

# UNIVERSITE SAAD DAHLAB DE BLIDA 1

FACULTE DE TECHNOLOGIE  
DEPARTEMENT DE MECANIQUE

## THESE DE DOCTORAT

Spécialité : construction mécanique.

ETUDE, ANALYSE ET MODELISATION DES ROBOTS  
MANIPULATEURS APPLICATION AUX ROBOTS SERIELS

Présenté par :

**FERNINI Brahim**

Devant le jury composé de :

<b>A. Allali</b>	Professeur, U.Saad Dahlab de Blida 01	Président
<b>S. Abudura</b>	Professeur, U.Yahia Farés de Médéa	Examineur
<b>A. Mokhatri</b>	Professeur, U.S.T Mohamed Boudiaf d'Oran	Examineur
<b>I. Zidane</b>	MCA, U.Hassiba Benbouali de Chlef	Examineur
<b>A. Guessoum</b>	Professeur, U.Saad Dahlab de Blida 01	Examineur
<b>M. Temmar</b>	MCA, U.Saad Dahlab de Blida 01	Rapporteur

**BLIDA, Juin 2017**



بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

## REMERCIEMENTS

Ce travail a été élaboré au département de mécanique de l'université de SAAD DAHLAB-BLIDA1. En premier lieu, je remercie Dieu le compassion et le miséricordieux de m'avoir aidé et donné patience et courage pour accomplir ce modeste travail.

Je remercie vivement mes parents qui tout au long de mon cursus m'ont soutenu, encouragé et aidé.

Que mon promoteur Dr Mustapha TEMMAR, trouve ici l'expression de mes meilleurs sentiments pour avoir dirigé ce travail.

Je remercie tous les membres du jury pour avoir accepté d'évaluer ce mémoire.

Ma chaleureuse reconnaissance est adressée au: Pr. Atsuo Takanishi, directeur du laboratoire Takanishi ainsi que tous les membres de ce Laboratoire (université de Waseda, Tokyo-Japon) et le Pr. Benoit Levesque de l'université Laval Québec Canada pour leurs aides et leurs Assistances.

Enfin, j'adresse mes plus vifs remerciements à toute ma famille et mes amis.

## ملخص

محاكاة نظم الروبوت التي أصبحت شعبية جدا في المجتمع العلمي، خصوصا مع انخفاض أسعار أجهزة الكمبيوتر يمكن استخدامها لتقييم الحكم، دراسات الجدوى، وعروض بيانات متحركة و برمجة مستقلة عن الخلية الروبوت الفعلية.

الهدف من هذا البحث هو دراسة السلوك الديناميكي للروبوت بالقدمين (مثل روبوت Wabian 2-R) مستوحاة من عضلات الساق البشري باستخدام برنامج AMESim . وتم التحقق من نتائج المحاكاة بالحصول على اتفاق بين النظرية والمحاكاة.

الكلمة الرئيسية: AMESim , محاكاة,روبوت بالقدمين .

## Résumé

La simulation des systèmes de robot qui devient très populaire au sein de la communauté scientifique, particulièrement avec la diminution des prix des ordinateurs, peut être employée pour l'évaluation de disposition, les études de faisabilité, les présentations avec animation et la programmation en dehors de la cellule robotisée réelle.

L'objectif de cette recherche est d'étudier le comportement dynamique d'un robot bipède (Ex : Robot Wabian 2-R) inspiré des muscles de la jambe humaine en utilisant le logiciel AMESim. Les résultats des simulations ont été vérifiés. Un accord entre la théorie et la simulation est certainement obtenu ci-dessous.

**Mot clés:** Robot bipède, Simulation, AMESim.

## Abstract

The simulation of the systems of robot which becomes very popular within the scientific, particularly with the reduction in the prices of the computers, can be employed for the evaluation of provision, the feasibility studies, the presentations with animation and the offline programming.

The objective of this research is to study the dynamic behavior of a biped robot (Ex: Robot Wabian 2-R) inspired by human leg muscles by using the software AMESim. The simulation results were verified. An agreement between the theory and simulation is certainly obtained below.

**Keywords:** Walking bipedal robot, Simulation, AMESim.

# SOMMAIRE

Introduction	01
--------------	----

## CHAPITRE 1 : GENERALITES & ETAT DE L'ART

1.1 Historique	04
1.2 Justification technico-économique	07
1.2.1 L'automatisation quasi intégrale de la production	07
1.2.2. La flexibilité	07
1.3 Le caractère répétitif des tâches à accomplir	09
1.4. La production de séries moyennes	09
1.5 Accroissement de la capacité de production	11
1.6 Caractère pénible ou dangereux des opérations	11
1.7. Qualité du produit et soin apporté à sa fabrication	11
1.8. Manutentions	12
1.9 Classification des robots	12
1.9.1 Classification fonctionnelle	12
1.9.2 Classification géométrique	14
1.10 Cellule robotisée	16
1.10.1 Le mécanisme	17
1.10.2 La perception	17
1.10.3 La commande	17
1.10.4 Interface homme machine	17
1.10.5 Le poste de travail	17
1.11 Description des robots	17
1.11.1 Définitions	17
1.11.2 La versatilité	17
1.11.3 L'auto-adaptabilité	17
1.12 Constituants mécaniques d'un robot manipulateur	18
1.12.1 Structure mécanique	18
1.13 Organe terminal	19
1.14 Système mécanique articulé	19
1.15 Morphologie des robots manipulateurs	22
1.16 Définitions et terminologie	25
1.16.1 Redondance	25
1.16.2 Singularité	25
1.17 Conclusion	26

## CHAPITRE 2 : MODELISATION DES BRAS MANIPULATEURS

2-1 Introduction	27
2-2 Structures en chaînes ouvertes arborescentes(multipleopen-tree structure)	28
2-3 Structures en chaîne articulaire ouverte simple (simple open-tree structure	28
2-4 Structure complexe (multiply connected structure)	29
2-5 Qu'est-ce qu'un système multi corps ?	29
2-5-1 Modélisation des systèmes multicorps	32

2-5-2 Coordonnées	34
2-5-3 Coordonnées absolues	34
2-5-4 Formalismes	35
2-6 Structure géométrique	35
2-6-1 Modèle géométrique	36
2-6-1-1 Modèle géométrique direct	36
2-6-1-2 Modèle géométrique inverse	37
2-6-2 Modèle cinématique	38
2-6-2-1 Modèle cinématique direct	38
2-6-2-2 Modèle cinématique inverse	38
2-6-3 Modèle dynamique	38
2-6-3-1 Modèle dynamique inverse	38
2-6-3-1-1 Formalisme de Lagrange	38
2-6-3-1-2 Formalisme de Newton-Euler	41
2-6-3-1-3 Equation de NEWTON	41
2-6-3-1-4 L'équation d'EULER	42
2-6-3-1-5 Réurrence avant pour calculer les vitesses et les accélérations	42
2-6-3-1-6 L'algorithme itératif de dynamique de Newton-Euler	44
2-6-3-1-7 Inclusion des forces de pesanteur dans l'algorithme de dynamique	45
2-6-3-2 Modèle dynamique direct	45
2-6-3-3 Comparaison entre les deux formalismes	45
2-7 Les types des robots	46
2-7-1 Les robots sériels	46
2-7-1-1 Rapport charge utile / masse du robot	47
2-7-1-2 Précision de positionnement	47
2-7-1-3 Masses importantes en mouvement	47
2-7-2 Les robots parallèles	48
2-7-3 Comparaison des architectures sérielles et parallèles	48
2-7-4 Les robots bipèdes	49
2-8 Conclusion	51

## **CHAPITRE 3 : ZMP (Zero Moment point) des robots bipèdes)**

3-1 Introduction	53
3-2 ZMP et force du contact au sol	54
3-2-1 Présentation générale du ZMP	54
3-2-2 Analyse en deux dimensions	56
3-2-3 Analyse en trois dimensions	59
3-3 Calcul du ZMP basé sur les mouvements du robot	63
3-3-1 Dérivation du ZMP	63
3-3-2 Méthode approchée de calcul de la position du ZMP	64
3-4 Quelques remarques concernant le ZMP	66
3-4-1 Deux explications	66
3-4-2 Sur l'existence du ZMP en dehors du polygone de sustentation	67
3-4-3 Limit du ZMP	69
3-5 Conclusion	70

