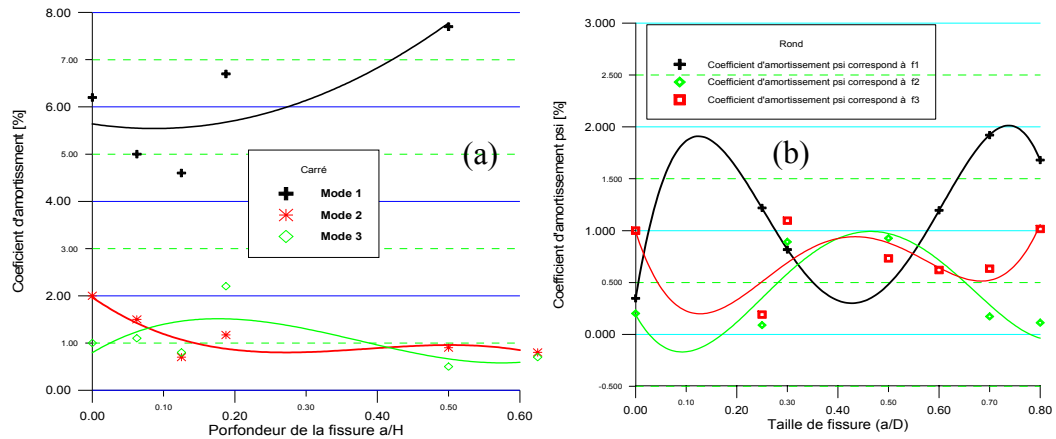


Figure 5.22 : Variation du coefficient d'amortissement modal des barres à section carrée et ronde (lissage)

Les résultats représentés par la Figure 5.22 (a) pour la première barre montrent une variation relative et stable des amortissements modaux pour les petites tailles de fissures puis elle devient instable. La variation du coefficient d'amortissement aux premiers stades de fissuration est très significative et plus important que celui observé pour les fréquences.

Pour la barre cylindrique pleine, l'évolution des paramètres d'amortissement est présentée par la Figure 5.22 (b). Mêmes constatations que celles faites pour la barre à section carrée.

Donc on peut conclure que l'étude de la variation du taux d'amortissement est intéressante et cela essentiellement dans les premiers stades de fissuration.

5.4.1.6 Etude de la variation de l'amplitude de la FRF

Toujours dans le contexte de la recherche des paramètres fiables de détection, on a investigué les résultats expérimentaux et on a travaillé sur les spectres de la Compliance. On a remarqué qu'il y a un décalage des amplitudes vers le haut dans les deux cas des poutres testées (Figure 5.23 et Figure 5.24). Les amplitudes des Compliances présentent donc une augmentation relative spécialement pour les premiers modes fondamentaux. On a constaté également que ces amplitudes croient avec la sévérité de l'endommagement (Figures 5.25, et 5.26).

La variation de l'amplitude de la Compliance dans le cas de la première poutre est dans l'ordre de 10^{-3} m/N pour le premier mode, et de 10^{-5} m/N pour le deuxième mode alors qu'il est de l'ordre de 10^{-6} m/N pour le troisième mode (tableau 5. 5).

Tableau 5.5 : Amplitude des Compliances des trois modes de la barre à section carrée

Profondeur de fissure [mm]	Mode 1 [m/N]	Mode 2 [m/N]	Mode 3 [m/N]
0	0.00327	$6.22 \cdot 10^{-5}$	$8.68 \cdot 10^{-6}$
2	0.00333	$9.087 \cdot 10^{-5}$	$1.545 \cdot 10^{-5}$
3	0.00565	$1.716 \cdot 10^{-4}$	$1.151 \cdot 10^{-5}$

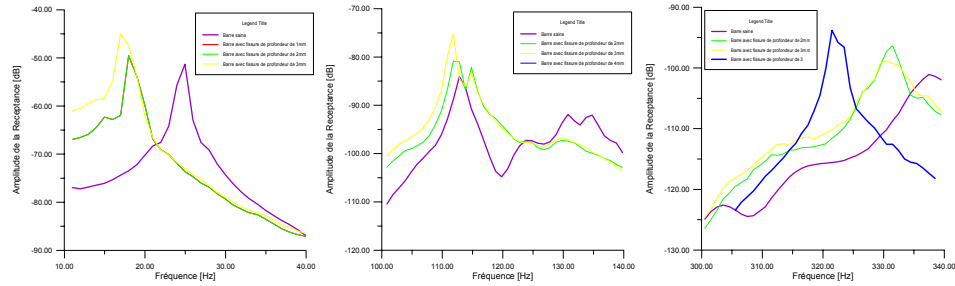


Figure 5.23 : Elévation des amplitudes de la Compliance de la poutre de section carrée

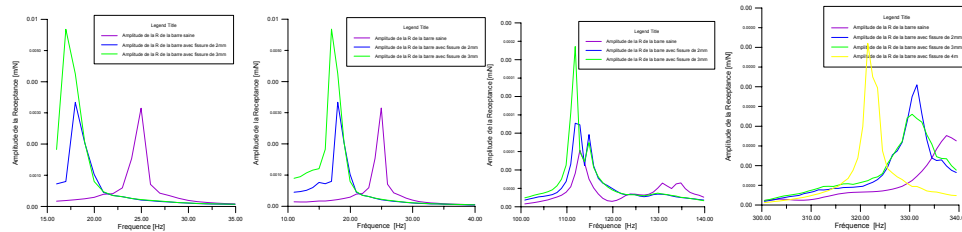


Figure 5.24 : Elévation des amplitudes de la Compliance de la poutre à section ronde

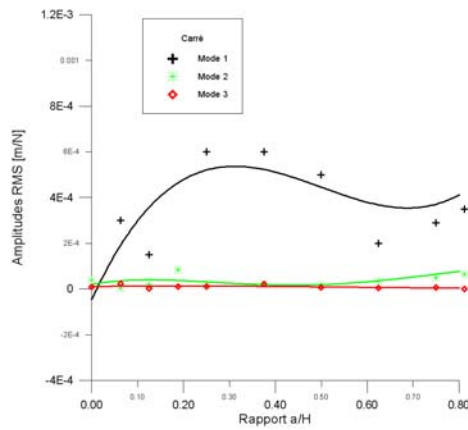


Figure 5.25 : Variation de l'amplitude FRF des trois premiers modes de la poutre carrée (lissage)

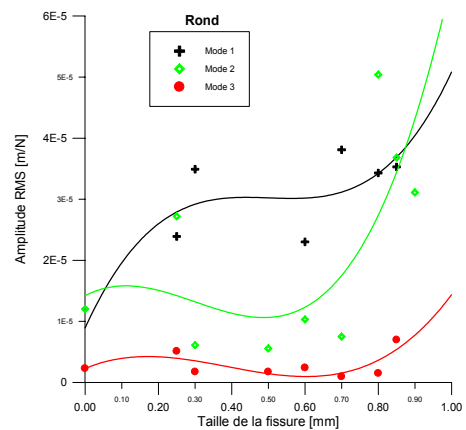


Figure 5.26 : Variation de l'amplitude FRF des trois premiers modes de la poutre cylindrique pleine (lissage)

Dans le cas de la barre à section carrée l'amplitude de Receptance du premier mode (Figure 5.25) peut être utilisée comme étant un index de détection des fissurations puisqu'elle varie jusqu'à 57% de sa valeur initiale (saine) à (a=3mm). Alors que pour le deuxième mode, l'amplitude augmente à 36%.

Dans le cas de la barre cylindrique pleine (Figure V26), on constate que l'amplitude de la Complante augmente de 30 % pour le premier mode et elle

augmente pour les autres modes (2 et 3) à 200% puis elle démunie. Ce qui montre le caractère instable de ce paramètre.

5.4.2 Etude de la sensibilité

Pour développer une méthode de détection, on recherche l'établissement d'une base de comparaison entre les différents paramètres ayant prouvés leur aptitude à qualifier l'état de situation des structures fissurées. On introduit la notion de sensibilité comme outil d'évaluation et de comparaison.

Le seuil de détection varie selon le paramètre modal sélectionné et selon d'autres facteurs liés aux conditions de fonctionnement de la structure contrôlée. Pour des raisons d'illustration, on adopte un critère de détection précoce des fissures pour une variation de 10% de ce paramètre, cette variation doit correspondre à une variation inférieure à 10% pour les fissures.

5.4.2.1 Sensibilité des fréquences

La comparaison des courbes de la sensibilité relative et absolue montre qu'il est plus préférable d'utiliser la première que la deuxième pour pouvoir comparer entre les différents paramètres et appliquer le critère adopté d'évaluation.

Par exemple pour la barre de section ronde, l'observation de la figure 5.27 montre que pour une augmentation significative de 5% de la sensibilité en mode 1 correspond à une progression de la fissure de l'ordre de 70% alors que pour la barre carrée, elle est de 40% pour une progression de la sensibilité de 10%.

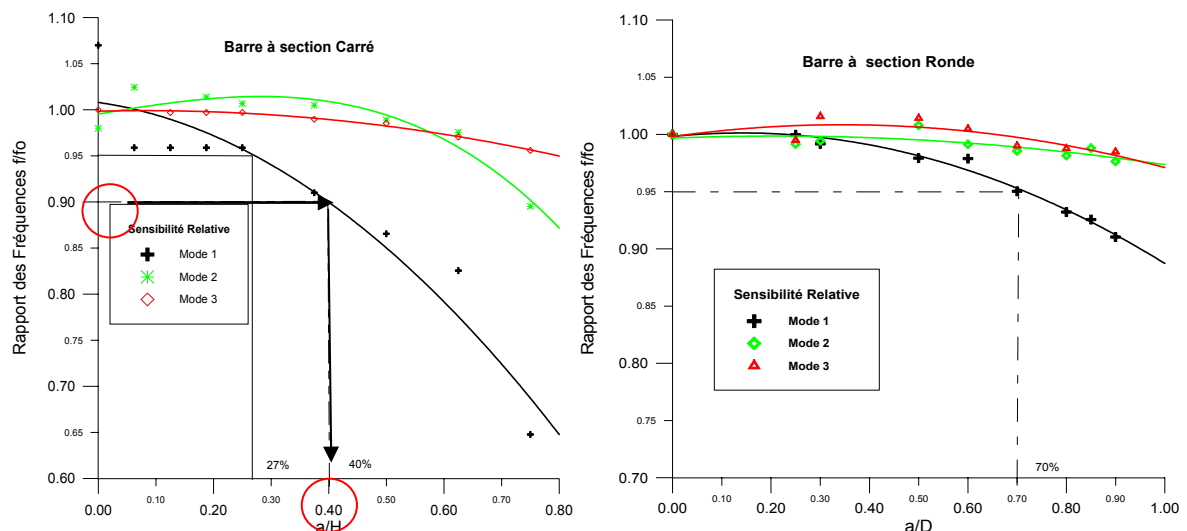


Figure 5.27 : Variation relative et absolue des fréquences pour différents modes pour la poutre de section ronde (lissage)

5.4.2.2 Sensibilité du coefficient d'amortissement

La variation du coefficient d'amortissement semble donner de bonne sensibilité pour les fissures à l'état précoce ; puisqu'elle donne une variation de **10%** du rapport (ξ/ξ_0) pour une progression de la fissure inférieure à **2%**. Malheureusement, au-delà de ces petites valeurs de la fissure, les résultats deviennent instables ; ce qui est cité par plusieurs auteurs [40, 55].

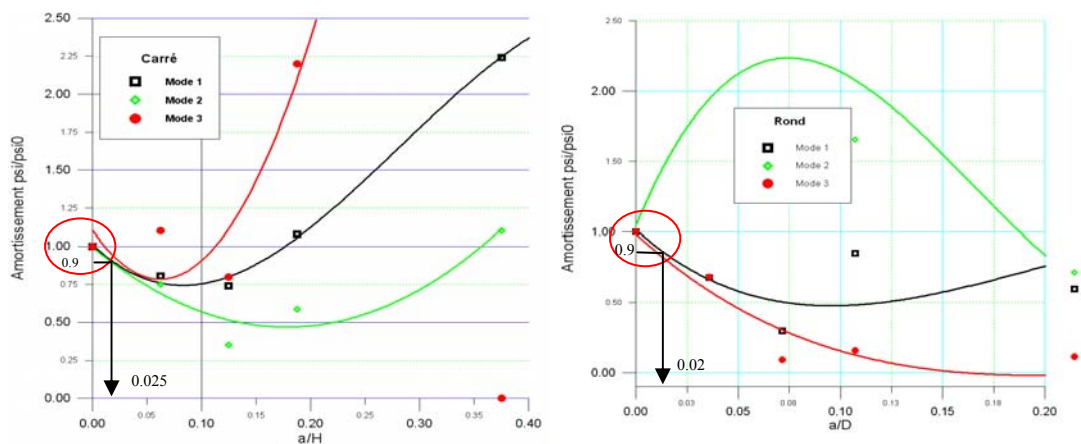


Figure 5.28 : Variation relative des coefficients d'amortissement pour les poutres à section carré et ronde (lissage)

Le changement des amortissements modaux a un intérêt important pour la détection, cela est due fait que par exemple pour la barre cylindrique pleine, la variation de la sensibilité des coefficients d'amortissement au premier mode et au second mode est supérieure à 10% pour des fissures de l'ordre de $a/h=2.5\%$.

