

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE  
POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEURET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE  
UNIVERSITE SAAD DAHLAB BLIDA



**Institut d'Aéronautique et des Etudes Spatiales**

**Mémoire de fin d'études pour l'obtention du diplôme de  
MASTER**

**Option : Propulsion avions**

## **Thème**

**Analyse et simulation de la structure de la  
Flamme de diffusion turbulente et son  
Impact sur la paroi d'une chambre de  
combustion aéronautique**

**Réalisé par:**

**Mokhtari Ahlem**

**Encadreur :**

**Dr R.RENAN**

**Co encadreurs :**

**Dr.R.Allouche**

**Dr.S.Lazab**

**Blida , Septembre 2018**

# Sommaire

|  |    |
|--|----|
| Résumé   |    |
| Remerciements  |    |
| Dédicaces  |    |
| sommaire   |    |
| Liste Des Figures  |    |
| liste des tableaux   |    |
| Nomenclature   |    |
| problématique  |    |
| Introduction   | 1  |
| chapitre 01 étude bibliographique et généralités           |    |
| Etude bibliographique                                      | 5  |
| 1- LOCKHEED C-130H30 / L100-30 [16]                        | 7  |
| 1-1 les turbines a gaz brièvement                          | 10 |
| 1.1.1 Turbopropulseur ALISONT56-A15                        | 10 |
| 1.2 Les principaux éléments constituant un turbopropulseur | 10 |
| 1-3 La chambre de combustion                               | 12 |
| 1-4- Circuit carburant du moteur ALLISON T56               | 15 |
| 1-5-2 rôle du sélecteur du débit :                         | 18 |
| 1-6 définition de la combustion :                          | 19 |
| 1-7 classification des flammes                             | 19 |
| 1-7-1- la flamme de diffusion                              | 19 |
| 1-7-2- la flamme de pré mélange                            | 19 |
| 1-8 régimes de flammes                                     | 19 |
| 1-8-1 les flammes turbulentes pré mélangés :               | 20 |
| 1-8-1-1 Les flammelette plissées                           | 21 |
| 1-8-1-2 Les flammelette plissées avec poches :             | 21 |
| 1-8-1-3Les flammes plissées –épaissies :                   | 21 |
| 1-8-1-4Les flammes épaissies :                             | 22 |
| 1-8-2 les flammes turbulentes de diffusion :               | 23 |
| 1-8-2-1 Flammelette plissée                                | 23 |
| 1-8-2-2 Domaine Flammelette avec extinction:               | 23 |

|  |    |
|--|----|
| 1-8-2-3-Domaine flamme en équilibre chimique                   | 24 |
| 1-8-2-4 Domaine flamme pseudo laminaire :                      | 24 |
| 1-10 La stœchiométrie :  | 25 |
| 1-11 La réaction de combustion :                               | 26 |
| 1-11-1 Air théorique   | 26 |
| 1-11-2 la richesse   | 27 |
| 1-12 Amélioration technologique                                | 27 |
| 1-12-2 L'injection multipoint :                                | 28 |
| 1-12-3 la combustion RQL                                       | 28 |
| chapitre 02 modèle mathématique                                |    |
| 2-1-introduction   | 29 |
| 2-2- définition de La turbulence                               | 29 |
| 2-2-1propriétés de l'écoulement turbulent :                    | 29 |
| 2- 3modélisation des écoulements turbulents                    | 31 |
| 2-4 RANS la méthode statistique                                | 33 |
| 2-5- modélisation de l'écoulement d'un fluide incompressible   | 33 |
| 2-6- modélisation de l'écoulement d'un fluide compressible :   | 34 |
| 2-6-1 les équations de Navier stockes compressible             | 34 |
| 2-6-2 équations de Navier stocks moyennées :                   | 37 |
| 2-7- le problème de fermeture                                  | 39 |
| 2-7-1 le tenseur des contraintes de Reynolds                   | 39 |
| 2-7-2 le flux de chaleur turbulent                             | 41 |
| 2-7-3 diffusions moléculaires et transport turbulent d'énergie | 41 |
| 2-8 conclusion   | 41 |
| 2 -9-1 Modèles algébriques                                     | 42 |
| 2-9-2-modèle a une équation de transport :                     | 44 |
| 3-9-2-1 équations de bilan de l'énergie cinétique turbulente   | 44 |
| 2-9-3modèle de spalart almaras                                 | 46 |
| 2-9-4 Modèles a deux équations                                 | 47 |
| 2-9-4 Les modèles k- $\epsilon$                                | 47 |
| 3-9-4-1 Le modèle k- $\epsilon$ STANDARD :                     | 49 |
| 2-9-4-2 Le modèle k- $\epsilon$ RNG                            | 50 |
| 2-9-4-3 Le modèle k- $\epsilon$ réalisable :                   | 51 |

|   |    |
|---|----|
| 2-9-5 les modèles k- $\omega$   | 52 |
| 2-9-5-1 Le modèle k- $\omega$ standard                                    | 52 |
| 2-9-5-2 Le modèle k-w sst :   | 53 |
| 2-10 couches limite   | 55 |
| 2-11 modélisation de l'écoulement en proche de la paroi :                 | 58 |
| 2-11 modèle de combustion   | 60 |
| 2-11-1 diffusion moléculaire  | 61 |
| 2-11-2 convections de chaleur :   | 61 |
| 2-11.3 le diffusion de quantité de mouvement loi de newton                | 62 |
| 2-11-4 les équation de l'aérothermochimie                                 | 62 |
| 2.11.4-fermeture des équations de l'aérothermochimie                      | 63 |
| chapitre 03 modélisation thermo-élastique                                 |    |
| .1- Introduction  | 64 |
| Objectif :  | 64 |
| 3-1-1 méthodes des quadripôles  | 65 |
| 3-2 modélisations du problème   | 66 |
| 3-3 Transformation de Laplace inverse                                     | 66 |
| 3-4 solutions numériques la méthode de la différence finis :              | 66 |
| 3.4.1 Discrétisation des équations par différence finies                  | 66 |
| 3.4.2. Discrétisation des équations par différence finies :               | 66 |
| 3.4.3 Discrétisation de l'équation de chaleur avec le schéma implicite :  | 66 |
| 3.4.4. Discrétisation de l'équation de chaleur avec le schéma explicite : | 66 |
| 3-4-4 Etude de la stabilité par la méthode matricielle :                  | 66 |
| 3.5. Théorie thermo élastique   | 66 |
| 3.5.1. Elasticité isotrope :  | 66 |
| 3.5.2. Déformation thermique et thermo élasticité isotrope :              | 66 |
| 3.5.3. Critères de limite élastique:                                      | 66 |
| 3.5.3.1 Critère de Tresca   | 66 |
| 3.5.3.2 Critère de Von-Mises  | 66 |
| 3.5. Détermination de comportement thermo élastique de la chambre de      |    |
| Combustion  | 66 |
| chapitre 04 procédure numérique   |    |
| 4-1 Introduction  | 97 |

|  |     |
|--|-----|
| 4-1 simulation de aérodynamique la combustion  | 97  |
| 4-1-1 Méthode des volumes finis (MVF)  | 97  |
| 4-1-2 Méthode des volumes finis 3D stationnaire                                      | 98  |
| 4-1-2-1 Discrétisation spatiale  | 98  |
| 4-1-2-2 L'équation de convection-diffusion stationnaire                              | 99  |
| 4-1-3 Choix d'interpolation de pression  | 100 |
| 4-1-4 Méthode des volumes finis appliquée au traitement du couplage vitesse-pression | 100 |
| 4-1-4-1 CFL en écoulement stationnaire   | 101 |
| 4-1-4-2 Densité based solveur  | 102 |
| 4-1-4-3 Pressure based solver  | 103 |
| 4-1-4-3-1 Algorithme Simple  | 103 |
| 4-1-4-3-2 L'algorithme SIMPLER   | 105 |
| 4-1-4-3-3 L'algorithme SIMPLEC (SIMPLE-Consistent)                                   | 106 |
| 4-1-4-3-1 L'algorithme PISO  | 106 |
| 4-2 Les étapes de simulation fluent  | 110 |
| chapitre 05 résultats et commentaires  |     |
| 5-1 validation modèle numérique  | 123 |
| 5-2 sensibilités de maillage   | 127 |
| 5-3 profile de température totale plan   | 128 |
| 5-4 contours température totale outlet   | 128 |
| 5-5 Contours température inlet   | 131 |
| 5-6 Contours d'énergie interne du système  | 132 |
| 5-7 Contours d'entropie  | 132 |
| 5-8 Contours de vitesse  | 133 |
| 5-9 Les fractions massiques  | 133 |
| 5-10 fractions massiques de H2O  | 135 |
| 5-11 comparaison des résultats   | 137 |
| 5-12 interaction fluide structure et problèmes de la thermo-élasticité               | 139 |
| 5-12-1 couplage faible   | 140 |
| 5-12-1 Définition des matériaux (engineering data)                                   | 140 |
| 5-12-2 Etude de sensibilité de maillage  | 141 |
| 5 12-3 comportements thermo-élastiques de l'alliage X matériaux de base de           | 142 |

|   |     |
|---|-----|
| nickel  |     |
| 5-12-3-1 contraintes de von mise                                      | 142 |
| 5-12-3-2 contraintes de cisaillement                                  | 143 |
| 5-12-3-3 contraintes normales   | 144 |
| 5-12-3-4 déplacements total   | 145 |
| 5-12-4 comportement thermo-élastique de Udimed L605 A base de cobalte | 145 |
| 5-12-4-1 contraintes de von mise                                      | 145 |
| 5-12-4-2 contraintes de cisaillement                                  | 146 |
| 5-12-4-3 contraintes normales   | 147 |
| 5-12-4-4 déplacement totale   | 148 |
| Conclusion  |     |
| 149   |     |
| conclusion générale et perspectives                                   |     |
| 150   |     |
| Annexe A donnée matériaux   |     |
| Annexe B conditions aux limites                                       |     |
| annexe c données géométriques   |     |
| annexe D distribution air refroidissement                             |     |

# Sommaire

|  |    |
|--|----|
| Résumé   |    |
| Remerciements  |    |
| Dédicaces  |    |
| sommaire   |    |
| Liste Des Figures  |    |
| liste des tableaux   |    |
| Nomenclature   |    |
| problématique  |    |
| Introduction   | 1  |
| chapitre 01 étude bibliographique et généralités           |    |
| Etude bibliographique                                      | 5  |
| 1- LOCKHEED C-130H30 / L100-30 [16]                        | 7  |
| 1-1 les turbines a gaz brièvement                          | 10 |
| 1.1.1 Turbopropulseur ALISONT56-A15                        | 10 |
| 1.2 Les principaux éléments constituant un turbopropulseur | 10 |
| 1-3 La chambre de combustion                               | 12 |
| 1-4- Circuit carburant du moteur ALLISON T56               | 15 |
| 1-5-2 rôle du sélecteur du débit :                         | 18 |
| 1-6 définition de la combustion :                          | 19 |
| 1-7 classification des flammes                             | 19 |
| 1-7-1- la flamme de diffusion                              | 19 |
| 1-7-2- la flamme de pré mélange                            | 19 |
| 1-8 régimes de flammes                                     | 19 |
| 1-8-1 les flammes turbulentes pré mélangés :               | 20 |
| 1-8-1-1 Les flammelette plissées                           | 21 |
| 1-8-1-2 Les flammelette plissées avec poches :             | 21 |
| 1-8-1-3Les flammes plissées –épaissies :                   | 21 |
| 1-8-1-4Les flammes épaissies :                             | 22 |
| 1-8-2 les flammes turbulentes de diffusion :               | 23 |
| 1-8-2-1 Flammelette plissée                                | 23 |
| 1-8-2-2 Domaine Flammelette avec extinction:               | 23 |

|  |    |
|--|----|
| 1-8-2-3-Domaine flamme en équilibre chimique                   | 24 |
| 1-8-2-4 Domaine flamme pseudo laminaire :                      | 24 |
| 1-10 La stœchiométrie :  | 25 |
| 1-11 La réaction de combustion :                               | 26 |
| 1-11-1 Air théorique   | 26 |
| 1-11-2 la richesse   | 27 |
| 1-12 Amélioration technologique                                | 27 |
| 1-12-2 L'injection multipoint :                                | 28 |
| 1-12-3 la combustion RQL                                       | 28 |
| chapitre 02 modèle mathématique                                |    |
| 2-1-introduction   | 29 |
| 2-2- définition de La turbulence                               | 29 |
| 2-2-1propriétés de l'écoulement turbulent :                    | 29 |
| 2- 3modélisation des écoulements turbulents                    | 31 |
| 2-4 RANS la méthode statistique                                | 33 |
| 2-5- modélisation de l'écoulement d'un fluide incompressible   | 33 |
| 2-6- modélisation de l'écoulement d'un fluide compressible :   | 34 |
| 2-6-1 les équations de Navier stocks compressible              | 34 |
| 2-6-2 équations de Navier stocks moyennées :                   | 37 |
| 2-7- le problème de fermeture                                  | 39 |
| 2-7-1 le tenseur des contraintes de Reynolds                   | 39 |
| 2-7-2 le flux de chaleur turbulent                             | 41 |
| 2-7-3 diffusions moléculaires et transport turbulent d'énergie | 41 |
| 2-8 conclusion   | 41 |
| 2 -9-1 Modèles algébriques                                     | 42 |
| 2-9-2-modèle a une équation de transport :                     | 44 |
| 3-9-2-1 équations de bilan de l'énergie cinétique turbulente   | 44 |
| 2-9-3modèle de spalart almaras                                 | 46 |
| 2-9-4 Modèles a deux équations                                 | 47 |
| 2-9-4 Les modèles k- $\epsilon$                                | 47 |
| 3-9-4-1 Le modèle k- $\epsilon$ STANDARD :                     | 49 |
| 2-9-4-2 Le modèle k- $\epsilon$ RNG                            | 50 |
| 2-9-4-3 Le modèle k- $\epsilon$ réalisable :                   | 51 |

|  |    |
|--|----|
| 2-9-5 les modèles k- $\omega$  | 52 |
| 2-9-5-1 Le modèle k- $\omega$ standard   | 52 |
| 2-9-5-2 Le modèle k-w sst :  | 53 |
| 2-10 couches limite  | 55 |
| 2-11 modélisation de l'écoulement en proche de la paroi :                          | 58 |
| 2-11 modèle de combustion  | 60 |
| 2-11-1 diffusion moléculaire   | 61 |
| 2-11-2 convections de chaleur :  | 61 |
| 2-11.3 le diffusion de quantité de mouvement loi de newton                         | 62 |
| 2-11-4 les équation de l'aérothermochimie  | 62 |
| 2.11.4-fermeture des équations de l'aérothermochimie                               | 63 |
| chapitre 03 modélisation thermo-élastique  |    |
| .1- Introduction   | 64 |
| Objectif :   | 64 |
| 3-1-1 méthodes des quadripôles   | 65 |
| 3-2 modélisations du problème  | 66 |
| 3-3 Transformation de Laplace inverse  | 66 |
| 3-4 solutions numériques la méthode de la différence finis :                       | 66 |
| 3.4.1 Discrétisation des équations par différence finies                           | 66 |
| 3.4.2. Discrétisation des équations par différence finies :                        | 66 |
| 3.4.3 Discrétisation de l'équation de chaleur avec le schéma implicite :           | 66 |
| 3.4.4. Discrétisation de l'équation de chaleur avec le schéma explicite :          | 66 |
| 3-4-4 Etude de la stabilité par la méthode matricielle :                           | 66 |
| 3.5. Théorie thermo élastique  | 66 |
| 3.5.1. Elasticité isotrope :   | 66 |
| 3.5.2. Déformation thermique et thermo élasticité isotrope :                       | 66 |
| 3.5.3. Critères de limite élastique:   | 66 |
| 3.5.3.1 Critère de Tresca  | 66 |
| 3.5.3.2 Critère de Von-Mises   | 66 |
| 3.5. Détermination de comportement thermo élastique de la chambre de<br>Combustion | 66 |
| chapitre 04 procédure numérique  |    |
| 4-1 Introduction   | 97 |

|  |     |
|--|-----|
| 4-1 simulation de aérodynamique la combustion  | 97  |
| 4-1-1 Méthode des volumes finis (MVF)  | 97  |
| 4-1-2 Méthode des volumes finis 3D stationnaire                                      | 98  |
| 4-1-2-1 Discrétisation spatiale  | 98  |
| 4-1-2-2 L'équation de convection-diffusion stationnaire                              | 99  |
| 4-1-3 Choix d'interpolation de pression  | 100 |
| 4-1-4 Méthode des volumes finis appliquée au traitement du couplage vitesse-pression | 100 |
| 4-1-4-1 CFL en écoulement stationnaire   | 101 |
| 4-1-4-2 Densité based solveur  | 102 |
| 4-1-4-3 Pressure based solver  | 103 |
| 4-1-4-3-1 Algorithme Simple  | 103 |
| 4-1-4-3-2 L'algorithme SIMPLER   | 105 |
| 4-1-4-3-3 L'algorithme SIMPLEC (SIMPLE-Consistent)                                   | 106 |
| 4-1-4-3-1 L'algorithme PISO  | 106 |
| 4-2 Les étapes de simulation fluent  | 110 |
| chapitre 05 résultats et commentaires  |     |
| 5-1 validation modèle numérique  | 123 |
| 5-2 sensibilités de maillage   | 127 |
| 5-3 profile de température totale plan   | 128 |
| 5-4 contours température totale outlet   | 128 |
| 5-5 Contours température inlet   | 131 |
| 5-6 Contours d'énergie interne du système  | 132 |
| 5-7 Contours d'entropie  | 132 |
| 5-8 Contours de vitesse  | 133 |
| 5-9 Les fractions massiques  | 133 |
| 5-10 fractions massiques de H2O  | 135 |
| 5-11 comparaison des résultats   | 137 |
| 5-12 interaction fluide structure et problèmes de la thermo-élasticité               | 139 |
| 5-12-1 couplage faible   | 140 |
| 5-12-1 Définition des matériaux (engineering data)                                   | 140 |
| 5-12-2 Etude de sensibilité de maillage  | 141 |
| 5 12-3 comportements thermo-élastiques de l'alliage X matériaux de base de           | 142 |

|   |     |
|---|-----|
| nickel  |     |
| 5-12-3-1 contraintes de von mise                                      | 142 |
| 5-12-3-2 contraintes de cisaillement                                  | 143 |
| 5-12-3-3 contraintes normales   | 144 |
| 5-12-3-4 déplacements total   | 145 |
| 5-12-4 comportement thermo-élastique de Udimed L605 A base de cobalte | 145 |
| 5-12-4-1 contraintes de von mise                                      | 145 |
| 5-12-4-2 contraintes de cisaillement                                  | 146 |
| 5-12-4-3 contraintes normales   | 147 |
| 5-12-4-4 déplacement totale   | 148 |
| Conclusion  |     |
| 149   |     |
| conclusion générale et perspectives                                   |     |
| 150   |     |
| Annexe A donnée matériaux   |     |
| Annexe B conditions aux limites                                       |     |
| annexe c données géométriques   |     |
| annexe D distribution air refroidissement                             |     |

## ملخص:

عملنا يهدف إلى محاكاة التدفق التفاعلي للهب المضطرب ذو متفاعلات منفصلة داخل غرفة الاحتراق الخاصة بمحرك الطائرة أليسون ت-56 و المساهمة في تحليل بنية اللهب ، وكذلك معرفة سلوك الخصائص الحركية الحرارية من ضغط و درجة حرارة معطاة. تستند دراستنا على المحاكاة ثلاثية الأبعاد باستخدام البرنامج أنسيس-فلونت الذي يحل المعادلات الأساسية للاحتراق المضطرب بحيث اخترنا (  $K-\omega$  SST ) كنموذج اضطرابي . كما قمنا بإنجاز برنامج FORTRAN لمحاكاة مجال درجة الحرارة من خلال جدار غرفة الاحتراق، وتأثيرها على التمدد الحراري وفقا للخصائص الفيزيائية للمواد المقاومة للحرارة.

**الكلمات المفتاحية:** غرفة احتراق ، لهب ذو متفاعلات منفصلة، CFD ، اضطراب

## Abstract:

Our work aims to simulate the reactive flow of the turbulent diffusion flame in aeronautical combustion chamber of the ALLISON-T56 turboprop, and contribute to the analysis of flame structure and determine for given pressure and temperature of fresh gas the behavior of the thermodynamic parameters of combustion. Our study is based on simulations in the three-dimensional case using the software Ansys-fluent which solves the basic equations of turbulent combustion where the turbulence model  $K-\omega$  SST is chosen. Thereafter, we carried out a fortran program to simulate the temperature field through the wall of a combustion chamber, and the characterization of the thermoelastic stresses in function of the physical properties of refractory materials.

**Key words:** combustion chamber, diffusion flame, CFD, turbulence

## Résumé :

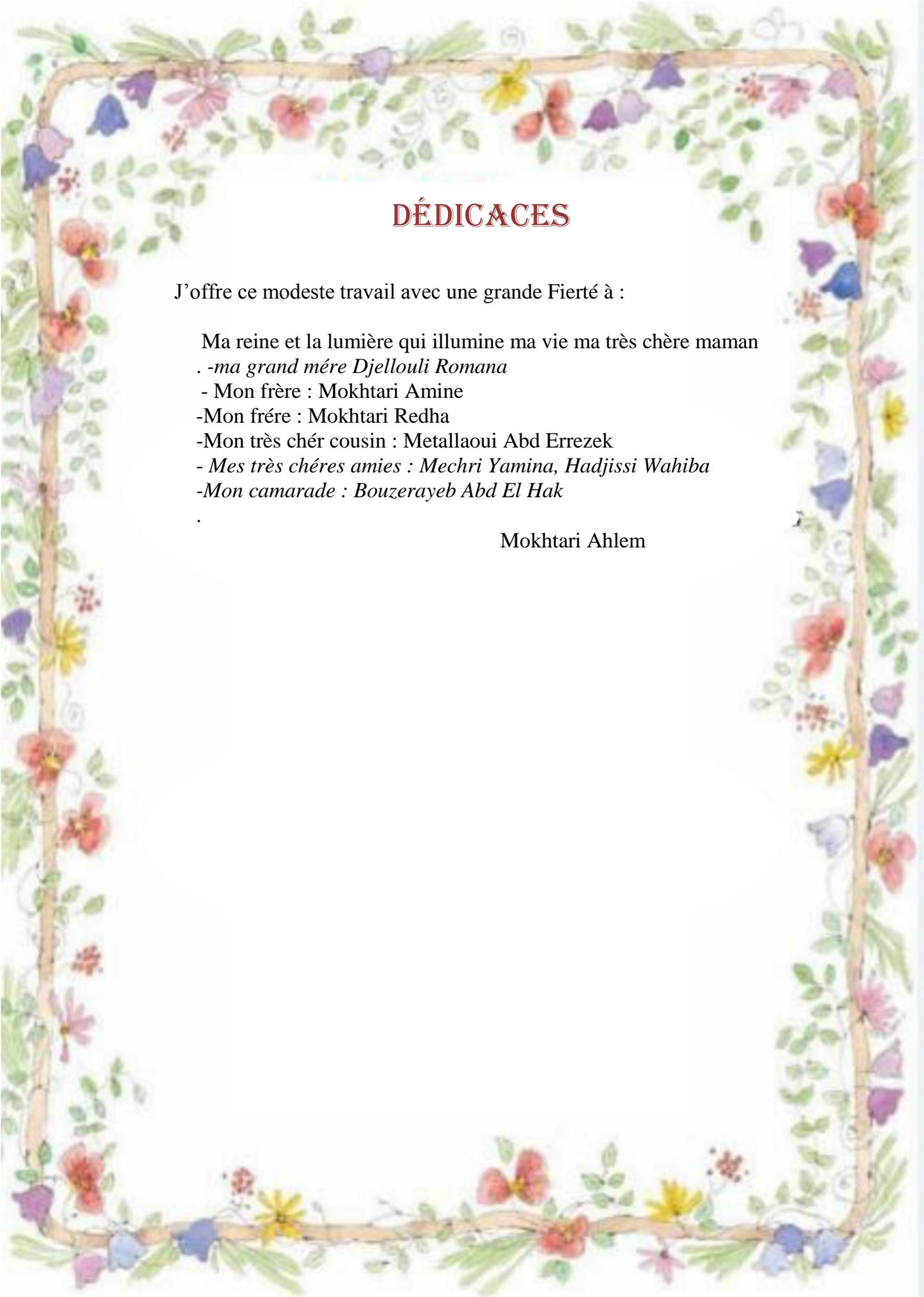
Notre travail a pour objectif de simuler l'écoulement réactif de la flamme turbulente de diffusion à l'intérieur d'une chambre de combustion aéronautique du turbopropulseur ALLISON T56, ainsi apporter une contribution à l'analyse de la structure de la flamme, et connaître pour une pression et une température de gaz frais données le comportement des paramètres thermodynamiques de combustion. Notre étude est basée sur des simulations dans le cas tridimensionnel en utilisant le Logiciel Ansys-Fluent qui résout les équations de base de combustion Turbulente où le modèle de turbulence  $K-\omega$  SST est choisi. Par la suite, un programme fortran est réalisé pour simuler le champ de la température à travers la paroi d'une chambre de combustion, et la caractérisation des contraintes thermoélastiques en fonction des propriétés physiques de matières réfractaires.

**Mots clés:** chambre de combustion, flamme de diffusion, CFD, turbulence

## *Remerciements*

*Je tiens à remercier vivement mon encadreur, et mon exemple supérieure DrR.Renane , d'avoir acceptés de diriger et de réaliser mon travail et de m'orienter pendant 9 mois , ainsi que mes co-encadreurs Dr.R.Allouche et Dr.S.Laazab Tout les vocabulaires du monde ne me suffiront jamais pour vous remercier.*

*Mes sincères remerciements vont aussi à monsieur le président et messieurs les membres du jury pour avoir examiné mon travail et m'avoir honoré par leurs présences.*



## DÉDICACES

J'offre ce modeste travail avec une grande Fierté à :

- Ma reine et la lumière qui illumine ma vie ma très chère maman
- . -*ma grand mère Djellouli Romana*
- Mon frère : Mokhtari Amine
- Mon frère : Mokhtari Redha
- Mon très cher cousin : Metallaoui Abd Errezek
- *Mes très chères amies : Mechri Yamina, Hadjissi Wahiba*
- *Mon camarade : Bouzerayeb Abd El Hak*
- .

Mokhtari Ahlem

## LISTE DES FIGURES

| Chapitre 01      |   |            |
|------------------|---|------------|
| Numéro De figure | Titre figure                                | Pagination |
| 1.1              | LOCKHEED C-130H30 ALGERIAN AIR FORCE [17]   | 07         |
| 1.2              | LOCKHEED L100-30 AIR ALGERIE CARGO [18]     | 8          |
| 1.3              | différents parties moteurs Alison t 56 [19] | 10         |
| 1.4              | Image réelle moteur Allison t56 [19]        | 10         |
| 1.5              | <i>compresseurs moteur Allison T56 [18]</i> | 11         |
| 1.6              | chambre de combustion [19]                  | 12         |
| 1.7              | tube a flamme image réelle(tube numéro 5)   | 12         |
| 1.8              | refroidissement chambre de combustion       | 13         |
| 1.9              | schéma tube à flamme                        | 13         |
| 1.10             | circuit carburant du moteur ALLISON 501D22A | 14         |
| 1.11             | schéma de système carburant                 | 14         |
| 1.12             | schéma éclaté d'un injecteur                | 15         |
| 1.13             | Injecteur réel                              | 15         |

## LISTE DES FIGURES

|                    |   |    |
|--------------------|---|----|
| 1.14               | schéma opérationnel de l'injecteur              | 17 |
| 1.15               | l'évolution de débit en fonction de la pression | 17 |
| 1.16               | croquis d'une flammelette plissée avec poches   | 19 |
| 1.17               | croquis d'une flammelette plissée avec poches   | 20 |
| 1.18               | croquis de la flamme plissée épissée.           | 21 |
| 1.19               | croquis de la flamme épaissie                   | 21 |
| 1.20               | les types des flammes de prémélange             | 22 |
| 1.21               | interaction a grande échelle de flammelette     | 23 |
| 1.22               | interaction des petites échelles de flamelette  | 23 |
| 1.23               | les différents types de flamme                  | 24 |
| 1.24               | Injecteur LPP                                   | 27 |
| 1.25               | Combustion multipoint                           | 27 |
| 1.26               | Combustion RQL                                  | 28 |
| <b>Chapitre 02</b> |   |    |
| 2.1                | signal vitesse d'un écoulement turbulent        | 29 |

## LISTE DES FIGURES

|                    |   |    |
|--------------------|---|----|
| 2.2                | champ rotationnel pur   | 30 |
| 2.3                | diffusion   | 30 |
| 2.4                | comparaisons de différentes approches de modélisation   | 32 |
| 2.5                | Anisotropie couche limite   | 56 |
| 2.6                | Modélisation d'une paroi  | 58 |
| <b>Chapitre 03</b> |   |    |
| 3.1                | tube à flamme [58]  | 65 |
| 3.2                | cylindre creux [89]   | 67 |
| 3.3                | quadripôle thermique [90]   | 69 |
| 3.4.A              | le profil de la température en fonction de rayon<br>Méthode quadripôle / DF implicite                         | 85 |
| 3.4.B              | le profil de la température en fonction de rayon<br>méthode quadripôles / DF explicite                        | 85 |
| 3.4.C              | le profil de la température en fonction de rayon<br>DF explicite / implicite                                  | 86 |
| 3.4.D              | le profil de la température en fonction du rayon<br>Justesse inversion numérique/méthode quadripôle thermique | 86 |
| 3.5                | maillage 3d-2d structuré logiciel tecplot   | 87 |
| 3.6                | visualisation du contour température géométrie 3d-2d  | 87 |

## LISTE DES FIGURES

|                    |   |            |
|--------------------|---|------------|
| 3.7                | champ de température matériaux réfractaire<br>(hastelloy alliage X )                                | 88         |
| 3.8                | Variation des contraintes planes et déformations planes en<br>fonction de la température            | 97         |
| <b>Chapitre 04</b> |   |            |
| Numerous<br>figure | Titre figure  | Pagination |
| 4.1                | Volume de contrôle 3D   | 100        |
| 4.2                | schema mauvais CFL  | 102        |
| 4.3                | les solveurs fluent   | 103        |
| 4.4                | organigramme density based solver   | 103        |
| 4.5                | discrétisation volume finis   | 104        |
| 4.6                | Schéma récapitulatif solveurs   | 110        |
| 4.7                | création de la simulation sous Workbench.   | 112        |
| 4.8.A              | chambre de combustion réelle  | 113        |
| 4.8.B              | la chambre de combustion simplifiée de l'Allison-T56 sous le<br>logiciel ANSYS Design Modeler.      | 113        |
| 4.9                | vue de gauche de la chambre de combustion de l'Allison-T56 sous<br>le logiciel ANSYS Design Modeler | 114        |

## LISTE DES FIGURES

|                    |  |     |
|--------------------|--|-----|
| 4.10               | : vue de droit de la chambre de combustion de l'Allison-T56 sous le logiciel ANSYS Design Modeler. | 114 |
| 4.11               | de face de la chambre de combustion de l'Allison-T56 sous le logiciel ANSYS Design Modeler.        | 114 |
| 4.12               | différentes vues de maillage de La chambre de combustion de l'Allison-T56 sous le logiciel ANSYS   | 115 |
| 4.13               | vérification de Critères « orthogonal quality » dans Notre maillage.                               | 116 |
| 4.14               | fenêtre fluent setup   | 117 |
| 4.15               | fenetre fluent hypothèses  | 118 |
| 4.16               | fenêtre fluent modèle de turbulence  | 118 |
| 4.17               | fenetre fluent species model   | 119 |
| 4.18               | choix de la méthode de solution  | 119 |
| 4.19               | les résiduelles  | 121 |
| <b>Chapitre 05</b> |  |     |
| 5.1                | Nuage de points $y^+$  | 123 |
| 5.2                | vue de coupe avec absence de couche limite sur les trous de dilution                               | 102 |
| 5.3                | nuages de points $0 < y^+ < 4.5$   | 125 |
| 5.4                | présence totale de la couche limite  | 125 |

## LISTE DES FIGURES

|      |   |     |
|------|---|-----|
| 5.5  | variation de $y^+$ sur des différentes vues       | 126 |
| 5.6  | contours de $y^+$                                 | 127 |
| 5.7  | profil de température totale sur la ligne moyenne | 128 |
| 5.8  | contours de température totale                    | 129 |
| 5.9  | géométrie symétrique et non symétrique            | 130 |
| 5.10 | Contours de température totale non symétrique     | 130 |
| 5.11 | contours de température totale symétrique         | 131 |
| 5.12 | contours température totale inlet                 | 131 |
| 5.13 | contour d'énergie interne                         | 132 |
| 5.14 | contours d'entropie                               | 132 |
| 5.15 | contour de vitesse                                | 133 |
| 5.17 | contours fractions massique de l'oxygène          | 133 |
| 5.18 | contour fraction massique du CO <sub>2</sub>      | 134 |
| 5.19 | contour fraction massique du CO                   | 134 |
| 5.20 | contours de H <sub>2</sub> O                      | 135 |

## LISTE DES FIGURES

|               |   |     |
|---------------|---|-----|
| 5.21          | graphe variation de la densité en fonction de Z                             | 135 |
| 5.22          | variation de la température en fonction de la température de préchauffe.    | 136 |
| 5.23          | variation de l'énergie interne en fonction de la température de préchauffe. | 136 |
| <b>5.24.A</b> | contours température totale [91]  | 137 |
| <b>5.24.B</b> | contours température totale   | 137 |
| 5.24          | contours température totale [92]  | 137 |
| 5.25          | distribution de la température expérimentale [6]                            | 138 |
| 5.26          | distribution de la température totale                                       | 138 |
| 5.27          | chainage des calculs.   | 139 |
| 5.28          | Maillage grossier   | 140 |
| 5.29          | maillage moyen  | 140 |
| 5.30          | Maillage fin  | 140 |
| 5.31          | qualité orthogonale de maillage   | 141 |
| 5.32          | contraintes équivalentes de Von Mises                                       | 142 |
| 5.33          | contrainte de cisaillement  | 143 |

## LISTE DES FIGURES

|      |                        |     |
|------|------------------------|-----|
| 5.34 | contrainte de normales | 144 |
| 5.35 | deplacement totale     | 147 |

## Liste des tableaux

| <b>Chapitre 01</b> |  |            |
|--------------------|--|------------|
| Numéro             | Titre tableau  | Pagination |
| 1.1                | avions hercules en Algérie                                 | 8          |
| 1.2                | version avion / moteur                                     | 8          |
| 1.3                | dimensions et caractéristiques                             | 8          |
| 1.4                | les échelles de classification des flammes selon damkohler | 19         |

| <b>Chapitre 02</b> |   |    |
|--------------------|---|----|
| 2.1                | coefficient de fermeture du modèle Baldwin -lomag<br>:    | 43 |
| 2.2                | coefficients de fermeture modèle SpalartAlmaras           | 47 |
| 2.3                | coefficients de fermeture modèle k-epsilon standard       | 50 |
| 2.4                | des constantes du modèle k- $\epsilon$ RNG:               | 51 |
| 2.5                | coefficients de fermeture modèle k- $\epsilon$ réalisable | 52 |
| 2.6                | Constantes du modèle k- $\omega$                          | 53 |
| 2.7                | constantes du modèle k- $\omega$ SST                      | 54 |
| 2.8                | Principales options de traitement des parois pour Fluent  | 60 |

| <b>Chapitre 03</b> |  |    |
|--------------------|--|----|
| 3.1                | Les valeurs de la matrice quadripolaire    | 69 |
| 3.2                | Les valeurs du vecteur Vj double précision | 70 |
| 3.3                | Les valeurs du vecteur Vj simple précision | 71 |

| <b>Chapitre 04</b> |   |     |
|--------------------|---|-----|
| 4.1                | Processus utilisée dans le projet         | 112 |
| 4.2                | Conditions de fonctionnement au décollage | 120 |

| <b>Chapitre 05</b> |  |     |
|--------------------|--|-----|
| 5.1                | Sensibilité de maillage fluent             | 128 |
| 5.2                | Sensibilité de maillage structure statique | 142 |

## Nomenclature :

$h_k$  : enthalpie molaire de l'espèce  $k$

$h$  : enthalpie molaire totale

$q$  : flux de chaleur

$I$  : matrice unité

$m$  : masse totale du mélange

$M$  : masse molaire du mélange

$m_k$  : masse de l'espèce  $k$

$M_k$  : masse molaire de l'espèce  $k$

$n$  : nombre de moles total du mélange

$N$  : nombre d'espèces chimiques

$n_k$  : nombre de moles de l'espèce  $k$

$p$  : pression statique

$P$  : pression totale du mélange

$p_{atm}$  : pression atmosphérique

$\bar{P}$  : tenseur des pressions

$P_k$  : pression partielle de l'espèce  $k$

$Y_k$  : fraction massique de l'espèce  $k$

$X_k$  : fraction molaire de l'espèce  $k$

$r$  : constante des gaz du mélange

$T$  : température

$T_0$  : température de référence

$V_T$  : volume total du mélange

$C_k$  : concentration molaire de l'espèce  $k$

$C$  : concentration molaire globale du mélange

$C_f$  : coefficient de frottement

$e$  : énergie interne massique

$E$  : énergie totale

$C_{p,k}$  : chaleur massique de l'espèce  $k$   
à pression constante

$c_p$  : chaleur massique à pression constante

$C_v$  : chaleur spécifique massique à volume constant

$R$  : constante universelle des gaz parfaits

$s$  : entropie massique du mélange

$s_k$  : entropie massique de l'espèce  $k$

$s_k^0$  : entropie massique de l'espèce  $k$  à la pression atmosphérique

$d$  : rapport air-combustible

$y^+$  : distance adimensionnelle de la première cellule à partir de la paroi

$\dot{W}_k$  : taux de production massique par unité de volume de l'espèce  $k$

$u'$  : fluctuation de la vitesse

$u$  : la vitesse d'écoulement

$s_L^0$  : vitesse de la combustion laminaire

$m_a$  : masse d'air

$l_t$  : échelle intégrale de la turbulence

$f_k$ : force extérieure par unité de masse agissant sur la  $k^{\text{ème}}$  espèce

$\Delta G_j^0$ : entropie libre

$\Delta H_j^0$ : La variation d'enthalpie pour la réaction j

$\Delta h_{f,k}^0$ : enthalpie de formation de l'espèce  $k$

$m_f$ : masse de fuel

$\Delta S_j^0$ : variation d'entropie pour la réaction j

$S_L$  épaisseur flamme laminaire

$K_{kar}$  constante de von karman

### Symboles grecs :

$\alpha$ : coefficient de diffusion

$\delta$ : épaisseur de la couche limite

$\delta_{ij}$ : tenseur de Kronecker

$\delta_l$ : épaisseur de la flamme laminaire

$\delta_o$ : épaisseur de la zone d'oxydation

$\delta_r$ : épaisseur de la zone de réaction

$\mathcal{E}$ : dissipation turbulente

$\Lambda$ : conductivité thermique du mélange

$\mu$ : viscosité moléculaire du mélange

$\mu_0$ : viscosité de référence

$\mu_t$ : viscosité turbulente

$\nu$ : viscosité cinématique

$\nu_{k,j}$ : coefficients globaux de la réaction

$\nu'_{k,j}$ : coefficients stœchiométriques des réactifs

$\check{\nu}_{k,j}$ : coefficients stœchiométriques des produits

$\rho$ : masse volumique totale du mélange

$\rho_k$ : masse volumique de l'espèce  $k$

$\tau_c$ : temps chimique

$\tau_{th}$ : temps de l'échelle de Kolmogorov

$\tau_{ti}$ : temps de l'échelle intégrale

$\tau_{ij}$ : tenseur des contraintes visqueuses

$\tau_p$ : frottement à la paroi

$\mu_\tau$ : vitesse de frottement

$\dot{\omega}_r$ : taux de réaction

$\omega$ : taux de dissipation spécifique

$\Phi$ : richesse

$\varphi_j$ : variable d'avancement de la réaction

$\Pi$ : tenseur des contraintes de viscosité

$\Gamma_T$ : diffusivité turbulente

**Les nombres adimensionnels :**

***Pr*** : nombre de Prandtl

***Pr<sub>t</sub>*** : nombre turbulent de Prandtl

***Re<sub>f</sub>*** : nombre de Reynolds de la flamme

***Re<sub>t</sub>*** : nombre de Reynolds turbulent

***Ka*** : nombre de Karlovitz

***Sc*** : nombre de Schmidt

***Le*** : nombre de Lewis

**Indices inférieurs :**

***k*** : espèce chimique

***i, j*** : coordonnées dans les directions *x*, *y*

***a*** : air entrant dans la chambre de combustion

***O*** : zone d'oxydation

***c*** : chimique

***r*** : zone de réaction

***p*** : paroi

***t*** : temps, turbulent

***f*** : fuel entrant dans la chambre de combustion

**th** : thermique

---

NOTE : Cette liste ne doit pas être considérée comme exhaustive. Certains symboles sont utilisés de façon particulière dans un contexte précis; les définitions explicites sont d'ors clairement énoncées dans le texte.

## problématique

*Les chambres de combustion des moteurs d'avion, militaires comme civils, subissent des chargements thermomécaniques cycliques très sévères à l'origine de l'apparition et de la propagation de fissures importantes. ces dégradations peuvent nuire au bon fonctionnement, et nécessiter des remplacements périodiques. Pour améliorer les méthodes de dimensionnement et de calcul de la durée de vie, il est indispensable de mieux décrire leurs comportements*

*Thermo mécaniques.*

## Introduction

Un moteur à réaction est une machine thermique qui fonctionne selon le cycle de Brayton. Il assure une compression, un apport de chaleur et une détente. Concernant l'énergie calorifique, elle est obtenue par la combustion qui est l'un des moyens de conversion de l'énergie, caractérisée par une réaction irréversible fortement exothermique entre un comburant et un carburant qui se déroule dans une enceinte appelée chambre de combustion. L'étude de ce phénomène a un intérêt considérable dans le secteur aéronautique.

La préoccupation majeure des constructeurs et des chercheurs est de maîtriser le comportement des différents paramètres thermodynamiques pour avoir une combustion efficace et écologique.

Le coût élevé des recherches et des essais, la perte de temps conduisent vers la simulation numérique basée sur l'étude de modèles issue d'hypothèses pour la prédiction des paramètres qui régissent l'écoulement.

La chambre de combustion doit satisfaire des contraintes sévères, tout d'abord assure une combustion complète du combustible, ensuite réduire les émissions des polluants, minimiser la perte de charge qui représente le surcroît de compression, assurer une bonne stabilité de la température d'entrée turbine, et enfin occuper un volume aussi réduit que possible tout en permettant un bon refroidissement des parois.

L'air comprimé qui sort du compresseur arrive dans la chambre. Il se scinde en deux courants, l'un qui assure le refroidissement des parois, l'autre qui pénètre directement dans la chambre de combustion, où il sert de comburant au combustible injecté en partie centrale. Compte tenu du faible excès d'air local, la flamme atteint une haute température (jusqu'à 2500K) dans la zone primaire. Par des trous disposés à la périphérie des tubes de flamme, l'air extérieur revient se mélanger aux gaz brûlés dans la zone transitoire, où la température redescend autour de 2000K, puis dans la zone de dilution, où l'on cherche à réaliser un flux de gaz de température aussi stable que possible pour éviter les risques de surchauffe locale ou momentanée. La chambre de combustion doit également résister à la corrosion due aux produits de la combustion, ainsi au fluage dû aux gradients de la température et la fatigue due aux efforts vibratoires. Pour cela le choix des matériaux réfractaires qui répondent aux exigences de la résistance aux contraintes thermomécaniques doit être adopté avec une attention particulière, et après une étude de

## Introduction générale

---

l'influence de la flamme turbulente sur le comportement thermomécanique de la structure de la paroi sous des conditions de surchauffe sévère.

Notre travail est une contribution à l'analyse et la simulation de la structure de la flamme turbulente de diffusion dans une chambre de combustion tubo-annulaire d'un turbopropulseur Allison T56 équipant les Hercules C-130 dont l'écoulement est réactif, compressible et visqueux.

Lors d'une simulation, il est souvent nécessaire de modéliser ces interactions pour prévoir correctement la réponse du produit, ce qui nécessite l'emploi de solveurs adaptés.

Les phénomènes physiques qui se produisent au cours du fonctionnement d'un produit industriel sont de natures très diverses. Pour les modéliser, on fait traditionnellement appel à différentes « disciplines » de la physique appliquée ; les plus fréquemment employées sont la mécanique des solides ou des fluides, l'électromagnétisme, la thermique et la chimie.

La combustion dans un moteur résulte d'une interaction complexe entre l'écoulement du mélange air-carburant (mécanique des fluides), les phénomènes de dégagement de chaleur et de convection (thermique) et la réaction proprement dite (*chimie de la combustion*), le comportement de la paroi (matériaux).

Ses phénomènes sont eux-mêmes conditionnés par les conditions de pression (mécanique des fluides) et de température (thermique).

Dans ce travail, on s'intéresse d'abord à l'analyse et la simulation de la structure de la Flamme turbulente de diffusion dans une chambre de combustion tubo-annulaire d'un moteur Allison T56 dont l'écoulement est réactif, compressible et visqueux.

En faisant varier les paramètres de combustion on va étudier les répercussions de ses changements sur le profil de température et les performances moteurs.

Après analyse des différents profils des modifications géométrique établie a fin d'améliorer d'avantages le rendement de la chambre de combustion.

Finalement on récupère le champ de température qui vas être utilisée par la suite des simulations.

D'autre part, La chambre de combustion subit à des hautes températures qui induisent des contraintes thermo-élastiques et par conséquent des déformations de la paroi de la chambre de combustion, on se trouve face a un problème couplé d'interaction fluide structure .on simule d'abord le comportement de la chambre de combustion actuel

# Introduction générale

---

construite à base de l'alliage X. On change les matériaux et on compare les deux résultats.

L'étude du comportement global de la chambre de combustion est une étape très importante en domaine de rénovation et même domaine de conception.

Cette étude est présentée en cinq chapitres :

## Chapitre 01

, un état de l'art et une présentation du moteur Allison T56, ainsi que des définitions nécessaires concernant la combustion et les flammes.

## Chapitre 02

On a fait une modélisation mathématique d'un écoulement visqueux, turbulent et réactif. Tout d'abord, les équations qui régissent un tel écoulement sont présentées. Ensuite, on a bien détaillé les différents modèles de turbulence, la couche limite ainsi que les fonctions parois, et une introduction sur la modélisation de combustion turbulente.

## Chapitre 03

C'est le chapitre, consacré à la présentation des différents mécanismes de transfert thermique, ainsi la caractérisation et la simulation instationnaire du champ de température (transfert de chaleur) à travers la paroi de la chambre de combustion turbo-annulaire. Un programme en Fortran est réalisé pour simuler le champ de température et des contraintes thermo-élastiques dans la paroi, en résolvant l'équation de la chaleur dans sa forme générale radiale et instationnaire, le modèle sera couplé avec les lois de comportement thermomécanique du matériau. La résolution du système matricielle est réalisée avec le schéma implicite et explicite et une étude de stabilité est élaborée par la méthode de BRAWER; une nouvelle méthode de résolution semi-analytique introduite pour la première fois par Maillot 2002 est bien définie et modélisée dans ce chapitre, la comparaison entre les trois méthodes est citée.

## Chapitre 04

On définit la méthode des volumes finis, les solveurs et les schémas de discrétisation ainsi que les étapes de simulation.

Enfin, on se réfère au chapitre 05 des différents résultats de la simulation par le logiciel Ansys-Fluent concernant la combustion et par le logiciel ANSYS structural static concernant les contraintes thermo-élastiques ainsi une comparaison est faite avec la littérature spécialisée.

## **Introduction générale**

---

Enfin, une conclusion sera tirée et quelques perspectives seront mentionnées.

---

## Chapitre 01 :

---

- **Etude bibliographique et généralités**
-

## Etude bibliographique

Mallard et Le Chatelier furent les premiers, dans les années 1880, à montrer l'influence de la turbulence sur la combustion et notamment sa vitesse, les transferts d'espèces et de chaleur sont les clefs des processus de propagation d'une flamme. C'est pourquoi la turbulence et ses fortes fluctuations de champ de vitesse vont grandement affecter la propagation d'une flamme en provoquant la formation de nombreux plissements sur le front de flamme et donc une augmentation de sa surface.

La plus part des foyers de combustions (fours industriels, turbines à gaz...) doivent avoir recours à des systèmes où le combustible et le comburant sont injectés séparément. La combustion non-prémélangée apparaît en effet plus simple à mettre en œuvre et plus sûr. En dépit de ceci, la simulation des flammes de diffusion est d'un grand intérêt pratique dans le but d'améliorer les performances de tel système tant sur le plan économique, que sur le plan environnemental. La modélisation de ce type d'écoulement a fait l'objet de diverses publications au cours des dernières décennies. Malgré le progrès réalisé, beaucoup de questions reste encore à discuter vu la complexité du problème. Par conséquent, l'objectif de ce mémoire est d'étudier l'écoulement réactif de la flamme de diffusion turbulente à l'intérieure d'une chambre de combustion turbo-annulaire d'un moteur ALISON t56 , ainsi de la détermination de ses performances en utilisant le logiciel ANSYS-FLUENT puis d'étudier le problème d'interaction fluide structure ou l'impact de la flamme sur la chambre de combustion en proposant les modification possible pour cette configuration le choix du modèle mathématique est une étape cruciale dans ce domaine

Le modèle k- $\epsilon$  a focalisé l'attention de la plus part des auteurs qui ont travaillé sur ce sujet.

Par mis eux, on peut citer Magel et al [71] qui a modélisé une flamme de diffusion turbulente de méthane dans un four cylindrique.

De même Sanders [72] a appliqué le modèle k- $\epsilon$  pour la prédiction de la flamme et il a préconisé de modifier ces constantes. Concernant le taux de dissipation scalaire, qui représente le paramètre le plus important pour la description de la combustion non prémélangé. Le modèle standard à échelle égale a été abondamment utilisé. Très peu de travaux utilisent un modèle autre que ce dernier.

En ce qui concerne la modélisation de la combustion non-prémélangée, outre le modèle standard Eddy Dissipation Model de Magnussen et Hjertager [73], extensivement utilisé dans les codes de calcul industriels vu sa simplicité, plusieurs autres modèles ont été développés. Parmi eux, on peut citer les plus utilisés qui sont le modèle flamelet de Peters [74], le modèle PDF à équation de transport de Pope [75], et le modèle Conditional Moment Closure (CMC) proposé indépendamment par Klimenko [76] et Bilger [77]. Cependant, le modèle flamelet est le seul modèle de combustion turbulent qui possède un couplage parfait entre la chimie et le transport moléculaire dans le cas de grand nombre de Damköhler.

le modèle k-epsilon par rapport aux modèle k-wsst est plus économique en termes de temps , bien connus par sa robustesse loin de parois, le modèle k-wsst qui couple mais le modèle k-w proche de parois et le modèle k-epsilon loin de parois semble être le meilleur choix pour atteindre les objectifs multiples de notre étude bien riche.

- ✓ étude de la flamme de diffusion.
- ✓ l'interaction fluide structure.

## 1- LOCKHEED C-130H30 / L100-30 [68]

L'US Air Force émettait le 2 février 1951, les spécifications d'un appareil de transport tactique capable d'opérer à partir de pistes courtes et semi-aménagées, il en résulta le C-130 HERCULES qui s'affirma rapidement à travers le monde, comme un des principaux appareils de cette catégorie.

En 1952, un contrat entre l'USAF et LOCKHEED fut finalisé par la construction des 2 prototypes baptisés YC-130A HERCULES par l'utilisateur et Model 82 par le constructeur.

Le premier vol eut lieu le 24 août 1954 par le 2ème prototype qui était alors doté de 4 moteurs ALLISON T56-A15 de 3750 CV.

Le 9 décembre 1956, Le C-130A était mis en service au sein de l'USAF.

229 C-130A, 230 C-130B, 488 C-130E furent construits jusqu'en 1964, année de l'apparition du C-130H.

Depuis sa création, le HERCULES, fut construit dans la version militaire à plus de 2000 exemplaires, et à 118 exemplaires de la version civile.

Les 5 différentes versions générèrent 45 variantes, vendues à 57 pays.

La dernière version de cet avion, qui n'a cessé d'évoluer depuis sa naissance, est le C-130J, en service depuis 1999.



Fig .1.1 LOCKHEED C-130H30 ALGERIAN AIR FORCE [66]



**Fig 1.2** LOCKHEED L100-30 AIR ALGERIE CARGO [66]

**Tab 1-1** avions hercules en Algérie

| Préfixe  | Caractéristiques                                   |
|----------|--|
| C-130H30 | Appellation internationale de la version militaire |
| L-100-30 | Appellation internationale de la version civil     |

**Tab 1-2** version avion / moteur

| Avions            | Moteur                     | Puissance moteurs | HELICES                        |
|-------------------|----------------------------|-------------------|--------------------------------|
| LOCKHEED L100-30  | 4 moteurs :ALISON 501-D22A | 4510 HP           | Quadripales Hamilton standards |
| LOCKHEED C-130H30 | 4 moteurs :ALISON T56-A15  | 4510 HP           | Quadripales Hamilton standards |

**Tab 1-3** dimensions et caractéristiques :

|                       |                       |
|-----------------------|-----------------------|
| Envergure             | 40.41 (m)             |
| Longueur              | 34.37 (m)             |
| Hauteur               | 11.66 (m)             |
| Surface alaire        | 162 (m <sup>2</sup> ) |
| Masse a vide          | 34.6 tonnes           |
| Charge utile          | 15tonnes              |
| Quantité de carburant | 36600 (lbs)           |
| Vitesse de croisière  | 537 (km/h)            |

## 1-1 les turbines a gaz brièvement

Dans sa forme la plus courante une turbine à gaz se compose de:

- ✓ **un compresseur.**
- ✓ **une chambre de combustion.**
- ✓ **une turbine.**

la turbine à gaz constitue un moteur à combustion interne à flux continu. Pour atteindre des taux de compression de 20 ou 30, le compresseur est multi étagé, Les rotors, , sont constitués d'un empilage de disques soit montés sur un moyeu central, soit assemblés en tambour sur leur périphérie. Les matériaux utilisés sont des alliages d'aluminium ou de titane pour les premiers étages aux alliages d'acier et aux alliages réfractaires pour les derniers étages, qui peuvent supporter des températures atteignant 500°C.

### 1.1.1 Turbopropulseur ALISONT56-A15 [67]

Le terme turboprop vient de l'anglais turbo et propeller (hélice). Il est composé comme le turboréacteur d'une turbine à gaz sur laquelle a été rajoutée une turbine dite turbine de puissance à un ou plusieurs étages pour transformer l'énergie cinétique et thermique des gaz d'échappement en énergie mécanique, et entraîner ainsi par l'intermédiaire d'un réducteur une hélice. Malheureusement cette énergie n'est pas totalement récupérée, il reste une poussée résiduelle d'échappement des gaz de l'ordre de **10%** environ. Pourtant la poussée produite par l'hélice a un rendement supérieur à celle d'un turboréacteur classique.

Selon le type de turbine il existe trois types de turbopropulseurs

- ✓ Turbopropulseur à turbines liées.
- ✓ Turbopropulseur à turbines libres.
- ✓ Turbopropulseur a deux étages.

## 1.2 Les principaux éléments constituant un turbopropulseur

- 1- Une entrée d'air.
- 2- Un compresseur.
- 3- Une chambre de combustion.
- 4- Une turbine.
- 5- Une tuyère.
- Un réducteur et hélice

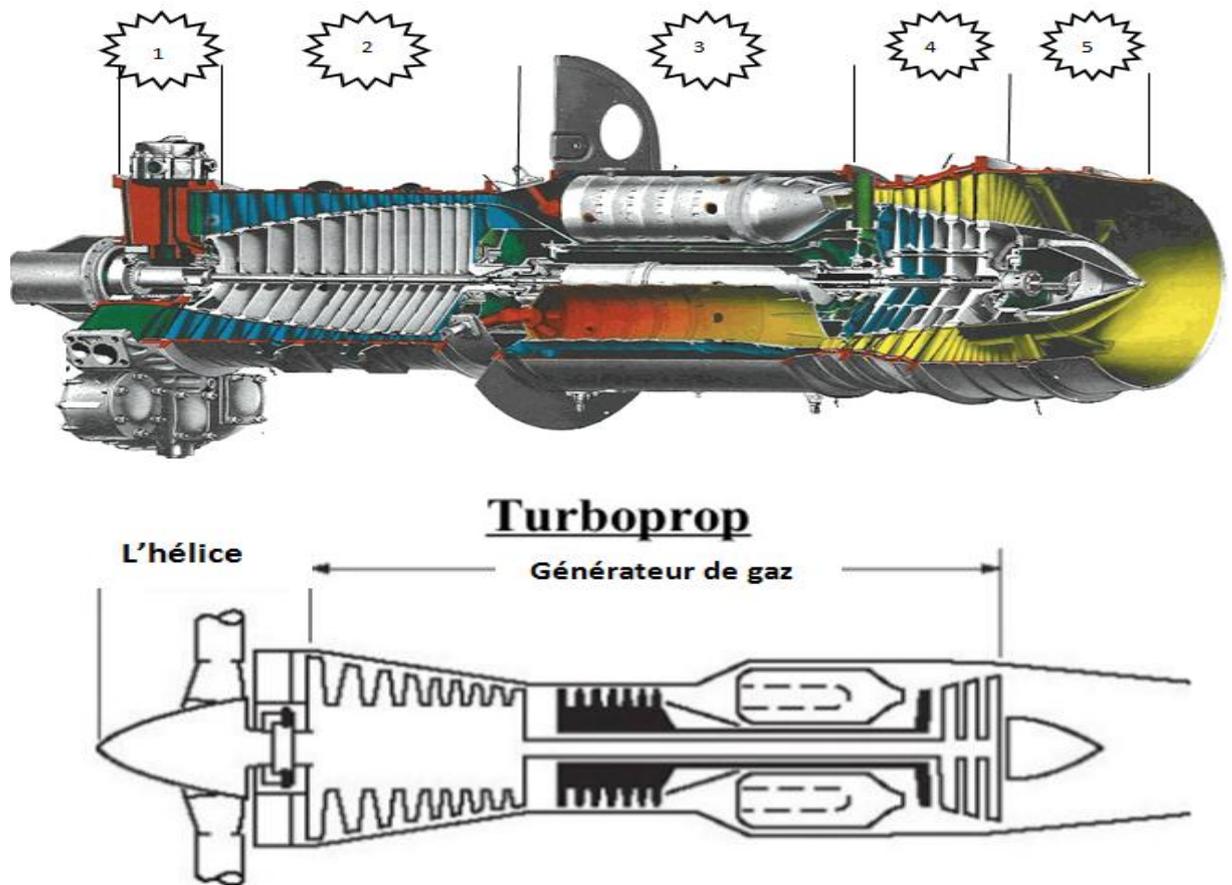


Fig 1.3 différents parties moteurs Allison t 56 [67]



Fig 1.4 Image réelle moteur Allison T56 [66]



**Fig 1.5** compresseurs moteur Allison T56 [68]

**Puissance de compresseurs :** 4910 HP Nombre de tours : 13820 t/mn à 100% .

Composée de 14 étages Au 5ème et au 10ème étage, se trouvent les 8 vannes de décharge (BLEED VALVES) d'accélération, qui déchargent le compresseur jusqu'à 94%(13000tr/mn). Au-dessus de 94 %, la pression d'air prise au 14ème étage ferme les 8 bleed valves .L'air prélevé au 14 ème étage est utilisé pour le circuit pneumatique de l'avion, l'anti-givrage de l'entrée compresseur et le refroidissement du stator du 1er étage de turbine.

**La turbine** composée de 4 étages est dite turbine liée.

**TIT** (Turbine Inlet Temp) :  $1077^{\circ} +6^{\circ} / -10^{\circ}$ .

### 1-3 La chambre de combustion

Le moteur possède une chambre de combustion tubo-annulaire composé de 6 tubes a flammes ; La chambre de combustion N°1 se trouve à 12 H 00. Toutes les chambres communiquent entre elles par des tubes de transfert ; et sont toutes équipées d'un injecteur (FUEL NOZZLE) ; seules les chambres n° 2 et 5 sont équipées d'un allumeur. Une chambre de combustion est composée de :

- Un carter extérieur (outer casing)
- Un carter intérieur (inner casing)
- Six tubes à flammes interconnectées (combustion liners)

Le carter extérieur est un enveloppe en une seule pièce de Titanium, c'est le carter qui couvrir les tubes à flamme ainsi que la structure entre le diffuseur et la turbine.

