République Algérienne Démocratique Et Populaire
Ministère De L'enseignement Supérieur Et De La Recherche Scientifique

UNIVERSITÉ SAAD DAHLAB BLIDA
FACULTÉ DES SCIENCES
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES

MASTER EN MATHÉMATIQUES
OPTION
RECHERCHE OPÉRATIONNELLE

THÈME

Résolution du problème de tournées de véhicules avec fenêtres du temps par la génération de colonnes

PRÉSENTÉ PAR

- ★ Ouacher Samia
- ★ Rabia Habiba

Promotrice

- ★ Mme. GUEHAM Assia

Soutenu devant le jury composé de p :

Président : Mme. Betrouni Latifa

Examinateur : Mme. Arrache Saida

Soutenu la date : 05/11/2020

Année Universitaire : 2019/2020

REMERCIEMENT

Tout d'abord, nous remercions Dieu le tout-puissant qui nous a donné la force et le savoir afin d'accomplir ce travail.

Un grand merci pour nos familles, surtout nos parents qui nous ont épaulés, soutenus et suivis tout au long de ce projet.

A nos chères amis qui ont toujours été présents et fidèles. Mes sincères remerciements à mon encadreur Mme. Gheham Asia et Mr. A. Lamamri ,pour avoir accepté d'encadrer cette mémoire.

Nous tenons aussi à remercier également tous les membres de Jury pour avoir accepté d'évaluer notre travail.

Enfin, pour toute personne qui a contribué, de près ou de loin, à l'élaboration de ce mémoire. Veuillez bien trouver ici l'expression de nos sincères remerciements.

Ouacher Samia & Rabia Habiba

DÉDICACE

Nous dédions ce travail à :

- Nos parents

- Nos frères

- Et nos soeurs et toute la famille

- Et nos chers amis surtout Naber Belkis

- Nous voulons remercier tous les membres de notre promotion.

- Et à tous les professeurs

TABLE DES MATIÈRES

TABLE DES FIGURES

TABLEAU DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

Abbrévation	Signification en français
VRP	problème de tournées de véhicules
VRPTW	problème de tournées de véhicules avec fenêtre de temps
TSP /PVC	le problème du voyageur de commerce
ERDP	Entreprise de Raffinage et de Distribution des produits Pétroliers
CLPB	Carburant, Lubrifiant, Pneumatique, Bitume
GPL	Gaz propane, Gaz butane
NAFT	le pétrole en langue arabe
AL	début du mot Algérie
OC	Optimisation Combinatoire
KSP	problème de Sac à dos
CVRP	le problème de tournées de véhicules avec contraintes de capacité
DVRP	le problème de tournées de véhicules dynamique
SVRP	le problème de tournées de véhicules stochastique
MDVRP	le problème de tournées de véhicules multi-dépôts
VRPHF	le problème de tournées de véhicules à flotte hétérogène
VRPPD	le problème de tournées de véhicules de ramassage et de livraison
VRPSD	le problème de tournées de véhicules avec livraison divisé ou demandes stochastiques
PMR	Proplème Maître Restreint
PM	Proplème Maître
SP	Sous-problème

RÉSUMÉ

Le problème de tournées de véhicules avec fenêtres de temps (PTVFT) est une extension du problème de tournées de véhicules classique avec un seul dépôt. Dont le problème est de construire un ensemble des tournées réalisables desservant tous les clients et satisfaisant certains contraintes tel que la contrainte de fenêtres de temps , et la contrainte de capacité de véhicules, dont la fonction objectif est de minimiser la distance totale parcourue, et de minimiser le nombre de véhicules utilisés. Dans ce mémoire on propose une approche de résolution basée sur la méthode de génération de colonnes.
Mots clés : Optimisation combinatoire , problème de tournées de véhicules , fenêtres de temps, génération de colonnes.

ABSTRACT

The vehicle routing problem with time windows (VRPTW) is an extension of the well-know vehicle routing problem with a central depot, the objectif of this problem is to find or to design a feasible set of routes that services all customers, and the given constraints such as the time windows, and vehicle capacity constraint.The objective function is to minimize the total travel distance and the number of the vehicles used .
This travel proposed a resolution approch based on the column generation method.
Key words : Combinatorial optimization ,vehicle routing problem , windows time, column generation.

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Dans nos jours, le problème de transport occupe une place très importante dans la vie économique des entreprises, il joue un rôle essentiel pour les entreprises qui visent une productivité très élevée. Que ce soit au niveau du transport interne du personnel ou le transport de marchandises aux clients, l'efficacité est toujours le but principal d'une entreprise, c'est pourquoi la pratique de la recherche opérationnelle(RO) est largement répandue à l'international. RO se réfère à l'application de méthodes scientifiques ou mathématiques afin de résoudre efficacement les problèmes composites.

Un phénomène émergent ces dernières années est le transport au sein des réseaux de distribution fait partie intégrante de la livraison des produits. Cette notion de transport de marchandises dans les réseaux de distribution démure une problématique qui attire plusieurs chercheurs dans le but de proposer les circuits optimaux en précisant : les meilleures tournées, le meilleur planning pour les véhicules utilisés.

Le problème de transport fait partie des problèmes d'optimisation combinatoire les plus étudiés pendant plusieurs années. Le problème de base et probablement le plus étudié, est le problème du voyageur de commerce(PVC), qui a pour objectif, la visite d'un ensemble de clients, une et une seule fois avec un seul véhicule, en minimisant un certain critère (temps ou cout du parcours, ou bien la distance totale parcourue. . .).

L'extension du nombre de véhicule de un à une flotte de véhicule définit un autre problème de transport, qui s'appelle le problème de tournées de véhicules ou Vehicul Routing Problem (VRP). En pratique, il modélise autant de problèmes que le PVC.

Le problème de tournées de véhicules de base consiste à déterminer un ensemble de tournées couvrant à cout minimum un ensemble de clients ayant des demandes connues à l'aide d'une flotte de véhicules de capacités homogènes ou bien hétérogènes basées à un dépôt central. L'enrichissement du VRP par des contraintes relatives au nombre de véhicules, à leur charges ou par des contraires relatives aux clients, à leurs demandes, ou bien par des fenêtres de temps pour chaque client, définit de nombreuses variantes.

Parmi les variantes de VRP le plus étudiées, on peut citer le problème de tournées de véhicules avec fenêtres de temps (Vehicul Routing Problem With Time Windows VRPTW), ce dernier problème consiste à déterminer un ensemble de tournées réalisables pour une flotte de véhicules de capacité finie, mais dans ce cas, Chaque client dispose d'une fenêtre de temps à l'intérieur de laquelle il désire être servi. Le but de ce problème est de déterminer un ensemble de tournées optimale partant et se terminant au dépôt afin de minimiser le cout des trajets des véhicules.

Le VRP est un problème de classe NP-difficile, c'est-à-dire qu'il n'existe pas d'algorithmes en temps polynomiales pour le résoudre. De nombreuses méthodes ont été proposées pour la résolution du VRP et ses extensions. On distingue deux types de méthodes : des méthodes exactes et des méthodes approchées.

Dans ce mémoire, Nous nous intéressons particulièrement à la résolution du problème de tournées de véhicules avec fenêtres de temps par la méthode de génération de colonnes, qui est la méthode la plus efficace à ce jour pour résoudre de façon exacte des problèmes de tournées des véhicules assez contraintes.

CHAPITRE 1
REPRESENTATION DE L'ENTREPRISE NAFTAL

1.1 Présentation de la société d'accueil NAFTAL

1.1.1 Historique

L'entreprise NAFTAL est issue de la restructuration de la SONATRACH. Elle a été créé par le décret ministériel N° 80 /101 du 06 avril 1981. A l'origine la commercialisation et la distribution des produits pétroliers est une activité de la direction du marché intérieur de la SONATRACH. Entrée en activité le 01 janvier 1982, l'ERDP (Entreprise de Raffinage et de Distribution des produits Pétroliers) a été chargée du raffinage des hydrocarbures, de la commercialisation et de la distribution des produits pétroliers sur le territoire national sous le sigle de NAFTAL. Suivant le décret N° 87/89 du 27 août 1987, l'activité raffinage est séparée de l'activité distribution. La raison sociale de la société a changé, suite à cette séparation des activistes, NAFTAL est désormais chargée de la commercialisation et de la distribution des produits pétroliers et dérivés. A partir du mois d'avril 1998, NAFTAL change le statut et devient société par actions filiale à 100

Au début de l'année 2000, NAFTAL se divise principalement en deux districts :

- District CLPB (Carburant, lubrifiant, pneumatique, Bitume).
- District GPL (Gaz propane, Gaz butane).

L'appellation de NAFTAL provient de la première syllabe de deux mots :

- NAFT : le pétrole en langue arabe.
- AL : début du mot Algérie.

1.1.2 Les Objectifs et Missions de NAFTAL

Objectifs

A travers son plan de développement, NAFTAL vise plusieurs objectifs :

- Poursuivre la distribution des produits pétroliers.
- Améliorer la qualité des produits et services proposés.

Le développement durable reste cependant un des défis majeurs pour NAFTAL. C'est la raison pour laquelle l'entreprise s'est fixé un ensemble d'objectifs visant à instaurer les principes de la pratique responsable et citoyenne :

- Diminuer les rejets et gazeux ainsi que la production de déchets.
- Promouvoir le carburant écologique GPL/c.
- Améliorer la sécurité industrielle.
- Diminuer la consommation énergétique.
- Promouvoir l'image de « l'entreprise verte ».
- Réduire les accidents de route incluant les camions de transport NAFTAL.

Missions

NAFTAL a pour mission principal, la commercialisation et la distribution des produits pétroliers sur le territoire national. Elle intervient dans les domaines d'enfutage des GPL, formulation des bitumes, la distribution, le stockage et la commercialisation des carburants, de GPL, des lubrifiants, des bitumes, des pneumatiques, de GPL(Sirghaz), de butane et des produits spéciaux ainsi que dans le transport des produits pétroliers.

1.1.3 Organisation de NAFTAL

L'entreprise **NAFTAL** est une entreprise à caractère commercial **(EPIC)**, chargé de la distribution et de la commercialisation des produits pétroliers au capital social de 15 650 000 00 DA, inscrite au registre de commerce N°99 B 000 9691 répartie géographiquement sur le territoire national.
La direction générale est située à **CHERAGA**, elle regroupe plusieurs divisions par produit et par secteur d'activité :

- **Division carburant lubrifiant pneumatique :**
  Cette division est chargée de la commercialisation es de la distribution des produits pétroliers sur le territoire national, elle intervient dans les domaines suivants : carburant, lubrifiant et pneumatique.
- **Division de Gaz Pétrolier Liquéfié :** Cette division est chargée de commercialisation du Gaz, du Pétrole Liquéfié, du butane et du propane .
- **Division Bitume :** Cette division est chargée de la production et la commercialisation des bitumes et des dérivés.
- **Division aviation et marine :** Cette division est chargée de gérer et d'organiser l'activité de distribution des produits pétroliers pour l'aviation au niveau des aéroports et pour la marine au niveau des ports.

le Schéma suivant représente l'organigramme de NAFTAL :

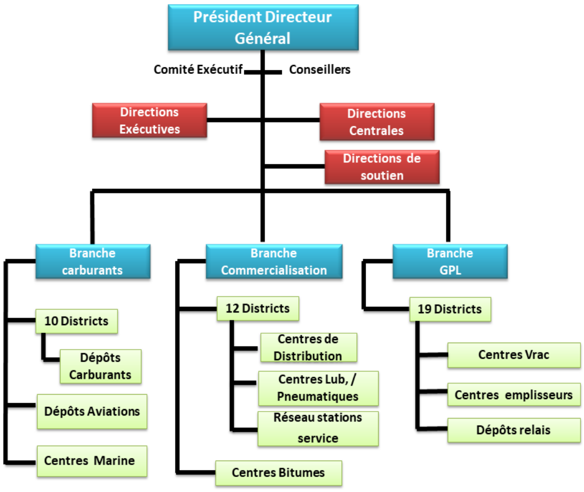


FIGURE 1.1 – Organigramme de NAFTAL

1.1.4 Les produits de NAFTAL

Carburant et combustibles

1. **Les essences :** (Essences normal, essence sans plomb et essence super) Carburants destiné aux moteurs à combustion interne à allumage commandé dont les spécifications sont définies par voie réglementaire (législation de plus en plus protectrice de l'environnement) ou par les constructeurs d'automobiles, (améliorations des performances).
2. **Gas-oil :** Produit utilisé comme carburants pour les moteurs à combustion interne à auto-allumage et comme combustible par les secteurs domestique, industriel et artisanal.
3. **Le kérosène :** Il s'agit de jet carburant déclassé utilisé notamment par les fabricants de produits bitumeux, quelques fabricants d'insecticides comme solvant ou le secteur agricole (comme désherbant) .
4. **Fuel-oil :** Combustible, utilisé surtout dans des vieilles unités industrielles encore en activité .
5. **GPL /c :** Il s'agit d'un carburant à base d'un mélange de propane et butane liquide. Des véhicules conçus initialement aux essences peuvent être facilement convertis au GPL /c, grâce à l'installation

d'un dispositif appropriés (Kit spécial au niveau du moteur et réservoir) .

Les lubrifiants

Ce sont des produits qui satisferont trois conditions fondamentales :

- Un film doit pouvoir être formé de la surface des pièces.
- Le film formé doit être maintenu au contact.
- Le film formé et maintenu doit se déformer facilement, sans se rompre par cisaillement.

