

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

République Algérienne Démocratique et Populaire.

Ministère de l'enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique.

Université de Blida 1.

Institut d'Aéronautique et des Etudes spatiales



Mémoire pour l'obtention du diplôme de master en Aéronautique

Option : Avionique

Présenté par :

Melabi Oussama

Khergag AbdEldjabbar

Titre:

**Etude dynamique d'un Quadri-Rotor
Analyse de Commande par LaMéthode H-infinity
Et Simulation par Matlab/Simulink**

Promoteur : D^r Guessoum AbdErrezak

2017/2018

Dédicaces

Toutes les lettres ne sauraient trouver les mots qu'il faut... Tous les mots ne sauraient exprimer la gratitude, l'amour, le respect, la reconnaissance... Aussi, c'est tout simplement que Je dédie ce modeste travail en témoignage de toute mon affection et mon respect à :

- Ma chère mère et mon cher père pour leurs sacrifices,*
- Mon frère Aissa et mes sœurs que j'aime profondément,*
- Toute ma famille,*
- Mon binôme M. Oussama et sa famille,*
- Toutes mes amies et surtout S.Amine, H.Y.Fouad ,A.B.Chemseddine,*

Et spécialement Mlle. M .Yamina

Toute la promotion « Aéronautique » :licence 2015-2016 et master 2017-2018,

Abdeldjabbar

Remerciements

Nous tenons à remercier tout premièrement Dieu le tout puissant pour la volonté, la santé et la patience, qu'il nous a donné durant tous ces longues années.

*Ainsi, nous tenons à remercier tout particulièrement notre promoteur et encadreur : **D^r.Guessoum Abderezzak**, enseignant chercheur à l'institut d'électronique et au laboratoire de recherche des AERONEFS université de Blida 1, pour avoir d'abord proposée ce thème, et pour son suivi continué tout le long de la réalisation de ce mémoire accompagné par ses orientations éclairées et ses conseils si précieux.*

Nous tenons à remercier vivement toutes personnes qui nous ont aidés à élaborer et réaliser ce mémoire. Nos remerciements vont aussi à tous les enseignants de l'Institut d'Aéronautique et des Etudes spatiales qui ont contribué à notre formation par ailleurs, nos remerciements à tous les membres du jury de nous avoir accordé l'honneur d'examiner et de valoriser notre travail.

Résumé

Dans ce travail, on s'intéresse à la modélisation dynamique du Quadrirotor tenant compte des divers phénomènes physiques, qui peuvent influencer la dynamique d'une structure volante. Par la suite, nous avons étudié la commande linéaire PID et la commande par la technique de H_∞ boucle fermée ainsi que leurs afin d'améliorer davantage leurs robustesses vis-à-vis des perturbations de nature externes. Ces contrôleurs sont appliqués au Quadrotor afin d'assurer sa stabilité et la poursuite d'une trajectoire désirée.

A la fin de ce travail, nous avons réalisé des simulations numériques pour montrer la faisabilité des lois de commande synthétisées en se servant du logiciel Simulink/Matlab.

Mots clés : Quadrotor, H_∞ , PID, Boucle fermée, Commande non-linéaire, Commande linéaire, Représentation d'état, Simulink/Matlab.

Abstract

In this thesis, we are interested in the dynamic modeling of Quadrotors by considering the various physical phenomena which can influence the dynamics of a flying structure. Subsequently, we have studied the command proportional integrative PID and the technique of control non lineaire H_∞ loop shipping and controller to further improve their robustness against external disturbances. These controllers are applied to the Quadrotor model to ensure its stability and its following of a desired trajectory.

At the end of this work, we carried numerical simulations to show the feasibility of the synthesized control laws using the Simulink / Matlab software.

Key words: H_∞ , PID, loop shipping, Nonlinear Control, Linear Control, State Representation, Simulink / Matlab.

ملخص

في هذه الأطروحة، نهتم بالنمذجة الديناميكية لطائرة بدون طيار رباعية المراوح مع مراعاة الظواهر الفيزيائية المختلفة التي يمكن أن تؤثر على ديناميكيات الهيكل للطائرة. بعد ذلك، قمنا بدراسة المنظم التريبيعي الخطي "PID" اللاخطية " H_∞ " وكذا اقترانهما، كما تم تطبيق وحدات التحكم هذه على نموذج الطائرة لضمان تحقيق استقرارها واتباع ديناميكية مختلف المسارات المولدة.

في نهاية هذا العمل، قمنا بعمل محاكاة عددية لإظهار مدى نجاعة هذه القوانين باستخدام برنامج Simulink / Matlab.

كلمات مفتاحية: الطائر رباعي المراوح، الرجوع المرحلي، المنظم التريبيعي الخطي، وحدة التحكم PID، H_∞ تقنية التشكيل الحلقى، التحكم الغير خطي، التحكم الخطي، تمثيل الحالة، برنامج المحاكاة Matlab/Simulink.

Sommaire :

Dédicaces.....	
Remerciements	
Résumé /Abstract/.....	
Sommaire	
Liste des figures	
Liste des tables	
Nomenclature.....	
Introduction Générale.....	1

Chapitre I : Généralité sur les drones

I.1.	Introduction	3
I.2.	Définition d'un drone	3
I.3.	Domaine d'utilisation des drones.....	3
I.4.	Catégories des drones	6
	I.4.1. Selon leurs performances et tailles	6
	I.4.2. Selon leurs voilures.....	9
I.5.	Etat de l'art des Quadri-rotor.....	11
I.6.	Constitution du drone	12
	I.6.1. Autopilote	12
	I.6.2. Les batteries.....	13
	I.6.3. La propulsion.....	13
	I.6.4. Les capteurs	15
	I.6.5. La caméra	17
I.7.	Les mouvements possibles d'un drone Quadri-rotor	17
	I.7.1. Le Tangage.....	17
	I.7.2. Le Roulis	18
	I.7.3. Le Lacet.....	18
I.8.	Mode de vol.....	19

I.8.1.	Vol vertical (ascendant ou descendant).....	19
I.8.2.	Vol stationnaire	19
I.8.3.	Vol de translation (horizontalement ou incliné).....	19
I.6.	Conclusion.....	20

Chapitre II :

Modélisation d'un Quadri-rotor

II.1.	Introduction	21
II.2.	Caractéristique d'un Quadri-rotor.....	22
II.3.	Définition des repères.....	23
II.3.1.	Repère inertiel	23
II.3.2.	Repère mobile.....	23
II.4.	Cinématique d'un quadri rotor	24
II.5.	Les angles d'Euler.....	24
II.5.1.	Vitesses linéaires	25
II.5.2.	Vitesses angulaires.....	25
II.6.	Effets physiques agissants sur le Quadri-rotor	26
II.6.1.	Les force	26
II.6.2.	Les moments.....	27
II.7.	Forces et moments non modélisés.....	28
II.7.1.	Battement d'hélices	28
II.7.2.	Frottement de l'air.....	28
II.7.3.	Effet de sol.....	28
II.7.4.	Instabilité de l'air et vent.....	29
II.8.	Etude dynamique de Quadri-rotor	29
II.8.1.	Equations de mouvement de translation.....	31
II.8.2.	Equations de mouvement de rotation	32
II.8.3.	Dynamique du rotor	33
II.9	Le modèle dynamique complet	33
II.10.	La représentation d'état du système	34
II.11.	Conclusion	35

Chapitre III :

Modélisation d'un Quadri-Rotor par la méthode H_∞

III.1.	Introduction	36
III.2.	Équation de Lagrange Euler.....	37
III.3.	La stratégie de méthode non linéaire h infinity.....	39
III.4.	Le contrôleur non linéaire H_∞ pour la stabilisation.....	40
III.4.1.	Le contrôle approche par H_∞	40
III.5.	Rotationnel subsysteme non linéaire H_∞ control.....	42
III.6.	E-SSPC pour le suivi du chemin	45
III.7.	Conclusion.....	50

Chapitre IV :

Simulation Numérique

IV.1.	Introduction	51
IV.2.	Les Paramètres de simulation.....	51
IV.3.	Système de commande PID.....	52
IV.3.1.	Résultats du régulateur PID	53
IV.4.	Système de commande H-Infinity (H-infini).....	55
IV.4.1.	Résultats du Commande H-infini.....	56
IV.5.	Comparaison entre les deux méthodes : PID et H-Infinity.....	60
IV.5.1.	Comparaison des distances parcourues	60
IV.5.2.	Comparaison du temps de réponse pour chaque paramètre	62
IV.6.	Conclusion.....	62

Conclusion Générale..... 63

Bibliographie.....

Annexe A :Quadri-rotor AscTecPelican UAV

Annexe B :Schéma général de simulation du quadri-rotor AscTecPelican

Annexe C :Schéma -1- de commande par PID sous Matlab/Simulink

Annexe D :Schéma -2- de commande par PID sous Matlab/Simulink

Annexe E : Schéma de commande par la méthode H-Infinity sous Simulink...

Liste des figures :

I.1	Exemples des micros-UAV	06
I.2	Exemples des minis-UAV	07
I.3	Exemples des drones MALE	07
I.4	Exemples des drones HALE	08
I.5	Exemples des drones tactiques	08
I.6	Exemples des drones de combat	09
I.7	Exemples des drones RPH	09
I.8	Drone a aile fixe	09
I.9	Drone a aile tournantes.....	10
I.10	Drone a aile battantes	11
I.11	le mesicoper	11
I.12	a. Autopilote open source APM 2.6 de 3DR. b. carte APM 2.5 (Ardupilot Mega APM 2.5).....	13
I.13	differentmodels des batteries	13
I.14	a: moteur brushless. b: moteur à courant continu avec balais.....	14
I.15	hélice	15
I.16	Capteur à ultrasons	16
I.17	a. Antenne GPS 3DR. b. Antenne GPS DJI. [4].....	17
I.18	Mouvement de tangage.....	17
I.19	Mouvement de roulis.....	18
I.20	Mouvement de lacet.....	19
II.1	Le schéma d'un quadrirotor	22
II.2	les angles d'Euler	24

III.1	Réponse du système à la commande de lacet Psi par le PID. Psi initial= $-\pi/5$ rad Psi référence= 2π rad -le temps de réponse est 3.5	39
IV.1	Schéma d'un régulateur PID parallèle	52
IV.2	Réponse du système à la commande d'altitude Z par le PID. Z initial =0 m Z référence =10 m Et le temps de réponse est environ de 4.5 s.....	53
IV.3	Réponse du système à la commande de lacet Psi par le PID. Psi initial= $-\pi/5$ rad Psi référence= 2π rad -le temps de réponse est 3.5	53
IV.4	Réponse du système à la commande de roulis Phi par le PD. Phi initial= $\pi/3$ rad Phi référence= π rad -le temps de réponse est 3 s.....	54
IV.5	Réponse du système à la commande de tangage Thêta par le PD. Theta initial= $\pi/2$ rad Theta référence= $3\pi/2$ rad -le temps de réponse : 2.5 s.....	54
IV.6	Evaluation de l'erreur de chaque réponse en fonction de temps. Avec : erreur = signal référence – réponse actuelle (en fonction de temps).....	55
IV.7	Schéma d'un régulateur H-Infini en boucle fermée.....	55
IV.8	Réponse du système à la commande de lacet Psi. Psi initial= $-\pi/5$ rad Psi référence= 2π rad -le temps de réponse est 3 s.....	56
IV.9	Réponse du système à la commande de lacet Psi. Psi initial= $-\pi/5$ rad Psi référence= 2π rad -le temps de réponse est 3 s.....	57
IV.10	Réponse du système à la commande de roulis Phi. Phi initial= $\pi/3$ rad Phi référence= π rad -le temps de réponse est 3 s	57
IV.11	Réponse du système à la commande de tangage Thêta.....	58
IV.12	Evaluation de l'erreur de chaque réponse en fonction de temps. Avec : erreur = signal référence – réponse actuelle (en fonction de temps	58
IV.13	Trajectoire parcouru par le Quadrotor en 3D. La position initiale du drone est l'origine O (0,0,0) du plan [x y z].....	59
IV.14	Les signaux de commande du rotors U1,U2,U3 et U4.....	59
IV.15	Mouvement dans les axes x, y et z (PID).....	60
IV.16	Trajectoire parcouru par le Quadrotor en 3D (PID).....	60
IV.17	Mouvement dans les axes x, y et z (H-infinity).....	61
IV.18	Trajectoire parcouru par le Quadrotor en 3D (H-Infinity) La position initiale du drone est l'origine O (0,0,0) du plan [x y z].....	61

Liste des tableaux :

I.1	Utilisation des drones en domaine militaire.....	04
I.2	Utilisation des drones dans le domaine civil.....	05
I.3	les différentes types des drones à voilures tournantes.....	10
IV.1	Paramètres mécaniques et électriques du modèle du Quadri rotor.....	51
IV.2	Les paramètres du contrôleur H-infini.....	56
IV.3	Comparaison du temps de réponse.	62

Liste des symboles :

ϕ	L'angle de roulis.
θ	L'angle de tangage.
ψ	L'angle de lacet.
R^I	repère inertiel du quadri-rotor.
R^m	repère mobile.
ξ	Vecteur de position.
$\dot{\xi}$	Vecteur de la vitesse linéaire exprimée dans le repère inertiel.
v	Vecteur de la vitesse linéaire exprimée dans le repère du châssis.
f	Les forces appliquées au centre de masse du quadri-rotor.
τ	Les moments appliqués au centre de masse du quadri-rotor.
T	Matrice de transformation.
R	La matrice de rotation.
Ω	La vitesse angulaire.
v	La vitesse linéaire.
P	Le poids.
m	La masse totale du quadri-rotor.
g	La gravité.
F_i	La force de poussée.
ω	La vitesse de rotation des moteurs.
T_h	La force de trainée.
b	Le coefficient de portance.
d	Le coefficient de drag.
K_{ft}	Le coefficient de trainée.
l	La longueur du bras entre le rotor et le centre de gravité du quadri-rotor.
M_x	Moment dus aux forces de poussée autour l'axe x
M_y	Moment dus aux forces de poussée autour l'axe y
M_z	Moment dus aux forces de trainée autour l'axe z

M_a	Le moment résultant des frottements aérodynamiques.
K_{fa}	Le coefficient des frottements aérodynamiques.
M_{gh}	Le moment gyroscopique des hélices.
M_{gm}	Le moment gyroscopique dû aux mouvements du quadri-rotor.
J_r	L'inertie des rotors.
J	L'inertie du système.
I	Moment d'inertie.
$S(\Omega)$	La matrice antisymétrique.
F_f	La force totale générée par les quatre rotors.
F_i	La force de traînée selon les axes (x, y, z) .
F_g	La force de gravité.
M_f	Le moment provoqué par les forces de poussée et de traînée.
M_a	Le moment résultant des frottements aérodynamiques.
V	La tension d'entrée du moteur.
r	La résistance du moteur.
L	La résistance de l'inductance.
k_e	La constante des couples électrique.
ω_i	La vitesse angulaire du rotor.
k_m	La constante des couples mécanique.
C_s	Le frottement sec.
k_r	La constante du couple de charge.
u	La commande
x	Ensemble d'entrées.
w	Ensemble de poids.
η	Pas d'apprentissage.
$\mu_A(x)$	La fonction d'appartenance.
f_i^n	La fonction d'activation des neurones i de n^{em} couche.

Liste des abréviations :

UAV	Unmanned Aerial Vehicle.
HALE	Haute Altitude Longue Endurance.
MALE	Moyenne Altitude Longue Endurance.
TUAV	Tactical Unmanned Aerial Vehicle.
UCAV	Unmanned Combat Aerial Vehicle.
MAV	Mini Air Vehicle.
RPH	Remotely Piloted Helicopter.
VTUAV	Vertical Take-off UAV.
H∞	H infinity
VTOL	Vertical Take-off and Landing
PID	Proportional Integral Derive.

Introduction

Générale

Depuis quelques années, le développement des plateformes volantes ne cesse de croître grâce aux remarquables progrès dans le domaine des systèmes embarqués tel que la miniaturisation des capteurs, des actionneurs et l'évolution des calculateurs numériques.

Ces plateformes volantes sont connues plus sous le nom de drones ou UAV (Unmanned Aerial Vehicle), parmi lesquels nous pouvons citer : les drones à voilure fixe, à voilure battante et à voilure tournante.

Dans les drones à voilure tournante, le Quadri rotor qui est le sujet de ce mémoire se détache comme étant l'un des systèmes les plus prometteurs à cause de la diversité des applications pour lesquelles il peut être utilisé : les missions de surveillance et d'observation, les prises de vue aériennes, la poursuite, l'espionnage, le contrôle de l'état d'un édifice difficilement accessible ou même le transport de marchandise.

Le Quadri rotor est un aéronef à voilure tournante comportant quatre rotors pour sa sustentation et peut effectuer six degrés de liberté. Non seulement il est un système sous-actionné, mais il est également complexe, non linéaire, multi variables, instable notamment et présente une dynamique fortement couplée.

Cadre de l'étude :

Ce travail s'inscrit dans le cadre d'une synthèse des lois de commande robustes pour le guidage et le pilotage du Quadri rotor par deux techniques totalement différentes, un linéaire : la commande linéaire PID, et l'autre non-linéaire : le H_∞

Pour mener à bien ce travail, nous avons opté pour le plan suivant :

- Etablir un état de l'art sur la conception et la commande du Quadri-rotor.
- Etablir la mécanique du vol du Quadri-rotor.
- Développer des contrôleurs d'attitude et d'altitude par la technique PID et H_∞

- Réaliser la simulation sous Matlab/Simulink.

Plan de travail :

Ce mémoire s'articule autour de quatre chapitres :

Dans le premier chapitre, on présente un bref état de l'art et des généralités sur les drones et plus précisément les Quadri rotors.

Le deuxième chapitre est consacré à la modélisation dynamique du Quadri rotor en utilisant la méthode de Newton-Euler après avoir entamé la mécanique du vol de ce système et expliqué ses mouvements possibles et ses modes de vol.

Le troisième chapitre est réservé aux fondements et aspects théoriques des deux techniques de commande, la commande par la H_∞ , et la commande par ainsi que leurs couplages avec le PID. Puis, la synthèse des lois de commande et la validation de ces approches sur le modèle du Quadri rotor.

Dans le dernier chapitre, on va présenter notre travail qui consiste à simuler, par le logiciel Simulink, les lois de commande synthétisées avec le modèle dynamique développé et présenter les résultats obtenus et leurs interprétations.

Nous terminons par une Conclusion générale sur le travail effectué et les résultats obtenus et nous évoquons quelques perspectives.