Le carter interne supporte les tubes à flamme, il est fixé au carter de la turbine et il s'engage dans le carter de diffuseur.



Fig(1.6)chambre de combustion [67]



Fig (1.7) tube a flamme image réelle(tube numéro 5) (base de Boufarik )

La chambre de combustion est une enceinte capable de résister à de brusques changements de pression et de température, dans laquelle on déclenche volontairement une combustion entre des substances chimiques déterminées. La température maximale des gaz dans la zone primaire excèdent 2000 K. La protection de la paroi contre l'élévation de la température des gaz est de grande importance pour assurer la durabilité et l'intégrité structurale du matériau aussi pour éviter la corrosion. Les tubes à flamme sont fabriqués par des superalliages à base de Titan, de Nickel et de Chrome. Ils sont des alliage métallique présentant une excellente résistance mécanique et une bonne résistance au fluage à haute température (typiquement 0,7 à 0,8 fois sa température de fusion), une bonne stabilité surfacique ainsi qu'une bonne résistance à la corrosion et à l'oxydation.

Le développement des turbines à gaz modernes pour améliorer l'efficacité globale du moteur et la consommation spécifique du carburant, aussi pour réduire le niveau des émissions tel que NOx, influence sur l'utilisation efficace des dispositifs de refroidissement. Ceci aide à la recherche et au développement des dispositifs de refroidissement et des matériaux plus efficaces qui peuvent résister à des températures plus élevées. Les dispositifs de refroidissement par film fournissent un film d'air de refroidissement protecteur à la paroi contre les gaz de combustion chauds, en injectant de l'air froid le long de la surface intérieure de la paroi [2]. Les bandes d'agitation (wigglesstrip) sont fabriquées à partir des feuilles en métal, leur configuration est d'utiliser une bande ondulée en métal pour former un film d'air froid dirigé dans une direction parallèle à la paroi, de ce fait formant une structure raide qui est refroidie par un film uniforme [8]. La figure (1.6) présente un schéma pour ces dispositifs

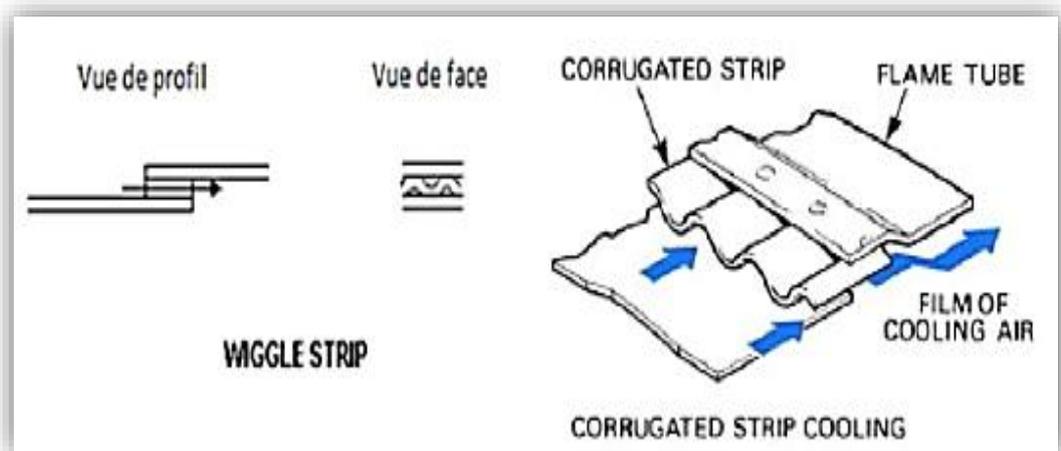


Fig 1.8 refroidissement chambre de combustion [58]

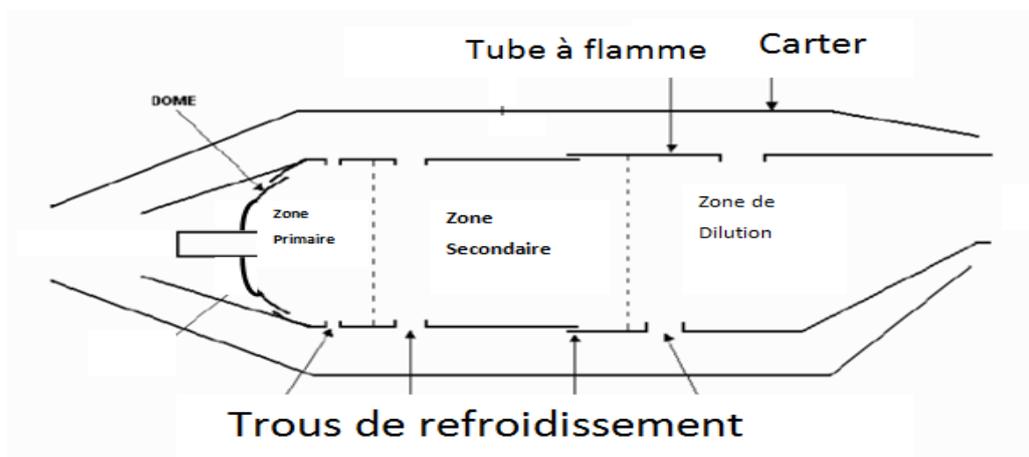


Fig 1-9 schéma tube à flamme [58]

## 1-4- Circuit carburant du moteur ALLISON T56: (Fig.1.8) :

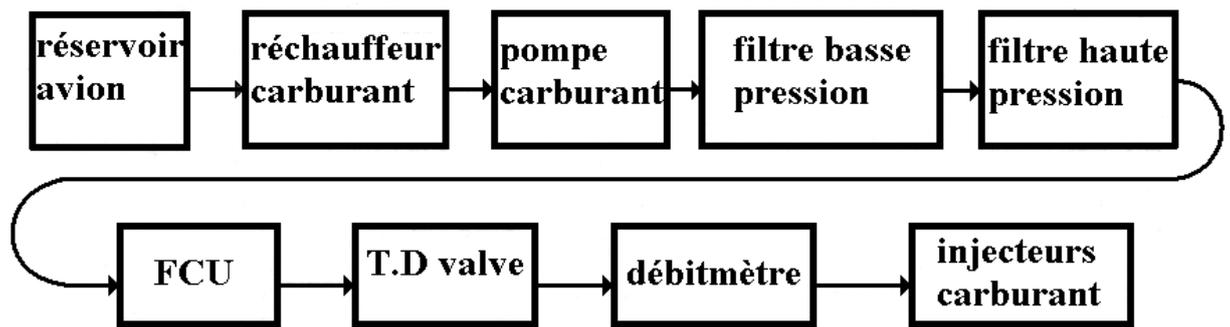


Fig 1.10 circuit carburant du moteur Allison T56 [A.Mokhtari-2018]

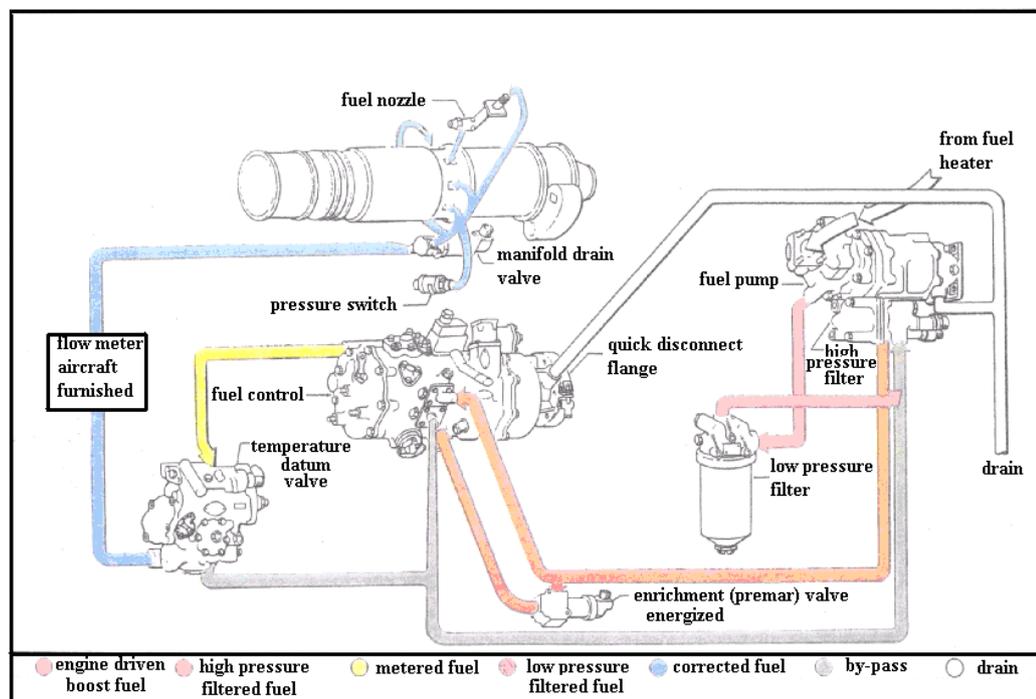


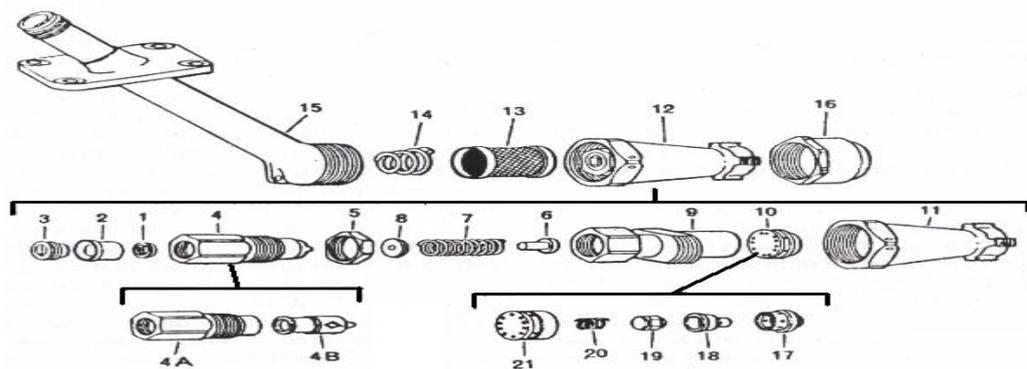
Fig 1.11 : schéma de système carburant [ 58]

- Le carburant circule du réservoir jusqu'au réchauffeur, puis passe à travers la pompe carburant et le filtre basse pression (BP) pour entrer ensuite dans le filtre haute pression (HP). Ensuite, il est envoyé au régulateur carburant (FCU) où la quantité de carburant nécessaire est envoyée au T.D valve, qui a pour rôle l'asservissement de la température d'entrée à la turbine (T. E. T), puis de ce dernier le carburant traverse un débitmètre et il termine enfin sa course dans les injecteurs et sort pulvérisé.

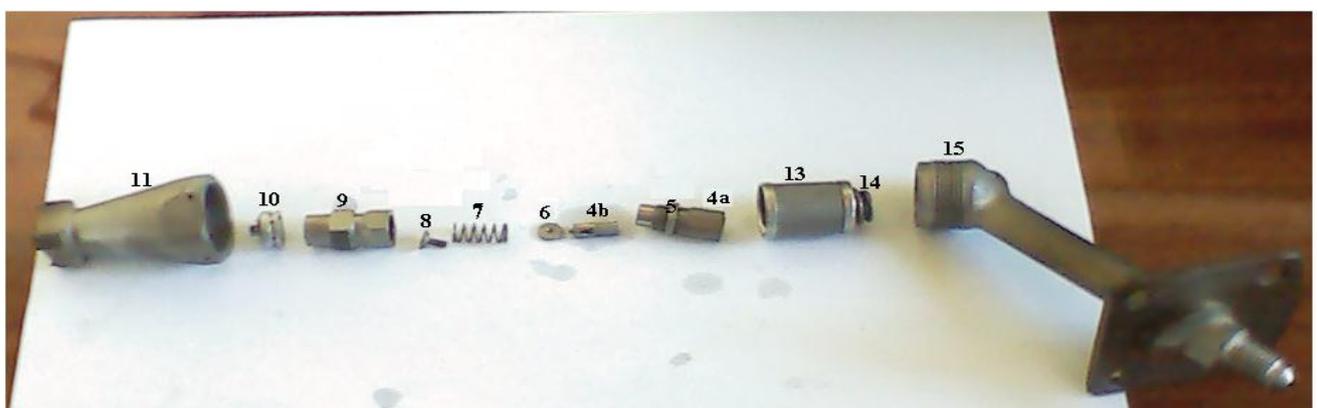
**1-5-Injecteur carburant du moteur ALLISON T56 A15 :**

- Le turbo propulseur ALLISON T56 15 A comporte six injecteurs installés dans six chambres de combustion tubo-annulaire.

-Chaque injecteur est constitué d'un sélecteur de débit (VALVE GUIDE ASSY, 4 )qui a pour rôle de diviser le débit de carburant en deux débits primaire et secondaire, d'un distributeur (VALVE CAGE, 9 ) qui permet de conduire séparément les deux débits ainsi divisés, d'un gicleur (SPRAY TIF ASSY, 10) formé de cinq sous parties (17, 18, 19, 20, 21) qui assurent la pulvérisation du carburant dans la chambre de combustion, d'un corps (BODY, 11) qui fixe le gicleur (10) contre le distributeur (9), d'un filtre (13) qui est le filtre de dernière chance pour purifier le carburant contre d'éventuelles impuretés qui peuvent se produire au cours de l'opération, et enfin d'une bague d'extrémité d'air (AIR SCHRUD, 16) qui joue le rôle de bouclier thermique pour l'injecteur



**Fig 1.12** schéma éclaté d'un injecteur (manuel maintenance air Algérie)



**Fig 1.13** Injecteur duplex réel (air Algérie)

**1-5-1 fonctionnement de l'injecteur Opération: (Fig.1-12et Fig.1-13)**

Les six injecteurs ont pour rôle de pulvériser le carburant dans les chambres de combustion sous une forme de fines gouttelettes pour avoir un bon mélange avec la plus grande partie de l'air et une bonne combustion.

- Aux faibles pressions ( $P < 70$  PSIG) une partie du débit (débit primaire) contourne le distributeur (9) et pénètre dans les orifices tangentiels de la cale d'écartement (SPACER, 21). Puis glisse sur le directeur (DIRECTOR, 19) et enfin sort pulvérisée par le petit orifice primaire de l'embout interne (INNER TIP, 18).

- Il est noté que le directeur (19) donne par sa forme géométrique, une forme tourbillonnaire au jet du carburant pulvérisé du primaire.

- Au fur et à mesure que la pression croît le calibreur (NOZZLE METERING VALVE, 4B) s'ouvre progressivement pour céder le passage à l'autre partie de débit (secondaire) qui était Prisonnière dans le guide calibreur (VALVE GUIDE, 4A) sous l'effet du ressort (7) qui fermait l'ouverture du calibreur (4B), et se déverse à l'intérieur du distributeur (9) et pénètre à travers les orifices radiaux de la cale d'écartement (21) puis entre par les orifices tangentiels de l'embout externe (OUTER TIP, 17) et ainsi glisse sur l'embout interne (18) et enfin sort pulvérisée par le grand orifice secondaire de l'embout externe (17).

- Il est noté que l'embout externe (17) donne par sa forme géométrique de ses orifices tangentiels. Une forme tourbillonnaire au jet du carburant pulvérisé du secondaire.

De l'air prévenant du compresseur passe à travers la bague d'extrémité d'air (16) pour accélérer le tourbillonnement du carburant pulvérisé, refroidir le gicleur (10) et éviter le dépôt de carbone sur ses orifices de décharge et aussi de limiter l'angle au cône de pulvérisation qui ne doit pas dépasser  $110^\circ$  pour ne pas brûler les parois de la chambre de combustion

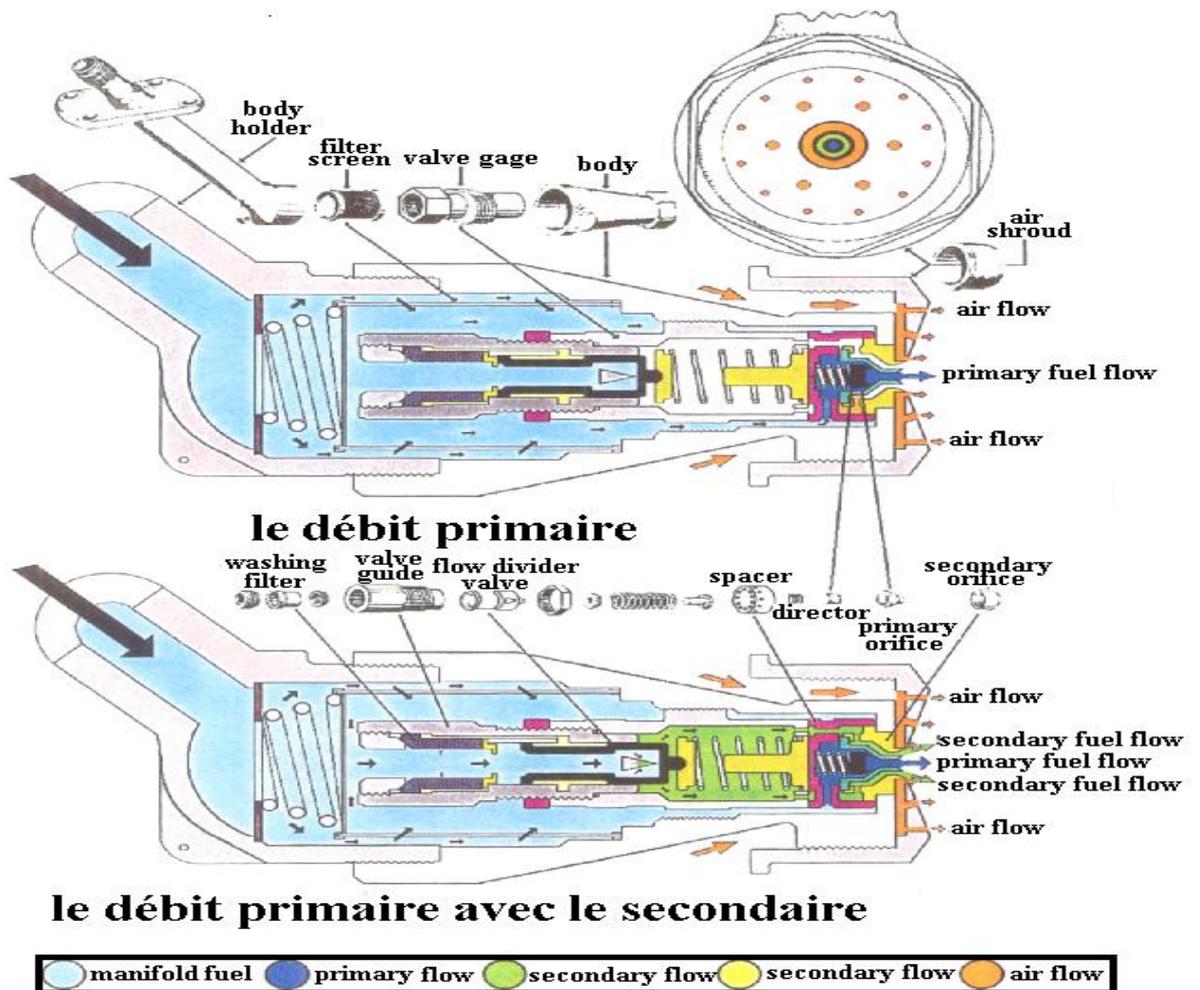


Fig 1-14 schéma opérationnel de l'injecteur [58]

### 1-5-2 rôle du sélecteur du débit :

- La courbe (Fig-1-15) représente l'évolution de débit en fonction de la pression à travers l'injecteur, montrant ainsi le rôle important du sélecteur de débit (4) qui permet en cas de fonctionnement de donner pour des faibles pressions des débits correspondants plus élevés.

Dès que l'injecteur aura atteint la fin potentielle, il est aussitôt pris en charge pour effectuer une série d'opérations afin de le remettre de nouveau en état de fonctionnement.

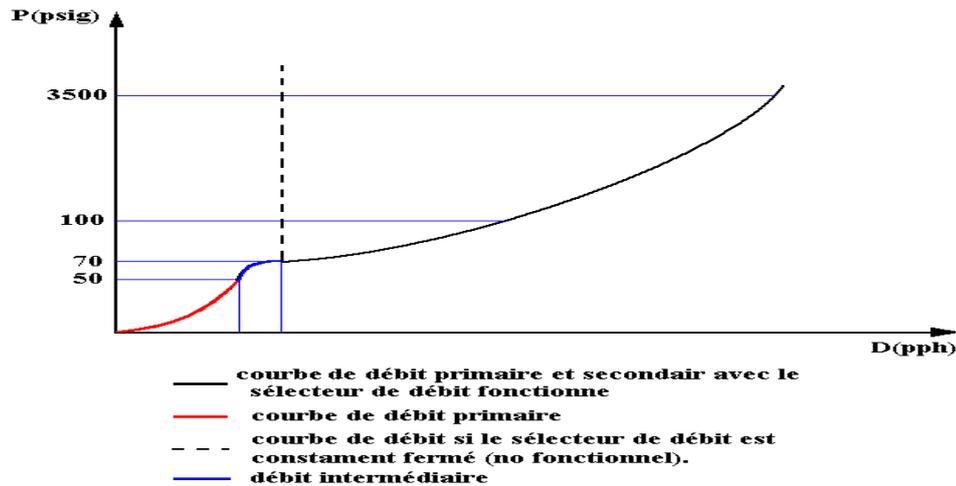


Fig 1.15 l'évolution de débit en fonction de la pression [21]

### 1-6 définition de la combustion :

C'est une réaction chimique exothermique ; d'oxyde-réduction un échange d'électrons avec un dégagement de chaleur et une production d'énergie ; l'électro donneur est le combustible, électro attracteur c'est le comburant.

La combustion est le résultat d'un dégagement de Chaleur par conversion d'une énergie chimique, donc électronique, tapie dans la structure même des molécules des réactifs, généralement irréversible. Pour qu'une réaction soit globalement exothermique, il faut un certain nombre de collisions moléculaires.

### 1-7 classification des flammes

#### 1-7-1- la flamme de diffusion

La flamme de diffusion non pré mélangé se caractérise par le fait que la combustion se produit en même temps que le mélange des gaz comburant et carburant, Les réactants sont séparés et viennent en Contact par diffusion.

Le comburant et le carburant se trouvent de part et d'autre des cotés de la flamme, le combustible peut être solide gaz ou liquide.

#### 1-7-2- la flamme de pré mélange

La flamme de pré mélange se caractérise par le fait que les comburant et le carburant sont pré mélangé, le carburant doit être toujours, parfaitement mélangé avec le comburant c'est la flamme aéré.

**1-8 régimes de flammes [22]**

D'après Damköhler les frontières de régime de combustion turbulente sont identifiable par comparaisons entre les échelles spatiales de la turbulence la vitesse de turbulence  $K^{\frac{1}{2}}$  et la longueur caractéristique de turbulence  $l_t$  et l'épaisseur de la flamme laminaire  $e_l$  ou la vitesse de propagation de la flamme laminaire  $s_l$  dans le mélange considéré. Les deux nombres caractéristiques sont  $\frac{K^{\frac{1}{2}}}{s_l}$  et  $\frac{l_t}{e_l}$ . On définit les échelles de Kolmogorov les échelles de combustion et de turbulence.

**Tab 1-4** les échelles de classification des flammes selon Damköhler

|  |  |
|--|--|
| Echelle de longueur                                | $\eta_k = \left(\frac{\gamma l_t}{K^{\frac{1}{2}}}\right)^{\frac{3}{4}}$ |
| Echelle de temps petites échelles selon Kolmogorov | $\tau_k = \left(\frac{\gamma l_t}{K^{\frac{1}{2}}}\right)^{1/2}$         |
| Epaisseur de la flamme laminaire                   | $e_l = \sqrt{D \tau_c}$  |
| Le temps chimique                                  | $\tau_c = \frac{s_l}{e_l}$   |
| Echelle de temps turbulence                        | $\tau_T = (l_t K)^{1/2}$   |
| Nombre de Karlovitz                                | $Ka = \frac{\tau_c}{\tau_k}$   |
| Nombre de Damköhler                                | $Da = \frac{\tau_T}{\tau_c}$   |

$Da \gg 1$  : chimie très rapide le temps de combustion est supérieure aux temps caractéristique de turbulence.

$Da \ll 1$  : chimie lente le temps de combustion est inférieur aux temps caractéristique de turbulence.

$Ka < 1$  : même les plus petites structures ne peuvent pas altérer la structure de la flamme: régime de « flammelette ».

**1-8-1 les flammes turbulentes pré mélangés :**

La classification des régimes de combustion turbulente des flammes de prémélange remonte à Damköhler (1947) qui adopta l'idée qu'une turbulence à grande échelle ne fait

que plisser la flamme sans modification significative de sa structure interne; alors qu'une Turbulence à petite échelle affecte les processus de transfert dans la structure interne de la Flamme laminaire, on distingue trois types de flammes

- ✓ Les flammes plissées.
- ✓ Les flammes épaissies.
- ✓ Les flammes plissées-épaissies.

### 1-8-1-1 Les flammelette plissées

$Ka < 1$  régime flammelette même les petites structures ne peuvent pas modifier la structure de la flamme.

$Da < 1$  chimie lente.

$\frac{k^{1/2}}{S_L} < 1$  l'intensité de la turbulence est négligeable.

Ce type de flamme est constitué de flammelettes de type laminaire qui sont plissées par la turbulence

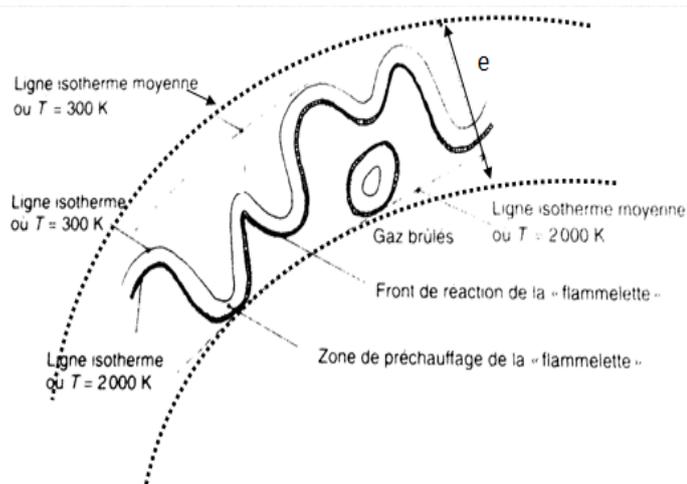


Fig 1.16 croquis d'une flammelette plissée avec poches[64]

### 1-8-1-2 Les flammelette plissées avec poches

$Ka < 1$  régime flammelette même les petites structures ne peuvent pas modifier la structure de la flamme.

$Da < 1$  chimie lente,  $\frac{k^{1/2}}{S_L} > 1$ .

L'intensité de la turbulence devient important ce qui conduit à la formation des poches de gaz

### 1-8-1-3 Les flammes plissées –épaissies

$Ka > 1$  on observe plus les flammelettes.

$Da < 1$  chimie lente.

Si on augmente l'énergie cinétique de la turbulence. Dans ce cas les interactions entre les flammelettes proches se produisent de plus en plus fréquemment, car le rayon de courbure des flammelettes peut être à certain endroit de l'ordre de  $e_1$  et la structure de la flamme progressivement prend l'allure de la figure 1-8 on y voit des zones d'interaction au dessus de  $e_1$  au contraire à certains endroits cette épaisseur est réduite par l'étirement que la turbulence a imposé ; le taux d'étirement locale qui est de l'ordre de  $\tau_k^{-1}$  ce taux d'étirement devient plus grand lorsque l'énergie cinétique de la turbulence augmente. Si on observe la figure g 1-8 comme si deux flammelettes ont été poussées dos à dos par la turbulence et que leurs interactions s'est faite en provoquant l'extinction des deux zones de réaction en contact.

L'étirement trop fort de la flammelette autrement dit de plus en plus l'énergie cinétique de la turbulence est forte, peut entraîner l'extinction locale de cette dernière à l'endroit où l'étirement a été appliqué.

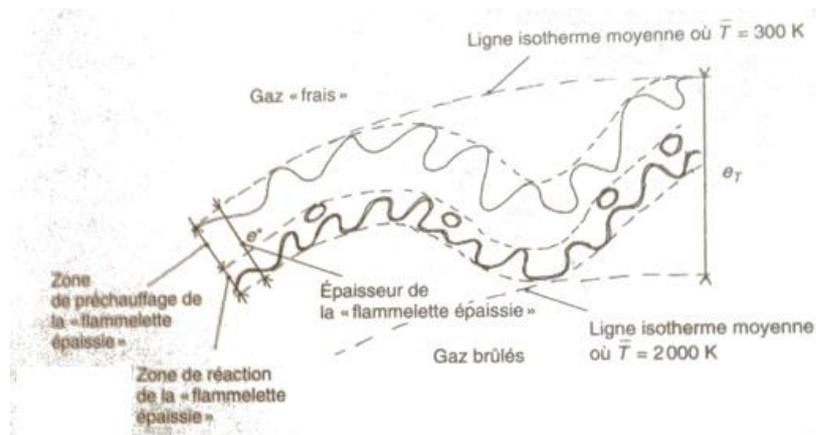


Fig 1.17 croquis de la flamme plissée épaissie. [64]

#### 1-8-1-4 Les flammes épaissies

$Ka > 100$ ,  $Da > 1$  chimie rapide.

Ce régime est l'extension du régime précédent lorsque on augmente l'énergie cinétique turbulente, il arrive un moment où il y'a qu'une flamme non courbée mais très épaissie, beaucoup plus épaissie que  $e_1$  dans le sens où la réaction est

Encore plus distribuée dans l'espace. Dans ce régime, aucune ondulation ou plissement de la flamme ne peut exister, et il est préférable de parler de "zone de réaction" que de flamme avec une épaisseur définie. Ce régime est appelé : le régime des " flammes épaissies" à  $\eta_k < e_1$

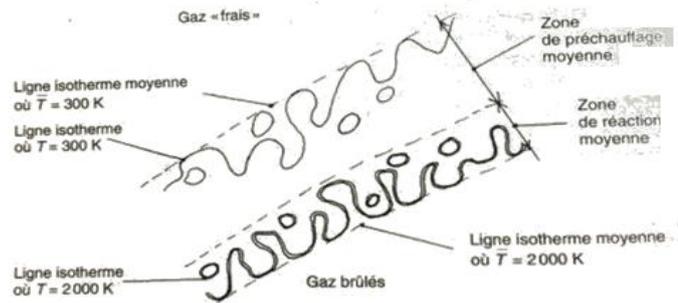


Fig1.18 croquis de la flamme épaissie [64]

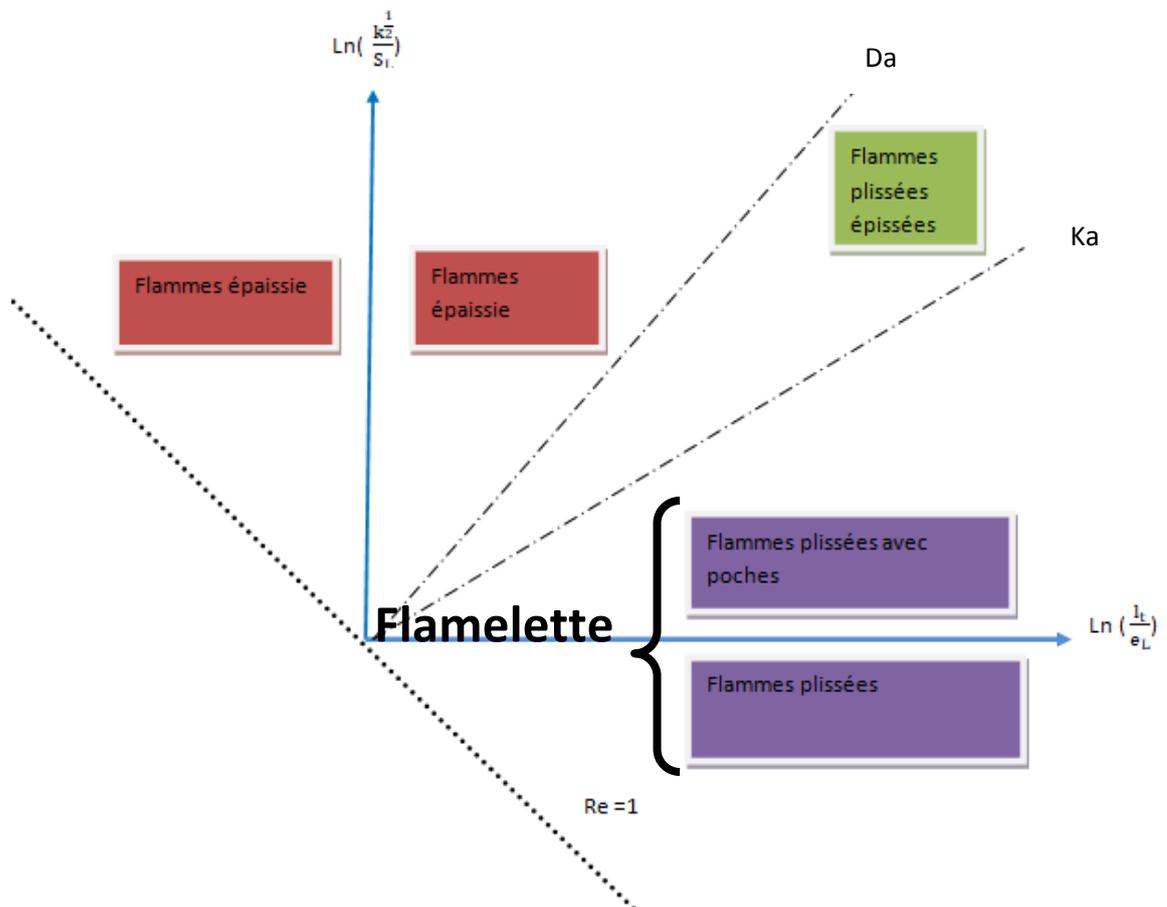


Fig 1-19 les types des flammes de prémélange[64]

**1-8-2 les flammes turbulentes de diffusion :**

**1-8-2-1 Flammelette plissée**

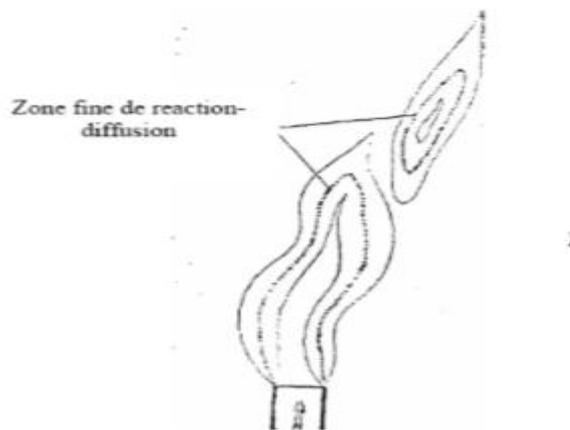
$Re_t = 1$  Lorsque la turbulence n'est pas trop forte, la structure de la flamme de diffusion est celle d'une flamme plissée, elle est alors constituée d'une longue

flammelette (flamme de diffusion laminaire) continuellement Plissée, étirée et comprimée alternativement par les mouvements turbulents.

### 1-8-2-2 Domaine Flammelette avec extinction:

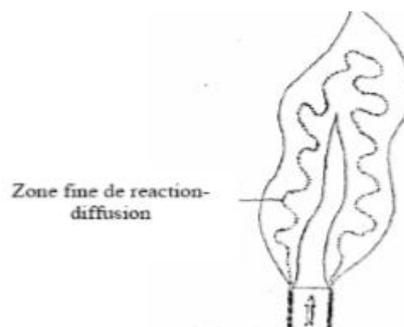
Lorsque la turbulence devient assez forte  $1 < Re_t < Re_t^*$  c'est le Domaine flammelette.

Les grandes échelles feront interagir deux portions assez éloignées et cela formera des boucles de flammelette (fig. (2.12))



**Fig 1.20** interaction a grande échelle de flammelette [64]

Les petites échelles spatiales proches de l'épaisseur de la flammelette entraîneront un épaissement local de celle-ci. La zone de réaction referme sur elle-même.



**Fig 1.21** interaction des petites échelles de flammelette [64]

### 1-8-2-3-Domaine flamme en équilibre chimique : $Re_t > Re_t^*$

Le domaine où il n'est plus possible de distinguer des flammelettes au sens propre du terme, c'est le domaine flamme en équilibre chimique avec une structure qui ressemble

un peu celle de la figure (1.21) mais seulement le calcul qui se passe le long des zones de réactions n'est plus simple.

#### 1-8-2-4 Domaine flamme pseudo laminaire :

Les fluctuations turbulentes de concentration et température, dans la flamme sont très petites. Elles ont eu le temps de se dissiper avant qu'aucun phénomène chimique notable ne se produise (cela n'implique pas que les fluctuations de vitesse soient faibles, puisqu'elles sont constamment renouvelées, par hypothèse). On est alors en présence d'une flamme turbulente qu'on pourrait appelé pseudo-laminaire. Les fluctuations turbulentes sont très fortes mais à très petite échelle et elles produisent une flamme de diffusion qui ne fluctue presque pas, avec de larges zones de diffusion-convection qui entourent une zone de réaction, comme dans la situation d'une flamme laminaire usuelle.

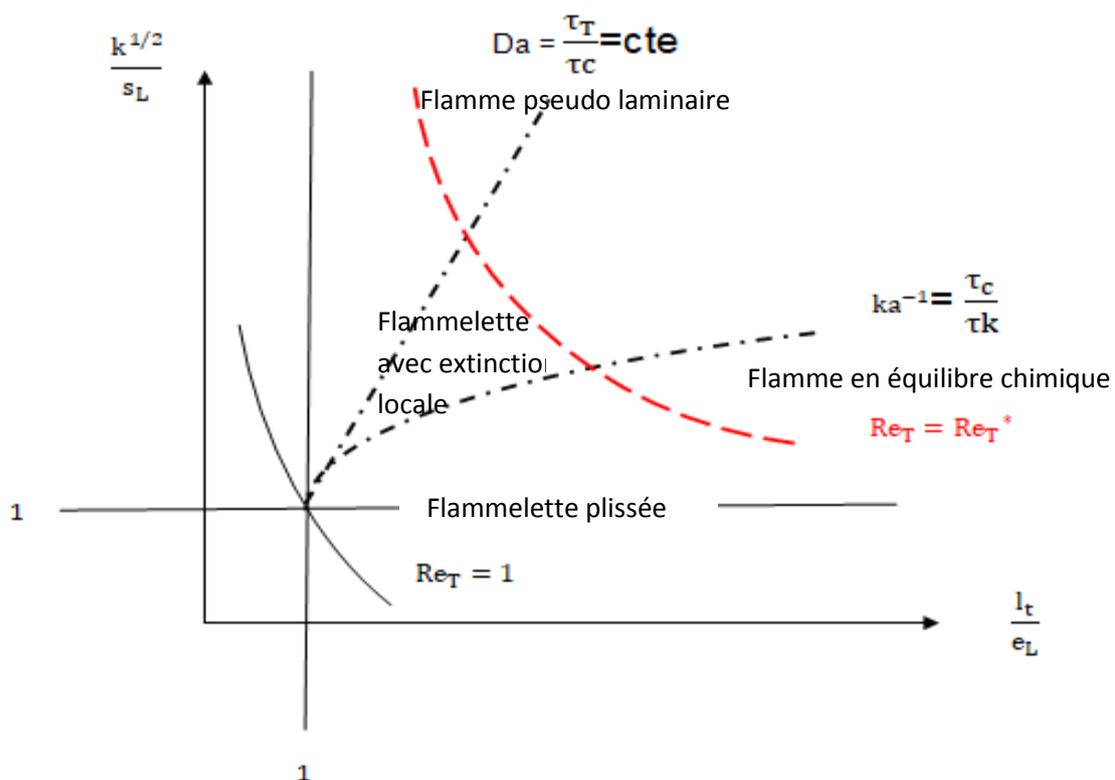


Fig 1.22 les différents types de flamme

**1-10 La stœchiométrie :**

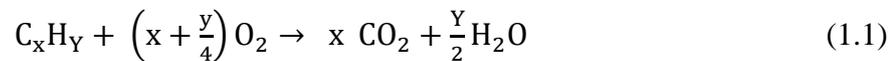
la réaction chimique est une modification des liaisons entre atomes, par déplacement des électrons : certaines liaisons sont rompues, d'autres sont formées, mais les atomes eux-mêmes sont conservés. C'est ce qu'on appelle la conservation de la matière qui se traduit par deux lois :

- ✓ Conservation du nombre d'atomes de chaque élément chimique.
- ✓ Conservation de la charge globale.

Les relations stœchiométriques entre les quantités de réactifs consommés et de produits formés découlent directement des lois de conservation. Elles sont déterminées à partir de l'équation-bilan de la réaction.

La combustion stœchiométrique est la base des calculs théoriques en combustion. Les analyses réalisées ou les résultats fournis d'une combustion réelle, d'un combustible de composition connue, vont permettre de la définir précisément, par comparaison avec les résultats de la combustion neutre. Ainsi, par rapport à la théorie, on pourra définir :

- ✓ La combustion en excès d'air.
- ✓ La combustion en défaut d'air.

**1-11 La réaction de combustion :**

La réaction est dite complète si les gaz brûlés ne comprennent, outre les éléments inertes, que des produits complètement oxydés. En réalité, plusieurs produits intermédiaires sont formés au cours d'une combustion réelle. Comme on s'intéresse ici uniquement aux états d'équilibre initial et final, on ne les considérera pas. Ils s'avèrent néanmoins importants en pratique, en particulier pour les problèmes de pollution. Dans la plupart des cas, comme on l'a mentionné précédemment, le comburant utilisé est l'air, plutôt que l'oxygène pur. La composition de l'air est approximativement, en fractions molaires, 21% d'oxygène, 78% d'azote, et 1% d'argon. Ces deux dernières substances sont supposées inertes, et pour simplifier ; on considère que l'air est composé de 21% d'oxygène et de 79% d'«azote atmosphérique» auquel on attribue une masse molaire fictive pour tenir compte de la présence d'argon. La réaction de combustion d'un hydrocarbure avec l'air devient donc :



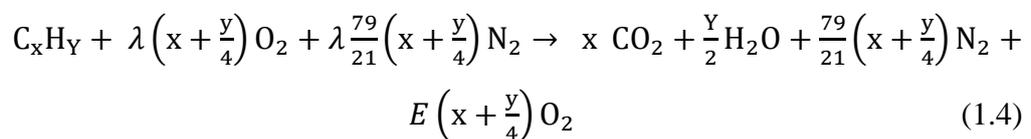
la réaction de combustion est dite a mécanisme réactionnel c'est-à-dire elle se fait en plusieurs sous réactions enchainées .

### 1-11-1 Air théorique

La quantité minimale d'air nécessaire à la combustion complète d'un combustible est appelée air strictement nécessaire ou encore air théorique. Pour réaliser la combustion complète avec l'air théorique, il faudrait un mélange parfait. En pratique, pour assurer la combustion complète, il faut un certain excès d'air. Celui-ci est caractérisé par le coefficient d'air théorique

$$\lambda = \frac{\text{air utilisé}}{\text{air théorique}} \quad (1.3)$$

. L'équation de combustion complète d'un hydrocarbure avec excès d'air devient



$$E=1-\lambda \quad (1.5)$$

On utilise également pour caractériser le mélange de réactifs le rapport air-combustible.

$\lambda < 1$ , la combustion est incomplète. Si le manque d'air est faible, on observe la formation de monoxyde de carbone. Pour des manques d'air plus importants, il peut subsister des hydrocarbures imbrûlés, ou du carbone sous forme de graphite (noir de fumée).

### 1-11-2 la richesse

La richesse est un nombre sans dimension qui vaut 1 lorsque le mélange est stœchiométrique un mélange riche en combustible c'est-à-dire  $\phi > 1$ ; la combustion d'un mélange riche conduit fatalement a une combustion incomplète

$$\phi = \frac{\left(\frac{\text{quantitédecombustible}}{\text{quantitédecomburant}}\right)_{\text{mélange étudié}}}{\left(\frac{\text{quantitédecombustible}}{\text{quantitédecomburant}}\right)_{\text{mélange stoechiométrique}}} \quad (1.6)$$

### 1-12 Amélioration technologique

. Étudions à présent les modifications faites sur les injecteurs de chambre de combustion. Le but est d'augmenter le rendement de la combustion et de trouver des régimes de combustion moins polluants tout en conservant le rendement et la stabilité existante. Pour ce faire, deux techniques sont présentées : la technique de la combustion

en prémélange pauvre prévaporisé, Lean Premixed Prevaporized (LPP), et la technique de combustion étagée devenue injection multipoint. Une autre technique existe également : le RQL (Rich Burn, Quick-Mix, Lean Burn).

### 1-12-1 L'injection LPP

La première piste est l'injection LPP. L'air et le carburant sont mélangés bien en amont de la sortie de l'injecteur. L'injecteur est de type conventionnel mais il présente un tube de prémélange particulièrement long : dans cette zone, carburant et air se mélangent pour former le prémélange injecté dans la chambre. Un schéma de l'injecteur est présenté sur la figure 1-23(b). Il est visible sur l'injecteur Avio testé au cours des projets Européen LOPOCOTEP et TLC 1-23(a). Ce type d'injecteur est particulièrement sensible aux instabilités de combustion et aux flash back, c'est à dire aux remontées de flamme dans l'injecteur.

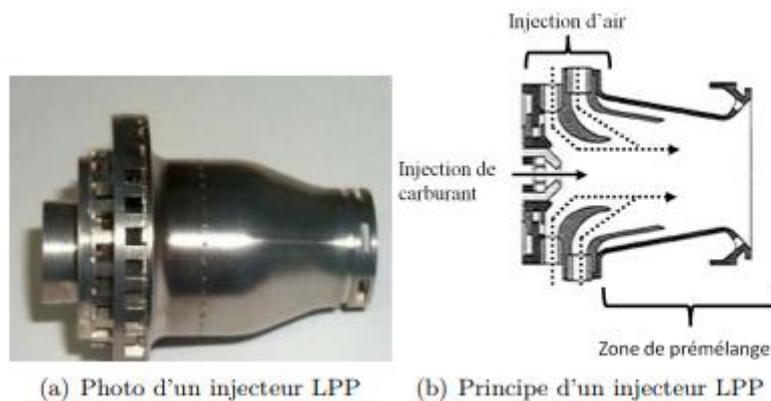


Fig 1.23 injecteur LPP [83]

### 1-12-2 L'injection multipoint

Le principe est le suivant (1-24) : on sépare en deux le débit de carburant de manière à générer deux flammes étagées. Une flamme appelée Pilote, et une flamme procurant la majorité de la puissance (90%), appelée Décollage. Comme dit précédemment, les premières générations comportaient des injections étagées avec deux injecteurs différents, La figure 1-24 présente les différentes configurations. Les nouveaux dispositifs étagés se réduisent à un seul injecteur dans lequel l'étage pilote et l'étage décollage sont intégrés. Les débits de carburant peuvent être contrôlés de manière indépendante. La qualité de la stabilisation dépend fortement de l'emplacement de l'injection de carburant dans l'étage pilote et de son mode de combustion. Ainsi une injection pilote prémélangée n'aura que peu d'effets sur la réduction des instabilités des

extinctions pauvres. L'injection de carburant dans l'étage pilote doit alors être faite de manière diffusive en créant ainsi des zones proches de la combustion stœchiométrique]. Ce mode d'injection tend à générer des oxydes d'azote. Cependant les puissances mises en jeu étant faibles, les quantités restent acceptables.

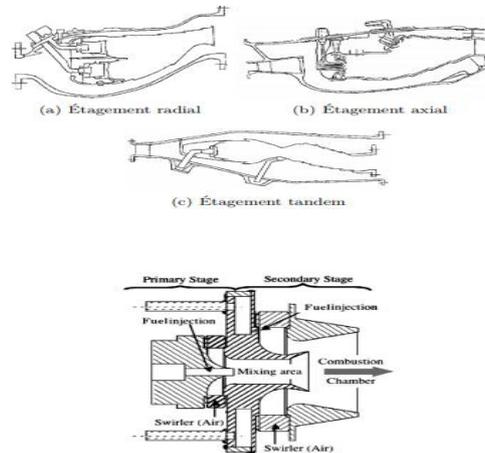


Fig 1-24 combustion multipoints [83]

### 1-12-3 la combustion RQL

Le schéma de principe de ce mode de combustion est présenté sur la figure 1.25. Ce mode consiste à contourner les zones de fortes émissions de NO<sub>x</sub> en brûlant riche, puis en ajoutant une forte quantité d'air afin de brûler en mélange pauvre dans le reste de la chambre. Les deux zones de combustion sont bien distinctes. Le CO, suies et imbrûlés produits dans la zone de forte richesse sont ainsi oxydés dans la zone pauvre. La zone intermédiaire éteinte est cependant un fort obstacle à une mise en service.

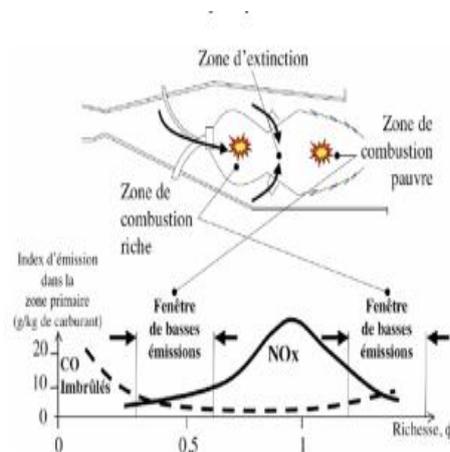


Fig 1.25 combustion RQL [83]





---

## Chapitre 02 :

---

➤ **Modèle mathématique.**

---

## 2.1. Introduction

les équations de Navier Stokes qui gouvernent un écoulement visqueux, conducteur de chaleur, décrivent le mouvement du fluide ; des faibles nombres de Reynolds ( la notion faible dépend du problème traité ) mais plus précisément lorsque les forces d'inertie deviennent négligeables devant les forces visqueuses on parle d'un écoulement laminaire les solutions de ses équations sont régulières et les propriétés de l'écoulement varient d'une manière ordonnée en espace et en temps ; pour des valeurs élevées de nombre de Reynolds les contraintes visqueuses sont négligeables devant l'inertie donc l'écoulement devient instable et des fluctuations rapides de vitesse et de pression apparaissent et donc de masse volumiques pour un écoulement compressible et l'écoulement devient essentiellement tridimensionnelle on parle de l'écoulement turbulent .

## 2.2 .définition de La turbulence

La turbulence est une propriété de l'écoulement et non du fluide il n'existe pas une définition exacte de ce phénomène ; ni de règle applicable mais seulement un nombre de propriétés observable pour dire à partir de tel Reynolds on a le régime turbulent.

### 2-2-1propriétés de l'écoulement turbulent :

#### Signal irrégulier :

Les grandeurs physiques pression-vitesse varient d'une façon aléatoire, le traitement du comportement turbulent remarqué sur la figure 3-1, on doit retrancher la composante périodique pour obtenir le signal turbulent pure.

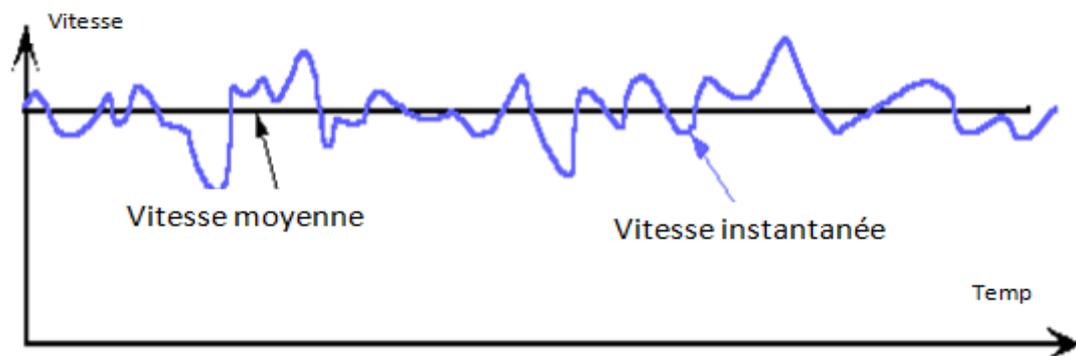


Fig. 2-1 signal vitesse d'un écoulement turbulent [84]

**Écoulement rotationnel :**

Le caractère tourbillonnaire est présent dans ce type d'écoulement autrement dit un écoulement rotationnel : est un écoulement où les lignes de champ ont tendance de tourner autour d'un point.

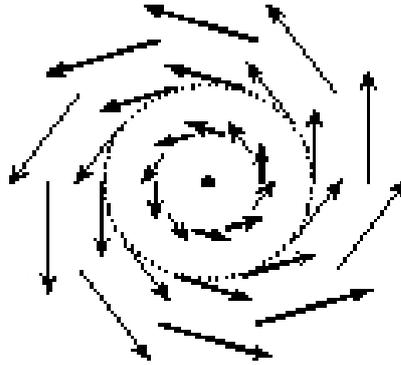


Fig 2-2 champ rotationnel pur [85]

**La diffusivité :**

Le champ turbulent diffuse fortement la quantité transportée. Exemple : diffusivité thermique, diffusivité (chimique ou de matière) ; en transfert de chaleur on s'intéresse beaucoup à la diffusivité thermique.

La diffusivité thermique est une grandeur physique qui caractérise la capacité d'un matériau continu à transmettre un signal de température d'un point à un autre de ce matériau. Elle dépend de la capacité du matériau à conduire la chaleur (sa conductivité thermique) et de sa capacité à accumuler la chaleur (capacité thermique).

**Diffusion**

Fig. 2-3 diffusion [86]

**Phénomène 3-D :**

Signalons à présent qu'il existe toutefois une turbulence bidimensionnelle que l'on rencontre que dans certains cas spécifiques dont les mécanismes sont très différents de ceux du 3D.

**Coexistences des tourbillons de taille différentes****Dissipation :**

La turbulence est fortement dissipative vu la présence des tourbillons de tailles différentes donc les gradients de vitesse sont forts est délocalisée peu partout, du fait la dégradation de l'énergie cinétique donc en présence de la turbulence on a besoin de plus d'énergie.

**Caractères imprévisible des trajectoires :**

C'est la difficulté de la prévision du temps à long terme, le problème de la prédictibilité se fait numériquement.

Les équations de Navier stockes pour un écoulement restent valables mais très complexes pour cela on fait appelle au numérique ; leur résolution numérique nécessite une discrétisation fine pour l'espace et le temps.

**2.3 modélisation des écoulements turbulents**

Il existe trois axes de recherches pour modéliser les écoulements

DNS : direct numérique simulation.

LES : large Eddy simulation.

RANS: Reynolds average Navier stockes.

**DNS: direct Numerical simulation**

Dans les simulations DNS, les équations de Navier-Stokes sont entièrement résolues : la turbulence est calculée et non plus modélisée. Ces simulations sont donc des plus précises mais ont un coût de calcul beaucoup trop élevé pour qu'il soit envisageable (du moins à ce jour) de simuler une configuration industrielle en DNS. En effet, le nombre de points nécessaire pour réaliser une DNS est directement lié au nombre de Reynolds de l'écoulement.

Des estimations effectuées par Spalart nous disent pour calculer un écoulement en aérodynamique, il nous faut  $10^{16}$  points en maillage et environs  $10^{7.7}$  itération en temps .si l'on considère le temps de progrès en moyen informatique dans les années qui viennent espérons commencer les premiers calculs en 2080.

### La simulation des grandes échelles (LES)

Les simulations LES résolvent les équations de Navier-Stokes filtrées spatialement, seules les petites structures sont modélisées alors que toutes les autres sont calculées. En pratique, le filtrage spatial est imposé par le maillage : seules les structures plus grosses que le maillage seront résolues.

Par ailleurs, des modèles, dits modèles de sous-maille, sont introduits pour simuler la turbulence des petites échelles. Avec ce genre de simulation, il est possible d'obtenir des grandeurs moyennes mais également des grandeurs fluctuantes, ce qui fait l'intérêt de la LES en comparaison aux simulations RANS. Les coûts de calcul, certes plus importants que pour des simulations RANS, restent raisonnables et autorisent la simulation de géométries complexes sur des maillages raffinés.

### La simulation des équations de Navier Stokes moyennées (RANS)

Les simulations RANS résolvent les équations de Navier-Stokes moyennées. En d'autres termes, la turbulence est ici entièrement modélisée. De ce fait, les résultats obtenus ne sont pas toujours représentatifs de la réalité, surtout si les configurations simulées sont complexes (en situation réactive notamment). Toutefois ce type de simulation permet d'obtenir un bon ordre de grandeur de l'écoulement moyen aussi bien en termes de vitesse que de température ou de pression. C'est pour cela que beaucoup des codes industriels actuellement sur le marché sont basés sur ce principe. Le coût de calcul (en temps CPU) est en effet relativement faible, ce qui permet de simuler des configurations très complexes sur des maillages raffinés.

Le schéma suivant définit une comparaison graphique approximative des principales simulations.

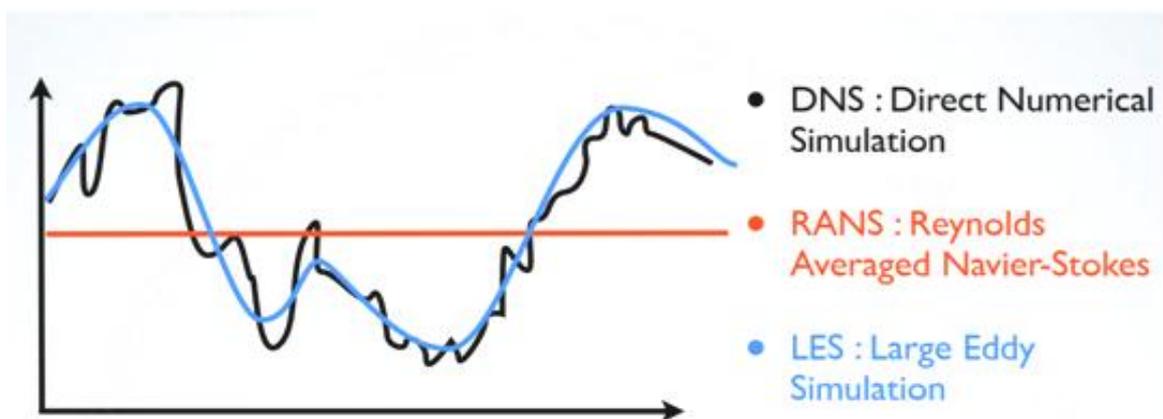


Fig 2.4 comparaisons de différentes approches de modélisation [87]

## 2.4. RANS la méthode statistique

La décomposition des grandeurs caractéristiques de l'écoulement en moyenne et une partie fluctuante d'apparence aléatoire permet de traiter statistiquement les équations de mouvement qui a été appliqué sur les équations de Navier stockes qui décrivent le mouvement d'un fluide .mais avec une difficulté l'apparition des inconnues supplémentaires ce qui conduit en un problème ouvert qui nécessite plus d'équations tout simplement on parle d'un problème de fermeture largement connus sous l'appellation les modèles de turbulences .

## 2.5. Modélisation de l'écoulement d'un fluide incompressible

Pour étudier de la turbulence on effectue la de composition de Reynolds :

$$u = \bar{u} + \acute{u} \quad (2.1)$$

$$p = \bar{p} + \acute{p} \quad (2.2)$$

$$\rho = \bar{\rho} + \acute{\rho} \quad (2.3)$$

### La moyenne statistique :

La moyenne temporelle d'une grandeur A est :

$$\bar{A} = \frac{1}{T} \int_t^{T+dt} A dt \quad (2.4)$$

On injecte la décomposition de grandeurs précédentes dans les équations qui gouverne l'écoulement : Conservation de masse ; quantité de mouvement ; équation d'énergie et l'équation d'état.

Rappelons pour l'incompressible la masse volumique est constante donc :

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.5)$$

$$\rho \frac{\partial u_i}{\partial x_i} + \rho \frac{\partial u_j u_i}{\partial x_i} = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_i} \quad (2.6)$$

Le tenseur des contraintes visqueuses est :

$$\tau_{ij} = \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \lambda \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (2.7)$$

La viscosité dynamique  $\mu$ .

Après décomposition des grandeurs et on effectuant la moyenne temporelle sur l'équation et rappelons que la moyenne d'une fonction harmonique est nul ; la moyenne

du produit de deux fonctions harmonique est non nul exemple : la moyenne de  $\sin = 0$  nul mais la moyenne de  $\sin^2 = 1/2$ .