Pneumatique

Grâce à des infrastructures de stockage et son réseau de distribution, NAFTAL commercialise des pneumatiques des grandes marques dans les catégories de véhicules les plus diverses :

- Tourisme.
- Camionnette.
- Poids lourds.
- Industriel.
- Manutention.
- Agraire.
- Génie civil.
- Cycle.

Les bitumes

C'est une substance composée d'un mélange d'hydrocarbures, très visqueuse, solide à la température ambiante et de couleur noire. Le bitume est essentiellement constitué d'hydrocarbures lourds. Pour être utilisé, le bitume est séparé du pétrole brut par distillation en raffinerie. Il est le produit pétrolier le plus lourd. Le bitume est le produit le plus utilisé dans les travaux publics, de l'autoroute, au chemin communal jusqu'au tarmac des aéroports . NAFTAL commercialise à partir de ses centres une gamme complète des bitumes :

- **Les bitumes purs :**
  Qui sont directement issus du raffinage du pétrole.
- **Les bitumes oxydés :**
  Ce sont des bitumes mélangés avec une huile de faible viscosité.
- **Les bitumes fluidifiés :**
  Qui sont des bitumes mélangés avec solvant plus ou moins volatil d'origine pétrolière, la viscosité de ses produits se trouve abaissé permettant la mise en œuvre à température très faible .
- Les émulsions de bitumes.

1.1.5 Branche carburants

La branche carburants s'occupe de l'exploitation et le maintenance des dépôts carburants terre, carburants aviation et carburants marine. La gestion des activités carburants terre est confiée à l'activité carburants terre qui s'occupe essentiellement des tâches suivantes :

- Le transport, stockage et distribution des produits issus de la production nationale :
  1. Essence Super.
  2. Essence Normale.
  3. Essence Sans Plomb Gasoil.
- La gestion des infrastructures et moyens de stockage des dépôts.
- Le transport terrestre par moyens propre et moyens tiers sur toute l'étendue du territoire national.
- La maintenance et l'exploitation des infrastructures et des équipements.

1.1.6 Moyens de transport

Pour remplir sa mission de distribution des produits pétroliers, Naftal dispose d'un parc de véhicules de distribution constitué de tracteurs routiers, de semi-remorques citernes, de semiremorqueurs plateaux, de camions citernes, de camions plateaux, camions porte palettes et de moyens de transport tiers .

Par ailleurs, Naftal dispose de sept (07) barges pour le soudage des navires et affrète en permanence auprès des entreprises publiques de transport des citernes carburantes (SNTR), des wagons citernes (SNTF), des caboteurs (SNTM Hyproc).

1.1.7 Capacité de stockage

La capacité de stockage qui se situe actuellement (2017) autour de :
Carburants terre : $625000m^3$ (10 jours d'autonomie).
Carburants aviation : $30000m^3$.
Carburants marine : $176000m^3$.
L'objectif de Naftal est d'arriver à l'horizon 2020 à une autonomie de stockage de 30 jours.

1.2 Présentation du dépôt de stockage Centre de chiffa

1.2.1 Historique

Le centre carburants CHIFFA a été construit en 1942 pour des besoins militaires, il a été exploité jusqu'en 1962 puis a cessé d'activer.
En 1970, il a été intégré dans le patrimoine SONATRAC, après restriction en 1982 dans celui de NAFTAL.
De 1982 à 1984, le dépôt a subi une rénovation complète par une entreprise hollandaise (NACAP) :

- Restauration des bacs existants.
- Augmentation de capacité de stockage de $33600m^3$.
- Modernisation des installations et équipements.
- Réalisation d'un pipeline reliant la raffinerie d'Alger – CHIFFA.

1.2.2 Activités du centre carburants Chiffa

Le centre de Chiffa est relié directement depuis la raffinerie d'Alger via un pipeline multi produits de 55 Km de longueur avec un diamètre de 12 alimentant le dépôt de Chiffa de gasoil, essence super et essence normal, pour pouvoir entamer la distribution finale vers les dépôts ou stations-services ;les activités de centre se présentent comme se suit :

- Approvisionnement.
- Stockage.
- Poste de chargement de camions citernes.

FIGURE 1.2 – activité du centre carburant chiffa

1.2.3 Zone d'influence

Le centre de Chiffa peut alimenter jusqu'à'à 8 wilayas en même temps, son réseau de distributions étend jusqu'à Laghouat et Ghardaïa grâce à une navette routière qui permet d'assurer le transport donc la disponibilité de carburants à ces Wilayas :Blida,Tipaza, Ain Defla,Medea, Chlef, Djelfa, Laghouat, Ghardaïa.

1.2.4 Approvisionnement

Le centre de Chiffa est approvisionné à partir de la raffinerie d'Alger via un pipeline multi produits de :

* 10 puces.

* 55 Km de longueur.

* Capacité de $2900m^3$.
* Débit moyen de$200m^3/h$.

Il est équipé de :

- Un cable de télé-transmission qui permet la détection des fuites et la communication avec la raffinerie et la salle de contrôle.
- 4 postes de sectionnement avec vannes motorisées.
- Une protection cathodique avec courant imposé.

Les produits véhiculés sont : l'essence normale, super et le gasoil.

1.2.5 Capacité de stockage

La capacité de stockage totale est de 33600m3 étalée sur 10 bacs dont :

- $7200m^3$ d'essence super.
- $4000m^3$ d'essence normale.
- $22400m^3$ de gasoil.
- 4 cuves de $30m^3$ de kérosène déclassé.

1.3 Problématique

Le problème rencontrée chez l 'entreprise de Naftal est exactement un problème de tournées de véhicules avec fenêtres de temps.
À partir d'un dépôt centrale de chiffa (centre de distribution des carburants), il existe 30 camions da capacité hétérogène et limité ,le role de ces camions est distribuer et livrer les carburants (essence-normal, sans –plamb, gasoill)aux leurs clients.
Les clients de Naftal sont soit : les stations services , les gendarmeries , les hôpitaux,. . .etc
Chaque client est caractérisé par des coordonnées géographiques (x_i, y_i), et par un demande d_i défini , et par une fenêtres de temps [ai ,bi] chaque client il désire servit dans sa fenêtres de temps .
ça arrive où les camions peuvent arriver plus tôt ou bien avant l'ouverture de service chez ce client donc il doit attendre le début de la fenêtres temporelle avant de commencer le service.

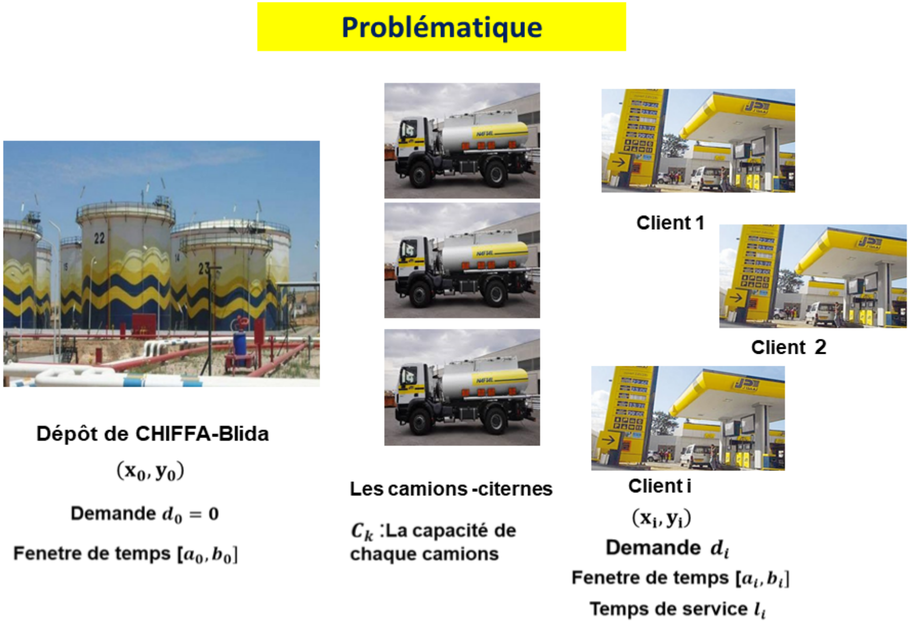


FIGURE 1.3

Objectif de ce problème est de trouver l'ensemble des tournées réalisables pour satisfaire les demandes clients tout en minimisant la distance totale parcourue par les camions, en respectant les contraintes suivantes :

- Chaque client doit être servi une et une seule fois par un seul véhicule.
- Chaque tournée commence et se termine par le dépôt.
- La capacité des véhicules ne doit pas être dépassée.
- Les fenêtres de temps pour chaque client doit être respectées .

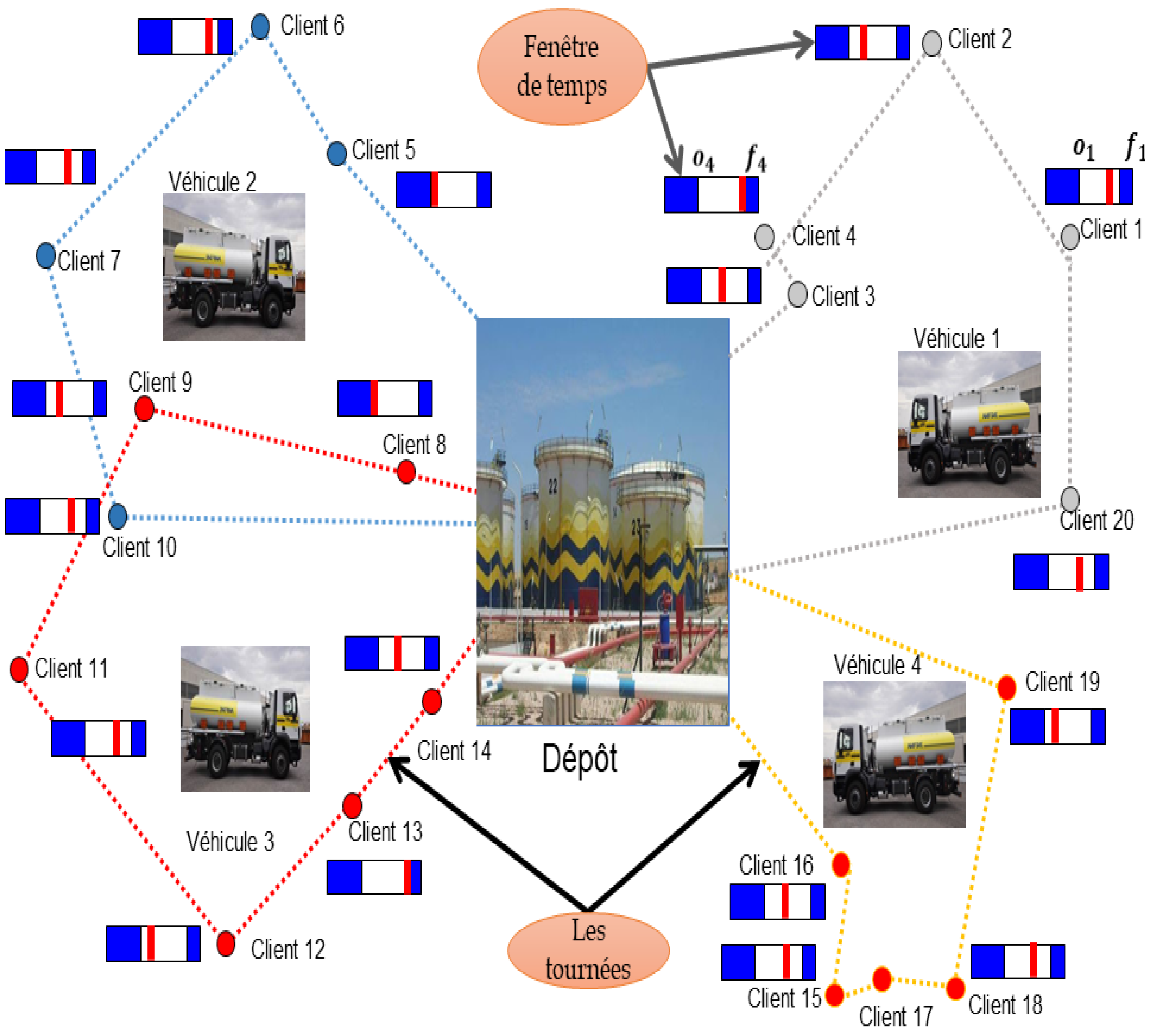


Figure 1.4 – Un exemple de VRPTW avec 20 clients

CHAPITRE 2

LES GÉNÉRALITES ET DÉFINITIONS

2.1 Introduction

L'optimisation combinatoire occupe une place très importante en recherche opérationnelle, en mathématiques discrètes et en informatique [25].

Un problème d'optimisation combinatoire est un problème mathématique, qui consiste à déterminer la meilleure solution parmi un ensemble fini de solutions réalisables. De nombreux problèmes font partie de cette branche [25] . Parmi ces problèmes, nous citons le plus célèbre c'est le VRP. Ce dernier problème a attiré l'attention de nombreux chercheurs. C'est un problème qui appartient à la classe des problèmes NP-difficiles.

Dans ce chapitre, nous présenterons les concepts de base des mathématiques et de l'optimisation combinatoire, et puis nous donnons une description bien détaillée sur le problème VRP qui contient à son tour : la définition de VRP et de TSP et ensuite nous énumérons quelques une de ses variantes.