## **Chapitre 04 : Analyse dynamique pour un robot bipède (Wabian 2-R) inspirée des muscles de la jambe humaine en utilisant AMESIM**

4-1 Introduction	71
4-2 Modélisation du robot bipède (Wabian 2-R) inspiré des muscles de la jambe humaine	73
4-3 Modélisation dynamique de la jambe du robot	76
4-4 Génération de trajectoire en utilisant la méthode ZMP	77
4-5 Simulation et discussion	78
4-6 Conclusion	95
<b>Conclusion Générale</b>	96

### **BIBLIOGRAPHIE**

### **APPENDICE**

# LISTE DES FIGURES

Figure 1-1 : Coûts de production en fonction du volume de production	11
Figure 1-2 : classe A : Télémanipulateur	13
Figure 1-3 : Classe B (robot intelligent)	14
Figure 1-4 : Coordonnées cartésiennes et cylindriques	15
Figure 1-5 : Coordonnées polaires et universelles	16
Figure 1-6 : Robot SCARA	16
Figure 1-7 : Robot a chaine ouverte simple	19
Figure 1-8 : Symbole de l'articulation <i>rotoïde</i>	20
Figure 1-9 : Symbole de l'articulation <i>prismatique</i>	21
Figure 1-10 : Morphologie des robots manipulateurs	23
Figure 1-11 : les types de poignets	24
Figure 1-12 : le schéma d'un porteur	25
Figure 2-1 : Une chaine arborescente	28
Figure 2-2 : Une chaine ouverte simple	29
Figure 2-3 : Une chaine fermée	29
Figure 2-4 : Structure arborescente ou bouclé	30
Figure 2-5 : Paramétrage de Denavit_Hartenberg	36
Figure 2-6 : Représentation d'un point $r^i$ de la chaîne cinématique	40
Figure 2-7 : la force exercée sur le lien $i$	41
Figure 2-8 : le couple exercé sur le lien $i$	42
Figure 2-9 : les forces agissant sur le lien $i$	44
Figure 2-10 : robot a architecture sérielle	47
Figure 2-11 : robot a architecture parallèle	48
Figure 2-12 : Modélisation des robots à 2 degrés de liberté utilisés pour la comparaison	49
Figure 2-13:Exemple d'un robot bipède	51
Figure 3-1 : Définition du Zero Moment Point (ZMP)	54
Figure 3-2 : Représentation du polygone de sustentation	55
Figure 3-3 : CoM, ZMP et polygone de sustentation	56
Figure 3-4 : Forces de réaction au sol pour le modèle 2D	57
Figure 3-5 : Forces de réaction du sol : force et moment équivalents	57
Figure 3-6 : ZMP et distribution de forces de pression sous le pied	58
Figure 3-7 : Forces de réaction en trois dimensions	59
Figure 3-8 : Force et moment résultants équivalents à la distribution des forces de réaction	61
Figure 3-9 : Distribution de forces représentée par un ensemble fini de forces s'appliquant en des points discrétisés	62
Figure 3-10 : Représentation simplifiée d'un système multicorps	64
Figure 3-11 : Relation entre les déplacements du robot et la position du ZMP	66
Figure 3-12 : Le ZMP peut-il exister en dehors du polygone de sustentation dans le cas d'une accélération horizontale trop importante?	67
Figure 3-13 : Le robot a tendance à tourner autour de son talon	68
Figure 4-1(a) : La foto du robot Wabian prise dans le Laboratoire Takanishi	74
Figure 4-1(b) : Le robot WABIAN-2R (Takanishi Lab)	75
Figure 4-1(c) : La modélisation de la jambe du robot	75
Figure 4-2 : Représentation du segment du corps utilisé dans le modèle de dynamique inverse	76

Figure 4-3 : Les paramètres des étapes multiples	77
Figure 4-4 : Le graphe du <i>ZMP</i>	79
Figure 4-5 : Le déplacement du centre de masse pendant la marche du robot	80
Figure 4-6 : Le déplacement des articulations de la jambe d'appui	80
Figure 4-7 : Le déplacement des articulations de la jambe libre	81
Figure 4-8 : Les composantes de la réaction au sol	81
Figure 4-9(a) : La position d'équilibre du robot	82
Figure 4-9(b) : La position d'équilibre du robot en utilisant logiciel AMESim	82
Figure 4-10 : La force des ressorts de la jambe d'appui cas (1)	84
Figure 4-11 : La force des ressorts de la jambe d'appui cas (2)	85
Figure 4-12 : Le couple des articulations de la jambe d'appui cas (1)	86
Figure 4-13 : Le couple des articulations de la jambe d'appui cas (2)	87
Figure 4-14 : Le travail cummulatif des articulations de la jambe d'appui cas (1)	88
Figure 4-15 : Le travail total de la jambe d'appui cas (1)	89
Figure 4-16 : Le travail total de la jambe d'appui cas (2)	89
Figure 4-17 : Le travail cummulatif des articulations de la jambe d'appui cas (1)	90
Figure 4-18 : Le travail total de la jambe libre cas (1)	90
Figure 4-19 : Le travail total de la jambe libre cas (2)	90
Figure 4-20 : Le couple des articulations de la jambe libre cas (1)	91
Figure 4-21 : Le couple des articulations de la jambe libre cas (2)	91
Figure 4-22 : Le travail cummulatif des articulations de la jambe libre cas (1)	92
Figure 4-23 : Le travail cummulatif des articulations de la jambe libre cas (1)	92
Figure 4-24 : La force des ressorts de la jambe libre cas (1)	93
Figure 4-25 : La force des ressorts de la jambe libre cas (2)	93
Figure 4-25 : Le bloc de simulation du robot Wabian avec des muscles mono et biarticulaires en utilisant le logiciel AMESim	94

# LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1-1 : la production des robots dans les années 80-90	06
Tableau 2-1 : Nombre d'opérations effectuées par chaque formalisme	46
Tableau 4-1 : Les parametres et les dimensions d'une jambe du robot Wabian	79

# INTRODUCTION

Représentant un incroyable défi, les robots interprètent un important aboutissement en matière d'évolution des technologies : << Que peut-il y avoir de plus difficile que de reproduire avec une machine, des caractéristiques du fonctionnement animal ou humain ? >>. Ce défi technologique mobilise depuis au moins un demi-siècle des énergies considérables, et chacun des étapes majeures dans l'évolution de la robotique constitue une victoire de l'intelligence humaine.

Depuis le début des années 1970, les recherches dans le domaine de la robotique ont pris une allure croissante mettant en œuvre plusieurs résultats innovants dans d'autres disciplines connexes :

- Mathématiques : Développement des algorithmes efficaces pour la résolution des  
Systèmes complexe ;
- Intelligence artificielle : Domaine connexe au mathématiques qui consiste généralement en l'imitation des systèmes biologiques donnant parfois la possibilité de l'auto apprentissage comme les réseaux de neurones, ainsi que la diversité dans la création de nouveaux systèmes et la sélection pseudo naturelle comme les algorithmes génétiques.
- Electronique : Développement des systèmes <<intelligents>> pouvant être même embarqués sur le robot afin de le doter de la perception nécessaire pour pouvoir prendre certaines décisions concernant son comportement ;
- Informatique : par le développement des langages de programmation de plus en plus évolués.

Actuellement la présence des robots envahit les sphères d'activité humaine. Dans la vie domestique nous trouvons le robot subvenir en partie aux travaux ménager et domestique dans les foyers (robots serveur,...) et dans les autres utilités publique (robot grade malade, hôtesse d'accueil ; etc.) que dans l'industrie soudure à l'arc, pistelage, assemblée, découpage, polissant, etc.

Une famille nombreuse d'équipement industriel parmi la variété, qui existe, est celle qui assure le mouvement exigé par un processus de fabrication, comme : soudure à l'arc, découpage, etc. De cette classe d'équipement, un type de plus en plus populaire est le robot industriel. Les différentes configurations de manipulateur sont disponibles les plus utilisées sont : configuration rotoïde et prismatique.