On trouvera le nouveau système avec apparition des nouveaux termes :

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.8)$$

$$\rho \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} + \rho \frac{\partial \overline{u_j u_i}}{\partial x_i} = - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial \overline{\tau_{ij}}}{\partial x_i} - \rho \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_j} \quad (2.9)$$

on remarque l'apparition d'un nouveau terme  $-\rho \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_j}$  qui représente l'apparition des fluctuations turbulentes aux flux moyen de quantité de mouvement ce terme dit tenseur des contraintes de Reynolds doit être modélisé afin d'obtenir un système d'équations fermés à l'aides des modèles de turbulences introduits ci-dessous.

En effet on ne parle pas de l'équation d'énergie dans le cas incompressible parce qu'elle ne fournit que le champ de température qui peut être approximé simplement à l'aide de l'analyse de fourrier.

## 2-6- modélisation de l'écoulement d'un fluide compressible :

Un écoulement compressible est un écoulement ou le nombre de mach est supérieur 0.3 et / ou les écarts de températures sont importants le cas des écoulements réactifs – combustion ou diphasique liquide vapeur.

### 2-6-1 les équations de Navier stockes compressible

$$\text{Équation de continuité} \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (2.10)$$

$$\text{Équation de quantité de mouvement} \quad \frac{\partial (\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial (u_j u_i)}{\partial x_j} = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2.11)$$

$$\text{équation d'énergie} \quad \frac{\partial}{\partial t} \left[ \rho \left( e + \frac{1}{2} u_i u_i \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \rho u_j \left( h + \frac{1}{2} u_i u_i \right) \right] = \frac{\partial u_i \tau_{ij}}{\partial x_j} - \frac{\partial q_j}{\partial x_j} \quad (2.12)$$

$$\text{Équation d'état} \quad P = \rho r T \quad (2.13)$$

$e$  : énergie interne spécifique

$$h : \text{l'enthalpie spécifique} \quad h = e + \frac{p}{\rho} \quad (2.14)$$

$$\tau_{ij} = 2 \mu s_{ij} + \beta \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \quad (2.15)$$

$s_{ij}$  : est la partie symétrique du tenseur gradient de vitesse.

$\delta_{ij}$  : Symbole de Kronecker.

$\beta$ : est la conductivité thermique

-le vecteur flux de chaleur  $q_j$  apparaissant dans l'équation d'énergie qui est calculé en générale a partir de la loi de fourrier.

$$q_j = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_j} \quad (2.16)$$

$\lambda$  : est la conductivité thermique.

➤ **Hypothèses simplificatrices**

a)- hypothèse de stockes :

Correcte pour les gaz monoatomique et appliquée couramment a tous gaz ; consiste à relier les deux coefficients de viscosité, et suppose que les contraintes visqueuses ne contribuent pas à la pression.

$$\gamma = -\frac{2}{3} \mu \tau_{ii} = 0 \quad (2.17)$$

b)- deuxième hypothèse :

Supposant que les gaz sont calorifiquement parfaits ; les coefficients de chaleur spécifique restent constant et l'énergie interne ainsi que l'enthalpie sont des fonctions linéaires de la température.

$$h = c_p T \quad (2.18)$$

$$e = c_v T \quad (2.19)$$

Pr : le nombre de Prandtl est un nombre sans dimensions; ce nombre compare la rapidité des phénomènes thermique par rapport aux phénomènes hydrodynamique ; c'est le rapport entre la diffusivité thermique et la viscosité cinématique.

$$Pr = \frac{\gamma}{\lambda} \quad (2.20)$$

$\gamma$  : la visquosité cinématique .

$$\gamma = \frac{\mu}{\rho} \quad (2.21)$$

$\alpha$  : la diffusivité thermique

$$\alpha = \frac{\lambda}{\rho c_p} \quad (2.22)$$

On remplace (2.20) et (2.21) dans l'équation de fourrier on obtient l'expression du flux de chaleur en fonction de l'enthalpie.

$$q = -\frac{\mu}{Pr} \frac{\partial h}{\partial x_j} \quad (2.23)$$

### La moyenne de Favre

Dans le cas compressible il faut tenir en compte des fluctuations de température et de masse volumique de plus les fluctuations pression, vitesse.

Si on prend l'une des équations qui décrivent le mouvement du fluide exemple l'équation de continuité et on applique la décomposition de Reynolds on obtient :

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} [ \bar{\rho} \bar{u}_i + \overline{\rho' u'_i} ] = 0 \quad (2.24)$$

On voit l'apparition d'un terme supplémentaire lié à la corrélation entre fluctuations de masse et de vitesse qui doit être modéliser. Des termes compliqué apparaissent dans l'équation hors le but de la décomposition est en principe la simplification.

On peut conclure rapidement que la décompositions de Reynolds adapté pour les écoulements incompressibles ; n'est plus adaptée aux écoulements compressibles.

Un choix adoptée doit être tel que :

- l'équation moyennée doit être identique formellement à l'équation laminaire habituelle.
- Le seule terme supplémentaire dans l'équation de mouvement soit l'équivalent compressible du tenseur contraintes de Reynolds déjà rencontré dans l'incompressible.

Et c'est pour ses raisons là on peut dire que l'étude des écoulements compressibles nécessite une compréhension profonde de l'écoulement incompressible.

Dans ce but la Favre en 1865 a proposé la moyenne pondéré par la masse volumique afin de simplifier cette dernière.

$$\tilde{u}_i = \frac{1}{\rho} \lim_{T \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{T} \int_t^{t+dt} \rho u_i dt \right) \quad (2.25)$$

Dans le cas compressibles les deux moyennes sont utilisées pour profités des propriétés de l'un par rapport à l'autre et enfin obtenir des équations similaires à celles du cas laminaire avec au plus un seul terme de plus qui sera traité comme des contraintes visqueuses.

On a les propriétés de la moyenne de Favre :

$$\bar{\rho} \tilde{u}_i = \overline{\rho u_i} \quad (2.26)$$

$$\overline{\rho u_i} = \overline{(\bar{\rho} + \rho')(\bar{u}_i + u'_i)} = \overline{\bar{\rho} \bar{u}_i} + \overline{\bar{\rho} u'_i} + \overline{\rho' \bar{u}_i} + \overline{\rho' u'_i} = \bar{\rho} \bar{u}_i + \overline{\rho' u'_i} \quad (2.27)$$

Afin d'obtenir les moyennes des nouvelles décompositions on définit la partie fluctuante de vitesse :

$$\hat{u}_i = u_i - \frac{\bar{\rho} \bar{u}_i}{\bar{\rho}} \quad (2.28)$$

On revanche si on effectue la moyenne temporelle sur cette partie fluctuante on remarque qu'elle est non nul, en revanche la moyenne de Favre pondéré par la masse volumique est nul.

Les nouvelles décompositions des grandeurs restantes :

$$\rho = \bar{\rho} + \hat{\rho} \quad (2.29)$$

$$u_i = \tilde{u}_i + \hat{u}_i \quad (2.30)$$

$$P = \bar{P} + P' \quad (2.31)$$

$$h = \tilde{h} + \hat{h} \quad (2.32)$$

$$e = \tilde{e} + \hat{e} \quad (2.33)$$

$$\rho = \bar{\rho} + \hat{\rho} \quad (2.34)$$

## 2-6-2 équations de Navier stocks moyennées

### Procédure générale

1. On écrit les équations.
2. On remplace les termes décomposés selon Favre et Reynolds pour la pression et la masse volumique.
3. Effectuant la moyenne de Favre.

### Considérations

La dérivée de l'intégrale égale à l'intégrale de la dérivée parce que on intègre par rapport au temps et on dérive par rapport à « x » les variables sont indépendantes.

La moyenne pondérée d'une partie fluctuante selon la décomposition de Favre est nul.

La moyenne temporelle d'une partie fluctuante selon Favre est non nulle.

La moyenne d'un produit fluctuation moyenne est nul  $\overline{\hat{a} \cdot \hat{c}} = 0$  (2.35)

L'équation de continuité 
$$\frac{\partial \rho}{\partial x_i} + \frac{\partial (\rho u_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (2.36)$$

On remplace la masse volumique par la décomposition de Reynolds et la vitesse par la décomposition de Favre on obtient :

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_i} + \frac{\partial(\bar{\rho}\dot{u}_i)}{\partial x_i} + \frac{\partial(\bar{\rho}\bar{u}_i)}{\partial x_i} + \frac{\partial(\bar{\rho}\bar{u}_i)}{\partial x_i} + \frac{\partial(\bar{\rho}\dot{u}_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (2.37)$$

Effectuant la moyenne de L'équation de continuité devient

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_i} + \frac{\partial(\bar{\rho}\bar{u}_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (2.38)$$

Le même raisonnement pour les autres termes.

Equation de quantité de mouvement en poursuivant la même procédure et les mêmes principes et l'équation d'énergie accompagnée de l'équation d'état qui forment un système ouvert :

Pour notre cas d'étude l'écoulement réactif compressible le modèle complet est :

A. Equation de continuité :

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho}\bar{u}_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (2.39)$$

B. Equation de mouvement :

$$\frac{\partial(\bar{\rho}\bar{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho}\bar{u}_i\bar{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial(\bar{\tau}_{ij})}{\partial x_j} - \frac{\partial(\bar{\rho}\dot{u}_i\dot{u}_j)}{\partial x_j} \quad (2.40)$$

C. Equation d'énergie :

$$\frac{\partial[\bar{\rho}(\bar{e} + \frac{\bar{u}_i\bar{u}_i}{2}) + \frac{\bar{\rho}\dot{u}_i\dot{u}_i}{2}]}{\partial t} + \frac{\partial[\bar{\rho}u_j(\bar{h} + \frac{\bar{u}_i\bar{u}_i}{2}) + \frac{\bar{\rho}\dot{u}_i\dot{u}_i}{2}]}{\partial x_i} = \frac{\partial[-\bar{q}_j - \bar{\rho}\dot{u}_j\bar{h} + \bar{u}_i\bar{\tau}_{ij} - \frac{\bar{\rho}\dot{u}_j\dot{u}_i\dot{u}_i}{2}]}{\partial x_j} + \frac{\partial[\bar{u}_i(\bar{\tau}_{ij} - \bar{\rho}\dot{u}_i\dot{u}_i)]}{\partial x_j} \quad (2.41)$$

A. Equation d'état :

$$\bar{P} = \bar{\rho}r\bar{T} \quad (2.42)$$

**Interprétation des nouveaux termes apparents :**

$\bar{\rho}\dot{u}_i\dot{u}_j$  C'est le tenseur des contraintes de Reynolds.

$\frac{\bar{\rho}\dot{u}_i\dot{u}_i}{2}$  C'est l'énergie cinétique turbulente.

$\bar{\rho}\dot{u}_i\bar{h}$  C'est le flux de chaleur turbulent.

$\bar{u}_i\bar{\tau}_{ij}$  C'est la diffusion moléculaire.

$\frac{\rho \overline{u_j u_i u_i}}{2}$  C'est le transport d'énergie turbulent.

## 2-7- le problème de fermeture

Les termes supplémentaires apparents dans l'équation de mouvement et d'énergie doivent être modélisés à fin de fermer le système.

### 2-7-1 le tenseur des contraintes de Reynolds

#### 2-7-1-1 L'approximation de Boussinesq

Afin de modéliser le terme dit contraintes de Reynolds on fait appelle à l'approximation de Boussinesq

- **le modèle naïf :**

En premier terme on va supposer que le tenseur des contraintes de Reynolds est analogue à celui des contraintes visqueuses c'est-à-dire

$$-\overline{u_i u_j} = \gamma_t \left( \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) \quad (2.43)$$

$\gamma_t$  : La viscosité cinématique turbulente

#### Approche du phénomène de la viscosité turbulente :

La viscosité turbulente n'est pas une propriété du fluide mais de l'écoulement. Supposons que l'écoulement moyen se décompose en filets horizontaux, et que la vitesse moyenne  $\overline{u_1}$  soit croissante suivant y :

Les particules fluides qui pénètrent dans un filet par les bas ( $\dot{u}_1 > 0$ ), ont une vitesse moyenne plus petite que la vitesse dans un filet par les bas ( $\dot{u}_1 > 0$ ), ont une vitesse moyenne plus petite que la vitesse moyenne du filet ( $\dot{u}_1 < 0$ )

$$\tau'_{ij} = -\rho \overline{u_i u_j} > 0 \quad (2.44)$$

Les particules fluides qui pénètrent dans un filet par le haut ( $\dot{u}_1 < 0$ ), ont une vitesse moyenne plus petite que la vitesse moyenne du filet ( $\dot{u}_1 > 0$ )

$$\tau'_{ij} = -\rho \overline{u_i u_j} > 0 \quad (2.45)$$

Le même raisonnement s'applique lorsque  $\overline{u_1}$  soit décroissante suivant y mais cette fois ci :

$$\tau'_{ij} = -\rho \overline{u'_i u'_j} < 0 \quad (2.46)$$

Cette description phénoménologique suggère l'existence d'un frottement turbulent responsable d'échanges de quantité de mouvement entre les filets du mouvement moyen: des régions rapides vers les régions lentes. Ainsi, Boussinesq (1877) proposa d'écrire :

$$\tau'_{ij} = -\rho \overline{u'_i u'_j} = \mu_{tur} \left( \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) \quad (2.47)$$

Tenons en compte que le tenseur des contraintes est symétrique :

$$\tau'_{ij} = -\rho \overline{u'_i u'_j} = 2\mu_{turbu} \left( \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \right) = 2\mu_{tur} \widetilde{S}_{ij} - \frac{2}{3} \mu_{tur} \left( \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \quad (2.48)$$

Les tenseurs des contraintes de Reynolds représentent l'influence du champ turbulent sur le champ moyen dans l'équation de quantité de mouvement.

$$\frac{\partial (\widetilde{\tau}_{ij} - \rho \overline{u'_i u'_j})}{\partial x_j} \quad (2.49)$$

Donc si on prend le cas pour  $i=j$  et on remplace le terme  $\overline{u'_i u'_j}$  par son expression ; on trouvera  $2\mu_{tur} \widetilde{S}_{ij} - \frac{2}{3} \mu_{tur} \left( \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) = 0$  d'après l'équation de continuité. ; sachons que  $\widetilde{\tau}_{ii} = 0$  ; ce qui implique l'inexistence de turbulence !

- **Modèle de Boussinesq :**

A fin d'obtenir une trace non nul Boussinesq a proposé le modèle suivant, les termes diagonaux sont égaux :

$$q = (3\overline{u'_i u'_i}) \text{ donc } \overline{u'_i u'_i} = \overline{u'_i u'_j} \delta_{ij} = \frac{1}{3} q \quad (2.50)$$

Notons que :  $q = 2k$ .

$K$  est l'énergie cinétique turbulente

$K = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i} \delta_{ij}$  le tenseur de Reynolds :

$$\tau_{ijR} = 2\mu_{tur} \widetilde{S}_{ij} - \frac{2}{3} \mu_{tur} \left( \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (2.51)$$

Le tenseur des contraintes de Reynolds est symétrique et de trace égale a  $-2k$

### 2-7-2 le flux de chaleur turbulent

Ce terme qui apparait dans l'équation d'énergie nécessite l'Utilisation d'une "loi de Fourier" turbulente :

$$-\overline{\rho \hat{u}_j \hat{h}} = q = -\frac{\mu_{tur}}{Pr_{tur}} \frac{\partial h}{\partial x_j} \quad (2.52)$$

On rencontre du nouveau la viscosité turbulente ;  $Pr_{tur} = 0.9$

### 2-7-3 diffusions moléculaires et transport turbulent d'énergie

Négligés pour des écoulements subsoniques et dans tous les modèles algébriques.

Pour des écoulements supersoniques, les deux termes sont modélisés ensemble par une expression linéaire de type :

$$\overline{\hat{u}_i \tau_{ij}} - \frac{\overline{\rho \hat{u}_j \hat{u}_i \hat{u}_i}}{2} = \left( \mu + \frac{\mu_{tur}}{\tau_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \quad (2.53)$$

### 2-8 conclusion

Tous les termes supplémentaires sont en fonction de la viscosité turbulente ; ce terme-là doit être modélisé, cette approximation regroupe une catégorie importante des modèles de turbulence.

### 2-9 différents approches de la turbulence :

On a des modèles basés sur l'approximation de Boussinesq qui sont :

#### -Les modèles algébriques.

- Prandtl 1925 (longueur de mélange)
- Viscosité tourbillonnaire (Baldwin lomag)

#### -Modèle a une équation de transport

- spalrt almaras.
- Baldwin –Barth.

#### -Modèle a deux équations de transport :

- k-ε ; k-l ; k-ω et leurs différentes variantes.

Les modèles précédents s'appuient tous sur l'approximation de boussinesq.

#### -Modèle aux tensions de Reynolds

Equations de transport pour les 6 composantes du tenseur de Reynolds + une échelle de longueur.

## 2 -9-1 Modèles algébriques

### 2-9-1-1 Modèle de longueur de mélange

- ✓ Incomplet (spécifier la longueur de référence pour chaque application)
- ✓ Très précis (référence) pour les cas simples sur lesquels ils sont filtrés.
- ✓ Très mauvais voire inutilisable ailleurs.

Historiquement, la première étape a été franchie par Prandtl, en admettant que la viscosité turbulente est proportionnelle à la valeur absolue du gradient transversal de vitesse (le signe du gradient ne change a priori rien au phénomène lui-même), ce qui s'écrit :

longueur de mélange (hypothèse de Prandtl) :

$$\gamma_{tur} = l^2 \left| \frac{\partial U}{\partial Y} \right| \quad (2.54)$$

Dans cette expression, le coefficient de proportionnalité  $l$  possède la dimension d'une longueur, que Prandtl a appelé longueur de mélange en raison d'une analogie – pas très convaincante – avec la notion de libre parcours moyen en physique statistique. Mais ceci ne fait que déplacer le problème, sans vraiment le résoudre. Si les résultats expérimentaux étaient compatibles avec la condition  $l = \text{cte}$ , la longueur de mélange pourrait être déterminée expérimentalement dans diverses configurations. Malheureusement, la plupart du temps ce n'est pas le cas, surtout au voisinage d'une paroi.

### 2-9-1-2 Le modèle de Baldwin – lomax

est un modèle à deux couches où la viscosité tourbillonnaire est -donnée par deux expressions différentes à l'intérieure de la couche limite et à l'extérieur .

$$\left. \begin{array}{ll} \mu_t = \mu_{ti} & \text{pour } y < y^* \\ \mu_t = \mu_{t0} & \text{pour } y > y^* \end{array} \right\} \quad (2.55)$$

*Y est la distance à la paroi*

*Y\* est la petite valeur pour laquelle*

$$\mu_{ti} = \mu_{t \text{ ecoulement}}$$

à l'intérieur de la couche limite

$$\mu_{ti} = \bar{\rho} l^2 \Omega \quad (2.56)$$

$\Omega = \nabla \wedge \tilde{u}$  le rotationnel de la vitesse qui représente la vorticité.

La longueur  $L$  est évaluée, fonction de la distance a la paroi par la fonction de Von

Diest :

$$L = k_{kar} y [1 - e^{-y^+ A_0^*}] \quad (2.57)$$

$k_{kar} = 0.41$  la constante de Von karman.

$y^+$  Est la distance adimensionnée par le rapport vitesse de frottement :

$$u_{t=} = \sqrt{\tau_w / \rho} \quad (2.58)$$

Et par la viscosité cinématique moléculaire,  $A_0^*$  est une constante a definir plus loin .

  l'extérieur de la couche limite

La viscosité turbulente est définie par

$$\mu_{t0} = \bar{\rho} K C_{cp} F_{wake} F_{kleb} (y ; y_{max} / c_{kleb}) \quad (2.59)$$

La fonction f Wake fournit une évaluation locale de la couche limite

$$F_{wake} = \min [ y_{max} F_{max} ; c_{wk} y_{max} U_{diff}^2 / F_{max} ] \quad (2.60)$$

Ou  $y$  est la distance a la paroi.

$y_{max}$  est la valeur de  $y$  ou  $\Omega$  atteint sa valeur maximale.

$U_{diff}$  est la différence entre la vitesse minimale et maximale dans un profil.

$F_{kleb} (Y, \delta)$  est la fonction d'intermittence de klebanoff calculée en

$$\delta = y_{max} / c_{kleb} \quad (2.61)$$

$$F_{kleb}(y, \delta) = [1 + 5.5 (y / \delta)^6]^{-1} \quad (2.62)$$

Les coefficients de fermeture sont :

Tab 2-1 coefficient de fermeture du modèle Baldwin -lomag

| $k_{kar}$ | $K$    | $A_0^+$ | $C_{cp}$ | $C_{kleb}$ | $C_{wk}$ |
|-----------|--------|---------|----------|------------|----------|
| 0.41      | 0.0168 | 26      | 1.6      | 0.3        | 0.25     |

Ce type de modèle de turbulence était optimiser pour des écoulements bien spécifique, le jet et la couche limite avec un faible gradient de pression il est dit incomplet car on doit définir une longueur de référence pour le jet c'est la longueur de jet pour la couche limite c'est la distance a la paroi mais la difficulté est de définir cette longueur pour des géométries complexes

Pour notre cas d'écoulement réactif ; ce modèle ne peut pas être adaptée.

### 2-9-2-modèle a une équation de transport :

Modèle de Spalart-Allmaras (complet)

- ✓ Très précis pour les couches limites attachées.
- ✓ Bien meilleur que les modèles algébriques pour les couches limites détachées.
- ✓ Implémentation : pas de difficulté numérique.
- ✓ Peu précis pour les écoulements libres (jets).
- ✓ Très erroné pour les écoulements compressibles avec ondes de choc.
- ✓ Adapté et efficace donc pour les applications aéronautiques ( $M < 1$ )

Le défaut principal des modèles algébriques est lié au fait qui ne tiennent pas compte des effets histoire auxquels l'écoulement turbulent est soumis.

Les modèles algébriques reposent sur l'hypothèse que la turbulence ne dépend que des valeurs locales du champ moyen et n'intègrent donc aucun "effet d'histoire" de l'écoulement : seuls les modèles à équations de transport, qui font dépendre la viscosité turbulente de quantités turbulentes transportées par l'écoulement, permettent de rendre compte de cet " effet d'histoire".

Lorsque une couche limite est perturbée le nouvel état d'équilibre n'est atteint qu'a une distance de dis fois l'épaisseur de couche limite en aval de la perturbation ; La particularité des modèles de longueur de mélange est de calculer l'échelle de vitesse non pas à l'aide de k (énergies cinétiques turbulentes) mais par une relation algébrique. Donc afin de tenir en compte des effets d'histoire et de transport de turbulence il faut rajouter une équation supplémentaire de transport de l'énergie cinétique turbulente.

#### 2-9-2-1 équations de bilan de l'énergie cinétique turbulente

A partir de l'équation de quantité de mouvement, en multipliant par  $\hat{u}_i$  puis en effectuant la moyenne temporelle de l'ensemble on a l'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente

$$\frac{\partial(\bar{\rho}k)}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho}u_j k)}{\partial x_j} = \bar{\rho}\tau_{Rij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \overline{\tau_{ij} \hat{u}_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \{ \overline{\tau_{ij} \hat{u}_i} - \rho \hat{u}_j \frac{1}{2} \hat{u}_i \hat{u}_i' - p \hat{u}_j \} - \bar{u}_i \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} + \bar{p} \frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x_i} \quad (2.63)$$

- $\frac{\partial(\overline{\rho k})}{\partial t} + \frac{\partial(\overline{\rho u_j k})}{\partial x_j}$  Variation de l'énergie cinétique turbulente + convection par champ moyen.
- $\overline{\rho \tau_{Rij} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x_j}}$  Production de l'énergie cinétique turbulente.
- $\overline{\tau_{ij} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j}}$  Dissipation de l'énergie cinétique turbulente.
- $\{ \overline{\tau_{ij} \tilde{u}_i} - \rho \tilde{u}_j \frac{1}{2} \tilde{u}_i \tilde{u}_i - p \tilde{u}_j \}$  Diffusion de l'énergie cinétique turbulente.
- $\overline{\tilde{u}_i \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j}}$  Travail des forces de pression.
- $\overline{\dot{p} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_i}}$  travail des forces de dilatation .

### 2-9-2-2 Modélisation des différents termes de l'équation de transport d'énergie

Par analogie avec l'équation de conservation d'énergie on peut reconnaître les termes :

- ❖  $\overline{\tau_{ij} \tilde{u}_i}$ . Est la diffusion moléculaire.
- ❖  $\rho \tilde{u}_j \frac{1}{2} \tilde{u}_i \tilde{u}_i$ . le terme transport turbulent de l'énergie cinétique turbulente.
- ❖  $\overline{\tau_{ij} \tilde{u}_i} \sim \mu \frac{\partial K}{\partial x_j}$ .
- ❖  $\rho \tilde{u}_j \frac{1}{2} \tilde{u}_i \tilde{u}_i \sim \mu_t \frac{\partial K}{\partial x_j}$ .

il n'est pas facile de donner un modèle à  $\overline{\dot{p} \tilde{u}_j}$  la diffusion de la pression donc elle est souvent regroupé avec le terme transport turbulent de l'énergie cinétique turbulente.

- ❖  $-\rho \tilde{u}_j \frac{1}{2} \tilde{u}_i \tilde{u}_i - p \tilde{u}_j \sim \frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial K}{\partial x_j}$ . ou  $\sigma_k$  est un coefficient constant.
- ❖ Le terme  $\overline{\tau_{ij} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j}}$  représente la dissipation de l'énergie cinétique turbulente due

$$\text{aux contraintes visqueuses } \overline{\rho \varepsilon} = \overline{\tau_{ij} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j}}$$

En incompressibles les deux termes  $\overline{\tilde{u}_i \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j}} + \overline{\dot{p} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_i}}$  sont nul car  $\overline{\tilde{u}_i}$  est nul lorsque il y'a pas de fluctuations de masse volumique.

- ❖  $\overline{\tilde{u}_i \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j}}$  le travail effectué par le gradient de pression moyen contre la fluctuation de vitesse.

- ❖  $\rho \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_i}$  Représente le travail effectué par la fluctuation de pression pour dilater un tourbillon.

Ses deux termes posent des sérieux problèmes en modélisation, faute de l'approximation valable ils sont négligés.

L'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente est :

$$\frac{\partial(\overline{\rho k})}{\partial t} + \frac{\partial(\overline{\rho u_j k})}{\partial x_j} = \overline{\rho \tau_{Rij}} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} - \overline{\rho \varepsilon} + \left( \frac{\mu_t}{\sigma_k} + \mu \right) \frac{\partial K}{\partial x_j} \quad (2.64)$$

Production  $\overline{\rho \tau_{Rij}} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j}$

Dissipation  $\overline{\rho \varepsilon}$ .

Diffusion  $\left( \frac{\mu_t}{\sigma_k} + \mu \right) \frac{\partial K}{\partial x_j}$

### 2-9-3 modèle de Spalart Almaras

En 1992 Spalart et Almars proposent d'écrire une équation de transport pour la viscosité tourbillonnaire et de respecter comme tout modèle de turbulence les 8 règles afin d'avoir un modèle complet :

Fermeture – dimensionnellement homogène – complet – objective – réalisable – universelle consistant avec les cdl – robuste.

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\overline{\rho \tilde{\gamma}})}{\partial t} + \frac{\partial(\overline{\rho \tilde{u}_j \tilde{\gamma}})}{\partial x_j} &= c_{b1} \overline{\rho \tilde{s}} \tilde{\gamma} - c_{w1} f_{w1} \overline{\rho} \left( \frac{\tilde{\gamma}}{y} \right)^2 + \\ \frac{1}{\sigma} \frac{d}{dx_j} \left[ \overline{\rho \gamma} + \tilde{\gamma} \right] \frac{\partial \tilde{\gamma}}{\partial x_j} + c_{b2} \overline{\rho} \frac{\partial \tilde{\gamma}}{\partial x_j} \frac{\partial \tilde{\gamma}}{\partial x_j} \mu_t &= \\ \overline{\rho \tilde{\gamma}} f_{v1} & \end{aligned} \quad (2.65)$$

Et avec les coefficients de fermeture et les relations auxiliaire suivantes :

$$\chi = \frac{\tilde{\gamma}}{y}, f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + c_{v1}} \quad (2.67)$$

$$f_{v2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{v1}} \quad (2.68)$$

$$r = \frac{\tilde{\gamma}}{\tilde{s} k^2 y^2} \quad (2.69)$$

$$\tilde{s} = \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}} + \frac{\tilde{\gamma}}{k y^2} f_{v2} \tag{2.70}$$

$$f_w = g \left[ \frac{1+c_{w3}^6}{g^6+c_{w3}^6} \right]^{\frac{1}{6}} \tag{2.71}$$

$$g = r + c_{w2} (r^6 - r) \tag{2.72}$$

Tab 2-2 coefficients de fermeture modèle Spalart Almaras

| $c_{b1}$ | $c_{b2}$ | $\sigma$      | $k_{kar}$ | $c_{w2}$ | $c_{w3}$ | $c_w$  |
|----------|----------|---------------|-----------|----------|----------|--|
| 0.1355   | 0.622.   | $\frac{2}{3}$ | 0.41      | 0.3      | 2        | $\frac{c_{b1}}{k^2} + (1 + \frac{c_{b2}}{\sigma})$ |

Ou :  $\Omega_{ij} = \frac{1}{2} (\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} - \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i})$  est la tenseur rotation moyenne, comme toute équation de transport on a :

$c_{b1} \bar{\rho} \tilde{s} \tilde{\gamma}$  : Terme de production de la viscosité tourbillonnaire.

$c_{w1} f_{w1} \bar{\rho} \left(\frac{\tilde{\gamma}}{y}\right)^2$  . Terme de dissipation de la viscosité tourbillonnaire.

$\frac{1}{\sigma} \frac{d}{dx_j} [ \bar{\rho} \tilde{\gamma} + \tilde{\gamma} ] \frac{\partial \tilde{\gamma}}{\partial x_j} + c_{b2} \bar{\rho} \frac{\partial \tilde{\gamma}}{\partial x_j} \frac{\partial \tilde{\gamma}}{\partial x_j}$ . Terme de diffusion.

Ce modèle est complet car il ne nécessite pas une échelle de longueur pour le calcul de la viscosité tourbillonnaire, toute fois le terme production et dissipation dépendent toujours de la distance a l a paroi y mais cette dépendance est moine forte que dans le cas des modèles algébriques.

### 2-9-4 Modèles a deux équations

Pour décrire l, l'échelle de longueur consiste à écrire une équation de transport pour cette quantité ou bien pour une autre quantité permettant de la décrire d'une façon indirecte.

Les modèles a deux équations font intervenir des équations de transport pour les couples :k-ε ; k-ω ; k-l

k-ε → ε~k<sup>3/2</sup> l. c'est la dissipation spécifique de l'énergie cinétique turbulente..

k-ω → ω= $\frac{\epsilon}{k} \sim \frac{k^2}{l}$  c'est la dissipation spécifique de l'énergie cinétique turbulente.

$k-\tau \rightarrow \tau = \frac{k}{\epsilon} \sim k^{-1} l$  c'est le temps caractéristique de la turbulence.

Le choix de la deuxième variable influence la robustesse et la précision des résultats.

### 2-9-4 Les modèles k- $\epsilon$

- ✓ Très majoritairement utilisé jusque dans les années 1990.
- ✓ Prédiction correctes pour écoulements libres (sillage, couche de mélange, jets) sauf pour le jet rond.
- ✓ Prédiction correctes pour couches limites attachées.
- ✓ Imprécis pour couches limites avec  $\nabla p$  défavorable, encore pire pour séparation.
- ✓ Très erroné pour les écoulements compressibles avec ondes de choc.
- ✓ Plusieurs variantes (Standard, RNG, Réalisable, low-Re)
- ✓ Implémentation : difficulté numérique proche paroi.

#### 2-9-4-1 Equation de transport de K

$$\frac{\partial(\overline{\rho k})}{\partial t} + \frac{\partial(\overline{\rho u_j k})}{\partial x_j} = 2 \mu_t S_{ij} S_{ij} - \overline{\rho \epsilon} + \left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} + \mu\right) \frac{\partial K}{\partial x_j} + p_b \quad (2.73)$$

$$p_b = \beta'' g_i \frac{\mu_t}{\rho \tau_t} \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (2.74)$$

#### 2-9-4-2 Equation de transport d'epsilon

L'idée est d'écrire une équation exacte pour la dissipation turbulente et de trouver des nouvelles approximations pour qui y apparaissait en appliquant l'opérateur suivant sur l'équation de quantité de mouvement :

$$2\gamma \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial}{\partial x_j} [\text{EQ, Quantité, demvt}] = 0 \quad (2.75)$$

Ce qui conduit à :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \overline{u_j} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} = \\ & -2\gamma \left[ \overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_k}} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_j}} \right] \\ & - 2\gamma \overline{\frac{\partial u_k}{\partial x_j} u_k} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_k \partial x_j} - 2\gamma \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_m} \frac{\partial u_k}{\partial x_m} - 2\gamma^2 \overline{\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_k \partial x_m} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_k \partial x_m}} \\ & + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \gamma \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} - \overline{\gamma u_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_m} \frac{\partial u_i}{\partial x_m} - 2 \frac{\gamma}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_m} \frac{\partial u_j}{\partial x_m} \right] \quad (2.76) \end{aligned}$$

- Le terme :  $2\gamma \left[ \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_k} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_k} + \frac{\partial \overline{u_k}}{\partial x_i} \frac{\partial \overline{u_k}}{\partial x_j} \right] \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j}$  est la production de la dissipation.
- Le terme :  $2\gamma \frac{\partial \overline{u_k}}{\partial x_j} \overline{u_k} \frac{\partial^2 \overline{u_i}}{\partial x_k \partial x_j} - 2\gamma \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_k} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_m} \frac{\partial \overline{u_k}}{\partial x_m} - 2\gamma^2 \frac{\partial^2 \overline{u_i}}{\partial x_k \partial x_m} \frac{\partial^2 \overline{u_i}}{\partial x_k \partial x_m}$

Est la dissipation de la dissipation.

- Le terme :  $\frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \gamma \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} - \gamma \overline{u_j} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_m} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_m} - 2 \frac{\gamma}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_m} \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_m} \right]$  est la somme de la diffusion turbulente de la dissipation et le transport turbulent de la dissipation.

Cette équation est beaucoup plus compliqué que l'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente et fait intervenir plusieurs nouvelle corrélations doubles et triples il n'est pas facile de proposer des approximations rigoureuses pour les nouveaux termes ni de les mesurer avec un degré de fiabilité l'équation de epsilon continue à faire appelle à des approximations lourdes .

Il est indispensable de savoir que le modèle  $\varepsilon - k$  est applicable aux écoulements à nombre de Reynolds élevé.

### 3-9-4-1 Le modèle k-ε STANDARD

$$\frac{\partial(\overline{\rho k})}{\partial t} + \frac{\partial(\overline{\rho u_j k})}{\partial x_j} = 2 \tau_{RIJ} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \overline{\rho \varepsilon} + \left( \frac{\mu_t}{\sigma_k} + \mu \right) \frac{\partial K}{\partial x_j} + p_b$$

$$\frac{\partial(\overline{\rho \varepsilon})}{\partial t} + \frac{\partial(\overline{\rho u_j \varepsilon})}{\partial x_j} = c_{\varepsilon 1} \frac{\overline{\rho \varepsilon}}{k} \tau_{RIJ} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} - c_{\varepsilon 2} \frac{\overline{\rho \varepsilon^2}}{k} + \left( \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} + \mu \right) \frac{\partial K}{\partial x_j} + c_{\varepsilon 1} c_{\varepsilon 3} \frac{\varepsilon}{k} \frac{\overline{\rho \varepsilon}}{k} p_b \quad (2.78)$$

$$\mu_t = c_\mu \frac{\overline{\rho k^2}}{\varepsilon} \quad (2.79)$$

$p_b$ . La production de la l'énergie cinétique turbulente due aux forces de volume.

$$p_b = \beta'' g_i \frac{\mu_t}{\rho \tau_t} \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (2.80)$$

$g_i$ . Est la composante du vecteur gravité dans la direction i.

$\rho \tau_t = 0.85$ . Pour le modèle k epsilon standards et réalisables.

Terme de production de la dissipation  $c_{\varepsilon 1} \frac{\overline{\rho \varepsilon}}{k} \tau_{RIJ} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j}$ .

Terme de la production de l'énergie cinétique turbulente  $2 \tau_{RIJ} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j}$ .

Terme de dissipation de la dissipation  $c_{\varepsilon 1} \frac{\bar{\rho} \varepsilon^2}{k}$ .

Terme de dissipation l'énergie cinétique turbulente  $\bar{\rho} \varepsilon$ .

Terme de la somme de la diffusion et le transport turbulent de l'énergie cinétique turbulente  $(\frac{\mu_t}{\sigma_k} + \mu) \frac{\partial K}{\partial x_j}$ .

Tab 2-3 coefficients de fermeture modèle k-epsilon standard

| $c_{\varepsilon 1}$ | $c_{\varepsilon 2}$ | $c_{\mu}$ | $\sigma_k$ | $\sigma_{\varepsilon}$ |
|---------------------|---------------------|-----------|------------|------------------------|
| 1.44                | 1.92                | 0.09      | 1          | 1.3                    |

$$c_{\varepsilon 3} = \tanh \left| \frac{u}{v} \right| \quad (2.81)$$

.  $u$  Est la composante de la parallèle de la vitesse de l'écoulement au vecteur gravitationnelle

.  $v$  est la composante de la vitesse perpendiculaire au vecteur gravitationnelle

#### 2-9-4-2 Le modèle k-ε RNG

Le modèle RNG, développé par le groupe de renormalisation (Yakhot & Smith, 1992) consiste en une estimation au cours du calcul de la constante,  $c_{\varepsilon 2}$  remplacée dans l'équation de dissipation par  $c'_{\varepsilon 2}$  donnée par l'expression (3.32). Cette expression ajoute un terme fonction du taux de déformation  $\eta$  à l'équation du taux de dissipation le rendant ainsi moins diffusif.

$$c'_{\varepsilon 2} = c_{\varepsilon 2} + \frac{c_{\mu} \eta^3 (1 - \frac{\eta_1}{\eta_0})}{1 + \beta \eta^3} \quad (2.82)$$

$$\eta = \frac{SK}{\varepsilon} \quad \text{ou } s = \sqrt{2 s_{ij} s_{ij}} \quad (2.83)$$

La différence principale entre la version standard et RNG  $\varepsilon - k$  est dans l'équation du taux de la dissipation turbulente d'énergie. Dans les écoulements à taux de contraintes élevés, le modèle RNG prévoit une faible viscosité turbulente (c'est-à-dire un taux de dissipation  $\varepsilon$  élevé et une production de turbulence  $k$  faible) que le modèle standard. Bien que le modèle  $k - \varepsilon$  RNG a été découvert pour faire mieux que le modèle standard pour les écoulements avec une grande courbure des lignes de courant, et aussi non

encore validé intensivement par les chercheurs que le modèle k-ε . La version standard de k-ε et k-ε RNG est valide pour les écoulements turbulents loin des parois.

Tableau 2-4 des constantes du modèle k-ε RNG:

| $c_{\epsilon 1}$ | $c_{\epsilon 2}$ | $c_{\mu}$ | $\eta_0$ | $\sigma_{\epsilon}$ | $\beta$ | $\sigma_k$ |
|------------------|------------------|-----------|----------|---------------------|---------|------------|
| 1.42             | 1.68             | 0.085     | 4.38     | 0.7179              | 0.015   | 0.7179     |

**2-9-4-3 Le modèle k-ε réalisable :**

Un développement récent est le modèle Réalisable K-Epsilon que Shih et d'autres ont développés.

Ce modèle contient une nouvelle équation de transport pour la vitesse de dissipation turbulente. En outre, un coefficient critique du modèle, est exprimé en fonction du débit moyen et des propriétés de turbulence, plutôt que supposé être constant comme dans le modèle standard. Cette procédure permet au modèle de satisfaire certaines contraintes mathématiques. Le concept de variation est également cohérent avec les observations expérimentales dans les couches limites. Le modèle K-Epsilon réalisable est nettement meilleur que le modèle standard K-Epsilon pour de nombreuses applications et peut généralement être utilisé pour donner des réponses au moins aussi précises.

$$\frac{\partial(\bar{\rho}k)}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho}u_j k)}{\partial x_j} = 2 \tau_{RIJ} \frac{\partial \bar{U}_I}{\partial x_j} \bar{\rho} \epsilon + \left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} + \mu\right) \frac{\partial K}{\partial x_j} + p_b$$

$$\frac{\partial(\bar{\rho}\epsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho}u_j \epsilon)}{\partial x_j} = c_1 \frac{\bar{\rho}\epsilon}{k} \tau_{RIJ} \frac{\partial \bar{U}_I}{\partial x_j} - c_{\epsilon 2} \frac{\bar{\rho}\epsilon^2}{k + \sqrt{\gamma\epsilon}} + \left(\frac{\mu_t}{\sigma_{\epsilon}} + \mu\right) \frac{\partial K}{\partial x_j} + c_{\epsilon 1} c_{\epsilon 3} \frac{\epsilon}{k} \frac{\bar{\rho}\epsilon}{k} p_b \quad (2.84)$$

$$\mu_t = c_{\mu} \frac{\bar{\rho}k^2}{\epsilon} \quad (2.85)$$

$$c_{\mu} = \frac{1}{A_0 + A_s k \frac{u^*}{\epsilon}} \quad (2.86)$$

$$u^* = \sqrt{\bar{\Omega}_{ij} \bar{\Omega}_{ij} + S_{ij} S_{ij}} \quad (2.87)$$

$$\widetilde{\Omega}_{ij} = \overline{\Omega}_{ij} - 3\varepsilon_{ij}\omega_k \tag{2.88}$$

$\omega_k$  : la vitesse angulaire.

$\overline{\Omega}_{ij}$  est le tenseur du taux de rotation moyen vu dans un repère tournant avec la vitesse angulaire  $\omega_k$ .

Tab 2-5 coefficients de fermeture modèle k-ε réalisable

| $A_0$ | $A_s$                | $\Phi$                              | $W$  |
|-------|----------------------|-------------------------------------|--|
| 4.04  | $\sqrt{6} \cos \phi$ | $\frac{1}{3} \cos^{-1}(\sqrt{6} W)$ | $\frac{S_{ij}S_{jk}S_{ki}}{\sqrt{S_{ij}S_{ij}}}$ |

### 2-9-5 les modèles k-ω

#### 2-9-5-1 Le modèle k-ω standard

- ✓ Aujourd’hui très utilisé.
- ✓ Bonne prédiction des écoulements libres.
- ✓ Bonne prédiction de couche limites (tout type).
- ✓ Correct pour les écoulements compressibles avec ondes de choc.
- ✓ Implémentation : pas de difficulté numérique!
- ✓ .pas précis pour les Conditions limites turbulentes.

Wilson en 1998 propose deux équations une pour l’énergie cinétique turbulente et une autre pour la dissipation spécifique.

$$\frac{\partial(\overline{\rho k})}{\partial t} + \frac{\partial(\overline{\rho u_j k})}{\partial x_j} = 2 \tau_{RIJ} \frac{\partial \widetilde{u}_i}{\partial x_j} \overline{\rho} \varepsilon + \left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} + \mu\right) \frac{\partial K}{\partial x_j} + p_b$$

$$\frac{\partial(\overline{\rho \omega})}{\partial t} + \frac{\partial(\omega \overline{\rho u_j})}{\partial x_j} = \alpha \frac{\omega \overline{\rho}}{k} \tau_{RIJ} \frac{\partial \widetilde{u}_i}{\partial x_j} - \beta \omega^2 \overline{\rho} + (\sigma \mu_t + \mu) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \tag{2.89}$$

$$\mu_t = \overline{\rho} \frac{k}{\omega} \tag{2.90}$$

Tab 2-6 Constantes du modèle k- $\omega$  :

| $\alpha$      | $\beta$        | $\sigma$ |
|---------------|----------------|----------|
| $\frac{5}{9}$ | $\frac{3}{40}$ | 0.05     |

Ce modèle présente l'avantage a k-epsilon de ne pas comporter des fonctions d'amortissements donc ne nécessite pas un traitement particulier le comportement pariétal de  $\omega$  s'écrit

Lorsque  $y \rightarrow 0$

$$\omega_p = \frac{6\gamma}{\beta y^2} \quad (2.91)$$

La condition sur  $\omega$  ne peut être écrite directement à la paroi, en  $y=0$  mais seulement à son voisinage immédiat au point correspondant à la première maille voisine nécessaire bien visualiser certains phénomènes tel que le décollement, le recollement et le transfert de chaleur.

Si le modèle de Wilcox ne nécessite aucune fonction de paroi, de nombreuses applications ont montré sa sensibilité dans la région extérieure, les modèles de type k-epsilon nécessitent des corrections dans a la paroi donc un raffinement dans les régions proche de parois est la région paroi mais sont peu sensibles aux conditions extérieures d'où l'idée de monter de coupler les deux modèles pour profiter des avantages de l'un par rapport à l'autre.

### 2-9-5-2 Le modèle k-w sst :

- ✓ Aujourd'hui très utilisé.
- ✓ Switch de k- $\omega$  en proche paroi à k- $\epsilon$  loin de parois.
- ✓ Cumule avantages et inconvénients de chacun des modèles dans leur zone d'application.
- ✓ Son succès tient à son aptitude à relier les forces des modèles k- $\epsilon$  et k- $\omega$ , à savoir la capacité du premier à bien prédire les écoulements libres en réduisant la dépendance sur les conditions limites turbulentes et celle du deuxième pour les couches limites. C'est principalement pour ces raisons que ce modèle est l'un des plus utilisés actuellement.

Les équations de k-epsilon sont écrites en variables k-oméga et une fonction de raccord F1 est introduite, afin de passer du modèle de wilcox a la parois ou (F1= 1 ) au modèle

pseudo l-epsilon a l'extérieure de la couche limite ou ( F1=0 ). Le modèle k-oméga sst de Monter

s'écrit:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\bar{\rho}k)}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho}u_j k)}{\partial x_j} &= \tau_{RIJ} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \bar{\rho} - \beta_M^* \omega k \bar{\rho} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\sigma_M^* \mu_t + \mu) \frac{\partial K}{\partial x_j} \\ \frac{\partial(\bar{\rho}\omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\omega \bar{\rho} u_j)}{\partial x_j} &= \alpha_M \frac{\omega \bar{\rho}}{k} \tau_{RIJ} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \beta_M \omega^2 \bar{\rho} + \frac{\partial}{\partial x_j} [(\sigma_M \mu_t + \mu) \frac{\partial \omega}{\partial x_j}] + \\ &2(1-F1) \bar{\rho} \sigma_{w2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial K}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (2.92)$$

Le terme  $2(1-F1) \bar{\rho} \sigma_{w2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial K}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}$  est la diffusion croisée.

$$F1 = \tanh \left\{ \min \left[ \max \left( \frac{\sqrt{k}}{0.09 \omega y}; \frac{500 \gamma}{y^2 \omega} \right); \frac{4 \bar{\rho} K \sigma_{w2}}{CD_{kw} y^2} \right] \right\}^4 \quad (2.93)$$

$$CD_{kw} = \max \left( 2 \sigma_{w2} \bar{\rho} \frac{1}{\omega} \frac{\partial K}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}; 10^{-20} \right) \quad (2.94)$$

$$\sigma_{w2} = \frac{1}{\sigma_\epsilon} \quad (2.95)$$

Les constantes du modèle Monter notés M ; sont obtenus en combinant chaque constante correspondante du modèle de wilcox que nous allons appelés  $\phi_1$  avec la constante correspondante de k- epsilon que nous allons notés ;  $\phi_2$  via la fonction F1 :

$$\phi_M = F1 \phi_1 + (1 - F1) \phi_2 \quad (2.96)$$

Le modèle de Monter se diffère du modèle de wilcox, non seulement par les coefficients utilisés mais aussi par la diffusion croisée qui apparaissent dans l'équation de epsilon modifié ; l'effet de ce terme est la réduction de taux de production de K pour les écoulements libres cisailés ce qui améliore la précision du modèle pour ce type d'applications .

Monter a proposé une modification de l'expression de la viscosité tourbillonnaire

$$\mu_t = \frac{k a_1 \bar{\rho}}{\max(a_1 \omega; \Omega F2)} \quad (2.97)$$

C'est une correction :

Si la dissipation est plus importante que la production de l'énergie cinétique le  $\max(a_1 \omega; \Omega F2) = \Omega F2$  l'expression de la viscosité tourbillonnaire sera modifié.

Si non le max =  $a_1 \omega$  l'expression de sera pas modifié.

F2 est une fonction définie de manière analogue a F1 et  $\Omega$  est le module du rotationnel de vitesse.

$$F2 = \tanh \left\{ \left[ \max \left( \frac{\sqrt{k}}{0.09 \omega y}; \frac{500y}{y^2 \omega} \right) \right] \right\}^4 \quad (2.98)$$

Tab 2-6 constantes du modèle k- $\omega$

| $\sigma^*$ | $\Sigma$ | B     | $\alpha_1$ | $\beta^*$ | K    | $\alpha$  |
|------------|----------|-------|------------|-----------|------|---|
| 0.85       | 0.5      | 0.075 | 0.31       | 0.09      | 0.41 | $\frac{\beta}{\beta^*} - \frac{\sigma K^2}{\sqrt{\beta^*}}$ |

### 2-10 couches limite

Une des limitations les plus communes des modèles k- $\epsilon$ , k- $\omega$  et k- $l$  standards, est leur incapacité à prédire les écoulements près des parois. En effet, les applications pratiques font en général intervenir des parois solides près desquelles les hypothèses énoncées ci-dessus ne sont plus valides. Comme on peut le voir sur la figure 2-5, les tourbillons sont contraints dans la direction normale par la paroi à travers de laquelle ils ne peuvent pas passer. À une distance  $\delta$  de la paroi, seules des structures plus petites que  $\delta$  peuvent se développer; plus on se rapproche de la paroi, plus les tourbillons pouvant exister sont donc petits. À une distance inférieure à la longueur de Kolmogorov  $l$ , les tourbillons pouvant se former sont plus petits que la taille des perturbations que l'écoulement peut amplifier. Ils sont alors systématiquement dissipés par la viscosité. L'écoulement devient laminaire. En revanche, parallèlement aux parois il n'y a aucune contrainte sur les tourbillons, comme on peut le voir à la Figure (b). À une distance de l'ordre de l'échelle de Kolmogorov, seuls des tourbillons parallèles à la paroi peuvent être entretenus par l'écoulement : la turbulence devient anisotrope. Ainsi, l'hypothèse de Boussinesq n'est plus vérifiée: il n'y a plus d'isotropie, les tourbillons sont rares et du même ordre de grandeur que l'écoulement principal. Les modèles de turbulence classiques n'étant plus valides près des parois, ces zones nécessitent un traitement spécial.

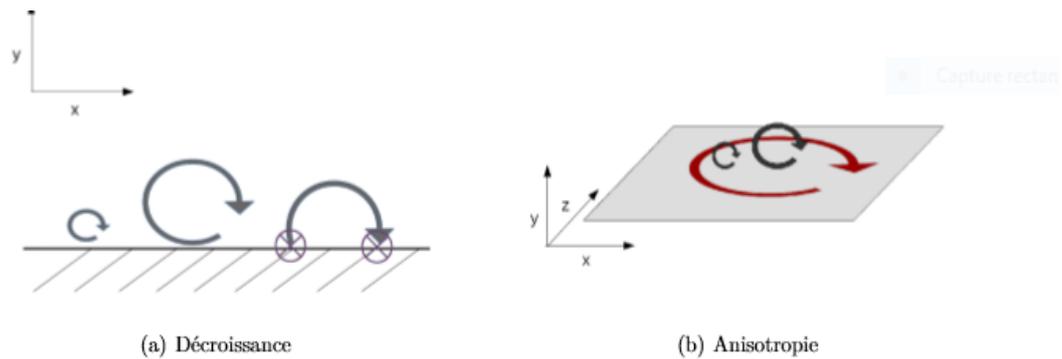


Fig 2-5 anisotropie couche limite [87]

### 2-10-1 Définition de la couche limite

On définit généralement la couche limite comme une région de faible épaisseur produite par l'écoulement d'un fluide visqueux en présence d'un obstacle. Une couche limite est qualifiée de laminaire, quand la valeur du nombre de Reynolds  $Re$  (ordre de grandeur du rapport des forces d'inertie sur les forces visqueuses) est inférieur à une valeur critique, d'environ  $3 \times 10^5$ ; dans le cas contraire elle est qualifiée de turbulente.

Les corrections apportées aux modèles de turbulence s'appuient sur l'étude des couches limites. Celles-ci se forment en présence d'un écoulement tangent à une paroi, elles sont dues aux conditions de non glissement et non pénétrations qui imposent une vitesse nulle à la paroi. Ce qui les rend particulièrement intéressantes sont les nombreuses simplifications qu'elles amènent. En effet, l'écoulement devient localement quasi-unidimensionnel, l'échelle de variation des grandeurs selon les directions tangentielles est très grande devant l'échelle de variation des grandeurs selon la direction normale. La vitesse normale est alors très petite devant la vitesse tangentielle et intervient sous forme d'une perturbation. L'idéalisation d'une couche limite correspond à une plaque plane infiniment mince, semi infinie plongée dans un écoulement uniforme.

Les écoulements turbulents sont sensiblement influencés par la présence des parois. Dans les zones très proches des parois, les effets de viscosité réduisent les fluctuations des vitesses tangentielles. En dehors de la zone de proche paroi, la turbulence apparaît plus rapidement par la production d'énergie cinétique turbulente due au gradient de vitesse moyenne.

La modélisation des zones de proche paroi a un impact significatif sur les résultats de la simulation numérique car la présence des parois constitue la principale source de vorticités et de turbulence et les variables de l'écoulement turbulent y présentent un fort gradient. Demeurent valables pour le calcul des écoulements turbulents loin des parois,

cependant ces modèles doivent être développés initialement pour être appliqués dans toute l'étendue de la couche limite à condition que la résolution du maillage soit satisfaisante.

Dans la région proche à la paroi les grandeurs cinématiques sont généralement reliés aux paramètres internes de la couche limite à savoir  $u_\tau$  la vitesse de frottement à la paroi et la viscosité cinématique ; alors on définit les grandeurs moyennes adimensionnées tel que  $\overline{u}^+$  et  $y^+$  par :

$$\overline{u}^+ = \frac{\overline{u}}{u_\tau} \quad \text{et} \quad y^+ = \frac{y u_\tau}{\nu} \quad (2.99)$$

Dans la région externe d'autres paramètres peuvent intervenir comme l'épaisseur de la couche limite et la vitesse de l'écoulement extérieur

Beaucoup d'expériences ont montré que la région proche paroi peut être divisée en trois couches :

**a)- La sous couche visqueuse  $0 < y^+ < 5$**

5 où la contrainte visqueuse est supérieure à la contrainte turbulente. Dans cette région le profil de vitesse moyenne est linéaire l'écoulement est presque laminaire

$$\overline{u}^+ = y^+$$

**b)- Une deuxième région  $5 < y^+ < 200$**

Où la production et la dissipation de l'énergie cinétique turbulente sont dominantes. Elle se compose de deux zones :

**"Zone tampon" appelée aussi "buffer layer"  $5 < y^+ < 30$**

Une zone intermédiaire entre la sous couche visqueuse et la zone logarithmique associe les effets de la turbulence et les effets de la viscosité sont définie ;

Où la contrainte est partagée entre contrainte visqueuse et tenseur de Reynolds; le profil de vitesse dans cette zone n'a pas de forme fonctionnelle analytique.

**zone logarithmique  $30 < y^+ < 300$  :**

Où la contrainte est dominée à 99% par la contrainte turbulente (tenseur de Reynolds). Dans ce cas, on peut montrer que le profil de vitesse a pour forme fonctionnelle:

$$\overline{u^+} = \frac{1}{k} \ln y^+ + B \quad (2.100)$$

$K$  = constante de Von karman égale a 0.41

$B$  : proche de 5.

La sous couche visqueuse et cette deuxième région constituent la région interne de la couche limite turbulente et qui correspond à la zone  $y < 0.2 \delta$ . Autrement dit 20 pourcent de l'épaisseur de la couche limite.

### c- région externe

Où la structure de l'écoulement est entièrement contrôlée par la turbulence. Elle est valable pour  $y > 0.2 \delta$  ; donc 80 pourcent de la couche limite. Dans cette région, on parle de loi de vitesse qui est donnée par:

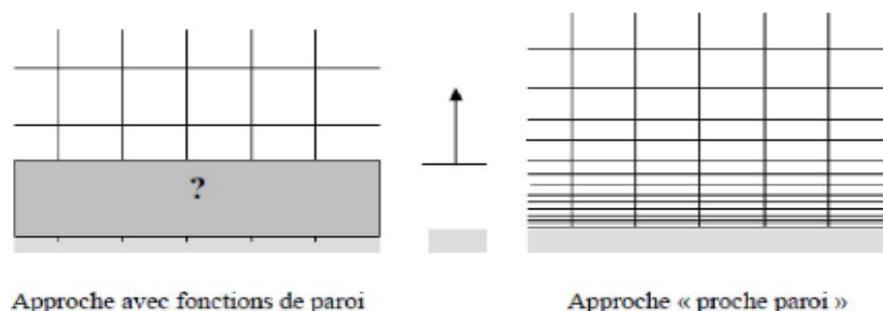
$$\frac{u_\infty - \overline{u}}{u_\tau} = \Phi\left(\frac{y}{\delta}\right) \quad (2.101)$$

La fonction  $\Phi$ , n'est pas universelle car elle peut être influencée par de nombreux paramètres comme le gradient de pression, le nombre de Reynolds ou les conditions de développement de la couche limite en amont de l'abscisse  $x$ .

### 2-11 modélisation de l'écoulement en proche de la paroi

Il existe deux approches pour modéliser l'écoulement en proche paroi. La première approche consiste à ne pas résoudre l'écoulement dans la région de la sous couche visqueuse et d'appliquer des fonctions empiriques dites fonctions de paroi. Cependant, l'utilisation de ces fonctions exige la modification et l'adaptation des modèles de turbulence pour tenir compte de la présence des parois dans l'écoulement.

Dans la deuxième approche, les modèles de turbulence sont adaptés afin de résoudre toutes les sous-couches  $y$  compris la sous couche-visqueuse, cette approche appelée approche proche paroi nécessite un maillage très raffiné près des parois. Figure (3-6) résume la différence entre ces deux approches



**Fig 2-6** modélisation d'une parois [88]

Dans la plupart des écoulements turbulents à haut Reynolds, l'approche basée sur fonctions de paroi réduit considérablement les besoins en ressources informatiques.

Cette approche demeure très populaire pour sa robustesse, son économie et sa précision, et elle est largement utilisée dans beaucoup d'applications industrielles.

Cependant, cette approche est inadéquate pour la modélisation des écoulements où les effets liés aux bas Reynolds sont prépondérants et les hypothèses concernant les fonctions de paroi ne sont plus valables.

FLUENT propose trois méthodes par défaut pour traiter la turbulence près des parois : les fonctions standard de parois (Standard Wall-Functions), les fonctions de parois non-équilibrées (Non-equilibrium wall-fonctions) et un traitement amélioré des lois de parois (Enhanced wall treatment). Dans chacun de ces cas, une vérification a posteriori doit être faite afin de vérifier le maillage.

Dans le cas de la CFD, il est donc important de choisir puis de contrôler la taille de la première maille de couche limite, c'est-à-dire la valeur de  $y^+$ .

Cela se fait en regardant les valeurs que prend  $y^+$  :

- -Pour les Standard ou Non-equilibrium wall functions, il faut que chaque centre de cellules soit situé dans la région log c'est-à-dire:  $30 < y^+ < 200$  il est préférable de s'approcher de la limite inférieure :  $y^+ \approx 30$
- -Dans tous les cas, il faut éviter un maillage trop fin car les lois de parois ne sont plus valides dans la sous-couche visqueuse. Il est également préférable d'éviter la couche "tampon" (buffer layer) c'est-à-dire  $y^+ = 5 \sim 30$ .
- -Tous les modèles de turbulence sont indépendants de  $y^+$  Cependant, la sélection de la fonction de paroi la plus appropriée dépend du niveau de raffinement de notre paroi adjacent au maillage, ou des échelles relatives de notre écoulement. L'utilisation de la fonction de paroi implique que notre maillage de couche limite se trouve entièrement dans la région de loi.