On peut conclure, que ce paramètre peut être utilisé que dans les premiers stades d'apparition des fissures.

5.4.2.3 Sensibilité de l'amplitude de la Fonction de Réponse en Fréquences

La variation de la sensibilité de l'amplitude de la Fonction de Réponse en Fréquences a une allure similaire à celle des coefficients d'amortissement (figure 5.29), sauf qu'elle présente une sensibilité plus faible aux petites fissures par rapport à celle des amortissements. Ces deux paramètres peuvent se compléter l'un à l'autre pour confirmer l'existence ou non d'une fissure aux premiers stades de fissuration.

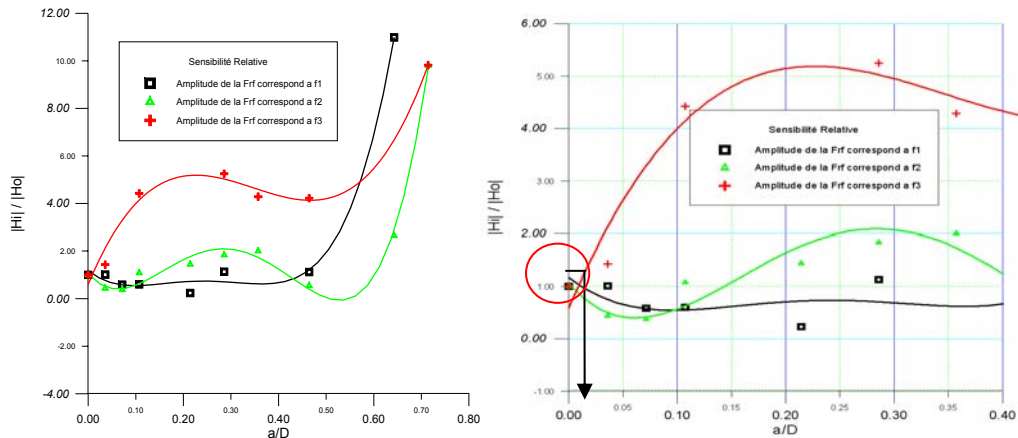


Figure 5.29 : Variation relative de l'amplitude de la Fonction de Réponse en Fréquences pour la poutre cylindrique pleine (lissage)

5.5. Investigations par calcul Numérique

Dans cette partie de ce chapitre, une étude numérique de l'effet de la présence de fissure sur les paramètres modaux de la barre carrée est effectuée en utilisant le logiciel ANSYS. Cette étude est menée sur des modèles numériques de type poutre tridimensionnels (3D) et de type Brique (solide). Tous les deux sont corrigés et vérifiés par les résultats expérimentaux. Dans le premier modèle, l'effet de la présence de fissure est modélisé par une diminution de la rigidité locale d'un seul élément du modèle discrétisé par élément « beam4 ». Dans le deuxième modèle, l'effet de la présence de la fissure est réalisé par une entaille très fine [42].

5.5.1 Code de Calcul de structure utilisé

On utilise le code ANSYS comme moyen de modélisation et de calcul des exemples numériques étudiés.

5.5.2 Modèle numérique

L'analyse modale numérique par éléments finis de la poutre étudiée (saine et fissurée) a été effectuée en utilisant deux types de modèles, le premier modèle est de type volumique et le deuxième est de type poutre (Figure 5.3). Pour le premier modèle, la poutre est discrétisée par éléments de maillage de type brique : SOLID186 a dix nœuds (éléments 3D 10 Node Tetrahedral Structural Solid), pour le deuxième modèle, la poutre est discrétisée par élément poutre appelé beam4 (Figure 5.3).

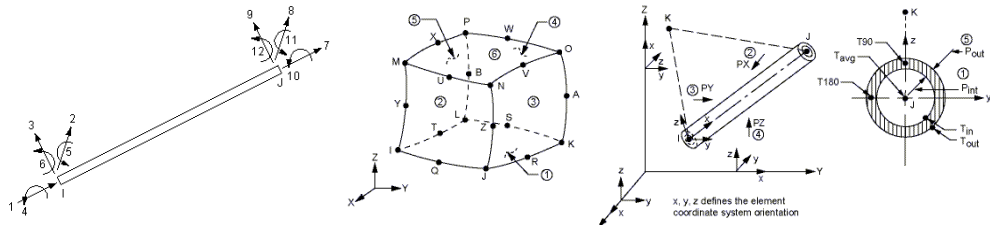


Figure 5.30 : Elément Beam4, élément Solid168 et élément Pipe 16 [ANSYS, help]

La Figure 5.31 montre la poutre modélisée en porte-à-faux avec une fente entaillée en U. et la Figure 5.32 et la Figure 5.33 présentent le modèle numérique discrétisé de la poutre étudiée.

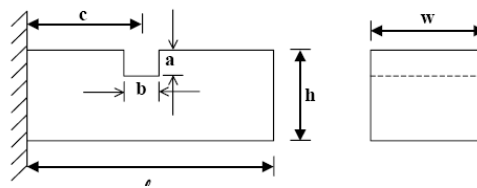


Figure 5.31 : Modèle de poutre fissurée [42]

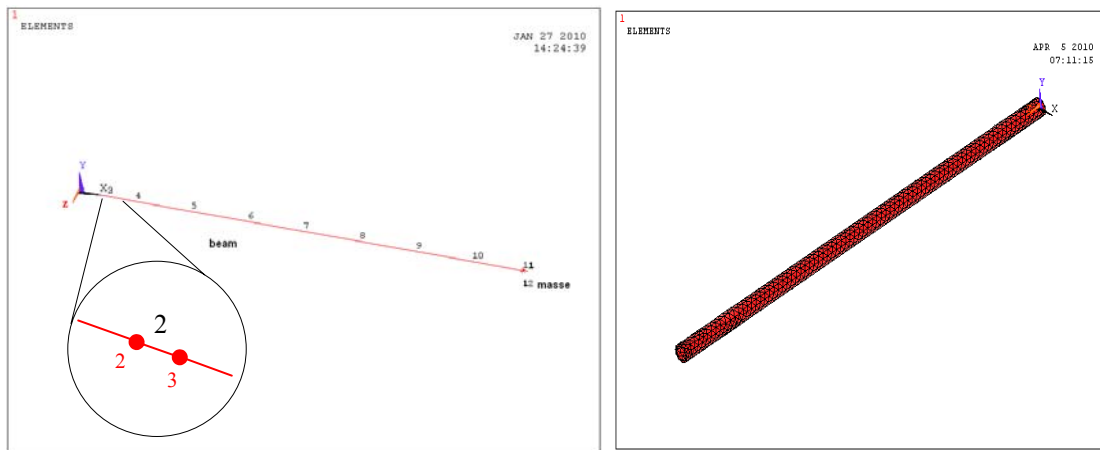


Figure 5.32 : Modèle en éléments finis beam4 Figure 5.33 : Modèle en éléments Solid186

La Figure 5.32 illustre la modélisation numérique d'une poutre (encastree-libre) en présence d'une fissure, la poutre est subdivisée en 12 nœuds et 12 éléments beam4 et mass 21 placée à l'endroit du capteur, on utilise le code ANSYS. La fissure est modélisée par un élément fini de même type mais avec des propriétés mécaniques différentes; où le module de YOUNG peut être modifié.

La Figure 5.33 représente le modèle de la poutre modélisé par 12034 nœuds et 5936 éléments de type solid186, la fissure est obtenue par soustraction d'un volume parallélépipédique d'épaisseur 1mm.

5.5.3 Vérification du calcul numérique

Le modèle numérique est corrigé et vérifié en faisant en sorte que les fréquences propres numériques et les fréquences propres du modèle expérimental soient aussi proches que possibles, en agissant au niveau de plusieurs étapes du procès de modélisation de la poutre saine et fissurée.

L'étude modale numérique est effectuée pour chaque cas de poutre carrée avec une fissure à la position 50mm à partir de l'extrémité encastree et des profondeurs de fissure variant de 2 à 14mm selon un pas de 2mm.

Les fréquences propres mesurées expérimentalement pour les cas des poutres fissurées selon la progression de la fissure sont comparées aux valeurs calculées numériquement sur le Tableau 5.6.

La Figure 5.33 présente une comparaison des fréquences numériques et expérimentales. La comparaison des fréquences propres numériques avec les fréquences mesurées montre une bonne concordance.

Tableau 5.6 : Comparaison des fréquences mesurées et des fréquences calculées

Taille a [mm]	f ₁ [Hz]		f ₂ [Hz]		f ₃ [Hz]	
	Num	Exp	Num	Exp	Num	Exp
0	20.45	24.98	127.92	112.8	357.10	337.61
2	20.34	18.95	127.77	112.17	357.10	331.41
4	20.07	17.99	127.36	112.11	357.10	331.30
6	19.56	17.83	126.65	111.77	357.08	330.24
8	18.65	17.65	125.44	110.00	357.03	330.00
10	17.04	17.79	123.53	125.72	356.94	124.00
12	13.91	17.81	120.50	128.39	356.79	322.43
14	8.65	17.00	117.06	123.50	356.55	310.26

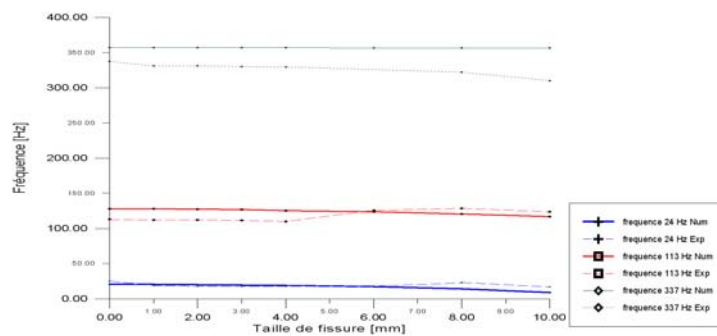


Figure 5.33 : Variation des fréquences propres (numériques et expérimentales)

5.5.4 Etude de l'effet de la position et de la profondeur de la fissure sur les paramètres modaux par l'utilisation de élément poutre

Dans cette étude, on réalise la discrétisation de la barre par élément poutre (beam4) (Figure 5.32), le choix de ce type de modélisation a été adopté par souci d'accéder aux résultats d'une manière simple et rapide tout on obtenant les

courbes des déformés modales avec une très bonne approximation vu que cette dernière est obtenue à partir des flèches de la ligne moyenne. De plus cette modélisation a l'énorme avantage de diminuer la taille du problème.

5.5.4.1 Etude du changement des fréquences modales

Pour évaluer le changement des fréquences modales suite à la présence des fissures, on modélise la fissure dans le modèle considéré par un élément de maillage avec une rigidité faible, cet élément a une longueur de 1mm et il est localisé à la distance 50mm de l'encastrement. La diminution de la rigidité de flexion de l'élément est introduite en agissant sur le module de YOUNG de l'élément choisi (puisque la rigidité est proportionnelle au module de YOUNG).

Les résultats obtenus pour plusieurs états de fissures sont représentés sur la Figure 5.34. Cette dernière Figure montre que la variation par exemple pour la fréquence du premier mode est presque invariable jusqu'à 0.5×10^{11} pour E à l'état sain de 2×10^{11} . Une fois, ce seuil dépassé, la variation des fréquences devient rapide jusqu'à la valeur de $E = 1 \times 10^6$. Après ce seuil la variation devient très lente. D'autre part, la Figure 5.35 montre que l'effet de présence de fissure est d'autant plus visible lorsqu'on avance dans l'ordre des modes.

Pour avoir une idée et dans le but d'exploiter une corrélation entre le module de YOUNG et la profondeur de la fissure, on présente un modèle théorique sur la variation de la profondeur de la fissure en fonction de la raideur. Les courbes de la Figure 5.36 sont issues de la formulation du modèle théorique. D'après ces courbes, on trouve qu'un changement de (a/H) de l'ordre 0.1 correspond à une variation de la souplesse de 10^{-9} à 10^{-5} , cette diminution en décades est importante.

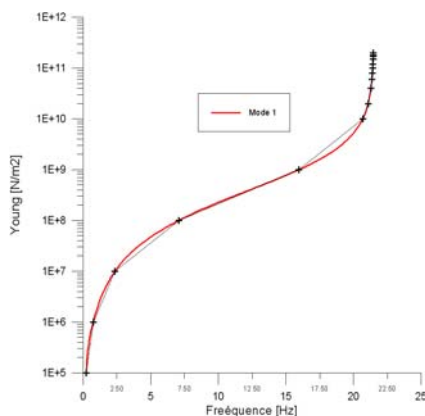


Figure 5.34 : Variation de la fréquence du mode 1

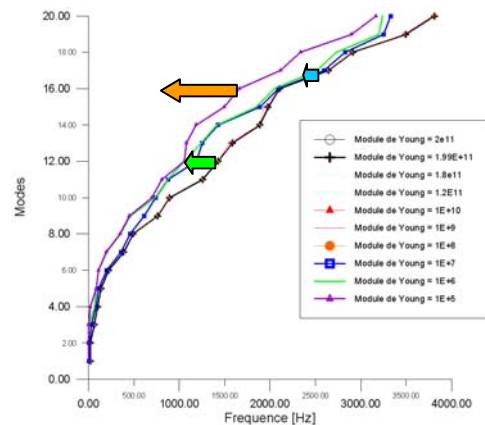


Figure 5.35 : Décalage des fréquences

Les constatations qu'on peut relever en observant la Figure 5.35 peuvent être résumées par les points suivants :

Un décalage visible des fréquences est observé, ce qui signifie que des modifications structurales ont eu lieu au cours du temps (identification de niveau 1: détection).