Un robot marchant de configuration rotoïde, le robot humanoïde ou bien le robot bipède, ce robot est conçu premièrement au Japon, approprié généralement aux tâches de l'être humain [44]. Parmi les robots bipèdes les plus connus au monde sont : le robot WABIAN2-R (Laboratoire Takanishi-Japon), le robot ASIMO (Honda-Japon).

La possibilité pour effectuer des simulations en temps réel devient particulièrement importante dans les stades avancés du processus de conception. La conception finale peut être vérifiée avant s'embarque sur le processus coûteux et long d'établir un prototype [45].

La modélisation consiste en une étape essentielle de tout sujet de robotique. Que le sujet ait l'aspect d' << analyse >> ou de << conception >>, un modèle mathématique s'avère indispensable. Ce modèle doit dans les meilleurs cas, tenir compte de tous les paramètres qui peuvent influencer sur le comportement du robot, et où le résultat cherché doit figurer dans la liste de ces paramètres.

L'objet de notre étude est, à partir d'un centre d'intérêt qui est le robot bipède (EX : WABIAN 2-R) ; étudié dans un premier temps son modèle mathématique qui constitue son fondement intrinsèque.

En deuxième lieu procédé à la simulation des équations de mouvement à partir du logiciel AMESIM afin de vérifier à chaque instant la conformité des résultats obtenus avec le modèle mathématique du robot.

Dans ce mémoire, on abordera la modélisation et la simulation d'un robot bipède (Ex : Wabian) en ajoutant des ressorts comme des muscles mono et biarticulaires de la jambe humaine dans un objectif d'étudier le modèle dynamique. Dans ce cas, ce mémoire est organisé comme suit : le premier chapitre est consacré à l'état de l'art et

à la terminologie robotique. Dans le second chapitre, on présentera la modélisation des bras manipulateurs sériels, les modèles : géométrique, cinématique et dynamique abordé en détail pour faciliter la modélisation du robot bipède. Dans le troisième chapitre on abordera la génération de mouvement des robots bipèdes en utilisant la méthode « ZMP ». Le dernier chapitre consiste à l'étude dynamique du robot bipède (Ex : Wabian) inspiré des muscles de la jambe humaine.

## 1.1. Historique

La robotique est un ensemble de disciplines techniques (mécanique, électronique, automatique, informatique) articulées autour d'un objectif et d'un objet communs. Cet objectif est l'automatisation flexible de nombreux secteurs de l'activité humaine réputés jusqu'à très récemment comme ne pouvant se passer de la présence de l'homme, et l'objet est le robot, sorte de machine universelle dont l'homme rêve depuis toujours (mais qui n'a pas encore la forme de ce rêve !).

D'une part, les progrès réalisés dans les différentes disciplines mentionnées plus haut permettent de construire des robots et autres systèmes "mécatroniques" performants et fiables. D'autre part, les situations économiques actuelles dans les pays industrialisés, notamment la crise qui a suivi le "choc pétrolier" des années 70 et l'émergence de nouveaux pays industrialisés, conduisent à une compétition industrielle très vive, ne laissant survivre que les industries capables de produire à faible coût ou de fournir rapidement des produits nouveaux et/ou de qualité supérieure et garantie. Ces exigences ont conduit au développement d'une automatisation flexible impliquant l'implantation de robots dans de nombreuses branches d'activités. C'est l'apparition des robots et leur association à d'autres machines automatiques d'inspiration "classique" (par exemple, des machines-outils à commande numérique) qui permettent d'automatiser ou d'essayer d'automatiser des opérations considérées jusqu'ici comme non automatisables.

Il est à noter que, dans l'esprit du grand public, il est deux domaines de la technologie qui sont étroitement liés à la science-fiction : les techniques spatiales et la robotique. Pour le premier de ces domaines, les médias audiovisuels ont largement contribué à le démystifier par une description objective et détaillée des conquêtes successives de l'homme dans l'espace. Pour le second, au contraire, les médias contribuent souvent à entretenir le mythe du robot en le présentant comme un être mécanique constitué de composants mystérieux, capable d'actions humaines, doué de la parole, mettant souvent une force surhumaine au service d'une intelligence primitive, et animé de sinistres intentions. Il est vrai que le terme de robot est emprunté de la science-fiction. Il trouve en effet son origine dans une pièce de l'auteur tchèque Capek, écrite en 1923, intitulée "Les robots universels de Rossum". Le mot "robot" ou "robota" est le mot tchèque, et aussi russe, pour désigner le travail ou un travailleur. Dans la pièce de Capek, les robots sont des humanoïdes créés par Rossum et son fils, dans l'espoir qu'ils se mettront avec obéissance au service de l'homme. Mais la réalité des robots est bien antérieure à l'œuvre de Capek. Nombreux sont les mécanismes automatiques qui ont été

imaginés et proposés au cours des siècles. Leurs inventeurs ne disposaient malheureusement pas de la discipline extraordinairement puissante que constitue l'électronique, pour le contrôle des processus qu'ils imaginaient et le traitement de l'information correspondante. Dans les associations que l'on établit entre la robotique et la science-fiction, on serait toutefois incomplet si on oubliait de faire référence à l'œuvre de Isaac Asimov († 6 avril 1992), dont certains livres sont maintenant disponibles dans des collections de poche. Les robots imaginés par Asimov dans les années 40 sont des machines conçues de manière à réaliser leur travail en toute sécurité. Il cristallise cette notion dans trois lois de la robotique, dont la validité est largement reconnue : [1]

**1.1.1.** Un robot ne peut porter atteinte à un être humain. Le robot doit au contraire toujours agir en sorte que la sécurité de l'être humain soit assurée.

**1.1.2.** Un robot doit toujours obéir à l'homme, sauf s'il devait pour cela transgresser la première loi.

**1.1.3.** Un robot doit toujours veiller à sa propre sécurité, sauf s'il devait pour cela transgresser les deux lois précédentes.

Mais ce mythe du robot, tel qu'il est largement entretenu par des œuvres de fiction ou de science-fiction, a peut-être parfois ralenti l'introduction de robots dans les processus de production, notamment par une crainte de menace sur l'emploi des hommes : sans doute les premières machines étaient-elles trop axées sur l'universalité des fonctions et trop orientées vers le remplacement sans contrepartie de l'homme par le robot. Dès lors, l'homme s'est senti menacé dans son travail et son emploi. En outre, le prix des premiers robots industriels, un certain manque de fiabilité et l'indisponibilité de certains composants ont incontestablement freiné la diffusion des robots pendant des années.

Le concept d'un robot industriel a été breveté en 1954 par G.C. Devol (U.S. Patent N° 2988237).

Le brevet décrit comment construire un bras mécanique commandé capable d'accomplir certaines tâches dans l'industrie. En 1956, une société, UNIMATION, a été créée aux U.S.A., avec pour seul domaine d'activité la robotique ; elle a installé le premier robot industriel dans une entreprise de métallurgie mécanique en 1961. En 1972, soit 16 ans après sa fondation et après avoir investi 12 millions de dollars, UNIMATION a réalisé ses premiers bénéfices, en produisant de vrais robots industriels. Cette année 1972 a aussi vu l'apparition du premier robot "tout électrique", commercialisé par la firme suédoise A.S.E.A. (maintenant A.B.B.). Mais ce que l'on peut appeler l'ère de la robotique ne s'est engagé que fin des années 70 et début des années 80.

	1980	1981	1985	1990
<i>Japan</i>	6000	14000	85000	100 – 360000
<i>U.S</i>	3500	5000	25000	150 – 2500001
<i>Europe</i>	3700	7300	25000	62 – 200000
	13200	26300	135000	312 – 81000

Tableau 1.1 : la production des robots dans les années 80-90

A l'instar de ce que nous venons de vivre avec l'informatique, les projets technologiques en cours nous permettent d'assister à la succession sur une période de quelques années de plusieurs générations de robots industriels.