Tab 2-7 : Principales options de traitement des parois pour Fluent

| Lois de paroi                       | Domaine de validité | Utilisation  |
|-------------------------------------|---------------------|--|
| Standard Wall fonction<br>(Fluent)  | $30 < y^+ < 300$    | A utiliser avec un standard $k-\epsilon$ , lorsqu'il n'y a pas de gros gradient de pression adverse.   |
| Non equilibrium wall fonction       | $30 < y^+ < 300$    | Conçu pour des situations plus complexes impliquant détachement, impacts, recirculations (à utiliser donc plutôt en combinaison avec un RNG ou Réalisable $k-\epsilon$ ) |
| Enhanced wall treatment<br>(Fluent) | $y^+$ proche de 1   | Dans le cas de nombre de Reynolds intermédiaire dispose d'options permettant de mieux prendre en compte les transferts thermiques.                                       |

## 2-11 modèle de combustion

Les flammes ne mettent pas en jeu seulement les phénomènes chimiques mais aussi le phénomène physique et dynamique tel que le transport des gaz par convection et diffusion.

Pour une flamme quelconque les gaz s'échappent avec une certaine vitesse à cause de la pression du réservoir lorsque on enflamme, il s'établit une zone de réaction au milieu du mélange, qui ne peut se maintenir que lorsque les gaz et l'air sont mélangés et continuent à se mélanger en permanence et tant que les gaz s'échappent, d'une autre part les gaz s'échappent et la chaleur dégagée, ont aussi tendance à se mélanger; nous allons expliquer brièvement la nature des phénomènes de transport par diffusion et convection et donner les lois et les équations de l'aérodynamique; les modèles mathématiques ainsi que l'effet de la turbulence sur la combustion et l'effet de la combustion sur la turbulence.

### 2-11-1 diffusion moléculaire

Loi de Fick :

$$\vec{J}_i = -\rho \overrightarrow{\text{grad}} y_i \quad (2.102)$$

avec :

- $j_i$ : Le flux des gaz.
- $y_i$  la fraction molaire de l'espèce  $i$ .
- $D_i$  le coefficient de diffusion de l'espèce  $i$ , L

## 2 11-2 convections de chaleur :

Loi de Fourier :

$$\vec{J}_q = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}} T \quad (2.103)$$

Ce flux est le seul qui existe lorsque le milieu est composé d'un seul type de molécules. Mais il n'est pas le seul lorsque le gaz est un mélange non homogène de plusieurs espèces et que la masse de chaque espèce est susceptible de diffuser dans le milieu ; dans ce cas le choc entre les molécules et ainsi la diffusion moléculaire elle-même contribuent à la transmission de l'énergie interne.

Donc le flux de diffusion de l'énergie interne,  $j_u$ , n'est que la somme de flux d'énergie et le flux de masse de chaque espèce pondéré par l'énergie interne massique de celle-ci.

On écrit donc

$$\vec{J}_u = \vec{J}_q + \sum_1^n h_i j_i \quad (2.104)$$

Donc la loi de Fourier pour un mélange parfait, écrit avec des grandeurs thermodynamiques

$$h = \sum_1^n Y_i h_i(T) \quad (2.105)$$

$$\overrightarrow{\text{grad}} h = \sum_1^n h_i \overrightarrow{\text{grad}} Y_i + \sum_1^n \frac{dh_i(T)}{dT} \overrightarrow{\text{grad}} T \quad (2.106)$$

$$\frac{dh_i(T)}{dT} = C_{p_i} \quad (2.107)$$

Donc

$$\vec{J}_q = -\frac{\lambda}{\sum_1^n y_i C_{p_i}} \overrightarrow{\text{grad}} h + \frac{\lambda}{\sum_1^n y_i C_{p_i}} \sum_1^n h_i \overrightarrow{\text{grad}} Y_i \quad (2.108)$$

- $\frac{\lambda}{\sum_1^n y_i C_{p_i}} = \alpha_i$  cette quantité est la diffusivité thermique.

Pour les gaz on appelle le nombre de Lewis le rapport  $Le = \frac{\alpha_i}{Di}$ , qui est proche de l'unité, donc la relation 2.39 devient .

$$\vec{j}_u = -\alpha_i \rho \overrightarrow{grad} h + \alpha_i \rho (\sum_1^n h_i \overrightarrow{grad} Y_i) (1 - Le) \quad (2.109)$$

Donc pour les gaz ;

$$\vec{j}_u = -\alpha_i \rho \overrightarrow{grad} h \quad (2-110)$$

### 2-11.3 la diffusion de quantité de mouvement loi de newton

Une loi analogue a la loi de fourrier et la loi de Fick pour la diffusion de quantité de mouvement est dite la loi de newton

$$j_{\alpha\beta} = p \delta_{\alpha\beta} - \tau_{\alpha\beta} \quad (2-111)$$

### 2-11-4 l'équation de l'aérothermochimie

#### 2-11-4-1 Le taux de réaction:

C'est tout simplement la vitesse d'apparition ou de disparition de l'espèce i

$$w_i = \frac{dn_i}{dt} \quad (2-112)$$

L'équation de conservation de masse :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \sum_{\alpha=1}^3 \frac{\partial \rho v_{\alpha}}{\partial x_{\alpha}} = 0 \quad (2-113)$$

L'équation de transport des espèces chimiques ;

$$\frac{\partial \rho y_i}{\partial t} + \sum_{\alpha=1}^3 \frac{\partial (\rho v_{\alpha} y_i)}{\partial x_{\alpha}} = \sum_{\alpha=1}^3 \frac{\partial (-j_{i,\alpha})}{\partial x_{\alpha}} + \rho w_i \quad (2-114)$$

L'équation d'énergie :

$$\frac{\partial \rho u_t}{\partial t} + \sum_{\alpha=1}^3 \frac{\partial (\rho v_{\alpha} v_{\beta})}{\partial x_{\alpha}} = \sum_{\alpha=1}^3 \frac{\partial (-j_{q,\alpha} - \sum_{i=1}^n j_{i,\alpha} + \sum_{\beta=1}^3 v_{\beta} \tau_{\alpha\beta})}{\partial x_{\alpha}} + \sum_{\beta=1}^3 v_{\beta} F_{\beta} \quad (2.115)$$

L'équation des flux de diffusion moléculaire  $j_{i,\alpha}$ , la diffusion de masse  $j_{q,\alpha}$ , la quantité de mouvement  $\tau_{\alpha\beta}$ .

Doivent être exprimé avec leur expressions cités précédemment l'équation d'énergie peut être aussi écrite en faisant apparaître le taux de réaction pour traiter l'écoulement réactifs

$$h = \bar{c}_p T + \sum_1^n y_i h_{i,0} \quad (2-115)$$

$$u = \bar{c}_v T + \sum_1^n y_i u_{i,0} \quad (2-116)$$

L'équation d'énergie devient :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \rho \left( \bar{c}_v T + \sum_1^3 \frac{\partial(\rho v_\beta v_\beta)}{2} \right) \right) + \sum_1^3 \frac{\partial}{\partial x_\alpha} (\rho v_\alpha \left( \bar{c}_p T + \sum_1^3 \frac{\partial(\rho v_\beta v_\beta)}{2} \right)) = \sum_{\alpha=1}^3 \frac{\partial(-j_{q,\alpha} - \sum_{i=1}^n (h_i - h_{i,0}) j_{i,\alpha} + \sum_{\beta=1}^3 v_\beta \tau_{\alpha\beta})}{\partial x_\alpha} + \sum_{\beta=1}^3 v_\beta F_\beta - \rho \sum_1^n h_{i,0} w_i \quad (2-117)$$

L'équation de quantité de mouvement

$$\frac{\partial \rho v_\beta}{\partial t} + \sum_{\alpha=1}^3 \frac{\partial(\rho v_\alpha v_\beta)}{\partial x_\alpha} = -\frac{\partial p}{\partial x_\beta} + \sum_{\alpha=1}^3 \frac{\partial(\tau_{\alpha\beta})}{\partial x_\alpha} + F_\beta \quad (2-118)$$

#### 2.11.4-fermeture des équations de l'aérothermochimie

Fonction non-linéaire de la température (dépendance exponentielle) et des fractions Massiques des espèces (dépendance le plus souvent quadratique), le terme source chimique moyen  $w_i$  ne peut être déterminé par la seule connaissance des champs moyens.

Il faut de nouveau recourir à la modélisation pour exprimer ce terme avec les grandeurs connues et fermer le système d'équations

#### 2-11-5 approches de fermeture

##### 5-11-5-1 Les modèles basé sur le mélange

Le terme de production chimique est proportionnel au taux de dissipation de la variance d'une variable réactive choisie.

##### 5-11-5-2 Les modèles basés sur la topologie

La turbulence a tendance à plisser le front de flamme, à en augmenter la surface et à accroître les zones de réactions. Le taux de production est donc proportionnel à la surface de la flamme.

##### 5-11-5-3 Les méthodes à PDF (Probability Density Function)

En associant les variables de l'écoulement à des grandeurs statistiques, on écrit la définition mathématique de la moyenne pour le terme source chimique en faisant

intervenir sa densité de probabilité, Les modèles à PDF ont été proposés par Pope (1985). Leur principal avantage est de n'imposer aucune hypothèse sur le régime de combustion turbulente ou la vitesse de la cinétique chimique. Un couplage complet avec une cinétique détaillée est ainsi possible.

#### **5-11-5-4 L'approche CMC (Conditional Moment Closure)**

Lorsque les fluctuations de température autour d'une même richesse sont faibles (loin des zones d'allumage ou d'extinction), le terme source peut s'écrire en fonction des moyennes de la température et des fractions massiques conditionnées par la fraction de mélange  $z$ .

#### **5-11-5-5 L'approche MMC (Multiple Mapping Conditioning)**

Couplage des méthodes à PDF

avec l'approche CMC, l'approche MMC recherche le nombre minimal de paramètres à suivre pour modéliser l'évolution du domaine réactif dans son intégralité. Elle utilise alors une densité de probabilité qui est conditionnée par les paramètres choisis.

### **Conclusion**

Cette analyse de phénomènes de turbulence a montrée les différentes approches de la simulation numérique utilisée pour les écoulements turbulents, ainsi que les différentes approches RANS basée sur l'approximation de Boussinesq.

---

## Chapitre 03 :

---

➤ **Modélisation thermo-élastique.**

---

## .1- Introduction

Le rôle de la chambre de combustion est de brûler des grandes quantités de combustible fournis par les injecteurs, avec un volume étendu d'air délivré par le compresseur. La chaleur dégagée est distribuée d'une manière que l'air soit étendu et accéléré pour donner un écoulement régulier des gaz en tenant compte des conditions exigées par la turbine. Cette tâche doit être accomplie avec une perte minimum de la pression et avec un dégagement maximum de la chaleur dans l'espace limité disponible. La quantité du combustible supplémentaire à l'air dépendra de l'élévation de la température exigée. Cependant, la température maximale est limitée dans la gamme de 1100 à 1850 K [58] par les matières des quelles l'enveloppe de la chambre de combustion, les aubes de turbine et les injecteurs sont faites. Le travail du compresseur fait chauffer l'air entre 200 et 550°C, ce qui donne la condition d'élévation de la température du processus de combustion de 650 à 1150 K [58].

- Comme la température des gaz supportée par la turbine change avec la poussée du moteur, et dans le cas d'un turbopropulseur avec la puissance fourni, la chambre de combustion (Fig.31) doit également être capable de maintenir la combustion stable et efficace sur une large gamme des conditions de fonctionnement du moteur.

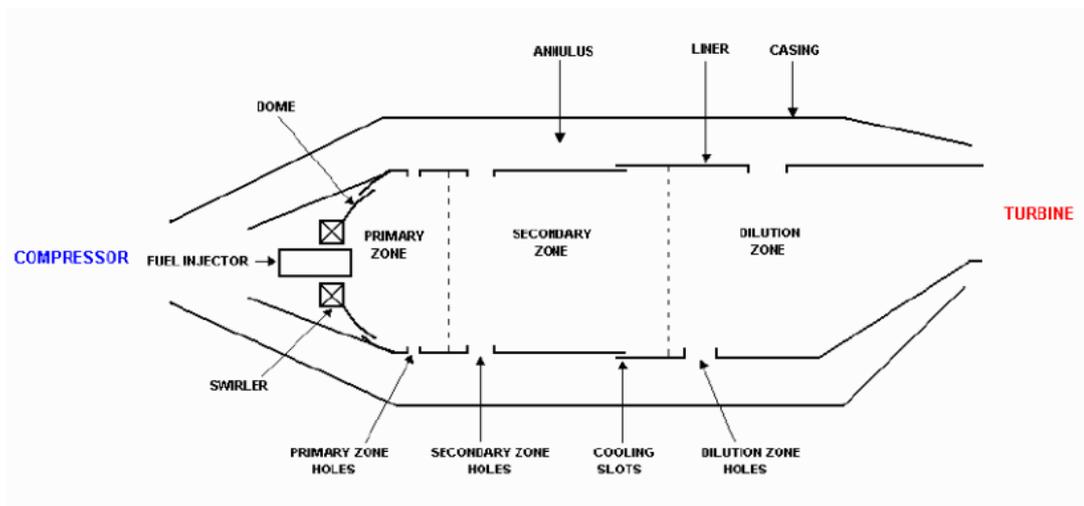


Fig 3-1 tube à flamme [58]

### Objectif :

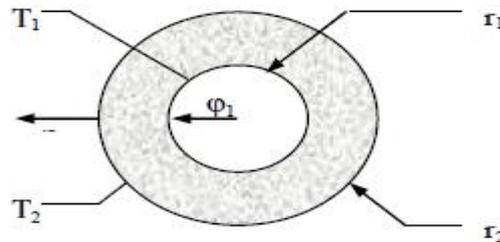
Dans ce chapitre nous allons élaborés un programme de calcul numérique « ahlem-3D » qui nous permet la caractérisation et la simulation instationnaire du champ de température (transfert de chaleur) à travers la paroi d'une chambre de combustion tubulaire ainsi l'expansion thermique ou les déformations et les contraintes

thermoplastiques en fonction des propriétés physiques des matériaux réfractaires. Le programme «ahlem-3D » est basé sur la résolution de l'équation de la chaleur dans sa forme générale (instationnaire, en trois dimensions simplifié en 1D) couplé avec les lois de comportement thermo élastique. La méthode de différences finis est utilisée pour la discrétisation de l'équation différentielle avec le schéma explicite le schéma implicite la méthode moderne des quadripôles thermique est aussi présente dans notre étude.

### **3-1-1 méthodes des quadripôles [90]**

La méthode des quadripôles thermiques permet la mise en œuvre de solutions analytiques couramment utilisées dans le domaine du Contrôle Non-Destructif Thermique l'observation de la température correspond à une des méthodes de C.N.D. de délaminage par thermographie infrarouge et chauffage convectif en face avant ou par lampe. Pour la mise au point de méthodes d'estimation de paramètres. Les modélisations de transferts multidimensionnels transitoires sont notamment très pratiques de mise en œuvre dans le cas de milieux multicouches uniformes en géométrie plane cylindrique ou sphérique. On évite ainsi les problèmes de maillage de domaine et les coûts de calcul souvent lourds inhérents aux méthodes numériques. Le fait de disposer d'expressions analytiques permet une analyse physique à l'aide de développements asymptotiques et permet de décliner les groupements de paramètres importants pour la mise en œuvre de méthodes d'estimation ou de méthodes inverses. Enfin, par le fait que l'on met en œuvre des transformations intégrales en temps ou en espace, il est possible de manipuler directement les champs de températures dans les espaces transformés de Laplace ou de Fourier. Ces transformations intégrales sont alors à la fois un outil de résolution numérique et un outil de traitement des signaux. L'avènement de techniques de contrôle non-destructif par thermographie infrarouge a encore accentué l'attrait de ces méthodes par le fait que l'on doit manipuler de grandes quantités de données et que les transformations intégrales constituent un outil de compression préalable des signaux. L'extension de ces méthodes à des géométries plus complexes est envisageable, mais peu pratique. C'est le cas de l'étude du transfert 3D transitoire dans un plaque parallélépipédique contenant un délaminage non-uniforme spatialement ou soumise à un échange convectif localisé. L'application du formalisme des transformations intégrales mène à un problème d'inversion de matrice ou de grand système souvent lourd. Nous proposons de discuter de méthodes analytiques approchées grâce aux expressions formelles, dans un cas simple 1D instationnaire. Nous étudions

ici la conduction de chaleur dans un cylindre creux la face intérieure du cylindre est soumise a un flux de chaleur et la face extérieure est soumise a un flux d'air de refroidissement.



**Fig 3-2** cylindre creux [89]

### 3-2 modélisations du problème

Nous allons considérer notre chambre de combustion comme un cylindre creux de rayon interne  $r_1 = 0.006 \text{ mm}$  et rayon externe  $r_2 = 0.00176 \text{ mm}$  en régime instationnaire:

L'équation de la chaleur 3D instationnaire peut être simplifiée en prenant les hypothèses suivantes :

- Milieu isotrope  $k_1=k_2=k_3$
- Milieu homogène
- La température dépend seulement de  $(r)$  et du temps  $(t)$  , car le transfert ne dépend pas de  $(\theta)$  parce qu'on considère que le milieu est homogène et isotrope donc le gradient de température par rapport à  $(\theta)$  est nul.
- Le transfert ne dépend pas de  $(z)$  parce que la longueur du cylindre est beaucoup plus importante que son rayon, alors on considère que le gradient de température par rapport à  $Z$  est nul.

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.1)$$

La transformé de Laplace de cette équation est :

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \theta}{\partial r} = \frac{q}{a} \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (3.2)$$

$$\text{On pose} \quad \sqrt{\frac{p}{a}} r = q r \quad (3.3)$$

Ses équations souvent connus sous le nom équation différentielle de Bessel à pour solution :

$$\theta(r, q) = A I_0(qr) + B k_0(qr) \quad (3.4)$$

La transformée de Laplace du flux en un point quelconque du cylindre s'écrit :

$$-L\left(-\lambda r \frac{\partial T}{\partial r}(r, t)\right) = -\lambda r L\left(\frac{\partial T}{\partial r}(r, t)\right) = -\lambda r \frac{\partial \theta}{\partial r}(r, p) \quad (3.5)$$

Donc le flux s'obtient facilement partir de cette relation

$$\varphi(r, q) = -A \cdot r \cdot q I_0(qr) - r \cdot q \cdot B \cdot k_0(qr) \quad (3.6)$$

A  $r = r_1$  :

$$\theta(r_1, q) = A I_0(qr_1) + B k_0(qr_1) \quad (3.7)$$

$$\varphi(r_1, q) = -A r_1 q I_1(qr_1) - q r_1 B k_1(qr_1) \quad (3.8)$$

A  $r = r_2$  :

$$\theta(r_2, q) = A I_0(qr_2) + B k_0(qr_2) \quad (3.9)$$

$$\varphi(r_2, q) = -A r_2 q I_1(qr) - q r_2 B k_1(qr_2) \quad (3.10)$$

Il est possible d'éliminer  $k_1$  et  $k_2$  entre ces 3 équations on aboutit qui revient à exprimer la matrice quadripolaire :

On peut par ailleurs établir une analogie entre la propagation d'un courant en régime sinusoïdal et le transfert thermique unidirectionnel en régime transitoire :

Intensité du courant électrique  $\rightarrow$  Flux de chaleur dans l'espace de Laplace  $\varphi(x, p)$

- Potentiel électrique  $U \rightarrow$  Température dans l'espace de Laplace  $\theta(x, p)$ .
- Impédance électrique  $Z \rightarrow$  Impédance thermique  $Z$ .
- La loi des nœuds :  $\sum I = 0$  se traduit par :  $\sum \varphi = 0$ .

Moyennant ces notations, la relation quadripolaire peut être représentée par le schéma électrique équivalent de la figure 3.2 (Maillet et al, 2000) que les températures et les flux dans l'espace de Laplace peuvent être reliés par une relation quadripolaire.

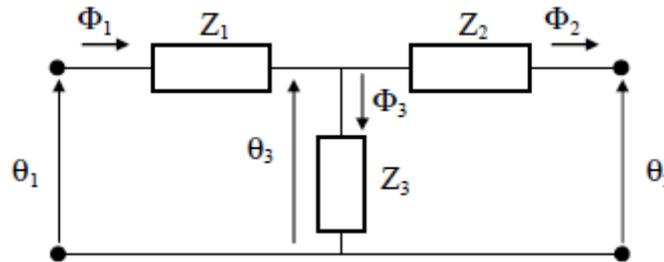


Fig 3.3 le quadripôle thermique [90]

$$\begin{pmatrix} \theta(r_1, p) \\ \varphi(r_1, p) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta(r_2, p) \\ \varphi(r_2, p) \end{pmatrix}$$

Tab 3.1 les valeurs de la matrice quadripolaire

|   |  |
|---|--|
| A | $qr_2 [k_1(qr_2)I_0(qr_1) + k_0(qr_1)] I_1(qr_2)$                                  |
| B | $\frac{1}{2\pi \times \lambda l} \times [k_0(qr_1)I_0(qr_1) + k_0(qr_2)I_0(qr_1)]$ |
| C | $2\pi L\rho Cp r_1 r_2 \times [k_1(qr_1)I_0(qr_2) - k_1(qr_2)I_1(qr_1)]$           |
| D | $qr_1 [k_0(qr_2)I_1(qr_1) + k_1(qr_1)] I_0(qr_2)$                                  |

$I_0, I_1, K_0$  et  $K_1$  étant des fonctions de Bessel Le déterminant de la matrice quadripolaire est égal à 1.

### 3-3 Transformation de Laplace inverse

#### Méthode analytique

Il n'existe pas de formule analytique générale permettant de calculer  $T(t)$  connaissant  $\theta(p)$ . On connaît cependant l'expression exacte de  $T(t)$  pour certaines fonctions particulières  $\theta(p)$ . L'utilisation de ces tables associée aux propriétés particulières de la transformation de Laplace inverse rappelées peut permettre de résoudre un certain nombre de cas. On essaiera toujours de décomposer une fonction complexe en somme, produit, série... de fonctions simples plus facilement inversibles.

#### Méthodes numériques

Pour les cas de figure pour lesquels on ne peut pas trouver une solution analytique, on peut employer l'une des deux méthodes numériques suivantes :

**Méthode de Stehfest :**

La transformée inverse de la fonction  $\theta(p)$  peut se calculer par (Stehfest, 1970):

$$T(t) = \sum_{j=1}^N v_j T\left(\frac{j \ln(2)}{t}\right) \quad (3.11)$$

N = 20 (double précision)

Tab 3.2 valeurs vecteur Vj double précision méthode stehfest.

|   |  |
|---|--|
| V1 = -5,511463844797178. 10 <sup>-6</sup> | V11 = -2,870209211471027. 10 <sup>11</sup> |
| V2 = 1,523864638447972. 10 <sup>-1</sup>  | V12 = 6,829920102815115. 10 <sup>11</sup>  |
| V3 = -1,174654761904762. 10 <sup>2</sup>  | V13 = -1,219082330054374. 10 <sup>12</sup> |
| V4 = 1,734244933862434. 10 <sup>4</sup>   | V14 = 1,637573800842013. 10 <sup>12</sup>  |
| V5 = -9,228069289021164. 10 <sup>5</sup>  | V15 = -1,647177486836117. 10 <sup>12</sup> |
| V6 = 2,377408778710318. 10 <sup>7</sup>   | V16 = 1,221924554444226. 10 <sup>12</sup>  |
| V7 = -3,494211661953704. 10 <sup>8</sup>  | V17 = -6,488065588175326 10 <sup>11</sup>  |
| V8 = 3,241369852231879. 10 <sup>9</sup>   | V18 = 2,333166532137059. 10 <sup>11</sup>  |
| V9 = -2,027694830723779. 10 <sup>10</sup> | V19 = -5,091380070546738. 10 <sup>10</sup> |
| V10 = 8,946482982379724. 10 <sup>10</sup> | V20 = 5,091380070546738. 10 <sup>9</sup>   |

N = 10 (simple précision):

Tab 3.3 valeurs vecteur Vj simple précision

|               |                 |
|---------------|-----------------|
| V1 = 1/12     | V6 = -473915/2  |
| V2 = -385/12  | V7 = 1127735/3  |
| V3 = 1279     | V8 = -1020215/3 |
| V4 = -46871/3 | V9 = 328125/2   |
| V5 = 505465/6 | V10 = -65625/2  |

**Méthode de Fourier**

La méthode de Stehfest est plus simple à mettre en œuvre car elle ne nécessite pas de choisir certains paramètres. La méthode de Fourier peut conduire à un meilleur résultat danses fonctions périodiques

L'étude du comportement de la fonction (p) aux temps longs (t → infinis soit p→0) peut conduire à des formules approchées de T(r,t) dont on peut alors trouver la transformée de Laplace inverse analytiquement. La comparaison de ces solutions analytiques avec les résultats de l'inversion numérique donne une indication sur la justesse de l'inversion numérique.

La formule approchée pour notre problème ( maillet 2000)

$$k_o(x) = -\ln(x) \quad k_1(x) = \frac{1}{x} \quad I_1(x) = \frac{x}{2} \quad I_0(x) = 1 \quad (3.12)$$

|   |  |
|---|--|
| A | $qr_2 \left[ \frac{1}{qr_2} - \ln(qr_1) \right] \frac{qr_2}{2}$                              |
| B | $\frac{1}{2\pi \times \lambda l} \times [-\ln(qr_1) - \ln(qr_2)]$                            |
| C | $2\pi L\rho Cp r_1 r_2 \times \left[ \frac{1}{qr_1} - \frac{1}{qr_2} \frac{qr_1}{2} \right]$ |
| D | $qr_1 \left[ -\ln(qr_2) \frac{qr_1}{2} + \frac{1}{qr_1} \right]$                             |

Ou v est la constante d'euler qui vaut 1.31

**3-4 solutions numériques la méthode de la différence finis :**

Pour fermer le problème on doit introduire les conditions aux limites et initiales et le système devient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + s = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad \text{pour } t > 0, r_1 < r < r_2 \\ T'(r_1, t) = 0 \quad t > 0 \\ T'(r_2, t) - T(r_2, t) = 500 \\ T(r, 0) = 300 \quad r_1 < r < r_2 \end{array} \right. \quad (3.13)$$

### 3.4.1 Discrétisation des équations par différence finies

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{q}{\lambda} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.14)$$

$\alpha$  : diffusivité thermique (m<sup>2</sup>/s)

$\lambda$  : conductivité thermique des matériaux (W/m.k)

$\rho$  : masse volumique (kg/m<sup>3</sup>)

$C$  : chaleur massique (Kj/Kg.K)

$Q$  : flux de chaleur (W)

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + s = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad \text{pour } t > 0, r_1 < r < r_2 \\ T'(r_1, t) = 0 \quad t > 0 \\ T'(r_2, t) + T(r_2, t) = 500 \quad t > 0 \\ T(r, 0) = cte \quad r_1 < r < r_2 \end{array} \right. \quad (3.15)$$

### 3.4.2. Discrétisation des équations par différence finies :

$\alpha$  : diffusivité thermique (m<sup>2</sup>/s)

$\lambda$  : conductivité thermique des matériaux (W/m.k)

$\rho$  : masse volumique (kg/m<sup>3</sup>)

$C$  : chaleur massique (Kj/Kg.K)

$Q$  : flux de chaleur (W)

$S$  : la source (m<sup>2</sup>K)

Pour la discrétisation d'équation on utilise la méthode des différences finies:

$i$  : indice d'espace

$k$  : indice du temps

$$r = \frac{dt}{h^2} \quad ; \quad r_i = (i-1)h \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2}_{(i,k)} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r}_{(i,k)} + s = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}_{(i,k)} \quad (3.17)$$

### 3.4.3 Discrétisation de l'équation de chaleur avec le schéma implicite :

Pour  $i=2, n-1$

$$T_i^{k+1} = \frac{[T_i^k + (\alpha.r - \frac{\alpha.r}{2(i-1)})T_{i-1}^{k+1} + (\alpha.r + \frac{\alpha.r}{2(i-1)})T_{i+1}^{k+1} + \alpha.s.dt]}{(1+2.\alpha.r)} \quad (3.18)$$

Pour  $i=1$  On note l'indétermination  $\frac{1}{r} \frac{dT}{dr} \rightarrow 0$  est levée avec la règle de l'hôpital

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{d^2T}{dr^2} \quad (3.19)$$

L'équation (3.43) devient pour  $r \rightarrow 0$  :

$$2 \left( \frac{d^2T}{dr^2} \right)_{(1,k)} + s = \frac{1}{\alpha} \left( \frac{\partial T}{\partial t} \right)_{(1,k)} \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned} & \left( \frac{2}{h^2} \right) (T_0^{k+1} - 2T_1^{k+1} + T_2^{k+1}) + s \\ & = \left( \frac{1}{\alpha} \right) \frac{T_1^{k+1} - T_1^k}{dt} \end{aligned} \quad (3.21)$$

$T_0^{k+1} \rightarrow$  Point fictif à débarrasser en utilisant la condition limite  $T' = 0$  en  $r = 0$

$$\frac{T_2^{k+1} - T_0^{k+1}}{2h} = 0 \rightarrow T_2^{k+1} = T_0^{k+1} \quad (3.22)$$

Pour  $i=1$

$$T_1^{k+1} = \frac{[T_1^k + 4.\alpha.r T_2^{k+1} + \alpha.s.dt]}{1 + 4.\alpha.r} \quad (3.23)$$

Au point  $r=1$  ( $i=n$ ):

$$T_n^{k+1} = \frac{\left[ T_n^k + \left( \alpha.r - \frac{\alpha.r}{2(n-1)} \right) T_{n-1}^{k+1} + \left( \alpha.r + \frac{\alpha.r}{2(n-1)} \right) T_{n+1}^{k+1} + \alpha.s.dt \right]}{1 + 2.\alpha.r} \quad (3.24)$$

$T_{n+1}^{k+1}$  Point fictif à enlever en utilisant la condition limite

$$T_{n+1}^{k+1} \rightarrow T'_{(n,k)} + T_{(n,k)} = 1$$

$$\frac{T_{n+1}^{k+1} - T_{n-1}^{k+1}}{2h} + T_n^{k+1} = 500 \rightarrow$$

$$T_{n+1}^{k+1} = 1000.h - 2.h.T_n^{k+1} + T_{n-1}^{k+1} \quad (3.25)$$

$$T_n^{k+1} = \frac{[T_n^k + 2.\alpha.r.T_{n-1}^{k+1} + 1000.h(\alpha.r + \frac{\alpha.r}{2(n-1)}) + \alpha.s.dt]}{1 + 2.\alpha.r + 2.h(\alpha.r + \frac{\alpha.r}{2(n-1)})} \quad (3.26)$$

### 3.4.4. Discrétisation de l'équation de chaleur avec le schéma explicite :

Pour  $i=2, n-1$

$$T_i^{k+1} = \left( \alpha.r - \frac{\alpha.r}{2(i-1)} \right) T_{i-1}^k + (1 - 2r.\alpha) T_i^k + \left( \alpha.r + \frac{\alpha.r}{2(i-1)} \right) T_{i+1}^k + \alpha.s.dt$$

(3.18 ')

Pour  $i=1$

$$T_1^{k+1} = (1 - 4ra)T_1^k + 4raT_2^k + \alpha.s.dt \quad (3.26.a)$$

Au point  $r=1$  ( $i=n$ )

$$T_{n+1}^k = 2.r.\alpha T_{n-1}^k + \left( 1 - 2.\alpha.r - 2.\alpha.r.h - \frac{2.\alpha.r.h}{2(n-1)} \right) T_n^k + (1000.r.\alpha.h) \left( 1 + \frac{1}{2(n-1)} \right) + \alpha.s.dt \quad (3.26.b)$$

**3-4-4 Etude de la stabilité par la méthode matricielle :**

Un schéma numérique doit être convergent, stable et consistant nous allons étudier la stabilité et dire qu'un schéma stable et toujours consistant la méthode de brower est utilisé dans notre cas et définie comme suit[63] :

$$(U)^{k+1} = [A](U)^k \tag{3.27}$$

$$|\xi - a_{kk}| = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n |a_{kj}| \tag{3.28}$$

(U) : Vecteur

[A] : Matrice

$a_{kk}$ : Élément diagonal de A.

$a_{kj}$  : Somme de tous les éléments de A en valeur absolu.

Pour qu'un schéma soit stable il faut que  $|\xi| \leq 1$ .

**Schéma implicite**

La forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} T_1 \\ T_i \\ T_n \end{pmatrix}^{k+1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{1+4.\alpha.r} & \frac{4.\alpha.r}{1+4.\alpha.r} & 0 \\ \frac{\alpha.r - \frac{\alpha.r}{2(i-1)}}{1+2.\alpha.r} & \frac{1}{1+2.\alpha.r} & \frac{\alpha.r + \frac{\alpha.r}{2(i-1)}}{1+2.\alpha.r} \\ \frac{2.\alpha.r}{1+2.\alpha.r+2.\alpha.r.h + \frac{2.\alpha.r.h}{2(n-1)}} & \frac{1}{1+2.\alpha.r+2.\alpha.r.h + \frac{2.\alpha.r.h}{2(n-1)}} & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} T_1 \\ T_i \\ T_n \end{pmatrix}^k + \begin{bmatrix} \frac{\alpha.s.dt}{1+4.\alpha.r} \\ \frac{\alpha.s.dt}{1+2.\alpha.r} \\ \frac{\alpha.s.dt}{1+2.\alpha.r+2.\alpha.r.h + \frac{2.\alpha.r.h}{2(n-1)}} \end{bmatrix} \tag{3.29}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{cas 01 :} \\ \text{cas 02:} \\ \text{cas 03 :} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \left| \xi - \frac{1}{1 + 4. \alpha. r} \right| = \frac{4. \alpha. r}{1 + 4. \alpha. r} \\ \left| \xi - \frac{1}{1 + 2. \alpha. r} \right| = \frac{2. \alpha. r}{1 + 2. \alpha. r} \\ |\xi| = \frac{1}{1 + 2. \alpha. r + 2. h \left( \alpha. r + \frac{\alpha. r}{2(n-1)} \right)} \end{array} \right. \quad (3.30)$$

Les détails de calculs seront résumés dans les tableaux

Cas 01

|     |         |   |
|-----|---------|---|
| (-) | $\xi_1$ | $\xi_1 = \frac{1+4.\alpha.r}{1+4.\alpha.r} = 1$ |
| (+) | $\xi_2$ | $\xi_2 = \frac{1-4.\alpha.r}{1+4.\alpha.r} < 1$ |

Cas 02

|     |         |   |
|-----|---------|---|
| (-) | $\xi_3$ | $\xi_1 = \frac{1+2.\alpha.r}{1+2.\alpha.r} = 1$ |
| (+) | $\xi_4$ | $\xi_2 = \frac{1-2.\alpha.r}{1+2.\alpha.r} < 1$ |

Cas 03

|     |         |  |
|-----|---------|--|
| (-) | $\xi_5$ | $\xi_5 = \frac{1+2.\alpha.r}{1+2.\alpha.r+2.h\left(\alpha.r+\frac{\alpha.r}{2(n-1)}\right)} < 1$                                 |
| (+) | $\xi_6$ | $\xi_6 = -\left(\frac{1 + 2. \alpha. r}{1 + 2. \alpha. r + 2. h \left( \alpha. r + \frac{\alpha. r}{2(n-1)} \right)}\right) < 1$ |

**D'Après le critère de brower le schéma implicite est toujours stable**

Schéma explicite

La forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} T_1 \\ T_i \\ T_{n+1} \end{pmatrix}^{k+1} = \begin{bmatrix} 1 - 4.\alpha.r & 4.\alpha.r & 0 \\ \alpha.r - \frac{\alpha.r}{2^{(i-1)}} & 1 - 2.\alpha.r & \alpha.r + \frac{\alpha.r}{2^{(i-1)}} \\ 2.\alpha.r & 1 - 2.\alpha.r - 2.\alpha.r.h - \frac{2.\alpha.r.h}{2^{(n-1)}} & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} T_1 \\ T_i \\ T_{n+1} \end{pmatrix}^k + \begin{bmatrix} \alpha.s.dt \\ \alpha.s.dt \\ \alpha.s.dt + 2.\alpha.r.h(1 + \frac{1}{2^{(n-1)}}) \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

$$\begin{cases} \text{cas 01} & |\xi - (1 - 4.\alpha.r)| = 4.\alpha.r \\ \text{cas 02} & |\xi - (1 - 2.\alpha.r)| = 2.\alpha.r \\ \text{cas 03} & \xi = 1 - 2.\alpha.r - 2.\alpha.r.h - \frac{2.\alpha.r.h}{2^{(n-1)}} + 2.\alpha.r \end{cases}$$

Cas 01

|     |         |   |
|-----|---------|---|
| (-) | $\xi_1$ | $\xi_1 = 1$   |
| (+) | $\xi_2$ | $\xi_2 = 1 - 8.\alpha.r \rightarrow r < \frac{1}{2.\alpha}$ |

Cas 02

|     |         |   |
|-----|---------|---|
| (-) | $\xi_3$ | $\xi_1 = 1$   |
| (+) | $\xi_4$ | $\xi_2 = 1 - 4.\alpha.r \rightarrow r < \frac{1}{4.\alpha}$ |

Cas 03

|     |         |  |
|-----|---------|--|
| (-) | $\xi_5$ | $\xi_5 = 1 - 2.\alpha.r.h - 2.h \left( \frac{\alpha.r}{2^{(n-1)}} \right)$   |
| (+) | $\xi_6$ | $\xi_6 = 1 - 2.\alpha.r.h - 2.h \left( \frac{\alpha.r}{2^{(n-1)}} \right) \rightarrow r < \frac{1}{\alpha.h \left[ 1 + \frac{1}{2^{(n-1)}} \right]}$ |

$$r_{global} = \min \left\{ \frac{1}{4\alpha}, \frac{1}{2\alpha}, \frac{1}{\alpha h \left[ 1 + \frac{1}{2(n-1)} \right]} \right\}$$

$$r_{global} = \min \left\{ \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{h \left[ 1 + \frac{1}{2(n-1)} \right]} \right\}$$

$$r_{global} \leq \frac{1}{4} \quad (3.30)$$

Et finalement on a un système complet à résoudre formé des équations : (3.18, 3.22 et 3.24) pour la discrétisation implicite, et 3.18', 3.22', 3.23' pour la discrétisation explicite et respectant 3.30. critère de stabilité et consistence.

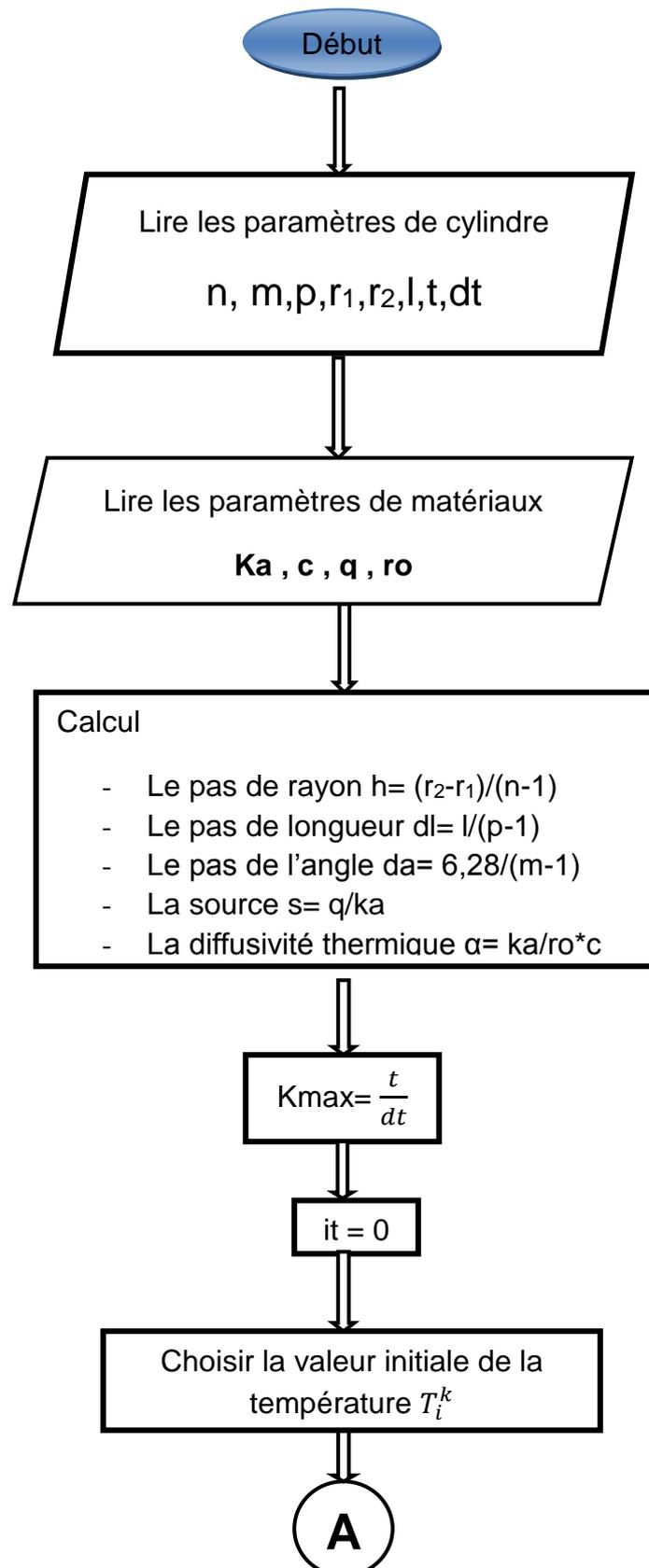
Il ne reste que le choix du matériau et introduire ses propriétés physiques, la Conductibilité et la diffusivité thermique sont donnés dans le tableau

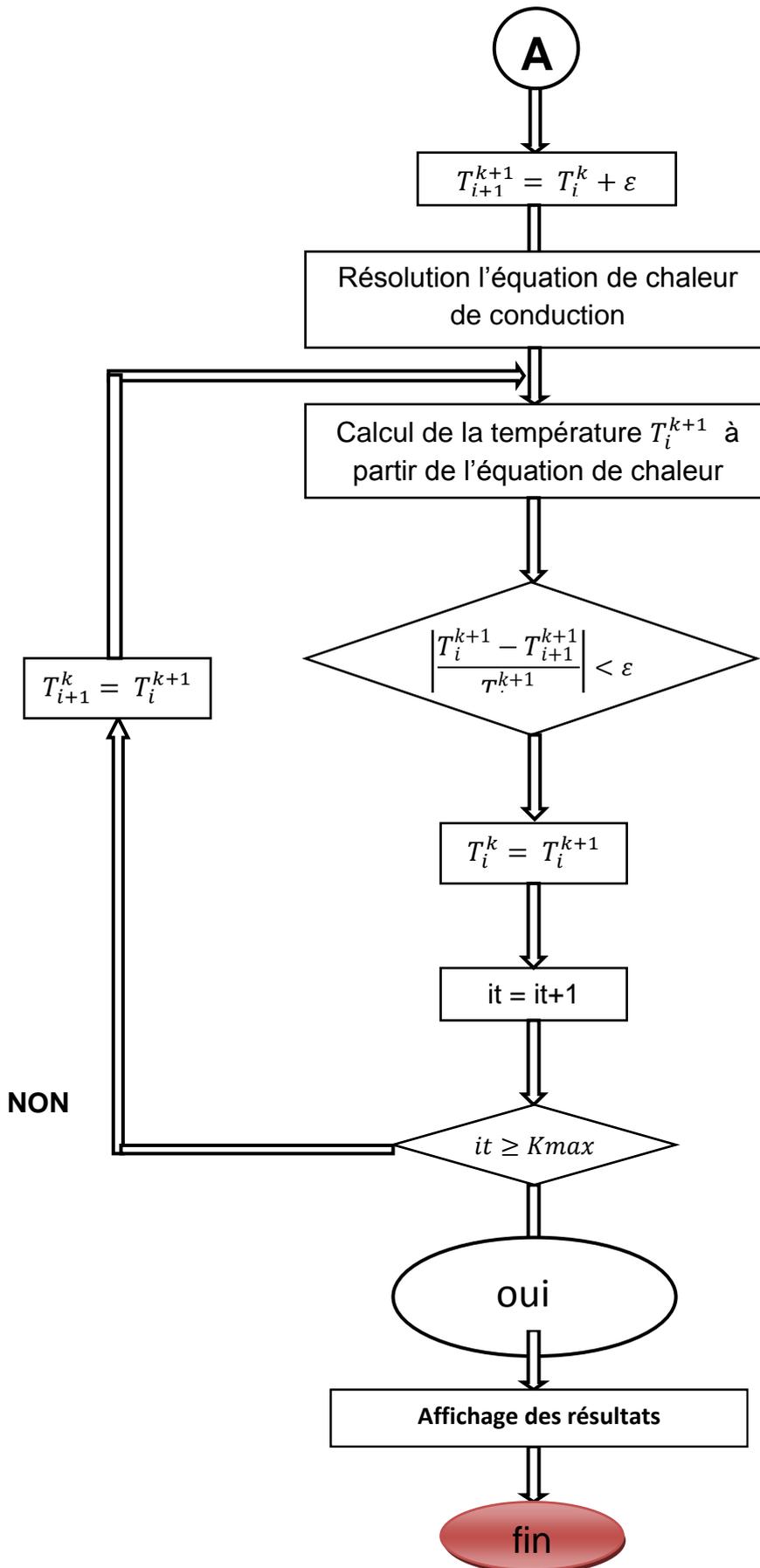
tab 3.3 les propriétés du matériau utilisée

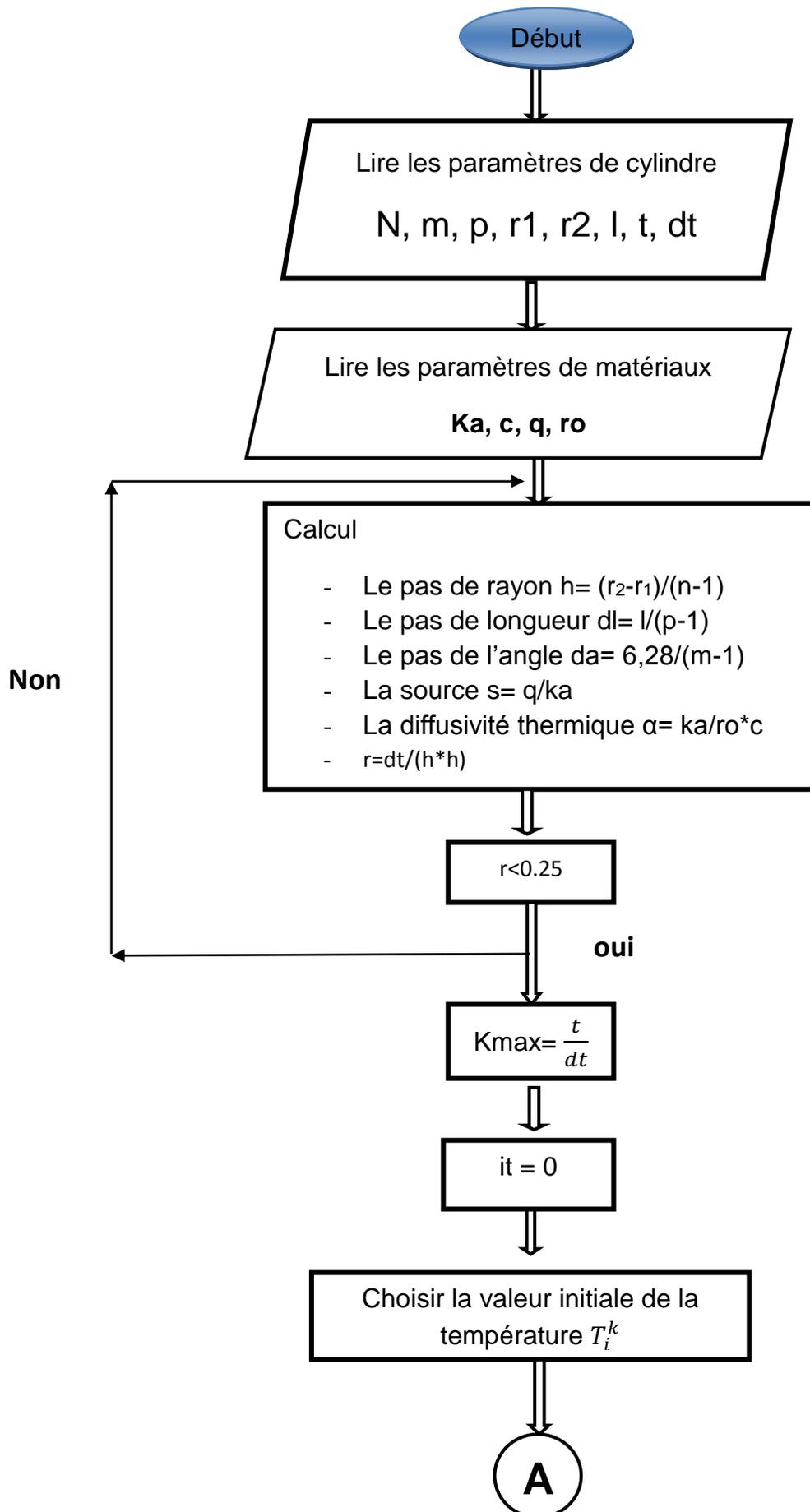
| Alliage de Titan | T(K)     | E(GPa)<br>Module d'élasticité longitudinal | G(GPa)<br>Module d'élasticité Transversale | coefficient de Poisson $\gamma$ | Expansion thermique $\beta$ (100) K <sup>-1</sup> | Conductivité thermique $\lambda$ : (W/m K) |
|------------------|----------|--|--|---------------------------------|---|--|
| Ti-26.6Al-4.9 Nb | 300-1156 | 134.47-0.0489T                             | 53.56-0.018T                               | 0.257-.00004T                   | 9.77 10 <sup>-6</sup> +4.46 10 <sup>-9</sup> .T   | 21   |

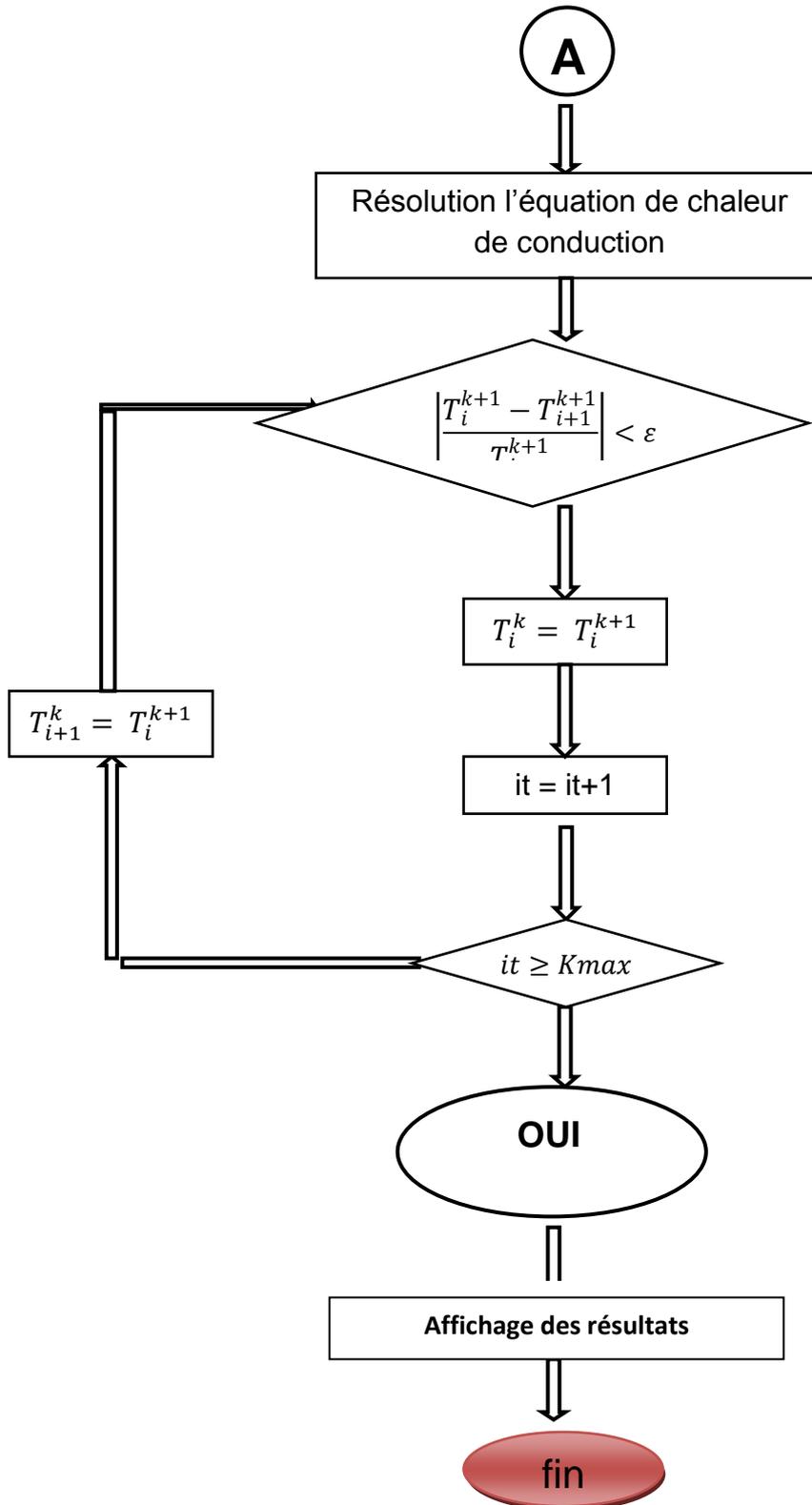
#### Programmation :

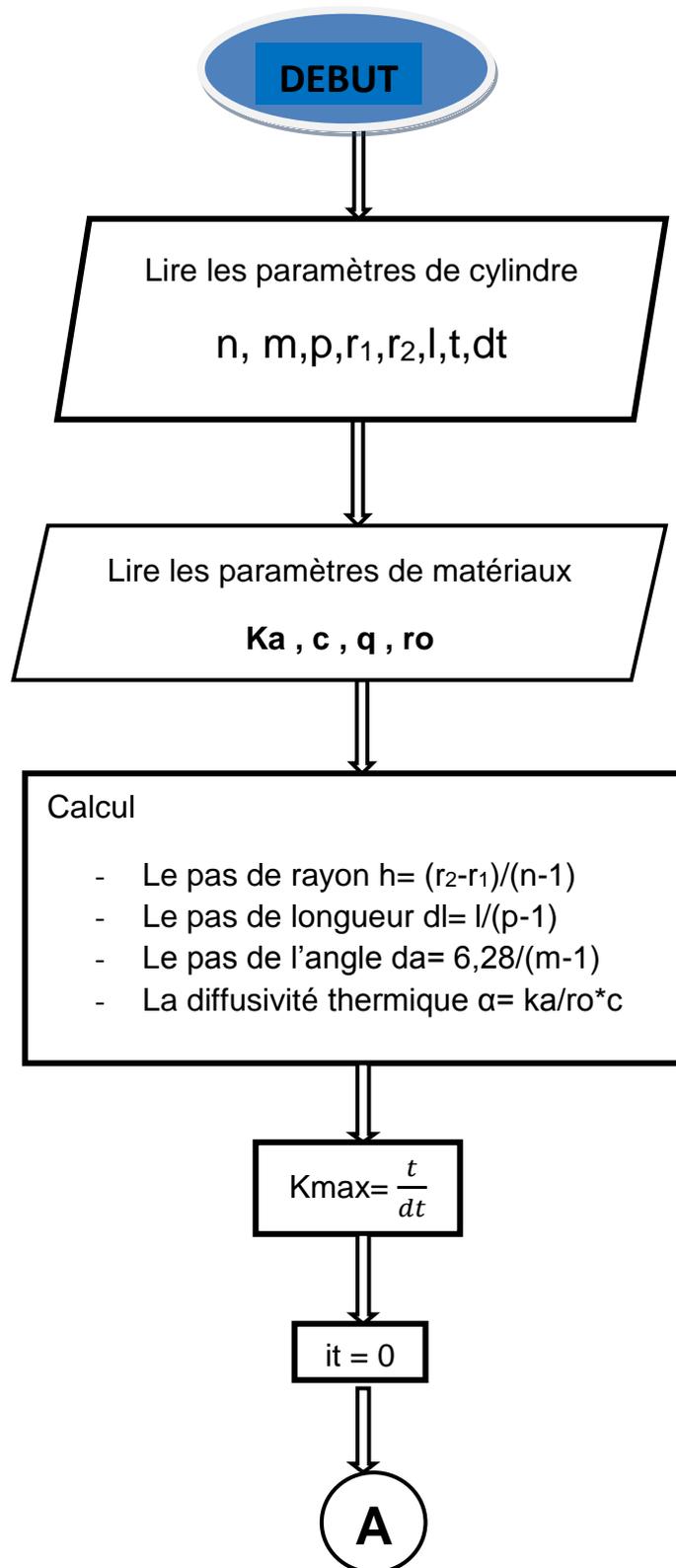
Pour cela on a établi un 3 programme en langage fortran pour avoir le profil de température en comparant la méthode semi-analytique

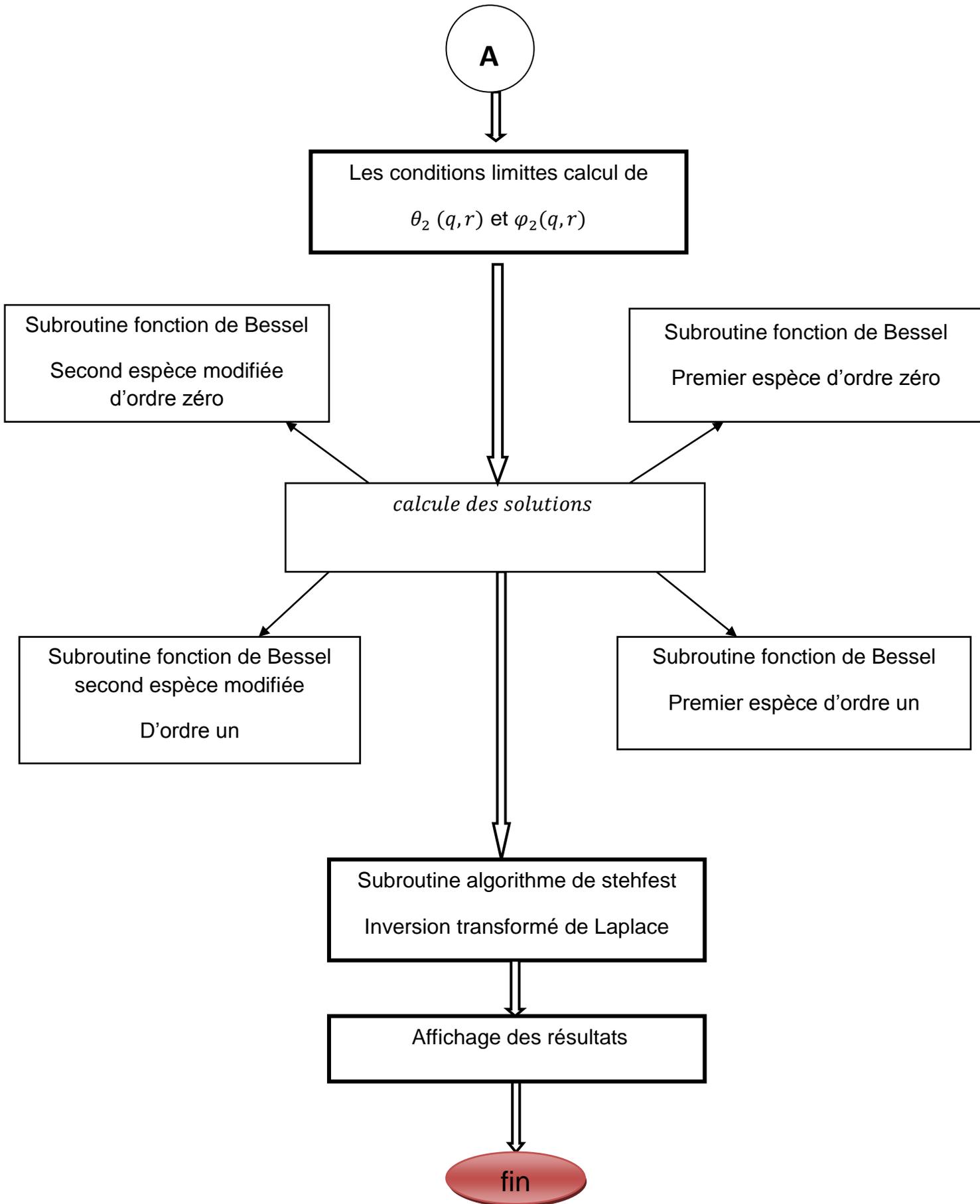
Organigramme methode des différence finis implicite :



Organigramme schéma explicite



Organigramme methode des quadripoles :



Affichage et visualisation des resultats du programme de calcul

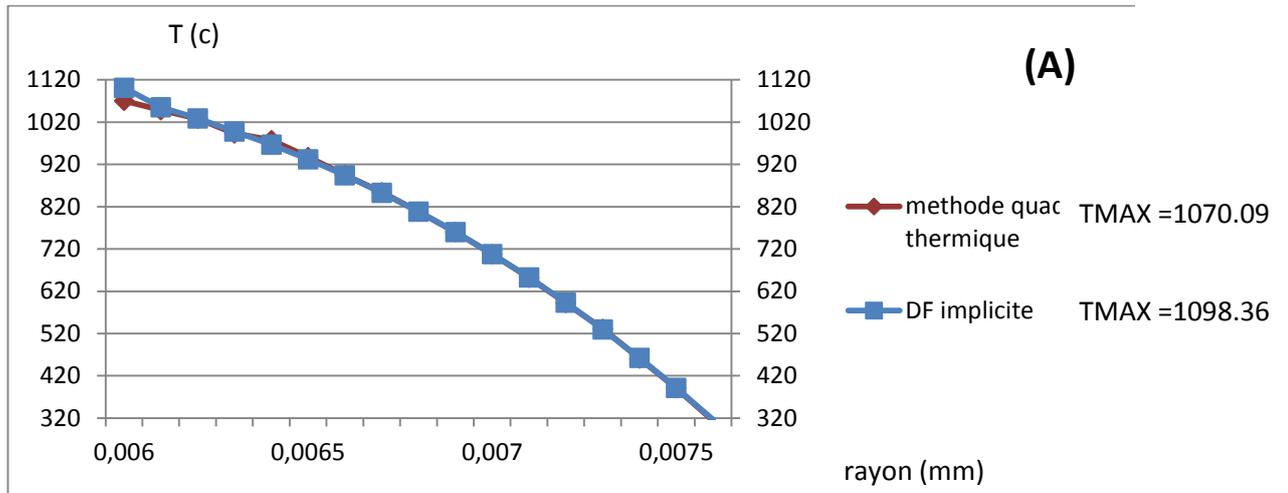


Fig 3-4 .A le profil de la température en fonction tu rayon

Méthode quadripôle / DF implicite

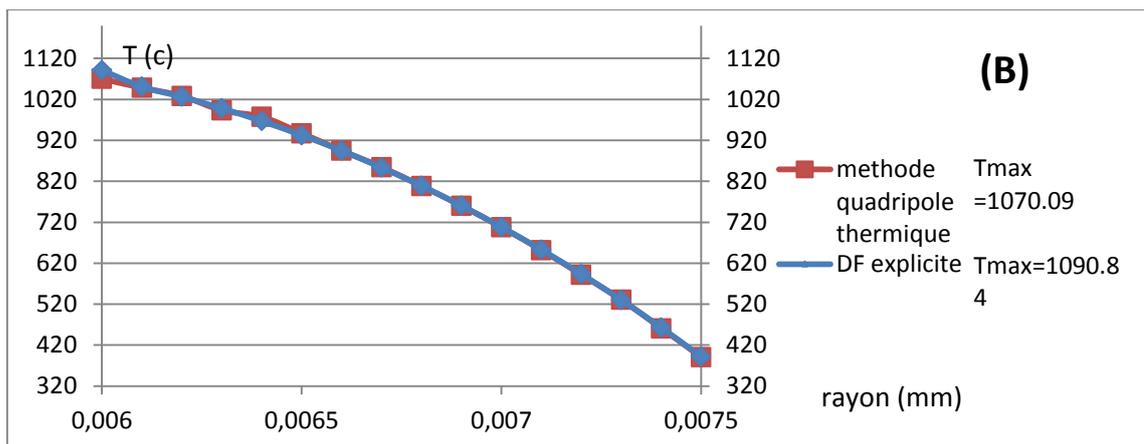


Fig 3-4 .B le profil de la température en fonction tu rayon

méthode quadripôles / DF explicite

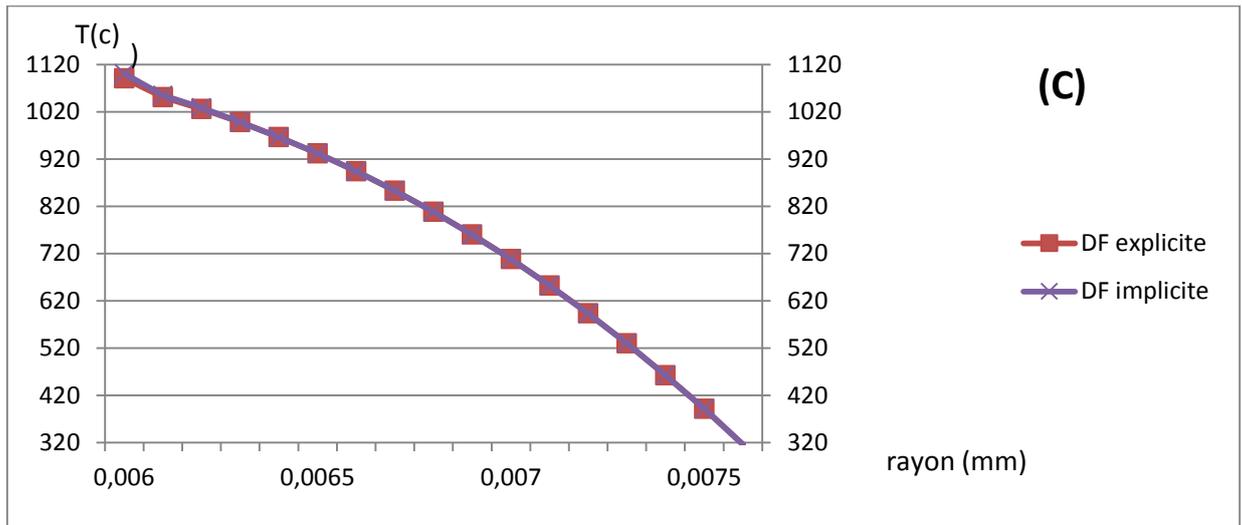


Fig 3-4-C le profil de la température en fonction tu rayon

DF explicite /implicite

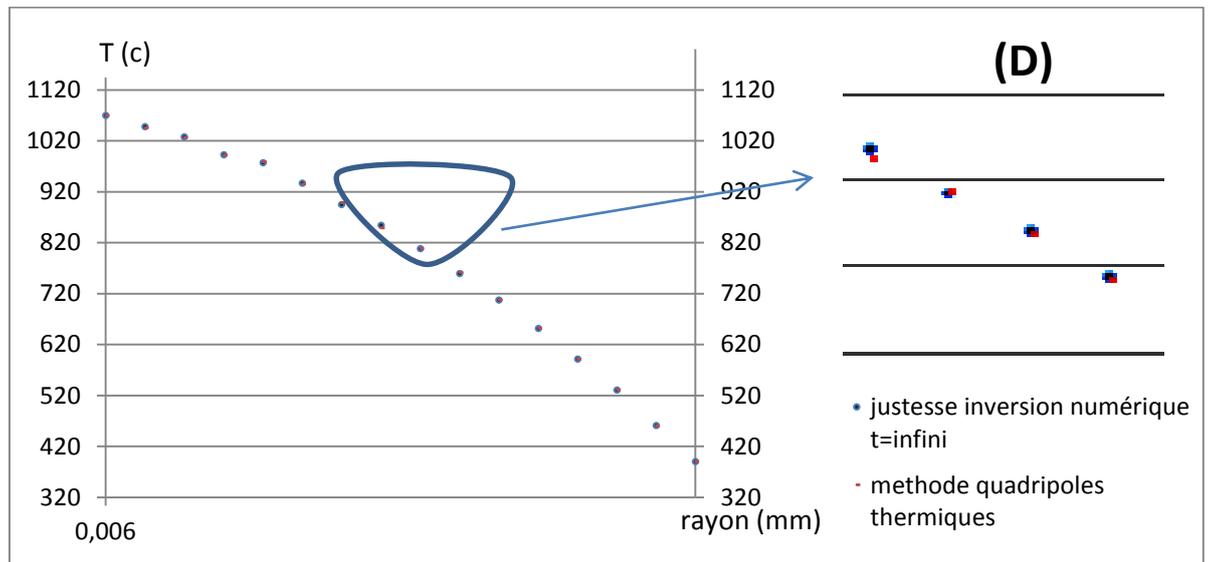


Fig 3-4-D le profil de la température en fonction tu rayon

Justesse inversion numérique / méthode quadripôle

**Commentaire :**

- ✓ Les resultats obtenus par la methode des quadripoles et la methode des différence finis implicit et explicite sont très proches
- ✓ la justesse de l'inversion numérique est bien visible en comparant les solutions.
- ✓ Nous avons confirmé que les températures et les flux dans l'espace de Laplace peuvent être reliés par une relation quadripolaire.