Chapitre I

Généralité sur les drones

I.1. Introduction

Ces dernières années, des chercheurs et des ingénieurs de diverses régions ont travaillé intensément pour développer des machines volantes efficaces capables d'effectuer des missions avec et sans l'intervention humaine. Ce type de véhicule est connu sous le nom de véhicule aérien sans pilote (UAV).

I.2. Définition d'un drone

Un drone désigne un aéronef sans-pilote et sans humain à bord (et le plus souvent télécommandé). Le drone peut avoir un usage civil ou militaire. Les drones sont utilisés au profit des forces armées ou de sécurité police, douane, d'un État. Sa taille et masse (de quelques grammes à plusieurs tonnes) dépendent des capacités recherchées. Le pilotage automatique ou à partir du sol permet des vols longs de plusieurs dizaines d'heures (à comparer aux deux heures typiques d'autonomie d'un chasseur). Certains missiles non balistiques, en particulier les missiles de croisière, ont l'apparence aérodynamique de drones, mais ne sont cependant pas réutilisables, car détruits en fin de mission, contrairement au drone qui est ramené à sa base.

Le terme anglais « *drone* » désigne d'abord et surtout un avion-cible. Un aérodyne automatisé et le système associé de mise en œuvre sont aussi appelés « UAV » (pour « *Unmanned Aerial Vehicle* », soit « véhicule aérien sans humain à bord ») et de plus en plus souvent « UAS » pour « *Unmanned Aircraft System* », soit « système d'aéronef(s) sans humain(s) à bord »).

I.3. Domaine d'utilisation des drones

Un drone est un aéronef sans pilote à son bord et doté d'une certaine autonomie et d'une capacité de décision. Les drones possèdent une charge utile pour l'export des matériels nécessaires à l'accomplissement des missions auxquelles ils sont employés [1]. Aujourd'hui, le développement des drones représente une avancée importante dans le domaine de l'aéronautique et reste une discipline de recherche très active dans le monde, tant pour les applications civiles que militaires [2].

Le tableau ci-dessous résume l'utilisation des drones dans les domaines militaire (tableau I.1) et civil (tableau I.2) : [3]

Tableau I.1. Utilisation des drones en domaine militaire

Domaine	Utilisation Militaires
Marine	<ul style="list-style-type: none"> •Ombre des flottes enemies. •Des missiles décoratifs par emission de signatures artificielles. •Intelligence électronique. •Relance des signaux radio. •Protection des ports contre les attaques en mer. •Placement et surveillance des bouées de sonar et éventuellement d'autres formes de guerre anti-sous-marine.
Armée	<ul style="list-style-type: none"> •Reconnaissance. •Surveillance de l'activité de l'ennemi. •Surveillance de la contamination nucléaire, biologique ou chimique (NBC). •Intelligence électronique. •Désignation et suivi des objectifs. •Localisation et destruction des mines terrestres.
Aviation	<ul style="list-style-type: none"> •Surveillance longue distance et haute altitude. •Brouillage et destruction du système radar. •Intelligence électronique. •Sécurité de base d'aérodrome. •Evaluation des dégâts d'aérodrome. •Élimination des bombes non explosées.

Tableau I.2 : Utilisation des drones dans le domaine civil.

Civiles							
Catégories	Usages						
Des missions exploitant le vecteur aérien	<ul style="list-style-type: none"> • Transport de fret. • Utilisation par l'industrie cinématographique. • Largages de vivres et d'équipements de sauvetage en zones hostiles. 						
La surveillance et l'observation	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center; vertical-align: middle;">Etudes scientifiques.</td> <td> <ul style="list-style-type: none"> • Étude de l'atmosphère, des sols (géologie) et des océans. • Etudes et prévisions météorologiques. </td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; vertical-align: middle;">Surveillance d'urgence.</td> <td> <ul style="list-style-type: none"> • Incendies de forêts, avalanches. • Volcans, tornades. • Recherche et sauvetage. • Evaluation des dégâts en cas de catastrophe naturelle </td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; vertical-align: middle;">Surveillance civil.</td> <td> <ul style="list-style-type: none"> • Surveillance des cultures et épandage agricole. • Surveillance maritime (voies maritimes, trafic de drogue, clandestins, détection des pollutions par hydrocarbures, localisation pour sauvetage). • Surveillance urbaine, des manifestations, ainsi que des frontières. • Surveillance du trafic routier et du transport de matières dangereuses. </td> </tr> </table>	Etudes scientifiques.	<ul style="list-style-type: none"> • Étude de l'atmosphère, des sols (géologie) et des océans. • Etudes et prévisions météorologiques. 	Surveillance d'urgence.	<ul style="list-style-type: none"> • Incendies de forêts, avalanches. • Volcans, tornades. • Recherche et sauvetage. • Evaluation des dégâts en cas de catastrophe naturelle 	Surveillance civil.	<ul style="list-style-type: none"> • Surveillance des cultures et épandage agricole. • Surveillance maritime (voies maritimes, trafic de drogue, clandestins, détection des pollutions par hydrocarbures, localisation pour sauvetage). • Surveillance urbaine, des manifestations, ainsi que des frontières. • Surveillance du trafic routier et du transport de matières dangereuses.
	Etudes scientifiques.	<ul style="list-style-type: none"> • Étude de l'atmosphère, des sols (géologie) et des océans. • Etudes et prévisions météorologiques. 					
	Surveillance d'urgence.	<ul style="list-style-type: none"> • Incendies de forêts, avalanches. • Volcans, tornades. • Recherche et sauvetage. • Evaluation des dégâts en cas de catastrophe naturelle 					
Surveillance civil.	<ul style="list-style-type: none"> • Surveillance des cultures et épandage agricole. • Surveillance maritime (voies maritimes, trafic de drogue, clandestins, détection des pollutions par hydrocarbures, localisation pour sauvetage). • Surveillance urbaine, des manifestations, ainsi que des frontières. • Surveillance du trafic routier et du transport de matières dangereuses. 						
Des missions spécifiques	<ul style="list-style-type: none"> • Relais de communications. • Missions dangereuses (détection de gaz toxiques, radiations). • Recherche et sauvetage (mer, montagnes, désert...). 						

I.4. Catégories des drones

La classification des systèmes aériens est difficile, car il existe de nombreux types de drones aériens partant du nano drone de quelques grammes jusqu'au drone lourd capable d'effectuer des missions de plus de 24 heures à plusieurs milliers de kilomètres de sa base. Cependant, les véhicules autonomes peuvent être classés en plusieurs catégories selon : l'altitude de croisière, le rayon d'action, l'endurance, la taille (longueur, envergure, etc.) ou encore leur voilure (fixe, tournante ou battante) [4].

Nous présentons d'abord une classification générale des drones en fonction de leur rayon d'action, l'endurance et l'altitude :

I.4.1 Selon leurs performances et tailles

Parmi les performances on cite : le rayon d'action, endurance et altitude de croisière, ainsi pour la taille : envergure et longueur, [5] ce qui ramène à la classification suivante:

I.4.1.1 Micros-UAV :

(Micro Air Véhicule ou MAV), pouvant être contenu dans une sphère de 30 cm. Ces micro-drones sont différenciés par la miniaturisation des cartes électroniques et le choix des matériaux, des capteurs et des systèmes embarqués.



(a) le drone Aeryon-Scout 400



(b) le drone GTENG-T906W

Figure I.1.Exemples des micros-UAV

I.4.1.2 Mini-UAV :

Ce sont des drones plutôt légers et de taille réduite (jusqu'à quelques kilogrammes et d'une envergure jusqu'à 1 à 2 mètres) facilitant la mise en œuvre et généralement utilisés pour l'observation des zones difficiles d'accès.



(a) le drone Gozcu



(b) le drone QX-105

Figure I.2. Exemples des minis-UAV**c. Les drones MALE (Medium Altitude High Endurance):**

Sont utilisés pour des vols de plus longue durée à une altitude opérationnelle de 10 à 15 Km. Avec une taille comparable aux avions traditionnels. Ils sont généralement voués à l'observation, mais certains peuvent embarquer des armes.



(a) le drone Predator-3



(b) le drone Dominator

Figure I.3. Exemples des drones MALE**d. Les drones HALE (High Altitude High Endurance):**

Volent à une altitude d'environ 20 km. Il s'agit de drones de grande envergure volant à très haute altitude. Ils sont majoritairement utilisés pour des communications, comme alternative aux satellites. Ces deux types de drones font partie de la classe de grande taille pouvant accomplir des missions atteignant 2 jours.



(a) le drone RQ-4 Global Hawk



(b) le drone GlobalObserver-Aglis

Figure I.4. Exemples des drones HALE**e. Drones tactique TUAV (TacticalUnmannedAerialVehicle) :**

Ils ont une autonomie d'une dizaine d'heures et un rayon d'action jusqu'à plus de cent kilomètres avec une altitude opérationnelle de 200 à 5000 mètres. Ces drones sont plus petits et fonctionnent dans des systèmes plus simples que HALE ou MALE



(a) le drone FT-200 FH



(b) le drone Falco

Figure I.5. Exemples des drones tactiques**f. Drones de combatUCAV (Unmanned Combat AerialVehicle)**

Ils sont destinés à accomplir des missions de reconnaissance, d'attaque, de tir, et d'occupation de l'espace aérien sur de très longues périodes due aux systèmes d'armes et de recueils de renseignements dont ils possèdent.



(a) le drone X-47B



(b) le drone Wing-Loong-II

Figure I.6. Exemples des drones de combat**g.RPH (Remotely Piloted Helicopter)**

Les hélicoptères télécommandés sont des véhicules aériens capable d'effectuer le décollage et l'atterrissage vertical, ce sont des drones à voilure tournante appelé aussi VTUAV (Vertical Take-off UAV). Ils sont utilisés dans des missions nécessitant un vol stationnaire, ils sont également moins sensibles à la turbulence de l'air.



(a) le drone YamahaRMax



(b) le drone APID

Figure I.7. Exemples des drones RPH**I.4.2 Selon leurs voilures**

Prenant en considération la nature de leurs voilures, on trouve la classification suivante :

I.4.2.1à voilure fixe :

Ce sont des drones qui produisent la portance nécessaire au vol par le vent relatif sur la voilure. Le contrôle du vol s'effectue par des gouvernes aérodynamiques. Ces drones assurent sa poussée et sa portance par son moteur et ses ailes.

Voilures
fixes**Figure.I.8** Drone a aile fixe

I.4.2.2 à voilure tournante :

Ce drone assure sa poussée et sa portance par ses moteurs, il a l'avantage de pouvoir voler à de faibles vitesses ou bien de rester immobile et capable de décoller et d'atterrir verticalement.

**Figure I.9** Drone a aile tournantes**Tableau I.3** .les déférente type des drones à voilures tournantes

TYPE	AVANTAGES	INCONVENIENTS
Hélicoptère traditionnel	Performance. Autorotation possible. Manœuvrabilité. Endurance (quand motorisation thermique).	Complexité. Taille. Danger des rotors.
Multi rotor à pas variable	Centralisation du bloc moteur, qui permet une motorisation thermique de grande endurance.	Complexité.
Hélicoptère à rotor contrarotatif	Les mêmes que l'hélicoptère traditionnel, avec en plus un encombrement moindre.	Idem aux helicopters traditionnels.
Aile battante	Pas de danger d'hélice. Est confondu avec un oiseau.	Fragilité. Complexité. Faible charge utile.
Convertible	Performance théorique d'endurance et de décollage vertical.	Complexité technique. Transition délicate entre vols vertical et horizontal.

I.4.2.3. à ailes battantes :

Pour ces drones, le pilotage et la sustentation sont assurées grâce à des ailes battantes.

Dotés d'une capacité de vol avec des trajectoires similaires à celles des insectes, et de vol stationnaire à basses vitesses ce qui est intéressant pour des missions dans des espaces réduits.

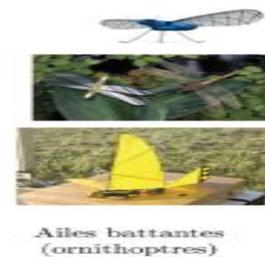


Figure I.10. Drone a aile battantes

I.5 Etat de l'art des Quadri-rotor

Dans les dernières années, le quadri rotor a reçu une grande attention de la partie des projets et des recherches. Il a également attiré une grande attention des fabricants de jeux, cela a conduit de développer des drones sophistiqués destinés pour le loisir.

Le nombre de projets portant sur le problème de la conception et la commande des Quadrotors ne cesse d'augmenter. Ils existent des projets qui portent sur les problèmes de la modélisation et la commande en se basant sur des plateformes commerciales comme le Dragon-flyer, UFO4, . . . etc. L'objectif est de doter ces Quadrirotors avec plus de capteurs et d'intelligence pour réaliser un certain degré d'autonomie. Tandis que d'autres projets abordent le problème de conception et à ce niveau réside un grand compromis entre la conception et la commande.

Le projet Mesicopter, appelé également « Meso-Scale » est un nano quadrirotor électrique de 1.5 cm d'envergure, (*Figure I.11*). Ce Quadrotor est capable de voler en portant sa propre alimentation fournie par des batteries miniatures et porte des capteurs dédiés à la recherche atmosphérique ou l'exploration planétaire.



Figure I.11. le mesicopter

Ce travail est une collaboration d'une équipe de chercheurs du département d'Aéronautique et d'Astronautique et le département de mécanique à l'université de Stanford aux USA, avec l'appui des associés industriels Intel et SRI qui est un leader dans la fabrication de batteries et de capteur miniatures de la haute technologie ainsi que la NASA. [6]

Le projet STARMAC (Stanford Testbed of Autonomous Rotorcraft for Multi-AgentControl), un autre projet très intéressant qui étudie la commande multi- agents à l'université de Stanford d'Aéronautique et d'Astronautique, USA [5]

I.6. Constitution du drone

Le développement des drones connaît un essor croissant depuis quelques années et ce en raison des grands avancements faits dans le domaine des capteurs et des cartes électroniques qui sont de plus en plus légers et performants, mais aussi le développement des batteries qui a permis de réduire considérablement le poids de celle-ci pour une autonomie plus importante.

1.6.1. Autopilote

L'autopilote constitue le centre nerveux du drone, dont il assure à minima la stabilité (dans ce cas, il est simplement appelé « contrôleur »), voire la navigation. L'autopilote, qui tient aujourd'hui dans le creux de la main, résume à lui seul les progrès de miniaturisation et de fiabilité de la robotique de ces vingt dernières années.

L'autopilote se présente sous la forme d'un ou de deux circuits imprimés. Il contient le processeur principal, des capteurs, de la mémoire et de nombreuses interfaces, dont le module GPS nécessaire à la navigation. Situé entre le récepteur radio et les actionneurs, il est solidement fixé au châssis, le plus près possible du centre de gravité.

Il est programmé avec un logiciel contenant toutes les informations nécessaires à la gestion du vol [7].

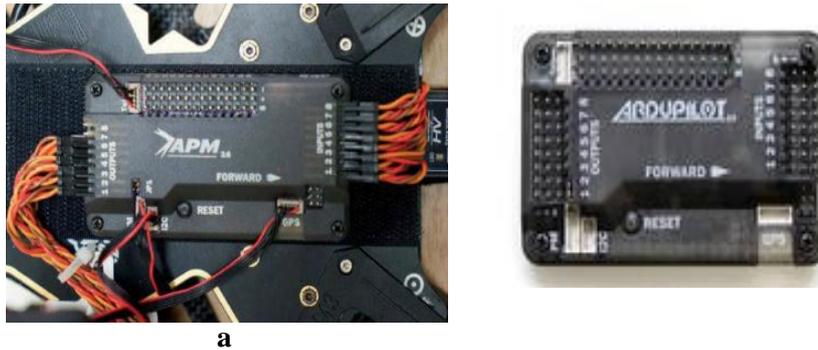


Figure.I.12: a. Autopilote open source APM 2.6 de 3DR. b. carte APM 2.5 (ArdupilotMega APM 2.5)

I.6.2. Les batteries

Un des gros problèmes rencontrés dans la navigation des drones est la durée du vol, il a été donc donné une grande importance à l'étude énergétique et l'économie de celle-ci, et cela passe par le choix entre autres des moteurs des batteries et des hélices. La batterie doit être de la plus forte densité énergétique possible et accepter un taux de décharge important, qualité qui font se distinguer les batteries au lithium polymère. [6;8].



Figure I.13. different models des batteries

I.6.3. La propulsion

Les drones utilisent des moyens de propulsion comme les moteurs électriques du commerce ou des moteurs thermiques de petites cylindrées issus aussi de l'aéromodélisme.

I.6.3.1. Le moteur électrique :

Peu ou pas utilisé pour la motorisation de grands véhicules (aériens ou terrestres) à cause des faibles performances des accumulateurs électriques (conséquences : masse des accumulateurs embarqués trop élevée ou autonomie trop réduite), le moteur électrique retrouve ses lettres de noblesse pour la propulsion des véhicules modèles réduits.

L'aéromodélisme utilise beaucoup ces moteurs pour la propulsion d'avions modèles réduits qui, équipé de moyens d'autopilotage et de surveillance, deviennent de vrais drones miniatures. Pour ce type d'application, deux types de moteurs électriques existent: [9]

- le moteur à courant continu avec balais,
- le moteur synchrone sans balais ou "brushless

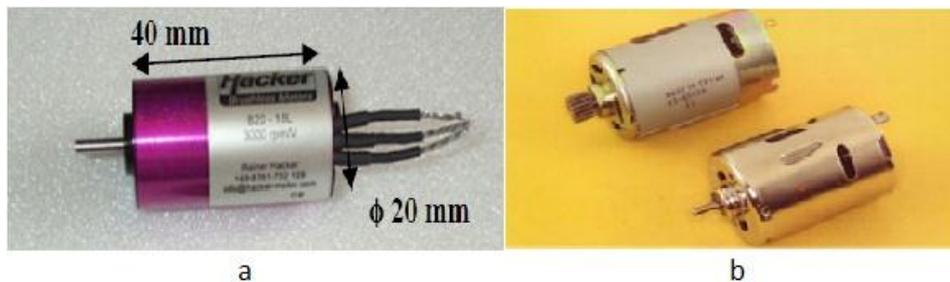


Figure I.14. : a: moteur brushless. b: moteur à courant continu avec balais

I.6.3.2. Le moteur thermique

A grande échelle, le principal mode de propulsion est le moteur thermique, alimenté par des carburants à fort pouvoir calorifique. Le principal inconvénient de ce type de moteur pour son utilisation dans des modèles réduits est sa signature acoustique très importante, ce qui est très préjudiciable pour un véhicule qui se veut discret ! De plus, son utilisation s'accompagne d'une pollution atmosphérique locale qui, par exemple, peut perturber une mission se déroulant dans des espaces confinés. [9]

Malgré cela, ce mode de propulsion est très performant avec, certes, des rendements thermomécaniques inférieurs à 30 % mais les énergies massiques des carburants pétroliers proches des 12 kWh/kg compensent ces faibles rendements.