La variation des fréquences est faiblement sensible aux petites modifications du module de Young. Les fréquences sont affectées pour une variation importante de E. Les moyens et hauts modes sont les plus sensibles aux changements des propriétés mécaniques locales de l'élément qui simule la section fissurée.

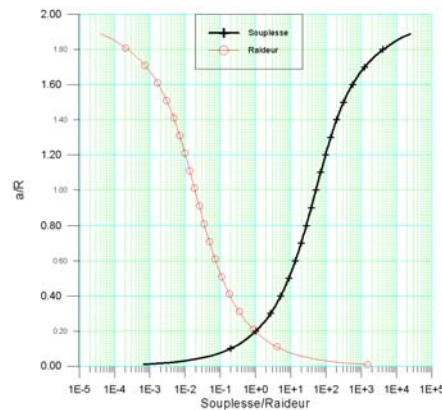


Figure 5.36 : Calcul théorique de la Souplesse et Raideur locale [37]

La Figure 5.36 illustre la variation de la souplesse locale en fonction de la progression de la fissure, on remarque qu'en première phase une augmentation en puissance de 10 avant que la fissure atteinte les 10%, puis une augmentation lente pour terminer avec une rupture brutale (avalanche). Or, ce comportement est semblable à celui observé pour la sensibilité des fréquences dans ses deux premières phases.

5.5.4.2 Etude de la variation des déformées modales

A partir des déplacements x , y et z obtenus du modèle numérique et ce pour différentes profondeurs de fissures, on a pu établir les déformées modales de la poutre selon les deux plans zx et xy . Les Figures 5.37 et 5.38 montrent que les changements survenues sur les déformées ne sont devenu perceptibles qu'à partir de $E=0.2 \cdot 10^{11}$ (contre $E=2 \cdot 10^{11}$) ; ce qui correspond à une modification des déformés de 0.6%. Cette chute en décades du module de Young jusqu'à 10 % de sa valeur initiale, correspond à une fissure de $a/h=0.01$ en référence à la corrélation proportionnelle entre E et K selon le graphe $k(a/h)$ de la Figure 5.36.

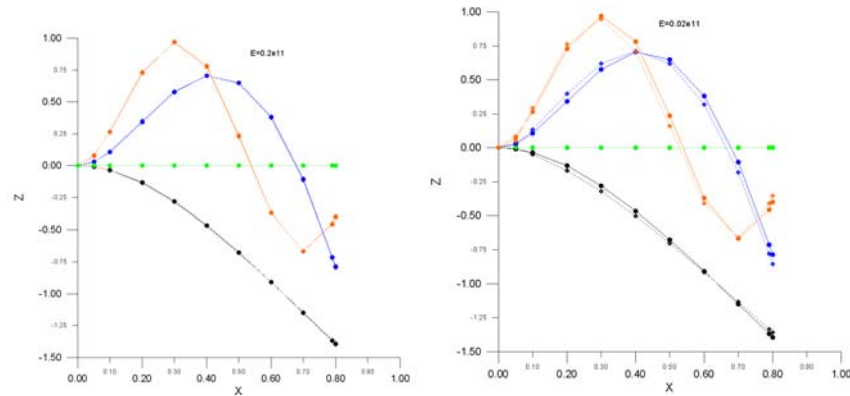


Figure 5.37 : Variation des trois déformées modales par changement du module de Young

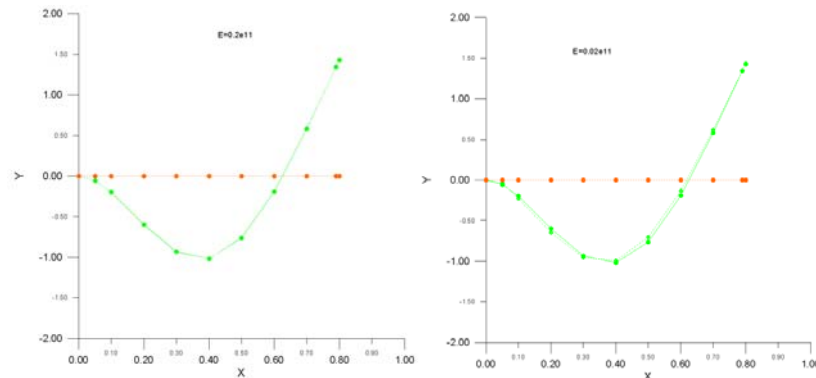


Figure 5.38 : Variation de la déformée modale de mode 2 par changement de E de l'élément

5.5.4.3 Etude de l'effet de la position et de la profondeur sur les fréquences propres en utilisant le modèle Brique

Le calcul modal numérique est effectuée pour le modèle de la poutre avec différents profondeurs de fissure variant de 2 à 14mm selon un pas de 2mm et pour différentes positions de la fissure (à partir de l'extrémité encastree) variant de 50mm à 800mm selon un pas de 50mm. Ce calcul numérique est répété en gardant les mêmes propriétés mécaniques et géométriques et pour les mêmes conditions aux limites encastree-libre.

5.5.4.3.1 Etude du changement des fréquences modales

Pour évaluer le changement des fréquences modales suite à la présence des fissures, on modélise la fissure par la soustraction d'un solide parallélépipédique de la barre à la position et avec la profondeur désirée, puis on refait le maillage de la structure.

Les fréquences propres normalisées des poutres fissurées sont obtenues pour des fissures situées à la distance normalisée c/l de l'encastrement avec une profondeur normalisée a/h . Les fréquences propres et normalisées f_{n1} , f_{n2} , f_{n3} sont définies respectivement comme étant le rapport de la fréquence de la poutre

fissurée f_i sur la fréquence propre de la poutre saine f_{i0} du premier, du deuxième et du troisième mode.

Les variations des trois premières fréquences propres normalisées (f_{n1} , f_{n2} et f_{n3}) en fonction du rapport de la profondeur (a/h) pour différents endroits de la fissure (c/l) sont respectivement présentées dans les Figures 5.39.

On peut observer que les valeurs des trois premières fréquences propres de la poutre fissurée diminuent, avec l'augmentation de la profondeur de la fissure.

Dans la Figure 5.39 (a), on observe que le taux de décroissance de la fréquence du premier mode est maximum pour $c=50\text{mm}$ ($c/l = 0,0625$) et il diminue quand c augmente de 50 mm à 400mm, et il reste invariable pour c allant de 600mm à 800mm. Ainsi on peut conclure que la valeur de la fréquence propre du premier mode est dans la plupart du temps affectée quand l'entaille est localisée près de l'extrémité encastree ce qui est confirmé par la Figure 5.40 (a).

Dans la Figure 5.39 (b), on observe que la diminution du taux de décroissance de f_2 est un peu significative quand l'entaille est localisée entre $c=400$ et $c=600\text{mm}$. Quand l'entaille est localisée près de l'extrémité encastree ($c=50$ et $c=200\text{mm}$), cette diminution est moins significative, ce qui est confirmée par la littérature [55 , 57]. Les mêmes observations sont également remarquées dans la Figure 5.40 (b).

Un phénomène important a été observé dans la Figure 5.39 (b), le taux de décroissance du deuxième mode est plus important dans la position $c = 400\text{mm}$ ($c/l=0.5$) à comparer avec celui dans le point $c = 600\text{mm}$ ($c/l=0.75$). Comme le nœud pour le deuxième mode ($c/l = 0.783$) est plus près du point ($c/l = 0.75$) à comparer au point $c=400\text{mm}$ ($c/l = 0.5$), l'effet de la taille est plus significatif à $c/l = 0.5$.

Toutes ses observations peuvent être conclure aussi à partir de la Figure 5.40(b).

A partir des résultats trouvés, on peut conclure que la diminution des fréquences est plus importante quand l'entaille est localisée dans les positions maximales déformées modales (ventres) (Figure 5.41). On peut voir à partir de la Figure 5.40 (b) que le changement de la 2^{ème} fréquence propre en fonction de l'endroit n'est pas monotone comme pour le changement de la première fréquence propre comme il est montré dans la Figure 5.40 (a).

La valeur minimale de la fréquence propre pour le 1^{er} mode et le 2^{ème} mode sont respectivement 0.35 et 0.7 pour $a/h = 0.8$. L'effet de la fissure est maximum au premier mode et dans la position $c/L = 0.0625$. Ainsi, on peut conclure que le 1^{er} mode est le plus sensible.

Le mode 3 est moins affecté, il est presque insensible à l'existence de l'entaille au milieu de la poutre et à l'extrémité libre, il change rapidement quand la fissure est située aux alentours de 250mm et beaucoup plus aux environs de 640mm comme il est montré dans les Figures 5.39 (c) et 5.40 (c).

A partir des observations précédentes, on peut conclure que l'emplacement et la profondeur de l'entaille ont une influence sur les fréquences de la poutre fissurée. Ainsi une certaine fréquence peut correspondre à différentes profondeurs et à différents endroits de fissure.

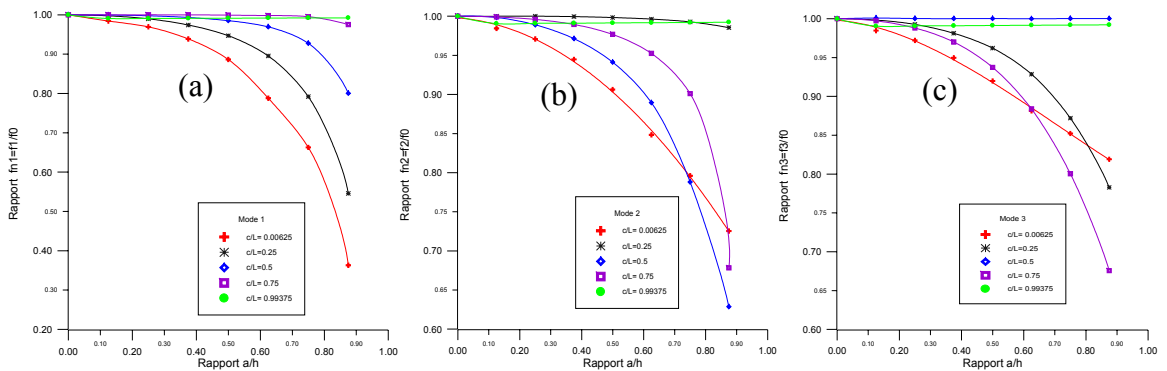


Figure 5.39 : Variation du rapport des fréquences avec le rapport de profondeurs de la fissure pour différentes positions de fissure dans barre de section carré (encastée-libre), (a) 1^{er} mode (b) 2^{ème} mode, (c) 3^{ème} mode.

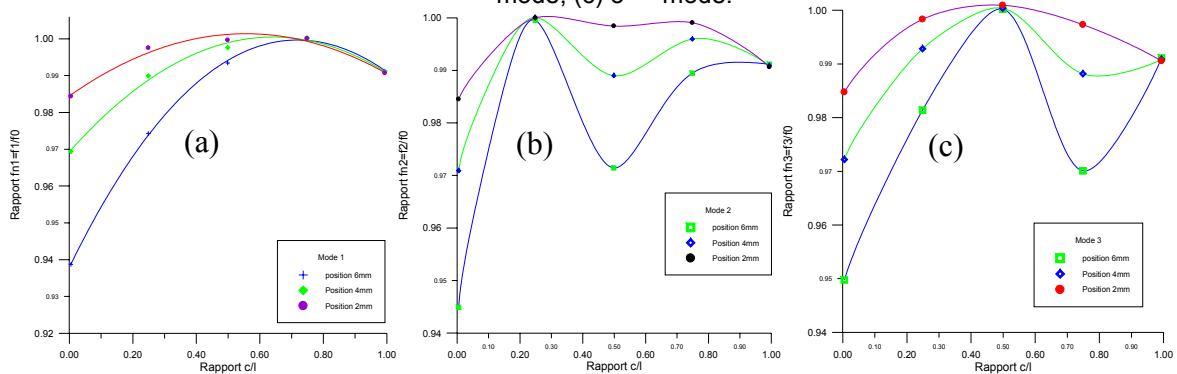


Figure 5.40 : Variation du rapport des fréquences avec le rapport de positions de la fissure pour différentes profondeurs de fissure dans la barre de section carré (encastée-libre), (a) $a=2\text{mm}$ (b) $a=3\text{mm}$, (c) $a=6\text{mm}$.