- ✓ une autre conclusion a  $t \rightarrow \infty$  les deux se confondent malgré le choix du pas de temps suffisamment petit  $t = 5 \cdot 10^{-5}$  (s), donc l'écoulement peut être considéré comme stationnaire.

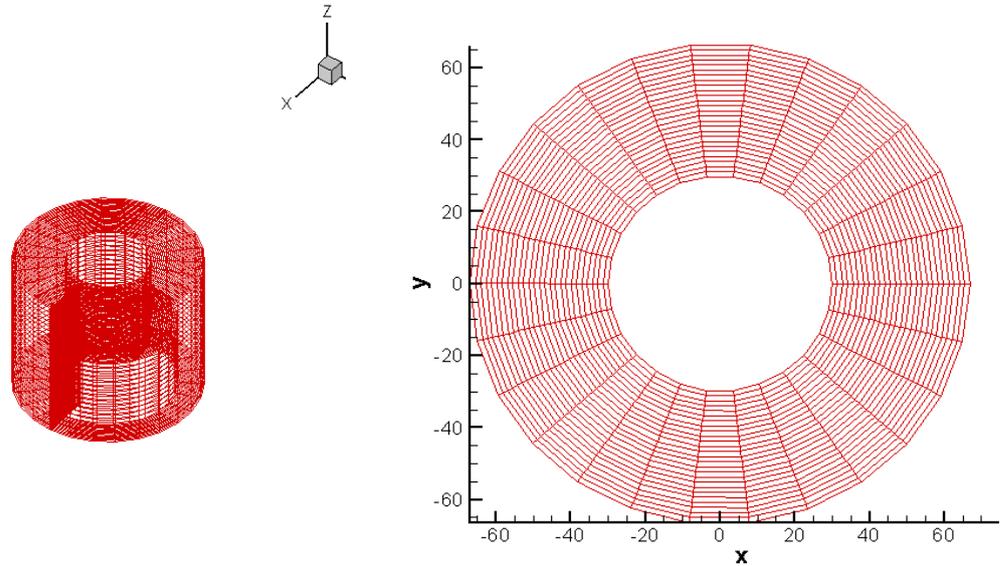


Fig 3-5 maillage 3d-2d structuré logiciel tecplot

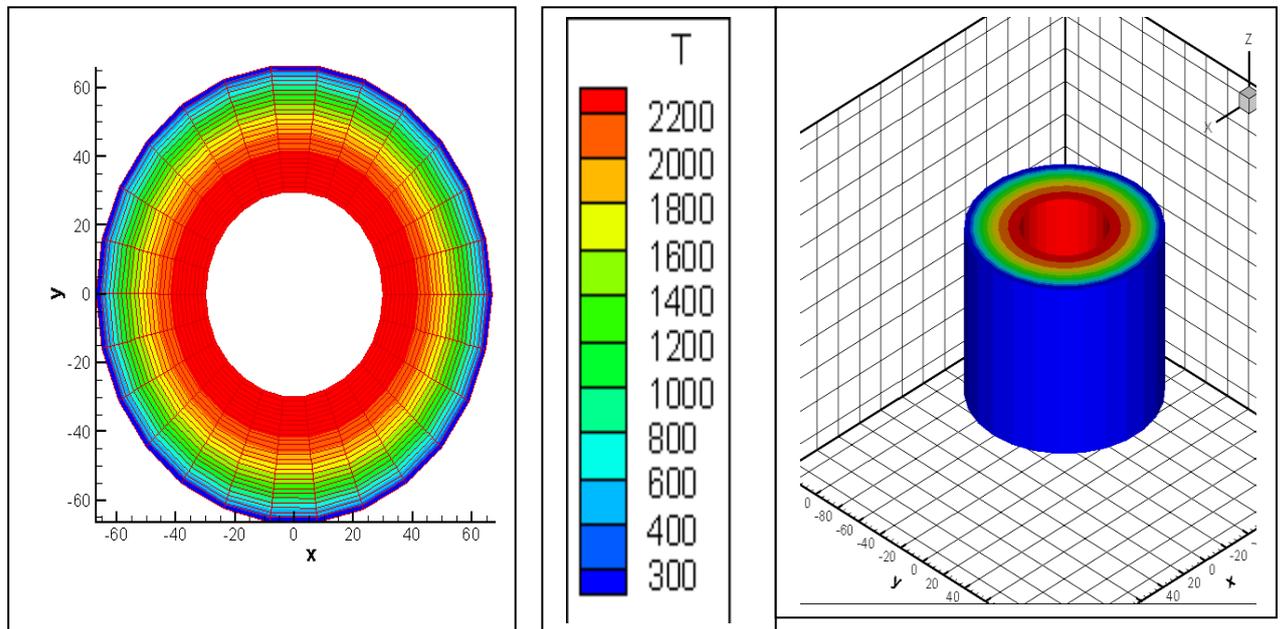
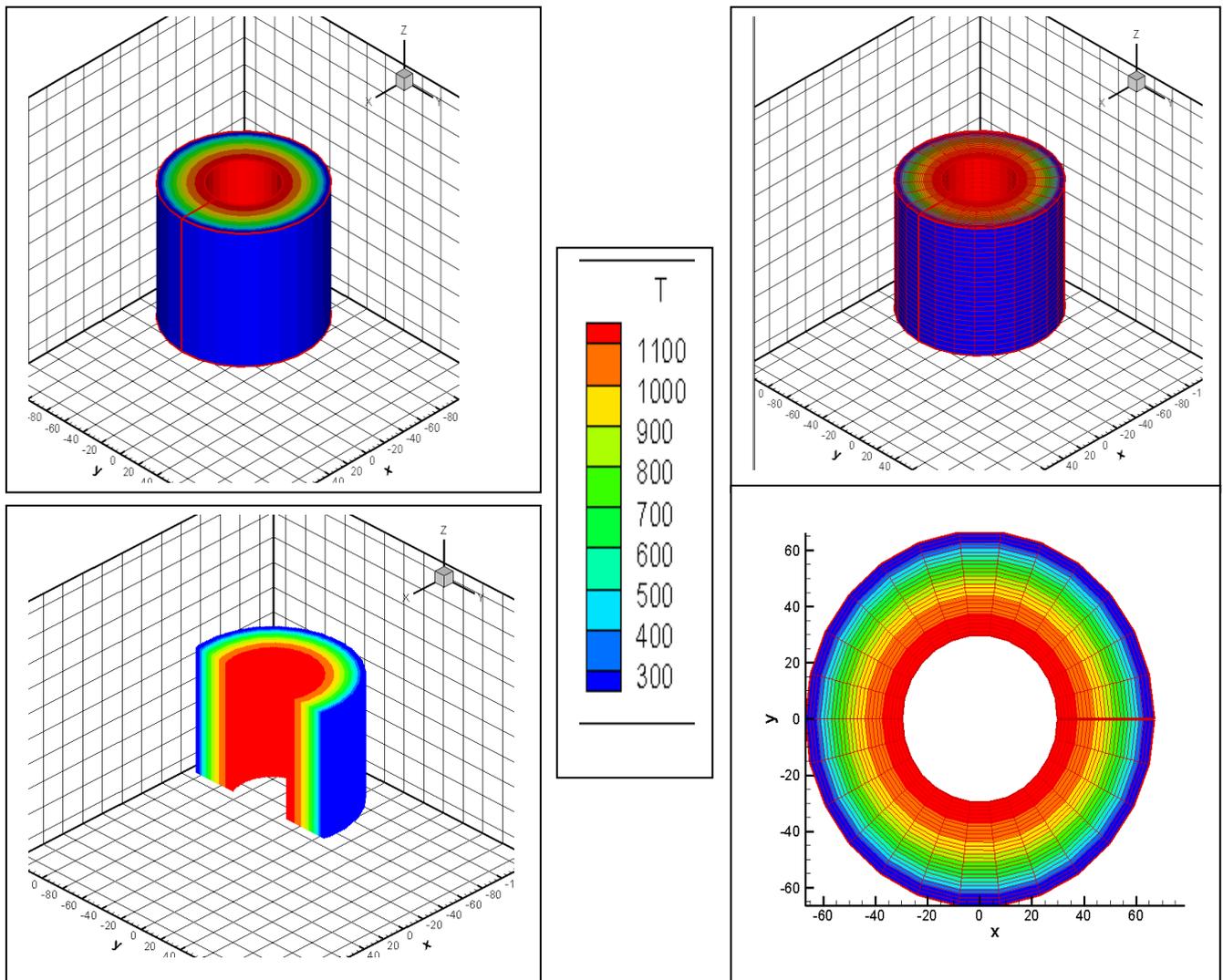


Fig 3-6 visualisation du contour temperature geometrie 3d-2d

(hastelloy alliage x )

**Fig 3-6 champ de temperature matériaux réfractaire****(hastelloy alliage X )**

A la figure 3.5 on montre la distribution radiale du champ de température travers la paroi de la chambre de combustion, on présente sur la figure une vue en perspective de la chambre avec un spectre de couleurs qui décompose le champ de température de la paroi interne où la température est de 2200 K vers la paroi externe où la température est 300 K.

A la figure 3.6 on présente le transfert de chaleur par conduction à travers la structure de la chambre, on utilise un matériau réfractaire qui est un alliage de Titane (hastelloy alliage x) où les propriétés physique et mécanique sont connus aussi bien on connaît sa la température limite d'utilisation qui est proche de 1070 K, la distribution du champ de

température sous forme un spectre qui se diffuse à partir de la paroi interne vers l'extérieure.

Après comparaison des deux figures on conclut bien que le matériaux utilisée (alliage X) est un mauvais conducteur de chaleur qui résiste bien a des gradients de températures élevée c'est pour cela ils sont utilisée dans le domaine aéronautique, entant que alliage il couple les propriétés de ses composant la résistance a la température due au titane, résistance a la corrosion due a l'aluminium et la dureté qui est dus au niobium.

### 3.5. Théorie thermo élastique

Cette approche en termes de contraintes suppose un matériau homogène, isotrope et de comportement mécanique linéaire élastique parfaitement fragile. Dans le cas d'un solide parfaitement élastique (verre, porcelaine...) la rupture n'intervient que lorsque la contrainte de surface atteint un seuil critique. En état de sollicitation bi-axiale (cas d'une plaque infinie), la contrainte thermiquement induite à la surface lors d'un refroidissement instantané est :

$$\sigma_{ideal} = \frac{(E \cdot \alpha \cdot \Delta T)}{(1 - \nu)} \quad (3.25)$$

E: Module de Young (MPa)

$\alpha$ : Coefficient de dilatation thermique ( $^{\circ}\text{C}^{-1}$ )

$\nu$ : Coefficient de Poisson

$\Delta T$ : Ecart de température ( $^{\circ}\text{C}$ )

Il y'aura dégradation si la contrainte induite par choc thermique atteint localement la contrainte à la rupture du matériau.

En réalité, la contrainte induite en surface est inférieure à  $\sigma$  idéale car:

- La température de la surface est supérieure à celle du fluide de refroidissement à cause de la discontinuité de température à l'interface].
- La température de surface ne diminue pas instantanément. Le cœur commence à se contracter en évacuant de la chaleur par conduction. Il impose donc à la surface une déformation plus faible que dans le cas idéal.

Dans le cas général, la contrainte thermique n'est qu'une fraction de la valeur précédente. Ce qui a conduit à définir un coefficient de réduction de contrainte ( $\psi$ ), appelé aussi "contrainte sans dimension";

$$\sigma_{reelle} = \psi \cdot \frac{(E \cdot \alpha \cdot \Delta T)}{(1-\nu)} \quad (3.26)$$

$$\sigma_{reelle} = \psi \cdot \sigma_{ideal} \quad (3.27)$$

$\psi$  est une fonction croissante du nombre de Biot  $\beta i$ . Ce dernier caractérise la sévérité du choc thermique.

$$\beta i = \frac{Lh}{k} \quad (3.28)$$

L: Dimension moyenne de l'échantillon (m)

K: Conductivité thermique du matériau de l'échantillon (W /m °K)

h: Coefficient d'échange superficiel de chaleur (W/m<sup>2</sup> °K).

### 3.5.1. Elasticité isotrope :

Dans le cas élastique, deux constantes élastiques suffisent :

Le module de Young E et le coefficient de Poisson, Plus précisément, la matrice des constantes élastiques s'écrit pour un matériau Isotrope.

$$[C_{IJ}] = \begin{bmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda + 2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

Ou les constantes  $\lambda$  et  $\mu$  appelées constantes de lamé sont liées à E et  $\nu$  Par

$$\lambda = \frac{Ev}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (3.30)$$

Donc

$$\{\sigma\} = \text{Vecteur de contrainte} = \left[ \sigma_x \quad \sigma_y \quad \sigma_z \quad \sigma_{yz} \quad \sigma_{zx} \quad \sigma_{xy} \right]^T$$

$\{\boldsymbol{\varepsilon}_{el}\} =$  Vecteur de déformation élastique  $= \left[ \varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \varepsilon_z \quad \varepsilon_{yz} \quad \varepsilon_{zx} \quad \varepsilon_{xy} \right]^T$

$$[C] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (1-2\nu)/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (1-2\nu)/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (1-2\nu)/2 \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

Maintenant, dans le cas d'un état de contrainte quelconque, les déformations élastiques sont liées aux contraintes par la loi de Hooke complète.

Donc  $[\boldsymbol{\varepsilon}_{el}] = [C]^{-1} \{\boldsymbol{\sigma}\}$

$$[C^{-1}] = [S] = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 1 & \nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_x^{el} = \frac{1}{2} (\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)) \\ \varepsilon_y^{el} = \frac{1}{2} (\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)) \\ \varepsilon_z^{el} = \frac{1}{2} (\sigma_z - \nu(\sigma_y + \sigma_x)) \\ \varepsilon_{xy}^{el} = \frac{2 + (1 + \nu)}{E} \sigma_{xy} \\ \varepsilon_{yz}^{el} = \frac{2 + (1 + \nu)}{E} \sigma_{yz} \\ \varepsilon_{xz}^{el} = \frac{2 + (1 + \nu)}{E} \sigma_{xz} \end{array} \right. \quad (3.33)$$

La loi de Hooke permet également d'évaluer les contraintes à partir de déformations :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_x = \frac{E}{h} [(1-\nu^2)\varepsilon_x + (\nu + \nu^2)(\varepsilon_y + \varepsilon_z)] \\ \sigma_y = \frac{E}{h} [(1-\nu^2)\varepsilon_y + (\nu + \nu^2)(\varepsilon_x + \varepsilon_z)] \\ \sigma_z = \frac{E}{h} [(1-\nu^2)\varepsilon_z + (\nu + \nu^2)(\varepsilon_x + \varepsilon_y)] \\ \sigma_{xy} = G_{xy} \varepsilon_{xy} \\ \sigma_{yz} = G_{yz} \varepsilon_{yz} \\ \sigma_{xz} = G_{xz} \varepsilon_{xz} \end{array} \right. \quad (3.34)$$

$$G_{xy} = G_{yz} = G_{xz} = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (3.35)$$

$$h = -2\nu^3 - 3\nu^2 + 1 \quad (3.36)$$

### 3.5.2. Déformation thermique et thermo élasticité isotrope :

Des déformations peuvent causées également par un changement de température.

Dans le cas isotrope et en l'absence de contrainte, on a :

$$\varepsilon_x^{th} = \varepsilon_y^{th} = \varepsilon_z^{th} = \alpha \Delta T \quad (3.37)$$

Où  $\alpha = \left( \frac{\partial \varepsilon}{\partial T} \right)_\sigma$  est le coefficient de dilatation thermique linéaire et  $\Delta T$  correspond

au changement de température.

Dans la plupart des structures cristallines, un changement de température n'induit aucun cisaillement (les exceptions sont les symétries monocliniques et tricliniques).

Dans la plupart des matériaux,  $\alpha$  est positif.

Pour le cas de 3D, le vecteur de déformation thermique est:

$$\{\varepsilon_{th}\} = \Delta T [a_x \quad a_y \quad a_z \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T \quad (3.38)$$

$$\Delta T = T - T_{ref} \quad (3.39)$$

$T$  : Température actuelle à l'endroit en question

$T_{ref}$  : Température de référence (étant la température à laquelle on considère)

$$\varepsilon_{th}(T_{ref}) = 0 \quad (3.40)$$

$$\{\varepsilon_{tot}\} = \{\varepsilon_{el}\} + \{\varepsilon_{th}\} \quad (3.41)$$

Lorsque sont imposés à la fois une contrainte et un changement de température, la déformation totale est la somme d'une déformation élastique et d'une déformation thermique (auxquelles peut encore s'ajouter une déformation plastique si la limite d'élasticité est dépassée, La loi de Hooke complète (valable seulement dans le cas de déformations thermo élastiques) s'écrit alors :

$$\{\varepsilon_{tot}\} = \{\varepsilon_{th}\} + [C]^{-1} \{\sigma\} \quad (4.42)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_x = a\Delta T + \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)) \\ \varepsilon_y = a\Delta T + \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)) \\ \varepsilon_z = a\Delta T + \frac{1}{E} (\sigma_z - \nu(\sigma_y + \sigma_x)) \\ \varepsilon_{xy} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{xy} \\ \varepsilon_{yz} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{yz} \\ \varepsilon_{xz} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{xz} \end{array} \right. \quad (3.43)$$

La loi de Hooke permet également d'évaluer les contraintes à partir de déformations

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_x = \frac{E}{h} [(1-\nu^2)(\varepsilon_x - a\Delta T) + (\nu + \nu^2)(\varepsilon_y + \varepsilon_z + 2a\Delta T)] \\ \sigma_y = \frac{E}{h} [(1-\nu^2)(\varepsilon_y - a\Delta T) + (\nu + \nu^2)(\varepsilon_x + \varepsilon_z + 2a\Delta T)] \\ \sigma_z = \frac{E}{h} [(1-\nu^2)(\varepsilon_z - a\Delta T) + (\nu + \nu^2)(\varepsilon_x + \varepsilon_y + 2a\Delta T)] \\ \sigma_{xy} = G_{xy} \varepsilon_{xy} \\ \sigma_{yz} = G_{yz} \varepsilon_{yz} \\ \sigma_{xz} = G_{xz} \varepsilon_{xz} \end{array} \right. \quad (3.44)$$

$$G_{xy} = G_{yz} = G_{xz} = \frac{E}{2(1+\nu)}, \quad h = -2\nu^3 + -3\nu^2 + 1 \quad (3.45)$$

### 3.5.3. Critères de limite élastique:

Lors d'un essai de traction ou de compression unidimensionnel, la limite d'élasticité est définie comme étant la contrainte pour laquelle apparaissent les premières déformations plastiques. En deçà de cette limite, toutes les déformations générées pendant le chargement de l'éprouvette peuvent être recouvrées.

Cette définition du domaine élastique pour un essai uni axial doit être généralisée dans le cas d'un chargement complexe. Cette généralisation tridimensionnelle est appelée critère de plasticité. Elle permet de définir, dans l'espace des contraintes, la région pour laquelle le matériau aura un comportement élastique.

Nous nous limiterons ici à la définition des deux critères isotropes les plus utilisés pour les métaux, les critères de Tresca et Von Mises.

#### 3.5.3.1 Critère de Tresca

Les contraintes de cisaillement maximales sont données

$$\text{par les expressions : } \begin{cases} \tau_{\max 12} = \frac{1}{2}(\sigma_{p1} - \sigma_{p2}) \\ \tau_{\max 13} = \frac{1}{2}(\sigma_{p1} - \sigma_{p3}) \\ \tau_{\max 23} = \frac{1}{2}(\sigma_{p2} - \sigma_{p3}) \end{cases} \quad (3.46)$$

Le matériau doit satisfaire les conditions de résistance suivantes

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma]_{\text{adm}} \quad (3.47)$$

$$\tau_{\max} \leq \frac{[\sigma]_{\text{adm}}}{2} \quad (3.48)$$

Avec :  $\sigma_{\max} = \max(\sigma_{p1}; \sigma_{p2}; \sigma_{p3})$  et  $\tau_{\max} = \max(\tau_{\max 12}; \tau_{\max 13}; \tau_{\max 23})$

#### 3.3.3.2 Critère de Von-Mises

Il existe un autre critère pour vérifier la condition de résistance, c'est celui donné par Von-Mises, il définit la contrainte équivalente par :

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_{p1} - \sigma_{p2})^2 + (\sigma_{p1} - \sigma_{p3})^2 + (\sigma_{p3} - \sigma_{p2})^2]} \quad (3.49)$$

Le matériau doit satisfaire les conditions de résistance suivantes :

$$\sigma_e \leq [\sigma]_{\text{adm}} \quad (3.50)$$

### 3.5. Détermination de comportement thermo élastique de la chambre de Combustion

Les matériaux sont souvent soumis à des chargements thermiques qui ont pour effet de dilater les volumes des structures. Les déformations thermiques sont directement proportionnelles à la variation de température  $\Delta T$ , par le coefficient de dilatation thermique  $\beta$ .

$$\underline{\varepsilon}^{th} = \beta \cdot \Delta T \cdot \underline{I} \quad (3.51)$$

Si on pose  $L_0$  et la longueur initiale d'un élément solide, et que  $T_0$  sa température initiale, alors son expansion linéaire est donnée par

$$\Delta L = L - L_0 = \beta \cdot L_0 \cdot \Delta T \quad (3.52)$$

D'où :

$$L = L_0 (1 + \beta \Delta T) \quad (3.53)$$

Pour le cas bidimensionnel

$$S = S_0 (1 + \beta \cdot \Delta T)^2 \quad (3.54)$$

Avec  $S_0$  section initiale,  $S$  section finale.

Donc dans le cas élastique linéaire isotrope, on obtient une relation entre les déformations et les contraintes sous la forme,

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{1 + \nu}{E} \underline{\underline{\sigma}} + \left( \beta \Delta T - \frac{\nu}{E} \text{tr}(\underline{\underline{\sigma}}) \right) \underline{\underline{I}}$$

L'inversion de cette relation nous fournit la loi de comportement dite "thermo élastique" du matériau :

$$\bar{\sigma} = \frac{E}{1+\nu} + \left( \bar{\varepsilon} \frac{\nu}{1+2\nu} \right) tr(\bar{\varepsilon}) \bar{I} - \frac{E}{1-2\nu} \beta \Delta T \bar{I} \quad (3.55)$$

Avec :  $\bar{\sigma}$ ,  $\bar{\varepsilon}$ ,  $\bar{I}$  Tenseurs de contrainte, de déformation et d'identité respectivement.

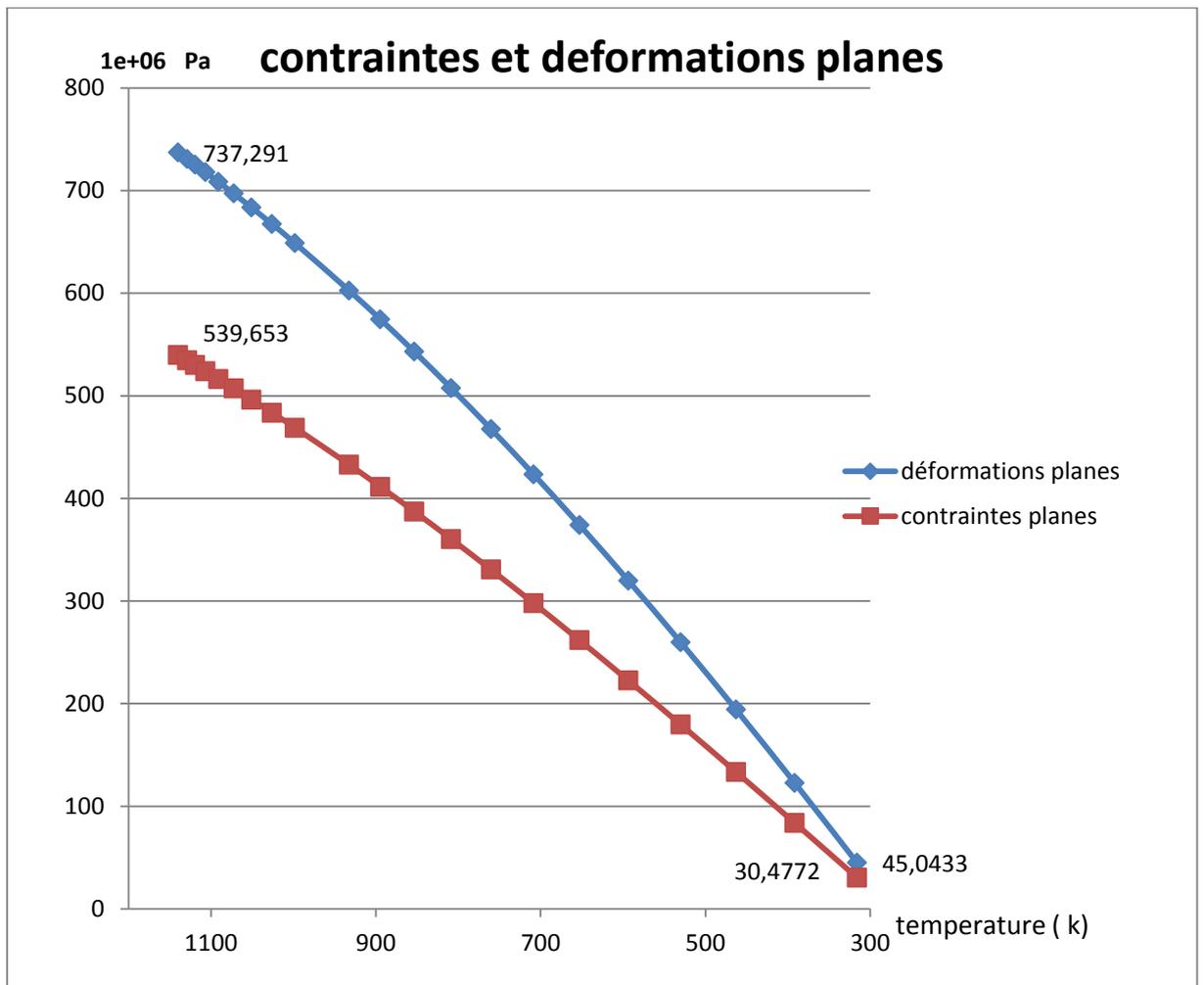
$E$  : Module d'élasticité ou (module de Young) du matériau.

$\nu$  : Coefficient de poisson

$\beta$  : Coefficient de dilatation thermique

Si on considère que le matériau est isotrope et on tient que les contraintes d'origines thermiques dans une direction, on peut écrire :  $\sigma_{th} =$

$$-\frac{E\beta\Delta T}{1-\nu} \text{ ou } \begin{cases} b = 1 \text{ en contraintes planes} \\ b = 2 \text{ en déformation planes} \end{cases}$$



**Fig 3-7** les contraintes et les déformations planes en fonction de la température

Sur la figure 3.7 on présente la variation de la contrainte thermique sous l'effet de la température, on remarque que la contrainte est maximale pour les hautes températures et elle devient minimum pour les valeurs minimales. le coefficient de délitation thermique ainsi le coefficient de poisson et le module de Young sont utilisés dans nos calculs comme des variables en fonction de la température.



---

## Chapitre 04 :

---

➤ **Procédure numérique.**

---

## 4-1 Introduction

Il y a deux grandes familles de méthodes de discrétisation :

**Les méthodes d'approximation des équations.** Selon ces méthodes, on cherche une solution exacte des équations approchées car les opérateurs différentiels sont discrétisés sur un maillage (la méthode des différences finies et la méthode des volumes finis) .

**Les méthodes d'approximation des solutions.** Selon ces méthodes on cherche une solution approchée à partir des équations exactes. Les solutions sont écrites comme des séries de Fonctions tronquées aux ordres de précisions désirées (les méthodes spectrales et la méthode des éléments finis).

Plusieurs codes de calculs permettent de simuler les écoulements, les codes CFD sont applicable dans une large variété de problèmes en mécanique des fluides et disposent des modèles divers de turbulence, parmi ces codes Fluent ; Phoenix, star-cd, flow 3D

Tous ces codes utilisent la méthode du volume finis, ansys regroupe un nombre très important de logiciel de calculs.

Dans notre étude on a décrit dans le chapitre 3 la méthode des différence finis et en simulation qui est faite sur deux partie l'étude de la flamme de diffusion avec le logiciel fluent qui utilise la méthode des volumes finis, l'impact de la flamme sur les parois de la chambre de combustion avec ansys structure statique qui utilise la méthode des éléments finis .

## 4-1 simulation de aérodynamique la combustion

### 4-1-1 Méthode des volumes finis (MVF)

La méthode a été décrite pour la première fois en 1971 par Patankar et Spalding et publier en 1980 par Patankar (Numerical Heat Transfer and Fluid Flow )

La méthode des volumes finis est une technique de discrétisation qui convertit les équations de conservation aux dérivées partielles en équations algébriques qui peuvent être résolues numériquement. La technique des volumes de contrôle consiste dans l'intégration des Équations aux dérivées partielles sur chaque volume de contrôle pour obtenir les équations Discrétisées qui conservent toutes les grandeurs physiques sur un volume de contrôle (VC). Le principe de discrétisation peut être illustré en considérant l'équation de transport pour une grandeur scalaire F .

#### Les différentes étapes de la mise en œuvre sont :

- ✓ Le domaine de calcul est discrétisé en un nombre fini de points (les nœuds du maillage), autour desquels on définit des volumes élémentaires (appelés volumes de contrôle contigus, non juxtaposés et sans discontinuités aux interfaces ; Les équations modèles, sont intégrées sur chaque volume de contrôle (VC) ;
- ✓ Écriture des équations algébriques en fonction des valeurs de F aux nœuds du maillage.
- ✓ Résolution du système algébrique linéaire obtenu.

## 4-1-2 Méthode des volumes finis 3D stationnaire

### Procédure de solution

les étapes de solution se résumes en 4 points critiques:

- ✓ paramétrage de la solution.
  - Choix du solveur.
  - Schémas de discrétisation.
- ✓ Initialisation
- ✓ Suivis de convergence et stabilité:
  - Réglage la sous relaxation.
  - Fixer le CFL (explicit et instationnaire)
  - Accélérer la convergence.
- ✓ Précision.

#### 4-1-2-1 Discrétisation spatiale

Le volume de contrôle contenant le nœud  $P$  a six nœuds voisins identifiés comme les nœuds “West”, “East”, “South”, “North”, “Bottom” et “Top” (W, E, S, N, T, B). Comme notations  $w, e, s, n, b$  et  $t$  font référence aux faces “west”, “est”, “sud”, “north”, “top” et “bottom” respectivement.

On intègre l'équation (4-1) sur le volume de contrôle, en trois dimensions

(  $dV = dx dy dz$  ), présenté à la figure 4-1

$$\begin{aligned} & \iiint \frac{\partial}{\partial x} \left( c_1 \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) dx dy dz + \iiint \frac{\partial}{\partial y} \left( c_1 \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) dx dy dz \\ & + \iiint \frac{\partial}{\partial z} \left( c_1 \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) dx dy dz \\ & + \iiint S dV = 0 \end{aligned} \quad (4-1)$$

Si l'on note  $A_e = A_w = \Delta y \Delta z$ ,  $A_n = A_s = \Delta x \Delta z$ ,  $A_t = A_b = \Delta x \Delta y$  l'intégration ci-dessus Donne :

$$\begin{aligned} & \left( A_e c_e \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e - A_w c_w \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w \right) + \\ & \left( A_n c_n \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_n - A_s c_s \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_s \right) + \left( A_t c_t \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_t - A_b c_b \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_b \right) + S \Delta V = 0 \end{aligned} \quad (4-2)$$

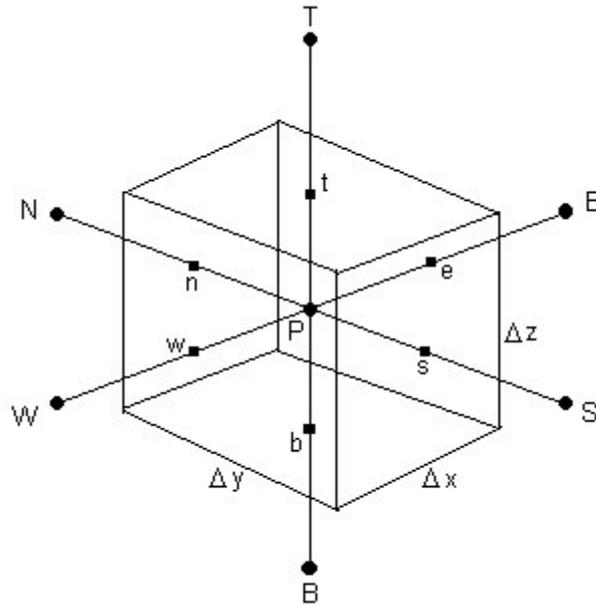


Fig 4-1 Volume de contrôle 3D

En remplaçant le gradient de la quantité  $\phi$  dans l'équation précédente et En regroupant les termes on obtient la forme générale de l'équation discrétisée pour un nœud intérieur :

$$a_p \phi_p = a_w \phi_w + a_e \phi_e + a_s \phi_s + a_n \phi_n + a_B \phi_B + a_t \phi_t + b \quad (4-3)$$

$$a_w = \frac{c_w A_w}{\delta x_{wp}} \quad a_e = \frac{c_e A_e}{\delta x_{pe}} \quad a_s = \frac{c_s A_s}{\delta y_{sp}} \quad a_n = \frac{c_n A_n}{\delta y_{np}} \quad a_t = \frac{c_t A_t}{\delta y_{pt}} \quad a_b = \frac{c_b A_b}{\delta y_{bp}}$$

$$a_p = a_w + a_e + a_s + a_n + a_b + a_t + S \quad \Delta x \Delta y \Delta z$$

Pour les points 1 et  $N$  situés aux frontières du domaine de calcul on intègre l'équation (4.1) sur un demi-volume de contrôle.

Les trois cas typiques de conditions aux limites rencontrées:

1. (condition de type Dirichlet).
2. (condition de type Neumann).
3. (condition mixte ou de type Fourier).

#### 4-1-2-2 L'équation de convection-diffusion stationnaire

Il existe 5 schéma de discrétisation le choix entre eux est relié au nombre de peclét qui caractérise la dominance de la convection par rapport a la diffusion

- ✓ Schéma centré .
- ✓ Schéma upwind .
- ✓ Schéma exponentiel.
- ✓ Schéma hybride .
- ✓ Schéma power low.

- 1-Le schéma centré est valable pour  $P < 2$  ; diffusion forte .
2. Le schéma “upwind” est non approprié pour les faibles valeurs de  $P$  et la diffusion est surestimée .
3. Le schéma exponentiel a un coût (au point de vue numérique) élevé .
4. Le schéma hybride est acceptable mais ceci donne une erreur maximale pour  $P \sim 2$  .
5. Le schéma “Power Law” est recommandé. Dans tous les cas .

### Remarques

-Tous les schémas, sauf le schéma centré pour  $P > 2$  , donnent une solution physiquement acceptable ; Puisque le nombre de Péclet décide sur le comportement des schémas, on pourrait prendre un maillage fin ( $dx$  petit) afin d’avoir  $P < 2$  et pouvoir ainsi choisir le schéma centré. Cependant pour la plupart des problèmes physiques cela nécessiterait un nombre élevé de volumes de contrôle et donc des coûts de calcul très élevés.

### **4-1-3 Choix d’interpolation de pression**

- Le schéma standard est employée dans un très grand nombre d’application.
- Pour les écoulements compressible on choisie le schéma second ordre qui peut même améliorer la précision des écoulements compressibles.
- le schéma PRESTO (pressure sttaggering option) est adapté pour les écoulements hautement tourbillonnaires .a grande vitesse de rotation .
- le schéma body forced weighted recommandés pour les écoulement ou les forces de volume sont important

### **4-1-4 Méthode des volumes finis appliquée au traitement du couplage vitesse-pression**

*Première difficulté* – la non-linéarité du terme convectif dans les équations de conservation de la quantité de mouvement, par exemple le premier terme dans l’équation  $\rho uu$

*deuxième difficulté* – dans le terme source, le champ de pression n’est pas connu et il n’existe pas d’équation gouvernante pour le champ de pression  $p$  .La pression est indirectement spécifiée par l’équation de continuité. Le champ de pression correct est le champ qui, lorsqu’il est introduit dans l’équation de conservation de la quantité de mouvement, a un champ de vitesses associé, qui satisfait l’équation de continuité. Toutes les trois équations sont couplées parce que chaque composante de la vitesse est présente dans toutes les équations. Si le gradient de la pression est connu, le champ de pression est

une partie de la solution globale du problème, le gradient de pression, normalement, n'est pas connu.

On connue deux solveur sous fluent

**Densité based explicite et implicite**

**Pressure based implicite**

Les schémas implicite sont toujours stable (chapitre 03) mais nécessite plus de mémoire que l'explicite donc y'a aucune condition si on choisit le solveur pressure based.

Pour le solveur densité based il y'a le CFL très connue en instationnaire mais déficille a définir mais en stationnaire

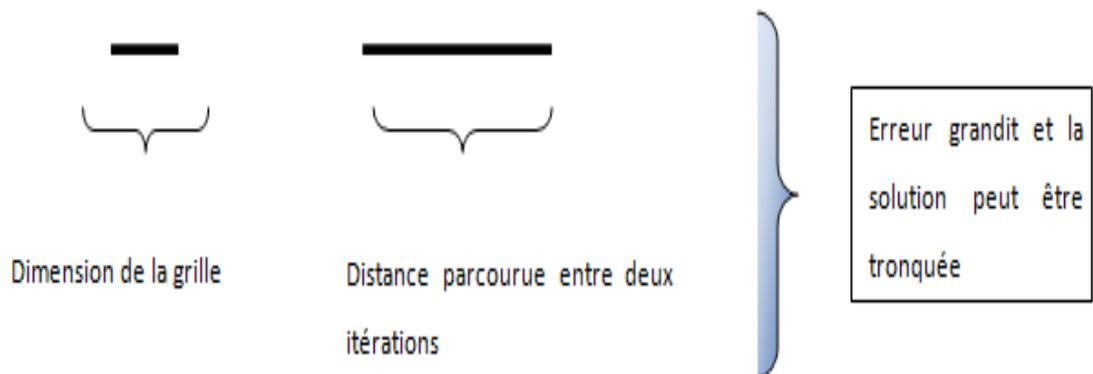
#### 4-1-4-1 CFL en écoulement stationnaire

C'est la condition qui se traduit simplement par :

Le domaine de calcul doit inclure le domaine d'influence physique. Si la dimension de la grille est inferieure a la distance parcourue dans l'intervalle de pas de temps informatique par l'onde la plus rapide que permet l'équation , l'erreur grandit et envahit la solution, ceci peut être schématisé comme suit.

$$CFL = v \frac{\Delta t}{\Delta x^2}$$

*v est la vitesse*



**Fig 4-2** schema mauvais CFL

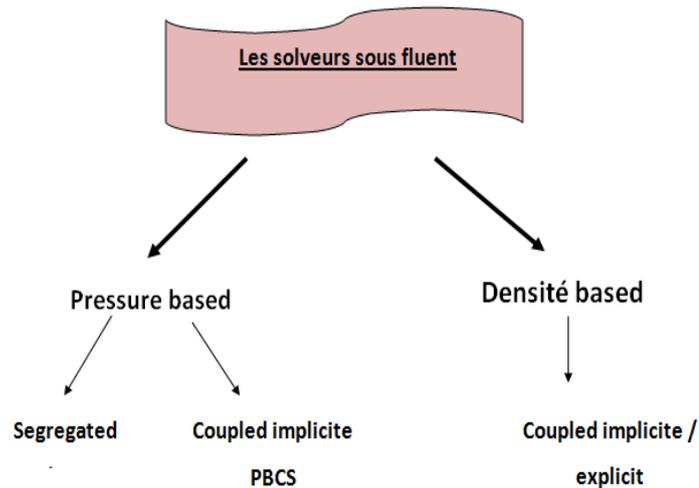


fig. (4.3) les solveurs fluent

#### 4-1-4-2 Densité based solveur

Si l'écoulement est compressible l'équation de continuité peut être utilisée comme l'équation de transport pour la densité et on ajoute au système l'équation de conservation de l'énergie qui est une équation de transport pour la température. La pression peut alors être obtenue en utilisant la densité et la température à l'aide de l'équation d'état  $p(r,T)$ . Pourtant.

#### Organigramme density based solver

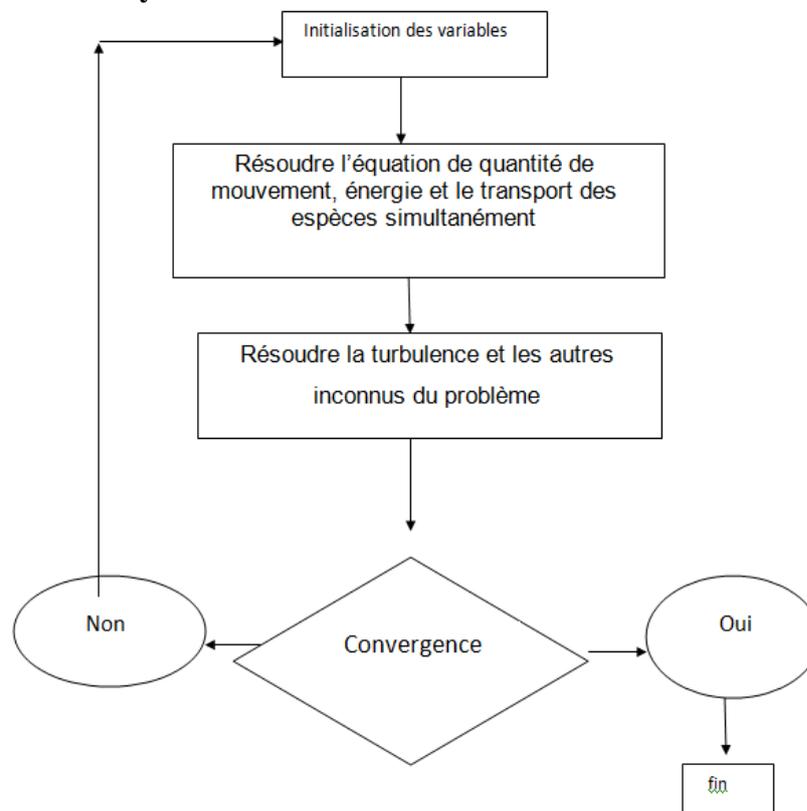


FIG (4.4) organigramme density based solver

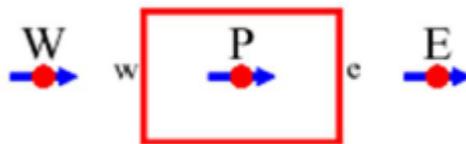
### 4-1-4-3 Pressure based solver

Si l'écoulement est incompressible alors la densité est constante et elle n'est pas liée à la pression. Dans ce cas le couplage entre la pression et la vitesse introduit une contrainte sur la solution du champ d'écoulement : si le champ de pression correct est introduit dans les équations de conservation de la quantité de mouvement, le champ de vitesses qui en résulte vérifie l'équation de continuité.

Toutes les difficultés énoncées ci-dessus seront surmontées par l'utilisation d'une procédure itérative, comme l'algorithme de Patankar et Spalding appelé l'algorithme SIMPLE (Semi-Implicit Méthode for Pressure-Linked Equations). Dans cet algorithme le flux convectif

par l'unité de masse,  $F$ , à travers les interfaces du volume de contrôle est évalué à partir d'un champ de vitesses estimé.

#### 4-1-4-3-1 Algorithme Simple



**Fig (4.5)** discrétisation volume finis

On reprend ici, l'équation stationnaire de transport d'une variable  $\Phi$  par convection diffusion sous sa forme générale:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i \phi) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right) + s \quad (4-4)$$

où:

$u_i$  est la composante de la vitesse suivant la direction  $x_i$ .

$\rho$  la masse volumique.

$\Gamma$  le coefficient de diffusion.

$S$  le terme source.

L'intégration de l'équation précédente en volume finis donne

$$a_e u_e = \sum_{nb} a_{nb} u_{nb} + b + A_e (P_P - P_E) \quad (4-5)$$

Ou

$$\sum a_{nb} u_{nb} = a_e u_e$$

Soit un champ de pression initial  $p^*$ . La solution provisoire de l'équation précédente sera noté  $u^*$  (notons que  $u^*$  ne vérifie pas l'équation de continuité).

$$a_e u_e^* = \sum a_{nb} u_{nb}^* + b + A_e (P_p^* - P_E^*) \quad (4-6)$$

A ce stade, aucune des deux variables n'est correcte. Toutes les deux nécessitant une correction.

$$U = u' + u^* \quad (4-7)$$

$$U = p' + p^* \quad (4-8)$$

où  $u'$  et  $p'$  sont les corrections qu'il faut estimer.

L'introduction des équations (4-7) et (4-8) dans (4-5) et en tenant compte de (4-5), il s'en suit:

$$u_e = u_e^* + d_e (P_p' - P_E') \quad (4-9)$$

On a obtenus l'équation de correction de vitesse  $d_e = \frac{A_e}{a_e}$

notons ici que pour linéaires l'équation, le terme  $\sum a_{nb} u_{nb}^*$  'a été tout simplement négligé. Normalement, ce terme doit s'annuler lors de la convergence de la procédure. C'est-à-dire que cette omission n'influe par sur le résultat final, mais elle fausse un peu le résultat temporaire. C'est d'ailleurs la seule simplification faite dans l'algorithme SIMPLE. Elle a été

corrigée dans les variantes plus évoluées (SIMPLER et SIMPLEC).

L'introduction de l'expression corrigée (4-9) dans l'équation de continuité (4-5), donne l'équation de correction de la pression, qu'on écrira sous la forme suivante:

$$a_p p_p = a_E p_E' - a_w p_w' + b \quad (4-10)$$

#### 4-1-4-3-1 Algorithme de Simple

Enfin, l'algorithme **SIMPLE** sera résumé comme suit:

1. Choisir un champ de pression initial  $p^*$

Noter que  $p^*$  ne vérifie pas l'équation de continuité

2. Résoudre l'équation de transport pour déduire un champ de vitesse  $u^*$ .

3. résoudre l'équation (4-9) de correction de la pression.

4. Corriger les champs de pression et de vitesse.

5. Résoudre les autres équations de transports d'autres scalaires du problème, tel que la Température ou les quantités turbulentes.

6. Remplacer l'ancien champ de pression par le nouveau et revenir à l'étape 2. Répéter les calculs jusqu'à convergence de toutes les variables.

#### 4-1-4-3-2 L'algorithme SIMPLER

L'algorithme SIMPLER (**SIMPLE Revised**), mise au point par Patankar (1980), est une version améliorée de l'algorithme SIMPLE. Selon cet algorithme l'équation de continuité discrétisée (4-5) est utilisée pour obtenir *une équation discrétisée pour la pression* au lieu d'une équation de correction de pression comme dans l'algorithme SIMPLE. Le champ de pression est obtenu directement, sans correction de pression, mais le champ de vitesse est obtenu à l'aide de la correction en utilisant les équations , on introduit la pseudo vitesse donc une autre équation de correction

$$u_e = \tilde{u} + d_e(P'_p - P'_E) \quad (4-11)$$

$$\tilde{u} = \frac{\sum a_{nb}u_{nb}}{a_e}$$

Enfin, l'algorithme **SIMPLER** sera résumé comme suit:

1. Choisir un champ de vitesse initial.
2. Calculer les coefficients des équations de quantité de mouvement et déduire  $u$ .
- 3-résoudre l'équation de la pression.
4. Utiliser le champ de pression pour résoudre les équations de quantité de mouvement pour déduire un champ de vitesse  $u^*$ .
- 5-résoudre l'équation de correction de la pression.
6. Corriger le champ de la vitesse, (ne pas corriger la pression).
7. Résoudre les autres équations de transports d'autres scalaires du problème, tel que la température ou les quantités turbulentes.
8. Revenir à l'étape 2. Répéter les calculs jusqu'à convergence de toutes les variables.

La supériorité de l'algorithme SIMPLER par rapport à SIMPLE réside dans le fait que la déduction de l'équation de la pression ne fait intervenir aucune simplification. Dans SIMPLE, la déduction de l'équation de correction de la pression passe par l'annulation du terme  $\sum a_{nb}u_{nb}$  ' Par conséquent le champ de pression dans SIMPLER est plus proche de la réalité que celui de SIMPLE, puisqu'en général l'estimation d'un champ de vitesse initial est plus facile que celle d'un champ de pression. Notons, ici que l'algorithme SIMPLER ne nécessite pas de champ de pression initial. La pression est directement générée à partir de l'initialisation de la vitesse.

#### 4-1-4-3-3 L'algorithme SIMPLEC (SIMPLE-Consistent)

Cette amélioration a été apportée par Van Doormal et Raithby, (1984) pour rectifier la négligence du terme  $\sum a_{nb}u_{nb}$  dans SIMPLE. La correction de la vitesse obtenue précédemment sera écrite:

$$u_e = u_e^* + d_e(P'_p - P'_E) \quad (4-12)$$

$$\tilde{u} = \frac{A_e}{a_e - \sum a_{nb}u'_{nb}}$$

Au lieu de faire comme dans SIMPLE et négliger complètement le terme, on préfère garder la partie connue et négliger seulement ce qui est inconnu.  $u'_{nb}$  Ce qui donne Les étapes de SIMPLEC restent les mêmes que ceux de SIMPLE.

#### 4-1-4-3-1 L'algorithme PISO (Pressure Implicit with Splitting of Operators of Issa, 1986)

Cet algorithme a été développé initialement pour les calculs non itératifs des écoulements non stationnaires et compressibles. Il a été ensuite adapté avec succès pour les calculs itératifs des problèmes stationnaires. L'algorithme est similaire à SIMPLE avec une amélioration qui consiste à faire deux corrections successives au lieu d'une seule.

##### Etape de prédiction:

En utilisant un champ de pression initial  $p^*$  qu'on utilise pour résoudre l'équation de transport. Un champ de vitesse  $u^*$  est déduit.

##### Première étape de correction:

Le champ de vitesse  $u^*$  obtenu ne vérifie pas l'équation de continuité, sauf si le champ de pression  $p^*$  est correct. Les mêmes étapes de SIMPLE sont suivies pour obtenir une première

correction du champ de la vitesse. Puisque dans PISO, on doit faire deux corrections successives, le champ de vitesse obtenue sera noté  $u^{**}$ .

$$u^{**} = u^* + u'$$

$$p^{**} = p^* + p'$$

$$u_e^{**} = u_e^* + d_e(P'_p - P_E') \quad (4-14)$$

### Deuxième étape de correction:

On injecte  $u_e^{**}$  dans (4-5) on aura

$$a_e u_e^{**} = \sum a_{nb} u_{nb}^* + b + A_e (P_p^{**} - P_E^{**}) \quad (4-15)$$

Un deuxième champ corrigé de vitesse sera noté  $u_e^{***}$  et calculé par

$$a_e u_e^{***} = \sum a_{nb} u_{nb}^* + b + A_e (P_p^{***} - P_E^{***}) \quad (4-16)$$

La sommation dans l'équation précédente est faite avec les vitesses issues de la correction précédente. La soustraction de l'équation (4-15) de (4-16) donne:

$$u_e^{**} = u_e^{**} + \frac{\sum a_{nb} (u_{nb}^{**} - u_{nb}^*)}{a_e} + d_e (P'_p - P''_E) \quad (4-17)$$

### Résumé de l'algorithme PISO

Les étapes qui doivent être parcourues dans cet algorithme sont :

1. L'estimation initiale du champ de vitesses  $u^*$  et  $v^*$ , du champ de pression  $p^*$  et de la variable de transport  $u^*$ .
2. Parcourir l'étape 1, 2 et 3 de l'algorithme SIMPLE, c'est-à-dire :
  - Résoudre les équations de conservation de la quantité de mouvement ;
  - Résoudre l'équation de correction de pression pour obtenir  $p'$  ;
  - Corriger la pression et les vitesses pour actualiser  $p^*$ ,  $u^*$  et  $v^*$ .
3. résoudre la deuxième équation de correction de pression;
4. Corriger la pression et les vitesses
5. Actualiser la pression et les vitesses,  $p = p^{***}$ ,  $u = u^{***}$  et  $v = v^{***}$  ;
6. Calculer les coefficients et le terme source et puis résoudre l'équation de transport pour la variable  $\square u$
7. Réinitialise toutes les variables calculées aux étapes 5 et 6 ( $p^* = p$ ,  $u^* = u$ ,  $v^* = v$  et puis retour à l'étape 2 .
8. Répéter les étapes 2 à 7 jusqu'à la convergence.