2.2 Les problèmes de l'optimisation combinatoire

2.2.1 Définition d'optimisation

L'optimisation c'est l'art de comprendre un problème réel, de pouvoir le transformer sous forme d'un modèle mathématique que l'on peut étudier afin d'extraire les propriétés structurelle et de caractériser les solutions du problème .Enfin, c'est l'art d'exploiter cette caractérisation afin de déterminer des algorithmes qui les calculent mais aussi de mettre en évidence les limites sur l'efficience et l'efficacité de ces algorithmes.[22]
Il s'agit en fait d'identifier un objectif pour mesurer la qualité d'un choix donné (gain financier, temps, consommation de ressource, ...), puis de déterminer les éléments agissant sur cet objectif (variables de décisions), et la manière dont ils interagissent entre eux (contraintes du systèmes), ce processus-là est appelé la modélisation.[24]
Un problème d'optimisation peut être exprimé mathématiquement comme un problème de minimisation ou bien un problème de maximisation d'un certain critère en respectant certaines contraintes.

- Tout problème d'optimisation peut être formulé comme suit [24] :

$$\begin{cases} \min f(x) \\ g_i(x) = 0 \quad i \in I_1 \\ g_i(x) \leq 0 \quad i \in I_2 \end{cases} \tag{2.1}$$

Tel que :

- x **:** Représente le vecteur des variables de décision, avec $x = (x_1, x_2, ..., x_n) \in R^n$.
- f **:** La fonction objectif réelle.
- g **:** Le vecteur des fonctions intervenant dans les contraintes.

Avec les ensembles I_1 et I_2 représentent l'ensemble d'indices des contraintes qui sont de type égalités et des inégalités respectivement. Soit l'ensemble $X = \{x \in R^n; g_i(x) = 0, i \in I_1 : g_i(x) \leq 0, i \in I_2\}$. [24]

On peut passer d'un problème de minimisation à un problème de maximisation et vice versa en utilisant la relation (2.2) suivante :

$$\min(f(x)) = -\max(-f(x)) \tag{2.2}$$

2.2.2 Problème d'optimisation combinatoire

- Un problème d'optimisation combinatoire (OC) est un problème d'optimisation dans lequel l'espace de recherche noté Ω est dénombrable.

Soit $f : \Omega \longrightarrow \mathbf{R}$ la fonction objectif qui assigne à chaque solution discrète $s \in \Omega$ le nombre réel $f(s)$. Le but est de trouver la solution optimale s^* telle que [11] :

$$s = \arg\max_{s \in \Omega} f(s) \tag{2.3}$$

Dans ce contexte. On a besoin des définitions suivantes :

- **Définition 2.2.1** *Un vecteur $x \in R^n$ est dit une solution réalisable pour le problème (2.1) si x vérifie les contraintes c.-à-d $x \in X$ [24].*

- **Définition 2.2.2** *Une solution s^* est dite optimale si elle est réalisable et de plus si elle vérifie la relation suivante :*
  $\forall s \in \Omega, f(s^*) \leq f(s)(respf(s^*) \geq f(s))$.
- **Définition 2.2.3** *Pour un problème de minimisation (resp maximisation), un optimum global est une solution $s^* \in \Omega$ telle que :*
  $\forall s \in \Omega, f(s^*) \leq f(s)(respf(s^*) \geq f(s))$ *[11].*
- **Définition 2.2.4** *Si l'espace de recherche est muni d'une relation de voisinage V. Un optimum local est alors défini comme une solution $s^* \in \Omega$ telle que :*
  $\forall s \in V, f(s^*) \leq f(s)(respf(s^*) \geq f(s))$ *[11].*

2.2.3 Quelques problèmes d'optimisation combinatoire

Nous citons dans cette partie quelques problèmes d'optimisation combinatoire les plus réputés :

Problème du sac à dos

Problème de sac à dos est noté aussi KSP (knapsack Problem en anglais), l'énoncé de ce problème est comme suit : étant donné un ensemble d'objets chacun possédant un poids et une valeur d'utilité et étant donné un poids maximum pour le sac, quels objets faut-il mettre dans le sac-à-dos de manière à maximiser la valeur totale à condition de ne pas dépasser le poids maximum du sac [2].

Problème d'ordonnancement

Le problème d'ordonnancement consiste à séquencer et placer dans le temps un ensemble de tâches (entités élémentaires de travail), en tenant compte des contraintes de temps (délais, contraintes de tri, etc.) et des contraintes liées à l'utilisation et la disponibilité des ressources requises par les tâches [15].

Problème d'affectation

Etant donné un ensemble des taches $T = \{t_1, t_2, ..., t_n\}$ et un ensemble des ouvriers $O = \{o_1, o_2, ..., o_n\}$, on veut affecter chaque ouvrier à une seule tâche, et une tâche ne peut être réalisée que par un seul ouvrier à la fois. On suppose que l'affectation de l'ouvrier o_i à la tache t_j génère un profit C_{ij} et qu'on lui attribue un budget de réalisation a_{ij} . On dispose un budget totale A dont l'objectif est de trouver une affectation des ouvriers aux tâches de sorte que le profit généré soit maximum et que le budget totale soit respecté [3].

Problèmes liés à la théorie des graphes

Les Problèmes liés à la théorie des graphes comme les problèmes de coloration des graphes, problème de couplage, le problème de voyageurs de commerce et le problème de tournées de véhicules VRP [2].

2.2.4 Les méthodes de résolution de problèmes d'optimisation combinatoire

Les méthodes de résolution exactes ou approchées proposées au cours de ces dernières années sont nombreuses, et sont le reflet de l'éventail des méthodes dont on dispose pour traiter les problèmes d'optimisation combinatoire. Nous nous proposons d'en étudier les principales.

Les méthodes exactes

Ces méthodes sont ainsi qualifiées en raison des solutions exactes (optimales) qu'elles procurent. Elles nous permettent d'obtenir une solution optimale des instances des problèmes résolus. Leur principe général consiste en une énumération intelligente, et le plus efficacement possible, toutes les solutions du problème pour en extraire une solution optimale. Parmi ces dernières, nous citerons :

La programmation linéaire

C'est une partie de la programmation mathématique, de recherche d'extremums liés d'une fonction linéaire, dite fonction objectif, sur un ensemble défini par des relations linéaires de type équation ou inéquation (contraintes linéaires). La procédure suivie à ce niveau s'articule autour de deux étapes essentielles, la première consiste en la formulation mathématique du problème. Cette modélisation consiste en la détermination des variables, de leur nature, et des contraintes du problème sous formes d'équations et/ou d'inéquations linéaires ; le modèle obtenu est dit programme linéaire. Dans la seconde étape, il s'agit d'appliquer la méthode de résolution du modèle. Le premier algorithme décrit pour la résolution des programmes linéaires est la méthode du simplexe qui reste à ce jour la plus utilisée. Malgré son efficacité en pratique, l'algorithme s'avère non polynomial, pour certains cas. Cependant, la programmation linéaire est considérée comme un problème de la classe P, grâce à l'algorithme de KACHYIAN.

I.4.1.2 Programmation Linéaire en nombres entiers

La méthode de Branch & Bound : La méthode de Branch & Bound (procédure par évaluation et séparation progressive), est une méthode générique de résolution de problèmes d'optimisation combinatoire, apparue au milieu du XX^e siècle. Elle énumère de manière intelligente l'ensemble des solutions. Pour cela, elle décompose l'espace des solutions en sous-ensembles de plus en plus petits, dont une bonne partie est éliminée à l'aide de bornes. Ce type d'énumération peut donc fournir une solution optimale en un temps réduit par rapport à une énumération complète.

Cependant, pour les instances de grande taille des problèmes NP-difficiles, leur durée d'exécution est encore trop importante pour pouvoir être utilisable dans des applications réelles et il faut alors se tourner vers les approches heuristiques [20].

(Branch & Cut) : Lorsque le nombre de contraintes est trop élevé, les méthodes précédentes ne sont plus applicables. Les méthodes de type Branch & Cut consiste à bien traduire progressivement les contraintes du problème (i.e. Phase de coupes dans l'espace de solutions) dont on a relâché la contrainte d'intégrité sur les variables entières. Un solveur PL (Programmation Linéaire) est utilisé pour tenter de trouver une solution optimale entière qui respecte les contraintes du problème PLNE (Programmation Linéaire en Nombres Entiers). Dans le cas contraire, une phase de décomposition (i.e. Branch) du problème en 2 sous problèmes est nécessaire et la phase de coupes est relancée sur ces sous problèmes [12].

I.4.1.3 La programmation dynamique

Cette méthode est basée sur le principe de Bellman qui dit : « que toute solution du problème initial de taille N contient la solution optimale du sous-problème de taille $N-1$ ». Dans la pratique, on commence à résoudre une famille de problèmes de taille 1, puis on passe à l'étape suivante pour résoudre une famille de problèmes de taille 2. Après un certain nombre d'étapes, on retrouve le problème initial de taille N [27].

À chaque étape, des états intermédiaires doivent être considérés et correspondent à une famille de problèmes à résoudre. Pour que l'approche soit faisable, le nombre d'états intermédiaires et le nombre d'étapes doivent être le plus petit possible. Il est parfaitement connu que seul un très petit nombre d'instances de problèmes d'Optimisation Combinatoire peuvent être résolus par la programmation dynamique [27].

I.4.1.4 La génération de colonnes :

La génération de colonnes est une méthode efficace pour résoudre des programmes linéaires de grande taille. L'idée centrale est que les programmes linéaires de grande taille ont trop de variables(ou colonnes) pour qu'on puisse les représenter toutes de manière explicite. A l'optimum, la plupart des variables sont hors base et, très souvent, la plus part d'entre elles sont nulles, c'est-àdire que seul un (petit) sous-ensemble de variables doit être prise en compte pour résoudre le problème [25].

Une méthode utilisant la génération de colonnes initialise le programme linéaire avec un sous– ensemble de colonnes de petite taille. Le mécanisme de la génération de colonnes consiste alors à générer, au sein d'un algorithme à plusieurs étapes, les variables qui sont susceptibles d'améliorer la solution courante, c'est-à-dire celles qui ont de couts réduits négatifs.
L'efficacité de la méthode est très dépendante du mécanisme utilisé pour générer des colonnes. En effet, le sous-problème à résoudre est souvent NP-difficile. Une technique particulière dans la programmation linéaire,

qui utilise un genre d'approche de génération de colonnes, est l'algorithme de décomposition de Dantzig –Wolfe. Le principe de décomposition de Dantzig-Wolfe peut également être appliqué à certains programmes entiers. Dans ce cas, l'algorithme de génération de colonnes est incorporé dans une procédure de « Branch and Bound » de céder une méthode de « Branch and Price » [25].

Étape 0 : Créer les colonnes initiales.

Étape 1 : Résoudre le problème maître MP : pour obtenir μ .

Étape 2 : Résoudre le sous-problème SP.

Étape 3 : Si $Z^{SP} < 0$, ajouter $\{a_i, i = 1, ..., n\}$obtenus de la solution optimale de SP avec des nouvelles colonnes à MP, passer à l'étape 1sinon passer à l'étape 4.

Étape 4 : Terminer avec la solution optimale .

Algorithme 2 : Algorithme de génération de colonne [25].

I.4.2 Les méthodes approchées

Du fait des résultats de la NP-Complétude de certains problèmes de l'optimisation combinatoire, ceux qui jouissent d'un grand intérêt à la fois théorique et pratique, il est peu probable, d'envisager leur résolution à l'aide de méthodes exactes et ce en raison de leur temps d'exécution qui évolue exponentiellement avec la taille des instances du problème en question.

Une méthode approchée est une méthode de recherche des solutions de bonnes qualités (c'est à dire quasi-optimales) en un temps de calcul raisonnable, sans toutefois pouvoir en garantir ni l'optimalité, ni la réalisabilité, ni même (dans de nombreux cas) l'éloignement de la solution par rapport la plus proche solution réalisable ou optimale.

Dans les méthodes approchées nous distinguons deux types : les heuristiques et les méta-heuristiques dont la principale différence réside dans le mode opératoire. C'est ainsi que les dernières ont un pouvoir plus générique (le degré de généricité) plus élevé car indépendante du problème.

I.4.2.1 Les heuristiques

Une heuristique est une méthode approchée dédiée spécifiquement à la résolution d'un problème donné et que tente d'exploiter au mieux sa structure par des critères de décision déduits de la connaissance du problème à résoudre, dont la solution optimale n'est pas garantie.

La performance d'une heuristique apparait essentiellement, en sa complexité spatiale et temporelle, et en sa simplicité et facilité d'implémentation. Sa flexibilité et son débit de génération de solutions sont aussi des critères de performance d'une approche Heuristique. Néanmoins, il est impossible d'évaluer théoriquement avec exactitude les performances d'une heuristique.

Selon le processus de génération de solutions, nous distinguons principalement trois types d'heuristiques :

- **Heuristiques constructives :** A fur et à mesure d'itérer le processus, la solution se construit. La solution ne peut être complétement définie qu'à la fin du processus [2].
- **Heuristiques d'amélioration :** Elles nécessitent une solution de départ, qui s'améliore aux cours du déroulement de l'algorithme, comme les algorithmes de recherche locale [2].
- **Heuristiques de deux phases :** Elles consistent en premier à générer une ou plusieurs solutions, auxquelles on applique une

procédure d'amélioration [2].

I.4.2.2 Les méta-heuristiques

Une méta-heuristique est une méthode, ou plus précisément, un canevas de méthodes, pour résoudre de manière approchée tous les problèmes dont la solution optimale n'est pas garantie. Cependant, ces méthodes ne dépendent pas du type du problème que nous tentons de résoudre.

I.4.2.2.a La méthode de recherche tabou

Cette méthode a été élaborée par Glover vers1986. C'est une procédure itérative basée sur la notion de voisinage et sur l'enregistrement de statistiques sur les solutions visitées.