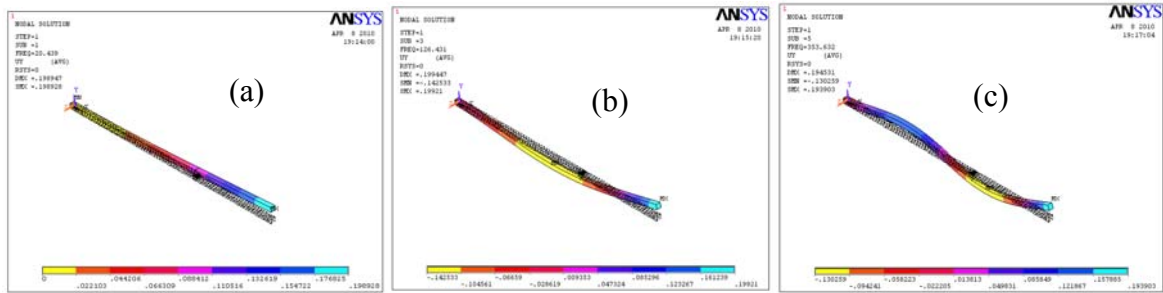


Figure 5.41 : 03 premiers modes de la barre carrée (encastée-libre) (a) 1^{er} (b) 2^{ème}, (c) 3^{ème} mode

5.5.4.4 Vérification expérimentale des effets dus aux changements de la Position de la fissure (c/l)

La comparaison des résultats expérimentaux (figure 5.42 (a et b)) avec ceux numériques (figure 5.39 : b et c) (mode 2 & 3) montre une bonne ressemblance. Cette vérification, confirme l'existence de la même corrélation entre sensibilités des modes et positions de la fissure pour les deux résultats.

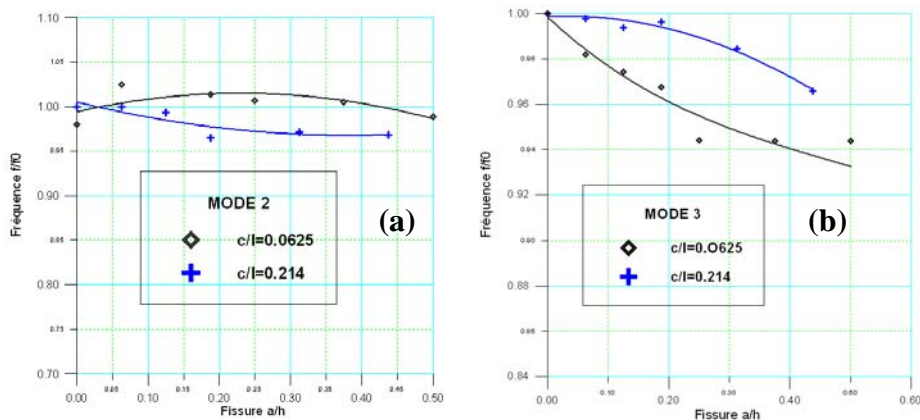


Figure 5.42 : Variation du rapport des fréquences expérimentales avec le rapport des profondeurs de la fissure pour deux positions de la fissure dans barre de section carré (encastée-libre), (a) 2^{ème} mode, (c) 3^{ème} mode.

5.5.4.5 Conclusion sur les paramètres investigués

Le parcours des résultats préliminaires concernant les paramètres investigués à partir d'études réalisés sur des barres à section carrée et cylindrique pleine, a montré que seules les variations des fréquences (trois premiers) et des raideurs ont été stables, alors que l'amortissement et les amplitudes se sont avérés instables. Alors que la déformé modale a donné une faible sensibilité.

5.6 Etude et investigation sur la variation des paramètres modaux d'un tube en acier

Par cette application, on veut développer une stratégie de détection par analyse vibratoire sur des structures tubulaires, cette stratégie est établie par l'étude de sensibilité des paramètres modaux à la présence d'une fissure de

profondeur contrôlée toute en explorant les modes dans la gamme des fréquences élevées.. Pour se faire, on procède à exploiter les informations cumulées et les résultats obtenus durant les tests précédents, on procède aussi à faire les mêmes procédures d'analyse des variations des paramètres modales considérés stables et fiables.

Pour atteindre les objectifs fixés, on a fait une série d'expérimentation sur un tube en acier ayant une fissure ouverte et non propagée [53]. Le choix de ce tube et ses dimensions est faite en tenant compte de la théorie d'EULER BERNOULLI qui énonce que pour favoriser l'apparition des modes de flexion et les rendre dominant par rapport aux modes dites modes relatifs aux coquilles (Shell type modes), la poutre soumise à la flexion doit être relativement longue par rapport à sa hauteur ou son diamètre [57].

On choisit une forme élancée du tube pour s'assurer que les premiers modes qui apparaissent soient celles de flexion. Une telle condition rend la rigidité modale de flexion beaucoup plus affectée par la présence des fissures [57].

En sachant que les modes propres sont sensibles à la géométrie et l'orientation de la fissure et au mode de sollicitation (flexion ou torsion), dans nos expériences, on a fait en sorte que seul le mode de flexion soit le plus dominant, et cela en découpant une entaille transversale perpendiculaire à l'axe du tube et de faire solliciter ce dernier par une flexion transversale [53].

5.6.1 Description de l'éprouvette tube

Le tube en acier utilisé pour ces essais expérimentaux a une longueur de 800mm et une section de diamètre égale à 27mm et une épaisseur de 3 mm. Le matériau du tube a les propriétés suivantes : Module de YOUNG E est 2×10^{11} N/m², la densité est 7800 kg/m³ et le coefficient de Poisson γ égale à 0,33.

5.6.2 Comparaison des Résultats théoriques et expérimentaux

Le calcul analytique des huit premières fréquences fondamentales pour le tube en acier avec les conditions aux limites encastree-libre, donne les résultats qu'on présente dans le tableau 5.9.

Les fréquences propres obtenues expérimentalement sont comparées aux fréquences analytiques, et leurs comparaisons donnent une bonne similitude (voir Tableau 5.7).

Tableau 5.7 : Rapport entre fréquences mesurées et celles calculées pour le tube sain.

Poutre	Mode	f_{mes} [Hz]	f_{cal} [Hz]	f_{cal}/f_{mes}
Tube	1	32.94	33.81	1.02
	2	228.64	210.69	0.92
	3	582.09	588.26	1.01
	4	1155.00	1301.90	1.13
	5	2090.00	2152.12	1.03
	6	2880.00	3214.89	1.12

5.6.2.1 Etude du changement des paramètres modaux

5.6.2.1.1 Fréquences propres

Les résultats obtenus servent à l'investigation de la variation des fréquences propres, sont présentés sur les figures (figure 5.43 et figure 5.44). Ces figures illustrent l'influence de la variation de la taille de la fissure sur les fréquences propres du tube.

L'analyse des résultats montre une grande similitude avec les résultats trouvés pour les barres à section carrée et ronde.

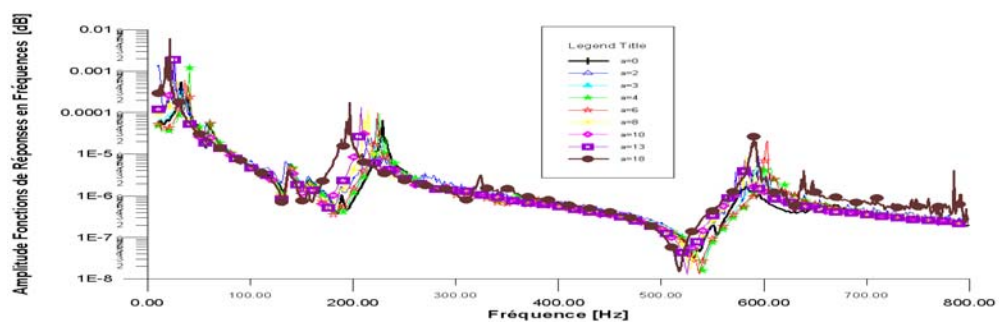


Figure 5.43 : Décalage des fréquences modales des tubes fissurés par rapport à celles du tube sain

La courbe de la sensibilité relative de la figure 5.44 montre que l'effet de propagation de la fissure est d'autant plus important dès qu'on s'approche des

modes premiers fondamentaux, alors que la courbe de la sensibilité absolue de la Figure 5.45 met en évidence les fréquences élevées.

La sensibilité absolue est considérée comme étant la différence entre le paramètre à l'état sain et le paramètre à l'état endommagé.

La Figure 5.44 présente l'évolution de la sensibilité des huit premiers modes, elle montre bien que le premier mode est le plus influencé par la présence de la fissure, la sensibilité de ce mode est importante, elle atteint les 5% pour une fissure atteignant les 8% du diamètre extérieur (2.16mm sur 3mm de l'épaisseur), et elle atteint les 10% pour les 19% de diamètre extérieur du tube.

Les deux premiers modes significatives sont les plus influencés. Les autres modes de la gamme élevée sont moins affectés, ils sont plus sensibles aux profondeurs des tailles les plus élevées.

La courbe de la sensibilité absolue met en évidence les fréquences élevées. Mais elle reste non exploitable, du fait qu'elle n'offre pas de bases de données (abaques) pour être exploitée.

Le nombre de modes utilisés et le travail avec les modes élevées n'ont pas d'influence importante sur les résultats finals d'évaluation.

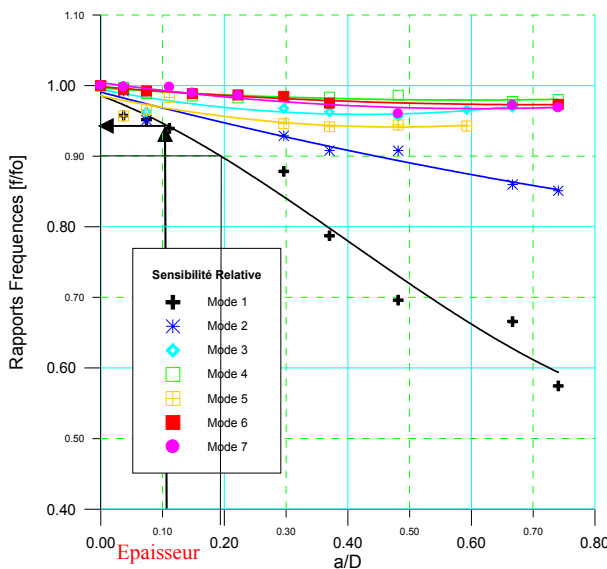


Figure 5.44 : Sensibilité Relative des modes du tube selon l'évolution de la fissure

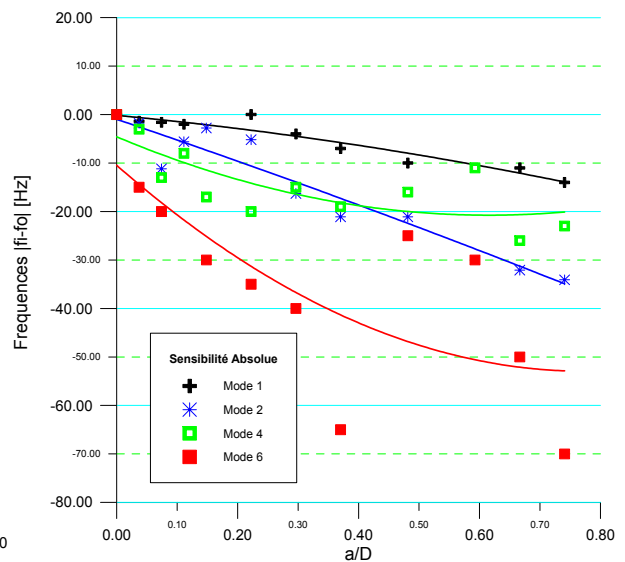


Figure 5.45 : Sensibilité Absolue des modes du tube selon l'évolution de la fissure

5.6.3 Comparaison entre différentes sections

La comparaison des sensibilités, selon la section de la poutre, montre que le tube est, généralement, le plus affecté par la présence de la fissure, alors que la

poutre à section carrée donne une sensibilité proche de celle qui a une section ronde (Figure 5.46).

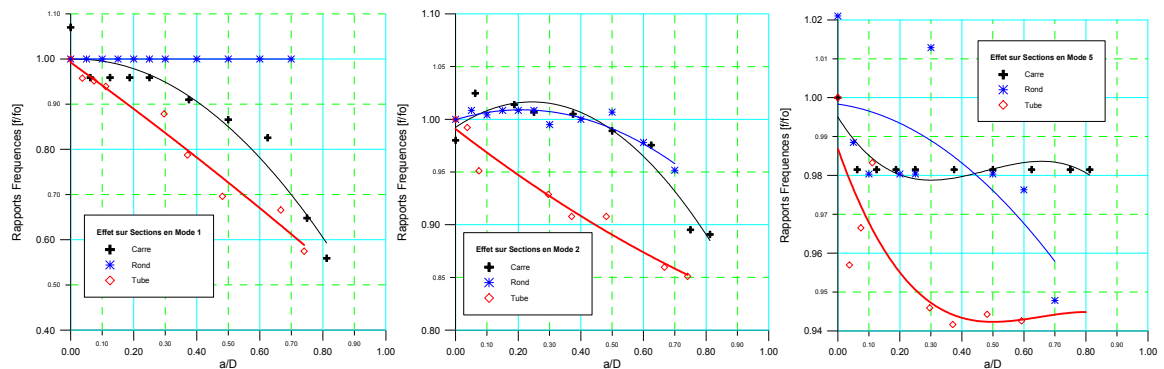


Figure 5.46 : Effet de la section sur la sensibilité relative des fréquences pour les modes 1-5

5.6.4 Analyse modale numérique d'un tube en acier

Dans cette application, on s'intéresse aux influences des profondeurs et des positions des fissures transversales sur les fréquences propres de l'éprouvette tube. On étudie ces influences en vue d'établir une procédure d'identification censée fournir un outil utile pour la détection des fissures.