- Sur le plan technique, cette évolution se concrétise par l'intégration de la mécanique, l'électronique et l'informatique en une nouvelle discipline, la mécatronique, dont la robotique n'est qu'un des aspects au même titre que la conception et la fabrication assistées par ordinateur (CAO et FAO). Le mot "mécatronique" a été introduit par les Japonais au début des années '80 pour signifier "l'harmonie des capacités mécaniques et électroniques". Plus précisément, la mécatronique est la synergie de l'ingénierie mécanique de précision, de systèmes électroniques de contrôle- commande et d'une approche "systémique" dans la conception des produits et des processus de fabrication.
- Sur le plan économique, le marché mondial connaît une situation de concurrence, liée notamment à accroître la compétitivité de leurs outils de production et à concevoir des systèmes de production flexibles capables la très grande disparité dans les coûts salariaux, qui oblige les pays à plus longue tradition industrielle de produire des séries relativement petites de produits de types différents (dans une gamme de produits donnée bien entendu).
- Sur le plan social, il apparaît de plus en plus que le risque que constitue pour le marché de l'emploi l'automatisation des processus industriels n'est qu'un des aspects à prendre en compte. Patrons et travailleurs prennent progressivement conscience du fait que le robot peut accroître la dimension humaine du travail, en remplaçant avantageusement l'homme à de nombreux postes de travail pénibles, insalubres ou

dangereux. De plus, l'industrie de la robotique peut être elle-même génératrice d'emplois nouveaux plus nobles et plus qualifiés.

## **1.2. Justification technico-économique**

Les domaines de la robotique :

On peut considérer trois grands domaines d'application des robots. Les problèmes à résoudre à l'intérieur de chacun de ces domaines ont une certaine ressemblance, mais ils peuvent être assez différents d'un domaine à l'autre.

Le domaine de la production C'est dans ce domaine que l'effort est porté le plus particulièrement par les industriels, qui voient de nombreux avantages à l'utilisation des robots, notamment un accroissement de la productivité et une diminution de la main d'œuvre. En fait, l'association de robots entre eux et avec d'autres machines amène deux avantages fondamentaux par rapport aux modes de production traditionnels :

### **1.2.1 l'automatisation quasi intégrale de la production qui peut s'accompagner**

- d'une meilleure qualité du produit fini ;
- d'une plus grande fiabilité dans le maintien de cette qualité ;
- d'une meilleure adaptation de la quantité produite à la demande.

### **1.2.2. La flexibilité**

C'est-à-dire la rapidité de reconfiguration de l'unité de production quand on passe de la fabrication d'un produit à celle d'un produit voisin (exemple : fabriquer des modèles différents de voitures sur la même chaîne) ou bien quand un incident immobilise une machine de l'unité de production **[2]**

Ces unités de production "reconfigurables" ou adaptatives sont qualifiées de flexibles (en anglais "flexible manufacturing systems"). On parle de :

- cellule flexible lorsqu'un petit nombre de robots et de machines sont associés (exemple : un tour et un robot de chargement de ce tour)
- atelier flexible lorsqu'on associe plusieurs cellules flexibles ou bien un nombre assez important de machines et robots.

Le domaine de l'exploration Il s'agit d'un problème différent. On veut exécuter des opérations dans un lieu :

1. d'accès difficile : exploitation forestière, construction, maintenance, réparations ou nettoyage de bâtiments, lignes électriques, ...
2. dans un milieu hostile ou dangereux pour l'homme :
  - le milieu sous-marin
  - le milieu spatial
  - le milieu irradié des centrales nucléaires
  - les sites de catastrophes ou d'accidents, survenus ou potentiels : incendies, agressions terroristes, ...
  - les théâtres d'opérations militaires.

La robotique envisage deux types de solution pour ces interventions.

Le robot autonome, envoyé dans le milieu hostile avec une mission bien définie, programmée à l'avance, avec toutefois certaines libertés d'initiative ; actuellement, on sait réaliser des robots doués d'une certaine autonomie, mais le travail qu'on peut leur confier doit rester d'une grande simplicité et ne doit surtout pas exiger que le robot ait à appréhender et comprendre seul tout son environnement.

C'est pourquoi la solution qui est encore aujourd'hui la plus opérationnelle, quoique restant grandement à améliorer, est celle de :

La télé-opération (appelée aussi télé-présence), qui consiste à envoyer un engin (un robot qu'on appelle machine-esclave) dans ce milieu hostile et à pouvoir contrôler et commander cette machine à distance, à partir d'un poste appelé poste-maître aux commandes duquel se trouve un homme (l'opérateur). C'est donc l'homme qui effectue toutes les tâches de réflexion et de déclenchement des mouvements de l'esclave. Cela nécessite bien sûr le renvoi vers le maître de ce qui se passe dans l'univers de l'esclave. Ce qui est le plus utile, c'est de voir (présence de caméras), mais il importe aussi de sentir les efforts qui s'exercent sur l'esclave. On doit donc avoir des systèmes de vision et des systèmes à retour d'effort.

Le domaine de l'assistance individuelle Des films de science-fiction nous montrent souvent des robots à forme plus ou moins humaine, qui remplacent l'homme ou l'assistent dans les tâches ennuyeuses, fatigantes ou dangereuses. Ces robots restent encore du domaine de la science-fiction et, actuellement on peut tout au plus envisager des machines du genre "robot

de ménage” qui nettoient les sols par exemple (en évitant les obstacles, personnes, murs, meubles,...). L'autonomie de ces robots est encore très limitée, leur coût plutôt exorbitant et leur intérêt très réduit. Il y a cependant un domaine où la robotique d'assistance individuelle tend à se développer, c'est celui de la robotique médicale permettant d'améliorer les conditions de vie des personnes handicapées, paralysées ou amputées. La robotique recouvre alors le domaine des :

- prothèses (mains et jambes artificielles par exemple) ;
- orthèses, structures rigides motorisées que l'on met autour d'un membre paralysé et qui entraînent ce dernier dans leurs mouvements ;
- téléthèses, destinées aux personnes paralysées des quatre membres (tétraplégiques) ; ce sont des robots que la personne handicapée commande à distance (en téléopération) à partir des zones de motricité volontaire qu'il a pu conserver (par exemple : la langue, la bouche, les muscles des yeux, etc....)

Les raisons de la robotisation de la production

Les raisons de la robotisation, ou plus généralement de l'automatisation, de la production, sont essentiellement technico-économiques .

### **1.3. Le caractère répétitif des tâches à accomplir**

S'il faut répéter inlassablement les mêmes gestes et opérations simples, une automatisation classique (dite "dure") sera sans doute préférable. Dès que le nombre de variations ou la complexité de la tâche augmente, il faut penser aux robots. A remarquer d'ailleurs que ceux-ci étant de mois en mois stupides et coûteux, une automatisation autrefois effectuées par une machine spécialement conçue à cet effet peut être aujourd'hui réalisée par le simple apprentissage de la tâche par un robot polyvalent. La combinaison de robots et de simples manipulateurs et/ou automates est également une solution extrêmement intéressante à de nombreux problèmes d'automatisation.

### **1.4. La production de séries moyennes**

La production de pièces dans l'industrie mécanique se répartit grosso-modo en :

- 1/4 de la production sous forme de grandes séries ;
- 3/4 de la production en petites et moyennes séries.

La production en grandes séries a fait depuis longtemps l'objet d'une automatisation poussée, par la mise en service de machines spéciales non convertibles ("automatisation dure" ou hard automation, le qualificatif hard ayant ici la même signification qu'en informatique, à savoir l'automatisation par matériel). De plus en

plus, il faut aussi automatiser des productions en moyennes et même en petites séries, afin d'utiliser aux mieux les capacités de production et de diminuer les temps de passage sur machine et la quantité de pièces "en cours". Une telle automatisation doit être très flexible ; une robotisation bien conçue permet en effet de supprimer les temps morts nécessaires aux réglages entre des séries différentes, et même de remplacer la production par lots de pièces identiques par une production mélangeant différents produits sur une même chaîne de production (ex. : construction automobile). Il est à noter que cette flexibilité est permise essentiellement par le système informatique de gestion de la production ; on peut donc considérer l'automatisation flexible comme une solution logicielle, tandis que l'automatisation dure correspond à une réalisation matérielle.