Cet algorithme implique un considérable effort de stockage en mémoire à cause de la deuxième équation de correction de pression. L'algorithme peut être appliqué, facilement, aux problèmes in stationnaires.

### **Conclusion sur les algorithmes de couplage**

D'après plusieurs études comparatives, il semblerait que SIMPLER est le meilleur algorithme de couplage, puisqu'il ne nécessite pas de pression initiale. Il paraît aussi qu'il est de 30 à 50 % plus rapide que SIMPLE (Anderson et al, 1984). Par contre la comparaison entre SIMPLEC et PISO dépend des conditions de l'écoulement considéré, du degré de couplage entre les équations du moment et celles des autres scalaires (combustion par exemple). Une

Étude comparative entre PISO, SIMPLER et SIMPLEC pour des problèmes stationnaires non couplés à des scalaires a été faite par Jiang et al (1986). La conclusion est que l'algorithme PISO était le plus stable et le plus rapide. Pour les problèmes où le scalaire est très lié aux équations de la vitesse l'avantage de PISO n'est pas significatif.

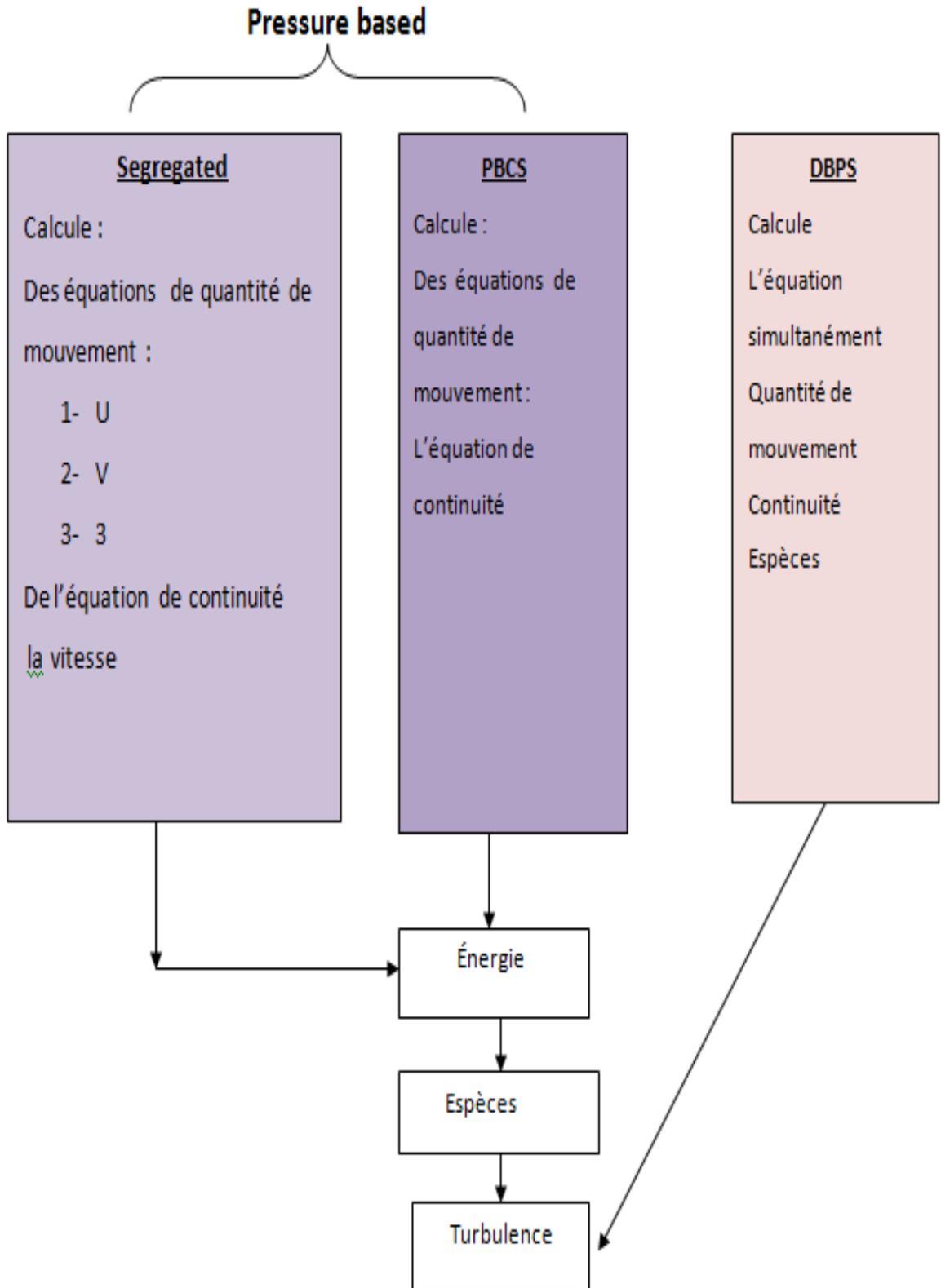


FIG (4.6) Schéma récapitulatif solveurs

## **4-2 Les étapes de simulation fluent**

Ce chapitre est consacré à la faisabilité d'utilisation d'un code de calcul numérique de dynamique des fluides pour simuler un écoulement réactif dans une chambre de combustion tubo-annulaire de l'Allison T56. Dans un premier lieu, nous avons décrit la géométrie et les différentes étapes essentielles pour la modélisation numérique telles que la génération du maillage, Le choix du modèle numérique à savoir, les conditions aux limites, les modèles de turbulence et de combustion

### **4.2.1. Le logiciel ANSYS:**

ANSYS est un logiciel de simulation numérique leader de son marché, utilisé dans le développement des produits industriels. Il offre toutes les capacités physiques nécessaires pour la modélisation des écoulements fluides, des turbulences, des transferts de chaleur et des réactions chimiques. Aujourd'hui des milliers d'entreprises à travers le monde utilisent ANSYS comme partie intégrante des phases de conception et d'optimisation de leurs produits. Son solveur avancé fournit des résultats rapides, précis, des maillages adaptatifs et déformables et peut évoluer facilement vers le calcul parallèle.

Comme tout logiciel de CFD, ANSYS est composé de trois éléments : le préprocesseur, le solveur et le post-processeur .

- Le préprocesseur permet de représenter la géométrie du système, de définir le type de condition aux frontières du domaine, de spécifier le type de matériau (fluide ou solide). Il fournit aussi la possibilité de discrétiser le domaine, en proposant plusieurs algorithmes de maillage suivant sa géométrie.
- Tandis que le solveur permet de définir numériquement les conditions opératoires (gravité, pression) dans lesquelles est effectués la simulation, ainsi que la spécification des conditions aux limites. Enfin, il permet de choisir le processus itératif, en proposant notamment plusieurs schémas numériques pour la discrétisation spatiale et temporelle, et pour le couplage de la vitesse et de la pression. Il offre également une interface permettant de contrôler à tous moment l'état d'avancement des calculs.
- Enfin, le post-processeur est l'élément qui permet de visualiser la géométrie et le maillage du domaine, mais surtout d'afficher les résultats obtenus. Il est ainsi possible de visualiser les champs de vitesse, de pression, de turbulence ainsi que toutes les autres

grandeurs calculées sur un segment, une section du domaine ou sur tout le volume. Il offre aussi la possibilité de tracer des courbes et de visualiser les lignes de courant ou la trajectoire de particules.

### 4-2-2 Création d'un système d'analyse

ANSYS permet de créer une chaîne de calcul pour une simulation « Analysis System » et gérer automatiquement les interactions entre les différents logiciels utilisés pour la géométrie, le maillage, la simulation et le post-traitement. Lors de la phase de simulation, les étapes sont réalisées successivement.

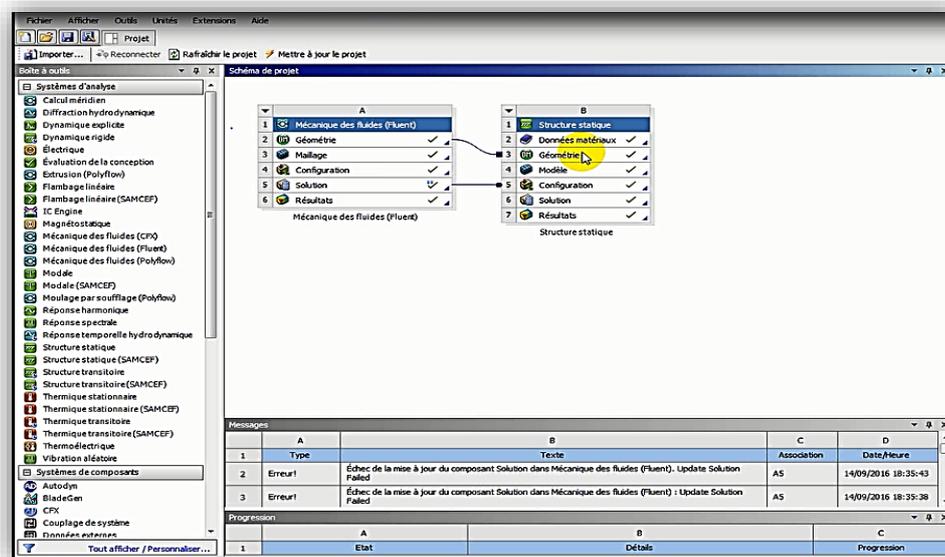


Figure (4.7) : création de la simulation sous Workbench.

Tab (4.1) : les processus utilisés dans le projet Fluid flow.

|   |                                  |                      |
|---|----------------------------------|----------------------|
|  Géométrie     | CAO < création de la géométrie > | ANSYS Design Modeler |
|  Maillage      | Le maillage                      | ANSYS Meshing        |
|  Configuration | Mise en données et simulation    | ANSYS Fluent         |
|  Solution      | Résultats CFD                    |                      |
|  Résultats     | Post-traitement                  | CFD Post             |

#### 4.4. Les processus de la simulation :

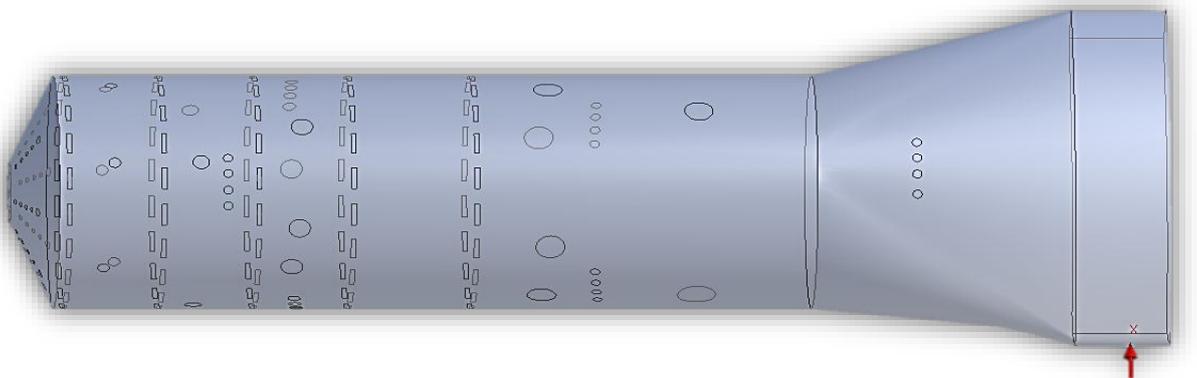
##### 4.4.1 Création de la géométrie :

Les dimensions essentielles de la chambre de combustion sont illustrée dans l'annexe B.

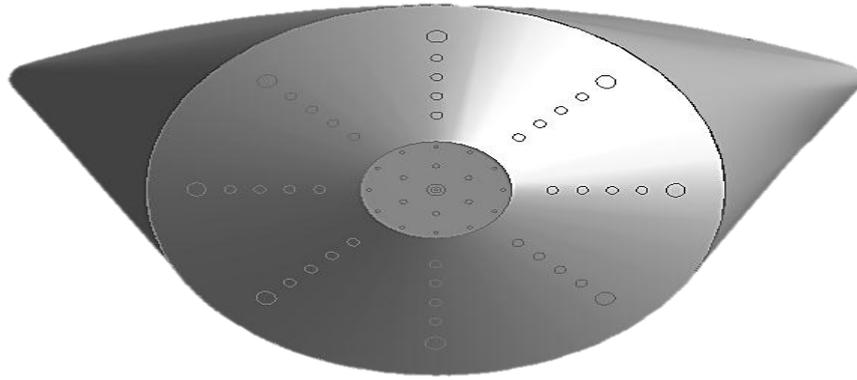
Les figures suivantes représentent Les différentes vues de la chambre de combustion sous le logiciel ANSYS Design Modeler :



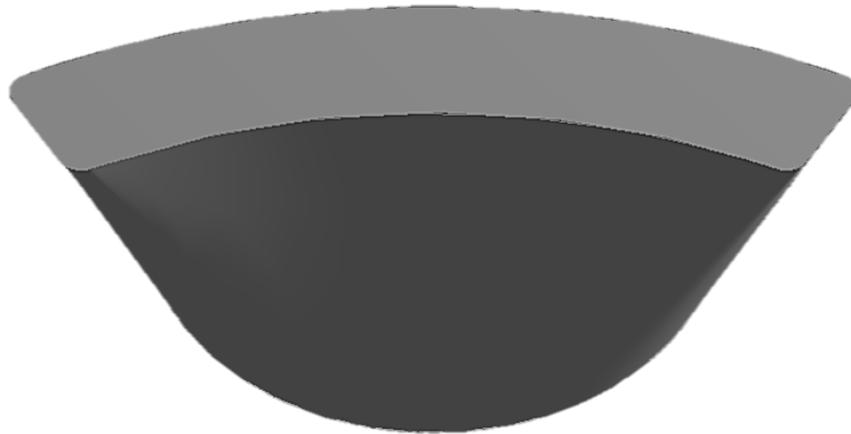
**Figure (4.8.a)** chambre de combustion réelle



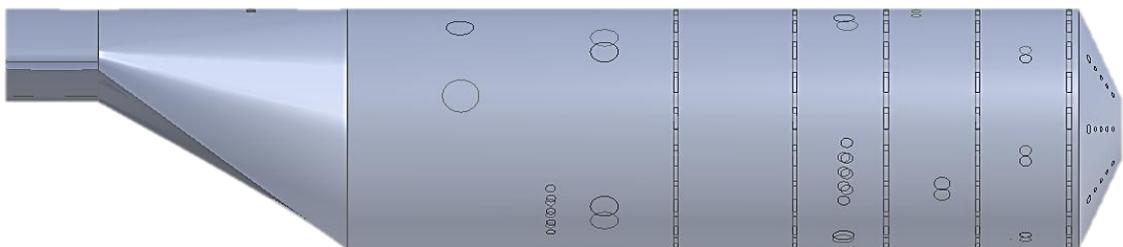
**Figure (4.8.b)** : la chambre de combustion simplifiée de l'Allison-T56 sous le logiciel ANSYS Design Modeler.



**Figure (4.9)** : vue de gauche de la chambre de combustion de l'Allison-T56 sous le logiciel ANSYS Design Modeler.



**Figure (4.10)** : vue de droit de la chambre de combustion de l'Allison-T56 sous le logiciel ANSYS Design Modeler.

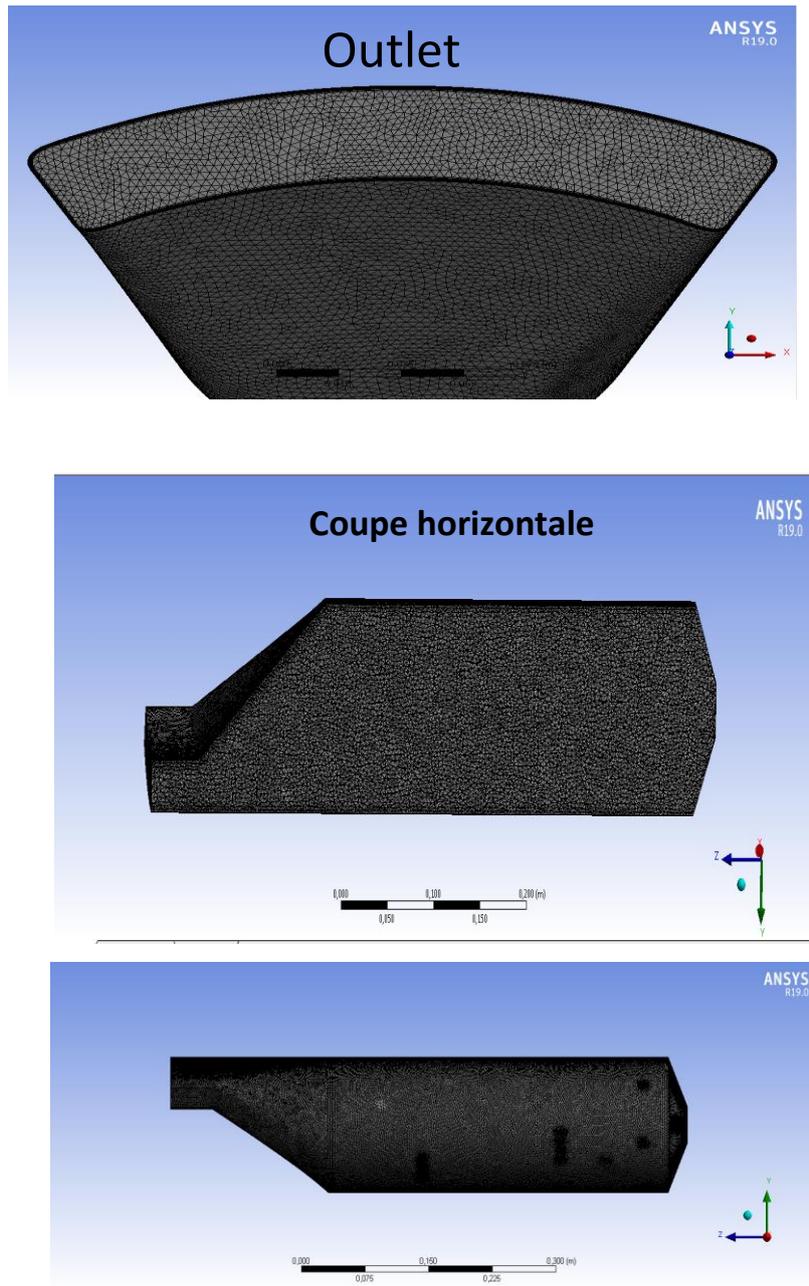


**Figure (4.11)** : vue de face de la chambre de combustion de l'Allison-T56 sous le logiciel ANSYS Design Modeler.

#### 4.4.2.2. Génération de maillage

La génération d'un maillage adapté à l'écoulement est une étape très importante dans la réalisation d'une simulation numérique. Presque 4 mois passé à la préparation de la géométrie et l'obtention d'un maillage acceptable en accord avec notre modèle de turbulence.

La figure suivante présente le maillage de la chambre de combustion sous le logiciel ANSYS Meshing



**Figure (4.12)** différentes vues de maillage de La chambre de combustion de l'Allison-T56 sous le logiciel ANSYS

#### 4.4.2.3. Nomination des surfaces :

L'étape suivante consiste à nommer les différentes parties de la géométrie (annexe B) afin de :

- Définir les conditions aux limites du problème (entrées, sorties... etc).
- Définir des conditions sur le maillage au niveau des différentes sélections.

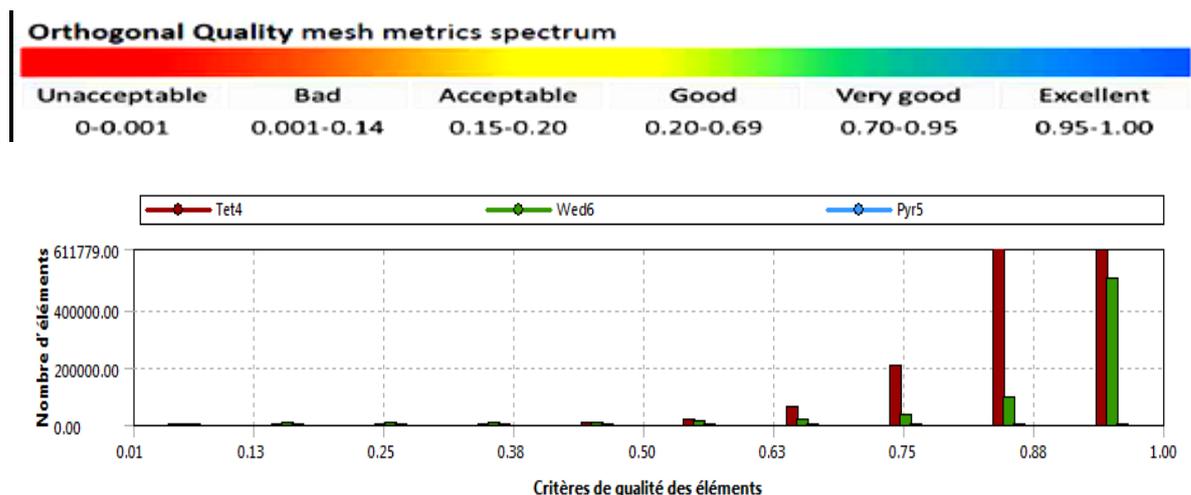
#### 4.4.2.4. Etude et choix du maillage :

Il est à noter que les simulations ont été conduites sur deux ordinateurs :

- Pc i7 avec 4 processeurs 2.8 GHZ et 8 Go DE RAM.
- Pc avec 12 processeurs 2.8 GHZ et 8 Go DE RAM.
- PC avec 6 processeurs 2.8 GHZ et 16 GO DE RAM.

#### 4.4.2.5. Critères de qualité de maillage :

Il existe plusieurs critères pour vérifier la qualité de maillage tel que « orthogonal quality » la figure ci-dessous présente ces deux derniers :



**Figure (4.13) :** vérification de Critères « orthogonal quality » dans Notre maillage.

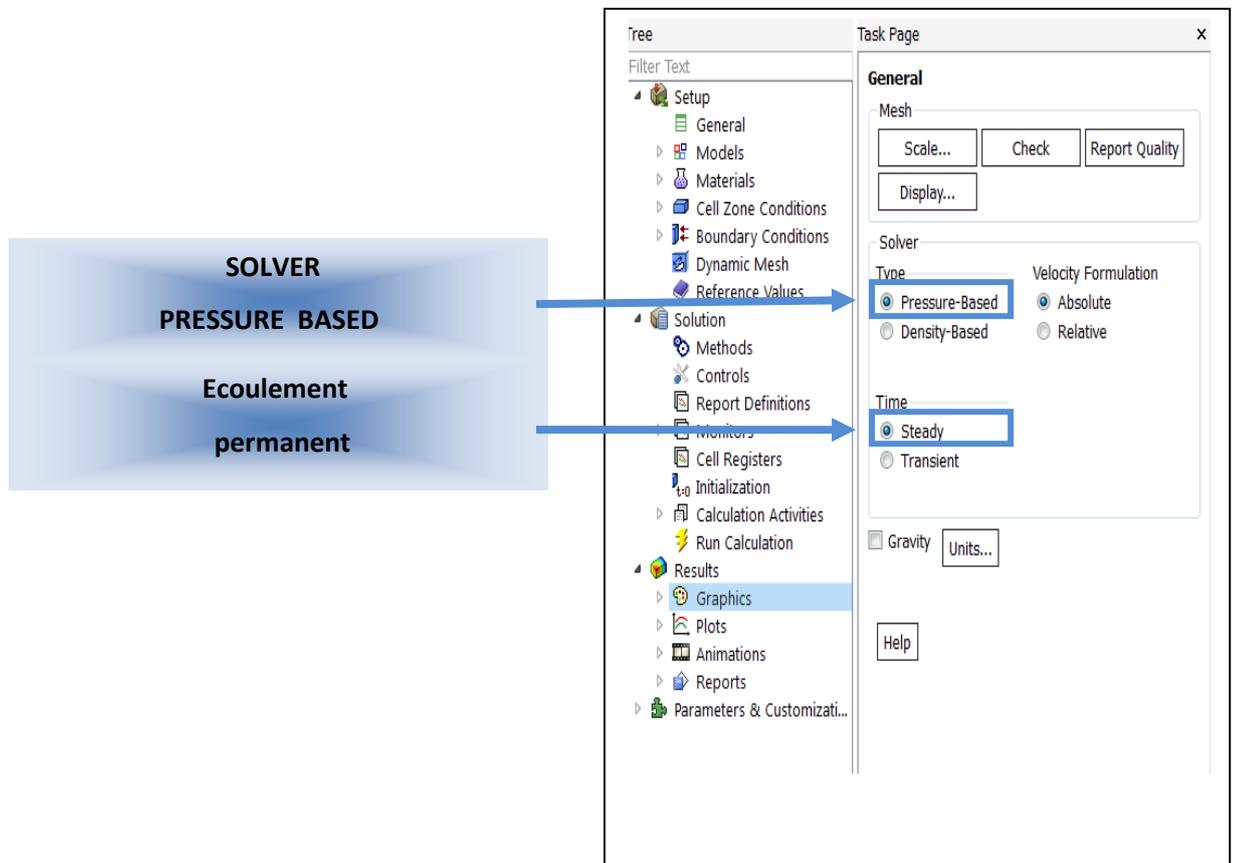
La majorité des éléments sont compris entre 0.63 et 1 notre maillage est bon

#### 4.4.3.2. Séquences de modélisation sous Fluent

Sous fluent, plusieurs séquences ont été effectués dans le but de sélectionner les paramètres du modèle de calcul et l'affichage des résultats. Ces étapes sont présentées dans la figure ci-dessous.

#### 4.4.3. Paramétrage des données de calcul

la première des choses à faire c'est d'aller au menu setup, pour définir les étapes de calculs chaque choix est justifié selon notre problème, fluent n'est plus une boîte noire, mais ce sont des étapes de calculs programmé et englobé dans le même logiciel.



**Fig (4.14)** fenêtre fluent setup

Le menu général est destinée pour choisir le solveur pressure based ou dansity based et le type d'écoulement permanent ou transitoire, prendre en compte des effets de gravité.

✓ **Régime permanent**

la réaction de combustion étant une réaction rapide instantanée, on va considérer un seul instant stationnaire afin de capturer le phénomène complet.

✓ **Solveur pressure based implcite**

Pour notre domaine d'étude on doit par la suite faire choix à un modèle de combustion, on modélise la flamme de diffusion en équilibre chimique.

Da  $\ll 1$  : chimie lente le temps de combustion est inférieure aux temps caractéristique de turbulence.

Ka  $< 1$  : même les plus petites structures ne peuvent pas altérer la structure de la flamme: régime de « flammelette ».

Fluent nous ne donne plus la main pour choisir dans density based solver donc on choisie pressure based.

✓ **Modèle de combustion ( species)**

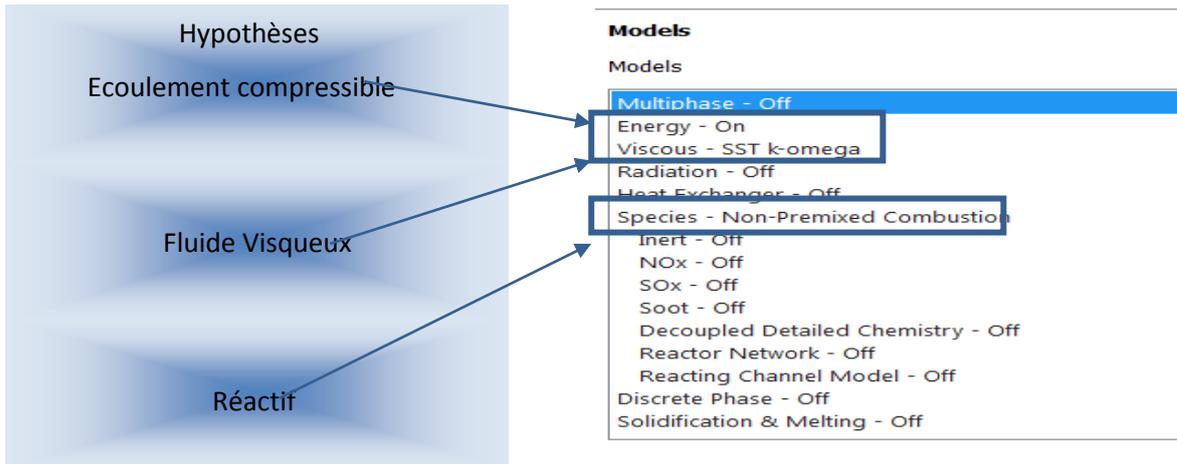


Fig (4.15) fenetre fluent hypothèses

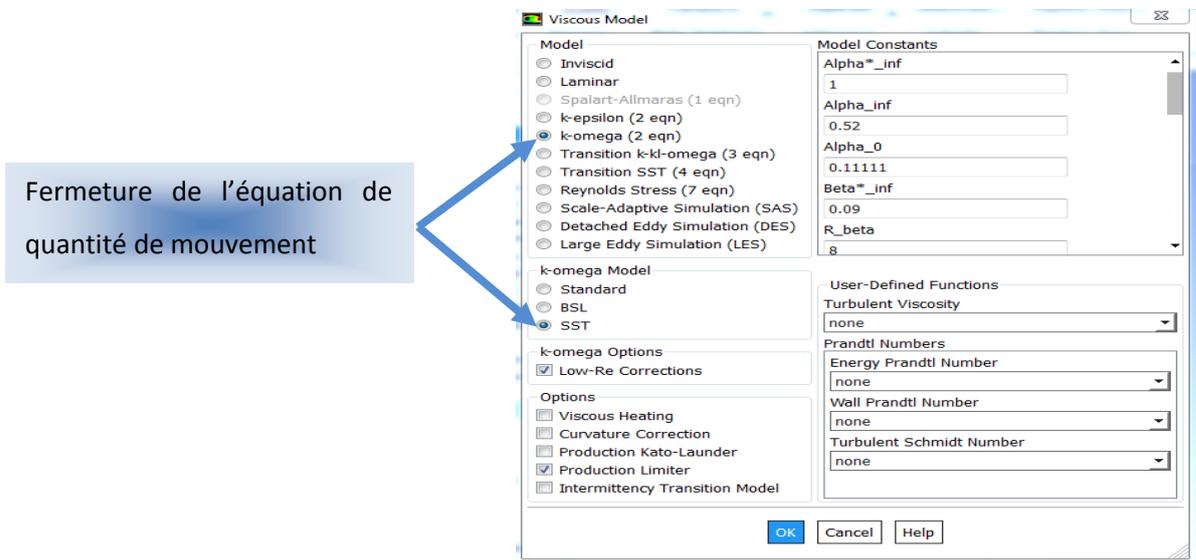


Fig (4.16) fenêtre fluent modèle de turbulence

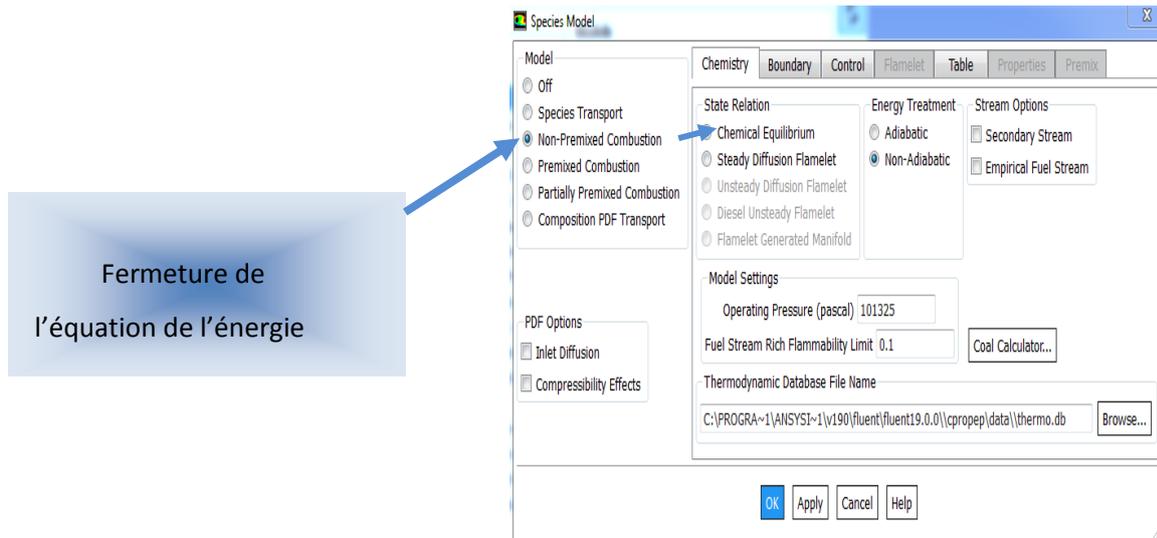


Fig (4.17) fenetre fluent species model.

#### 4.4.3.2.1.Choix de modèle de turbulence

Le modèle kw-sst était choisie afin de passer a la deuxième simulation de l'interaction fluide structure pour ses fortes performances proche de la parois .

#### 4.4.3.2.1 Choix de la méthode de solution

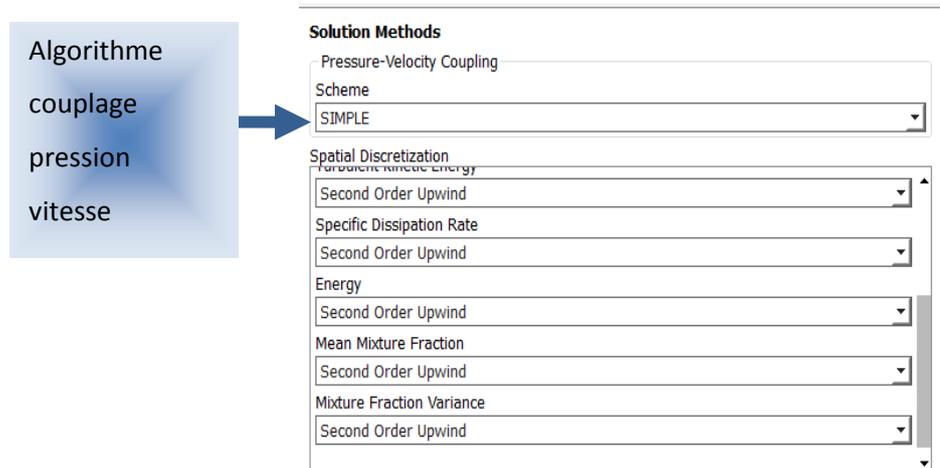


Fig (4.18) choix de la méthode de solution

#### 4.4.3.2.2 Conditions aux limites :

En plus d'un maillage adéquat, les conditions aux limites sont très importantes pour obtenir une solution précise avec une convergence rapide. on peut citer les suivant :

**Vélocité inlet - Pressure inlet -Pressure outlet.**

**outflow** ne peut pas être utilisé avec pressure inlet.

**outlet vent** utilisé au lieu de out flow lorsqu'on a pressure inlet.

Les conditions aux limites utilisées dans notre cas sont de type pressure inlet et pressure outlet en plus massflow inlet pour les deux injecteurs carburants

❖ **Condition à la paroi :**

- Limite fluide/solide.
- Avec les écoulements visqueux, conditions de non glissement à la paroi.
- ✓ Vitesse tangentielle de fluide égale à la vitesse de la paroi.
- ✓ Composante normale de vitesse = 0.
- ✓ Le cisaillement peut être spécifié.
- Conditions thermiques :
- ✓ Plusieurs possibilités.
- ✓ Le matériau de mur et son épaisseur peuvent être définis pour des calculs de transfert. La rugosité de mur peut être définie pour les écoulements turbulents.
- Une vitesse de translation ou de rotation peut être affectée au mur.

Le carburant est injecté dans la chambre de combustion avec une pression égale 648793 pa et un débit massique égale à 0.01 Kg/s pour le premier injecteurs et 0.0095 kg/s pour la deuxième injection, les plages de fonctionnement de l'injecteur est cité dans tableau suivant suivant les données test injecteurs a air algerie.

Le tableau (4.3) présente les conditions de fonctionnement au décollage à l'entrée de la chambre de combustion et celles utilisées pendant notre étude :

**Tab (4.2) :** les conditions de fonctionnement au décollage .

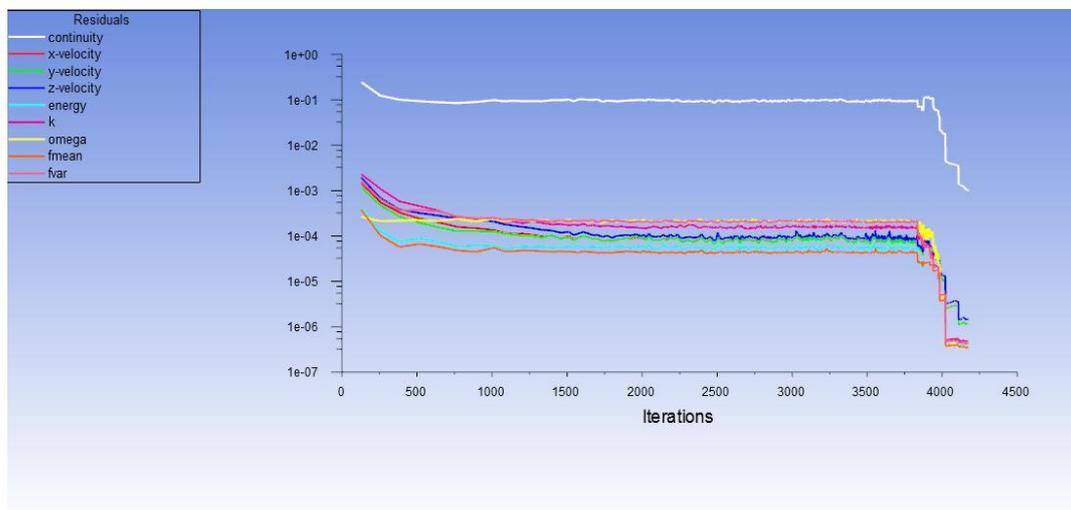
|                             |         |
|-----------------------------|---------|
| La température d'entrée (K) | 566.15  |
| La pression d'entrée (pa)   | 923 897 |
| Débit massique total (Kg/s) | 14.154  |

#### 4.4.3.2.3. Initialisation

Pour une solution la plus exacte possible le solveur de Fluent procède par itérations successives pour résoudre le système obtenu par discrétisation des équations.

#### 4.4.3.3. Convergence :

Le suivi de la convergence se fait avec les résidus, en général, la solution converge quand les résidus atteignent l'ordre de  $10^{-3}$ . Toutefois, dans certains cas il faut pousser les calculs jusqu'à l'ordre de  $10^{-4}$  ou de  $10^{-6}$ . Mais, il n'existe pas des règles universelles [60].



**Fig 4-19** les résiduelles

Cette figure montre que la convergence est atteinte au bout de 4250 itérations pour les résidus :  $10^{-3}$  pour l'équation de continuité, les composantes de la vitesse, et la viscosité dynamique turbulente et de  $10^{-6}$  pour l'équation d'énergie.

#### 4.4.3.3.1. Stabilité

Des instabilités numériques peuvent apparaître avec un problème mal posé, un mauvais maillage et/ou un mauvais réglage du solveur. Cela est détecté par des résidus qui augmentent ou restent « bloqué », indiquant une divergence des résidus, c'est-à-dire qu'il y a un déséquilibre dans les équations de conservation.

Les solutions possibles pour remédier ce problème sont [61]:

- Vérifier que le problème est bien posé.
- Calculer une première solution avec un schéma à l'ordre 1.
- Diminuer la sous-relaxation pour les équations ayant des problèmes de convergence.
- Réduire le nombre de courant
- Remailler ou raffiner le maillage.

#### 4.4.3.3.2. Facteurs de relaxations

Afin de contrôler et réduire le changement produit durant chaque itération d'une variable de l'écoulement  $\phi$ , Fluent permet d'agir sur les facteurs de relaxations assignés à un nombre de variables comme suit [61]:

$$\begin{cases} \phi = \phi_{old} + \alpha \cdot \Delta\phi \\ \Delta\phi = \phi_{comp} - \phi_{old} \end{cases} \quad (3.4)$$

Ou :  $\phi_{old}$  ancienne valeur de  $\phi$

$\Delta\phi$  Changement dans la valeur de  $\phi$

$\phi_{comp}$  Valeur de  $\phi$  calculer

$\alpha$  Facteur de relaxation

#### 4.5. Conclusion

Ce chapitre nous a permis de présenter le logiciel ANSYS avec laquelle on a fait un traitement géométrique pour notre chambre de combustion, la discrétisation du domaine de calcul à l'aide d'un maillage non structure, Ainsi que Les paramètres du modèle numérique choisis permettant l'analyse de l'écoulement à l'intérieur de la chambre de combustion. Comme la solution numérique dépend de la grille conçue, une étude du maillage est effectuée dans le but de choisir une grille faisant le compromis entre le nombre de mailles, les moyens de calcul utilisés et le temps de calcul pour le reste de notre étude.



---

## Chapitre 05:

---

➤ **Résultats et commentaires.**

---

### 5-1 validation du modèle numérique

La discrétisation du domaine de calculs peut paraître simple mais en réalité ce n'est plus le cas, d'un côté le maillage doit être raffiné pour avoir plus de précisions, d'autre part nous sommes limités par nos moyens de calculs.

Le maillage dépend de  $y^+$  et du modèle de turbulence, déjà détaillé dans le chapitre 3 pour le modèle  $k\omega$ -sst tolère toutes les valeurs de  $y^+$  parce que c'est un modèle qui couple le  $k-\varepsilon$  et  $k-\omega$  en regroupant les propriétés de ces deux modèles chacun dans son domaine de validité puisque on s'intéresse à l'interaction fluide structure nous avons choisi la plage étroite ou :

$$0 < y^+ < 5$$

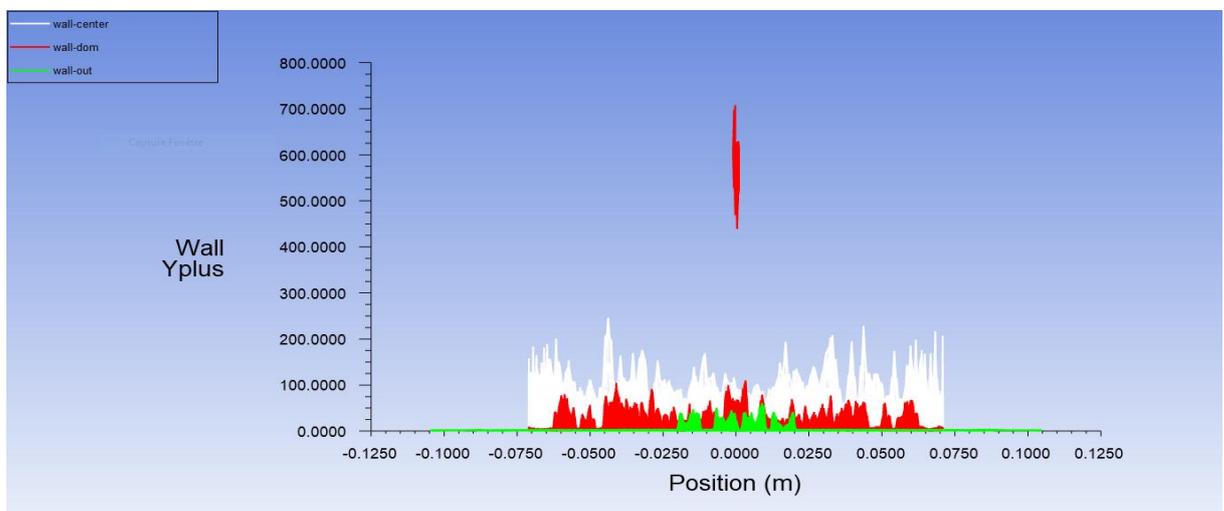
Calcul de l'épaisseur de la première couche

$$\Delta y = y^+ \cdot Re^{\frac{-13}{14}} \cdot \sqrt{80} \quad (5-1)$$

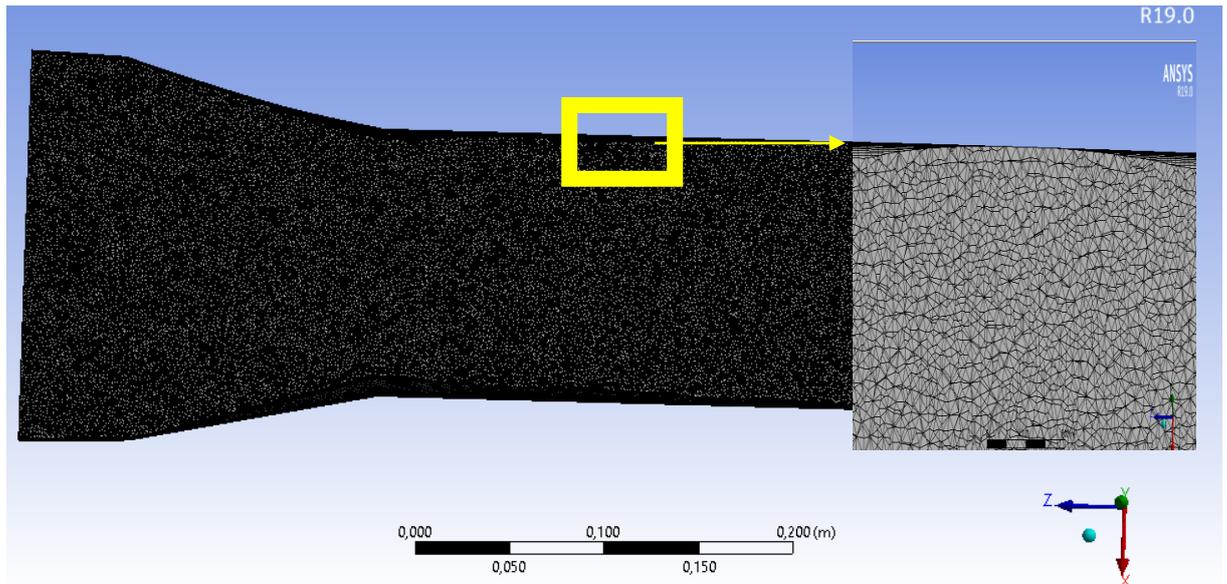
#### Première méthode

D'abord on a calculé par rapport au diamètre du grand cylindre un  $\Delta y = 1 \cdot 10^{-5}$ .

On a lancé nos simulations les valeurs étaient trop loin des normes.



**Fig5-1** Nuage de points  $y^+$



**Fig(5.2)** vue de coupe avec absence de couche limite sur les trous de dilution

La couches limites étaient totalement absentes au niveau des trous de dilutions ce qui représente des discontinuités au niveau de celles-ci.

Même en raffinant le maillage de plus en plus les résultats restent faux.

### Deuxième méthode

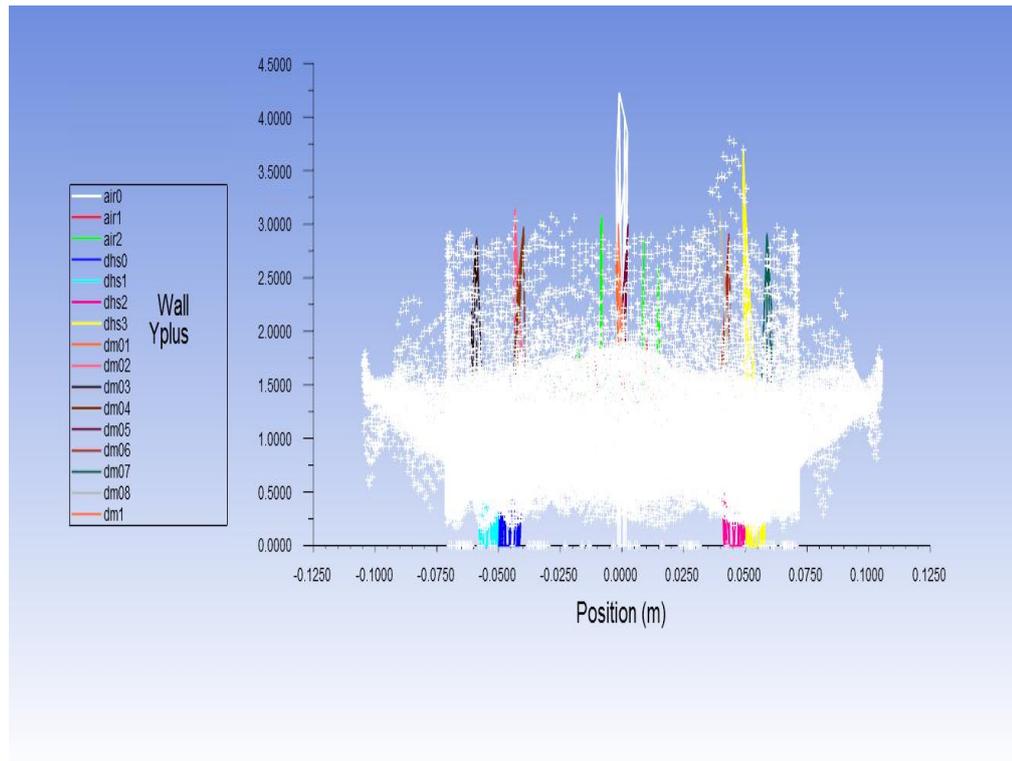
La présence des multitudes trous de dilutions qui représente les entrées (inlet) dans notre géométrie, nous a éloigné de notre but donc on a gardé le mêmes calculs pour les parois(walls).

En recalculant pour chaque trous de dilution le  $\Delta y$  adéquat, finalement on a choisi une moyenne arithmétique entre les valeurs trouvées

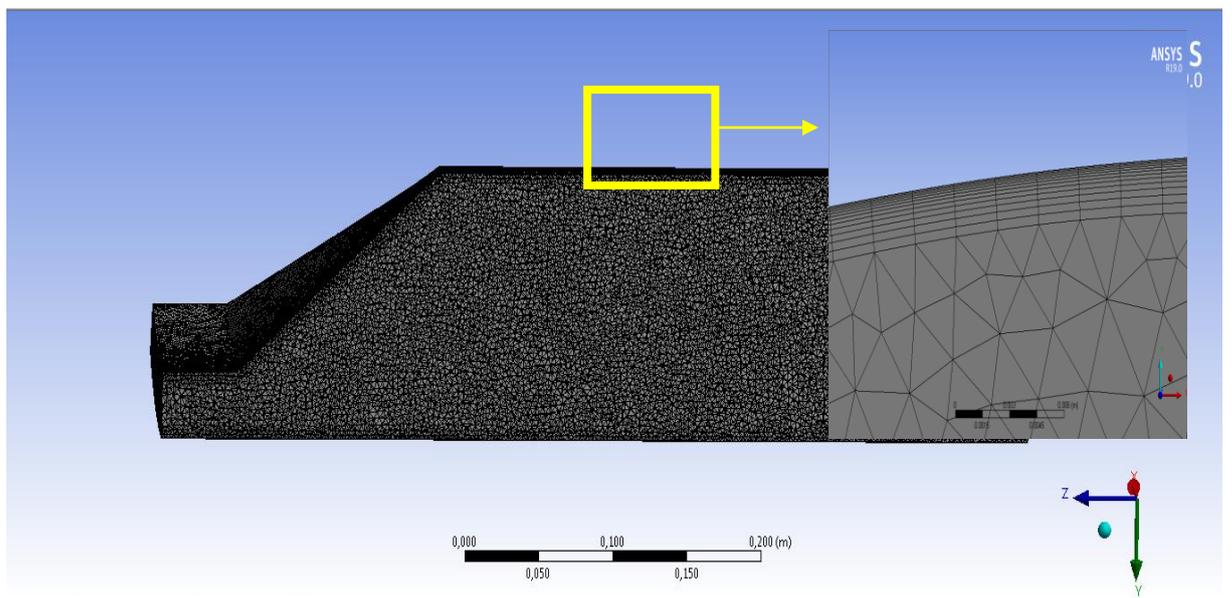
Donc :

$$\Delta y_{dilution} = 1^{-09} \text{ (7couches).}$$

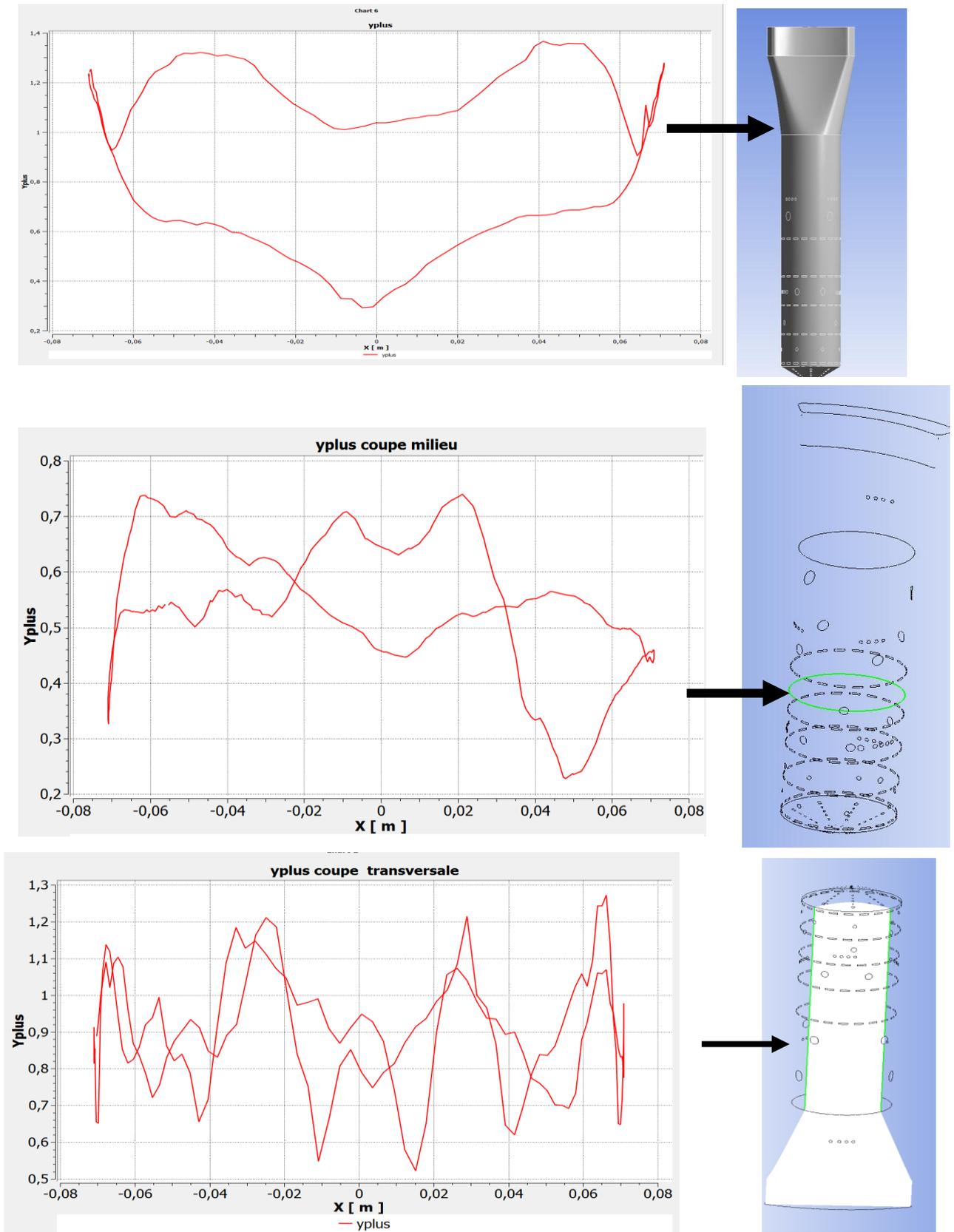
$$\Delta y_{walls} = 1^{-05} \text{ (8couches).}$$



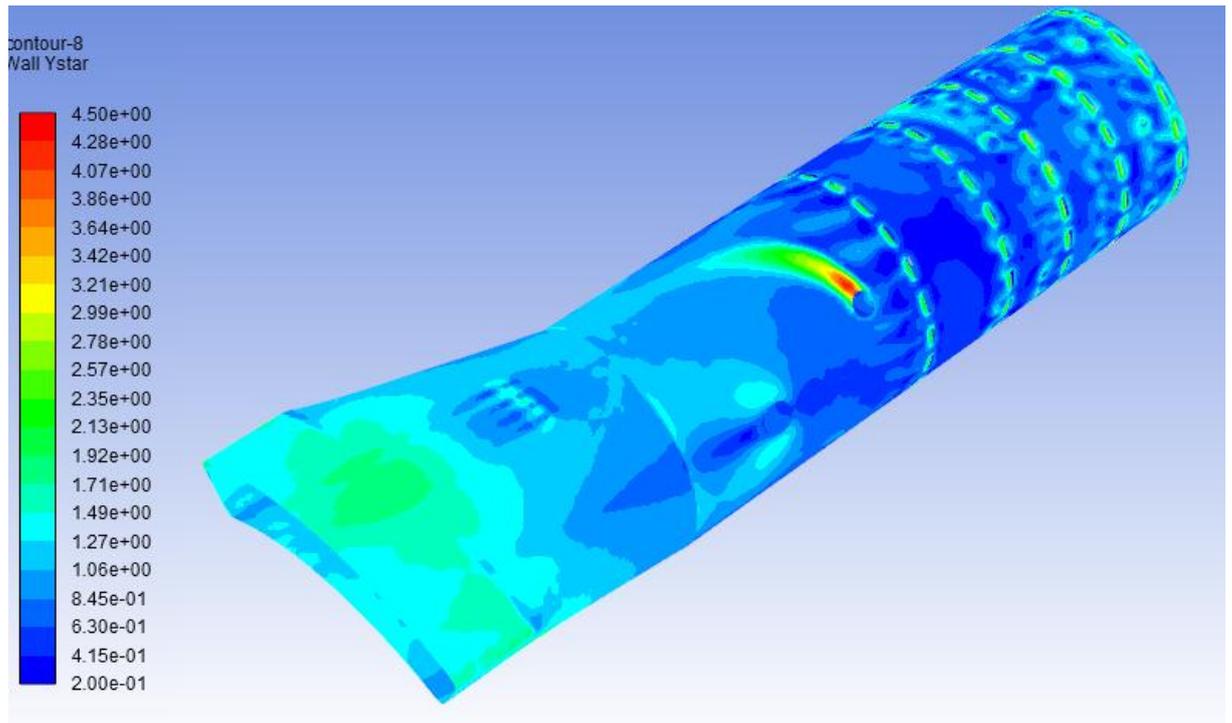
**Fig(5.3)** nuages de points  $0 < y^+ < 4.5$



**Fig(5.4)** présence totale de la couche limite



Fig(5.5) variation de  $y^+$  dur des différentes vues



**Fig(5.6)** contours de  $y^+$

dans la figure 5-5 , le contour est fermé parce que la ligne choisit est un cercle fermé la diminution remarquable de  $y^+$  est dus l'augmentation du diamètre  $y^+ = f(Re^{-\frac{13}{14}})$  dans les différentes parties de tube a flamme.

### 5-2 sensibilités de maillage

Maintenant qu'on a trouvé l'épaisseur des couches limites, on doit étudier les effets des raffinements sur nos résultats. Et choisir un maillage optimale en s'appuyant sur la comparaison avec l'expérimentale, pour cela on compare avec la TIT obtenus partir des tests sur les bancs d'essais a air Algérie.

On a testé 4 grilles que leurs nombre d'éléments varient de 1 millions sept cents éléments jusqu'à 6 millions.