Pour avoir des résultats numériques crédibles par l'utilisation de l'élément solid186, on a réalisé une étude comparative avec l'élément pipe16 (Elast straight16). La comparaison des résultats, a donné une bonne parité entre les résultats.

Les variations des fréquences modales du tube fissuré par rapport à celles du tube sain sont réalisées par une modélisation tridimensionnelle en considérant les trois modes de fixation appuyée-appuyée, encastree-libre et encastree-encastree.

5.6.4.1 Comparaison des résultats numériques des fréquences

L'analyse modale du tube sain par les deux éléments considérés est effectuée dans les conditions aux limites encastree-libre (Figure 5.42). Le tableau 5.8 donne les résultats f_{num1} pour le premier modèle et f_{num2} pour le deuxième modèle et on trouve les écarts entre les fréquences mesurées et celles calculées f_{num1} .

Tableau 5.8 : Rapport entre fréquences propres calculées pour le tube sain

Mode	f_{num2} [Hz]	f_{num1} [Hz]	f_{exp} [Hz]	Erreur(%)
1	33.80	33.81	32.94	0.03
2	210.84	210.69	228.64	0,07
3	582.83	588.26	582.09	0.92

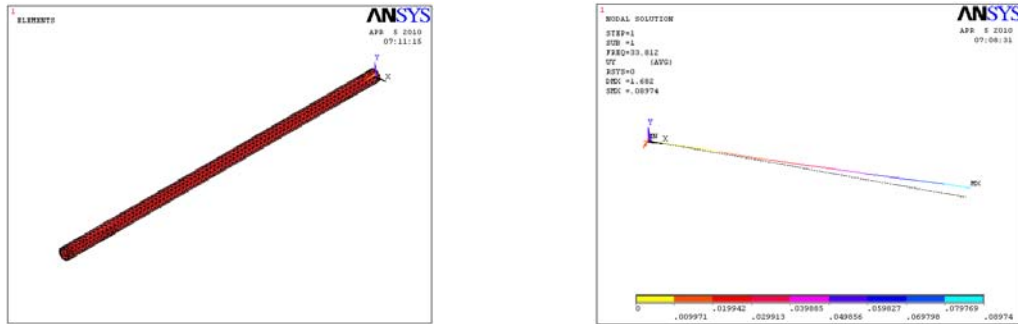


Figure 5.47 : Discrétisations volumique et discrétisation par élément pipe

Les fréquences obtenues avec les deux différentes discrétisations sont comparées avec celles de l'expérimental, et elles sont trouvées très proches et les écarts sont jugés comme acceptables (Tableau 5.8).

5.6.4.2 Etude des effets de la position et de la profondeur sur les fréquences propres du tube en acier selon les modes de fixations

Le calcul modal a été effectué pour chaque cas du tube sain et fissuré selon les trois conditions aux limites connus. Dans ce calcul, on a considéré les profondeurs de la fissure variant de 1 à 4 mm avec un pas de 1 mm et de 6 à 8 mm avec un pas de 2 mm. Les positions de la fissure sont choisies comme suit : 5 mm, 200 mm, 400 mm, 600 mm et 750 mm à partir de l'extrémité encastree ou à partir de l'appui triple.

5.6.4.2.1 Cas du tube encastree libre

Pour le cas des modèles des tubes fissurés encastrés à une extrémité et libre à l'autre, les variations des trois premières fréquences propres normalisées (f_{n1} , f_{n2} et f_{n3}) en fonction des rapports (a/h) pour différents rapports (c/l) sont respectivement présentés dans les figures 5.48 (a, b et c).

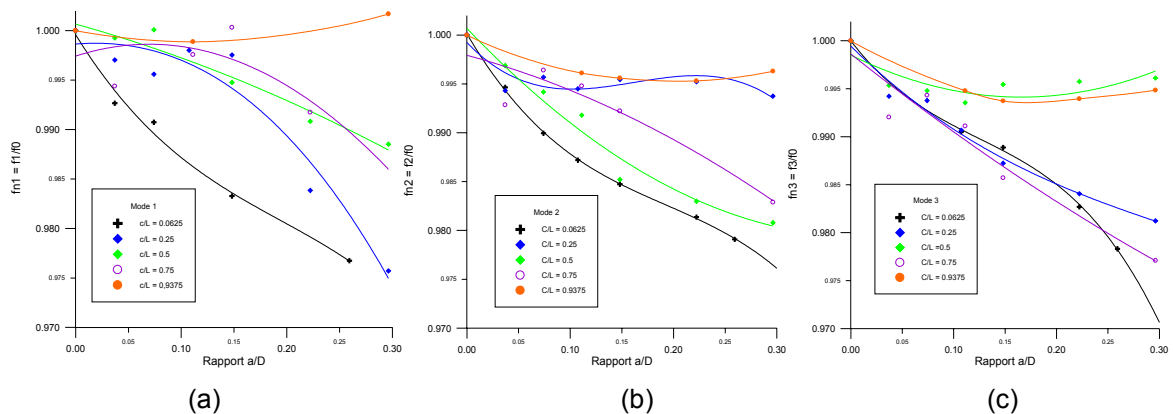


Figure 5.48 : Variation du rapport des fréquences avec le rapport de profondeurs de la fissure pour différentes positions de fissure dans le tube, (a) 1^{er} mode (b) 2^{ème} mode, (c) 3^{ème} mode

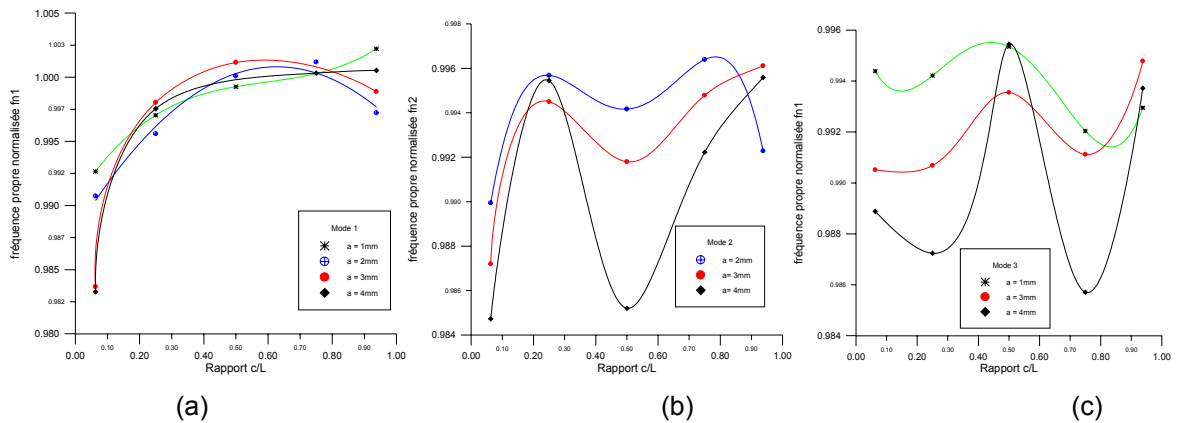


Figure 5.49 : Variation du rapport des fréquences avec le rapport de positions de la fissure pour différentes profondeurs de fissure dans le tube, (a) $a = 2\text{mm}$ (b) $a = 3\text{mm}$, (c) $a = 6\text{mm}$.

En observant les figures 5.48(a) et 5.49(a), on remarque que le taux de décroissance de la fréquence du premier mode est maximum pour $c/l = 0,0625$ et $c/l = 0.25$. La fréquence normalisée diminue rapidement quand c/l augmente de $c/l = 0.25$ à $c/l = 0.75$, et elle reste invariable pour les fissures situées aux alentours de l'extrémité libre ($c/l = 0.9375$).

Dans la figure 5.48(b), on observe que la diminution du taux de décroissance de f_2 est un peu significative quand l'entaille est localisée proche des points $c=800\text{mm}$ ($c/l = 0.9375$). Quand l'entaille est localisée près de l'extrémité encastree ($c/l = 0.0625$), la fréquence f_2 devient plus sensible et la diminution est plus significative, ce qui est confirmé par la littérature [42]. Ce taux de décroissance est plus important dans la position $c=400\text{mm}$ ($c/l = 0.5$) et il est moins important dans la position $c=600\text{mm}$ en comparaison à celui du point $c=200\text{mm}$ ($c/l = 0.75$). Les mêmes observations sont également faites à partir de la figure 5.49 (b). L'effet de l'entaille sur le mode 2 est plus significatif à $c/l = 0.5$; cela est dû au fait que le nœud du deuxième mode est situé au point ($c/l = 0.783$) et le ventre de la déformée modale est situé au point $c/l = 0.5$.

L'effet de l'entaille est maximum au premier mode et dans la position $c/l = 0.0625$. Ainsi, on peut conclure que le 1^{er} mode est le plus sensible.

La diminution de la fréquence fondamentale est importante quand la fissure est située près de l'encastrement. Cela est dû au fait que le moment de flexion est plus grand à l'encastrement (grande perte de rigidité à la flexion).

Le second, et le troisième mode sont moins affectés à cet endroit.

A partir des résultats trouvés, on peut conclure que la diminution des fréquences est plus importante quand l'entaille est localisée dans les positions des

ventres des déformées modales. L'ampleur de ces changements de fréquences propres dépend de la position de la fissure par rapport à l'endroit des nœuds modaux. D'autant que la position des fissures est proche du nœud modal d'autant que le changement est moins important.

On peut voir à partir de la figure 5.49 (b) que le changement de la 2^{ème} fréquence propre en fonction de l'endroit n'est pas monotone comme pour le changement de la première fréquence propre illustré sur la figure 5.49 (a).

Ainsi, on peut conclure que la valeur de la fréquence propre normalisée du premier mode est dans la plupart du temps affectée quand l'entaille est localisée près de l'extrémité encastree ce qui est confirmé par la littérature [55]

Les Figures 5.50 (a) (b) et (c) montrent les déformées modales du premier, du deuxième et du troisième mode pour un tube encastree-libre.

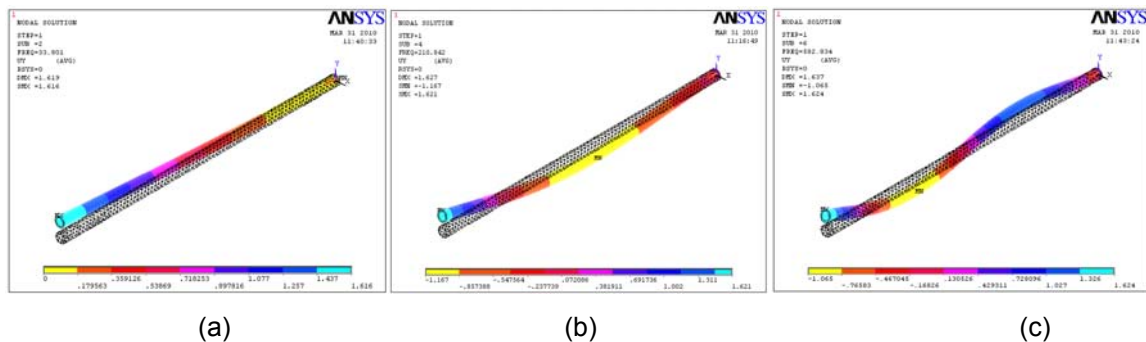


Figure 5.50 : Déformés modales des trois premiers modes du tube en acier (encastree-libre)
(a) 1^{er}, (b) 2^{ème} et (c) 3^{ème} mode

A partir des observations précédentes, on peut conclure que l'endroit et la profondeur de l'entaille ont une influence sur les fréquences de la poutre fissurée. Ainsi une certaine fréquence peut correspondre à différentes profondeurs et à différents endroits de fissure.

5.6.4.2.2 Cas du tube appuyé-appuyé

L'introduction de ce mode de fixation est importante; vu qu'il est le mode de fixation le plus rencontré dans l'industrie et dans les installations industrielles.

D'après la figure 5.51, on remarque que la fréquence fondamentale diminue de manière significative quand la fissure réside au milieu du tube, ceci peut être expliqué par l'effet du moment de flexion qu'est maximum dans cette région.