Le choix entre automatisation dure, automatisation flexible et production manuelle résulte de l'importance des séries à produire ; en gros, on peut dire que

- pour les grandes séries, il y a intérêt à utiliser des chaînes de production dédiées et des machines automatiques spécialisées (automatisation dure) ;
- pour les moyennes et petites séries, il vaut mieux utiliser des chaînes de production et des machines automatiques convertibles et reprogrammables, en particulier des robots et des éléments de péri-robotique (automatisation flexible) ;
- pour les très petites séries, une fabrication manuelle, à l'aide de machines "universelles", reste préférable.

Pour une production déterminée, la distinction entre ces différents cas peut être précisée, et le choix de l'une ou l'autre solution peut être dicté, par l'examen de courbes ou de tables donnant le coût de production unitaire en fonction du nombre d'unités produites. Les coûts de production se répartissent en coûts fixes  $F$  indépendants de la quantité de la production et en coûts variables  $V$  qui, en première approximation, sont proportionnels au nombre  $n$  de pièces produites :  $V = v \times n$ .

Le coût de production unitaire c'est donc donné par la formule :

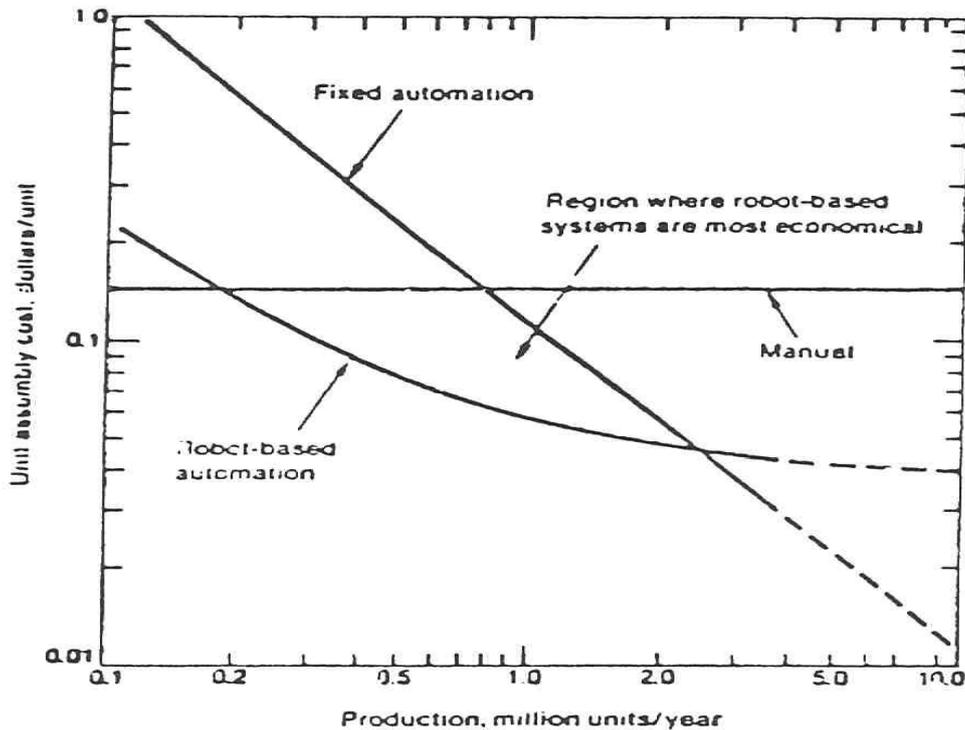


Fig 1.1 : Coûts de production en fonction du volume de production

## 1.5. Meilleure utilisation ou accroissement de la capacité de production

La robotisation de goulots d'étranglement d'une chaîne de production et la réduction des temps morts par robotisation permettent souvent un accroissement de 20 à 30 % de la capacité de production. Le travail en 2 ou 3 "pauses" (8 heures/jour) d'une chaîne robotisées permet de pratiquement doubler ou tripler la capacité de production sans demander un investissement supplémentaire pour les machines de base.

## 1.6. Caractère pénible ou dangereux des opérations

L'exécution de ces tâches par des robots permet d'éviter l'installation de moyens de protection coûteux, contraignants et souvent peu efficaces, ou d'éviter l'organisation de longues (et coûteuses) périodes de repos pour les personnes exposées. La robotisation permet d'améliorer les conditions de travail et la productivité.

## 1.7. Relation entre la qualité du produit et le soin apporté à sa fabrication

Le robot assure une qualité constante tout au long de son travail, alors qu'un ouvrier ne pourra généralement garder la même attention pendant toute sa période de travail

et que la qualité de celui-ci risque donc de connaître des fluctuations importantes (ex. construction automobile, points de soudure, rubans de colle.

## **1.8. Manutentions**

Manutentions entre les opérations successives d'un processus de fabrication. Les robots sont bien adaptés à la manipulations d'objets (pièces, outils, ... ) de masse moyenne (  $\pm 0,1$  kg,  $\pm 5$  kg ou  $\pm 50$  kg suivant la catégorie de robot). On peut citer comme exemple d'application une cellule flexible constituée de plusieurs MOCN (machines-outils à commande numérique) rassemblées autour d'un robot de chargement- déchargement)

### **1.9. Classification des robots :**

On peut classer les robots d'un point de vue fonctionnel ou d'après leur structure géométrique

#### **1.9.1. Classification fonctionnelle**

Le nombre de classe et les distinctions entre celles-ci varient de pays à pays (6 classes au Japon, 4 en France). L'A.F.R.I. distingue 4 classes illustrées ci-dessous :

**A** : manipulateurs à commande manuelle ou télécommande.

**B** : manipulateurs automatiques à cycles pré-réglés (le réglage se fait mécaniquement par cames, butées, la commande peut se faire par automate programmable) ; on peut distinguer entre manipulateurs à cycle fixe et manipulateurs à cycle programmable.

**C** : robots programmables : c'est la première génération de robots industriels ; ils répètent les mouvements qu'on leur a appris ou programmés, sans informations sur l'environnement ou la tâche effectuée. On peut aussi faire la distinction entre robots "play-back" qui reproduisent la tâche apprise et robots à commande numérique qui peuvent être programmés hors-ligne. Pour de nombreux robots, l'apprentissage de la tâche se fait à l'aide d'un "syntaxeur" ("boîte à boutons", "teach pendant") qui permet à un opérateur d'amener le robot en un certain nombre de points, qui sont ensuite mémorisés ; lors de l'exécution de la tâche, le robot suivra une trajectoire passant successivement par tous les points programmés, le passage d'un point au suivant se faisant suivant un profil de vitesse en fonction du temps qui est pré-défini (triangulaire ou trapézoïdal), l'opérateur n'ayant qu'à choisir la fraction de la vitesse maximum à laquelle il souhaite que le robot effectue la tâche. Pour certains robots, par exemple les robots de peinture, qui doivent suivre une trajectoire complexe qu'il est difficile d'exprimer mathématiquement, un opérateur humain spécialiste de la tâche effectue

la trajectoire en guidant le bras du robot à l'aide d'un "pantin", et l'entièreté de la trajectoire est mémorisée par le robot. [3]

**D** : robots "intelligents". On trouve actuellement des robots de seconde génération qui sont capables d'acquérir et d'utiliser certaines informations sur leur environnement (systèmes de vision, détecteurs de proximité, capteurs d'efforts, ... ). On étudie des robots de troisième génération, capables de comprendre un langage oral proche du langage naturel et de se débrouiller de façon autonome dans un environnement complexe, grâce à l'utilisation de l'intelligence artificielle.