- Dans une première phase, en partant d'une solution s , on examine complètement le voisinage N(s) de cette solution et on choisit la meilleure solution s', même si cela entraîne une augmentation de la fonction objectif que l'on veut minimiser $[ouf(s') > f(s)]$. Lorsqu'on atteint un minimum local s par rapport au voisinage N, la recherche tabou va donc se déplacer vers une solution s' plus mauvaise que s [21].

L'inconvénient est alors de revenir à s immédiatement si $s \in N(s')$ puisque s est meilleure que s'. En d'autres termes, on tourne en rond sur un ensemble de solutions. Plusieurs noms ont été donnés à ce phénomène, comme bouclage, cyclage ou blocage.
Pour remédier à ce problème, la méthode Tabou utilise une petite mémoire pour mémoriser les dernières solutions visitées et interdire tout déplacement vers une solution déjà explorée.

Ces solutions sont déclarées des solutions taboues, d'où le nom de la méthode. Elles sont stockées dans une liste de taille (longueur) donnée, appelée liste tabou. A chaque itération, la solution la plus ancienne de la liste tabou est remplacée par le dernier mouvement (ou le mouvement inverse) de la nouvelle solution qui n'est acceptée que si elle n'appartient pas à liste tabou. Cette technique permet d'éviter le phénomène de bouclage, durant la visite d'un nombre de solutions au moins égal à la taille de la liste tabou [21].

Elle dirige l'exploration de la méthode vers des régions du domaine de solutions non encore visitées. Une taille de liste tabou trop petite risque de conduire au bouclage, alors qu'une grande taille peut interdire des mouvements intéressants qui nous auraient conduits vers de nouvelles solutions. Généralement, les règles pour déterminer la taille de la liste tabou sont divisées en deux :

1) Statiques qui choisissent une valeur fixe de la taille tout au long de la recherche.
2) Dynamiques qui font varier la valeur de la taille au cours de l'algorithme [21].

I.4.2.2.b Les colonies de fourmis

Les algorithmes de colonies de fourmis (en anglais, ant colony optimization) sont des algorithmes inspirés du comportement coopératif des fourmis. Ces dernières ont développé des mécanismes très élaborés leur permettant de trouver le chemin le plus court de leur nid à une source de nourriture. Les fourmis déposent sur leur chemin. Une piste de phéromones, qui attirent leurs congénères passant à proximité. Les pistes de phéromones s'évaporant avec le temps, on s'aperçoit que si plusieurs chemins sont possibles entre le nid et la nourriture, la piste la plus courte va avoir tendance à se renforcer et à devenir du plus en plus attractive avec le temps, au déterminent des autres chemins sur lesquels la phéromone va progressivement s'évaporer pour finir par complétement disparaitre [7]. L'algorithme de principe des colonies de fourmis s'appuie sur deux règles de mise à jour des phéromones [7] :

1. **Mise à jour locale :** Chaque fourmi construit progressivement une solution, élément après élément, en prenant une série de dé-

cisions dans un graphe. chaque décision est prise suivant une probabilité qui tient compte de la pertinence du choix (optimisation locale) et du taux de phéromones associé à ce choix. La fourmi dépose à son tour ses propres phéromones pour marquer son choix.

2. **Mise à jour globale :** Une fois que toutes les fourmis ont œuvrés, les solutions qu'elles ont construites sont évaluées. la piste de phéromones correspondant à la meilleure solution trouvée depuis le début de l'algorithme est alors renforcée.

I.4.2.2.c Le recuit simulé

La méthode de recuit simulé (Simulated Annealing en anglais). Le terme « recuit simulé » provient d'une analogie avec le procédé physique qui consiste à chauffer un corps jusqu'à une température proche de la fusion et à le laisser ensuite refroidir lentement afin d'obtenir une structure cristalline dont l'état d'énergie est minimum. Ce minimum d'énergie étant l'analogue du minimum de la fonction.
La recherche de ce minimum est faite de manière itérative. on part de valeurs initiales pour les variables, arbitrairement choisies ou tirées au hasard parmi un ensemble de valeurs possibles, où chaque itération consiste à modifier quelque peu les valeurs des variables.si ce choix aboutit à une valeur de la fonction qui est plus faible , il est accepté .sinon , il est accepté avec une probabilité donnée , qui dépend de l'augmentation de la valeur de le fonction que ce choix induit et que décroît en fonction du nombre d'itérations déjà effectuées [6].

2.3 Les Problèmes des tournées

2.3.1 Problème de voyageur de commerce

Le problème de voyageur de commerce PVC est connu aussi sous le nom « Traveling Salesman Problem (TSP).
Le TSP est le problème le plus célèbre et le plus étudié en optimisation combinatoire. Dans ce problème, un voyageur de commerce doit visiter

n villes (ou clients) puis il doit retourner à la ville de départ, en passant une et une seule fois par chacune d'entre elles, et en minimisant la distance totale parcourue . Ce problème représente souvent un banc d'essai pour de nouveaux idées ou paradigmes avant de passer aux modèles plus avancés [10].

Le PVC permet la formulation de nombreuses situations réelles. Depuis son apparition il n'a pas cessé d'attirer l'attention des chercheurs [2].

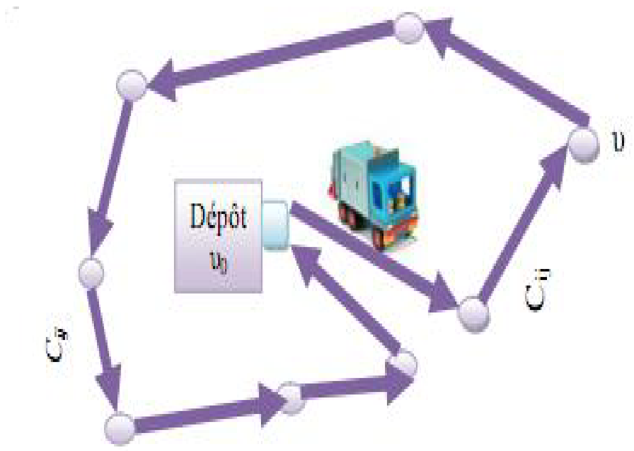


FIGURE 2.1 – Presentation graphique du probleme de voyageur de commerce TSP [17].

- Le problème de TSP peut être formulé comme suit :

Soit un graphe G= (V, A) où :

- ⋆ $V = \{v_0, v_1, \ldots, v_n\}$ représente l'ensemble des $n+1$ sommets (villes).

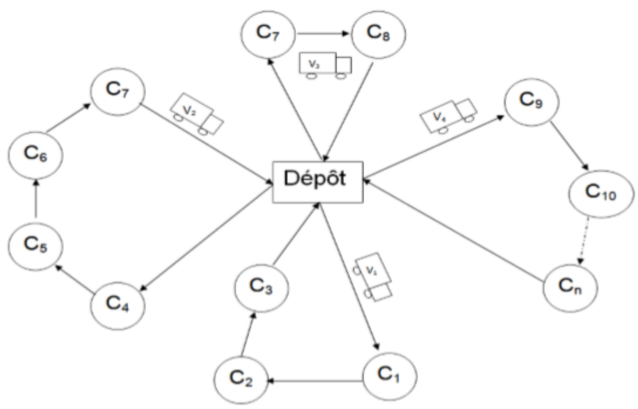
  Avec :

  v_0 : représente le dépôt et $v_1, \ldots, v_n$ représente l'ensemble des clients.
- ⋆ $A = \{(v_i, v_j)/v_i, v_j \in V, i \neq j\}$ l'ensemble des arrêtes / arcs qui

reliant entre les villes.

2.3.2 Problèmes de tournées de véhicules

- Le Problème de tournées de véhicules (Vehicule Routing problem VRP) est une extension du problème de voyageur de commerce PVC. Il a été introduit pour la première fois par DANTZIG et AL en 1954 sous le nom de « Truck Dispatching Problem » et a depuis fait l'objet d'études intensives pour le modéliser et résoudre [5].
- La version basique du VRP s'énonce comme suit : une flotte de véhicules, basée dans un ou plusieurs dépôt(s), doit assurer des tournées entre plusieurs clients (ou villes) ayant demandés une certaine marchandise ou service. L'ensemble des clients visités par un véhicule désigne la tournée de celui-ci et chaque tournée commence et se termine au dépôt. Chaque client doit être desservi une et une seule fois et par un et un seul véhicule. L'objectif du VRP est de minimiser la somme des distances parcourues ou le temps total de parcours des tournées des véhicules ou bien de minimiser la somme de retards de livraison des clients, tout en satisfaisant la demande des clients [2].



- FIGURE 2.2 – Présentation du problème de tournées de véhicules VRP [2].

2.3.3 Les caractéristiques du VRP

- Le tableau 1.1 présente les caractéristiques des extensions du problème de tournées de véhicules qui permettent de décrire de nombreuses situations réelles.

Caractéristiques	**Options possibles**
Nombre de véhicules disponibles	- un - plusieurs
Type de véhicule	- homogène - hétérogène
Capacité de Véhicule	- finie - infinie
Dépôts	- un - plusieurs
Demande des Clients	- Statistiques (connues en avance) - Dynamiques (apparaissent au cours de temps) - Stochastiques (les demandes suivent des lois aléatoires) - Fenêtre de temps.
Service Proposé	- ramassage ou livraison - ramassage et livraison - ramassage avant livraison
Période Considéré	- jour - semaine - périodique

Tableau 1.1 : Les Caractéristiques du problème VRP [27].

2.3.4 Les variantes du problème VRP

Le problème du VRP est parmi les problèmes d'optimisation combinatoires les plus célèbres de classe NP-difficile. Qui a attiré l'attention de nombreux chercheurs ces dernières années. De nombreux changements ont été apportés aux paramètres de ce problème, comme l'ajout ou bien la suppression d'un ensemble de contraintes ce qui permis l'apparition d'un ensemble de variantes du VRP [2]. Nous énumérons ici quelques variantes :

Le problème de tournées de véhicules avec contraintes de capacité (CVRP)

Dans le CVRP (Capacitated Vehicle Routing Problem) tous les clients correspondent à des livraisons, les demandes sont déterministes, connues à l'avance et ne peuvent être fractionnées, les véhicules sont identiques et sont basés à un seul dépôt central, seules les restrictions de capacité pour les véhicules sont imposés, et l'objectif est de minimiser le coût total (c.-à-d., le nombre de routes et=ou leur longueur ou temps de trajet) nécessaire pour desservir tous les clients. En général, le coût de déplacement entre chaque paire d'emplacements du client est le même dans les deux directions, c'est-à-dire que la matrice des coûts qui en résulte est symétrique, alors que dans certaines applications, comme la distribution dans les zones urbaines avec des directions unidirectionnelles imposées sur les routes, la matrice des coûts est asymétrique [19].

Le problème de tournées de véhicules avec fenêtre de temps (VRPTW)

- Le VRPTW (Vehicle Routing Problem With Time Windows) est la variante du VRP la plus étudiée. Des fenêtres de temps de visites sont associées aux clients et au dépôt. Chaque arc étant dans ce contexte caractérisé par une durée de trajet généralement assimilée à un coût. La disponibilité d'un client i est représentée par une fenêtre de temps définie par une date de service au plus tôt a_i et une date de service au plus tard b_i.

  Un véhicule se rendant au client i plus tôt que e_i doit attendre jusqu'au début de la fenêtre de temps. Le temps d'attente résultant est pris en compte dans la contrainte de durée maximum de route. Une arrivée tardive après li rend la solution associée irréalisable [1].

Le problème de tournées de véhicules Dynamique (DVRP)

Le DVRP (Dynamic Vehicle Routing Problem) est l'une des variantes importantes du VRP. Son objectif consiste à concevoir l'ensemble optimal de routes pour une flotte de véhicules afin de servir un ensemble donné de clients tandis que les nouvelles commandes de clients arrivent au cours de l'exécution de la journée de travail anticipée prévue. Ainsi, les routes doivent être reconfigurées dynamiquement lors de l'exécution de la simulation actuelle. Les entreprises d'approvisionnement et de distribution, les services de messagerie, le transport des personnes handicapées et les services d'urgence médicale sont des exemples d'applications DVRP réelles [13].

Le problème de tournées de véhicules stochastique (SVRP)

- Le problème VRP est dit stochastique lorsqu'au moins un élément du problème est aléatoire. Autrement dit, un élément du problème ne peut être connu avec certitude. Ça peut être les demandes (quantité à livrer ou à ramasser) des clients, le temps ou le coût du transport, ou bien l'ensemble des clients à visiter. Le problème avec demandes stochastiques est le plus étudié de cette catégorie. Il est alors supposé que la demande suit une loi de distribution connue (généralement une loi normale) [27].

Le problème de tournée de véhicules multi-dépôts

MDVRP (Multi-Depot Vehicle Routing Problem) : Dans ce type de problème, plusieurs dépôts sont disponibles, qui sont géographiquement répartis. Chaque véhicule part et revient à son dépôt initial [27].

Le problème de tournée de véhicules à flotte hétérogène(VRPHF)

VRPHF (Vehicle Routing Problem With Heterogeneous Fleet) : ce type de problème cherche à satisfaire les objectifs du VRP mais en utilisant une flotte de véhicules de type différent. En fait, nous pouvons distinguer ces véhicules par leurs capacités, leurs vitesses ou leurs coûts de déplacement, etc [12].