I.6.3.3. Les hélices :

Les multi rotors fonctionnent avec des paires d'hélices à pas normal (horaire) et à pas inversé (antihoraire). Il faut respecter le type de pas, sous peine de voir le multi rotor se retourner au décollage.

Les matériaux utilisés sont par ordre croissant de prix et de performance : le nylon (plastique), le bois (généralement le hêtre), et le carbone. Les hélices en bois ont le mérite d'être moins dangereuses en cas de choc. Le métal, réservé à l'aviation générale, est utilisé pour les drones de grande taille. L'hélice peut être fixe ou repliable pour prévenir la casse. Il est pratique de pouvoir replier ces éléments fragiles lors du transport, ce qui offre un gain de place appréciable.



Figure. I.15 :hélice

I.6.4. Les capteurs

Une grande variété de systèmes capables de produire des mesures tridimensionnelles ont été développés pour permettre de réaliser une loi de commande pour un vol autonome d'un drone. Pour cela, il faut avoir toutes les mesures nécessaires (position, orientation, vitesse, accélération,...) et en temps réel. [6]

Les capteurs constituent l'une des parties importantes pour la stabilité et l'autonomie d'un véhicule, Leur rôle est de convertir une grandeur physique en un signal analogique, numérique ou logique. Ils sont caractérisés par quatre critères : l'étendue de mesure, la sensibilité, la rapidité et la précision, En général, les drones s'intéressent aux grandeurs suivantes : [4 ;10]

- Position (coordonnées géographiques et altitude).
- Vitesse linéaire (selon les trois axes orthogonaux).
- Vitesse angulaire (vitesse de rotation autour des trois axes orthogonaux).
- Position angulaire ou attitude (roulis, tangage et lacet).

I.6.4.1. Les capteurs à ultrasons :

Le capteur à ultrasons est un capteur télémétrique composé d'un émetteur, un récepteur et d'un microcontrôleur PIC. Il sert à mesurer la distance qui le sépare d'un obstacle se situant devant lui [5]. L'inconvénient de ces capteurs c'est qu'on ne connaît pas le premier obstacle qui va être touché par l'onde émise, ou bien, durant le mouvement de l'objet, l'onde peut tomber sur des obstacles différents à chaque instant et à des distances différentes [6].

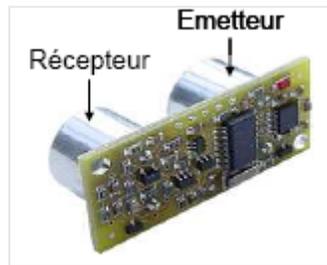


Figure. I.16. Capteur à ultrasons

I.6.4.2. La centrale inertielle

Une centrale de mesure inertielle ou encore appelée (IMU) « Inertial Measurement Unit» est un système de navigation fournissant l'attitude, le vecteur de vitesse et de position d'un objet. Elle contient principalement trois accéléromètres et trois gyromètres mesurant l'accélération non gravitationnelle et la vitesse instantanée de rotation du véhicule par rapport à un référentiel inertielle [6].

I.6.4.3. La carte intelligente

La carte intelligente est l'élément principal dans le drone. Cette carte doit gérer l'ensemble des capteurs montés sur le drone (sauf la caméra, les images sont transmises directement sur la base au sol) [6].

I.6.4.4. Localisation par le GPS

Le GPS (Global Positioning System) est un élément indispensable au vol automatique et à la navigation car il permet la géolocalisation de l'aéronef en longitude, latitude et aussi altitude, et permet de connaître la position du drone, en trois dimensions (x, y, z). Cette information est envoyée par des satellites en orbite autour de la terre. C'est un système de positionnement par satellites. Actuellement, en utilisant certaines techniques particulières, la précision peut atteindre le mètre, mais dans son utilisation basique, elle est de l'ordre de 50 mètres lorsqu'il n'y a aucun filtrage [7, 5, 6].

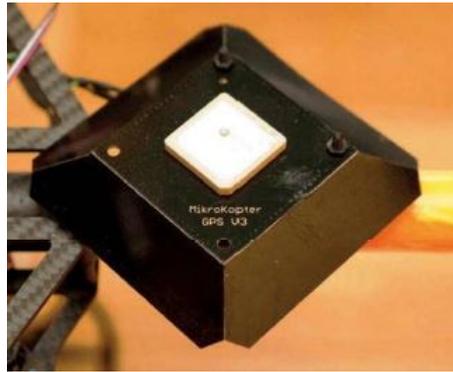


Figure I.17. Module GPS d'un drone MikroKopter V3.



Figure I.18. a. Antenne GPS 3DR. **b.** Antenne GPS DJI. [7]

I.6.4.5. La caméra

La caméra vidéo est un des capteurs extéroceptifs les plus performants, qui fournit une information particulièrement riche sur l'environnement. Elle permet de transmettre les images vues par le drone, vers l'opérateur au sol [5].

I.7. Les mouvements possibles d'un drone Quadri-rotor

Il existe quatre mouvements possibles pour un quadri-rotor : la poussée, le lacet, le tangage et le roulis. Le mouvement de correspond à la montée ou à la descente de l'appareil. Pour faire s'élever le quadri-rotor, il suffit d'augmenter la vitesse des quatre moteurs et pour le faire redescendre, il faut réduire cette dernière [11].

I.7.1. Le Tangage

La rotation autour de l'axe Y est appelée tangage (Pitch) en aéronautique. Une variation de l'angle de tangage (θ) est obtenue grâce à une différence de vitesse entre le moteur un, et trois (Figure I.20.a).

I.7.2. Le Roulis

En aéronautique, la rotation autour de l'axe X est appelée roulis (Roll). Une variation de l'angle de roulis (ϕ) est obtenue grâce à une différence de vitesse entre le moteur deux, et quatre (Figure I.20.b).

I.7.3. Le Lacet

La rotation autour de l'axe z est appelée lacet (Yaw) en aéronautique. Lorsque les moteurs tournent à vitesse égale le couple d'anti-rotation est nul et l'hélicoptère ne tourne pas. Pour modifier l'angle de lacet (ψ), le mouvement nécessite que deux rotors du même axe tournent dans une sens tandis que les deux autres dans l'autre sens (Figure I.20.c). [11; 2].

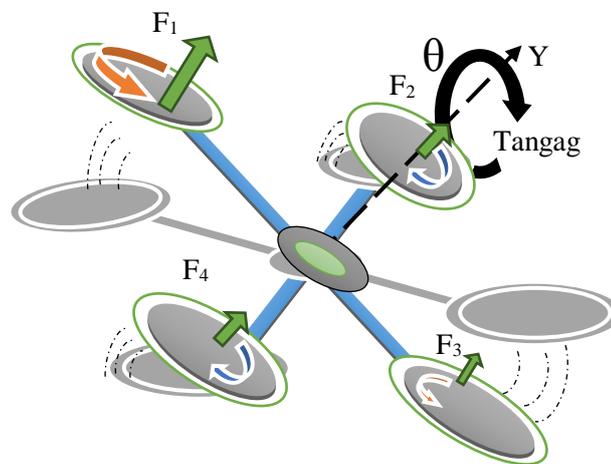


Figure I.19. Mouvement de tangage.

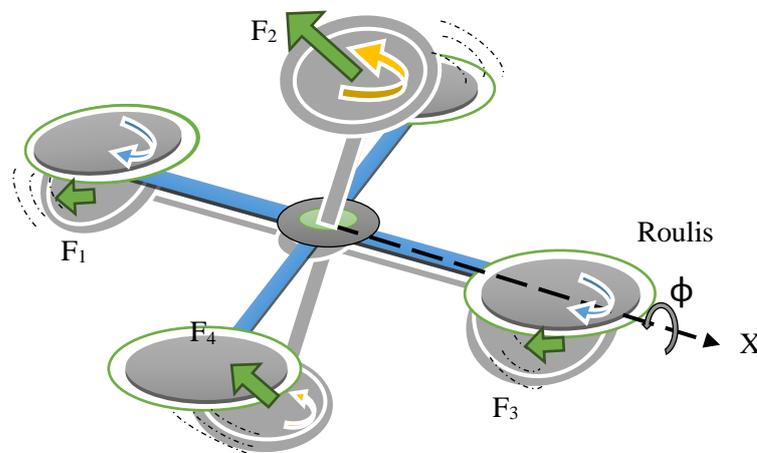


Figure I.20. Mouvement de roulis.

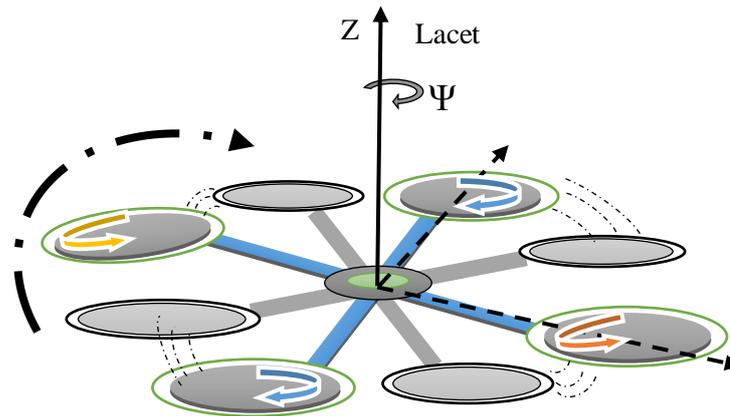


Figure I.21. Mouvement de lacet.

I.8. Mode de vol

Généralement il existe trois modes qui décrivent la direction de vol de l'engin, ces modes sont: [6; 11]

- vol vertical.
- vol stationnaire.
- vol de translation.

I.8.1. Vol vertical (ascendant ou descendant)

Dans le vol vertical, la résultante aérodynamique et le poids totale sont deux forces ayants la même direction mais de sens opposé. L'hélicoptère peut monter ou descendre, suivant l'effet aérodynamique soit supérieur ou inférieur au poids de l'appareil.

I.8.2. Vol stationnaire

Le vol stationnaire est obtenu lorsque les normes de la force sustentatrice et celle de pesanteur sont égales et opposées. Dans ce cas, nous pouvons constater que l'appareil reste immobile.

I.8.3. Vol de translation (horizontalement ou incliné)

Le vol de translation correspond à la navigation de l'appareil sur un plan horizontal. Il est assuré en se basant sur les mouvements d'inclinaison tangage, et roulis.

I.9. Conclusion

Après avoir défini et introduire le terme UAV et donner une classification des différents types de ce dernier, nous avons présenté dans ce chapitre les concepts les plus reconnus des premiers véhicules aériens conçus ou même imaginé par des savants durant les dernières années.

Ainsi nous avons proposé un état de l'art qui donne une description des différentes configurations pour les Quadrotors et aussi les prototypes modernes réalisés par des chercheurs universitaires ou même par des sociétés militaires.

Dans le chapitre suivant, nous nous intéressons à la mécanique du vol du Quadrotor afin de développer un modèle mathématique le plus fiable possible du système

Chapitre II

Modélisation d'un quadri rotor.

II.1. Introduction :

Dans notre cas le drone utilise 4 rotors Le mouvement de l'UAV résulte de changements sur la force de levage provoquée en ajustant les vitesses du rotor. Les mouvements longitudinaux sont réalisés au moyen de front et vitesse des rotors arrière en changeant les forces (f_1) et (f_3) comme il démontre la figure II.1. Tandis que les déplacements latéraux se font par la vitesse du droit et hélices à gauche avec la variation des forces (f_2) et (f_4). Le mouvement de lacet est obtenue par la différence de chaque paire d'hélice (f_1, f_3) et (f_2, f_4) c-à-dire accélérer les deux rotors tournant dans le sens des aiguilles d'une montre tout en décélérant dans le sens contraire des aiguilles d'une montre rotation des rotors, enfin la pousse totale qui déplace l'hélicoptère dans le plan perpendiculaire est obtenu par la somme des quatre forces générées par des hélices.

Ce type de système est un véhicule de vol de structure légère par conséquent, les effets gyroscopiques résultant de la rotation du corps rigide et les quatre hélices devraient être inclus dans le modèle dynamique cependant, le modèle dynamique du système est obtenu sous l'hypothèse que le véhicule est un corps rigide dans le domaine spatial à une force principale (poussée) et trois couples. Cette simplification implique que les effets gyroscopiques causés par les hélices seront considérés comme des perturbations pour la loi de contrôle de la rotation.

De plus, cet hélicoptère est un système mécanique sous-exploité avec six degrés de liberté et seulement quatre entrées de contrôle. En raison des complexités présentées, certaines hypothèses sont faites pour calculer le modèle à des fins de contrôle. L'effet de sol est négligé et le centre de masse et l'origine du cadre fixe du corps sont supposés conforme . De plus, à des fins de synthèse de contrôleur, la structure de l'hélicoptère est supposée être symétrique, ce qui entraîne un moment d'inertie tenseur avec juste des termes d'inertie diagonale

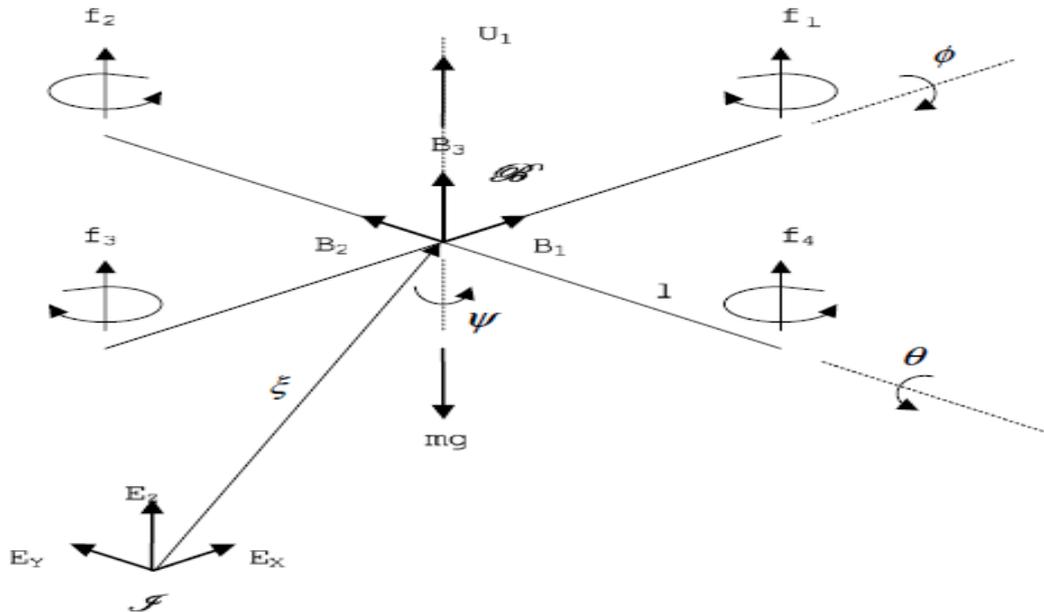


Figure II.1. Le schéma d'un quadrirotor

II.2. Caractéristique d'un quadrirotor :

L'hélicoptère en tant que corps rigide se caractérise par un cadre lié à elle dans le modèle mathématique on se base sur les hypothèses suivantes :

- La structure du quadri-rotor est supposée rigide et symétrique d'où l'hypothèse que la matrice d'inertie est diagonale.
- Les hélices sont supposées rigides pour pouvoir négliger l'effet de leur déformation lors de la rotation.
- Le repère lié à cette structure est généralement supposé confondu avec son centre de gravité, cela nous emmène à considérer la dynamique du quadrirotor comme celle d'un corps rigide dans l'espace.
- Les forces de portance et de traînée sont proportionnelles aux carrés de la vitesse de rotation des rotors ce qui est une approximation très proche du comportement aérodynamique.
- Les conditions atmosphériques sont les conditions standards de pression et de température.

II.3. Définition des repères

Pour décrire la position et l'orientation du quad-rotor, nous avons besoin de deux repères : repère inertiel R^I et repère mobile R^m . [12 ; 13]

II.3.1. Repère inertiel

Il s'agit d'un référentiel orthogonal fixe de type galiléen, au sens que celui-ci n'accélère pas et ne tourne pas par rapport à un observateur étant dans un repère inertiel. Ainsi, il s'agit d'un repère dans lequel les lois de Newton s'appliquent. Soit :

$R^I = \{O^I, i^I, j^I, k^I\}$. Tel que :

- i^I Pointe vers le nord géographique ;
- j^I Pointe vers l'est ;
- k^I Pointe vers le centre de la Terre.

Nous considérerons ici que la surface de la Terre est plate, donc i^I et j^I sont parallèles au sol et k^I est perpendiculaire au sol. Le repère inertiel est de type main droite, tel que

$$i^I \times j^I = k^I.$$

La position de l'origine O^I est arbitraire. Typiquement, celle-ci est choisie comme étant la position initiale du quad-rotor.

II.3.2. Repère mobile

Ce repère est nécessaire pour décrire l'orientation du quad-rotor. Celui-ci est attaché au châssis du quad-rotor et se déplace donc avec celui-ci. Il est dénommé le repère du quad-rotor. Celui-ci est identifié par l'indice b , soit $R^m = \{O^m, i^m, j^m, k^m\}$.

L'origine O^m coïncide avec le centre de gravité du quad-rotor,

- i^m Pointe vers l'avant ;
- j^m Pointe vers le bras droit ;
- k^m Pointe vers le bas.

Le repère du quad-rotor est de type main droite, telle que $i^m \times j^m = k^m$.