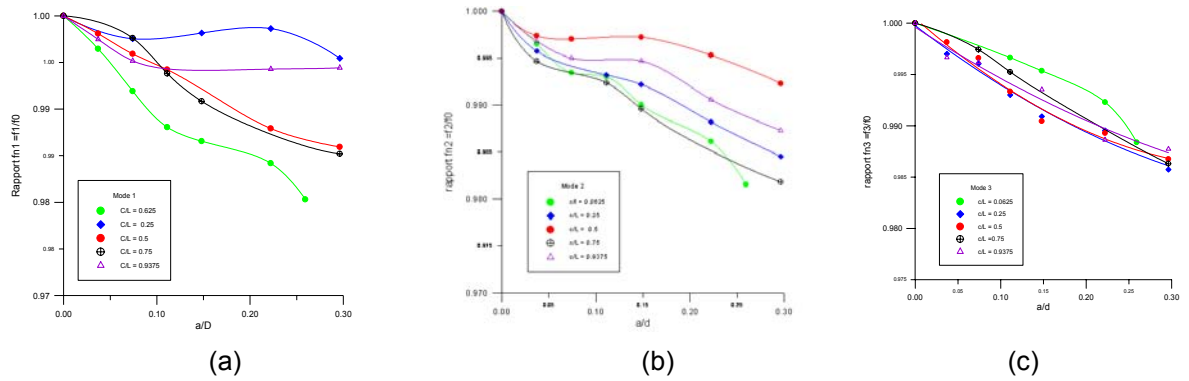


Figure 5.51 : Variation du rapport des fréquences avec le rapport de profondeurs de la fissure pour différentes positions de fissure dans le tube, (a) 1^{er} mode (b) 2^{ème} mode, (c) 3^{ème} mode

La fréquence fondamentale est moins affectée quand le rapport c/l est égal à 0.25 et à 0.9325. Le plus grand effet sera ressenti par cette fréquence quand l'entaille est située à l'extrémité fixe (triple appui) et un moindre effet est enregistré quand l'entaille réside aux alentours de la position $c/L=0.75$.

La deuxième fréquence propre est presque inchangée pour l'entaille située au milieu du tube, la raison de cette insensibilité (influence nulle) est due au fait que le point nodal pour le deuxième mode est situé au milieu de la poutre (fig 5.53).

La troisième fréquence propre du tube change rapidement pour une fissure située au milieu. On peut observer dans les figures 5.51 et 5.52 que la tendance des changements de la troisième fréquence n'est pas monotone, comme dans le cas du premier mode.

La valeur des changements de fréquences propres dépend de l'endroit de l'entaille par rapport à la position des nœuds du mode considéré (positions des nœuds qui varient suite à la fissuration).

Les figures 5.52 et 5.53 illustrent les variations des deux premiers modes en fonction de l'endroit de la fissure pour différentes profondeurs de fissure dans le tube (pour $a = 1, 2$ et 3 mm).

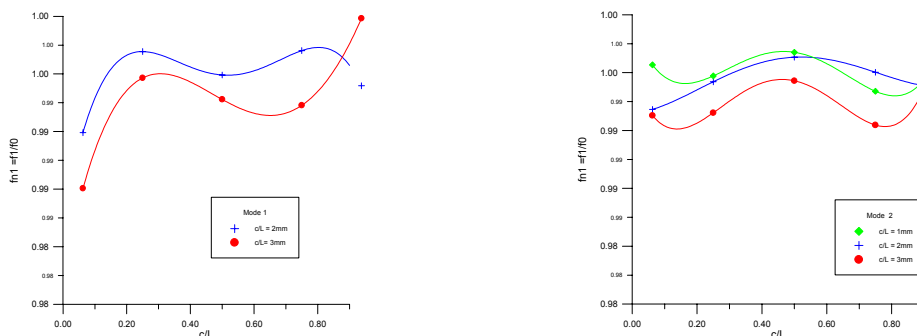


Figure 5.52 : Variation du rapport des fréquences avec le rapport de positions de la fissure pour différentes profondeurs de fissure dans le tube, (a) $a = 1$ mm (b) $a = 2$ mm, (c) $a = 3$ mm.

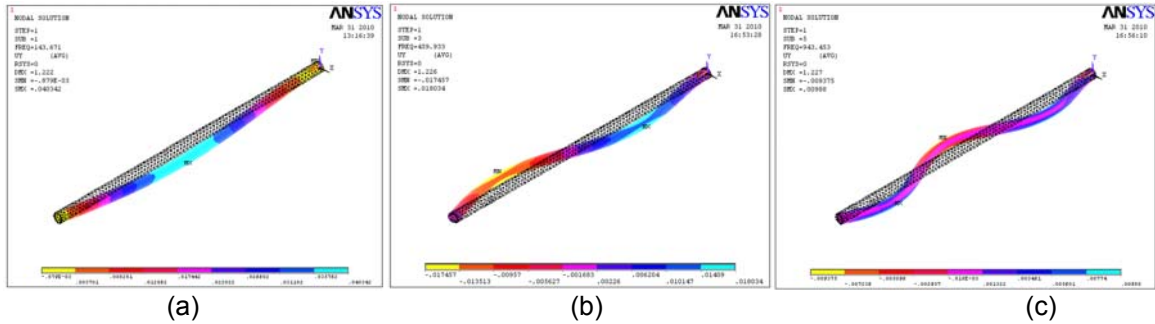


Figure 5.53 : Déformés modales des trois premiers modes du tube en acier (appuyée-appuyée) (a) 1^{er} mode (b) 2^{ème} mode, (c) 3^{ème} mode

5.6.4.2.3 Cas du tube encastré-encastré

Pour le cas du mode de fixation encastrée-encastrée du tube, la fréquence propre est moins affectée quand le l'entaille est localisée au point $c/L = 0.25$ et au point $c/L=0.75$. Elle est affectée que lorsque la fissure est située au voisinage du milieu du tube (figure 5.54).

La deuxième fréquence propre est presque inchangée pour l'entaille située au milieu du tube, la raison de cette insensibilité (influence nulle) est due au fait que le point nodal du deuxième mode est situé au milieu de la poutre (Fig. 5.54 (b) et 5.55 (b)).

La troisième fréquence propre du tube change rapidement pour une entaille située au milieu du tube (Fig. 5.54 (c) et Fig. 5.55 (c)).

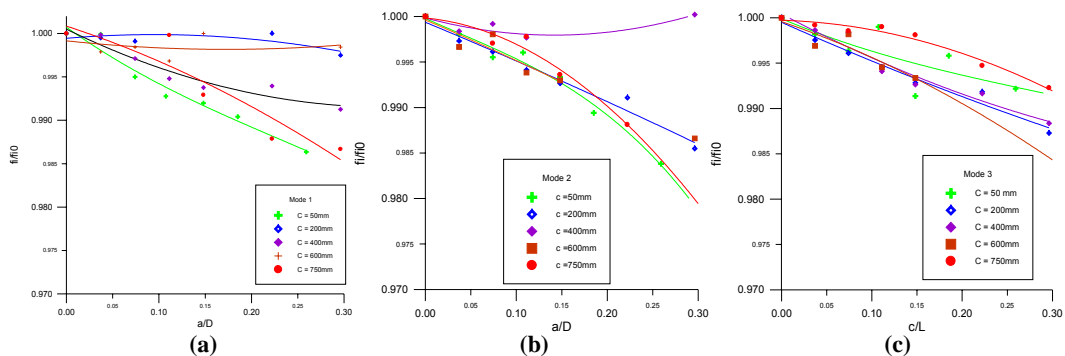


Figure 5.54 : Variation du rapport des fréquences avec le rapport de profondeurs de la fissure pour différentes positions de fissure dans le tube, (a) 1^{er} mode (b) 2^{ème} mode, (c) 3^{ème} mode

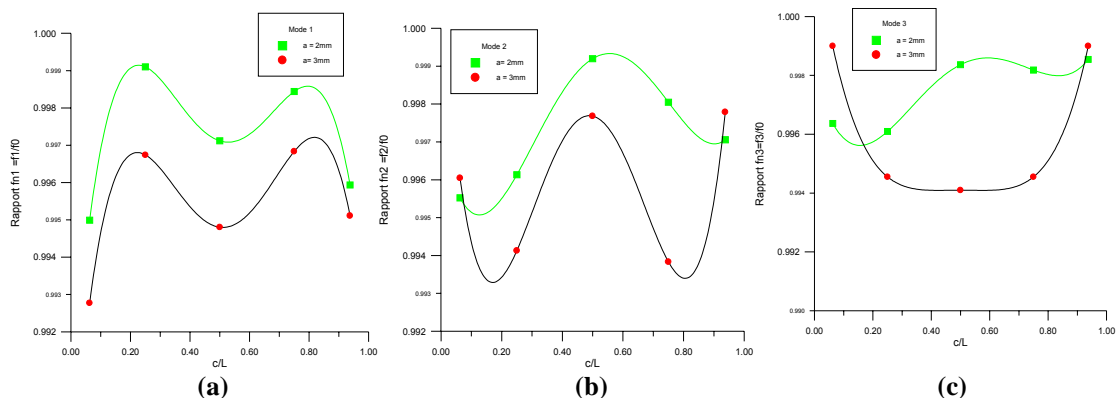


Figure 5.55 : Variation du rapport des fréquences avec le rapport de positions de la fissure pour différente profondeurs de fissure dans le tube, (a) $a = 2\text{mm}$ (b) $a = 3\text{mm}$.

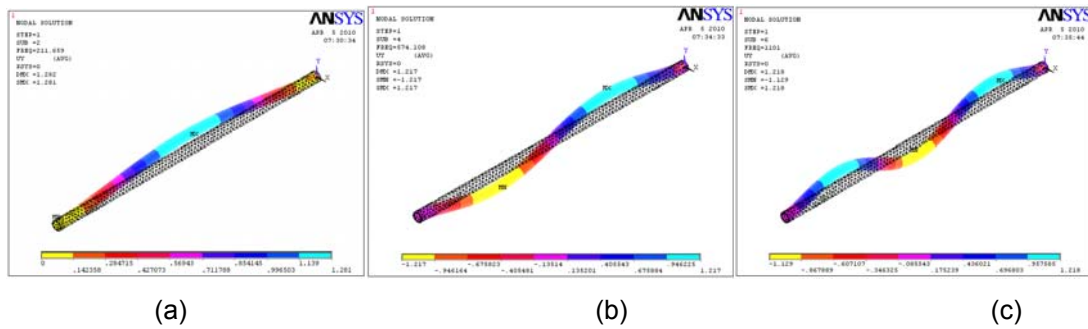


Figure 5.56 : Trois premiers modes du tube en acier (encastée-encastée) (a) 1^{er} mode (b) 2^{ème} mode, (c) 3^{ème} mode

5.6.4.3 Discussions des résultats

A partir de l'analyse des résultats obtenus, on peut constater que la variation des paramètres modaux est intimement liée à la profondeur, à la position de la fissure, et aux modes de vibration selon les conditions aux limites appliqués.

Les résultats ont permis de mettre en évidence une relation importante entre les conditions aux limites et les déformées modales d'une part et la position de la fissure d'autre part.

En effet, les cas où l'une ou les deux extrémités sont encastées, la fréquence propre fondamentale est affectée fortement dans la plupart des cas quand la fissure est proche de la partie encastée, alors que pour le cas où la poutre est dans le cas appuyée-appuyée, c'est quand la fissure est localisée au milieu de la poutre.

Cette observation montre que les dommages affectent les fréquences différemment, selon l'éloignement ou le rapprochement de la fissure des nœuds modaux. En conséquence, la mesure des fréquences propres d'une structure (à deux étapes de sa vie) peut offrir la possibilité de trouver des dommages dans la structure et d'en déterminer la sévérité

5.7 Approche de diagnostic

L'approche de diagnostic des fissures par l'analyse modale peut être globale ou locale, L'approche globale (niveau 1) permet de déterminer l'existence ou non d'un endommagement dans la structure par le choix du paramètre indicateur ayant la plus grande sensibilité et par le choix d'un critère adéquat qui fixe le seuil de détection.

L'approche locale permet de détecter, de localiser grossièrement (niveau 2) et même de donner une estimation de l'ampleur du défaut par l'exploitation des

méthodes inverses et/ou la méthode des réseaux des neurones des bases de données des paramètres modaux.

5.7.1 Méthode de détection par approche globale

Le bon choix de l'indicateur de détection est fait sur la base de la sensibilité du paramètre modal, Le seuil de détection varie selon le paramètre modal sélectionné et selon d'autres facteurs liés aux conditions de fonctionnement de la structure contrôlée. Le critère de détection précoce des fissures correspond généralement à une variation du rapport profondeur de la fissure sur épaisseur inférieure à 10%.

5.7.2 Méthode de localisation par approche local

L'étude de la sensibilité des différents paramètres modaux dans ce travail a montré que seul le paramètre des fréquences qui a donné une bonne stabilité, au delà de certaines profondeurs de fissures, il répond bien aux critères de sélection du bon indicateur d'endommagement. Il a un seul inconvénient qui est relatif à la faiblesse de sa sensibilité due peut être à la précision des mesures.

Ainsi, pour améliorer cette sensibilité, on a augmenté la résolution des fréquences, en travaillant avec un analyseur ayant une résolution meilleure (PC portable avec carte PCMCIA) et on a lissé les spectres expérimentaux avec l'algorithme de Lagrange polynomiale (logiciel DAQ700), ce qui a donné de bons résultats surtout pour les fréquences élevées.