Le problème de ramassage et de livraison (VRPPD)

Le problème de ramassage et de livraison (VRPPD) a les mêmes caractéristiques que le problème VRP, où chaque client doit fournir deux emplacements géographiques différents : le premier indique le lieu de ramassage du produit et le second indique le lieu de livraison du produit. Ces problèmes introduisent des contraintes prioritaires : pour chaque tournée, Le ramassage du client doit être avant l'opération de livraison [27].

Le problème de tournées de véhicules avec une livraison divisé (VRPSD)

Dans ce problème, une flotte de véhicules homogènes capacitifs est peuvent être utilisés pour servir un ensemble de clients. Chaque client peut être visité plus d'une fois, contrairement à ce qui est généralement supposé dans le problème classique de tournée du véhicule (VRP), et la demande de chaque client peut être supérieure à la capacité du véhicule. Chaque véhicule doit commencer et terminer sa tournée du même dépôt. Le problème consiste à trouver un ensemble des tournées de véhicules qui servent tous les clients de telle sorte que la somme des quantités livrées à chaque tournée ne dépasse pas la capacité d'un véhicule et que la distance totale parcourue soit minimisée [4].
Dans la figure 2.3 suivante, nous pouvons voir les variantes du problème de tournées du véhicule :

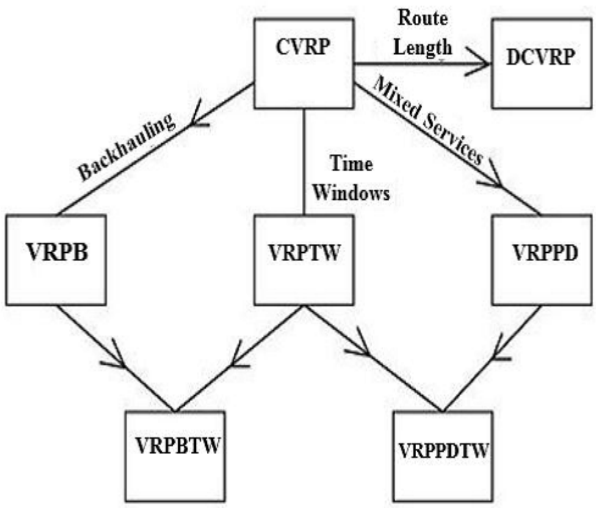


FIGURE 2.3 – Variants Of VRP [23].

2.3.5 Champs d'Application du VRP

Les applications du PVC et du VRP varient considérablement. Toute entreprise industrielle souhaite améliorer l'efficacité de sa chaîne logistique, pour garantir le moindre coût de production ou de prestation de services et pour assurer la fluidité de ses produits. En effet, le problème de tournées des véhicules est le maillon principal dans le domaine de la logistique. À mesure que les coûts de l'énergie augmentent, près de 30IJ des coûts de production de biens ou de services sont dus aux coûts de transport. Le problème de tournées de véhicules fait partie de notre vie quotidienne, à commencer par le ramassage scolaire, ramassage du personnel, le ramassage des ordures ménagères, la cueillette de lait cru, la distribution des journaux, de courrier et de denrées alimentaires telles que le lait, le pain, l'eau. . .De plus, les services ambulatoires et la livraison d'urgence de médicaments font également partie du problème de tournées des véhicules [2].

2.4 Conclusion

Dans le chapitre qui suit, nous allons présenter et définir une de ces variantes la plus étudiée qui est le problème de tournée de véhicule avec fenêtre de temps (Vehicle Routing problem With Time Windows VRPTW).

CHAPITRE 3

LE PROBLÈME DE TOURNÉES DE VÉHICULES AVEC FENÊTRES DE TEMPS

3.1 Introduction

Le Problème de Tournées de Véhicules avec Fenêtre de Temps (Vehicle Routing Problem with Time Windows - VRPTW), constitue une généralisation du VRP dans la mesure où nous introduisons en plus une contrainte temporelle sur le service demandé. Chaque client dispose d'une fenêtre de temps à l'intérieur de laquelle il désire être servi. Le dépôt central possède également une fenêtre de temps que nous désignons couramment comme horizon de service ou temps d'ouverture de la journée. Son rôle est de fixer une plage horaire durant laquelle les véhicules peuvent effectuer leur tournée. Ces contraintes temporelles vont rendre nécessaire l'utilisation de plusieurs véhicules pour satisfaire l'ensemble des clients sur l'horizon de service. On peut vouloir borner le nombre de véhicules à utiliser et dans ce cas des clients risquent de ne pas être servis. Bien que simple en apparence, ce problème est notablement très difficile à résoudre. En fait, il a été montré que le problème VRP classique était NP-difficile, et que ce résultat pouvait être étendu au VRPTW. Ainsi, s'il est tout à fait possible de déterminer une solution optimale pour des instances de petite taille, cela devient rapidement irréalisable pour des instances de moyenne ou de grande taille. Or la plupart des problèmes de la vie réelle se situent justement dans cette seconde catégorie. En dépit du caractère fortement restrictif de sa définition, le problème VRPTW conserve un pouvoir descriptif important. Il permet de modéliser un panel étendu d'applications réelles :[12]

- **service postal :** Il s'agit d'établir des tournées pour les facteurs de manière à distribuer le courrier le plus efficacement possible, mais on peut aussi réaliser des tournées pour effectuer le ramassage de courrier dans les boîtes aux lettres publiques.[12]
- **coopératives agricoles :** Il s'agit de mettre en place des tournées de véhicules pour collecter la production de différents exploitants agricoles. Ceci peut concerner le lait, les produits céréaliers, les produits maraîchers ou encore le ramassage d'animaux par exemple.[12]
- **service bancaire :** Il s'agit de déterminer des routes pour les convoyeurs de fond de manière à réaliser la collecte des recettes des commerçants et des grandes surfaces.[12]

- **ramassage scolaire :** Il s'agit d'établir les itinéraires de bus pour amener les écoliers des points de collecte vers l'école le matin et inversement le soir.[12]
- etc ...

Ces quelques exemples permettent d'illustrer la profonde implication de ce problème dans la vie courante [12].

3.2 problème de tournées de véhicules avec fenêtres de temps

Il y a des clients qui doivent être affectés à une flotte de véhicules. Chaque client est assimilé à une demande qui se situe dans le temps, une fenêtre de temps et un espace, un nœud du réseau de transport et auquel est associée une quantité. Les véhicules ont une capacité limitée

et ils commencent et terminent leurs voyages dans un dépôt unique. Ce problème peut modéliser, par exemple, les deux scénarios suivants. Le premier scénario est une entreprise qui géré un flotte de véhicules situés initialement dans un centre commercial local. Les clients qui souhaitent rentrer tard chez eux ne peuvent pas utiliser les services de transport réguliers. Avec un VRPTW system, ils peuvent se connecter au serveur de l'entreprise en demandant un véhicule pour les ramener à la maison au plus tard à une certaine heure. Le deuxième scénario est une entreprise qui possède un dépôt centre avec une grande quantité de marchandises, et un flotte de véhicules. Les clients de cette société sont des magasins qui souhaitent recevoir des marchandises du dépôt. Toutefois, ils ne peuvent pas recevoir les marchandises à tout moment, et ils précisent un intervalle de temps dans lequel ils veulent être visités par un véhicule, et un temps de service nécessaire à ses employés pour prendre les marchandises hors du véhicule.[18]
Les données du problème sont les suivantes Soit $G = (V, A)$ où $V = \{v_0, \dots, v_n\}$ représente l'ensemble des points (villes ou clients), c'est-à-dire des clients à visiter et $A = (v_i, v_j)/v_i, v_j \in V, i \neq j$ représentant l'ensemble des arcs possibles. Le point v_0 représente le dépôt qui est le point de départ et d'arrivée de toutes les routes. On pose comme hypothèse que les véhicules sont identiques avec une contrainte de capacité C_k et que les clients ont une demande déterminée d_i, et un temps de service l_i. Le début de la visite du client v_i doit être à l'intérieur de la fenêtre de temps $[o_i, f_i]$. Cela signifie que le client désire être visité à une période déterminée de la journée. Ainsi, un client peut préférer recevoir ses colis durant les heures d'ouverture de son entreprise. Cet ajout au problème limite la flexibilité car deux clients voisins peuvent être disponibles à deux périodes très différentes de la journée. Par contre, l'ajout de la contrainte de fenêtres de temps est très utile pour un client qui sait ainsi à quelle heure son colis lui sera livré et qui pourra donc prévoir cette réception dans la planification des tâches prévues à l'horaire de la journée. Le coût considéré lors du VRPTW n'est pas seulement le coût de parcourir la distance entre tous les clients mais également le coût associé

au temps d'attente car lorsqu'un véhicule arrive en avance chez un client il doit attendre que celui-ci soit prêt à le recevoir. Lors de l'utilisation de méthodes approximatives, la taille du flotte de véhicules doit être trouve par le système, et les critères de performance devient [14] :

1. Le nombre de véhicules utilisés.
2. La distance totale parcourue par tous les véhicules.

Les problèmes de tournées de véhicules peuvent être complexités si on ajoute des fenêtres de temps (VRPTW). Ce problème est principalement basée sur le travail de Bent et al. avec quelques légères modifications, afin de normaliser les idées et les notations qui ont changé au fil du temps.
Les premiers travaux relatifs aux VRPTW, datent de la fin des années 1960, et se limitaient à des études de cas résolus par des méthodes heuristiques (Pullen et Webb, 1967, et Knight et Hofe-r, 1968).

3.3 Extensions du problème de tournées de véhicules avec fenêtres de Temps

La version standard du problème de tournées de véhicules avec fenêtres de temps est communément appelé statique ou hors ligne de problème de tournées de véhicules avec les fenêtres de temps. Cette version suppose que toutes les requêtes de l'instance se sont produites avant le lancement des opérations et que le calcul de la solution se fait entièrement avant le début de l'horizon du dépôt.[18]
Un diagramme représentant la structure générique d'une instance du problème classique de tournée de véhicule (avec ou sans fenêtres de temps) peut être trouvé sur la figure 3.1.[18]

La boîte bleue la plus à droite intitulée hors ligne Solver représente l'algorithme d'optimisation qui génère des plans/solutions sous-optimaux, selon les contraintes expliquées précédemment, et d'autres définies par l'utilisateur, si nécessaire. La case bleue intitulée Méthode représente l'algorithme mis en œuvre par l'utilisateur. Il utilise les plans générés par

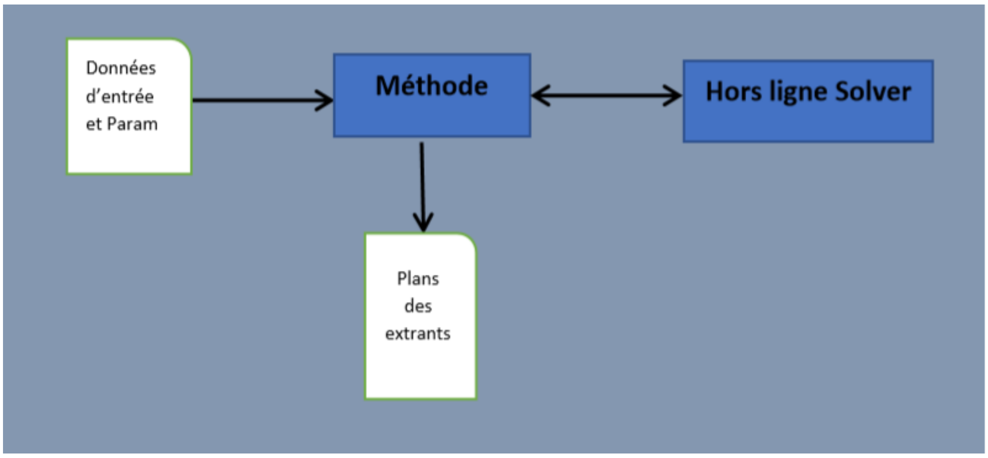


FIGURE 3.1 – Diagramme d'une instance VRP classique[18]

le solveur afin de résoudre le problème auquel l'utilisateur est confronté, ou d'améliorer les performances du solveur. Cette boîte centrale prend les emplacements des sites, les véhicules et leurscaractéristiques, et les demandes qui sont arrivées au «bureau central» comme entrée, et retourne un plan de tournée qui a été déterminé comme le « meilleur » pendant l'exécution.[18]
Cette section présente les extensions du problème d'acheminement du véhicule avec les fenêtres de temps qui seront utilisées plus tard, accompagnées d'une description de leurs exigences respectives. La section 2.3.1 décrira l'extension dynamique de VRPTW tandis que la section 2.3.2 présentera l'extension stochastique.[18]

3.3.1 Le problème dynamique de tournées du véhicules avec fenêtres de Temps

La première extension présentée ici est la version dynamique(ou en ligne) du problème (DVRPTW). Cette version est plus adaptée aux contextes opérationnels où l'ensemble des données d'entrée n'est pas connu à l'avance. En effet, certaines demandes peuvent maintenant arriver au cours de la journée. Cette modification implique une évolution du ou des plan(s) dans le temps, elle s'accompagne de quelques autres défis :[18]

- Certains plans initiaux doivent être calculés avec des demandes connues avant le début des opérations.