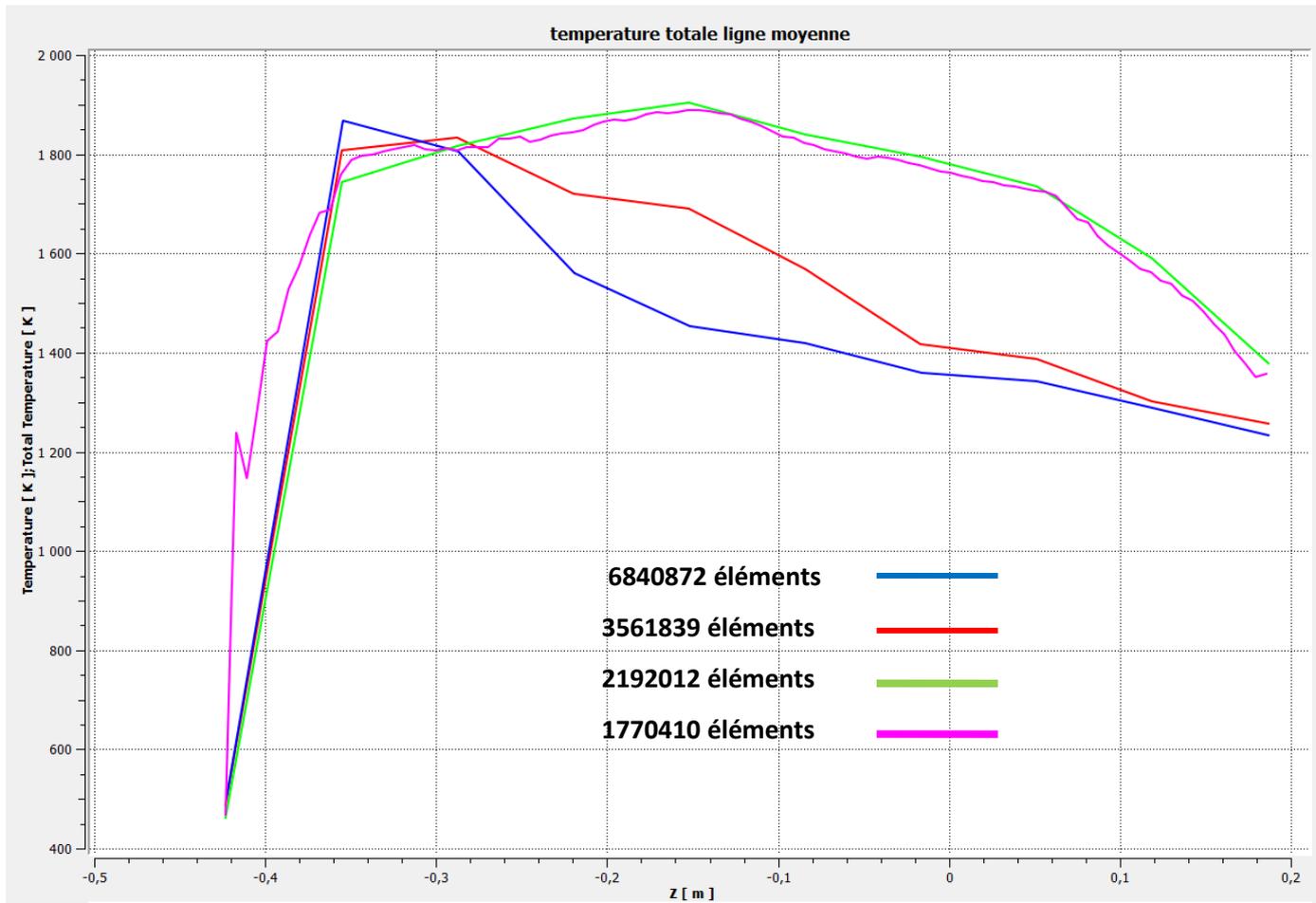


Fig (5.7) profil de température totale sur la ligne moyenne

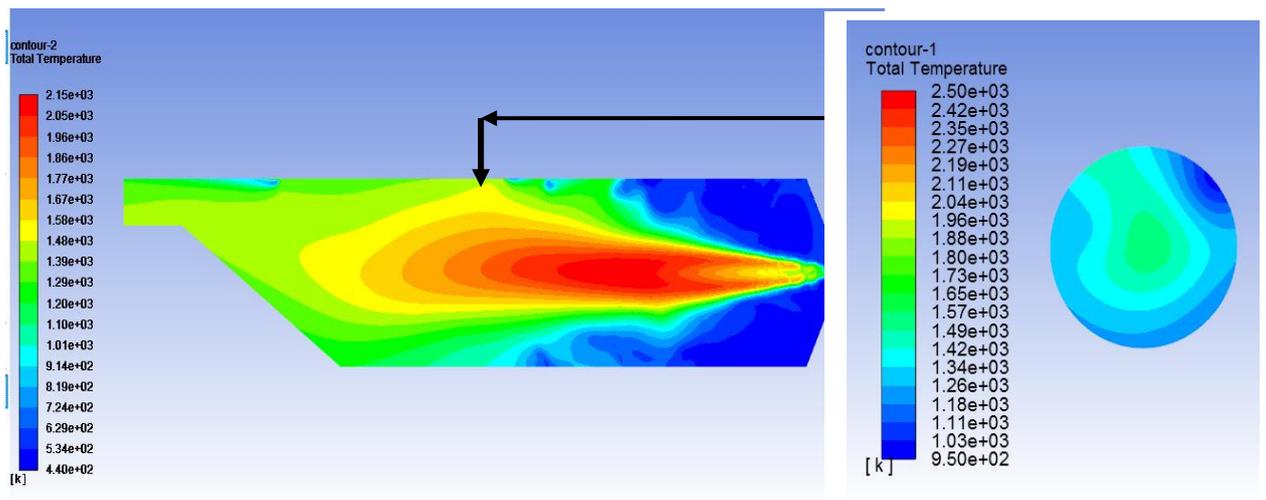
Tab 5-1 sensibilité de maillage

| Maillage          | 1        | 2        | 3        | 4       |
|-------------------|----------|----------|----------|---------|
| Nombre d'éléments | 1770410  | 2192012  | 3561839  | 6840872 |
| TIT               | 1389.005 | 1395.369 | 1371.236 | 1360.23 |

$$TIT_{\text{expérimentale}} = 1340.15 \text{ k}$$

Plus le maillage est fin plus les résultats sont très proche de la réalité .Pour le maillage 1 avec un nombre d'éléments 1770410, le profil de température présente de fluctuations. Donc le maillage est trop grossier. Les maillages 02-03-04 sont proches du profil réel. Pour une différence de 1 millions quatre cents maille entre le maillage 02 et 03 on a une différence de 23 degrés. Pour une différence de 3 millions quatre cents maille on a une différence de 12 degrés seulement. On choisit le maillage 03 parcequ'à partir de cette température les solutions ne varient pas vraiment. Donc c'est le maillage critique.

### 5-3 profile de température totale plan



**Fig (5.8)** contours de température totale

La température varie de 440 jusqu'à 2150 k, Les isothermes apparaissent parfaitement, la flamme est symétrique et bien positionné au milieu c'est-à-dire la dilution est parfaite, on remarque aussi que notre chambre de combustion est composée de trois zone :

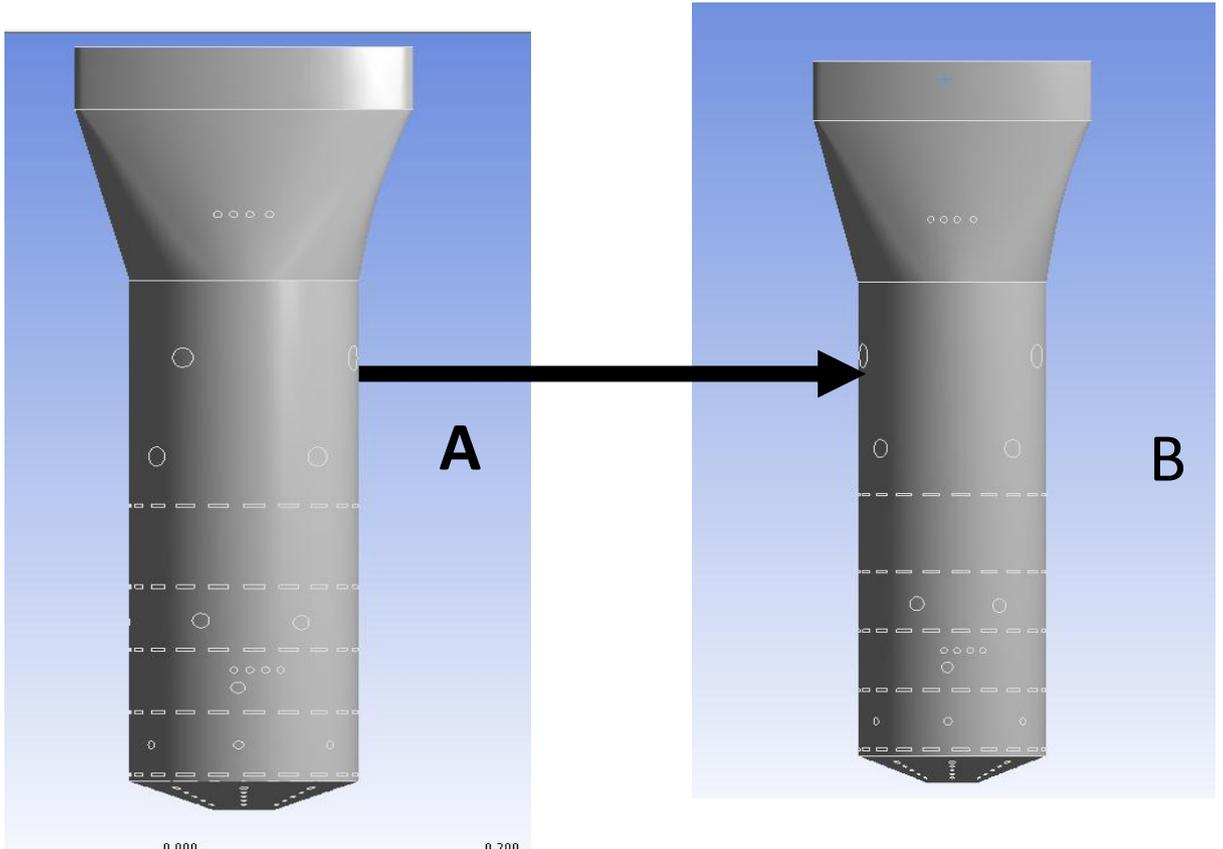
- ✓ zone primaire.
- ✓ zone secondaire.
- ✓ zone de dilution.

A la sortie d'après la légende la température se situe dans la zone [1200-1480] ce qui va être confirmé avec les contours suivant. Température avale (outlet).

### 5-4 contours de température totale avale (outlet)

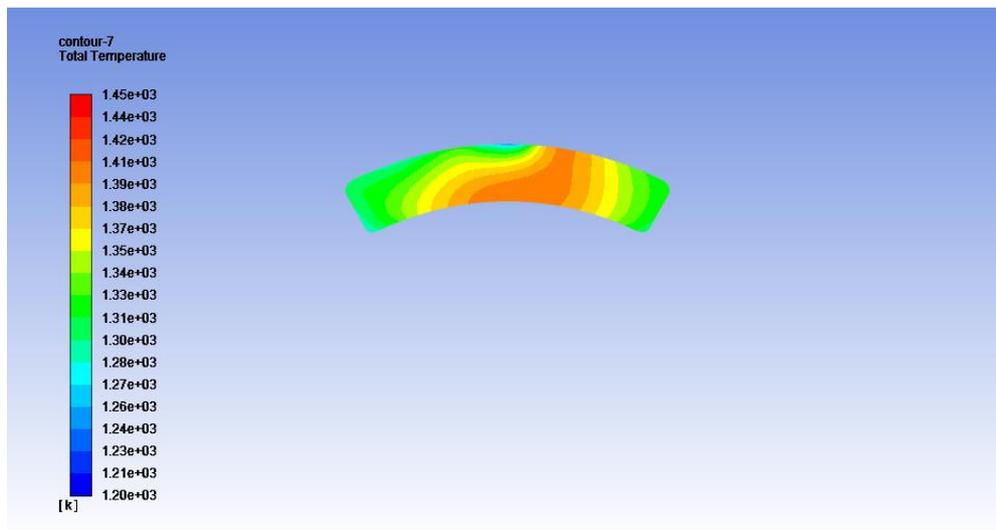
La sortie de la chambre de combustion représente l'entrée de la turbine où on trouvera le van gage stator, souvent exposée aux gradients de chaleurs importants, ces gradients de chaleurs peuvent être la cause de dégradation de cette partie sensible du moteurs donc ils doivent être repartis uniformément.

On a deux géométries différentes la géométrie non symétrique qui est la géométrie originale du moteur Alison T56 et la géométrie symétrique conçu pour bien orienter l'écoulement vers la sortie de la chambre de combustion



**Fig(5.9)** géométrie symétrique et non symétrique

**A** : non symétrique      **B** : symétrique



**Fig (5.10)** contour de température totale non symétrique

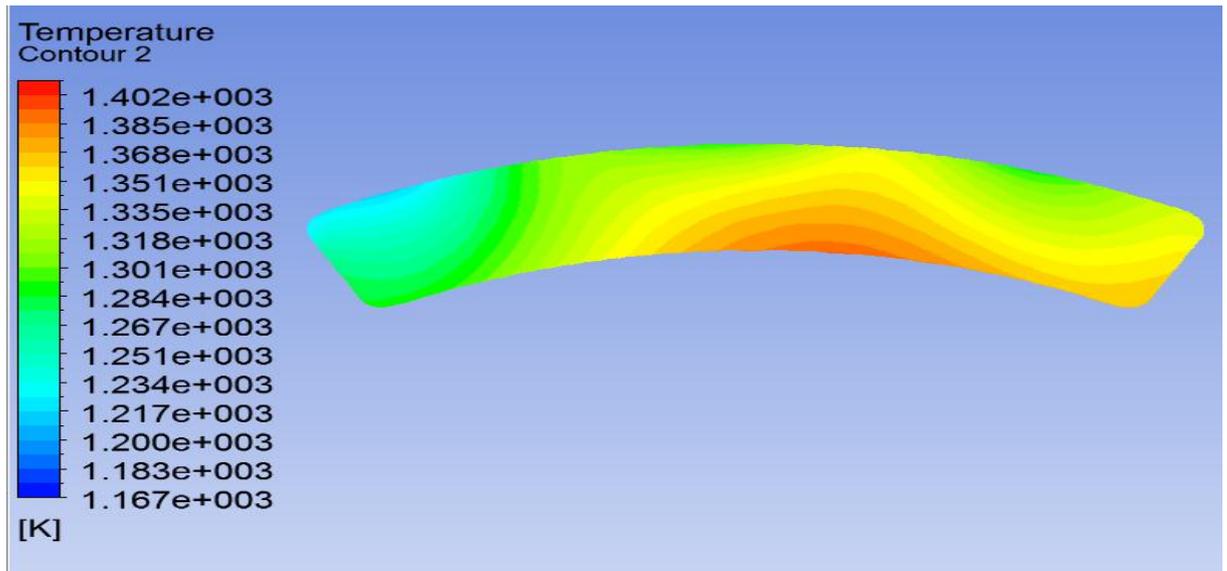
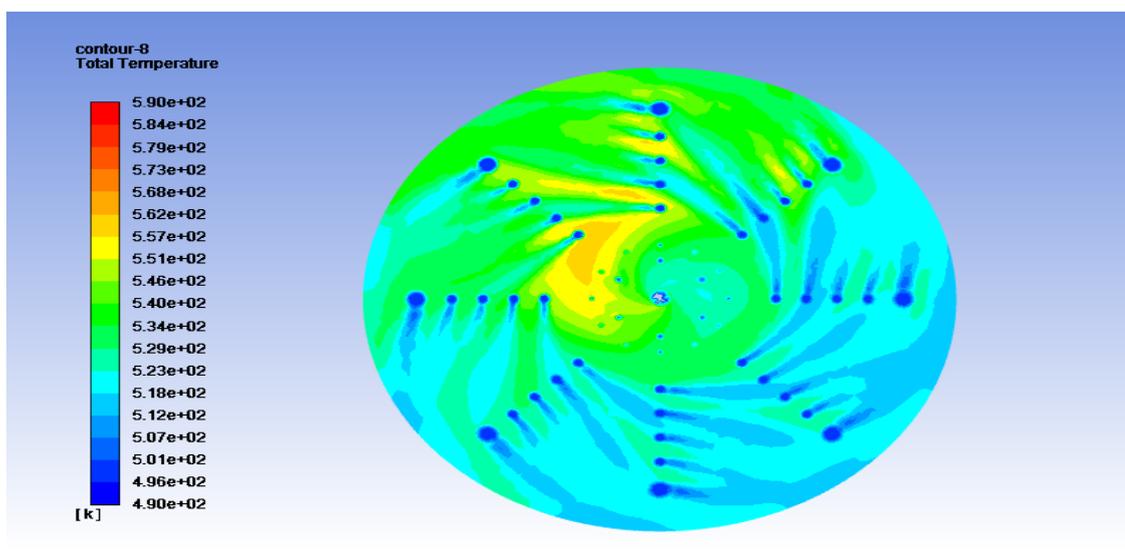


Fig (5.11) contours de température totale symétrique

Sur le contour dissymétrique on remarque que la flamme n'est pas positionnée au milieu et la température de sortie est élevée jusqu'à 1440, ceci est due à la mauvaise position des trous de refroidissement SDH1 et SDH 2 annexe (B), ce problème était corrigé dans la configuration symétrique de la chambre de combustion, la température maximale se situe dans la plage [1335,1368] qui est très proche de l'expérimentale 1340,15.

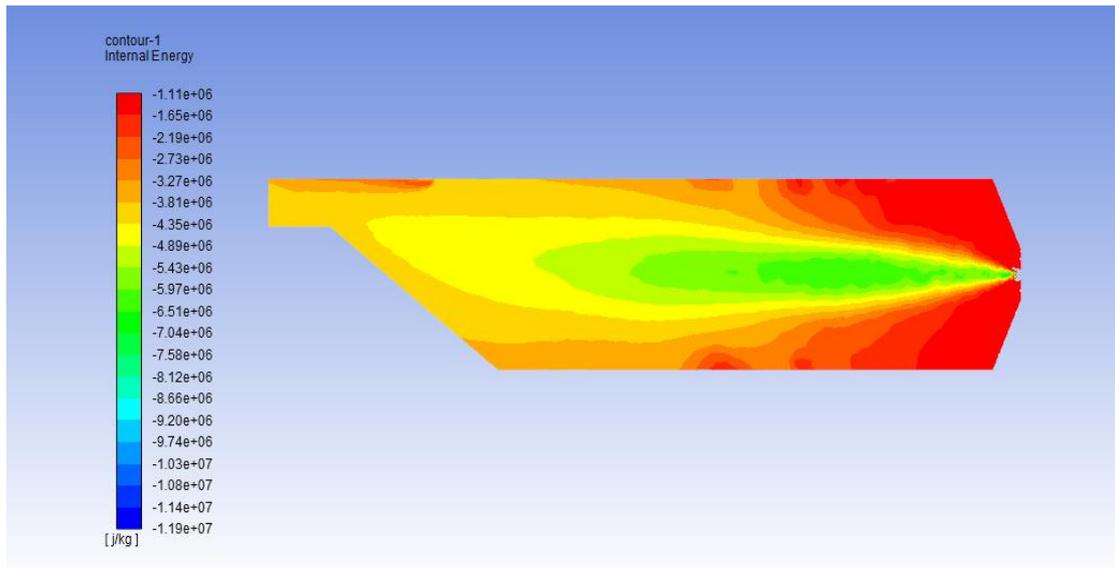
### 5-5 Contours température inlet



Fig(5.12) contours température totale inlet

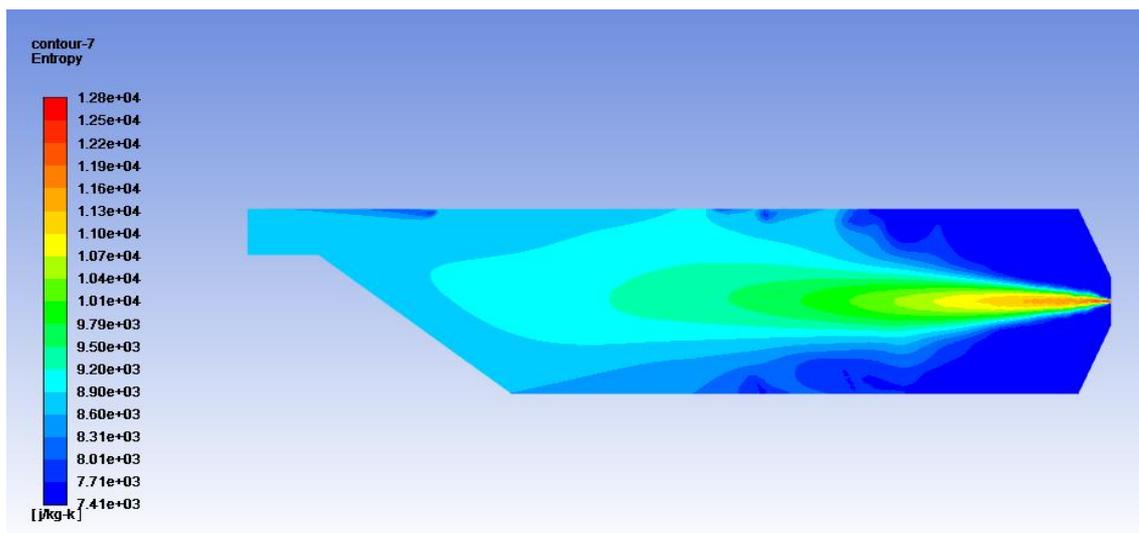
la présence de l'écoulement tourbillonnaire qui est due à l'écoulements directionnelle qui a été introduit ( annexe B ) , le flash back(retour de flamme est un véritable problème et le premier responsable de la dégradation du dôme, cette configuration aide à éviter ce problème, la température varie légèrement de 518 k a 562 k des gradients de température faibles ne causeront plus une fatigue thermique.

### 5-6 Contours d'énergie interne du système



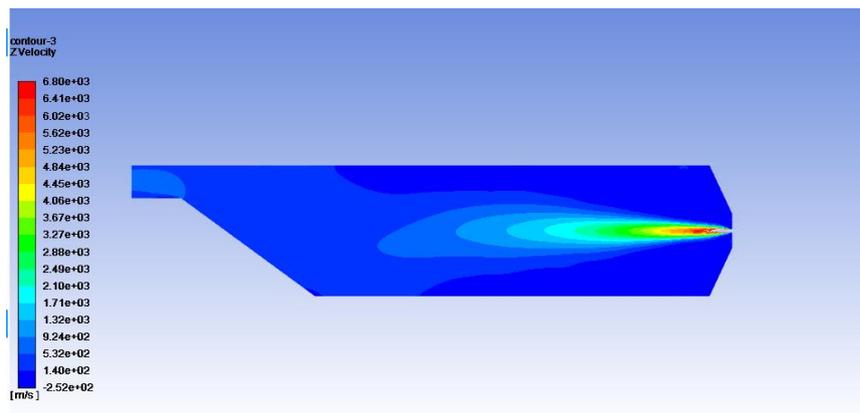
Fig(5.13) contour d'énergie interne

### 5-7 Contours d'entropie



Fig(5.14) contours d'entropie

## 5-8 Contours de vitesse



Fig(5.15) contour de vitesse

## 5-9 Les fractions massiques

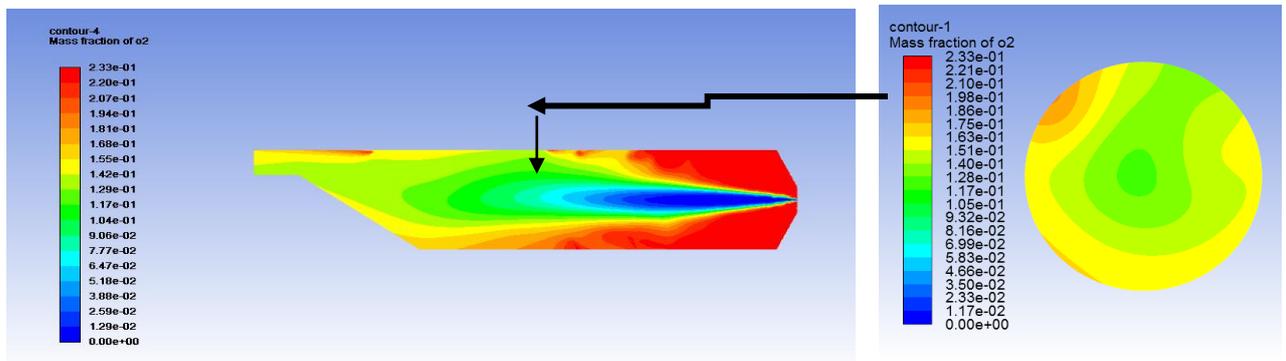
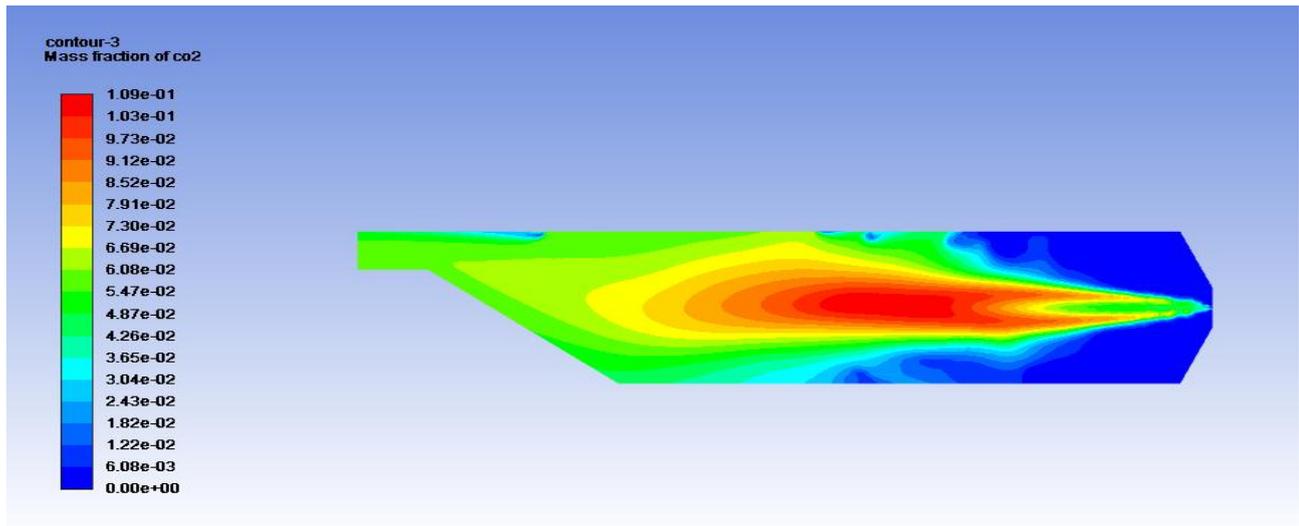


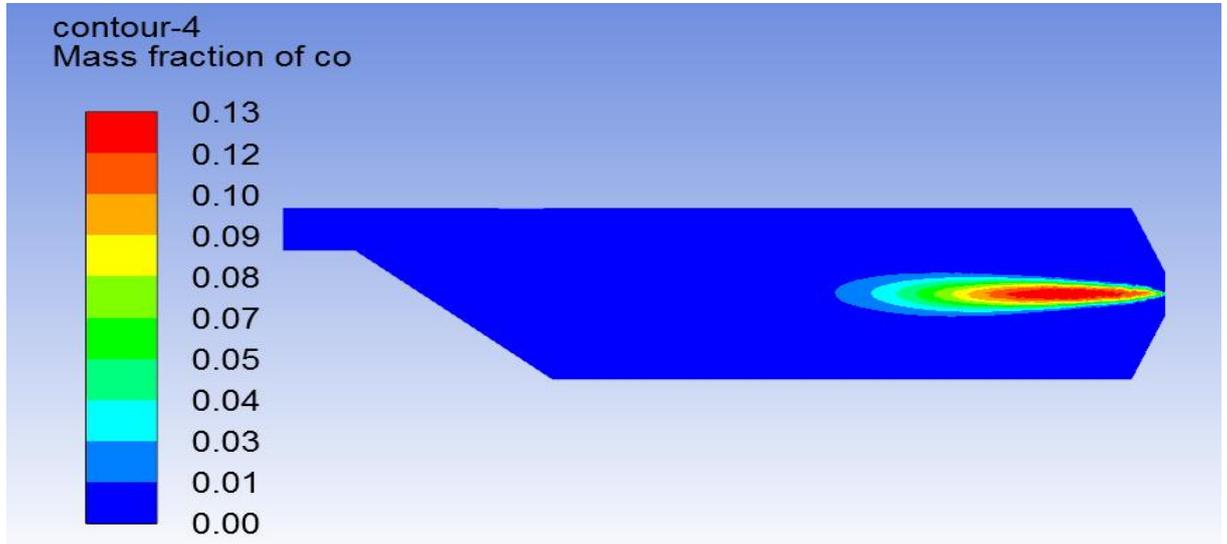
Fig (5.17) contours fractions massique de l'oxygène

Il est très claires sur la figure d'après le spectre la présence de trois zones différentes zone primaire, zone secondaire, et zone de dilution, l'oxygène se concentre dans la zone primaire c'est le début de la combustion, puis il est absent au cœur de la flamme, le taux d'oxygène augmente du nouveau à cause de la forte dilution à la sortie afin de franchir la température inlet turbine adéquate aux van-gages.



**Fig(5.18)**contour fraction massique du CO2

D'après le spectre de couleurs, la présence de trois zones différentes zone primaire, zone secondaire, et zone de dilution, CO2 est absent dans la zone primaire c'est le début de la combustion, puis il est fortement concentré au cœur de la flamme, le taux de CO2 diminue du nouveau à cause de la dilution forte, ce contours confirme les premiers contours.



**Fig (5.19)**Fraction massique Co

## 5-10 fractions massiques de H2O

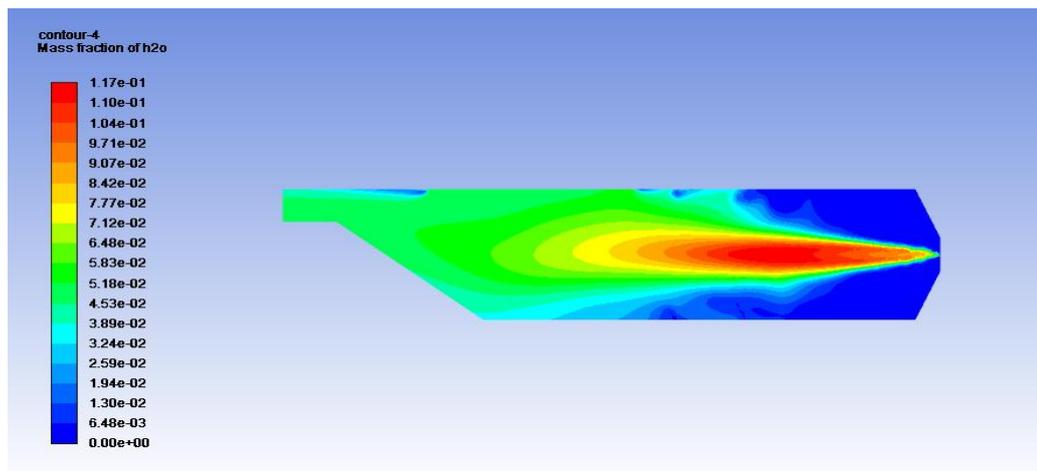
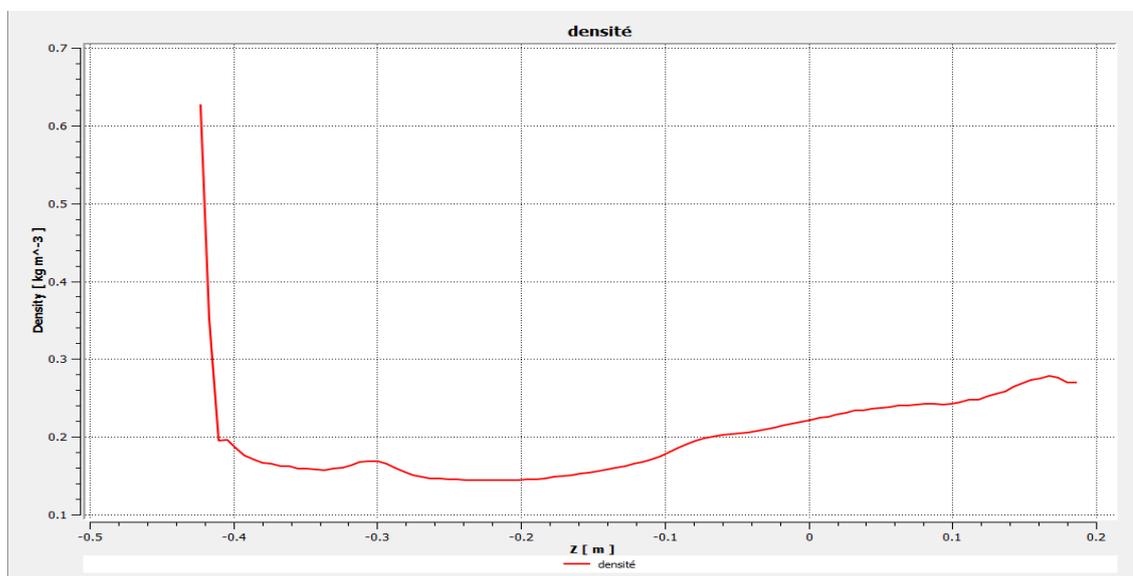


Fig (5.20) contours de H2O



Fig(5.21) graphe variation de la densité en fonction de Z

Une première impression que la densité varie inversement avec la température.

La densité du méthane est de 0.65 à l'entrée, puis une diminution brutale à cause de la vitesse de réaction très élevée. Dans la zone secondaire la densité diminue d'avantage à cause de l'élévation de température qui résulte de la réaction de combustion, la densité des gaz chaud est plus faible que celle des gaz froids donc la densité augmente quand la température diminue

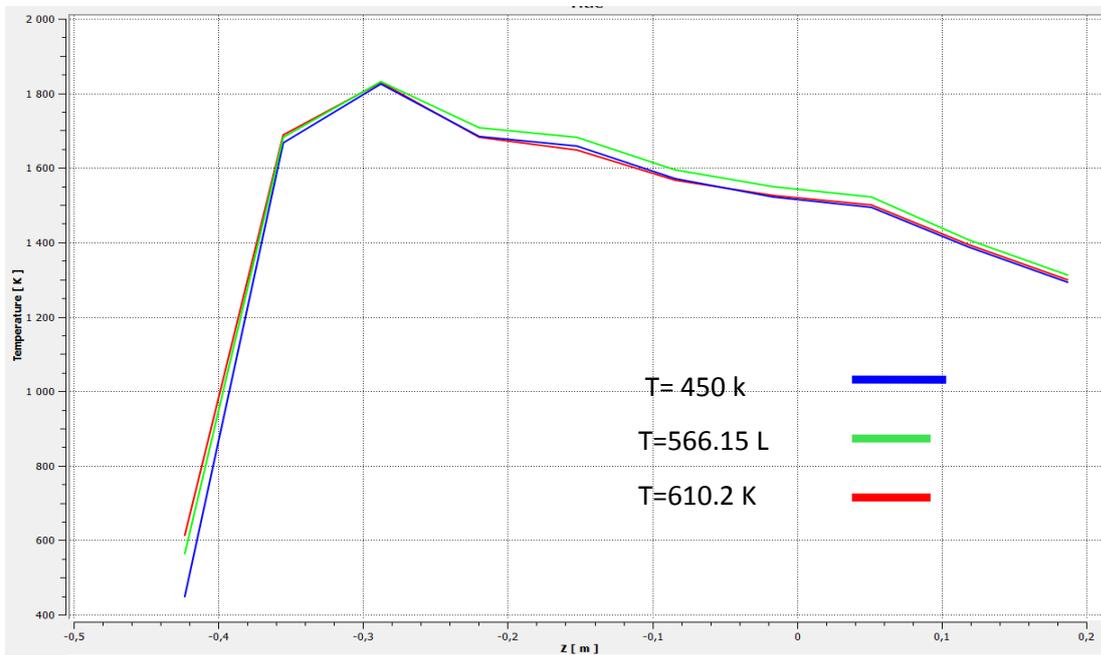
### Effets variation de la température de préchauffe sur la dilution

en faisant varier la température de préchauffe du méthane on a utilisé trois températures.

✓ 450° K.

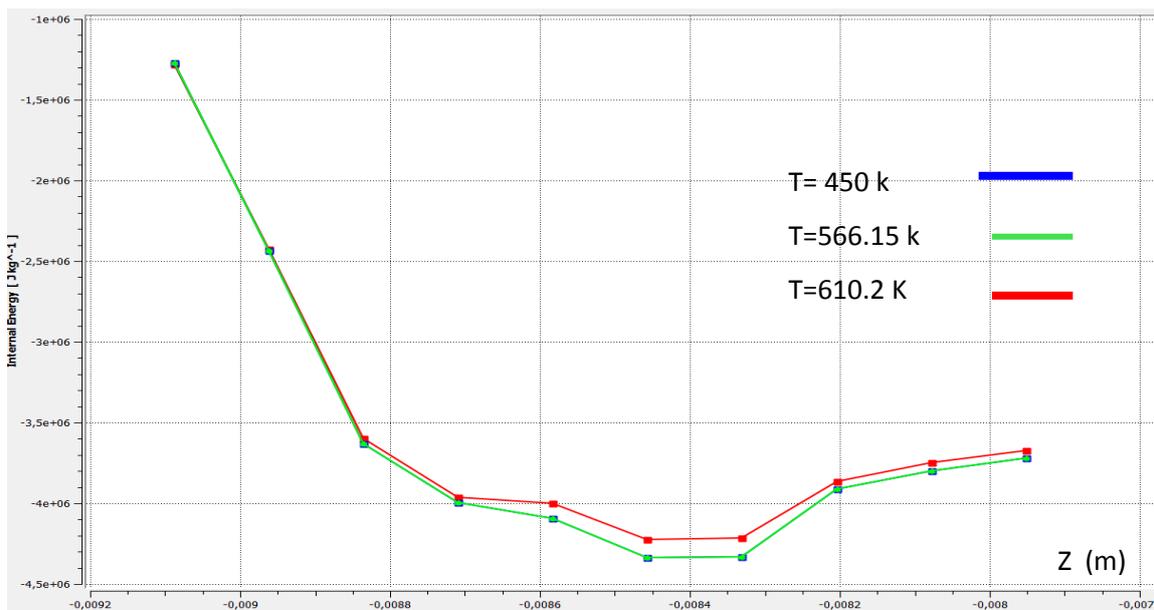
✓ 566.16° K.

✓ 610.21° K.



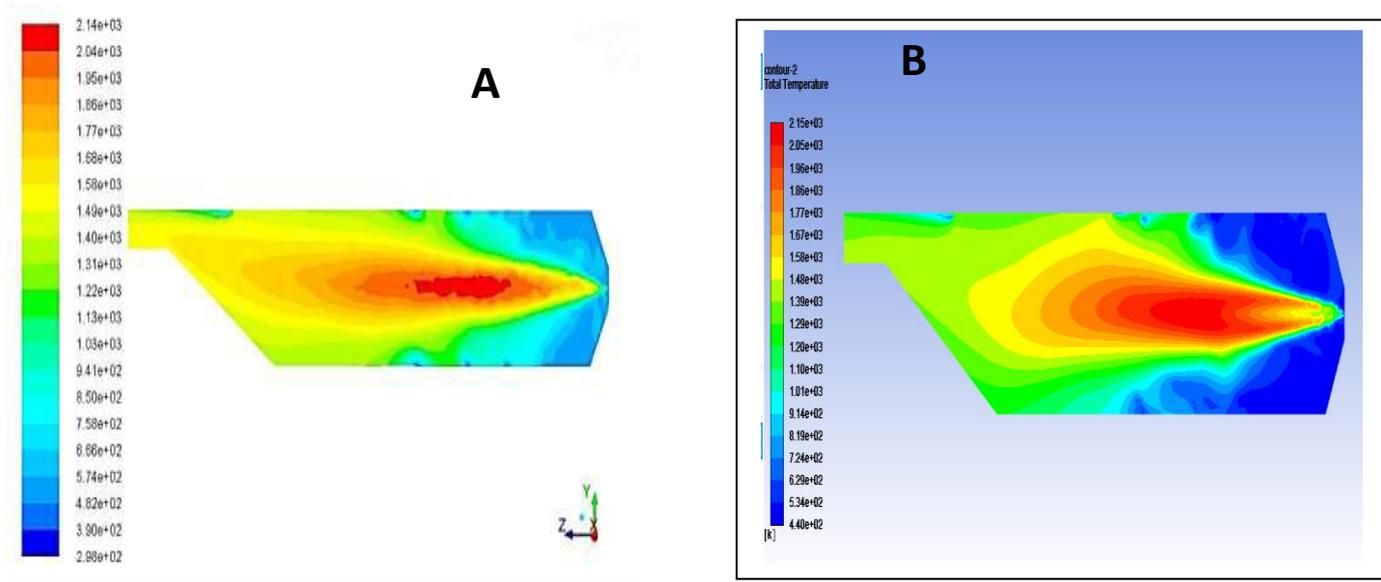
**Fig(5.22)**variation de la température en fonction de la température de préchauffe.

La variation de la température de préchauffe ne change rien les graphes se confondent, à cause du refroidissement efficace ; mais si on remarque sur le graphe de l'énergie interne on observe une augmentation de l'énergie du système, donc une amélioration de performance moteur.

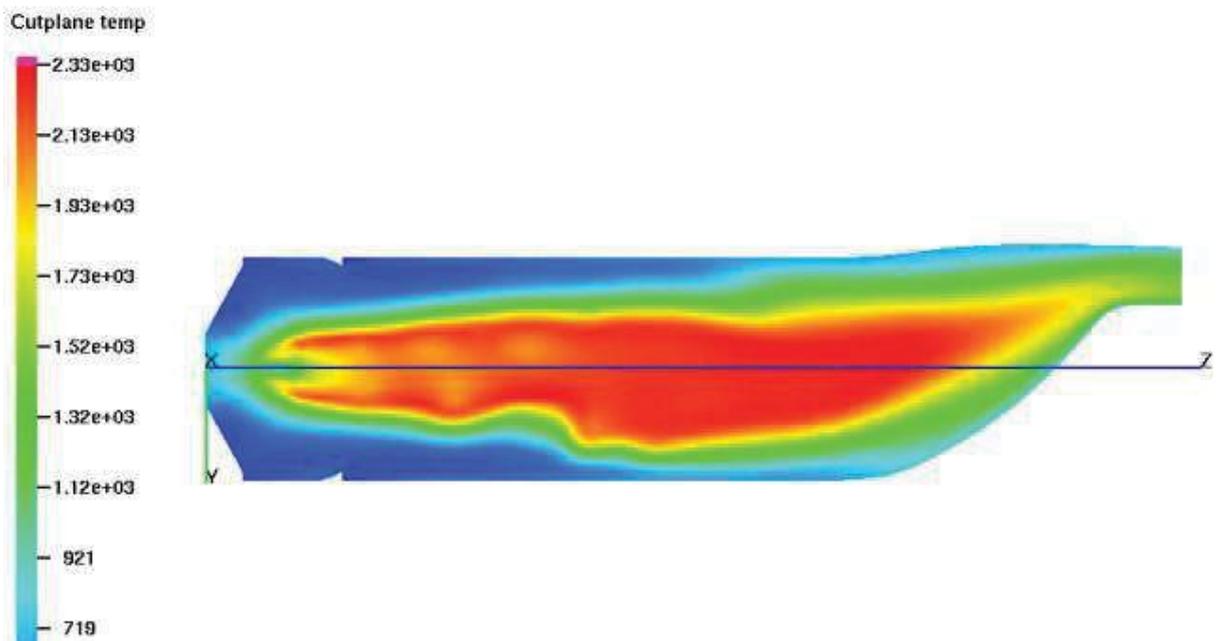


**Fig(5.23)**variation de l'énergie interne en fonction de la température de préchauffe.

## 5-11 comparaison des résultats



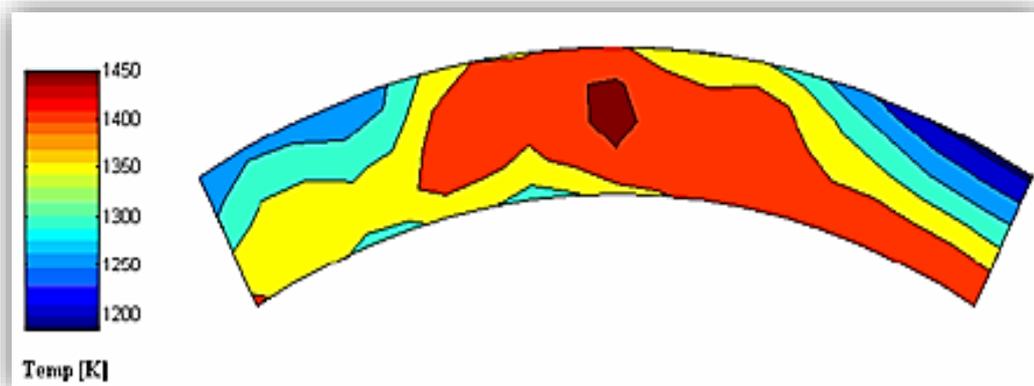
**Fig(5.24.A)**contour température totale [91]    **Fig (5.24.B)** contours température totale



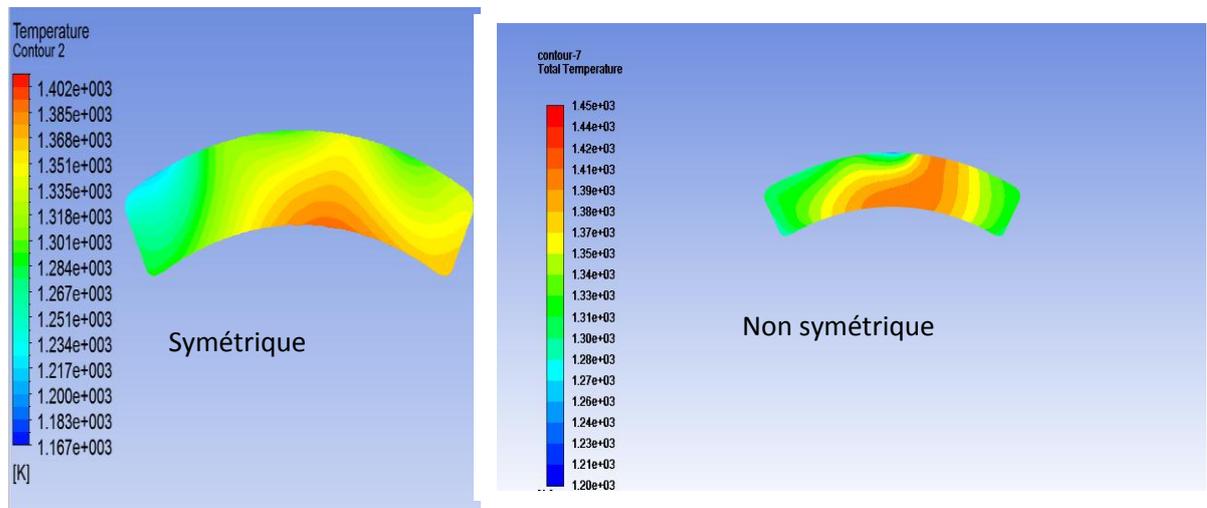
**Fig(5.24)** contours température totale [92]

En comparant les trois résultats on remarque une très forte ressemblance du côté structure de flamme mais aussi une amélioration au niveau de qualité des résultats par rapport à ceux obtenus par mes camarades de Fig5-22.

Tandis la figure 5-24 les valeurs extrêmes sont très proches la température maximale au cœur de la flamme est de même ordre pour la TIT, on a obtenu des résultats plus réaliste.



Fig(5.25) distribution de la température expérimentale [6]



Fig(5.26) distribution de la température totale

La TIT atteinte dans notre cas fig. 5-26 est comprise entre [1350-1450] K mais pour celle de fig. 5-25 est de l'ordre [1350-1340], donc on s'y approche du cas réelle, nos résultats sont plus meilleurs.

Il est bien évident que notre simulation se rapproche vraiment de l'expérimentale de côté forme et de côté valeurs sans aucune différence remarquable, la modification faite sur la géométrie centralise mieux la flamme et bien plus sécurisé par rapport à la paroi.

## 5-12 interaction fluide structure et problèmes de la thermo-élasticité

Pour modéliser les interactions entre les différents phénomènes, l'idée essentielle est d'identifier les *grandeurs physiques* communes à ces phénomènes, par le biais desquelles les interactions ont lieu ; on écrit alors les équations mathématiques modélisant ces interactions chapitre 3 comportement thermo-élastique.

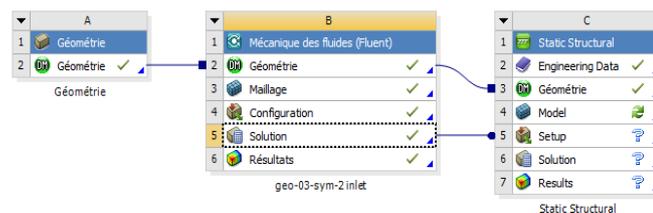
Pour notre problème le couplage est faible : les sollicitations thermiques ont un effet mécanique, mais la réciproque n'est pas significative et il n'y a donc pas besoin de la modéliser. Cela n'est naturellement pas toujours vrai et il existe des situations où le couplage thermo-mécanique est fort. Par exemple, lorsque l'on forge une pièce, on fait subir au matériau des déformations plastiques considérables ; celles-ci provoquent un échauffement non négligeable, et la simulation d'un tel procédé doit donc tenir compte de l'influence de chacune des deux physiques sur l'autre.

### 5-12-1 couplage faible

La première simulation le problème de mécanique des fluides ne dépend pas du problème des contraintes mécanique, il est analysé en premier la démarche de résolution serait la suivante :

1. On simule la flamme de diffusion ;
2. On récupère le champ de températures en tout point de la pièce ;
3. On simule le comportement mécanique de la chambre de combustion, en utilisant un modèle de comportement incluant la dilatation et en se donnant le champ de températures précédemment calculé en entrée.

La résolution est donc *séquentielle* (les deux simulations sont réalisées l'une après l'autre, dans un ordre donné). Le processus de simulation est schématisé sur la figure 6 ; le chaînage des calculs est réalisée manuellement mais il peut être réalisée à l'aide de l'outil FSI ( fluide structure interaction )



Fig(5.27)chaînage des calculs.

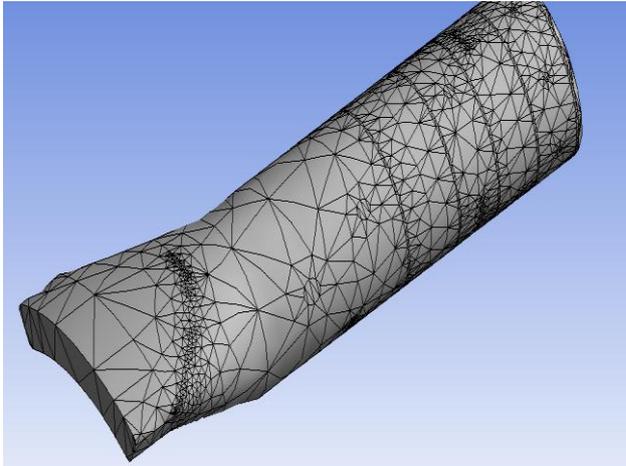
### 5-12-1 Définition des matériaux (engineering data)

On introduit les trois types de matériaux réfractaires dans la bibliothèque des matériaux  
Pour la simulation on a utilisée trois matériaux

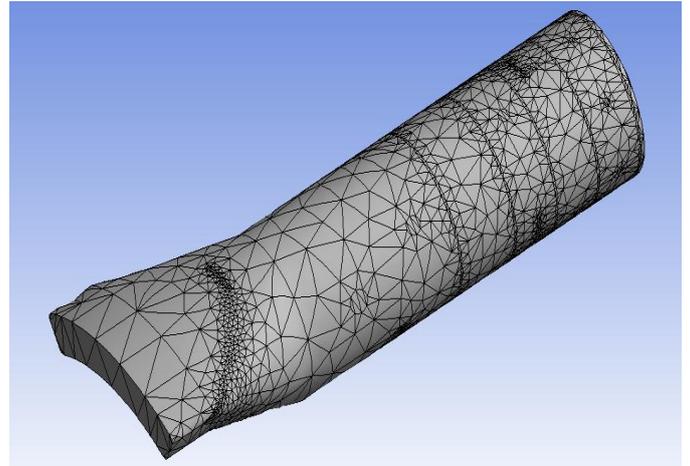
- X ALLOY alliage à base de nickel.
- Udimet L605 alliage à base de Cobalt.

### 5-12-2 Etude de sensibilité de maillage

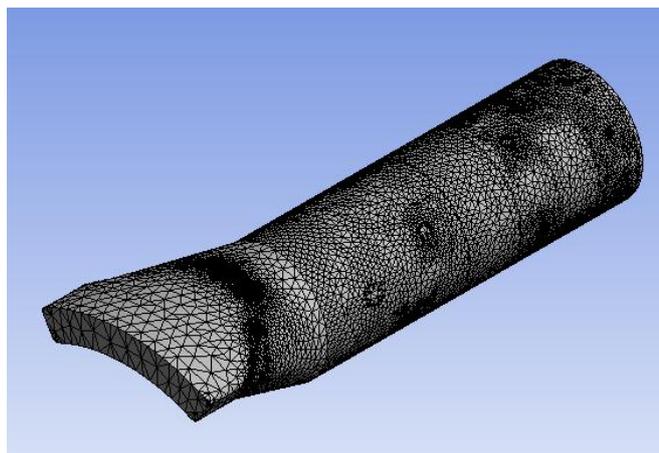
On a testé 3 grilles pour savoir la différence entre les figures



**Fig(5.28)** maillage grossier



**Fig (5.29)** maillage moyen



**Fig(5.30)** maillage fin

Table 5-2 sensibilité de maillage simulation interaction fluide structure

|                                   | Maillage fin        | Maillage moyen      | Maillage grossier |
|-----------------------------------|---------------------|---------------------|-------------------|
| Taille élément (m)                | 0.0001              | 0.005               | 0.01              |
| Nombre d'éléments                 | 900560              | 19132               | 18937             |
| Contraintes équivalentes max (Pa) | $3.8142 \cdot 10^9$ | $3.8141 \cdot 10^9$ | $3.88 \cdot 10^9$ |

On remarque que le maillage grossier est très loin des deux autres maillages une différence de 649 bar. Entre le maillage fin et le maillage moyen une différence de 1 bar. On a choisit le maillage fin pour nos simulations.

Qualité de maillage

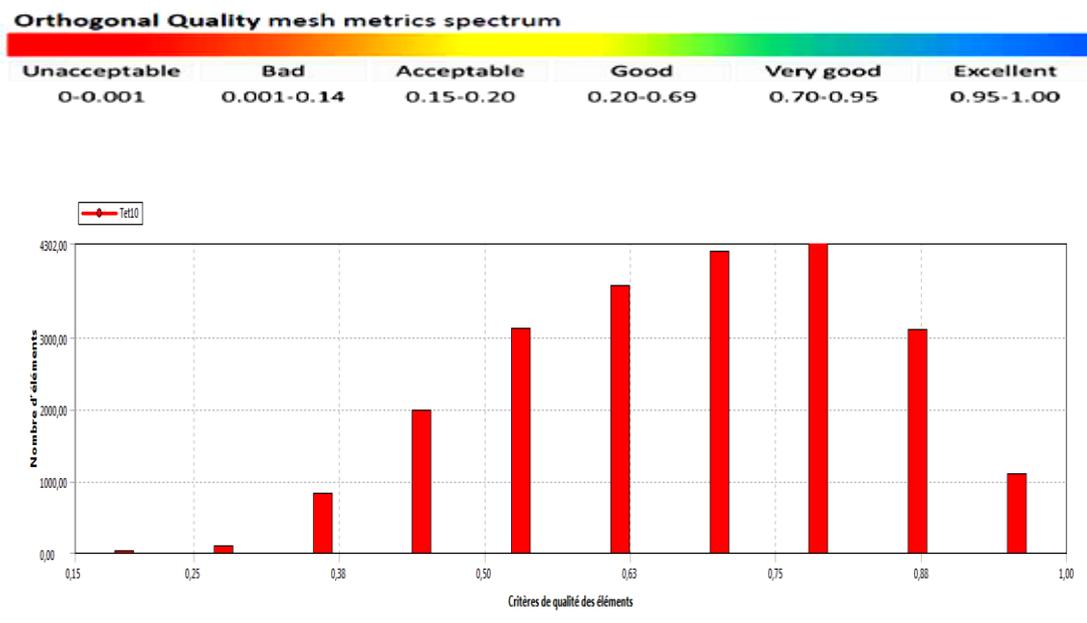
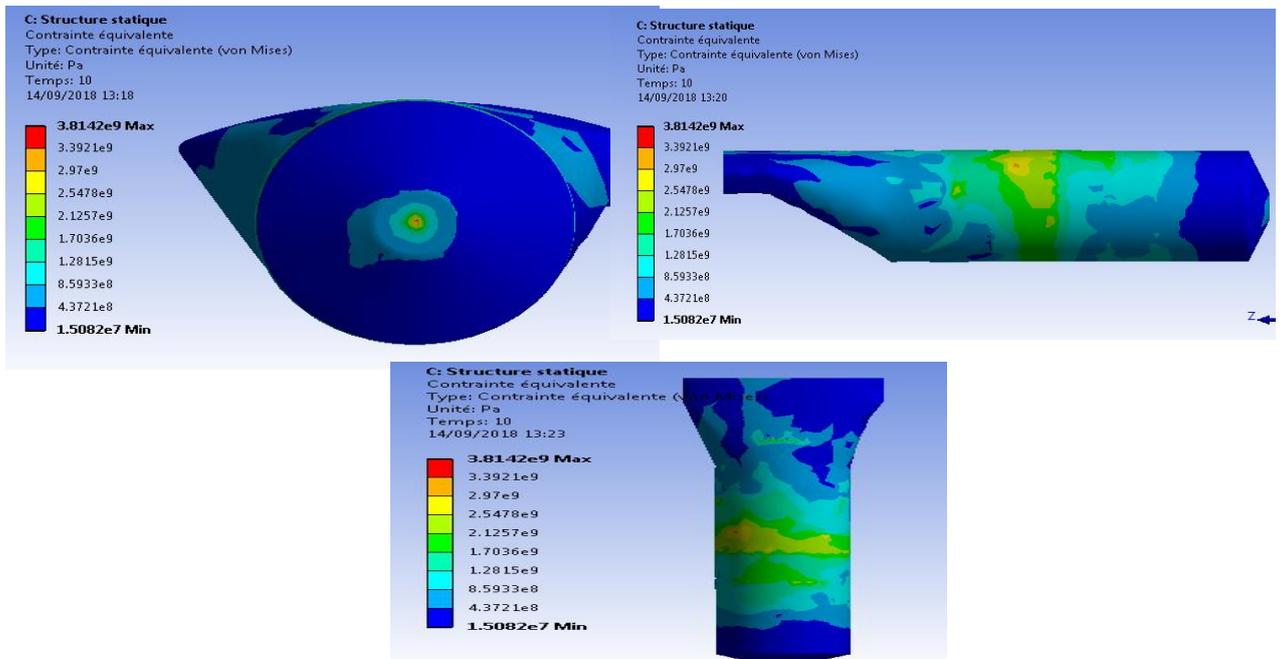


Fig (5.31) qualité orthogonale de maillage

Notre maillage vérifie le critère d'orthogonalité étant la majorité des éléments compris entre 0.5 et 1 on peut estimer notre maillage de qualité très bon.