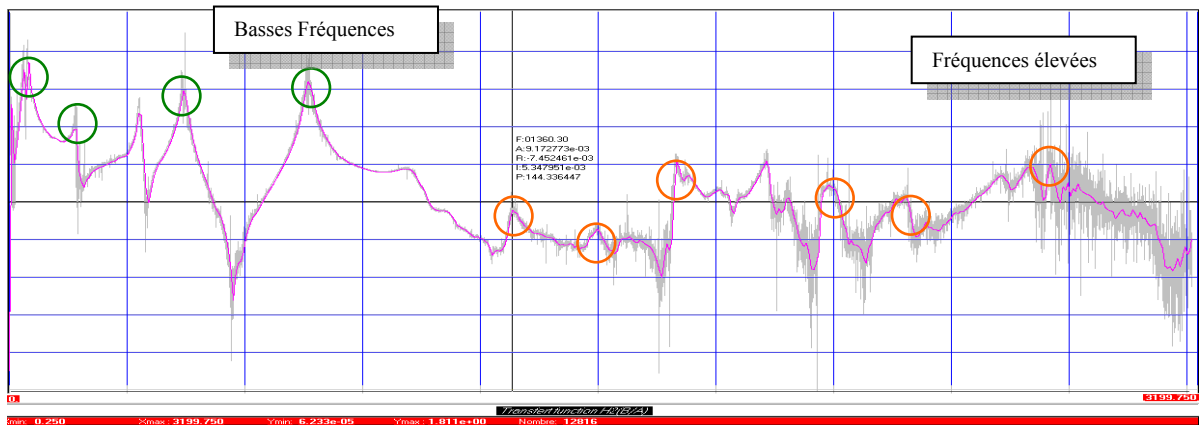


Figure 5.57 : Spectre de FRF sur la gamme 0 - 3200 HZ avec un pas de 0.25 Hz sur DAQ700

5.7.2.1 Méthode de localisation par balayage

L'étude de la sensibilité du paramètre raideur de l'éprouvette tube, a montré que la flexibilité locale est largement affectée par le phénomène de fissuration. Par

exemple la mesure (avant et après fissuration) des raideurs K_{ij} ($i=1..8, j=8$) le long du tube (Figure 5.2) permet une évaluation des modifications des raideurs et de leurs sensibilités à la présence des fissures.

La Figure 5.57 présente l'effet de la fissure qui est d'autant plus important que la raideur mesurée est proche de la fissure. La Figure 5.58 montre que la raideur locale donne une bonne sensibilité.

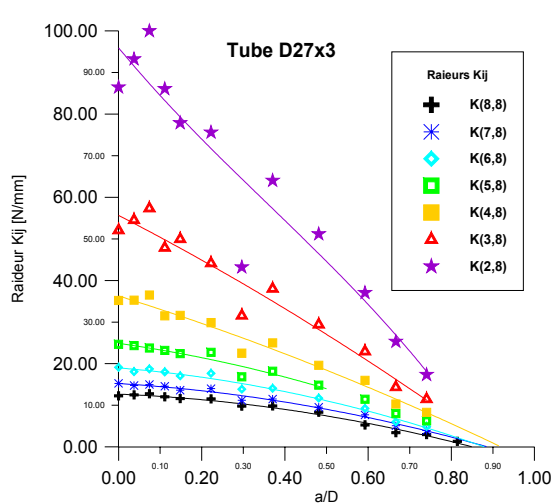


Figure 5.57 : Variation de la raideur locale en fonction de a/D

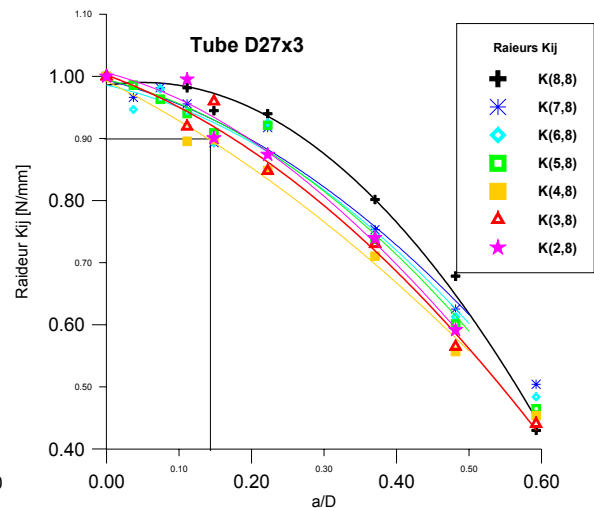


Figure 5.58 : Variation de la sensibilité de la raideur locale

Ce résultat obtenu en utilisant la raideur locale nous a donné l'idée d'appliquer une nouvelle technique de mesure, on a pensé à améliorer la sensibilité des paramètres modaux (fréquence propre) en mesurant la FRF par balayage de la poutre sur toute sa longueur jusqu'à obtenir un rapport des fréquences minimum (sensibilité meilleure). La valeur minimale de ce rapport indique soit qu'on est proche d'un point ventre de l'un de ses modes, soit que on est proche de la position de la fissure.

La procédure de cette opération consiste à déplacer l'accéléromètre sur les points désignés et d'en mesurer la réponse. L'excitateur est positionné à la position de l'extrémité. On utilise une poutre de longueur 700mm et on introduit une entaille (de profondeur contrôlée) à la position de 150mm ($c/l=0.21$), les résultats sont présentés sur la figure 5.59.

L'endroit de la fissure est localisé par le repérage de la plus grande diminution des fréquences. Sur la figure 5.59, elle est repérée par une rivière nuancée selon l'échelle des couleurs à la position 150mm. La comparaison des différentes figures établies pour les divers modes (pour tous les modes 1 à 7) peut

résoudre le problème de l'interaction de l'effet des modes avec l'effet de la fissure et peut ainsi indiquer la zone de la fissure.

On remarque que cette technique permet d'augmenter la sensibilité absolue d'une manière significative (Figure 5.59) alors que l'amélioration de la sensibilité relative est de l'ordre 6% en mode 1 et 2, elle est de l'ordre de 4% pour les autres modes.

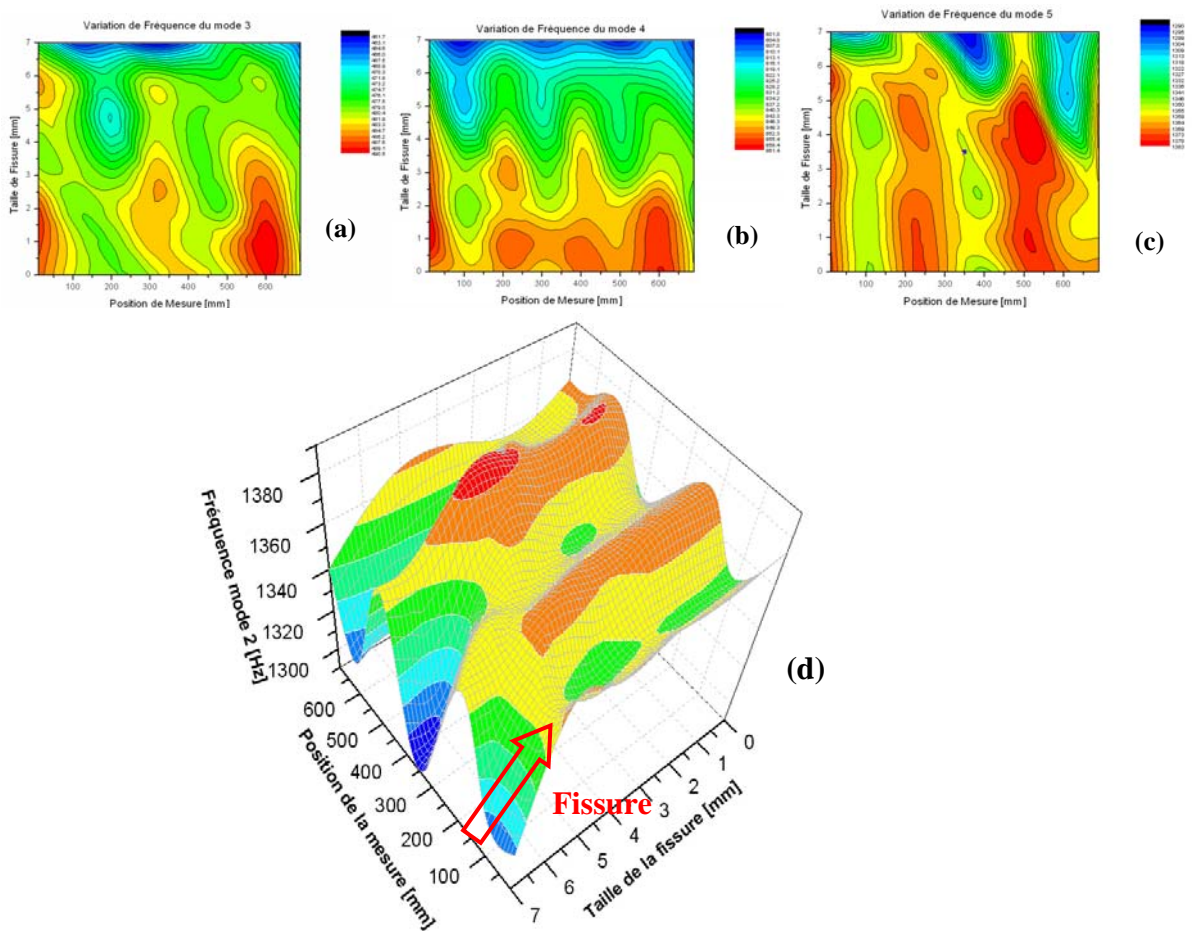


Figure 5.59 : Fluctuation des fréquences modales selon la position de mesures, (a) mode 3, (b) mode 4, (c) mode 5 contour plan et (d) mode 2 spatial 3d

Une petite amélioration de la sensibilité a été remarquée, elle est de 5% pour une variation de (a/d) de 17% (au lieu de 22%) (Figure 5.60).

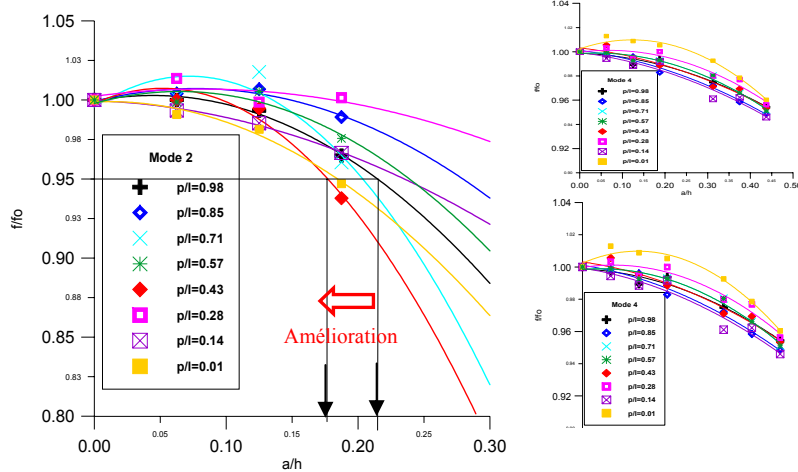


Figure 5.60 : Fluctuation relative des sensibilités des fréquences par position de mesure pour les modes 2,3 et 4

5.7.3 Variation des autres paramètres modaux

Les graphes de la figure 5.61 indiquent l'endroit de la fissure par la représentation de la sensibilité absolue de l'amplitude, de la phase, de la partie réelle et de la partie imaginaire. Il semble que l'introduction de ces paramètres apporte un plus à la détection et au repérage des fissures, ces observations nécessitent plus d'investigations pour confirmation.

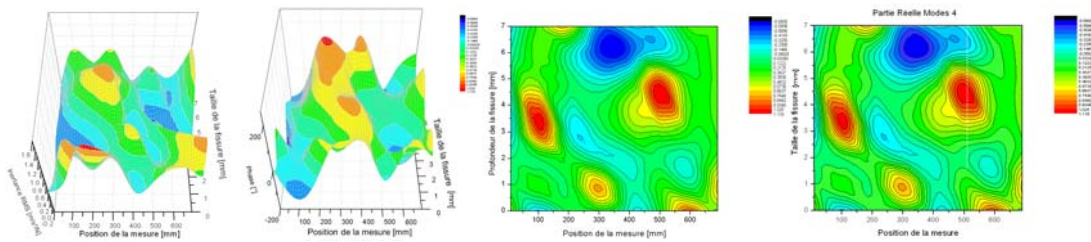


Figure 5.61 : Variation de l'amplitude, de la phase et de la partie réelle et imaginaire de l'inertance (mode 4)

CONCLUSION

Dans ce travail, de nombreux objectifs ont été ciblés. On cite, l'élaboration d'une méthode expérimentale apte à être appliquée sur une installation industrielle pour contrôler l'intégrité et l'état de vieillissement de ses équipements. Pour ce, on a établi un programme constitué d'un certain nombre d'étapes, la première étape est vouée à l'étude théorique de la détection par analyse modale et la deuxième étape est consacrée aux investigations expérimentales et numériques de la variation des paramètres modaux suite à la présence des fissures.