- Les demandes qui arrivent au cours de la journée doivent être acceptées ou rejetées à la réception, selon les critères établis (par. ex, possibilité d'insérer la ou les nouvelles demandes dans le ou les plans existants, ou tout autre critère défini par l'utilisateur…).
- Toute demande qui a été acceptée à un moment donné doit être traitée avant la fin de l'horizon et respecter la fenêtre de temps de la demande. Cette obligation est dénommée la garantie de service des demandes acceptées.
- A chaque fois temps t, les nouveaux plans sont calculés pour intégrer les demandes entrantes (un plan q résultant de l'insertion d'une demande dans un plan p est considéré comme différent de p).[18]

Le diagramme modifié représentant la version dynamique du VRP peut être vu sur la figure 3.2.[18]

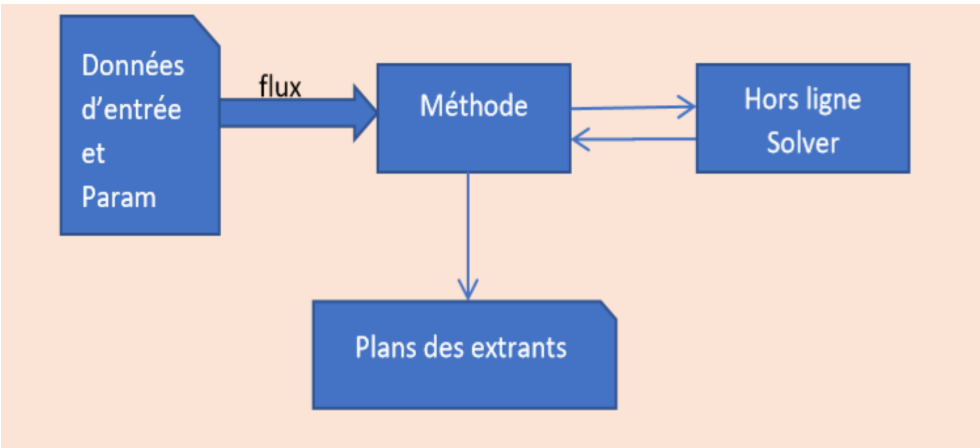


FIGURE 3.2 – Diagramme d'une instance VRP dynamique

Les données d'entrée sont maintenant représentées sous forme de flux, car certaines demandes peuvent maintenant être reçues pendant la progression des opérations.

Nouvelles exigences la caractéristique apportée par l'aspect dynamique est le fait que l'ensemble R représentant les demandes des clients qui ont été envoyés au « central » peut maintenant varier au fil du temps.[18]

- En premier lieu, cela impose la nouvelle notation R_t qui représente

l'ensemble des demandes connues au temps t $[o_i, f_i]$, c'est-à-dire toutes les demandes reçues avant ou au temps t, qu'elles soient acceptées ou non. Ce nouvel ensemble peut être exprimé comme la récursivité suivante :
[18]

$$R_t = \begin{cases} R_{t-1} \cup \text{ nouvelles demandes} & si \;\; t \geq 1 \\ \text{demandes hors ligne} & sinon \end{cases}$$

Avec R_{t-1} les demandes qui faisaient partie de la solution(s) au temps t-1, nouvelle demande, les demandes reçues en $[t-1, t]$ et demandes hors ligne, les demandes connues avant le début de l'horizon o_i.[18]
Cette nouvelle note soulève la question de savoir comment inclure le contenu des nouvelles demandes dans la ou les solutions. En effet, une demande reçue pendant la phase dynamique peut être totalement incompatible avec l'état actuel de l'algorithme. Par exemple, il peut être impossible de l'insérer à l'intérieur des solutions actuelles, ou le coût de l'insertion (frais de déplacement, déploiement d'un nouveau véhicule) peut être plus élevé que ce l'utilisateur est prêt à payer pour une demande individuelle.[18]

- Une méthode pour déterminer si les demandes entrantes peuvent/doivent être acceptées ou non est donc nécessaire, il s'agit d'une deuxième exigence imposée par l'aspect dynamique du problème.
- La dernière mais non la moindre exigence car elle est nécessaire pour tout type de VRP est la disponibilité d'un solveur qui produira quelques solution(s) pendant les opérations. Son fonctionnement est le même qu'auparavant, seule sa contribution changera au fil du temps. Dans les sections suivantes, les mots « solveur » et « algorithme d'optimisation » seront utilisés de manière interchangeable. Les solveurs varient selon la version de VRP qu'il est destiné à résoudre à la fois par leur comportement interne ce qui est normal, mais aussi à leur interface ce qui est moins trivial. C'est pourquoi une brève description de l'interface générique

suit.[18]

Le solveur hors ligne peut être écrit comme O ($état, t, A_t$). En prenant les arguments.

- ✓ **état :** Qui représente l'état actuel de la progression de la journée, et les décisions passées (par. ex. un plan décrivant la partie écoulée de la journée, une paire (γ, δ).
- ✓ **t :** C'est le temps qui commence la période à optimiser, qui se termine à la fin de l'horizon (c-à-dire que le solveur optimise l'intervalle de temps $[t, H_i]$. C'est également le moment auquel l'algorithme d'optimisation définira sa sortie (habituellement, t est réglée sur l'heure actuelle).
- ✓ A_t **:** Représente le sous ensemble de Rt contenant les demandes qui ont été acceptées par la méthode d'implémentation de l'algorithme et qui doivent être prises en compte afin de respecter la garantie de service[18].

3.3.2 Le problème stochastique de tournée de véhicule avec Fenêtres du temps

L'extension suivante concerne les problèmes stochastiques, où l'information pertinente est connue a priori, mais certaines parties de celle-ci sont affligées d'une incertitude donnée. Le VRP stochastique (S-VRP) est essentiellement n'importe quel VRP où un plusieurs paramètres sont stochastiques, ce qui signifie que certains événements sont des variables aléatoires avec une distribution de probabilité connue. Cette extension s'applique à la fois aux versions statiques ou hors ligne et dynamiques de VRP (avec ou sans fenêtres de temps). L'objectif est de générer des solutions améliorant la valeur attendue de la fonction objective.[18]

Dans le cas des problèmes dynamiques et déterministes (dynamiques et non dynamiques), l'information disponible au début du processus de planification est incomplète et il n'y a pas d'information sur les événements futurs.

Dans la catégorie des problèmes dynamiques et stochastiques, des in-

formations pertinentes sont révélées tout au long de l'horizon de planification, et des informations stochastiques supplémentaires sur l'avenir, généralement recueillies à partir de données historiques, sont disponibles. Cette catégorie est nommée problèmes d'acheminement des véhicules dynamiques et stochastiques (DS-VRP).[18]
Plusieurs parties de l'information sur l'instance peuvent être stochastiques, mais les plus courantes sont les suivantes : [18]

- **Temps de voyage stochastique :** Les temps de voyage peuvent être associés à certaines distributions de probabilité afin de fournir des valeurs plus authentiques pour correspondre au monde réel d'une meilleure façon. En effet, de nombreux facteurs peuvent affecter la valeur du temps de trajet tels que les accidents de la circulation, les conditions météorologiques, les zones de travail sur la route, etc. [18]
- **Demande stochastique des demandes :** La demande réelle des clients n'est pas connue à l'avance, mais il est plutôt connu comme une variable aléatoire qui suit une distribution de probabilité donnée. Ce problème se pose principalement dans les applications pratiques où une quantité inconnue de biens doit être livrée ou recueillie (par. ex., services de déménagement).[18]
- **Clients stochastiques :** Les cas où les clients sont des variables aléatoires se produit principalement dans la version dynamique de VRP (D-VRP). Dans cette situation, des informations stochastiques sur le nombre prévu de demandes des clients et la probabilité de survenance de ces demandes sont disponibles.[18]
- **Temps de service stochastique :** Dans cette configuration, le temps nécessaire pour traiter une demande une fois sur le site n'est pas connu à l'avance et est associé à des variables aléatoires.[18]
- **Fenêtre de temps stochastiques :** La largeur des fenêtres de temps de certains clients peut ne pas être définie avec précision, mais l'expérience historique peut fournir des informations utiles pour les calculs[18].

Ces sources communes d'incertitude peuvent bien sûr être combinées

pour former des problèmes plus complexes, conduisant à des solutions plus authentiques. Dans notre cas, nous concentrerons sur les problèmes où les clients sont la seule source d'incertitude et les fenêtres de temps déterministes sont utilisées. Ainsi, les clients stochastiques seront le seul cas que nous allons examiner dans les chapitres suivants, ce qui conduit à la dénomination complète du problème que nous allons aborder dans ce travail : le problème de tournée de véhicule dynamique et stochastique avec les fenêtres de temps (DS-VRPTW).[18]
Pour traiter les informations stochastiques, les méthodes de solution sont soit basées sur des approches d'échantillonnage, lorsque des scénarios futurs possibles sont inclus dans un processus décisionnel plus large, soit considérant explicitement les informations stochastiques. Parce que nous suivons les travaux de Bent et al. , nous suivons la première de ces approches[18].

3.4 Conclusion

DAns ce chapitre nous avons présenté le problème de la tournée de véhicule avec fenêtre de temps. Comme nous le savons déjà ce problème appartient à la classe NP difficiles. Donc sa résolution n'est possible que d'une manière approchée car de nos jours il n'y a aucun algorithme qui puisse nous permettre leur résolution en un temps polynomial[3].

CHAPITRE 4

MODÉLISATION MATHÉMATIQUE

4.1 Introduction

Comme le VRPTW est l'une des variantes de VRP le plus étudiées dans la littérature , beaucoup de modèles mathématiques ont été proposés afin de résoudre ce problème .
Dans ce chapitre, nous proposons une formulation mathématiques pour le problème VRPTW.

4.2 Notre modélisation mathématique :

Le problème de VRPTW est une généralisation de problème VRP dans lequel chaque client impose une fenêtre de temps dans laquelle il doit être servi , dont le but est de minimiser la distance totale parcourue par les véhicules en respectant les contraintes de capacité du véhicules et les fenêtres de temps pour chaque client , et que les tournées doivent crées une boucle avec le dépôt.

Le problème du VRPTW peut se présenter sous forme un graphe orienté G=(V,A) tel que :

- V : Représente l'ensemble des villes $où$ sont situés les clients plus la ville dépôt , tel que v_0 représente la ville-dépôt et l'ensemble $N = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$ représente les villes-clients.

- A : L'ensemble des arcs entre les villes ,$A = \{(v_i, v_j) \in A, \quad \forall v_i, v_j \in N\}$

Mais avant de passer au modélisation mathématique de ce problème , nous allons d'abord définir les paramètres et les variables de décisions :

4.2.1 Les paramètres

Soient :

- n : Nombre de villes-clients ;
- (x_i, y_i) : Les cordonnées de la ville v_i ;
- c_{ij} :Le coùt du trajet entre le ville v_i et la ville v_j. Il représente dans notre cas la distance euclidienne qui est donnée par la relation suivante :
  $c_{ij} = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2}$;
- d_i : La demande du $i^{ème}$ client, avec $d_0 = 0$ car le dépôt n'a pas de demande ;
- l_i : Le temps de service chez le client v_i (temps en minute) ;
- a_i : L'ouverture de la période de livraison du client v_i (temps en heure) ;
- b_i : La fermeture de la période de livraison du client v_i (temps en heure) ;
- t_{ij} : Le temps de déplacement entre la ville v_i et la ville v_j (temps en minute) ;
- m : Le nombre maximale de véhicules à disposition ;

- C_k : La capacité du $k^{ème}$ véhicules .

4.2.2 Les variables de décisions

Les variables de décision binaires :

$$x_{ij}^k = \begin{cases} 1 & \text{si le véhicule } k \text{ visite la ville } v_j \text{ juste aprés la ville } v_i \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Les variables de décisions entières :

P_i^k : La date de début de service du véhicule k pour le client i

4.2.3 Le modèle mathématique

Donc le problème se modélise comme suit :

$$\text{Minimiser} \sum_{k=0}^{q-1} \sum_{(v_i,v_j)\in A} c_{ij} x_{ij}^k \tag{4.1}$$

Sous contraintes :

$$\sum_{k=0}^{q-1} \sum_{v_j:(v_i,v_j)\in A} x_{ij}^k = 1; \quad \forall v_i \in N = \{v_1, \cdots, v_n\} \tag{4.2}$$

$$\sum_{(v_i,v_j)\in A} d_i x_{ij}^k \leq C_k; \quad \forall k = 0, \cdots, q-1 \tag{4.3}$$

$$\sum_{v_i:(v_0,v_i)\in A} x_{0i}^k = 1; \forall k = 0, \cdots, q-1 \tag{4.4}$$

$$\sum_{v_i:(v_i,v_0)\in A} x_{i0}^k = 1; \forall k = 0, \cdots, q-1 \tag{4.5}$$

$$\sum_{v_i:(v_i,v_j)\in A} x_{ij}^k = \sum_{v_l:(v_j,v_l)\in A} x_{jl}^k; \quad \forall v_j \in N = \{v_1, \cdots, v_n\} \tag{4.6}$$

$$\sum_{k=0}^{q-1} \sum_{(v_i,v_j)\in A} x_{0j}^k \leq |m| \tag{4.7}$$

$$x_{ij}^k \left(P_i^k + t_{ij} - P_j^k\right) \leq 0; \quad \forall (v_i, v_j) \in A, \forall k = 0, \cdots, q-1 \tag{4.8}$$

$$a_i \leq P_i^k \leq b_i; \quad \forall v_i \in N, \quad \forall k = 0, \cdots, q-1 \tag{4.9}$$

$$x_{ij}^k \in \{0,1\}, P_i^k \geq 0; \quad \forall (v_i, v_j) \in A, \quad \forall k = 0, \cdots, q-1. \tag{4.10}$$

- La contrainte (4.1) : Représente la fonction objectif , dont l'objectif est de minimiser la distance totale parcourue, ou bien la minimisation du cout de l'ensemble des trajets des véhicules.
- La contrainte(4.2) : Assure que chaque client n'est servi qu'une et seule fois et par un et un seul véhicule.
- La contrainte (4.3) : Assure que les demandes de clients ne doivent pas dépasser la capacité maximale du véhicule.
- Les contrainte (4.4) et (4.5) : Assurent qu'un véhicule ne sort du dépôt et n'y revient qu'une seule fois.
- La contrainte (4.6) : Assure que le véhicule qui arrive chez un client est le même que celui qui part de ce client.
- La contrainte (4.7) : Assure que le nombre de véhicules utilisés ne doit dépasser le nombre totale de véhicules qu'il y en a à notre disposition.
- Les contraintes(4.8) et (4.9) : Représentent les contraintes de fenêtres de temps.
- La contrainte(4.10) : Représente la contrainte d'intégrité.