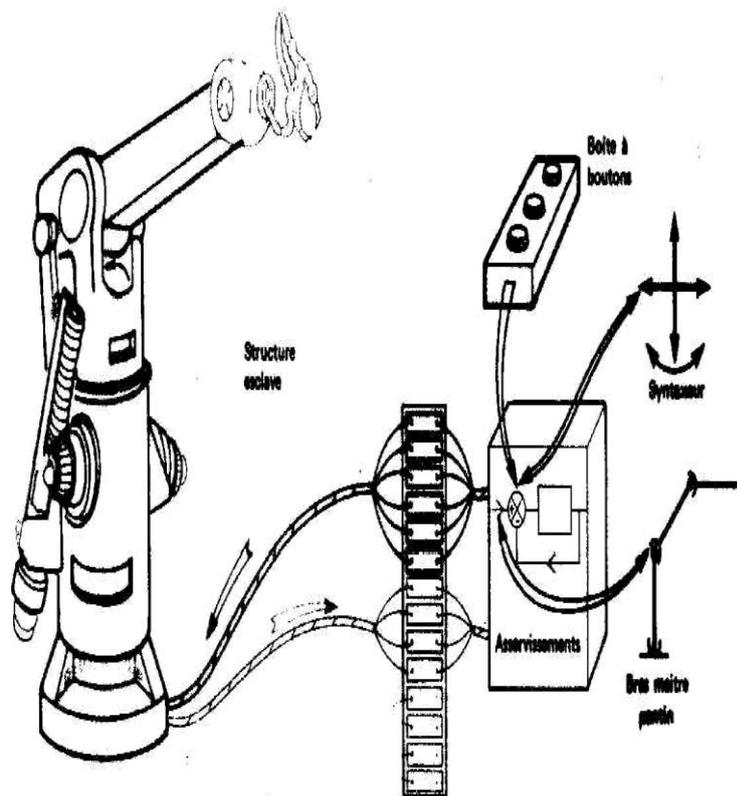
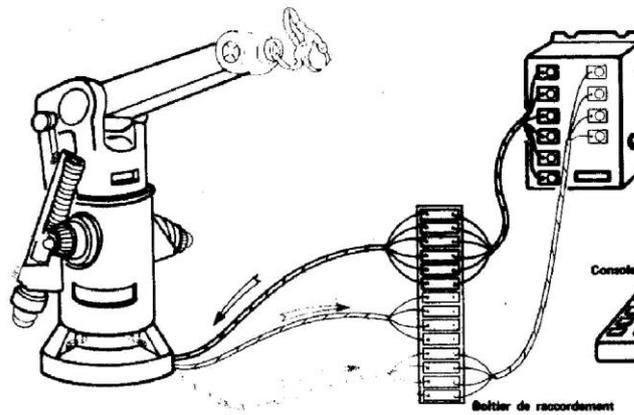
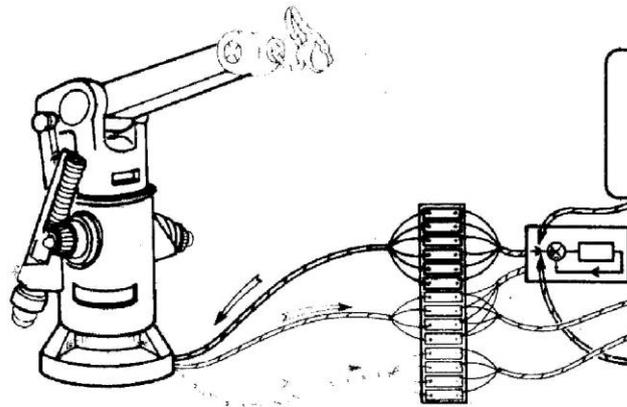


Figure 1.2 : classe A : Télémanteur

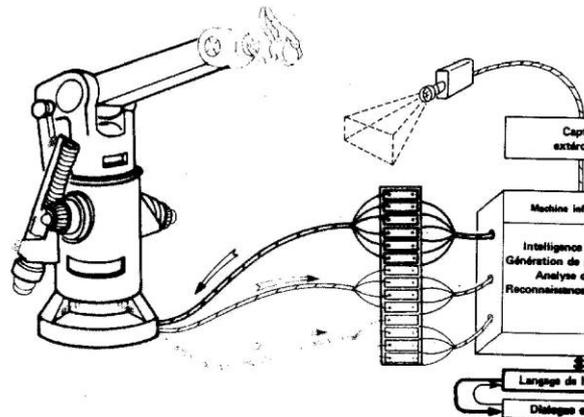
En Europe et aux U.S.A., seuls les éléments des classes C et D sont appelés "robots", les américains appellent aussi manipulateurs ou robots "pick and place" certains manipulateurs de classe B.



classe B : Manipulateur à cycle pré-réglé



classe C : Robot programmable



classe D : Robot "intelligent"

Figure 1-3 : Classe B (robot intelligent)

### 1.9.2. Classification géométrique

On peut aussi classer les robots suivant leur configuration géométrique, autrement dit l'architecture de leur porteur. Les 3 premiers ddl d'un robot peuvent être réalisés avec un grand nombre de combinaisons de translations (max. 3T) et de rotations (max.

3R), autrement dit par des articulations prismatiques (P) ou rotoïdes (R) ; en pratique, on n'utilise que 4 ou 5 d'entre elles :

- porteur cartésien (TTT ou PPP) : les 3 axes sont animés d'un mouvement de translation.
- porteur en coordonnées cylindriques (RTT ou RPP) : un mouvement de rotation et une translation axiale, complétées par une translation radiale
- porteur en coordonnées polaires ou sphériques (RRT ou RRP) : deux rotations (longitude et latitude) autour d'axes orthogonaux, complétées par une translation radiale
- porteur en coordonnées universelles, appelé aussi configuration polyarticulée ou anthropomorphe (RRR), trois rotations dont les deux dernières se font autour d'axes parallèles orthogonaux au premier, les trois articulations correspondant respectivement au tronc (base), à l'épaule et au coude d'un être humain.

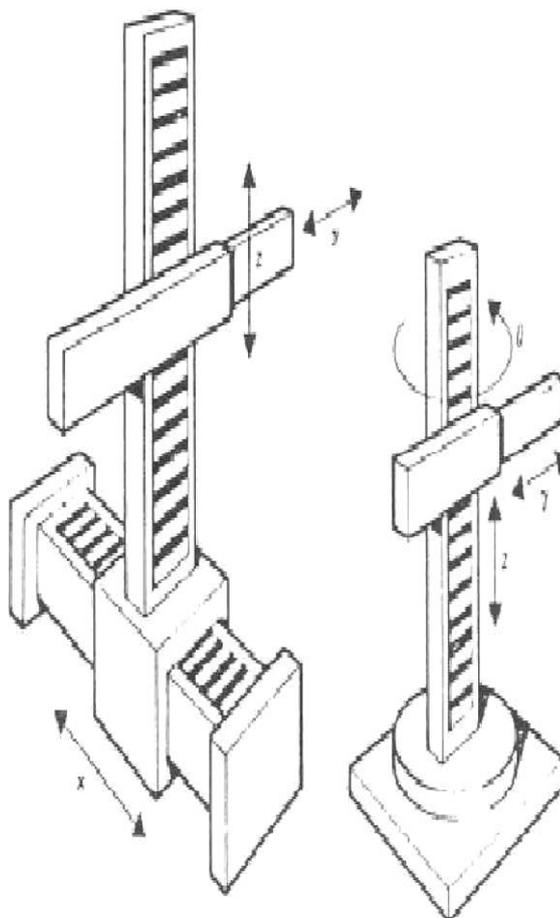


Fig 1.4 : Coordonnées cartésiennes et cylindriques

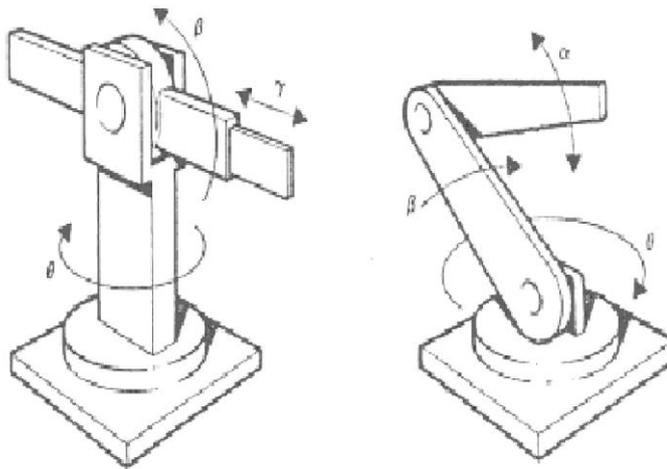


Fig 1.5 : Coordonnées polaires et universelles

Une cinquième architecture comprend deux rotations autour de deux axes parallèles, précédées ou suivies d'une translation dans la même direction (éventuellement celle-ci peut être reportée au niveau du poignet, qui peut aussi tourner autour du même axe, soit au total 4 ddm). Cette architecture est celle des robots SCARA (Selective Compliance Arm for Robotic Assembly) que l'on utilise dans des opérations d'assemblage.