II.4. Cinématique d'un quadri rotor

Soit $B = (b_1, b_2, b_3)$ soit le repère fixe du quadrirotor, où le b_1 l'axe est dans la direction de vol normale de quadrirotor, b_2 est orthogonal à b_1 et positif à tribord dans le plan horizontal, alors que b_3 est orienté dans le sens ascendant et orthogonal au plan (b_1, b_2) . Le repère inertiel $E = (E_x, E_y, E_z)$ est considéré comme cadre fixe avec respect vers la terre (voir figure 1). Le vecteur $\xi = [x, y, z]$ représente la position de l'hélicoptère au centre de masse exprimé dans le repère d'inertie E la rotation de drone est donnée par la matrice R ou R^c c'est une matrice de rotation orthonormale. La matrice de rotation peut être obtenue par trois rotations successives autour des axes du quadrirotor du repère fixe.

$$T = \begin{bmatrix} R & \xi \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{II.1}$$

II.5. Les angles d'Euler :

Les angles Euler fixes XYZ ont été utilisés pour décrire la rotation de quadrirotor par rapport au sol. Ces angles sont délimités comme suit : Angle de roulis, Φ ($-\pi/2 < \Phi < \pi/2$) Angle d'inclinaison θ ($-\pi/2 < \theta < \pi/2$) Angle de lacet Ψ ($-\pi < \Psi < \pi$) comme elle démontre (la figure 2)

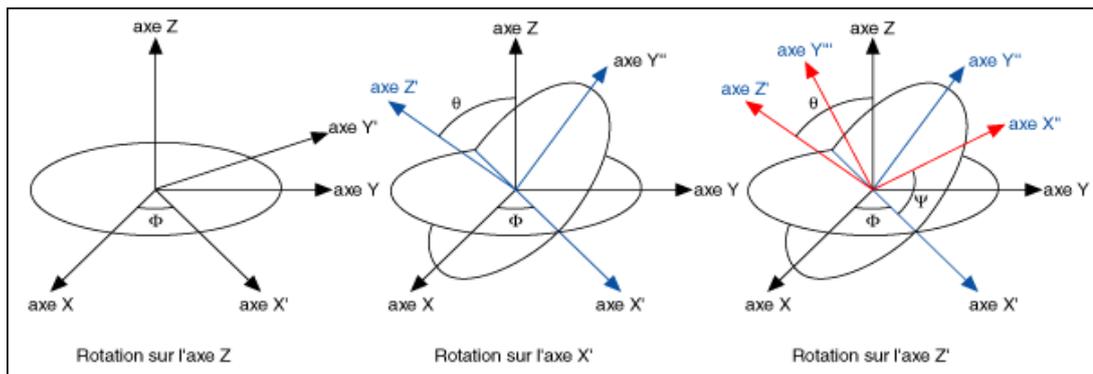


Figure II.2. les angles d'Euler

$$R = Rot_z(\psi) \times Rot_y(\theta) \times Rot_x(\phi) = \begin{bmatrix} c\psi & -s\psi & 0 \\ s\psi & c\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} c\theta & 0 & s\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\theta & 0 & c\theta \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & s\phi & c\phi \end{bmatrix} \quad \text{II.2}$$

$$R = \begin{bmatrix} \cos\Psi\cos\theta & \cos\Psi\sin\theta\sin\phi - \sin\Psi\cos\phi & \cos\Psi\sin\theta\cos\phi + \sin\Psi\sin\phi \\ \sin\Psi\cos\theta & \sin\Psi\sin\theta\sin\phi + \cos\Psi\cos\phi & \sin\Psi\sin\theta\cos\phi - \cos\Psi\sin\phi \\ -\sin\theta & \cos\theta\sin\phi & \cos\theta\cos\phi \end{bmatrix} \quad \text{II.3}$$

II.5.1. Vitesses linéaires

Les vitesses linéaires v_x^b, v_y^b, v_z^b dans le repère fixe en fonction des vitesses linéaires v_x^m, v_y^m, v_z^m dans le repère mobile sont données par :

$$v = \begin{bmatrix} v_x^b \\ v_y^b \\ v_z^b \end{bmatrix} = R \times \begin{bmatrix} v_x^m \\ v_y^m \\ v_z^m \end{bmatrix} \quad \text{II.4}$$

II.5.2. Vitesses angulaires

Les vitesses de rotations $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$ dans le repère fixe sont exprimées en fonction des vitesses de rotations $\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}$ dans le repère mobile, on a :

$$\Omega = \begin{bmatrix} \Omega_x \\ \Omega_y \\ \Omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + Rot_x(\phi)^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + (Rot_y(\theta)Rot_x(\phi))^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad \text{II.5}$$

En effet, la rotation en roulis a lieu lorsque les repères sont encore confondus. Puis, en ce qui concerne le tangage, le vecteur représentant la rotation doit être exprimé dans le repère fixe : il est donc multiplié par $Rot_x(\phi)^{-1}$. De même, le vecteur représentant la rotation en lacet doit être exprimée dans le repère fixe qui a déjà subites deux rotations. On arrive ainsi à :

$$\Omega = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta}c\phi \\ -\dot{\theta}s\phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\dot{\psi}s\theta \\ \dot{\psi}c\phi c\theta \\ \dot{\psi}s\phi c\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} - \dot{\psi}s\theta \\ \dot{\theta}c\phi + \dot{\psi}c\phi c\theta \\ \dot{\psi}s\phi c\theta - \dot{\theta}s\phi \end{bmatrix} \quad \text{II.6}$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin\theta \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi c\cos\theta \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi c\cos\theta \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad \text{II.7}$$

II.6. Effets physiques agissants sur le Quadri-rotor

II.6.1. Les force

Les forces agissant sur le système sont : [14; 15]

- **Le poids du quad-rotor** : il est donné par

$$P = mg \quad \text{II.8}$$

Où m : la masse totale et g : la gravité.

- **Les forces de poussée**

Qui sont des forces provoquées par la rotation des moteurs, elles sont perpendiculaires sur le plan des hélices. Ces forces sont proportionnelles au carrée de la vitesse de rotation des moteurs :

$$F_i = b. \omega_i^2 \quad \text{II.9}$$

Avec :

$i = 1, \dots, 4$; b est le coefficient de portance, il dépend de la forme et le nombre des pales et la densité de l'air.

- **Les forces de traînée**

La force de traînée est le couplage entre une force de pression et la force de frottement visqueux. Dans ce cas, on a deux forces de traînée agissant sur le système, la traînée dans les hélices et la traînée selon les axes (x, y, z) .

La traînée dans les hélices agit sur les pales, elle est proportionnelle à la densité de l'air, à la forme des pales et au carré de la vitesse de rotation de l'hélice. Elle est donnée par la relation suivante :

$$T_h = d. \omega^2 \quad \text{II.10}$$

Tel que :

d est le coefficient de traînée, il dépend de la fabrication de l'hélice.

La traînée selon les axes (x, y, z) est due au mouvement du corps du quadri-rotor :

$$F_t = K_{ft}. v \quad \text{II.11}$$

Avec : K_{ft} est le coefficient de traînée de translation ; v est la vitesse linéaire.

II.6.2. Les moments

Les différents moments intervenants dans le fonctionnement du quadri-rotor sont :

[10;14;15]

- **Moments dus aux forces de poussée**

La rotation autour des l'axes x et y est due au moment créé par la différence entre les forces de portance des rotors 2 et 4 et 1 et 3 respectivement.

$$\begin{cases} M_x = l(F_4 - F_2) = lb(\omega_4^2 - \omega_2^2) \\ M_y = l(F_3 - F_1) = lb(\omega_3^2 - \omega_1^2) \end{cases} \quad \text{II.12}$$

Tel que : l est la longueur du bras entre le rotor et le centre de gravité du quadri-rotor.

- **Moments dus aux forces de traînée**

La rotation autour de l'axe z est due à un couple réactif par les couples de traînée dans chaque hélice :

$$M_z = d(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \quad \text{II.13}$$

Le moment résultant des frottements aérodynamiques est donné par :

$$M_a = K_{fa}\Omega^2 \quad \text{II.14}$$

K_{fa} : Le coefficient des frottements aérodynamiques ;

Ω : la vitesse angulaire.

- **Effet gyroscopique**

Cet effet se définit comme la difficulté de modifier la position ou l'orientation du plan de rotation d'une masse tournante. L'effet gyroscopique est ainsi nommé en référence au mode de fonctionnement du gyroscope, appareil de contrôle de mouvement utilisé dans l'aviation. Dans notre cas, il y a deux moments gyroscopiques : [8; 14]

➤ Le moment gyroscopique des hélices est donné par l'expression :

$$M_{gh} = \sum_{i=1}^4 \Omega \wedge J_r [0 \quad 0 \quad (-1)^{i+1} \cdot \omega_i]^T \quad \text{II.15}$$

➤ Le moment gyroscopique dû aux mouvements du quadri-rotor s'écrit :

$$M_{gm} = \Omega \wedge J \Omega \quad \text{II.16}$$

Avec:

J_r : est l'inertie des rotors.

J : est l'inertie du système.

II.7. Forces et moments non modélisés

Divers effets aérodynamiques qui peuvent perturber le mouvement du quadri-rotor qui ne sont pas modélisés dans le cadre de ce mémoire, car leurs effets à faible vitesse peuvent être négligés. [8;12;15]

II.7.1. Battement d'hélices

L'effet de battement d'hélice ou « blade flapping » est créé lorsque l'hélice se déplace horizontalement. Elle crée une différence de vitesse. Cette différence de poussée entre la partie de l'hélice qui attaque le flux d'air et celle qui se retire du flux d'air. Par la suite, l'écart de poussée entre les éléments de l'hélice oblige le plan de l'hélice à s'incliner et à modifier la direction du vecteur de poussée.

II.7.2. Frottement de l'air

Le corps du quadri-rotor ainsi que les hélices offrent une résistance à l'air. Celle-ci génère une force de friction qui s'oppose au mouvement linéaire et rotatif du quadri-rotor. Cette force est proportionnelle au carré de la vitesse du quadri-rotor et dépend des conditions de l'air ainsi que de la géométrie du quadri-rotor.

II.7.3. Effet de sol

Cet effet est créé suite à la perturbation générée par le flux d'air. Typiquement, cet effet s'applique sur une distance d'environ une demi fois la longueur de l'hélice, de telle

sorte que cet effet s'applique seulement lors du décollage et de l'atterrissage de l'appareil.

II.7.4. Instabilité de l'air et vent

Le vent applique une force extérieure sur le quadri-rotor qui peut influencer la dynamique du quadri-rotor.

II.8. Etude dynamique de Quadri-rotor

En utilisant la formulation de Newton-Euler pour le développement mathématique du quadri-rotor, le système d'équations qui exprime la dynamique du quadri-rotor est décrite sous la forme suivante :[8 ;13 ;16 ;14]

$$\begin{cases} \dot{\xi} = v \\ m\ddot{\xi} = F_f + F_t + F_g \\ \dot{R} = R.S(\Omega) \\ J\dot{\Omega} = -\Omega \wedge J\Omega + M_f - M_a - M_{gh} \end{cases} \quad \text{II.17}$$

Avec :

ξ : Vecteur de position du quadri-rotor,

m : La masse totale du quadri-rotor,

Ω : Vitesse angulaire exprimée dans le repère fixe,

R : Matrice de rotation,

\wedge : Produit vectoriel,

J : Matrice d'inertie symétrique de dimension (3x3), la structure du quadri-rotor est supposée rigide et parfaitement symétrique selon l'hypothèse exprimée au début, ce implique que la matrice d'inertie est diagonale : [8]

$$J = \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \quad \text{II.18}$$

Chaque terme de la matrice d'inertie dépend de la distribution de la masse de l'objet tel que :

$$\begin{aligned}
 I_x &= \iiint_V (y^2 + z^2) \partial m \\
 I_y &= \iiint_V (x^2 + z^2) \partial m \\
 I_z &= \iiint_V (x^2 + y^2) \partial m
 \end{aligned}
 \tag{II.19}$$

$S(\Omega)$: la matrice antisymétrique. Pour un vecteur de vitesse $\Omega = [\Omega_1 \ \Omega_2 \ \Omega_3]^T$.

Cette matrice est exprimée par :

$$S(\Omega) = \begin{bmatrix} 0 & -\Omega_3 & \Omega_2 \\ \Omega_3 & 0 & -\Omega_1 \\ -\Omega_2 & \Omega_1 & 0 \end{bmatrix}
 \tag{II.20}$$

F_f : est la force totale générée par les quatre rotors, elle est donnée par :

$$F_f = R \left[0 \quad 0 \quad \sum_{i=1}^4 F_i \right]^T
 \tag{II.21}$$

F_t : est la force de traînée selon les axes (x, y, z) , elle est décrite par :

$$F_t = \begin{bmatrix} -K_{ftx} & 0 & 0 \\ 0 & -K_{fity} & 0 \\ 0 & 0 & -K_{ftz} \end{bmatrix} \dot{\xi}
 \tag{II.22}$$

$K_{ftx}, K_{fity}, K_{ftz}$: les coefficients de traînée de translation.

F_g : représente la force de gravité. Elle est donnée par le vecteur suivant :

$$F_g = [0 \quad 0 \quad -mg]^T
 \tag{II.23}$$

M_f : est le moment provoqué par les forces de poussée et de traînée. Il est donné par :

$$M_f = \begin{bmatrix} l(F_4 - F_2) \\ l(F_3 - F_1) \\ d(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \end{bmatrix}
 \tag{II.24}$$

M_a : est le moment résultant des frottements aérodynamiques, il est décrit par l'expression :

$$M_a = \begin{bmatrix} K_{fax} \dot{\phi}^2 \\ K_{fay} \dot{\theta}^2 \\ K_{faz} \dot{\psi}^2 \end{bmatrix} \quad \text{II.25}$$

$K_{fax}, K_{fay}, K_{faz}$: sont les coefficients des frottements aérodynamiques.

II.8.1. Equations de mouvement de translation

D'après la deuxième loi de la dynamique de Newton :

$$\frac{d(mv)}{dt} = \sum F_{ext} \quad \text{II.26}$$

On a :

$$m\ddot{\xi} = F_f + F_t + F_g \quad \text{II.27}$$

On remplace chaque force par sa formule, on trouve :

$$m \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\phi s\theta c\psi + s\psi s\phi \\ c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi \\ c\phi c\theta \end{bmatrix} \sum_{i=1}^4 F_i - \begin{bmatrix} K_{ftx} \dot{x} \\ K_{fity} \dot{y} \\ K_{fity} \dot{z} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} \quad \text{II.28}$$

On obtient alors les équations différentielles qui définissent le mouvement de translation :

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{1}{m} (c\phi s\theta c\psi + s\psi s\phi) \left(\sum_{i=1}^4 F_i \right) - \frac{K_{ftx}}{m} \dot{x} \\ \ddot{y} = \frac{1}{m} (c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi) \left(\sum_{i=1}^4 F_i \right) - \frac{K_{fity}}{m} \dot{y} \\ \ddot{z} = \frac{1}{m} (c\phi c\theta) \left(\sum_{i=1}^4 F_i \right) - \frac{K_{fity}}{m} \dot{z} - g \end{cases} \quad \text{II.29}$$

II.8.2. Equations de mouvement de rotation

D'après la deuxième loi de la dynamique de Newton :

$$\frac{d(J\Omega)}{dt} = \sum M_{ext} \quad \text{II.30}$$

On a :

$$J\dot{\Omega} = -M_{gm} - M_{gh} - M_a + M_f \quad \text{II.31}$$

$$J\dot{\Omega} = -\Omega \wedge J\Omega - \sum_1^4 \Omega \wedge J_r [0 \quad 0 \quad (-1)^{i+1} \omega_i]^T - M_a + M_f$$

On remplace chaque moment par la formule correspondant, on trouve :

$$\begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \wedge \left(\begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \right) - \begin{bmatrix} J_r \bar{\Omega}_r \dot{\theta} \\ -J_r \bar{\Omega}_r \dot{\phi} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} K_{fax} \dot{\phi}^2 \\ K_{fay} \dot{\theta}^2 \\ K_{faz} \dot{\psi}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} lb(\omega_4^2 - \omega_2^2) \\ lb(\omega_3^2 - \omega_1^2) \\ d(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \end{bmatrix} \quad \text{II.32}$$

On obtient alors les équations différentielles définissant le mouvement de rotation :

$$\begin{cases} I_x \ddot{\phi} = -\dot{\theta} \dot{\psi} (I_z - I_y) - J_r \bar{\Omega}_r \dot{\theta} - K_{fax} \dot{\phi}^2 + lb(\omega_4^2 - \omega_2^2) \\ I_y \ddot{\theta} = -\dot{\phi} \dot{\psi} (I_z - I_x) + J_r \bar{\Omega}_r \dot{\phi} - K_{fay} \dot{\theta}^2 + lb(\omega_3^2 - \omega_1^2) \\ I_z \ddot{\psi} = -\dot{\phi} \dot{\theta} (I_y - I_x) - K_{faz} \dot{\psi}^2 + d(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \end{cases} \quad \text{II.33}$$

Avec :

$$\bar{\Omega}_r = \omega_1 - \omega_2 + \omega_3 - \omega_4 \quad \text{II.34}$$

II.8.3. Dynamique du rotor

Le rotor est un ensemble constitué d'un moteur à courant continu entraînant une hélice via un réducteur ; le moteur à courant continu est régi par les équations dynamiques suivantes [17] :

$$\begin{cases} V = ri + L \frac{di}{dt} + k_e \omega \\ k_m i = J_r \frac{d\omega}{dt} + C_s + k_r \omega^2 \end{cases} \quad \text{II.35}$$

Avec :

- V : La tension d'entrée du moteur.
- r, L : La résistance du moteur et l'inductance.
- k_e : La constante des couples électrique.
- ω_i : La vitesse angulaire du rotor.
- k_m : La constante des couples mécanique.
- J_r : L'inertie du rotor.
- C_s : Le frottement sec.
- k_r : La constante du couple de charge.