Une rétrospective réalisée sur ces propriétés modales permet de discuter les sensibilités de chacun de ces paramètres et d'en juger la viabilité de chacun pour être considérée comme indicateur.

La recherche des indicateurs d'identification des fissures montre que les fréquences propres sont plus fiables que l'amortissement modal, l'amplitude FRF et la déformé modale, dans la détection des fissures et leur identification. Ce paramètre est plus simple à acquérir car il est obtenu directement de la mesure vibratoire mais il a une faible sensibilité pour les petites fissures. Pour améliorer les performances des techniques de détection, une investigation a été faite par balayage des positions de mesures, une idée tirée des performances excellentes des raideurs locales et de la corrélation établie entre la position de la fissure et les endroits des différents nœuds modaux.

Les résultats obtenus permettent d'améliorer manifestement la sensibilité des fréquences et même d'indiquer la zone fissurée.

Cette étude est une expérience très bénéfique et largement réussie ; puisqu'elle a permis d'une part d'avoir une opportunité pour perfectionner nos connaissances en vibrations et en analyse modale expérimentale et d'autre part d'élaborer une technique de détection et d'identification des dommages dans les structures et d'en ouvrir de nouvelles voies.

Tout en estimant avoir atteint notre objectif tracé pour cette étude, nous envisageons de développer en premier lieu cette méthode de diagnostic sur des structures ayant plusieurs fissures et en deuxième lieu étendre cette méthode au contrôle des cuves et des réservoirs sous pression, organes sensibles de l'industrie et des installations nucléaires.

Annexe

Calcul analytique de fréquences propres d'une géométrie simple

Flexion latérale des poutres (Modèle d'Euler-Bernoulli)

On étudie le comportement dynamique des poutres élancées en utilisant le modèle d'Euler-Bernoulli. Lorsque l'élancement, rapport *longueur de la poutre* sur *épaisseur de la poutre* (L/h), est grand, la déformation de la poutre due au cisaillement est généralement négligeable devant celle due à la flexion pure. On considère alors que les sections droites restent orthogonales à la fibre neutre [29].

L'équation du mouvement, initialement proposée par Lord Rayleigh, s'écrit sous la forme suivante :

$$EI \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + \frac{\rho I^2}{A} \frac{\partial^4 v}{\partial x^2 \partial t^2} + \rho A \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0$$

En négligeant l'inertie rotatoire des sections droites (poutres élancée), l'équation du mouvement devient :

$$EI \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0$$

Cette dernière équation est l'équation de base des vibrations latérales des poutres. La solution de cette équation (pour EI égale une constante) est donnée par [58]:

$$v(x,t) = X(x) [\cos(\omega_n t + \theta)]$$

On introduit le paramètre fréquentiel adimensionnel défini par :

$$\beta^4 = \frac{\omega_n^2 \rho A L^4}{EI}$$

Ce qui donne [58] :

$$\frac{d^4 X}{dx^4} = \beta^4 X$$

La solution de l'équation différentielle précédente donne la déformée modale de la poutre $X(x)$, sous la forme suivante :

$$X(x) = A_1 \sin\left(\beta \frac{x}{L}\right) + A_2 \cos\left(\beta \frac{x}{L}\right) + A_3 \sinh\left(\beta \frac{x}{L}\right) + A_4 \cosh\left(\beta \frac{x}{L}\right)$$

où A_1 , A_2 , A_3 , et A_4 sont des constantes d'intégration déterminées grâce aux conditions limites.

Les fréquences propres de la poutre s'écrivent alors :

$$f_n = \frac{\beta_n^2}{2\pi l^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}$$

β_n est un paramètre fréquentiel adimensionnel déterminé pour la *nième* fréquence propre. Il dépend des conditions aux limites de la poutre.

Conditions aux limites	β_1	β_2	β_3	... β_n
Encastrée-Libre	1.8751	4.7124	7,85	$(2n - 1)\frac{\pi}{2}$
Appuyée-Appuyée	3.1416	6.2832	9.4228	$n\pi$
Libre-Libre	4.7300	7.8532	10.996	$(2n + 1)\frac{\pi}{2}$

Tableau A.1 : Valeurs de β_n pour différentes conditions limites [29]

REFERENCES

1. Sampaio, R., & SILVA, J. M. M., "Damage detection using the frequency response function curvature method ", *Journal of Sound and Vibration*, (1999).
2. Maeck J., " *Damage assessment of civil engineering structures by vibration monitoring*", Ph.D. thesis, K.U.Leuven, Belgium, (2003).
3. Laurent, M., et Basseville, M., "Diagnostic vibratoire embarqué" Dix-septième colloque GRETSI, Vannes, (1999).
4. Morlier, J., " Méthodes d'analyse des déformés modales par traitement de signal pour le diagnostic in situ des structures ", Thèse, Université de Bordeaux, (2005).
5. Chaallal, O., " Dynamique des constructions, Conception Parasismique", Tome 1, Introduction théorique, OPU 07, (1990).
6. Lemoine, L., " Inspections non destructives de structures métalliques offshore, projet ICON", IFREMER –TMSI, J.T (2001).
7. Barbosa, F.S., "Damage evaluation of structures using dynamic measurements", Iberian Latin American Congress on Computational Method in Engineering, Recife, Brazil (2004).
8. Ewins D. J., "Modal Testing: Theory and Practice", Research Studies Press LTD, England, (1984).
9. S. Fracis, Moris, "Mechanical vibrations theory and application", second edition, University of Colorado, 1978.
10. Paul-Eric Dupuis, "Essais de vibrations, mesures et exploitation des résultats», Techniques de l'Ingénieur, traité Génie mécanique, BM 5 160, (2003).
11. Piranda, J., "Analyse modale expérimentale", Techniques de l'Ingénieur, Mesures et Contrôle R 6 180.
12. Aiad, A., " Recalage de modèles éléments finis à partir des propriétés modales expérimentales ", Thèse de Doctorat, Université de Valenciennes et de Hainant Cambrésis, France, (1991).
13. Ole,D., " Structural Testing, Modal analysis and simulation", Part 2, Bruel & Kjaer 1989.
14. Aiad, A., " Dynamique des structures et systèmes couplés ", Cours PG, Blida, Algérie, (2008).
15. Gmur, Thomas., "dynamique des structures, analyse modale numérique", Presses polytechniques, Lausanne, Autriche, (1997).
16. Girard, Alain., "Dynamique des structures, Techniques d'analyse et d'essai, Technique de l'Ingénieur, traité Génie mécanique, B5 150, (2001).
17. Jimin, H., et Zhi-Fang, Fu., " Modal Analysis ", Linacre House, Oxford OX2 8DP, (2001).
18. Inman, et Daniel, J., " Engineering vibration ", Prentice Hall, (1996).
19. T. L. Schmitz & Kevin S. Smith, Machining Dynamics, "Frequency Response to Improved Productivity", Springer Science Business Media, LLC (2009).
20. Antonino, M. et Fabrizio, V., "Dynamic methods for damage detection in structures", University of Udine and University of Roma, Italy, (2008).
21. Boulanger, A., et Pachaud,C., " Surveillance des machines par analyse des vibrations" , AFNOR, (1998).
22. Blanchet,G."Traitement numérique du signal", Technique de l'Ingénieur,E3087 (2001).
23. Avitabile, "Experimental Modal Analysis", Mechanical Engineering Department, University of Massachusetts Lowell, USA, (2000).
24. Ole, D., " Structural testing, Mechanical mobility measurements", Part 1, Bruel & Bruel & Kjaer, instructions sur l'analyseur des signaux bi canaux type, vol 1, (1984).
25. Guillaume, P., "Modal analysis", Department of Mechanical Engineering, Vrije Universiteit Brussel, Belgium (2002).
26. L.Gatti and Vittorio Ferrari, "Applied Structural and Mechanical Vibrations, Theory, methods and measuring instrumentation", New Fetter Lane, London, (1999).
27. Genevaux, "Dynamique des structures, méthodes approchées, cinématiques; Analyse Modale ; Recalage de Modèle, Ensim, (2008).

28. Prasad, R., et Seshu, "A study on dynamic characteristics of structural materials using modal analysis", National Institute of Technology, Warangal, Asian journal of civil engineering (2008).
29. Dupuy, Jean Sébastien., "Identification des propriétés mécaniques de matériaux composites par analyse vibratoire", Thèse de doctorat, Université de Montpellier II, France (2002).
30. Smail, M., "Identification des paramètres des structures vibrantes dans le domaine temporelle", Thèse de doctorat, Ecole Centrale Paris, France, (1993).
31. Richardson, M.H., et Formenti, D.L., "Parameter Estimation from frequency Response Measurements using Rational Fraction Polynomials", Proceedings of the 1st International Modal Analysis Conference, Florida, (1982).
32. Ghouli, A., "Mécanique de la rupture", édition CASBAH (2005).
33. François, Dominique., "Endommagements et rupture de matériaux", École Centrale de Paris, EDP Sciences, France, (2004).
34. Langlois, R., "analyse numérique d'une base de données expérimentale de tubes sollicités en flexion", Projet de fin d'étude, Laboratoire d'études Mécanique et Thermiques, Centre d'étude de Saclay, France (1998).
35. Lemaignan, C., " Rupture des matériaux ", EDP Sciences, France, (2003).
36. Sébastien, J., " Comparaison de méthodes dynamiques d'analyse du comportement mécanique de matériaux ", LMGc - Université Montpellier II, (2007).
37. Dougdag, M., "Introduction des défauts mécanique dans la modélisation des machines tournantes", Mémoire de magistère, Université de Blida, (2001).
38. Farrar C.R., Doebling S.W., Duffey T.A., "*Vibration-based damage detection*", SD 2000 Structural Dynamics Forum, April 11-17, (1999).
39. Allemang, R.J., Brown D.L., "A Correlation Coefficient for Modal Vector Analysis", *In Proceedings of IMAC 1*. (1982).
40. Alvandi, Alireza., " Contribution à l'utilisation pratique de l'évaluation dynamique pour la détection d'endommagements dans les ponts ", Thèse de Doctorat, École Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, France.
41. Courbon, J., " Méthodes de calcul des structures élastiques ", Techniques de l'Ingénieur, France, (1986).
42. Batabya, A. K., " Crack detection in cantilever beam using vibration response", Haldia Institute of Technology, Vibration Problems ICOVP, India (2007).
43. Doebling, S.W., Farrar, C.R., "Damage identification, Health monitoring of structural and mechanical systems from changes in their vibration characteristics", A Literature Review, Los Alamos National Laboratory, Los Alamos, New Mexico, (1996).
44. Mimovich, F. Ju, M., "Modal frequency method in diagnosis of fracture damage in structures", Proceedings of the Fourth International Modal Analysis Conference, Los Angeles, CA, (1986).
45. Fox, C.H.J., "The location of defects in structures: a comparison of the use of natural frequencies and mode shape data " Proceedings of the 10th International Modal Analysis Conference, San Diego, CA, (1992).
46. Chowdhury, M.R., M. Ramirez, "A comparison of the modal responses for defective versus non-defective concrete test beams", Proceedings of the 10th International Modal Analysis Conference, San Diego, CA, (1992).
47. Stubbs, N., "Global nondestructive evaluation of solids, The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis 5 (2) (1990) 67–79.
48. Chondros, A.D. Dimarogonas, "Identification of cracks in welded joints of complex structures, Journal of Sound and Vibration 69 (4) (1980) 531–538.
49. Christides, S., & Barr, A.D.S., "One-dimensional theory of cracked Bernoulli Euler beams, International Journal of Mechanical Sciences 26 (11/12) (1984).
50. Perchard, D.R., Swamidass, " Crack detection in slender cantilever plates using modal analysis, Proceedings of the 12th International Modal Analysis Conference, Honolulu, HI, (1994).

51. Chen, Y., " Modal parameters identification for fatigue crack detection in T- plate joints", Proceedings of 14th International Modal Analysis Conference, Honolulu, HI, June (1996).
52. Thomas, M., Ouahabi, A., et A.A. Lakis, " Détection de fissures de respiration de fatigue par excitation harmonique et analyse temps-fréquence", Proceeding of the 24 Seminar on Machinery Vibration, Canadian Machinery Vibration Association, Montreal, (2006).
53. Mura Kisa, M. Arif gruel, "Modal analysis of multi-cracked beams with circular cross section", Harran University turkey. Engineering Fracture Mechanic.
54. Bovsunovskii, A.P., "On determination of the natural frequency of transverse and longitudinal vibrations of a cracked beam",part 1. Analytical approach, Strength of Materials, Vol. 31, No. 2, (1999).
55. Owolabi, G.M., " Crack detection in beams using changes in frequencies and amplitudes of frequency response functions", Journal of sound and vibration, (2002).
56. Young Shin, " A study on crack detection using eigenfrequency test data", National University, Taejon 305-764, South Korea, Computers and Structures, (1999).
57. Mahjoob, M.J., A. Marzban & A. Shahsavari, "Crack Location pipes using modal Frequencies and FEM", The 11th International Conference on Vibration Engineering Timisoara, Romania, September 27-30, (2005).
58. Harris , C. M., "Piersol, A ,G., Shock and Vibration Handbook" McGraw-Hill books, Fifth Edition, (2002).