Fig 1.6 : Robot SCARA

### 1.10. Description d'une cellule robotisée

Généralement une cellule robotisée est constituée des composants suivants ;

**1.10.1. Le mécanisme** ayant une structure proche de celle du bras humain, il permet de remplacer ou de prolonger son action, ses mouvements sont menés par des actionneurs électriques pneumatiques ou hydrauliques et qui transmettent leurs mouvements aux articulations par des systèmes appropriés.

**1.10.2. La perception** elle permet de gérer les relations entre le robot et son environnement les organes de perception sont des capteurs qui peuvent mesurer l'état interne du robot comme les positions et les vitesses des articulations, ou bien d'autres capteurs qui recueillent les informations sur l'environnement comme la détection d'objet ; vision artificielle mesure de distance etc..

**1.10.3. La commande** synthèse des consignes des asservissements pilotant les actionneurs.

**1.10.4. Interface homme machine** dispositif à travers lequel l'utilisateur programme les tâches que le robot doit exécuter. Ce dispositif peut être une console de commande embarquée au robot ou un micro-ordinateur distant.

**1.10.5. Le poste de travail** l'endroit ou l'environnement dans lequel évolue le robot.

## **1.11. Description des robots**

### **1.11.1. Définitions**

Le Petit Larousse définit un robot comme étant un appareil automatique capable de manipuler des objets, ou d'exécuter des opérations selon un programme fixe ou modifiable.

En fait, l'image que chacun s'en fait est généralement vague, souvent un robot est défini comme un manipulateur automatique à cycles programmables.

Pour "mériter" le nom de robot, un système doit posséder une certaine flexibilité, caractérisée par les propriétés suivantes : **[4]**

**1.11.2. La versatilité** Un robot doit avoir la capacité de pouvoir exécuter une variété de tâches, ou la même tâche de différente manière.

**1.11.3. L'auto-adaptativité** Un robot doit pouvoir s'adapter à un environnement changeant au cours de l'exécution de ses tâches.

L'Association Française de Normalisation (A.F.N.O.R.) définit un robot comme étant un système mécanique de type manipulateur commandé en position, reprogrammable, polyvalent (i.e., à usages multiples), à plusieurs degrés de liberté, capable de manipuler des matériaux, des pièces, des outils et des dispositifs spécialisés, au cours

de mouvements variables et programmés pour l'exécution d'une variété de tâches. Il a souvent l'apparence d'un, ou plusieurs, bras se terminant par un poignet. Son unité de commande utilise, notamment, un dispositif de mémoire et éventuellement de perception et d'adaptation à l'environnement et aux circonstances. Ces machines polyvalentes sont généralement étudiées pour effectuer la même fonction de façon cyclique et peuvent être adaptées à d'autres fonctions sans modification permanente du matériel.

## 1.12. Constituants mécanique d'un robot manipulateur

### 1.12.1. Structure mécanique

La structure mécanique du robot manipulateur peut être divisée en deux parties distinctes comme le montre la figure

♦ **Organe terminal** : les tâches qui sont dévolues aux robots sont très variées. Pour chaque opération ou travail spécifique, l'organe terminal prend un aspect particulier

♦ **Élément porteur** : il est composé d'un ensemble de corps souples ou rigides liés par des articulations, servant à déplacer l'organe terminal d'une configuration à une autre.

Avant de décrire les relations géométriques entre les différents corps du robot, on définit les notions suivantes :

- **Degré de liberté** : nombre de paramètres utilisés pour spécifier la configuration d'un élément de la chaîne cinématique par rapport à un autre.
- **Degré de mobilité** : toute articulation est caractérisée par son degré de mobilité  $m$ , c'est-à-dire le nombre de degrés de liberté entre deux corps successifs de la chaîne cinématique ( $0 \leq m \leq 6$ )
- **Espace articulaire** : représente l'état des corps composant le robot en fonction des variables articulaires, sa dimension  $n$  est égale au nombre de degrés de liberté du robot.
- **Espace opérationnel** : décrit la position et l'orientation de l'organe terminal du robot par rapport à un repère de référence, sa dimension  $m \leq 6$ .

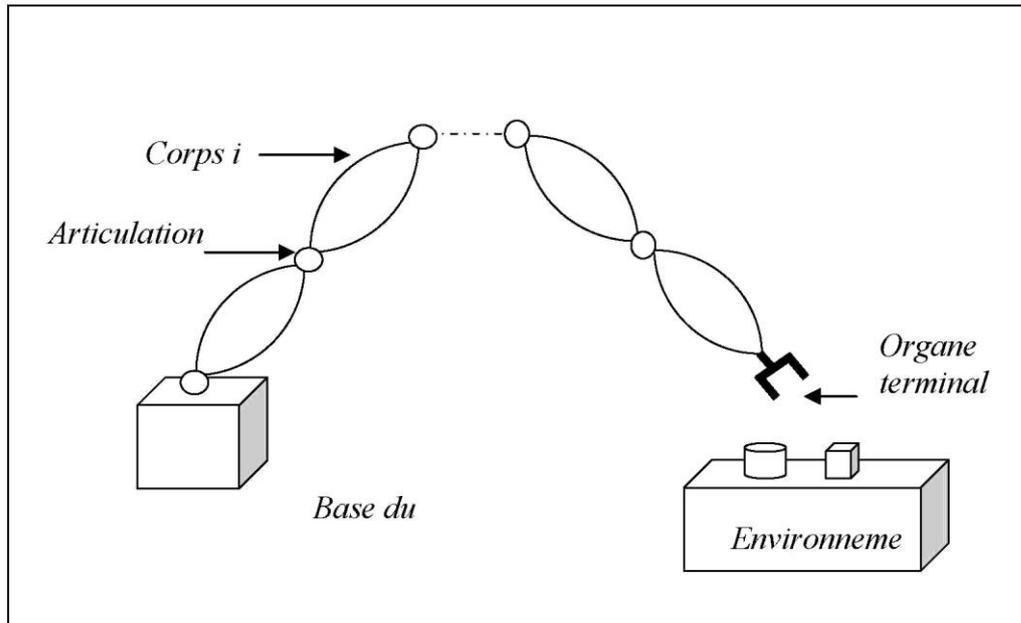


Fig 1.7 : Robot a chaine ouverte simple

### 1.13. Organe terminal

Sous le terme **organe terminal**, on regroupe tout dispositif destiné à manipuler des objets (dispositifs de serrage, dispositifs magnétiques, à dépression, ...), ou à les transformer (outils, torche de soudage, pistolet de peinture, ...). En d'autres termes, il s'agit d'une interface permettant au robot d'interagir avec son environnement. Un organe terminal peut être multi-fonctionnel, au sens où il peut être équipé de plusieurs dispositifs ayant des fonctionnalités différentes. Il peut aussi être mono-fonctionnel, mais interchangeable. Un robot, enfin, peut-être *multi-bras*, chacun des bras portant un organe terminal différent. On utilisera indifféremment le terme *organe terminal*, *préhenseur*, *outil* ou *effecteur* pour nommer le dispositif d'interaction fixé à l'extrémité mobile de la structure mécanique. [5]

### 1.14. Système mécanique articulé

Le **système mécanique articulé** (S.M.A.) est un mécanisme ayant une structure plus ou moins proche de celle du bras humain. Il permet de remplacer, ou de prolonger, son action (le terme "manipulateur" exclut implicitement les robots mobiles autonomes). Son rôle est d'amener l'*organe terminal* dans une situation (position et orientation) donnée, selon des caractéristiques de vitesse et d'accélération données. Son architecture est une chaîne cinématique de corps, généralement rigides (ou

supposés comme tels), assemblés par des liaisons appelées *articulations*. Sa motorisation est réalisée par des *actionneurs* électriques, pneumatiques ou hydrauliques qui transmettent leurs mouvements aux *articulations* par des systèmes appropriés. [6]

Précisons la notion d'**articulation** : Une *articulation* lie deux corps successifs en limitant le nombre de degré de liberté de l'un par rapport à l'autre. Soit  $m$  le nombre de degré de liberté résultant, encore appelé *mobilité de l'articulation*. La mobilité d'une articulation est telle que

$$0 \leq m \leq 6$$

Lorsque  $m = 1$  ; ce qui est fréquemment le cas en robotique, l'*articulation* est dite *simple* : soit *rotoïde*, soit *prismatique*.