Le modèle choisit pour le rotor est le suivant :

$$\dot{\omega}_i = bV_i - \beta_0 - \beta_1\omega_i - \beta_2\omega_i^2 \quad i \in [1,4] \quad \text{II.36}$$

Avec :

$$\beta_0 = \frac{C_s}{J_r}, \beta_1 = \frac{K_e K_m}{r J_r}, \beta_2 = \frac{K_r}{J_r} \quad \text{et} \quad b = \frac{K_m}{r J_r}. \quad \text{II.37}$$

II.9. Le modèle dynamique complet

Le modèle dynamique complet qui régit le quadri-rotor est le suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{\phi} = -\frac{(I_z - I_y)}{I_x} \dot{\theta} \dot{\psi} - \frac{J_r}{I_x} \bar{\Omega}_r \dot{\theta} - \frac{K_{fax}}{I_x} \dot{\phi}^2 + \frac{l}{I_x} u_2 \\ \ddot{\theta} = -\dot{\theta} \dot{\psi} \frac{(I_z - I_x)}{I_y} - \frac{J_r}{I_y} \bar{\Omega}_r \dot{\phi} - \frac{K_{fay}}{I_y} \dot{\theta}^2 + \frac{l}{I_y} u_3 \\ \ddot{\psi} = -\dot{\phi} \dot{\theta} \frac{(I_y - I_x)}{I_z} - \frac{K_{faz}}{I_z} \dot{\psi}^2 + \frac{1}{I_z} u_4 \\ \ddot{x} = -\frac{K_{ftx}}{m} \dot{x} + \frac{1}{m} u_x u_1 \\ \ddot{y} = -\frac{K_{fty}}{m} \dot{y} + \frac{1}{m} u_y u_1 \\ \ddot{z} = -\frac{K_{ftz}}{m} \dot{z} - g + \frac{\cos \phi \cos \theta}{m} \end{array} \right. \quad \text{II.38}$$

Avec :

$$\begin{cases} u_x = \cos \phi \cos \psi \sin \theta + \sin \phi \sin \psi \\ u_y = \cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi \end{cases}$$

II.39

Et :

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b & b & b & b \\ 0 & -lb & 0 & lb \\ -lb & 0 & lb & 0 \\ d & -d & d & -d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{bmatrix}$$

II.40

A partir de (II.40), on a :

$$\begin{cases} \phi_d = \arcsin(u_x \sin \psi_d - u_y \cos \psi_d) \\ \theta_d = \arcsin\left(\frac{u_x \cos \psi_d - u_y \sin \psi_d}{\cos \phi_d}\right) \end{cases}$$

II.41

II.10. La représentation d'état du système

Il existe un multiple des représentations d'état pour un système physique, on considère $X = [x_1 \cdots x_{12}]^T$ comme vecteur d'état du système :

$$X = [\phi \quad \dot{\phi} \quad \theta \quad \dot{\theta} \quad \psi \quad \dot{\psi} \quad x \quad \dot{x} \quad y \quad \dot{y} \quad z \quad \dot{z}]^T$$

On obtient la représentation d'état :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = a_1 x_4 x_6 + a_2 x_2^2 + a_3 \bar{\Omega}_r x_4 + b_1 u_2 \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = a_4 x_2 x_6 + a_5 x_4^2 + a_6 \bar{\Omega}_r x_2 + b_2 u_3 \\ \dot{x}_5 = x_6 \\ \dot{x}_6 = a_7 x_2 x_4 + a_8 x_6^2 + b_3 u_4 \\ \dot{x}_7 = x_8 \\ \dot{x}_8 = a_9 x_8 + \frac{1}{m} u_x u_1 \\ \dot{x}_9 = x_{10} \\ \dot{x}_{10} = a_{10} x_{10} + \frac{1}{m} u_y u_1 \\ \dot{x}_{11} = x_{12} \\ \dot{x}_{12} = a_{11} x_{12} + \frac{\cos \phi \cos \theta}{m} u_1 - g \end{array} \right.$$

II.42

Avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} a_1 = \frac{(I_y - I_z)}{I_x}, a_2 = -\frac{K_{fax}}{I_x}, a_3 = -\frac{J_r}{I_x}, a_4 = \frac{(I_z - I_x)}{I_y}, a_5 = -\frac{K_{fay}}{I_y}, a_6 = -\frac{J_r}{I_y} \\ a_7 = \frac{(I_x - I_y)}{I_z}, a_8 = -\frac{K_{faz}}{I_z}, a_9 = -\frac{K_{ftx}}{m}, a_{10} = -\frac{K_{fity}}{m}, a_{11} = -\frac{K_{fity}}{m}, b_1 = \frac{l}{I_x} \\ b_2 = \frac{l}{I_y}, b_3 = \frac{l}{I_z} \end{array} \right. \quad \text{II.43}$$

II.11. Conclusion

Ce chapitre a été consacré principalement pour la modélisation du Quadrotor ou autrement dit à la mécanique du vol de ce dernier

Nous pouvons constater qu'un modèle universel pour le Quadrotor n'existe pas, cela peut être justifié par :

- Le fait que son modèle est non-linéaire avec des dynamiques fortement couplées (sous-actionné).
 - Une représentation simple de la dynamique du comportement complet du Quadrotor, dans tous les modes de vol permettant la synthèse de lois de commande, n'existe pas.
 - Les forces agissant sur le système dépendent de paramètres qui sont en général difficilement quantifiables et qui dépendent fortement des conditions de vol. En d'autres termes, leurs valeurs changent en fonction du mode de vol et du milieu dans lequel évolue le Quadrotor.

Le modèle obtenu sera utilisé dans le chapitre suivant pour synthétiser les lois de commande par les deux techniques Hinfinitie et PID afin de stabiliser notre système.

Chapitre III

Modélisation d'un quadri rotor par méthode H_{∞} .

III.1. Introduction :

La conception de contrôle pour les systèmes mécaniques sous-utilisés est un excellent défi à la zone automatique. Ce problème est considérablement augmenté en raison des incertitudes, qui sont généralement présentes et parfois significatif. Les sources d'incertitude peuvent être non modifiées dynamique, perturbations exogènes, estimation des paramètres les erreurs et le bruit. Ainsi, mis à part la difficulté de contrôler systèmes mécaniques sous-exploités parce qu'ils ont moins d'entrées de contrôle que de degrés de liberté, La question est de savoir si la loi de contrôle proposée possède des propriétés de rejet même si les modèles parfaits ne sont pas supposés disponible.

Pour faire face aux imperfections du système lors de la conception du contrôle, une approche habituelle est la H_∞ théorie du contrôle dont l'objectif est d'atteindre un ratio limité entre l'énergie de la variable de coût et l'énergie de l'extérieur signaux de perturbation. L'approche non linéaire H_∞ utilise le gain comme extension du H_∞ norme pour les systèmes linéaires. Dans un cas général, le problème conduit à une partielle de Hamilton-Jacobi équation différentielle (HJ PDE)[13]. Cependant, le problème principal dans cette approche est l'absence d'une méthode générale pour résoudre ce HJPDE. Par conséquent, des solutions doivent être trouvées pour un cas particulier. Par appliquer la théorie des jeux pour formuler le contrôle non linéaire H_∞ , un gain constant similaire aux résultats obtenus avec le feedback les procédures de linéarisation sont fournies par une solution analytique. Dans ce chapitre on va faire une modélisation de ce système non linéaire avec l'aide des équationEuler Lagrange Néanmoins, ces types d'UAV(quadrirotor) ont une grande non-linéarité et comportement variable dans le temps et ils sont constamment affectés par l'aérodynamique les perturbations. De plus, les UAV sont généralement des modèles à la dynamique non modulée et aux incertitudes paramétriques une stratégie de contrôle avancée est nécessaire pour obtenir de bonnes performances en vol autonome ou au moins pour aider au pilotage du véhicule, avec une grande maniabilité et robustesse par rapport à perturbations externes.

III.2. Équation de Lagrange Euler :

Le modèle sera effectué par les équations de Lagrange c'est-à dire selon l'Energie Potentiel et Cinétique [16]

L'équation de Lagrange s'écrit :

$$T_i = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \begin{bmatrix} f_\xi \\ \tau_\eta \end{bmatrix} \quad \text{III.1}$$

$$L(q, \dot{q}) = \text{Energie cinétique} - \text{Energie potentiel} \quad \text{III.2}$$

L(q, \dot{q}) = Energie cinétique de rotation + énergie cinétique de translation - énergie potentiel

Avec q c'est le vecteur de coordonnées généralisées $q = [(\dot{\xi} \ \dot{\eta})^T]$ et τ_η représente le moment des angles de tangage, roulie et lacet et $f_\xi = R * \hat{f} + \alpha_T$ représente la force de translation appliqué au quadrirotor en raison de l'entrée de commande principale u1 dans la direction de l'axe de z et α_T c'est le vecteur des forces aérodynamique avec $\alpha_T = [A_x A_y A_z]$ dont les composants sont dans l'E_x, E_y et E_z axes, respectivement.

Les forces aérodynamiques sont considérées comme perturbations externes aux fins de la conception du contrôle. Puisque le lagrangien ne contient pas de termes d'énergie cinétique combiner ξ et η , les équations de Lagrange Euler peuvent être divisées en dynamique translationnelle et rotationnelle. Le mouvement de translation peut être exprimé par l'équation suivante :

$$m\ddot{\xi} + mge_3 = f_\xi \quad \text{III.3}$$

Cette équation elle peut être exprimer dans vecteur d'état comme suit :

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{1}{m} (\cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi) U_1 + \frac{A_x}{m} \\ \ddot{y} = \frac{1}{m} (\sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi) U_1 + \frac{A_y}{m} \\ \ddot{z} = -g + \frac{1}{m} (\cos \theta \cos \phi) U_1 + \frac{A_z}{m} \end{cases} \quad \text{III.4}$$

Avec m c'est la masse de quadrirotor et g c'est l'accélération gravitationnel

L'équation de l'énergie cinétique rotationnelle doit être réécrite pour représenter les équations du mouvement de rotation en fonction de la coordonnée généralisée η on définit la matrice g avec :

$$g = g(\eta) = W_{\eta}' J W_{\eta} \quad \text{III.5}$$

Avec J c'est la matrice diagonale de moment d'inertie de tenseur et W exprimer comme suit $\dot{\eta} = W_{\eta}^{-1} \omega$ avec $\eta = [\Phi \ \theta \ \Psi]'$ et $\omega = [p \ q \ r]$. Puis l'équation d'énergie cinétique de rotation peut être exprimée comme suit :

$$E_{C_{Rot}} = \frac{1}{2} \dot{\eta}' g \dot{\eta} \quad \text{III.6}$$

L'expression ci-dessus, la rotation de Lagrange Euler les équations en termes de peuvent être écrites, sous forme générale,[17] comme suit

$$M(\eta) \ddot{\eta} + C(\eta, \dot{\eta}) \dot{\eta} = \tau_{\eta} \quad \text{III.7}$$

D'où $M(\eta) = g(\eta)$

$$M(\eta) = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & -I_{xx} S \theta \\ 0 & I_{yy} C^2 \phi + I_{xx} S^2 \phi & (I_{yy} - I_{zz}) C \phi S \phi C \theta \\ -I_{xx} S \theta & (I_{yy} - I_{zz}) C \phi S \phi C \theta & I_{xx} S^2 \phi + I_{yy} S^2 \phi C^2 \phi + I_{zz} C^2 \phi C^2 \phi \end{bmatrix} \quad \text{III.8}$$

Et

$$C(\eta, \dot{\eta}) = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \quad \text{III.9}$$

Avec :

$$c_{11} = 0$$

$$c_{12} = (I_{yy} - I_{zz}) (\dot{\theta} C \phi S \phi + \dot{\psi} S^2 \phi C \theta) + (I_{zz} - I_{yy}) \dot{\psi} C^2 \phi C \theta - I_{xx} \dot{\psi} C \theta$$

$$c_{13} = (I_{zz} - I_{yy}) \dot{\psi} C \phi S \phi C^2 \theta$$

$$c_{21} = (I_{zz} - I_{yy}) (\dot{\theta} C \phi S \phi + \dot{\psi} S^2 \phi C \theta) + (I_{yy} - I_{zz}) \dot{\psi} C^2 \phi C \theta + I_{xx} \dot{\psi} C \theta$$

$$c_{22} = (I_{zz} - I_{yy}) \dot{\phi} C \phi S \phi$$

$$c_{23} = -I_{xx} \dot{\psi} S \theta C \theta + I_{yy} \dot{\psi} S^2 \phi C \theta S \theta + I_{zz} \dot{\psi} C^2 \phi S \theta C \theta$$

$$c_{31} = (I_{yy} - I_{zz}) \dot{\psi} C^2 \theta S \phi C \phi - I_{xx} \dot{\theta} C \theta$$

$$c_{32} = (I_{zz} - I_{yy}) (\dot{\theta} C \phi S \phi S \theta + \dot{\phi} S^2 \phi C \theta) + (I_{yy} - I_{zz}) \dot{\phi} C^2 \phi C \theta + I_{xx} \dot{\psi} S \theta C \theta - I_{yy} \dot{\psi} S^2 \phi S \theta C \theta - I_{zz} \dot{\psi} C^2 \phi S \theta C \theta$$

$$c_{33} = (I_{yy} - I_{zz}) \dot{\phi} C \phi S \phi C^2 \theta - I_{yy} \dot{\theta} S^2 \phi C \theta S \theta - I_{zz} \dot{\theta} C^2 \phi C \theta S \theta + I_{xx} \dot{\theta} C \theta S \theta.$$

Par conséquent, le modèle mathématique (utilisé pour le contrôleur synthèse) qui décrit le mouvement de rotation de l'hélicoptère obtenu à partir du formalisme de Lagrange Euler[18] est donné par

$$\ddot{\eta} = M(\eta)^{-1}(\tau_\eta - C(\eta, \dot{\eta})\dot{\eta})$$

III.9

III.3. La stratégie de méthode non linéaire h infinie :

Pour obtenir une trajectoire robuste pour l'hélicoptère quadrotor, deux techniques capables de contrôler l'hélicoptère en présence des perturbations externes soutenues [20], des incertitudes paramétriques et dynamique non modulée, sont combinés. La stratégie est basée sur la structure décentralisée du quadrotor Le schéma global de la stratégie de contrôle est décrit dans (Figure. 3.1).

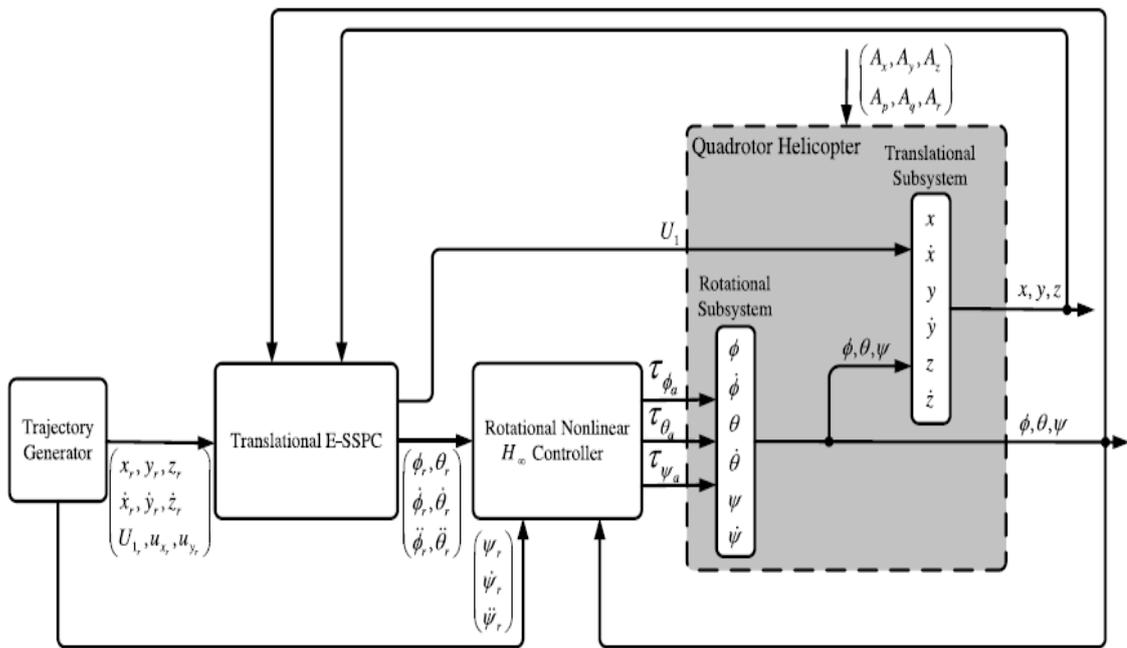


Figure III.1. structure centralisé du quadri-rotor

Tout d'abord, la trajectoire de référence pour les mouvements de translation est fournie hors ligne par le bloc Générateur de trajectoire [14]. Le calcul de cette trajectoire est basé sur un véhicule de référence virtuel dont le modèle est le même que celui de l'hélicoptère quadrotor pour le mouvement de translation. De ce fait, à partir de l'itinéraire souhaité pour les mouvements de translation, X_r , Y_r et Z_r et leurs dérivés, les entrées de contrôle de référence U_{1r} , U_{xr} et U_{yr} sont calculées L'angle de référence de lacet est défini séparément.

Cette trajectoire est générée selon les hypothèses suivantes : il n'y a pas de perturbations agissant sur le véhicule virtuel ; et l'attitude du véhicule virtuel est censé être stabilisé. La prédiction de l'espace d'état le contrôleur basé sur le modèle d'erreur (E-SSPC) inclut également l'intégrale de l'erreur de position dans le vecteur d'état afin d'obtenir une erreur nulle en régime permanent lorsque des perturbations prolongées surviennent pris en considération Le contrôle du mouvement de translation est effectué en deux étapes. Dans le premier, la hauteur de l'hélicoptère, z , est contrôlée par la poussée totale, U_1 , est le signal manipulé. Dans la deuxième étape, la référence des angles de tangage et de roulis (θ_r et Φ_r , respectivement) est générée par les deux entrées virtuelles, calculé pour suivre le mouvement désiré xy . Dans cette seconde étape, la variable de contrôle U_1 est utilisé comme paramètre variable dans le temps. Enfin, un contrôleur non linéaire H_∞ pour le sous-système de rotation est utilisé dans une boucle intérieure pour effectuer la stabilisation du quadrirotor [14]. La position angulaire et la vitesse sont contrôlées cette boucle étant les couples appliqués sur les trois axes les variables manipulées. Obtenir erreur en régime permanent en présence de perturbations externes soutenues, l'intégrale de l'erreur de position angulaire est également prise en compte. En raison de la structure en cascade de cette stratégie et en tenant compte des performances en boucle fermée obtenues par la non-linéarité interne Boucle de contrôle H_∞ [18], les angles d'Euler peuvent être considérés comme des paramètre temporelle sur la conception du contrôleur translationnel.