**5 12-3 comportements thermo-élastiques de l'alliage X matériaux de base**

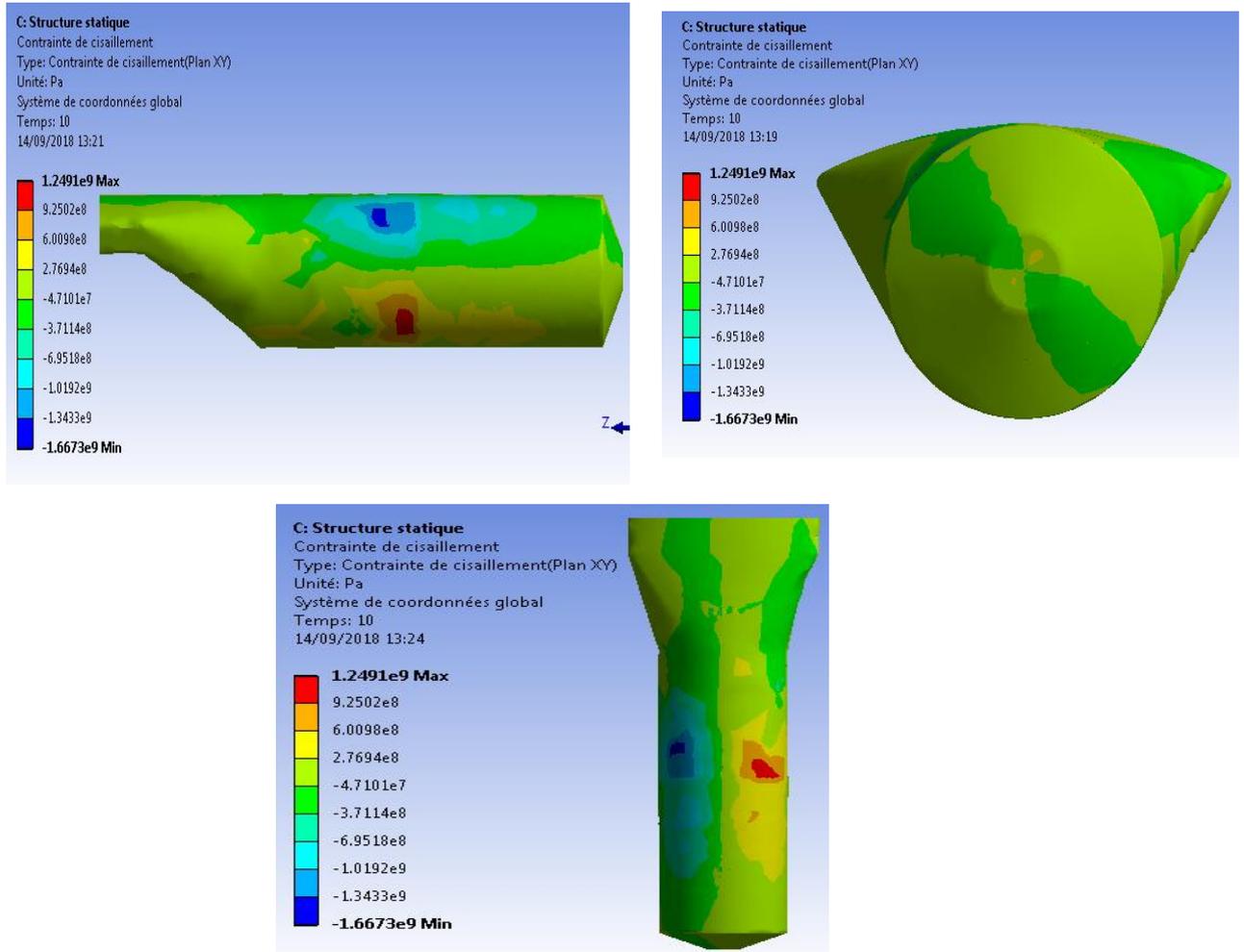
**5-12-3-1 contraintes de von mise**



Fig(5.32) contraintes équivalentes de Von Mises

Les contraintes équivalentes de Von Mises ne représente pas l'état réelle de contrainte dans le matériau mais elle est calculée pour se comparé avec la limite de rupture on remarque qu'elle sont localisées au milieu du fait que dans cette partie du solide les gradients de température sont très intense.

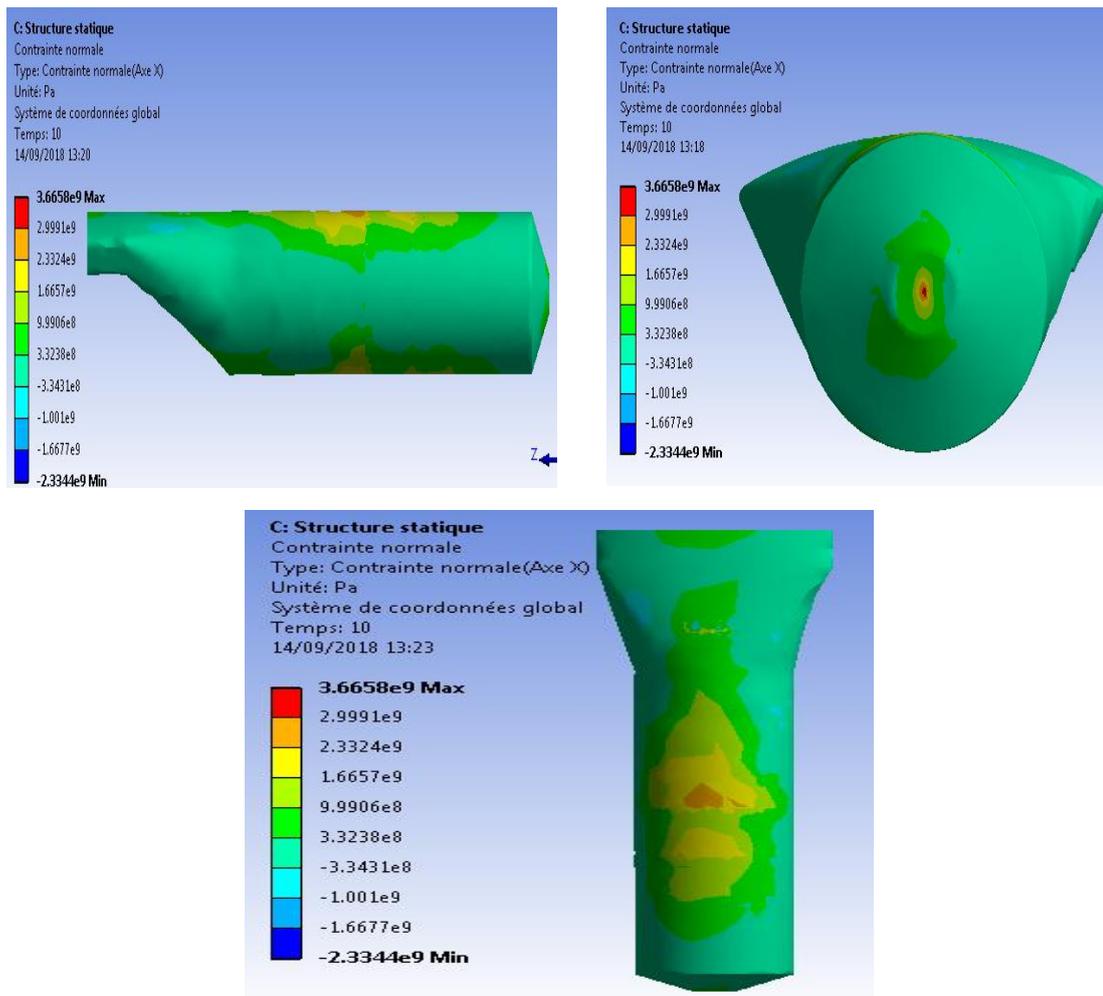
### 5-12-3-2 contraintes de cisaillement



**Fig (5.33)** contrainte de cisaillement

La distribution est symétrique ce qui est en accord avec la théorie les valeurs maximale est atteinte dans la zone secondaire ou la température atteint son max .

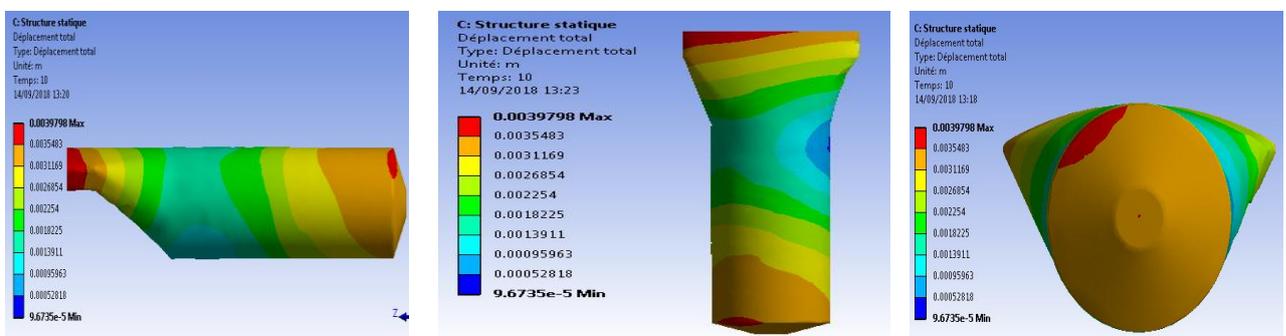
5-12-3-3 contraintes normales



Fig(5.34)contrainte de normales

Les contraintes normales et les contraintes de Von Mises varient de la même manière,le maximum est atteint dans la zone secondaire

5-12-3-4 déplacements total

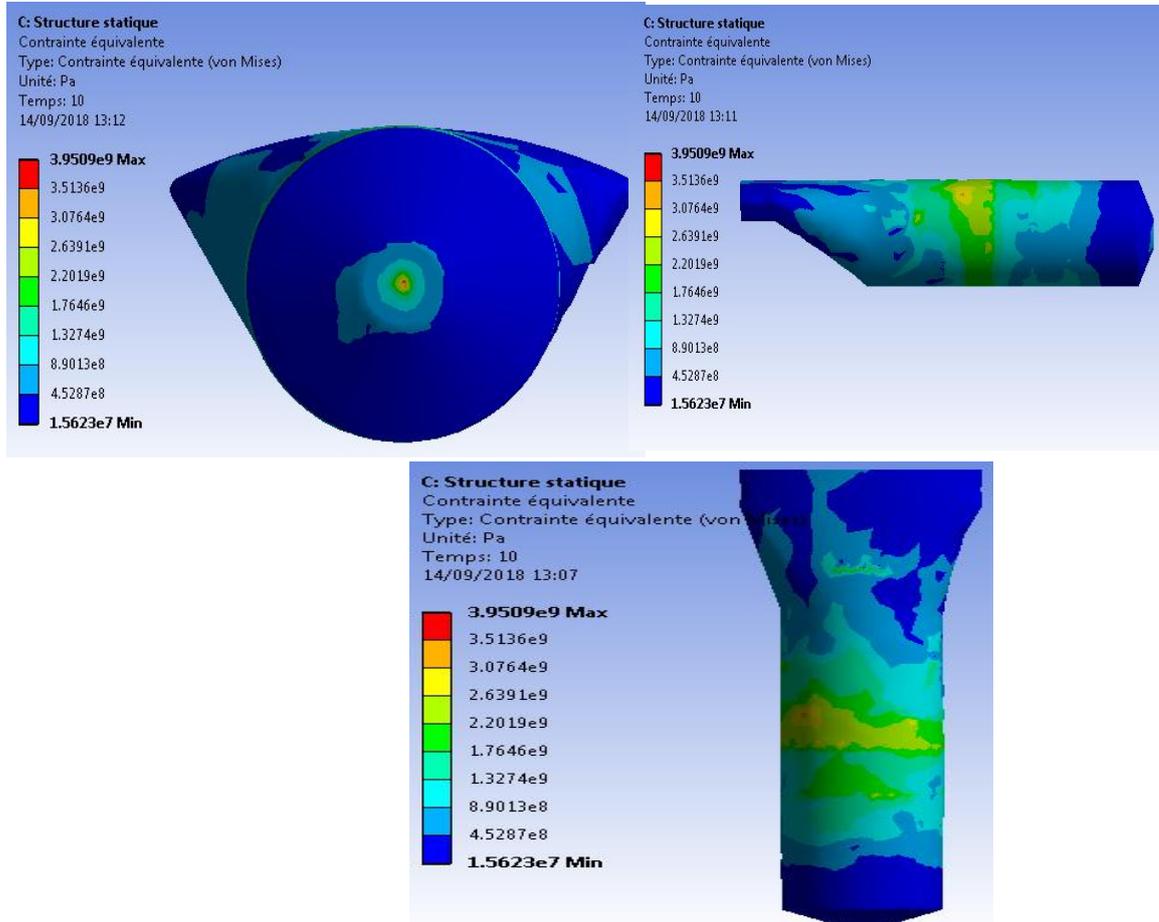


Fig(5.33)deplacement totale

Le déplacement est maximale est au extrémité , en variant de l'intérieure vers l'exterieure ceci est due au choc thermique descendent que la structure subit à cause du refroidissement. Le materiau se delate de l'intérieur vers l'exterieure.

#### 5-12-4 comportement thermo-élastique de Udimet L605 A base de cobalt

##### 5-12-4-1 contraintes de Von Mises



**Fig (5.32)** contraintes équivalentes de Von Mises

On remarque qu'elles sont localisées au milieu du fait que dans cette partie du solide les gradients de température sont très intense, et elles sont plus supérieures que les contraintes de Von Mises de l'alliage x donc on peut prévoir par la suite que les déplacements seront moins intenses, et que se matériaux est plus résistant aux contraintes thermiques.

5-12-4-2 contraintes de cisaillement

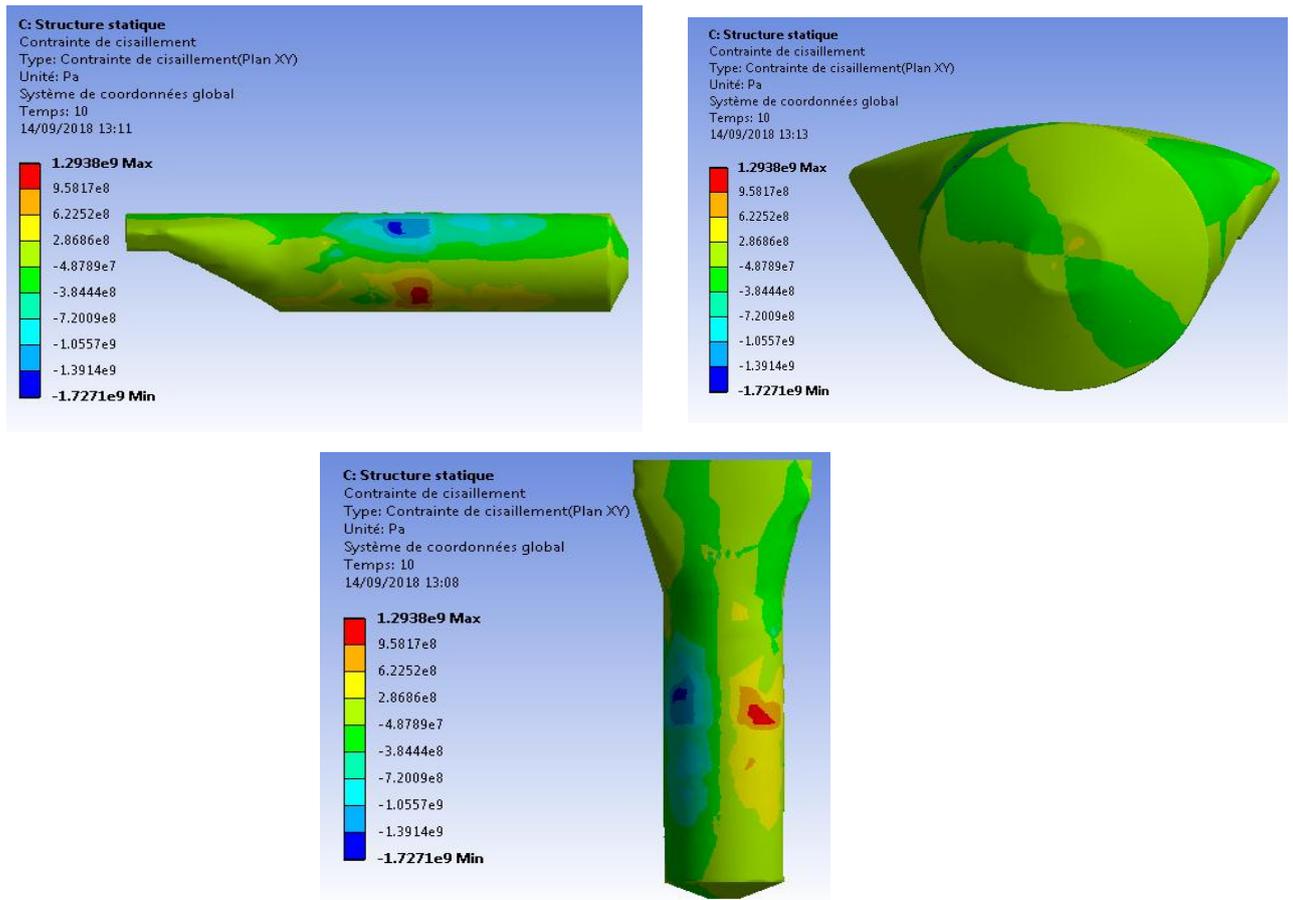


Fig (5.33) contrainte de cisaillement

La distribution symétrique des contraintes de cisaillement avec des valeurs plus supérieure que les matériaux de base.

5-12-4-3 contraintes normales

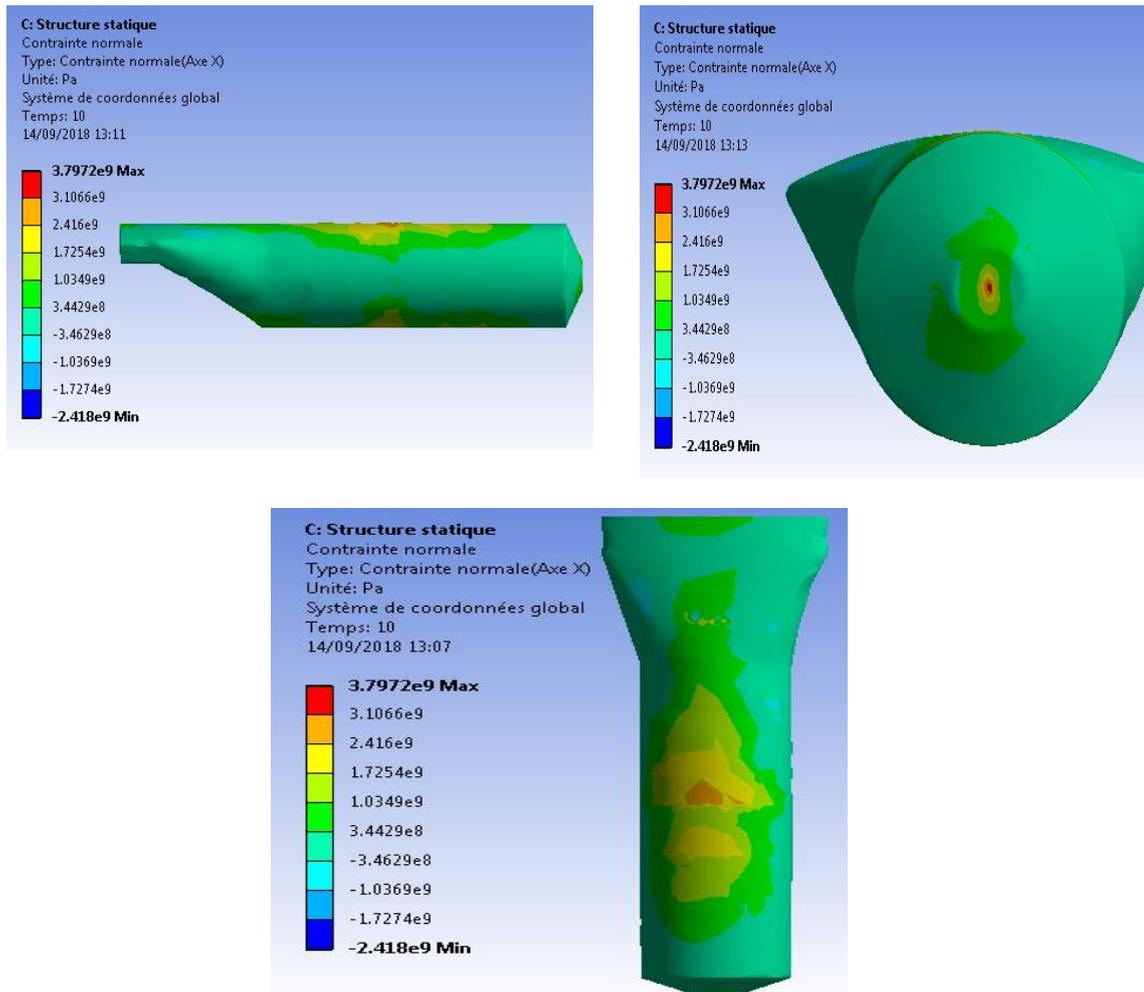
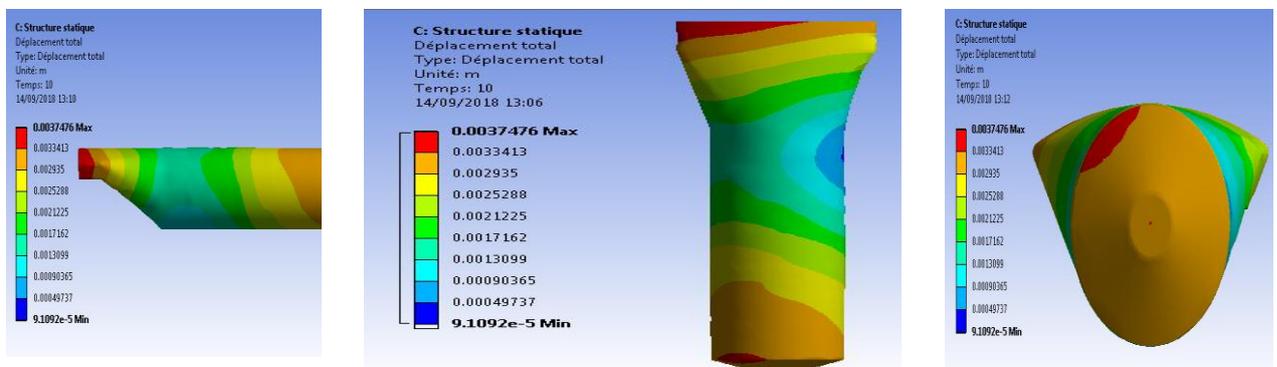


Fig (5.32) contrainte de normales

Les contraintes normales et les contraintes de Von Mises varient de la meme manière

5-12-4-4 déplacement totale



Fig(5.33) déplacement totale

## conclusion

Les contraintes thermiques se manifestent sous forme d'efforts, généralement de cisaillement, la distribution des contraintes de cisaillement est symétrique ces contraintes sont l'origine de l'apparition des fissures et de dégradations de la chambre de combustion, et d'après les valeurs des contraintes tangentielles on peut conclure que le matériau est plus faible dans cette direction et plus susceptible à se fissurer que plutôt être dilater contrairement aux contraintes mécaniques leurs origines n'est pas dues à des forces mais elle sont créés par l'obstacle apporté au libre déplacement de particules de matière, par suite de leurs liaison avec des particules soit moins chaudes ou moins dilatés (cas matériaux de nature différentes).

Pour le Udimet L 605 sa masse volumique ( $9.31 \text{ g/cm}^3$ ) est plus importante que la masse volumique de alliage x ( $8.22 \text{ g/cm}^3$ ) c'est pour sa les contraintes sont plus importantes.

---

➤ **Conclusion générale et perspectives.**

---

## Conclusion générale et perspectives

---

Dans cette étude consacrée à la simulation numérique de la flamme de diffusion turbulente dans la chambre de combustion du moteur Allison T56, On a réalisé le maillage de la géométrie complexe de la chambre de combustion en utilisant le logiciel ANSYS-Workbench v19.0, une étude de sensibilité de maillage et d'adaptation de  $y^+$  avec le modèle de turbulence est faite pour le choix de maillage optimum où le modèle  $k-\omega SST$  est adopté pour modéliser la turbulence. Le comportement des propriétés de l'écoulement réactif dans les différentes zones de la chambre, et plus précisément la distribution de la température et les paramètres influençant sur cette dernière comme la température de préchauffage ....) ;

- Cette étude nous a permis de voir l'influence de la température de préchauffage du mélange air/carburant sur la structure de flamme.
- Une modification de disposition des trous de dilution DH5 et DH6 et leurs effets sur la température de sortie chambre de combustion.
- Une étude enchainée de l'interaction flamme parois.
- Modification du type matériaux réfractaire utilisée.
- Un programme de calcul numérique en Fortran est réalisé pour la modélisation du transfert thermique radial ainsi le comportement des propriétés thermomécaniques de la structure de la chambre de combustion tubulaire. Le programme de calcul résout l'équation de la chaleur dans sa forme générale (instationnaire, trois dimensions) couplé avec les lois de comportement thermoélastique. La méthode de différences finis est utilisée pour la discrétisation de l'équation différentielle avec le schéma explicite et implicite
- Une méthode semi-analytique du quadripôle thermique est aussi bien détaillée.
- Un maillage structuré est réalisé pour la discrétisation de la géométrie radiale, les lois de l'aéroélasticité sont incorporés au programme les déformations et les contraintes thermoélastiques en fonction des propriétés physiques des matériaux réfractaires. Les résultats obtenus sont présentés à l'aide du logiciel Tecplot-V11.

Cette étude nous a permis d'obtenir le champ de température statique, la distribution de cette dernière dans la chambre atteint un maximum de 2350K, puis elle

## Conclusion générale et perspectives

---

diminue progressivement le long de la chambre jusqu'à l'arriver à une température moyenne acceptable aux aubes de la turbine et qui devient une température d'entrée turbine ; cette diminution faite aussi grâce au film d'air qui passe à travers les orifices de refroidissement in afin de protéger la chambre.

La flamme se décompose suivant la température en 3 zones :

Zone de réaction (primaire) : c'est la ou la combustion se déclenche avec la naissance d'un fort gradient de température entre celle de l'entrée de la chambre et la flamme de diffusion peut arriver jusqu'à 1800K, cette limitation de la température est justifiée par la forte richesse du mélange au début de cette zone,

Zone secondaire : cette partie de la chambre contient le point le plus chaud parce que c'est la ou la température est supposée maximale et elle varie entre 1800K et 2150K, ou le mélange carburant comburant est proche de la stœchiométrie.

Zone de dilution : c'est la dernière partie de la chambre de combustion avant l'entrée à la turbine, cette dernière a un aubage qui accepte une température environ 1350K, alors cette zone devient convergente se qui augmente la vitesse des gaz et réduit un peut la pression et par conséquent la diminution de température à l'aide des trous de dilution, ainsi que le mélange d'écoulement est relativement pauvre. Ce résultat corrobore avec les résultats de la littérature scientifique.

- ✓ Les contraintes thermiques se concentrent dans la zone secondaire là où il se trouve le point le plus chaud et ils deviennent minimaux pour des températures basses.

L'alliage « L'Udimet Alloy® L605 » qui est un alliage à base de cobalt-chromium-tungston-nickel est plus efficace que les matériaux utilisés dans notre chambre mais pour un même volume l'Udimet est plus lourd que l'alliage x, chaque matériau présente son avantage appart mais la légèreté est un facteur critique en aéronautique bien sur après la sécurité.

La température atteinte dans la chambre de combustion est supérieur aux possibilités des matériaux existants. Les recherches sur les matériaux sont donc essentielle son conçoit l'intérêt de disposer de matériaux résistant aux hautes températures, qui ont une bonne résistance mécanique et à la déformation thermoélastique, qu'ils peuvent supporter des surchauffes sans risques de céder devant des contraintes importantes, et enfin faciles d'être élaborer et ne nécessitent pas de traitement thermiques. Ceci explique l'utilisation des superalliages évoqués plus haut qui satisfont relativement les exigences pratiques du transfert de chaleur de la combustion.

En fin nos résultats sont comparais avec ceux de la littérature scientifique spécialisée où on remarque une bonne concordance et qu'il corrobore avec les résultats de la littérature scientifique.

### **Perspectives**

En vue de mieux détailler l'écoulement à l'intérieur de la chambre de combustion et d'améliorer ses performances, nous proposons comme perspectives de :

- ✓ Faire une simulation où on ajoute un diffuseur à l'entrée de la chambre de combustion et étudier la stabilité de la flamme dans la chambre de combustion;
- ✓ Utilisé la technologie LPP et refaire le même travail en étudiant la flamme de prémélange et comparé les performances de la chambre de combustion.

---

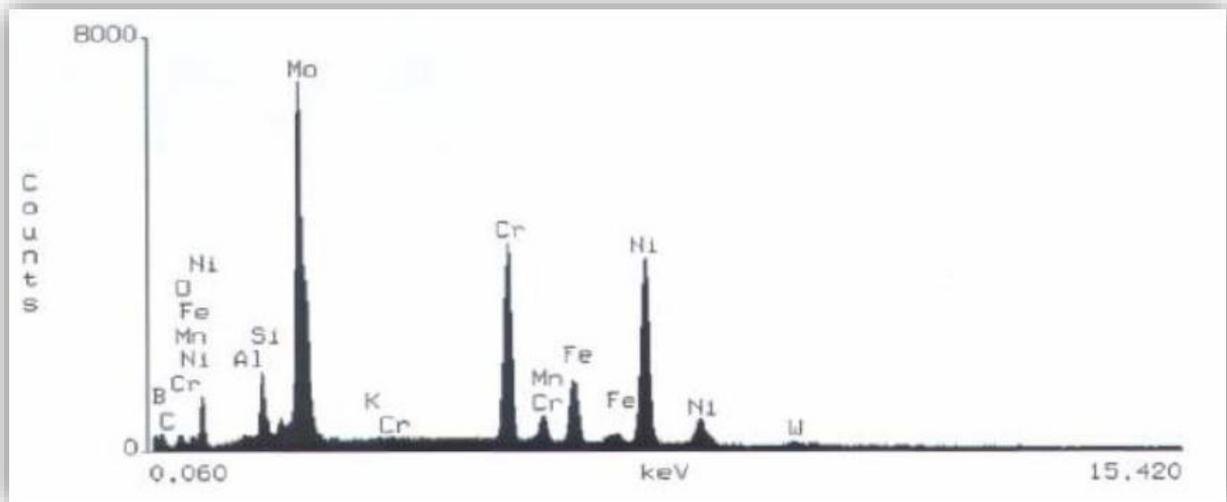
➤ **Annexes**

---

### A.1. Les propriétés du matériau utilisé :

La figure (A.1) présente les résultats obtenus du microscope électronique.

La table (A.1) présente la composition chimiquetypique de l'alliage-X. Après la comparaison des résultats avec les différentescompositions, ils ont trouvés que l'alliage-X confirme l'accord le plus proche avec lesdonnées expérimentales. Pour cette raison, ils ont conclu que la chambre de combustionétait fabriquée de l'alliage-X.



**Figure (A.1) :** les résultats obtenus de l'alliage-X par le microscope électronique [6].

L'Alliage X, qui est durci par solution solide, possède une excellente résistance mécanique à hautes températures. Il présente une faible vitesse de fluage à des températures pouvant aller jusqu'à 1060°K et peut même être utilisé jusqu'à des températures de 1470°K. Avec sa haute teneur en Chrome, en Nickel et Molybdène, L'Alliage X présente une résistance à la corrosion à basses températures semblable aux alliages à forte teneur en Nickel, utilisés généralement pour ces applications. Bien que l'Alliage X soit principalement envisagé pour sa résistance à la température et à l'oxydation, il présente aussi une résistance à la fissuration par corrosion. Ces deux dernières conditions conduisent fréquemment à des ruptures précoces des autres alliages résistants à la température.

**Tableau (B.1) :** composition chimique (% poids) [6].

| <b>Eléments</b> | <b>Min (%)</b> | <b>Max (%)</b> |
|-----------------|----------------|----------------|
| Molybdène       | 8              | 10             |
| Chrome          | 20.5           | 23             |
| Fer             | 17             | 20             |
| Tungstène       | 0.2            | 1              |
| Cobalt          | 0.5            | 2.5            |
| Carbone         | 0.05           | 0.015          |
| Silicium        | --             | 1              |
| Manganèse       | --             | 1              |
| Bore            | --             | 0.01           |
| Phosphore       | --             | 0.04           |
| Soufre          | --             | 0.03           |
| Nickel          | Reste          |                |

## Simulation and analysis of turbulent flame and its effect on the wall of aero-engine combustor

A.Mokhtari<sup>1</sup>, A.Abdallah-elhirsiti<sup>2</sup>, F.Larbi<sup>3</sup>, R.Renane<sup>4\*</sup>, R.Allouche<sup>5</sup>

[r.renane@gmail.com](mailto:r.renane@gmail.com)\*

<sup>1,2,3,4,5</sup>Laboratory of aeronautical sciences, Institute of aeronautics & space studies,  
*University of Blida 1, BP 270 Blida 09000, Algeria.*

### ABSTRACT

#### Abstract:

The main objective of this study is to simulate the behavior of the reactive flow of the turbulent flame in aeronautical combustion chamber of the ALLISON-T56 turboprop, and contribute to the analysis of flame structure and determine for given pressure and temperature of fresh gas the behavior of the thermodynamic parameters of combustion. The numerical approach is based on the resolution of basic equations of turbulent combustion using Ansys-Fluent code where the turbulence model K-ε is chosen, the geometry of the combustion chamber is made using Ansys-workbench software. Thereafter, we simulate the transient temperature field through the wall of a tubular combustion chamber, and the characterization of the thermal expansion, the thermoelastic stresses and strains with the physical properties of refractory materials. The obtained results are then compared with the results of the scientific literature.

**Keywords:** Numerical simulation, Turbulent combustion, Thermoelastic stress, Combustor.

Corresponding author: [r.renane@gmail.com](mailto:r.renane@gmail.com)

---

### NOMENCLATURE

|                              |  |
|------------------------------|--|
| <b>Symbols :</b>             | P the production rate of turbulent kinetic energy              |
| k turbulente energie         | ε dissipation  |
| T temperature, K             | U <sup>+</sup> speed profil                                    |
| P pressure, Nm <sup>-2</sup> | τ <sub>max</sub> Maximum shear stress                          |
| <b>Greek Letters:</b>        | σ <sub>e</sub> Equivalent stress                               |
| ρ density, kgm <sup>-3</sup> | σ <sub>p</sub> Main stress                                     |
| ν eddy viscosity             | Y <sup>+</sup> distance of the first cell adjacent to the wall |

---

### 1. INTRODUCTION

Combustion is one of the means of energy conversion, characterized by a highly exothermic irreversible reaction between an oxidant and a fuel. The study of this phenomenon has a considerable interest in the aviation sector [1]. The main preoccupation of manufacturers and researchers is to master the behavior of various thermodynamic parameters for efficient and ecological combustion [3]. Our work is a contribution to the analysis and simulation of the structure

of the turbulent diffusion flame in annular combustion chamber of turboprop ALLISON-T56. The fuel used in our study is kerosene, which has a high calorific value of 43.15 MJ.kg-1. In this work we are interested first to the geometry of the combustion chamber studied; thereafter, we present the discretization of the computational domain by the mesh generation using the Gambit software (Figure 2). The equations governing the gaseous reactants flows are recalled in the previous section where a brief reminder of the k-ε turbulence model used is presented. The simulation results are presented and discussed in the last section, and a comparison is made with the scientific literature. On the other hand, the temperature reached in the aeronautical combustion chambers exceeds the limit characteristics of thermal resistance of current materials; it's for this reason that the temperature at the end of combustion must be controlled. The thrust of the engine is directly related to the temperature of gas emissions [5]. We conceive the importance of having materials resistant to high temperatures, which have good mechanical strength and corrosion resistance, that they can supporting overheating without the risk of weakening before high stresses (creep), and finally, to be elaborate without need for heat treatment.

## 2. MATHEMATICAL MODEL

For this study, calculations are executed by using the Ansys software, where several models of turbulence are available in this code, the models with one and two transport equations use partial derivative equations to connect the fluctuations of flow to the average sizes of variables [6]. We limit as an example to present thereafter the K-ε model. The K-w model and SST- Model are respectively detailed in references [5-7]. In the second section, the Ansys-Fluent code is used again to simulate the interaction of the turbulent flame on the structure and the thermoelastic behavior of the wall of the combustion chamber; a brief reminder is given of the thermoelastic theory developed by W.D.KINGERY.

### 2.1 k-ε model

The k-ε model [2,7] is a model with two transport equations to evaluate the vortex viscosity. It solves two partial differential equations for the turbulent kinetic energy k and its dissipation ε, these equations are:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho}u_j k) = \bar{\rho}P - \bar{\rho}\varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \bar{\mu} + \frac{\bar{\mu}_t}{P_{rk}} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}\varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho}u_j \varepsilon) = C_{\varepsilon 1} \frac{\bar{\rho}P\varepsilon}{k} - C_{\varepsilon 2} \frac{\bar{\rho}\varepsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \bar{\mu} + \frac{\bar{\mu}_t}{P_{r\varepsilon}} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] \quad (2)$$

Where P is the production rate of turbulent kinetic energy given by the equation:

$$P = \bar{U}_t \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_m}{\partial x_m} \delta_{ij} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{2}{3} k \frac{\partial u_m}{\partial x_m} \quad (3)$$

$$C_{\mu} = 0.09, C_{\varepsilon 1} = 1.44$$

With the constants are given by [7]:  $C_{\varepsilon 2} = 1.92, P_{rk} = 1.0$  et  $P_{r\varepsilon} = 1.3$

Viscous effects are greater than the turbulent effects in the vicinity of the wall. A wall law (Wall) function is, therefore, applied in this region and the turbulence model solves the field in the rest of the field of flow. In the law of the wall, the scale of the speed is taken as  $q=k^{0.5}$ , and scale length is

$$l = \frac{C_{\mu}^{3/4} k^{3/2}}{\varepsilon}$$

k, and  $\varepsilon$  are connected by semi-empirical expressions for the friction velocity as follows:

$$k = \frac{U_{\tau}^2}{\sqrt{C_{\mu}}} \quad \text{and} \quad \varepsilon = \frac{C_{\mu}^{3/4} k^{3/2}}{\kappa y} \quad (4)$$

Eddy viscosity is expressed by: 
$$\nu_t = \frac{C_{\mu} k^2}{\varepsilon} \quad (5)$$

In the standard approach of the law of the wall), the speed profile is estimated from the first wall to the mesh by the following equations [7]:

$$U^+ = y^+ \quad \text{pour} \quad y^+ < 11.5$$

$$U^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(Ey^+) \quad \text{pour} \quad y^+ > 11.5 \quad (6)$$

Where the constants k,E are determined experimentally and are worth: 0.4 and 9.0 respectively. The concept wall law is valid in the case where the value of the center distance of the first cell adjacent to the wall is such that  $y^+ > 30$ .

## 2.2 Thermoelastic behavior

Thermal stresses, sometimes referred to as "thermal stresses", come from the fact that a material subjected to a change in temperature is constrained in such a way that it cannot deform freely. In this case, the thermal deformation is compensated by elastic deformation.

It is therefore the elastic deformation (which corresponds to a displacement of the atoms with respect to their equilibrium position, which has changed with temperature) which is at the origin of the stress, it is only indirectly that the temperature change induces a stress [4].

### 2.2.1 Elastic limit criteria

In a one-dimensional tensile test, the elastic limit is defined as the stress for which the first plastic deformations appear. Below this limit, all deformations generated during the loading of the specimen can be recovered. This definition of the elastic domain for an axial plain test must be generalized in the case of complex loading. This three-dimensional generalization is called the plasticity criterion. It allows to define. In the space of the stresses, the region for which the material

will have an elastic behavior. The definition of the two most widely used isotropic criteria for metals, the Tresca and Von Mises criteria is given below.

### 2.2.2 Criterion of Tresca

The maximum shear stresses are given by the expressions:

$$\begin{cases} \tau_{\max 12} = \frac{1}{2}(\sigma_{p1} - \sigma_{p2}) \\ \tau_{\max 13} = \frac{1}{2}(\sigma_{p1} - \sigma_{p3}) \\ \tau_{\max 23} = \frac{1}{2}(\sigma_{p2} - \sigma_{p3}) \end{cases} \quad (7)$$

Where:  $\tau_{\max}$  Maximum shear stress and  $\sigma_p$  Main stress

The material must meet the following strength requirements:

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma]_{\text{adm}} \quad \text{and} \quad \tau_{\max} \leq \frac{[\sigma]_{\text{adm}}}{2} \quad (8)$$

Where:  $\sigma_{\text{adm}}$  allowable stress

### 2.2.3 Criterion of Von Mises

There exists another criterion to check the resistance condition, it is the one given by Von-Mises, it defines the equivalent stress by:

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_{p1} - \sigma_{p2})^2 + (\sigma_{p1} - \sigma_{p3})^2 + (\sigma_{p3} - \sigma_{p2})^2]} \quad (9)$$

The material must meet the following strength requirement:  $\sigma_e \leq [\sigma]_{\text{adm}}$

$\sigma_e$  Equivalent stress

## 3. RESULTS AND DISCUSSION

Among the obtained results, we shows on the fig.2 the mesh of combustion chamber realized by Gambit software, and we observe on the fig.3 the isotherm areas in the combustion chamber. We notice a flame is formed, and one can easily see asymmetry that is quite good. The temperature is maximum at the center which is quite logical and the luminescence temperature is between 1200and 1500 °C. According to figure (4), we see a great similarity not only as regards the shape and symmetry of the flame which is centralized by the air holes whose temperature distribution peaked at about the 2300K, 850 K on the wall and 1300 K at the exit of the chamber. We also note that the distribution of temperature in the combustion chamber reached a maximum of 2306 K and a progressive decrease is observed in the direction of flow to the exit of the chamber but also the center to the wall cooled by a protective film entering through different cooling holes. The flame can be divided into three area according to the temperature variation. 1.reaction area, 2. Secondary area and 3. Dilution area.

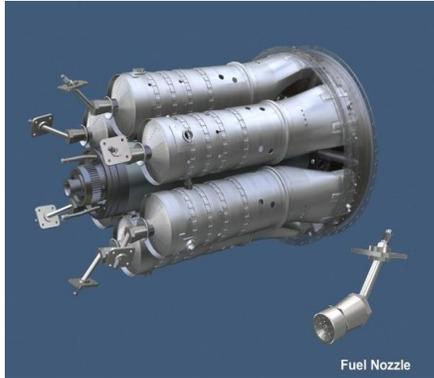


Fig. 1. Real combustion chamber [8]

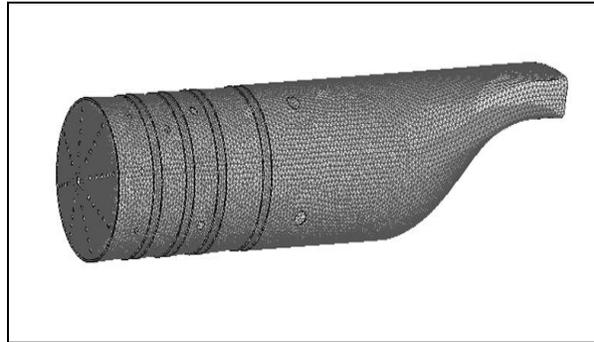


Fig. 2. Mesh of combustion chamber

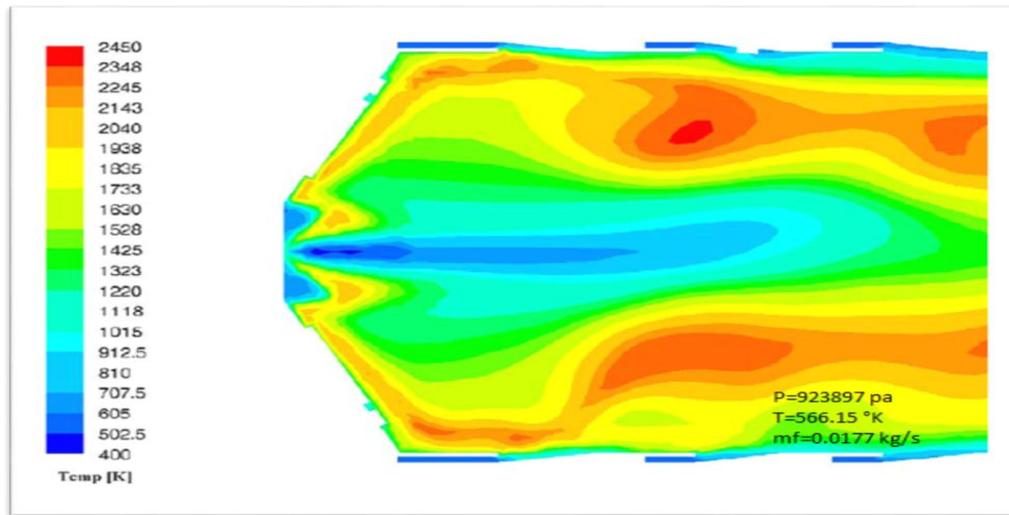


Fig.3 Simulation of turbulent flame in the combustion

FIG. 4 illustrates the influence of the preheating temperature of the air / fuel mixture on the combustion temperature along the chamber. Concerning the maximum temperature, it is noted that the increase in the inlet temperature raises the maximum temperature, thus for a preheating temperature of 450 K; The Max temperature is of the order of 2050k, whereas for an input temperature of 566k, the Tmax = 2260k. As well as for that of the outlet by increasing the inlet temperature, the outlet temperature varies from 1230 K to 1360 K. This allowed us to conclude that the preheating of the air / fuel mixture improves combustion efficiency [4,8].

FIG. 5 shows the variation of the turbine inlet temperature (TIT) as a function of the fuel flow rate. It can be seen in the figure that the TIT increases linearly between 1150k and 1400k with the increase in the fuel flow rate. We note that our results obtained by the simulation correlate with the results that we have obtained on the turboprop test bench of the (Air Algerie) company.

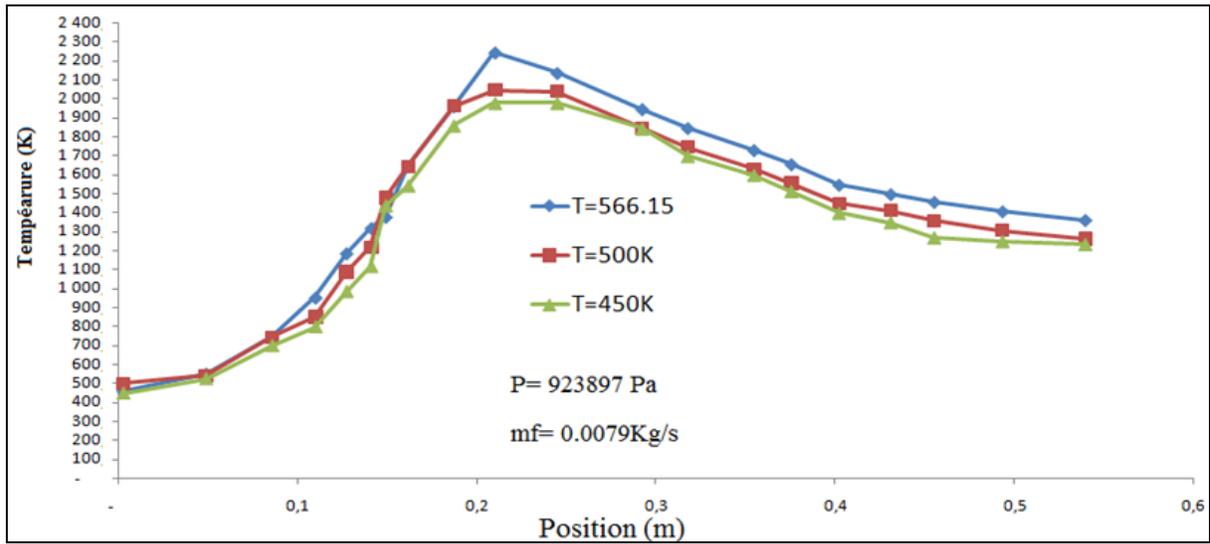


Fig.4 Distribution of the temperature in the combustion chamber as a function of the preheating temperature.

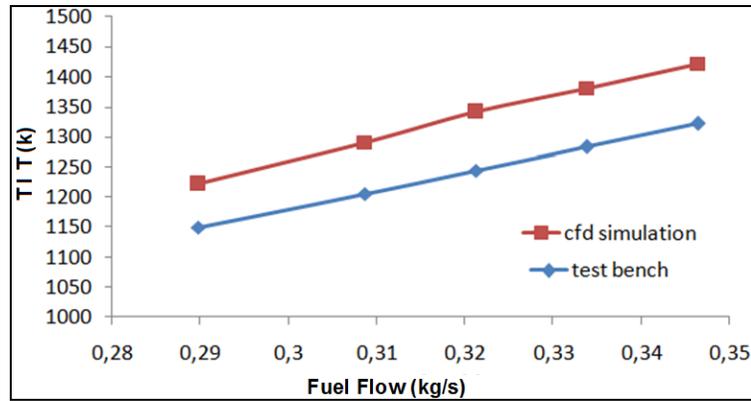


Fig.5 Change in TIT (turbine inlet temperature) as a function of fuel flow

Fig.6 and Fig.7 indicate respectively, the variation of the equivalent stress with Von-Mises criterion and the variation of the maximum shear stress with Tresca criterion for the same Titanium alloy, we note that both the equivalent stress and the maximum shear stress follow the same behavior as the temperature through the combustion chamber (FIG. 5), so they start to increase in the primary zone of the chamber until they reach a maximum and then they gradually decrease in the secondary zone of the chamber where the temperature stabilizes at the TIT.

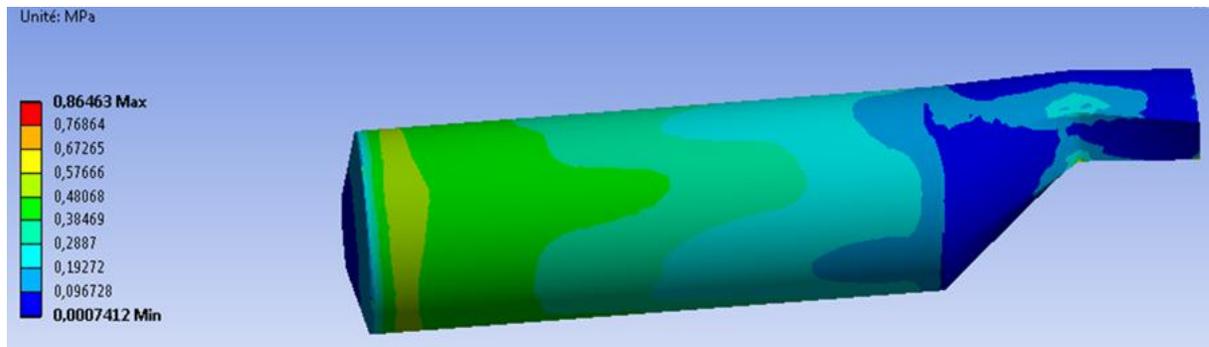


Fig.6 Variation of the equivalent stress with Von-Mises criterion for a Titanium alloy

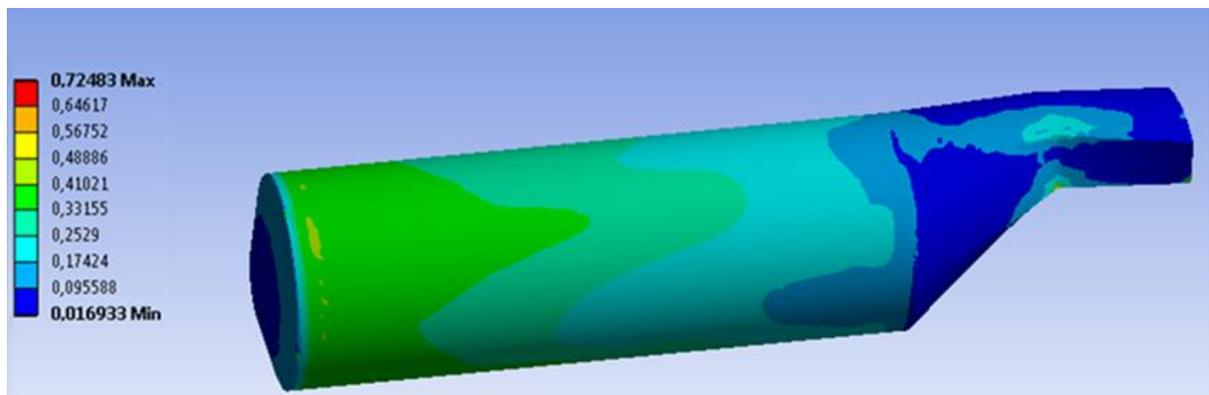


Fig.7 Variation of the maximum shear stress with Tresca criterion for a Titanium alloy

#### 4. CONCLUSIONS

In this study devoted to the numerical simulation of the turbulent diffusion flame in the combustion chamber of the engine Allison T56, it has been realized the mesh of the rather complex geometry of the combustion chamber using both the Gambit software and Ansys –Fluent, a mesh sensitivity study is made for the choice of optimum mesh. Furthermore this study allowed us to see the influence of the injection gas temperature and the initial pressure on the flame structure. We can easily see that the symmetry of the flame formed is quite good, the temperature is maximum at the center which is quite logical and the luminescence temperature is between 1200 and 1400 ° C. In addition, this study allowed us to conclude that the preheating of the air / fuel mixture and the increasing of initial pressure improves combustion efficiency [8]. Moreover the turbine inlet temperature TIT increases with the increase in fuel flow. Furthermore, the variation of the equivalent stress with Von-Mises criterion and the variation of the maximum shear stress with Tresca criterion for the same Titanium alloy follow have the same behavior as the temperature through the combustion chamber.

#### REFERENCES

- [1] R.Borghini, P.Clavin, A.Linan, P.Pelcé & G.I.Sivashinsky, Modélisation des phénomènes de combustion édition EYROLLES, 61, Bd saint-Germain 5°.

- [2] R.Rebeh , M.Alliche et M.Mamou, Validation des modèles de turbulence pour la simulation des écoulements turbulents de l'air autour d'un obstacle à section carrée, Second International Conference on Applied Energetics and Pollution, 2014 Algeria.
- [3] Jean-Pierre SAWERYSYN, « la combustion du bois et ses impacts sur la qualité de l'air » Air Pur - N°81,2012, Lille France.
- [4] R.RENANE «Caractérisation et modélisation d'une chambre de combustion tubulaire sous l'influence des charges dynamique et de combustion » Thèse de doctorat, UMBB Algerie 2013.
- [5] [Yves D'Angelo](#), « Analyse et simulation numérique de phénomènes liés à la combustion supersonique », Thèse, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1994. French
- [6] Matthieu Rullaud, « modélisation de la combustion turbulente via une méthode de tabulation de la cinétique chimique détaillée couplée à des fonctions densités de probabilité. Application aux foyers aéronautiques » Thèse, 2004 INSA de Rouen France .
- [7] Lars Davidson, « An Introduction to Turbulence Models », Chalmers University Of Technology, Goteborg, Sweden, November 2003.
- [8] F.W. Skidmore, D.R. Hunt, P.N. Doogood, “The reduction of smoke emissions from allison t56 engines “, Propulsion Report 182, Mars 1990, AUSITALIA.

### c.1. Les dimensions de domaine de calcul :

Pour dessiner notre domaine de calcul et la géométrie étudiée, le mode « ANSYS Design Modeler » nous a permis de créer cette dernière en utilisant les différents outils disponibles. Après avoir dessiné la géométrie, l'étape suivante est de définir les dimensions, cette opération permettra par la suite de pouvoir modifier les dimensions du domaine ou bien la géométrie. A la fin, on obtient une géométrie et ses dimensions associées comme il représente ci-dessous.

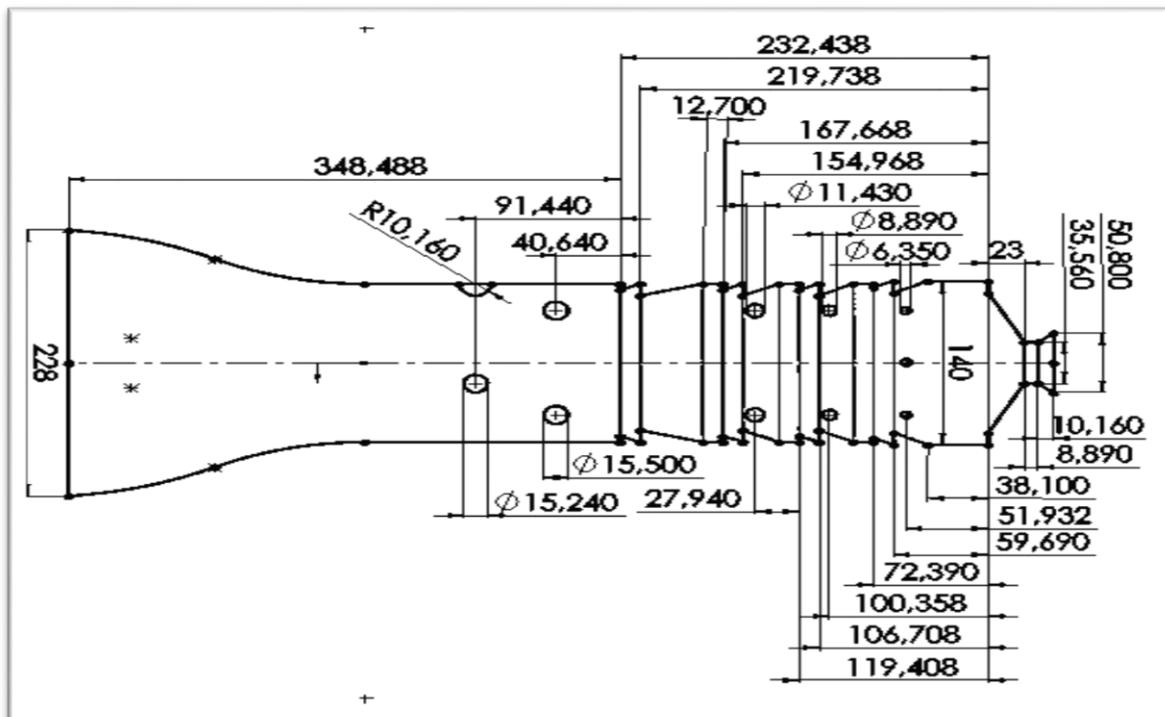


Figure (c.1) : les dimensions d'un seul tube à flamme.

## D.1. La distribution de l'écoulement d'air :

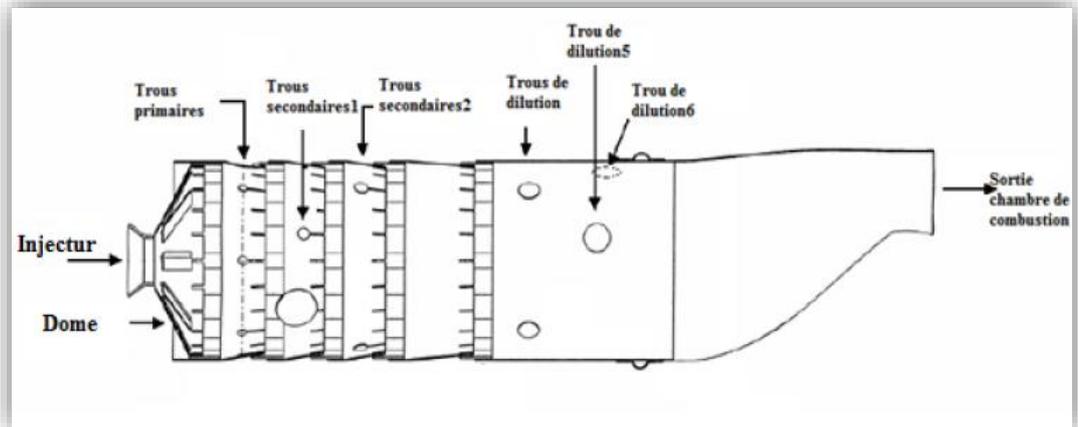


Figure (D.1) : description de la disposition des différents trous.

La figure ci-dessous représente le pourcentage de débit massique entré dans chaque trou d'un seul tube à flamme par rapport au débit d'air total.

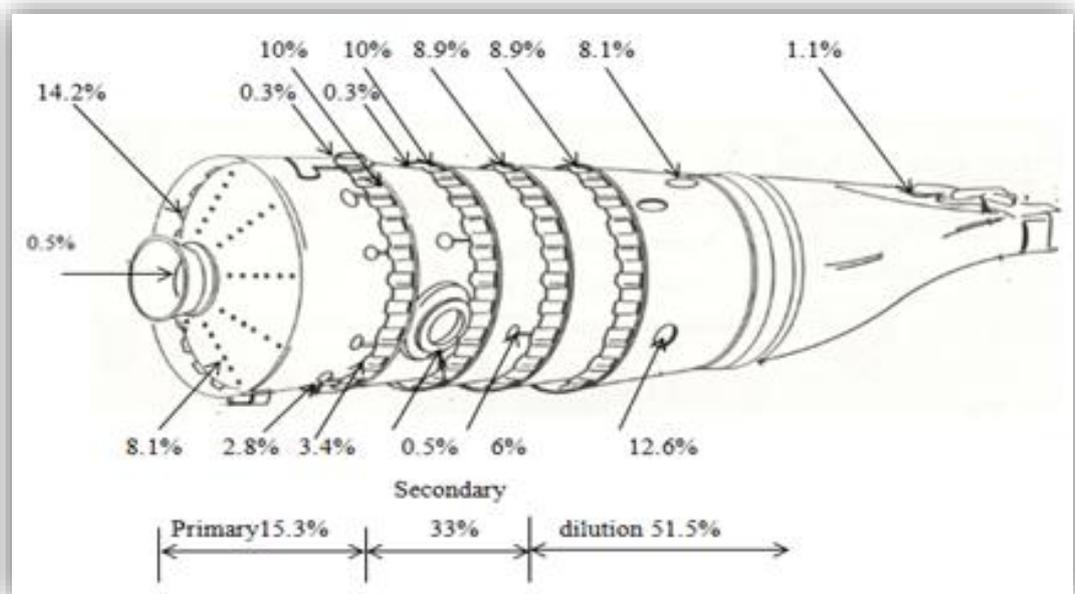


Figure (D.2) : le pourcentage de distribution d'air dans un seul tube à flamme.