CHAPITRE 5

APPROCHE DE RÉSOLUTION

5.1 Introduction

Le VRP(Vehicule Routing Problem) appartient à la catégorie des problèmes NP-difficile, ce qui signifie que l'effort de calcul nécessaire pour résoudre ce problème augmente de manière exponentielle avec la taille du problème dans le pire des cas.
Donc sa résolution n'est possible que d'une manière approchée , car aujourd'hui il n'y a pas d'algorithme qui nous permette de le résoudre en temps polynomial. C'est pourquoi, nous avons décidé d'utiliser la méthode de génération de colonnes pour le résoudre . Dans ce chapitre, nous allons d'abord rappeler les principes de cette méthode. Ensuite,nous verrons son adaptation au problème VRP.

5.2 Le principe de la génération de colonnes

La génération de colonnes est apparue au début des années 1960 à partir du principe de décomposition de Dantzig et Wolfe (1960) pour un programme linéaire quelconque et aussi directement pour le problème de découpe (Gilmore et Gomory, 1961). Depuis, il y a eu plusieurs articles de synthèse sur le sujet (Desrosiers et al. 1995 ; Desaulniers et al. 1998a ; Barnhart et al. 1998b ; Lübeck et Desrosiers, 2005) de même qu'un livre

(Desaulniers et al. 2005).[14]

La génération de colonnes est une méthode itérative utilisée pour résoudre des programmes linéaires. Au lieu de considérer le programme linéaire dans son ensemble, on le décompose en un problème maître restreint (PMR) et en un ou plusieurs sous-problèmes. Le PMR est tout simplement le programme linéaire initial restreint à un sous-ensemble de variables. Les sous-problèmes sont utilisés pour générer de nouvelles variables pour PMR. Si ces sous-problèmes peuvent améliorer la solution du PMR, ils doivent avoir la propriété de générer de nouvelles variables , et de s'assurer qu'il n'y a aucune variable pouvant améliorer la solution du PMR, le cas échéant. Cette méthode peut être utile lorsque le nombre de variables est trop grand pour rendre l'énumération explicite réaliste.[8]

La figure suivante représente le principe de l'algorithme de génération de colonnes :

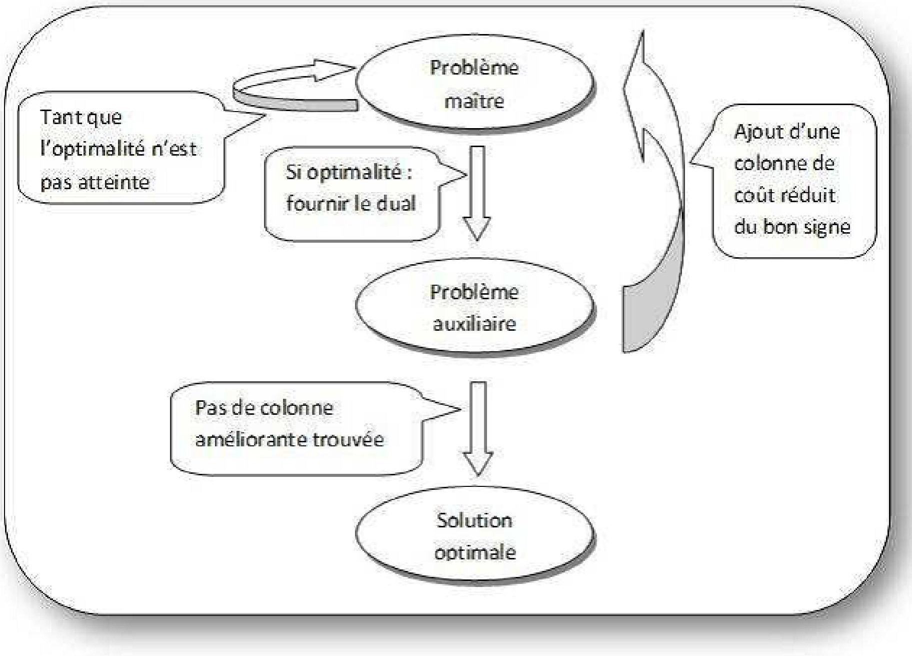


FIGURE 5.1 – Algorithme de génération de colonnes

5.3 La résolution du problème de tournées de véhicules par la génération de colonnes

Pour les problèmes de tournées de véhicules. Le principe de la génération de colonnes fonctionne comme suit :

- **Problème maître :**
  C'est un problème de couverture, il faut trouver un ensemble de colonnes tel que tous les clients soient traités et tel que la somme des coûts des colonnes soit minimale, et comme le problème maître est un problème linéaire, il est résolu par CPLEX®, un des meilleurs logiciels pour résoudre les problèmes linéaires.[26]
- **Sous-Problème :**
  Il s'agit de générer des colonnes valides, réalisables. C'est-à-dire construire des tournées respectant les fenêtres de temps des clients, la capacité des véhicules et satisfaisant les demandes de clients .[26]

Nous allons prendre ici un exemple de problème de construction de tournées simples (appelons P ce problème) et ceci avec une flotte illimitée. Une seule contrainte est ici à vérifier : chaque client doit être visité une fois. L'objectif est de trouver une solution minimisant le coût des tournées sélectionnées. Posons alors :[9]

— Ω : ensemble des tournées réalisables ;
— N : ensemble des clients à servir ;
— c_r : coût de la tournée r ;
— K : capacité de véhicule.

Dont les variables de décisions sont :

$$a_{ir} = \begin{cases} 1 & \textbf{si le client i est visité par la tournée } r \\ 0 & \textbf{sinon} \end{cases}$$

et

$$x_r = \begin{cases} 1 & \textbf{si la tournée r est sélectionnée dans la solution} \\ 0 & \textbf{sinon} \end{cases}$$

$$Minimiser : \text{z} = \sum_{r \in \Omega} c_r x_r \tag{5.1}$$

Sous contraintes :

$$\forall \text{i} \in \text{N} \quad \sum_{r \in \Omega} x_r a_{ir} = 1 \tag{5.2}$$

$$\forall \text{r} \quad \text{x}_r \in \{0, 1\} \tag{5.3}$$

On retrouve ici en (5.2), la contrainte permettant que chaque client soit visité une seule fois. Le but de ce problème est de minimiser le coût total des tournées sélectionnées (5.1).
Dans une version notée P' du problème P on remplacera la contrainte de partitionnement (5.4) par la contrainte de recouvrement suivante :

$$\forall i \in \text{N} \quad \sum x_r a_{ir} \geq 1 \tag{5.4}$$

Nous relaxerons également les contraintes d'intégrité de x_r. Ainsi nous pouvons écrire P' comme ceci :

$$\text{Minimiser : z} = \sum_{r \in \Omega} c_r x_r \tag{5.5}$$

Sous contraintes :

$$\forall \text{i} \in \text{N} \quad \sum_{r \in \Omega} x_r a_{ir} \geq 1 \tag{5.6}$$

$$\forall \text{r} \quad \text{x}_r \in \{0, 1\} \tag{5.7}$$

L'énumération complète des tournées de Ω est impossible dans un temps raisonnable. Le principe de la génération de colonnes est de ne considérer qu'un sous-ensemble de colonnes qui sont prometteuses et à chaque itération il s'agit de faire entrer une nouvelle variable en base. Chaque itération de la génération de colonnes consiste à optimiser le programme maître restreint de façon à avoir la solution optimale courante et les variables duales associées et de trouver une colonne dont le coût réduit est négatif. C'est le générateur de colonnes, qui va se charger de fournir les bonnes tournées nécessaires à la résolution par la méthode de génération de colonnes. Ainsi dans le petit exemple donné au-dessus le sous-problème génère des tournées respectant la capacité du véhicule et dont l'origine et l'arrivée sont le dépôt.[9]

Écrivons maintenant le dual noté D du problème P'. Soit µi la variable duale associée à la contrainte (5.6). Nous pouvons alors écrire D ainsi :

$$Minimiser : \mathrm{z} = \sum_{i \in N} \mu_i \tag{5.8}$$

Sous contraintes :

$$\forall \mathrm{r} \in \Omega \quad \sum_{r \in \Omega} \mu_i a_{ir} \geq c_r \tag{5.9}$$

$$\forall \mathrm{i} \quad \mu_i \geq 0 \tag{5.10}$$

Trouver une colonne qui améliore le *coût* de P' revient à trouver une colonne r telle que :

$$c_r - \sum_{r \in \Omega} \mu_i a_{ir} \leq 0 \tag{5.11}$$

Pour trouver une colonne améliorante au problème P' nous devons trouver la colonne de cout $c_r - \sum_{r \in \Omega} \mu_i a_{ir}$ minimal. On se rend compte ici que ce cout peut se décomposer aisément en discrétisant les couts induits par les choix de successeur dans la tournée. En effet si on note x_{ijr} la variable binaire x_{ijr} qui est égale à :[26]

$$x_{ijr} = \begin{cases} 1 \text{ si j est immédiatement visité aprés i dans la tournée } r. \\ \text{sinon} \end{cases}$$

On a alors :

$$\sum \sum_{i \in N} \bar{c}_{ij} x_{ijr} = c_r - \sum_{i \in N} \mu_i a_{ir}$$

$$\text{où} \qquad \bar{c}_{ij} = c_{ij} - \sum_{i \in N} \mu_i a_{ir}$$

On s'aperçoit alors que trouver une colonne améliorante pour P′ revient à résoudre le problème du plus court chemin élémentaire (car les couts sur les arcs peuvent être négatifs) sous contrainte de ressources dans un graphe où chaque arc (i, j) est pondéré par le cout : $\bar{c}_{ij}$.

CHAPITRE 6

APPLICATION

6.1 Environnement matériel

Notre application va être réalisée sur une machine qui comporte les caractéristiques suivantes :

* Marque : HP Laptop 15-ra0xx
* Processeur : Intel(R) Celeron(R) CPU N3060 @ 1.60GHz 1.60GHz.
* Mémoire installée (RAM) : 4,00 Go.
* Type du système : Système d'exploitation 64bits, processeur x64.
* Système d'exploitation : Windows 10 édition famille.

6.2 Instances

6.2.1 Clients

Nous travaillons avec des données réelles, nous utilisons les données de NAFTAL donc il a 100 clients(stations) et 30 camions. La figure suivante donne des informations par rapport aux clients.

à savoir :

- N° : Identificateur du client.
- CUSTOMER : Le client.

N°	CUSTOMER	XCOORD	YCOORD	DEMAND			READY TIME	DUE DATE	SERVICE TIME(min)
				sans Plomb	essence	gasoil			
0	Dépôt de Chiffa	36.46435	2.733946	0	0	0	06:00	19:00	0
1	GD BLIDA	36.472349	2.816584	14000	10000	15000	0	24	90
2	KOUCHI BLIDA	36.48132	2.836618	14000	13000	14000	06:00	23:00	90
3	CTRI BLIDA	36.47914	2.794718	7000	/	3000	08:00	16:00	90
4	DIRECTION PROTECTION CIVILE BLIDA	36.483473	2.83628	/	/	5000	08:00	16:00	90
5	ETABLISSEMENT PUBLIC HOSPITALIER BLIDA	36.48783	2.803923	/	/	12000	08:30	16:00	90
6	GROUPEMENT GENDARM BLIDA	36.477823	2.832629	6000	/	10000	08:00	16:00	90
7	KERROUCHE FRERES BLIDA	36.484912	2.839486	14000	10000	15000	06:00	23:00	90
8	CFTI BLIDA	36.473514	2.793089	/	/	6000	06:00	16:00	90
9	APC CHIFFA BLIDA	36.462182	2.740579	/	/	3000	08:00	16:30	90
10	AMEUR BLIDA	36.472016	2.814802	/	6000	6000	06:00	23:00	90
11	AGRO ROUTE spa BLIDA	36.432769	2.812062	/	/	27000	08:00	16:00	90
12	TAIL TAYEB BLIDA	36.482965	2.837623	14000	10000	15000	06:00	23:00	90
13	TAIL MED BLIDA	36.473239	2.822727	7000	10000	15000	08:00	16:00	90
14	STASAID BLIDA	36.482052	2.836973	7000	10000	15000	0	24	90
15	GD R0924 EL YASMINE BENI MARAD BLIDA	36.52193	2.866272	20000	25000	25000	0	24	90
16	ZAOUAOUI ZAOUIA	36.577029	2.800342	14000	13000	14000	06:00	23:00	90
17	EL MORDJI OUED ELEULAYAG	36.553021	2.7902313	/	10000	15000	06:00	23:00	90
18	SARL FARAH A28 STATION ESSENCE BENI TAMOU BLIDA	36.544981	2.818018	13000	10000	15000	06:00	23:00	90
19	BCL BENI TAMOU BLIDA	36.516605	2.843688	/	/	3000	08:00	16:00	90
20	BOUAMRA FARID BOUFARIK	36.5737782	2.9119349	14000	10000	15000	06:00	23:00	90
21	HAYA BOUFARIK	36.5683213	2.9009023	/	3000	3000	06:00	23:00	90

Figure 6.1 – Informations par rapport aux clients

- XCOORD, YCOORD : Coordonnées géographiques du client.
- DEMAND : Requête à traiter. Elle peut indiquer aussi bien la quantité que le client demande ou la quantité qu'il veut livrer (quantité que l'on devrait alors collecter).
- READY TIME : Aussi appelé le Earliest Starting Time EST, correspond à la date au plus tôt à laquelle un client peut démarrer le traitement de sa requête.