III.4. Le contrôleur non linéaire H_∞ pour la stabilisation :

Dans cette section, un contrôleur non linéaire H_∞ est développé pour atteindre la robustesse en présence de perturbations soutenus et incertitudes paramétriques et structurelles pour le sous-système de rotation

III.4.1. Le contrôle approche par H_∞ :

L'équation dynamique d'un système non linéaire de $n^{\text{ème}}$ ordre avec une perturbation inconnue peu écrire de cette façon :

$$\dot{x} = f(x, t) + g(x, t)u + k(x, t)d$$

III.10

Avec u est un vecteur de contrôle d'entrée, d est le vecteur de perturbation externe, x est le vecteur d'état La performance peut être définie en utilisant la variable de coût ζ avec :

$$\zeta = w \begin{bmatrix} h(x) \\ u \end{bmatrix} \quad \text{III.11}$$

Avec h est la fonction pour Contrôler les vecteurs d'état et w c'est la matrice de pondération si les états x sont supposé être disponible pour mesurer le problème optimal de H_∞ peut poser comme suit :

Il faut trouver la plus petite valeur de $\gamma^* \geq 0$ avec $\gamma \geq \gamma^*$ il existe un vecteur de retour d'état $u = u(x, t)$ avec :

$$\int_0^T \|\zeta\|_2^2 dt \leq \int_0^T \|d\|_2^2 dt \quad \text{III.12}$$

Avec :

$$\|\zeta\|_2^2 = ww' \begin{pmatrix} h'(x) \\ u' \end{pmatrix} (h(x) \ u)$$

On définit la matrice symétrique positif ww' comme suit :

$$ww' = \begin{bmatrix} Q & S \\ S' & R \end{bmatrix} \quad \text{III.13}$$

Pour ww' soit positif il faut que $Q - SR^{-1}S^T > 0$ Dans ces hypothèses, un signal de contrôle optimal $u^*(x, t)$ il faut calculé pour que l'équation (III.10) être satisfaite la solution régulier $V(x, t)$ avec $V(x_0, t) = 0$ pour $t \geq 0$ on définit cette équation :

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} f(x, q_r, t) + \frac{\partial V}{\partial q_r} q_r \\ + \frac{1}{2} \frac{\partial V}{\partial x} \left[\frac{1}{\gamma^2} k(x, q_r, t) k'(x, q_r, t) - g(x, q_r, t) R^{-1} g'(x, q_r, t) \right] \frac{\partial V}{\partial x} \\ - \frac{\partial V}{\partial x} g(x, q_r, t) R^{-1} S' h(x) + \frac{1}{2} h'(x) (Q - SR^{-1}S') h(x) = 0 \end{aligned} \quad \text{III.14}$$

Pour tout $\gamma > \sqrt{\sigma_{max}}$ avec σ_{max} représente le maximum valeur singulière Dans ce cas, le contrôle optimal du retour d'état l'équation devient :

$$u^* = -R^{-1}(S'h(x) + g'(x, t) \frac{d}{dx}(v(x, t))) \quad \text{III.15}$$

III.5. Rotationnel subsysteme non linéaire H_∞ control :

On obtient le model dynamique a l'équation (III.7) obtenu à partir du formalisme de Lagrange Euler[19], est utilisé pour développer le contrôleur non linéaire H_∞ les moments rejoint des moments de perturbation

$$\tau_\eta = \tau_{\eta_a} + \tau_{\eta_d} \quad \text{III.16}$$

Avec τ_{η_a} c'est le vecteur de moment et τ_{η_d} représente le total effet des erreurs de modélisation du système et des perturbations externes. Dans un premier temps pour synthétiser la loi de contrôle, l'erreur de suivi le vecteur est défini comme suit :

$$x_\eta = \begin{bmatrix} \dot{\tilde{\eta}} \\ \tilde{\eta} \\ \int \tilde{\eta} dt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\eta} - \dot{\eta}_r \\ \tilde{\eta} - \tilde{\eta}_r \\ \int (\eta - \eta_r) dt \end{bmatrix} \quad \text{III.17}$$

Avec $\dot{\eta}$ et $\dot{\eta}_r$ sont la trajectoire désirée et la trajectoire correspondante Notez qu'un terme intégral a été inclus dans le vecteur d'erreur Ce terme permettra la réalisation d'une erreur constante en régime permanent [20] lorsque des perturbations persistantes agissent sur le système

La loi de contrôle suivante est proposée pour la rotation sous-système

$$\tau_{\eta_a} = M(\eta)\ddot{\eta} + c(\eta, \dot{\eta})\dot{\eta} - T_1^{-1}(M(\eta)T\dot{x}_\eta + c(\eta, \dot{\eta})Tx_\eta + T_1^{-1}u) \quad \text{III.18}$$

La loi de contrôle proposée peut être divisée en trois catégories différentes :

La première comprend les deux premiers termes de cette équation, qui sont conçus pour compenser la dynamique du système (équation III.7)

La deuxième partie de cette équation consiste en deux termes incluant l'erreur vecteur x_η et sont dérivative \dot{x}_η . en supposant $\tau_{\eta_d} = 0$ ces deux termes de la loi de contrôle permettent un suivi parfait ce qui signifie qu'ils représentent l'effort de contrôle essentiel nécessaire pour effectuer la tâche. Enfin dans le troisième terme on a entré le vecteur u qui représente l'effort de contrôle supplémentaire nécessaire pour le rejet des perturbations On peut aussi souligner que, malgré le fait que la loi de contrôle précédente pourrait ne pas sembler un système bien posé, il sera être montré après que le couple calculé ne repose pas sur accélérations articulaires, mais sur leurs références.[14]

Le matrice T en peut écrire :

$$T = [T_1 \ T_2 \ T_3]$$

Avec $T_1 = \rho I$ avec ρ c'est un scalaire positif et I c'est une matrice identique. En remplaçons l'expression de loi de control (équation III.18) Avec l'équation de Lagrange-Euler (équation III.7) et on définit $d = M(\eta)T_1 M^{-1}(\eta)\tau_{\eta_d}$ on trouve :

$$M(\eta)T\dot{x}_\eta + c(\eta, \dot{\eta})Tx_\eta = u + d \tag{III.19}$$

L'expression ci-dessus représente l'équation dynamique de l'erreur système. Compte tenu de cette équation non linéaire, le contrôleur H_∞ le problème poser est comme si :

« Il faut trouver un vecteur de control $u(t)$ tel que le rapport entre l'énergie de la variable de coût $\zeta = W [h'(x_\eta)u']'$ et l'énergie de la perturbation des signaux d est inférieur à un niveau d'atténuation donné γ on tient compte de la définition de variable d'erreur x_η et la définition de variable de cout on définit l'équation suivant :

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} \\ Q_{21} & Q_{22} & Q_{23} \\ Q_{31} & Q_{32} & Q_{33} \end{bmatrix}, S = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix}$$

Appliquer les résultats théoriques présentés et dans les conditions standards on peut écrire l'équation (III.19) Comme suit :

$$\dot{x}_\eta = f(x_\eta, t) + g(x_\eta, t)u + k(x_\eta, t)d \tag{III.20}$$

$$f(x_\eta, t) = T_0^{-1} \begin{bmatrix} M^{-1}(\eta)c(\eta, \dot{\eta}) & 0 & 0 \\ T_1^{-1} & I - T_1^{-1}T_2 & -I + T_1^{-1}(T_2 - T_3) \\ 0 & I & -I \end{bmatrix} T_0 x_\eta \tag{III.21}$$

$$g(x_\eta, t) = k(x_\eta, t) = T_0^{-1} \begin{bmatrix} M^{-1}(\eta) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{avec : } T_0 = \begin{bmatrix} T_1 & T_2 & T_3 \\ 0 & I & I \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix}$$

On va choisir $h(x)$ égale a le vecteur d'erreur x Une fois cela la fonction a été sélectionnée, on doit calculer le vecteur d'enter u mais il faut trouver la fonction de liaponov $v(x_\eta, t)$ et remplacer dans l'équation(...) cet théorème peut nous aider à faire ça :

Théorème :

$$v(x_\eta, t) = \frac{1}{2} \dot{x}'_\eta T'_0 \begin{bmatrix} M(\eta) & 0 & 0 \\ 0 & Y & X - Y \\ 0 & X - Y & Z + Y \end{bmatrix} T_0 x_\eta \quad \text{III.22}$$

Ou X, Y, Z c'est des constant symétrique et positive des matrices définies telles que :

$Z - XY^{-1}X + 2X > 0$ et T_0 définie and l'équation (III.21) si la matrice T qui est définie dans l'équation (III.19) Vérifie :

$$\begin{bmatrix} 0 & Y & X \\ Y & 2X & Z + 2X \\ X & Z + 2X & 0 \end{bmatrix} + Q + \frac{1}{\gamma^2} T T' - (S' + T) R^{-1} (S' + T) = 0 \quad \text{III.23}$$

Alor, la fonction $v(x_\eta, t)$ contient une solution à l'équation (III.14) pour une valeur suffisamment élevée de γ .si on remplace $v(x_\eta, t)$ dans l'équation (III.15) on trouve le vecteur u^* comme suit :

$$u^* = -R^{-1} (S' + T) x_\eta \quad \text{III.24}$$

et enfin, si on remplace l'équation (III.24) dans l'équation (III.18) en trouve après calcul :

$$\tau_{\eta a}^* = M(\eta) \ddot{\eta} + c(\eta, \dot{\eta}) \dot{\eta} - M(\eta) (K_D \dot{\eta} + K_P \tilde{\eta} - K_I \int \tilde{\eta} dt) \quad \text{III.25}$$

Avec :

$$K_D = T_1^{-1} (T_2 + M^{-1}(\eta) c(\eta, \dot{\eta}) T_1 + M^{-1}(\eta) R^{-1} (s'_1 + T_1))$$

$$K_P = T_1^{-1} (T_3 + M^{-1}(\eta) c(\eta, \dot{\eta}) T_2 + M^{-1}(\eta) R^{-1} (s'_2 + T_2))$$

$$K_I = -T_1^{-1} (M^{-1}(\eta) c(\eta, \dot{\eta}) T_3 + M^{-1}(\eta) R^{-1} (s'_3 + T_3))$$

Un Cas particulier peut être obtenu lorsque les composants de composé de pondération $W W'$ vérifie :

$$Q_1 = \omega_1^2 I, Q_2 = \omega_2^2 I, Q_3 = \omega_3^2 I, R = \omega_u^2 I, Q_{12} = Q_{13} = Q_{23} = 0, S_1 = S_2 = S_3 = 0 \quad \text{III.26}$$

Dans ce cas, les expressions analytiques suivantes pour le gain des matrices ont été obtenues

$$K_D = \frac{\sqrt{\omega_2^2 + 2\omega_1\omega_3}}{\omega_1} I + M^{-1}(\eta) (c(\eta, \dot{\eta})) + \frac{1}{\omega_u^2} I$$

$$K_P = \frac{\omega_3}{\omega_1} I + M^{-1}(\eta) \left(c(\eta, \dot{\eta}) \frac{1}{\omega_u^2} I \right)$$

$$K_I = \frac{\omega_3}{\omega_1} M^{-1}(\eta) \left(c(\eta, \dot{\eta}) + \frac{1}{\omega_u^2} I \right)$$

Ou $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ et ω_u peut être accordé par une procédure systématique en gardant à l'esprit une action de contrôle linéaire PID interprétation Ces expressions ont une propriété importante : elles ne dépendent pas du paramètre γ . Nous obtenons donc une expression algébrique pour calculer la solution optimale générale pour ce cas particulier

III.6. E-SSPC pour le suivi du chemin :

Dans cette section une loi de contrôle pour résoudre le problème de cheminement suivant par le mouvement de translation est conçu Un espace d'état linéaire MPC stratégie basée sur le modèle d'erreur (ESSPC) est effectuée [22]. Du modèle d'erreur, deux contrôleurs prédictifs sont synthétisés La première on contrôle la hauteur à travers l'entrée U1 alors que le second on utilise ce signal comme paramètre de variante temporelle dans le mouvements linéaires x et y pour calculer deux entrées virtuelle \bar{u}_x et \bar{u}_y .

L'équation (III.4) peut être réécrit sous la forme d'un espace d'états comme $\dot{\bar{\xi}} = f(\bar{\xi}(t), u_\xi(t))$ pour la conception du contrôleur, avec $\bar{\xi}(t) = [x(t) \ u0(t) \ y(t) \ v0(t) \ z(t) \ w0(t)]^T$ représente le vecteur d'état-espace du système, $u0(t), v0(t)$ et $w0(t)$ sont les composants de la vitesse linéaire ou le centre de masse du véhicule exprimée dans le repère inertiel de l'équation (III.4) on obtienne l'équation suivante :

$$\dot{\bar{\xi}} = f(\bar{\xi}(t), u_\xi(t)) = \begin{bmatrix} u0(t) \\ u_x(t) \frac{u1(t)}{m} + \frac{A_x(t)}{m} \\ v0(t) \\ u_y(t) \frac{u1(t)}{m} + \frac{A_y(t)}{m} \\ w0(t) \\ -g + (\cos\theta(t)\cos\Phi(t)) \frac{u1(t)}{m} + \frac{A_z(t)}{m} \end{bmatrix} \quad \text{III.27}$$

Avec :

$$u_x(t) = \cos\Psi(t) \sin\theta(t)\cos\Phi(t) + \sin\Psi(t)\sin\Phi(t)$$

$$u_y(t) = \sin\Psi(t)\sin\theta(t)\cos\Phi(t) - \cos\Psi(t)\sin\Phi(t) \quad \text{III.28}$$

L'équation (III.4) montrer que le mouvement à travers les axes x et y dépend de vecteur d'entrée u_1 , en réalité u_1 est le total conçu amplitude de poussée pour obtenir le mouvement linéaire souhaité, tandis que u_x et u_y peut être considéré dans la direction de u_1 , qui cause le mouvement à travers les axes x et y, respectivement [21].

L'objectif de cette approche est de garantir que l'uav suit une trajectoire de référence préalablement définie minimisant l'erreur de déplacement. Cependant, en raison du fait que la cible les coordonnées varient dans le temps, un véhicule de référence virtuel avec le même Le modèle mathématique de l'hélicoptère quadrotor est défini :

$$\dot{\bar{\xi}}_r = f(\bar{\xi}_r(t), u_{\xi_r}(t)) \tag{III.29}$$

Avec : $\bar{\xi}_r = [x_r(t) u_{0r}(t) y_r(t) v_{0r}(t) z_r(t) w_{0r}(t)]^T$ et $u_{\xi_r}(t) = [u_{xr} u_{yr} u_{1r}]^T$ sont les états de référence et le contrôle entrées, respectivement . Les perturbations externes sont supposées dans le véhicule de référence virtuel. Ce véhicule de référence virtuel est utilisé pour obtenir les entrées de contrôle de référence pour traduction mouvements en supposant que la hauteur de l'hélicoptère a été stabilisée. Par conséquent, pour le cas de ce véhicule, la référence les valeurs sont données par :

Le modèle d'erreur de traduction proposé est donné par :

$$U_{1r} = m.(\ddot{z}_r + g), \quad u_{xr} = \frac{\ddot{x}_r \cdot m}{U_{1r}}, \quad u_{yr} = \frac{\ddot{y}_r \cdot m}{U_{1r}}.$$

Et si on remplace (III.32) et (III.27) on obtient :

$$\dot{\tilde{\xi}}(t) = A(t) \cdot \tilde{\xi}(t) + B(t) \cdot \tilde{u}_\xi(t) \tag{III.30}$$

Avec $\tilde{\xi}(t) = \bar{\xi}(t) - \bar{\xi}_r$ c'est le vecteur d'erreur et $\tilde{u}_\xi(t) = u_\xi(t) - u_{\xi_r}(t)$ c'est le vecteur estimé d'entrée de contrôle de l'erreur et les matrice A et B sont les jacobien de l'équation (III.27) En outre, l'intégrale du terme d'erreur de position a été inclus dans le vecteur d'erreur pour effectuer un suivi approprié en présence de perturbations prolongées. Par conséquent, les éléments suivants le vecteur d'erreur augmenté est considéré :

$$x_{\xi}(t) = \begin{bmatrix} \tilde{x}(t) \\ \tilde{u}_0(t) \\ \int \tilde{x}(t) dt \\ \tilde{y}(t) \\ \tilde{v}_0(t) \\ \int \tilde{y}(t) dt \\ \tilde{z}(t) \\ \tilde{w}_0(t) \\ \int \tilde{z}(t) dt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x(t) - x_r(t) \\ u_0(t) - u_{0r}(t) \\ \int (x_0(t) - x_r(t)) dt \\ y(t) - y_r(t) \\ v_0(t) - v_{0r}(t) \\ \int (y_0(t) - y_r(t)) dt \\ z(t) - z_r(t) \\ w_0(t) - w_{0r}(t) \\ \int (z_0(t) - z_r(t)) dt \end{bmatrix} \quad \text{III.31}$$

En utilisant la méthode d'Euler, un modèle linéaire discret variant dans le temps est obtenu, à savoir :

$$x_{\xi}(k + 1) = \bar{A}. x_{\xi}(k) + \bar{B}(k). \tilde{u}_{\xi}(k) \quad \text{III.32}$$

Le vecteur de contrôle d'entrée est considéré variable dans le temps paramètre pour les mouvements de référence x et y. De plus, à cause de la structure de contrôle décentralisée, les angles de roulis, de tangage et de lacet sont également considérés comme des paramètres variables dans le temps Le modèle d'erreur dans l'équation (III.32) peut être divisé en deux sous-systèmes : l'erreur de hauteur et erreur de déplacement x et y. Matrices A et B pour chaque sous-système sont les suivants :

$$\bar{A}_z = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \Delta t & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \bar{B}_z = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\Delta t}{m} \cos \theta(k) \cos \phi(k) \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{III.33}$$

$$\bar{A}_{xy} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \Delta t & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \Delta t & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Delta t & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \bar{B}_{xy} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{\Delta t}{m} U_1(k) & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{\Delta t}{m} U_1(k) \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{III.34}$$

Où t est la durée d'échantillonnage qui a été choisie suffisamment petit pour capturer toutes les erreurs de mouvement translationnelles dynamiques et élevées assez pour considérer la dynamique en boucle fermée en rotation Etat. Sur la base de cette analyse, le problème de cheminement suivant pour un uav peut être

compris comme : trouver les entrées de contrôle dans un groupe borné de valeurs possibles qui pilotent les variables d'état dans l'équation (35) à partir d'une position x_{ξ_0}

Par conséquent, à partir des modèles d'erreurs latérales longitudinales et longitudinales les lois de contrôle peuvent être conçues de telle manière que le système est obligé de suivre la trajectoire de référence. La première loi calcule la contrôler l'entrée U1 de manière à minimiser les coûts suivants :

$$J_z = [\hat{x}_{\xi_z} - \hat{x}_{\xi_{rz}}]' Q_z [\hat{x}_{\xi_z} - \hat{x}_{\xi_{rz}}] + [\hat{u}_{\xi_z} - \hat{u}_{\xi_{rz}}]' R_z [\hat{u}_{\xi_z} - \hat{u}_{\xi_{rz}}] + \Omega(\hat{x}_{\xi_z}(k + N_{2z}|k) - \hat{x}_{\xi_{rz}}(k + N_{2z}|k)) \tag{III.35}$$