- DUE DATE : Aussi appelé le Latest Starting Time LST, correspond à la date au plus tard à laquelle un client peut démarrer le traitement de sa requête.
- SERVICE TIME(min) : Temps de traitement du client. Le temps que dépense le véhicule avant de pouvoir repartir pour traiter un autre client.
- [READY TIME , DUE DATE] : La fenêtre de temps de client, dans laquelle il souhaite être servi.

6.2.2 Arcs

Le figure suivantes donne les distances et les durées entre chaque deux stations :

Sommet i	Sommet j	Distance cij (km)	Distance cij moyenne(km)	Durée tij(min)
0	1	7,8	9,87	17
0	2	18	14,65	22
0	3	7,6	9,6	17
0	4	17	14,2	23
0	5	13,1	11,06	17
0	6	17,6	13,53	23
0	7	17,5	14,83	21
0	8	6,1	6,1	13
0	9	0,85	0,85	4
0	10	7,7	11,8	17
0	11	17,5	20,05	38
0	12	17,8	13,63	22
0	13	8,4	10,43	19
0	14	17,9	13,4	22
0	15	20,6	18,45	23
0	16	19,3	19,67	25

FIGURE 6.2 – Les distances et les durees entre les stations

6.3 Développement

Tout ce projet a été en langage éclipse, il fait appel CPLEX ®. L'algorithme suivant représenté l'algorithme de la méthode génération de colonne :

import ilog.concert.* ;
import ilog.cplex.* ;
import java.io.* ;

class CutStock { static double RC–EPS = 1.0e-6 ;
// Data of the problem
static double –rollWidth ;
static double[] –routes ;

static double[] –client ;
// int nbclient ;
static void readData(String fileName)throws IOException, InputDataReader. InputDataReaderException {
InputDataReader reader = new InputDataReader(fileName) ;

–rollWidth = reader.readDouble() ;
–routes = reader.readDoubleArray() ;
–client = reader.readDoubleArray() ;
}

static void report1(IloCplex PM, IloNumVarArray X, IloRange[] lesContraintes) throws IloException {
System.out.println() ;
System.out.println("Using " + PM.getObjValue() + " rolls") ;

System.out.println() ;
for (int j = 0 ; j < X.getSize() ; j++) {
System.out.println(" X" + j + " = " + PM.getValue(X.getElement(j))) ;
} System.out.println() ;

```
for (int i = 0 ; i < lesContraintes.length ; i++)
System.out.println(" lesContraintes" + i + " = " + PM.getDual(lesContraintes[i])) ;
System.out.println() ;
}
static void report2(IloCplex SP, IloNumVar[] Use)
throws IloException {
System.out.println() ;
System.out.println("Reduced cost is " + SP.getObjValue()) ;

System.out.println() ;
if (SP.getObjValue() <= -RC _ EPS)
for (int i = 0 ; i < Use.length ; i++) System.out.println(" Use" + i + " =
" + SP.getValue(Use[i])) ;
System.out.println() ;
}
}
static void report3(IloCplex PM, IloNumVarArray X)
throws IloException { System.out.println() ;
System.out.println("Best integer solution uses " + PM.getObjValue() +
" rolls") ;
System.out.println() ;
for (int j = 0 ; j < X.getSize() ; j++)
System.out.println(" X" + j + " = " + PM.getValue(X.getElement(j))) ;
}

static class IloNumVarArray {
int _ num = 0 ;
IloNumVar[] _ array = new IloNumVar[32] ;

void add(IloNumVar ivar) {
if ( _ num >= _ array.length )
IloNumVar[] array = new IloNumVar[2 * _ array.length] ;
System.arraycopy(_ array, 0, array, 0, _ num) ;
```

```
_ array = array ;
}

    _ array[_ num++] = ivar ;
}

    IloNumVar getElement(int i) { return _ array[i] ; }
int getSize() { return _ num ; }
}
public static void main( String[] args ) {
String datafile = "PP" ;
try {
if (args.length > 0) datafile = args[0] ; readData(datafile) ;

    /// CUTTING-OPTIMIZATION PROBLEM /// ///PM///

    IloCplex PM = new IloCplex() ;

    IloObjective fonctionObjectif = PM.addMinimize() ;
IloRange[] lesContraintes = new IloRange[_client.length] ;
for (int f = 0 ; f < _client.length ; f++ ) { lesContraintes[f] = PM.addRange(_client[f],
Double.MAX_VALUE) ; // ctr >= 1
}
IloNumVarArray X = new IloNumVarArray() ;

    int Nroutes= _routes.length ;
for (int j = 0 ; j < Nroutes ; j++) //for (Route r : routes X.add(PM.numVar(PM.column(fonction
1.0).and(PM.column(lesContraintes[j],(int)(_routes[j]))),0.0, Double.MAX_VALUE)) ;
/**
X.add(PM.numVar(PM.column(fonctionObjectif, r.cost).and (PM.column(lesContraines[j],
r.ap[j])), 0.0, Double.MAX_VALUE)) ;*/

    PM.setParam(IloCplex.Param.RootAlgorithm, IloCplex.Algorithm.Primal) ;
```

/// PATTERN-GENERATION PROBLEM /// /// SP //

IloCplex SP = new IloCplex() ;
IloObjective ReducedCost = SP.addMinimize() ;
IloNumVar[] Use = SP.numVarArray(Nroutes,0., Double.MAX_VALUE, IloNumVarType.Int) ;
SP.addRange(-Double.MAX_VALUE, SP.scalProd(_routes, Use), _rollWidth) ;

/// COLUMN-GENERATION ///

double[] newPatt = ne double[Nroutes] ;

/// COLUMN-GENERATION ///

boolean arret = true ;
int ITER_MAX = 1000 ;
int iter = 0 ;
while ((arret) && (iter < ITER_MAX)) {
iter++ ;
/// OPTIMIZE OVER CURRENT PATTERNS ///

PM.solve() ;
report1(PM, X, lesContraintes) ;

/// FIND AND ADD A NEW PATTERN ///

double[] price = PM.getDuals(lesContraintes) ;

ReducedCost.setExpr(SP.diff(1., SP.scalProd(Use, price))) ;

SP.solve() ;

```
report2 (SP, Use) ;

if ( SP.getObjValue() > -RC_EPS ) arret = false ;
else { // inserer une seule colonne
newPatt = SP.getValues(Use) ;

IloColumn column = PM.column(fonctionObjectif, 1.) ;
/** IloColumn column = PM.column(fonctionObjectif, r.cost) ;*/
for ( int p = 0 ; p < newPatt.length ; p++ ) column = column.and(PM.column(lesContraintes[p],
newPatt[p])) ;
/** for ( int p = 0 ; p < lesContraintes.length ; p++ ) column = co-
lumn.and(PM.column(lesContraintes[p], r.ap[p])) ;*/
X.add( PM.numVar(column, 0., Double.MAX_VALUE) ) ;
}//fin else
}//fin while

for ( int i = 0 ; i < X.getSize() ; i++ ) PM.add(PM.conversion(X.getElement(i),
IloNumVarType.Int)) ; //solution
}
PM.solve() ;
report3 (PM,X) ;
System.out.println("Solution status : " + PM.getStatus()) ;
PM.end() ;
SP.end() ;
}
catch ( IloException exc ) { System.err.println("Concert exception '" +
exc + "' caught") ;}
catch (IOException exc)  System.err.println("Error reading file " + da-
tafile + " : " + exc) ;}
catch (InputDataReader.InputDataReaderException exc ) System.err.println(exc) ;}
}
}
```

CONCLUSION GÉNÉRALE

Le problème de tournées de véhicules est l'un des problèmes le plus rencontré chez les entreprises de distribution et de livraison des produits à leurs clients.
Dans le cadre de ce mémoire, nous nous sommes intéressés à une variante très importante de ce problème qui est le problème de tournées de véhicules avec fenêtres de temps (VRPTW) , où chaque client doit être servi dans un intervalle de temps défini,les fenêtres de temps et les demandes de chaque client sont connues à l'avance. Le problème de VRPTW consiste à trouver ou bien à déterminer l'ensemble des tournées réalisables pour les véhicules de façon à minimiser la distance totale parcourue et donc minimiser le coùt total de trajet.
Cependant, nous avons donné une description bien détaille sur le VRP qui est le problème originale de cette variante et ensuite nous avons proposé une formulation mathématique de VRPTW.
Après nous avons proposé une approche existante pour résoudre le VRPTW basée principalement sur la méthode de génération de colonnes .

BIBLIOGRAPHIE

[1] S. Afifi, A. Moukrim."Une Méthode Hybride pour le Problème de Tournées de Véhiculesavec Contraintes de Temps". 17ème congrès annuel de la Société française de Recherche Opérationnelle et d'Aide à la Décision. France. 2016.

[2] M. Akli."Problème de tournées de véhicules avec contraintes et fenêtre de temps". Mémoire Magister. Université de Mouloud Mammeri Tizi-Ouzou. 2013.

[3] A. Aouadj." Résolution du problème de tournées de véhicules avec fenêtre de temps". Mémoire de Master. Université Mohamed Boudiaf. M'sila. 2018.

[4] C. Archetti, M. Speranza. "The split delivery vehicle routing problem". Springer. 2008.

[5] S. Ben Ismail. F. Legras et G. Coppin. "Synthèse du problème de routage de véhicules". Technical report. Collection des rapports de recherche de Télécom Bretagne. 2011.

[6] P. Bogaert. "Probabilités pour scientifiques et ingénieurs". Computer Engineering. 2005.

[7] L. Deroussi. "Metaheuristics for Logistics". John & Wiley & Sons. 2016.

[8] E. P. Gagnon. "Méthodes hybrides basées sur la génération de colonnes pour des problèmes de tournées de véhicules avec fenêtres de temps". Thèse de Doctorat. Université de Montreal. 2011.

[9] E. Grellier. "Optimisation de tournées de véhicules dans le cadre de la logistique inverse : modélisation et résolution par des méthodes hybrides". Thèse de Doctorat. Université de Nantes France. 2008.

[10] M. GRID."Bee life Parallèle sur GPU pour résoudre le problème dynamique de tournées de véhicules avec une contrainte de capacité (DCVRP)".Thèse de Doctorat. Université Mohamed Khider Biskra. 2018.

[11] R. N. Guibadj. "Problèmes de tournées de véhicules et application industrielle pour la réduction de l'empreinte écologique". Thèse de Doctorat. Université de technologie compiégne. 2013.

[12] H. HOUSROUM. "Une approche génétique pour la résolution du problème VRPTW dynamique". Thèse de Doctorat. Université d'Artois. 2015.

[13] E. Kucharska."Dynamic Vehicle Routing Problem -Predictive and Unexpected Customer Availability". Symmetry. 2019.

[14] H. Li, A. Lim. "Local search with annealing-like restarts to solve VRPTW". European Journal of Operational Research. 2003.

[15] C. Mancel."Modélisation et résolution de problèmes d'optimisation combinatoire issus d'applications spatiales". Thèse de Doctorat. l'Institut National des Sciences Appliquées. Toulouse. 2004.

[16] S. Merrad, Y. Kebiche. "Elaboration d'un programme de distribution de GPL/c". Projet de Fin d'Etudes. Université A. Mira de Béjaia. 2016.

[17] Z. MERZAK. S. ABBAZ. "Problème de tournées de véhicules avec gestion de stock dans un réseau de distribution". Mémoire de Master. Université Abou Bekr Belkaid Tlemcen. 2016.

[18] S. Niels. "Dynamic and Stochastic Vehicle Routing Problem with Time Windows : comparison between state-of-the-art methods".Digital access to libraries. 2017.

[19] T. Paolo, V. Daniele. "Models, relaxations and exact approaches for the capacitated vehicle routing problem". Discrete Applied Mathematics. 2002.

[20] C. Prodhon. "Le problème de Localisation-Routage". Thèse de Doctorat. Université de Technologie de Troyes.2006.

[21] M. H. Rachid. "Les problèmes de tournées de véhicules en planification industrielle : Classification et comparaison s'opérateurs évolutionnaires". Thèse de Doctorat. Université de Franche-Comté. 2010.

[22] L. Said."Méthodes bio-inspirées hybrides pour la résolution de problèmes complexes". Thèse de Doctorat. Université Constantine 2. 2013.

[23] M. Torres et al."A literature review on the vehicle routing problem with multiple depots". Computers Industrial Engineering. 2015.

[24] S. Touati."Résolution de Problèmes de Bin Packing à une dimension par la programmation DC". Mémoire de Magister. Université Abderrahmane Mira Bejaia. 2014.

[25] N. T. Tuan."Problème de tournée de véhicules avec livraisons divisibles". Mémoire de Master. Institut de la Francophonie pour l'informatique. 2008.

[26] H. Vincent."Résolution de tournées de véhicules dépendantes du temps avec fenêtre de temps (TDVRPTW) par génération de colonnes". Mémoire de Magister. Université Montreal. 2013.

[27] Z. Xin."Une méthode génétique pour la résolution du problème dynamique de routage de véhicules avec temps de parcours variables". Thèse de doctorat. Université d'Artois. 2008.