Avec Q_z et R_z sont des matrices de pondération positive définie en diagonale, N_{2z} est le terminal coût de l'Etat défini par :

$$\begin{aligned} \Omega(\hat{x}_{\xi_z}(k + N_{2z}|k) - \hat{x}_{\xi_{rz}}(k + N_{2z}|k)) &= [\hat{x}_{\xi_z}(k + N_{2z}|k) - \hat{x}_{\xi_{rz}}(k + N_{2z}|k)]' \\ &\times P_z [\hat{x}_{\xi_z}(k + N_{2z}|k) - \hat{x}_{\xi_{rz}}(k + N_{2z}|k)] \end{aligned}$$

Avec $P_z \geq 0$ Les prédictions du modèle de sortie de l'équation (III.32) et (III.33) on trouve :

$$\hat{x}_{\xi_z} = P_z(k|k). x_{\xi_z}(k|k) + H_z(k|k). \hat{u}_{\xi_z} \tag{III.36}$$

Avec $\tilde{u}_{\xi_z}(k|k) = u_1(k) - u_{1r}(k)$ et $x_{\xi_z}(k)$ c'est le plus haut vecteur d'état

Les vecteurs de haute référence sont :

$$\begin{aligned} \hat{x}_{\xi_{rz}} &\triangleq \begin{bmatrix} x_{\xi_{rz}}(k + 1|k) - x_{\xi_{rz}}(k|k) \\ \vdots \\ x_{\xi_{rz}}(k + N_{2z} - 1|k) - x_{\xi_{rz}}(k|k) \end{bmatrix}, \\ \hat{u}_{\xi_{rz}} &\triangleq \begin{bmatrix} U_{1r}(k|k) - U_{1r}(k - 1|k) \\ \vdots \\ U_{1r}(k + N_{uz} - 1|k) - U_{1r}(k - 1|k) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Avec N_{uz} c'est le contrôleur d'horizon. On peut minimiser l'équation. (III.35) lorsque les contraintes ne sont pas prises en compte, la loi de contrôle peut être obtenue comme suit:

$$\hat{u}_{\xi_z} = [H_z' Q_z H_z + R_z]^{-1}. [H_z' Q_z (\hat{x}_{\xi_z} - P_z x_{\xi_z}(k)) + R_z \hat{u}_{\xi_{rz}}] \tag{III.37}$$

bien que seulement $\hat{u}_{\xi_z}(k|k)$ est nécessaire à chaque instant k Par conséquent, le signal de contrôle suivant est appliqué au quadrirotor :

$$u_1(k) = \hat{u}_{\xi_z}(k|k) + u_{1r}(k)$$

La seconde loi de contrôle calcule la commande de mouvement x et y contributions. Si la même procédure précédente est effectuée en utilisant l'erreur l'équation (III.32) et (III.35), le signal de contrôle suivant est obtenu :

$$\hat{u}_{\xi xy} = [H'_{xy} Q_{xy} H_{xy} + R_{xy}]^{-1} \cdot [H'_{xy} Q_{xy} (\hat{x}_{\xi rxy} - P_{xy} x_{\xi xy}(k)) + R_{xy} \hat{u}_{\xi rxy}] \quad \text{III.38}$$

Avec : $\hat{u}_{\xi xy}(k|k) = [\tilde{u}_x(k|k) \tilde{u}_y(k|k)]^T$ et

$$u_{\xi xy}(k) = u_{\xi rxy}(k) + \hat{u}_{\xi xy}(k|k) \quad \text{III.39}$$

Les vecteurs de référence et les états d'erreur $\hat{x}_{\xi xy}$ et le vecteur d'erreur d'entrée $\hat{u}_{\xi xy}$ sont obtenus de la même manière que celui du boîtier du contrôleur de hauteur. On tient compte du fait que les entrées virtuelles requises $u_{\xi xy}(k)$ à suivre la référence de chemin dans le plan xy a été obtenue, la valeur nécessaire de Φ et θ peut être calculer par l'équation (III.28). À ceci point, il convient de noter que l'équation (III.28) constitue une définition de le système à contrôler. Par conséquent, ces valeurs ne peuvent pas être définies directement puisque ces angles sont deux des sorties de la rotation sous-systèmes ; étant la boucle interne non linéaire H_∞ chargée d'effectuer cette tâche En conséquence, un vecteur de directions virtuelles souhaité $\overline{u}_{\xi xy}(k) = [\overline{u}_x \overline{u}_y]^T$ doit être défini dans le même sens de l'équation. (III.28) comme suit :

$$\begin{aligned} \overline{u}_x(t) &= \cos \psi(t) \sin \theta_r(t) \cos \phi_r(t) + \sin \psi(t) \sin \phi_r(t) \\ \overline{u}_y(t) &= \sin \psi(t) \sin \theta_r(t) \cos \phi_r(t) - \cos \psi(t) \sin \phi_r(t) \end{aligned} \quad \text{III.40}$$

Ainsi, si $u_{\xi xy}(k)$ est substitué par sa valeur souhaitée dans Eq. (III.28) l'expression suivante est obtenue:

$$\begin{bmatrix} \overline{u}_x(k) \\ \overline{u}_y(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{u}_x(k|k) \\ \tilde{u}_y(k|k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{xr}(k) \\ u_{yr}(k) \end{bmatrix} \quad \text{III.41}$$

Une fois que les entrées virtuelles souhaitées ont été calculées, le référence des angles de roulis et de tangage, Φ et θ respectivement, sont dérivé en utilisant Eq. (III.39). Ces références sont nécessaires pour la boucle de rotation de l'hélicoptère.

III.7. Conclusion :

En premier lieu on a utilisé un modèle de synthèse qui a permis de simplifier l'étude et la synthèse des lois de commande. Puis, pour chacune des deux techniques, nous avons clarifié l'idée générale et le principe de base pour pouvoir à la fin les appliquer sur le modèle du Quadrotor.

Dans le chapitre qui suit nous allons utiliser le logiciel Matlab/Simulink pour valider les lois de commande synthétisées.

Chapitre IV

SIMULATION

DES

SYSTEMES

IV.1 Introduction

Dans ce chapitre, on va présenter les résultats de simulation issus de l'application des deux techniques de commande (PID et H-Infinity) vues dans le chapitre précédant sur le Quadri rotor.

Ainsi, nous tâcherons, dans une première partie, de présenter de manière succincte le fonctionnement du système de Quadri rotoen utilisant la commande conventionnelle PID (proportionnelle, intégrale, dérivé), en essayant de faire, par la suite, une comparaison entre les deux méthodes suscitées.

La simulation numérique a été effectuée en se servant du logiciel MATLAB sous l'environnement graphique Windows 10. La résolution des équations différentielles a été faite par la méthode d'Euler avec un pas de simulation $\Delta t = 0.01$ sec avec un temps final $t_f = 5$ sec.

IV.2 Les Paramètres de simulation :

Les valeurs des paramètres du modèle du Quadrotor utilisé ont été prises de *AscTecPelican quadri rotor UAV*(voire *Annexe I et II*) qui se résume dans le tableau suivant :

Tableau IV.1 : Paramètres mécaniques et électriques du modèle du Quadri rotor

Paramètre	Désignation	Valeur
m	Masse du Quadri rotor	1.00 kg
d	La distance entre le centre de masse du Quadri rotor et l'axe de rotation des rotors	0.24 m
g	Accélération gravitationnelle	$9.81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
C_L	Coefficient de portance	$10.442 \times 10^{-5} \text{ N} \cdot \text{m}/\text{rad}/\text{s}$
C_D	Coefficient de traînée	$5.42 \times 10^{-5} \text{ N} \cdot \text{m}/\text{rad}/\text{s}$
J	Matrice d'inertie du Quadri rotor	$\text{diag}(3.8278; 3.8278; 7.6566) \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m}/\text{rad} / \text{s}^2$
K_{ft}	Coefficients des forces de traînées selon (x,y,z)	$\text{diag}(5.5670; 5.5670; 6.3540) \times 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{m}/\text{rad} / \text{s}$
K_{fa}	Coefficients de frottement aérodynamiques selon (x,y,z)	$\text{diag}(5.5670; 5.5670; 6.3540) \times 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{m}/\text{rad} / \text{s}$
J_r	L'inertie du rotor	$2.8385 \times 10^{-5} \text{ N} \cdot \text{m}/\text{rad} / \text{s}^2$

K_e	Constante du couple électrique	0.0216
k_r	Constante du couple de charge	3.4629×10^{-7}
C_s	Frottement sec	5.3826×10^{-3}
k_m	Constante du couple mécanique	$4.3 \times 10^{-3} N.m/A$
V	Tension d'entrée du moteur	12 v

IV.3 Système de commande PID:

Le régulateur PID, appelé aussi correcteur PID (proportionnel, intégrateur, dérivateur ou proportionnel, intégral, dérivé) est un système de contrôle, permettant d'effectuer un asservissement en boucle fermée d'un système industriel ou « procédé ». C'est le régulateur le plus fréquent utilisé dans l'industrie, et il permet de régler un grand nombre de grandeurs physiques.

Un correcteur est un algorithme de calcul qui délivre un signal de commande à partir de la différence entre la consigne et la mesure. Le correcteur PID agit de trois manières :

- action proportionnelle : l'erreur est multipliée par un gain K_p .
- action intégrale : l'erreur est intégrée et divisée par un gain K_i .
- action dérivée : l'erreur est dérivée et multipliée par un gain K_d .

Il existe plusieurs architectures possibles pour combiner les trois effets (série, parallèle ou mixte), on présente ici une architecture parallèle :

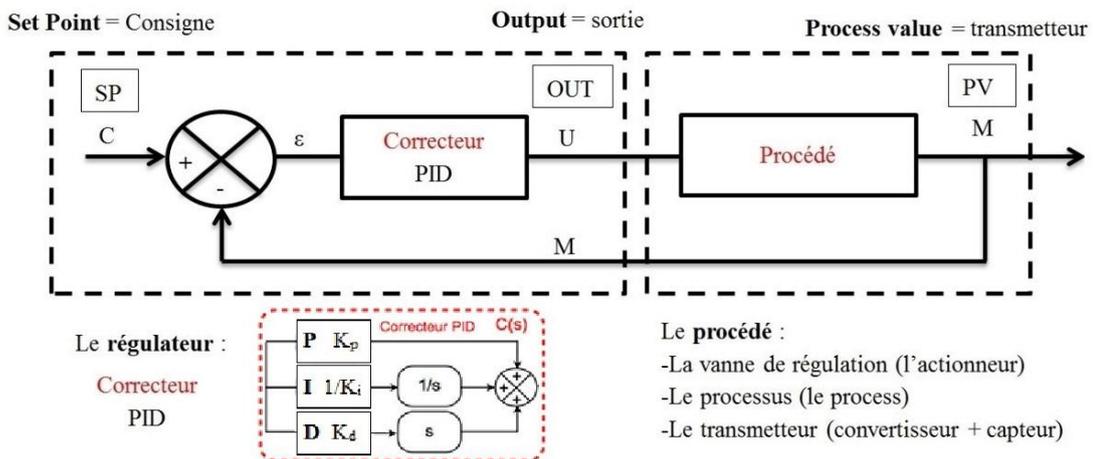


Figure IV.1. Schéma d'un régulateur PID parallèle.

Dans ce travail on a utilisé la commande (PID) implémenté par le constructeur pour l'altitude et le lacet mais on a utilisé la commande (PD) pour le tangage et le roulis présenté dans l'Annexe IV Avec une architecture parallèle, et les gains suivants :

Pour l'altitude. : $Kp = 40; Ki = 0.01 ; Kd = 12$

Pour le lacet : $Kp = 30; Ki = 0.001 ; Kd = 5$

Pour le roulis : $Kp = 30; Kd = 5$

Pour le tangage : $Kp = 30; Kd = 5$

IV.3.1 Résultats du régulateur PID :

On a choisi la consigne présentée dans la figure de l'Annexe III pour faire obtenir les résultats suivants :

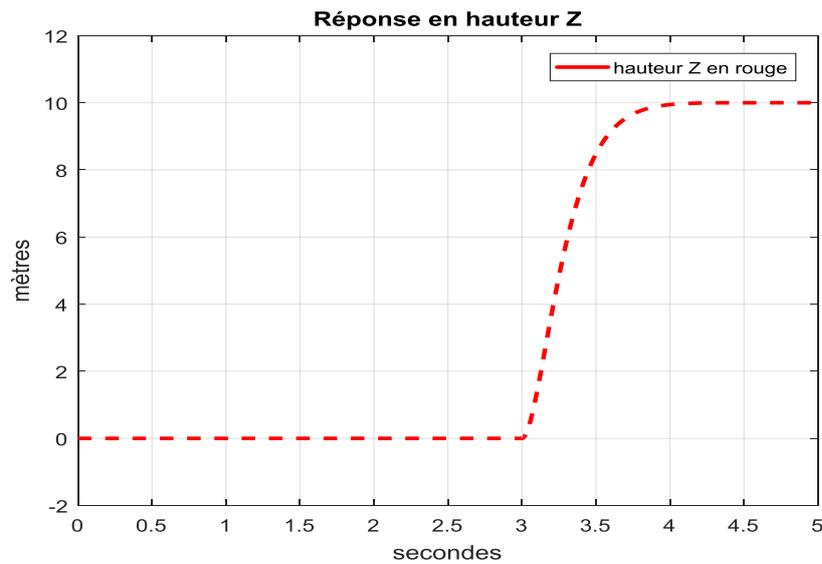


Figure IV. 1. Réponse du système à la commande d'altitude Z par le PID.

$Z_{\text{initial}} = 0 \text{ m}$ $Z_{\text{référence}} = 10 \text{ m}$ Et le temps de réponse est environ de 4.5 s

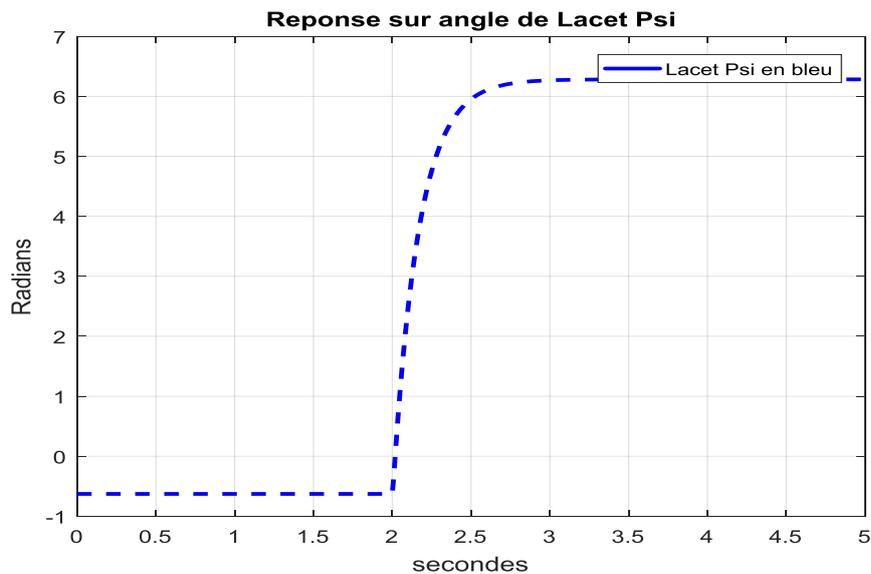


Figure IV. 3. Réponse du système à la commande de lacet Psi par le PID.

Psi initial = $-\pi/5$ rad Psi référence = 2π rad -le temps de réponse est 3.5 s

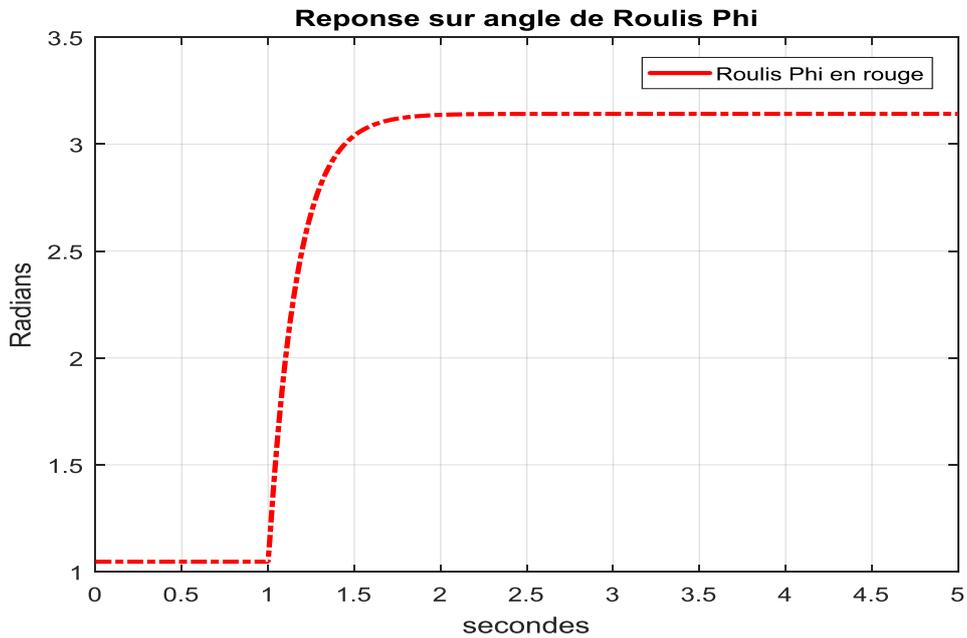


Figure IV. 4. Réponse du système à la commande de roulis Phi par le PD.

Phi initial = $\pi/3$ rad Phi référence = π rad -le temps de réponse est 3 s

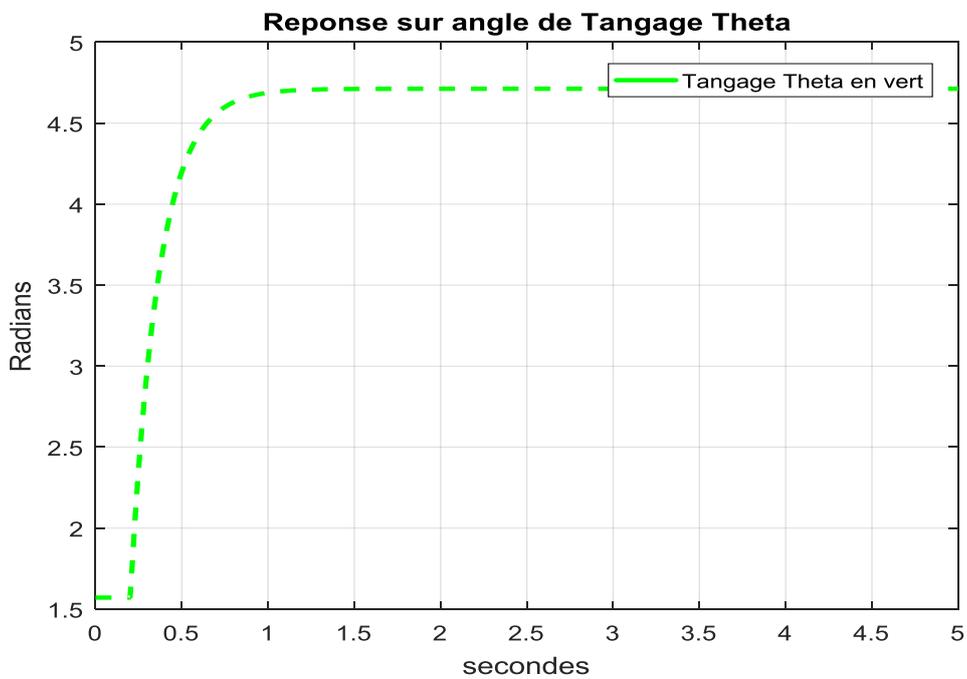


Figure IV. 5. Réponse du système à la commande de tangage Thêta par le PD.

Theta initial = $\pi/2$ rad Theta référence = $3\pi/2$ rad -le temps de réponse :2.5 s

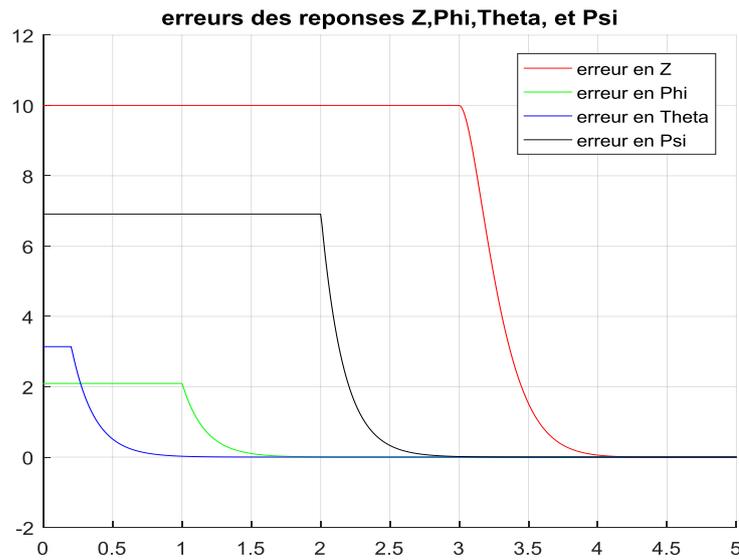


Figure IV. 6. Evaluation de l'erreur de chaque réponse en fonction de temps.

Avec : erreur = signal référence – réponse actuelle (en fonction de temps)

IV.4 Système de commande H-Infinity (H-infini):

La méthode fixe d'abord l'ordre du contrôleur, puis ajuste certains paramètres du système de contrôle en fonction de l'algorithme.

Le système de commande par commande H-Infinide chaque partie du Quadri-rotor peut être schématisé par la figure suivante :

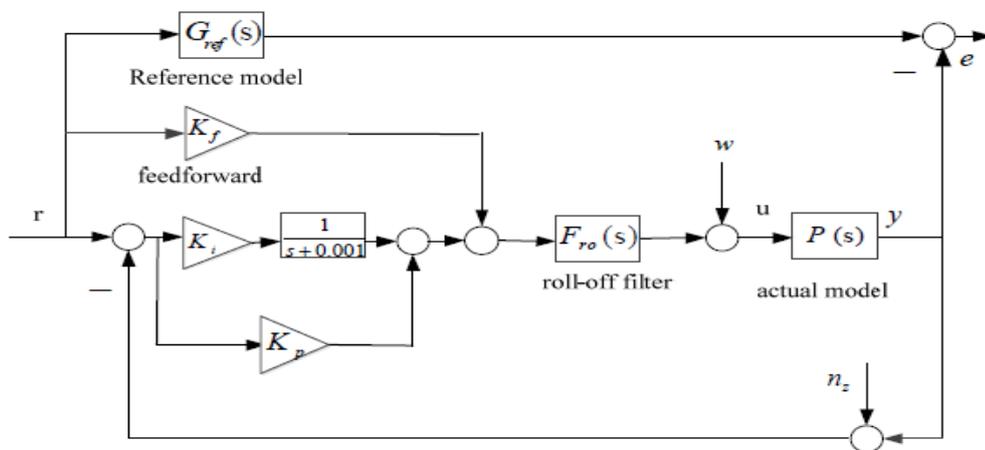


Figure IV. 7 Schéma d'un régulateur H-Infini en boucle fermée.

Où :

- K_i, K_p et K_f sont désaccordés du blocs (des Gains).
- $F_{ro}(s)$ est un filtre de deuxième ordre en fonction de transfert : $\frac{s^2}{s^2+2\xi\omega n+\omega n^2}$
- $G_{Ref}(s)$ est un modèle de référence de deuxième ordre : $\frac{\omega n^2}{s^2+2\xi\omega n+\omega n^2}$
- $\omega n = 3 ; \xi = 0.7 ; s : \text{opérateur de Laplace.}$

Les paramètres du contrôleur sont répertoriés dans le suivant :

Tableau IV. 2 Les paramètres du contrôleur H-infini.

	K_i	K_p	K_f	ωn	Zeta
Altitude Z	0.001807	1.807	-0.02501	7.84	0.85
Tangage/Roulis	0.001789	1.789	0.002568	7.45	0.865
Lacet	0.00181	1.81	0.03397	7.86	0.855

D'après les procédures de conception ci-dessus, les exigences de conception ne peuvent pas être unifiées car la méthode de conception est différente. Le contrôle de la mise en forme de la boucle H_∞ ne peut pas répondre directement aux exigences des index de domaine temporel. Et la procédure de choix des fonctions de poids dépend fortement des expériences des concepteurs.

IV.4.1 Résultats du Commande H-infini :

On a choisi la consigne présentée dans les figures de (l'Annexe V) pour faire obtenir les résultats suivants :

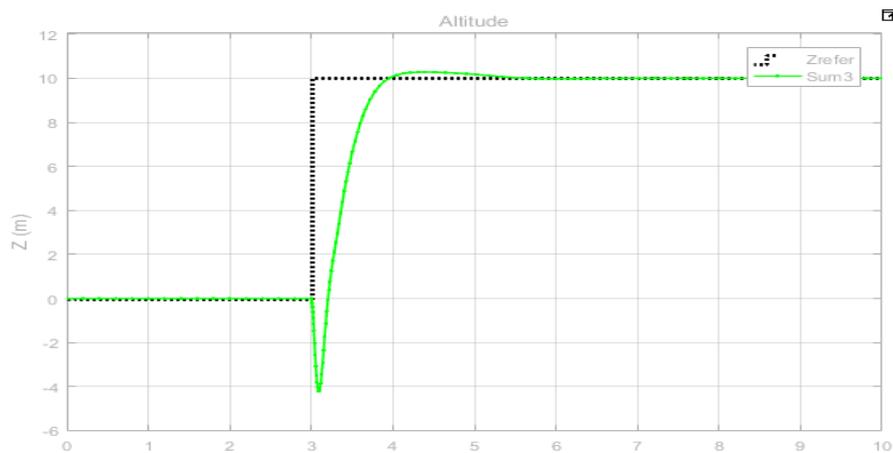


Figure IV. 8 Réponse du système à la commande d'altitude Z.

Z initial = 0 m Z référence = 10 m Et le temps de réponse est environ de 3.5 s

On remarque qu'il y a des perturbations d'altitude au début de réponse : [3s – 3.25s]

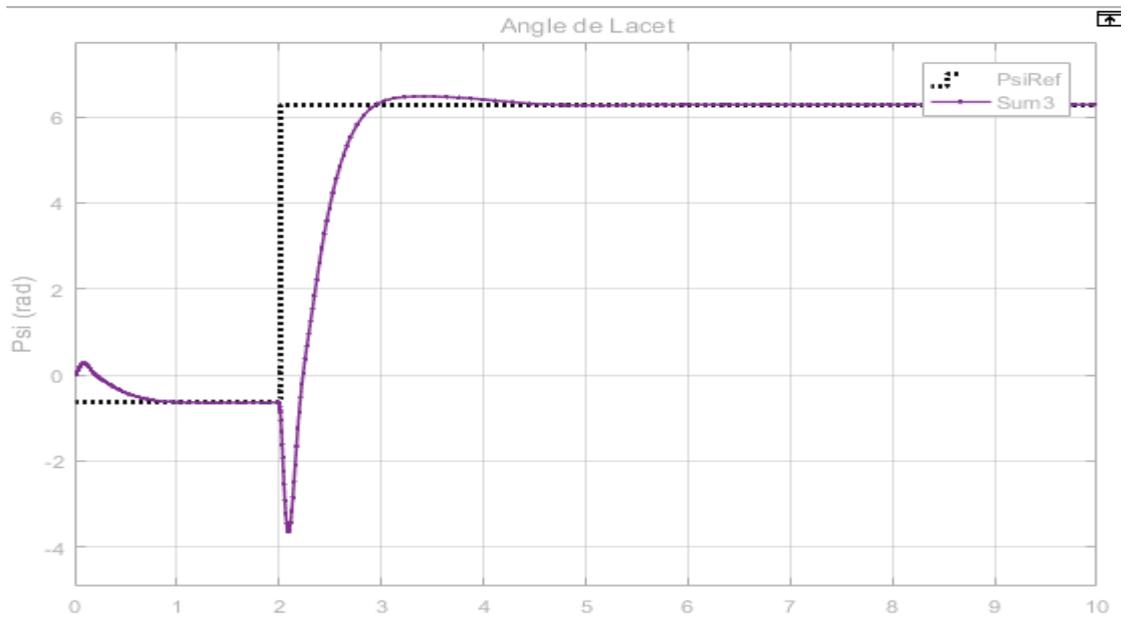


Figure IV. 9 Réponse du système à la commande de lacet Psi.

Psi initial = $-\pi/5$ rad Psi référence = 2π rad -le temps de réponse est 3 s

On remarque qu'il y a aussi des perturbations d'angle de lacet Psi au début de réponse : [2s – 2.25s]

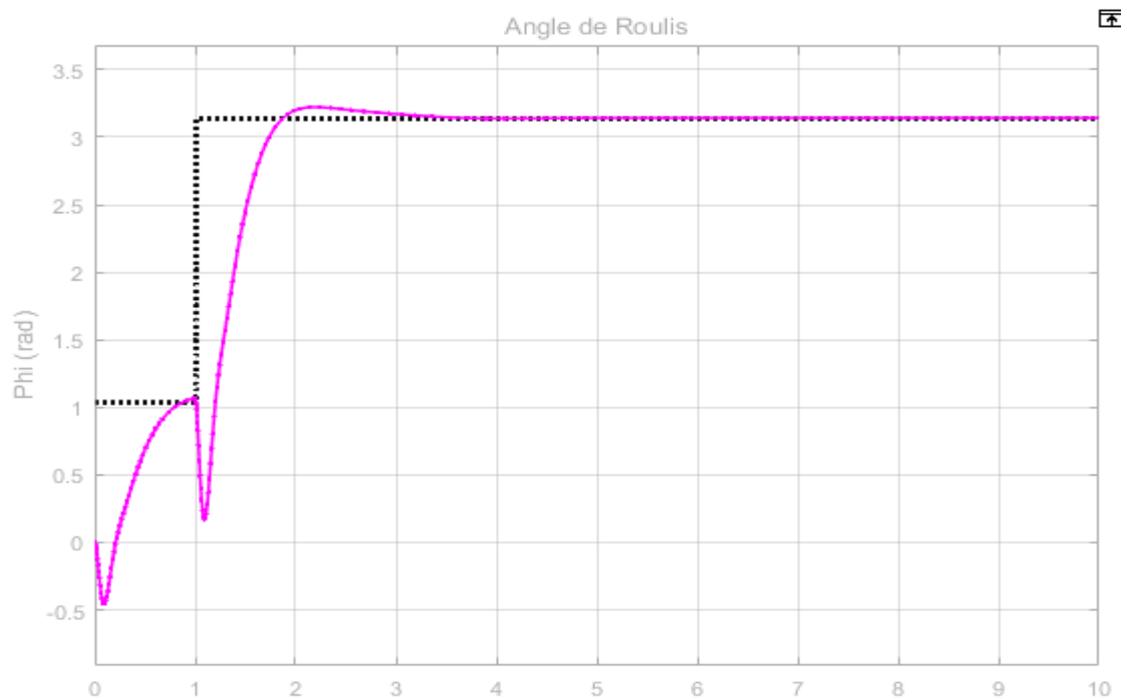


Figure IV. 10 Réponse du système à la commande de roulis Phi.

Phi initial = $\pi/3$ rad Phi référence = π rad -le temps de réponse est 3 s

On remarque qu'il y a aussi des perturbations d'angle de roulis Phi au début de réponse : [0s – 1.25s]

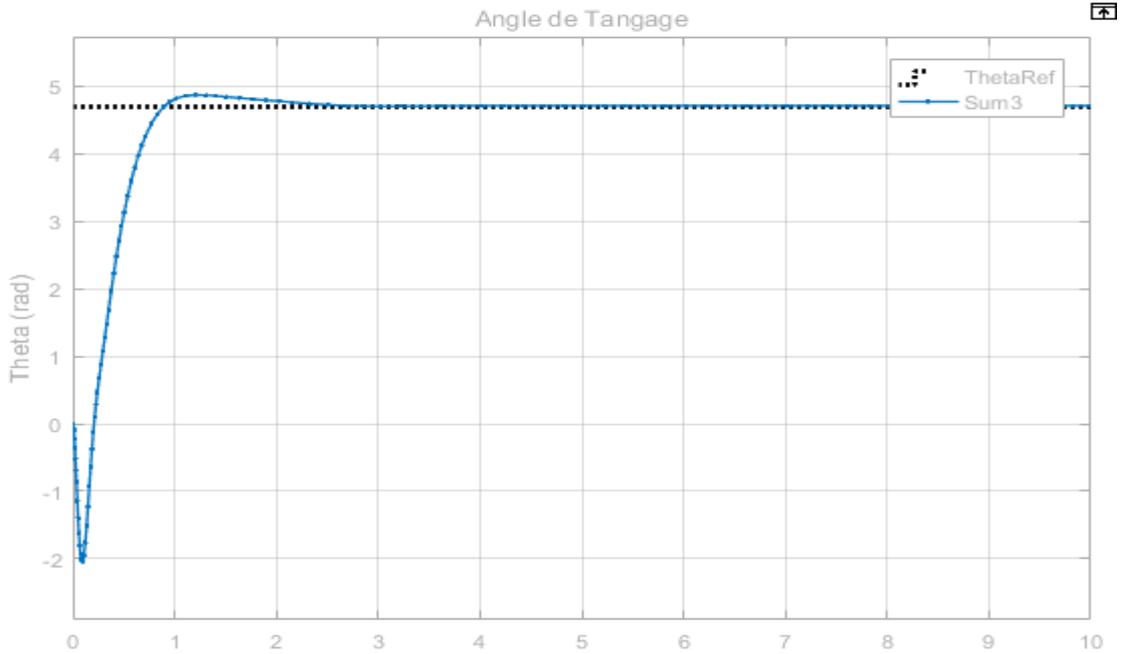


Figure IV. 11 Réponse du système à la commande de tangage Thêta.

Theta initial = $\pi/2$ rad
 Theta référence = $3\pi/2$ rad -le temps de réponse : 2 s

On remarque qu'il y a aussi des perturbations d'angle de roulis Phi au début de réponse : [0s – 0.25s]

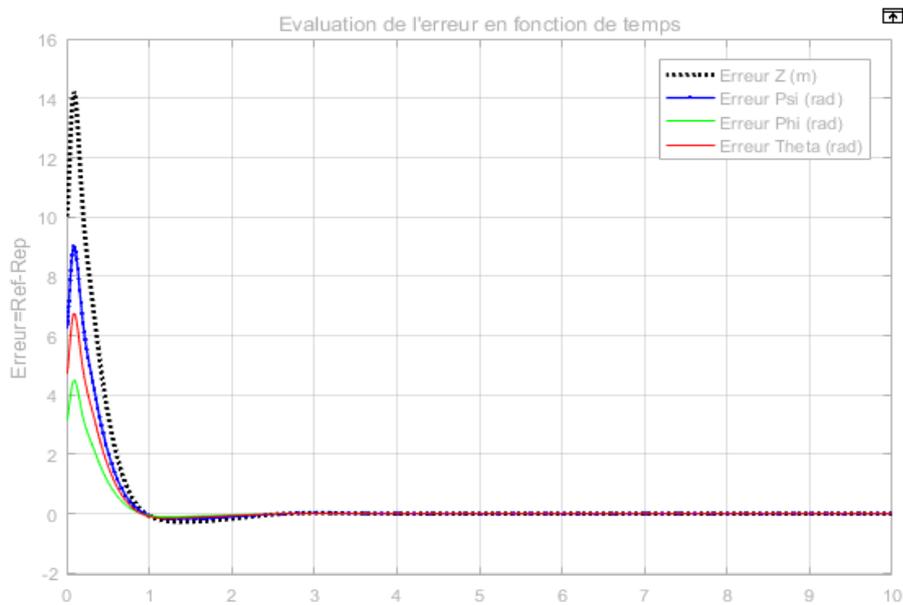


Figure IV. 12 Evaluation de l'erreur de chaque réponse en fonction de temps.

Avec : erreur = signal référence – réponse actuelle (en fonction de temps)

Figure IV. 13 *Trajectoire parcouru par le Quadrotor en 3D.*

La position initiale du drone est l'origine $O (0,0,0)$ du plan $[x y z]$

Figure IV. 14 Les signaux de commande du rotors U_1, U_2, U_3 et U_4 .

IV.5 Comparaison entre les deux méthodes : PID et H-Infinity

IV.5.1 Comparaison des distances parcourues :

Les figures suivantes représentent la trajectoire et les distance parcouru par le drone en appliquant la consigne représentée dans la figure (Annexe) pour les deux régulateurs :

PID :

Figure IV. 15Mouvement dans les axes x, y et z (PID)

Figure IV. 16Trajectoire parcouru par le Quadrotor en 3D (PID)

H-Infinity :

Figure IV. 17 *Mouvement dans les axes x, y et z (H-infinity)*

Figure IV. 18 *Trajectoire parcouru par leQuadrotor en 3D (H-Infinity)*

La position initiale du drone est l'origine $O (0,0,0)$ du plan $[x y z]$