- **Articulation rotoïde** : Il s'agit d'une articulation de type pivot, notée  $R$ , réduisant le mouvement entre deux corps à une rotation autour d'un axe qui leur est commun. La situation relative entre les deux corps est donnée par l'angle autour de cet axe (voir la figure suivante).

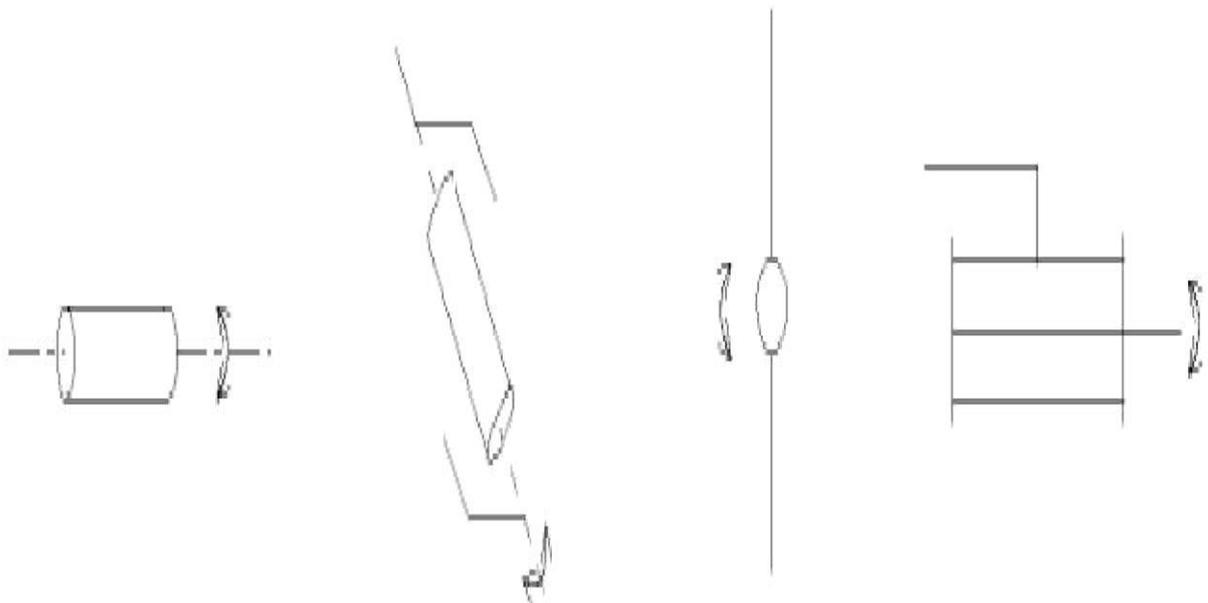


Fig 1.8 : Symbole de l'articulation *rotoïde*

- **Articulation prismatique** : Il s'agit d'une articulation de type glissière, notée  $P$ , réduisant le mouvement entre deux corps à une translation le long d'un axe commun. La situation relative entre les deux corps est mesurée par la distance le long de cet axe (voir la figure suivante).

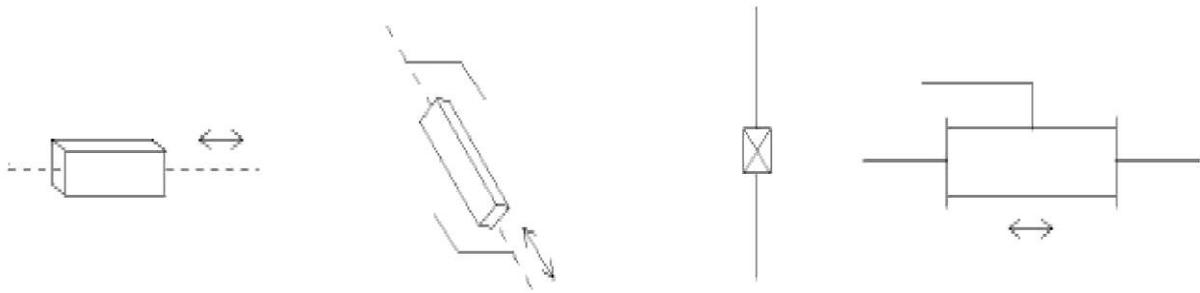


Fig 1.9 : Symbole de l'articulation *prismatique*

**Remarque** : Une articulation complexe, *i.e.*, avec une *mobilité* supérieure à 1, peut toujours se ramener à une combinaison d'articulations *prismatique* ou *rotoïde*. Par exemple, une rotule est obtenue avec trois articulations rotoïdes dont les axes sont concourants

Pour être animé, le S.M.A. comporte des moteurs le plus souvent avec des transmissions (courroies crantées), l'ensemble constitue les **actionneurs**. Les actionneurs utilisent fréquemment des moteurs *électriques* à aimant permanent, à courant continu, à commande par l'induit (la tension n'est continue qu'en moyenne car en général l'alimentation est un hacheur de tension à fréquence élevée ; bien souvent la vitesse de régime élevée du moteur fait qu'il est suivi d'un réducteur, ce qui permet d'amplifier le couple moteur). On trouve de plus en plus de moteurs à commutation électronique (sans balais), ou, pour de petits robots, des moteurs pas à pas.

Pour les robots devant manipuler de très lourdes charges (par exemple, une pelle mécanique), les actionneurs sont le plus souvent *hydrauliques*, agissant en translation (vérin hydraulique) ou en rotation (moteur hydraulique).

Les actionneurs *pneumatiques* sont d'un usage général pour les *manipulateurs à cycles (robots tout ou rien)*. Un manipulateur à cycles est un S.M.A. avec un nombre limité de degrés de liberté permettant une succession de mouvements contrôlés uniquement par des capteurs de fin de course réglables manuellement à la course désirée (asservissement en position difficile dû à la compressibilité de l'air) :

- La perception permet de gérer les relations entre le robot et son environnement. Les organes de perception sont des **capteurs** dits **proprioceptifs**<sup>4</sup> lorsqu'ils mesurent l'état interne du robot (positions et vitesses des articulations) et **extéroceptifs**<sup>5</sup> lorsqu'ils recueillent des

informations sur l'environnement (détection de présence, de contact, mesure de distance, vision artificielle).

- La partie **commande** synthétise les consignes des asservissements pilotant les actionneurs, à partir de la fonction de perception et des ordres de l'utilisateur. [7]

S'ajoutent à cela :

- L'interface homme-machine à travers laquelle l'utilisateur programme les tâches que le robot doit exécuter,
- Le poste de travail, ou l'environnement dans lequel évolue le robot

### 1.15. Morphologie des robots manipulateurs

Ce paragraphe est relatif aux chaînes ouvertes simples. Afin de dénombrer les différentes architectures possibles, on ne considère que 2 paramètres : le type d'articulation (rotoïde ( $R$ ) ou prismatique ( $P$ )) et l'angle que font deux axes articulaires successifs ( $0^\circ$  ou  $90^\circ$  ; sauf cas très particulier, les axes consécutifs d'un robot sont soit parallèles, soit perpendiculaires).

On convient d'appeler les 3 premiers *d.d.l.* le **porteur du robot**. Les *d.d.l.* résiduels forment le **poignet**, caractérisé par des dimensions beaucoup plus petites et une plus faible masse. Sont schématisées dans la figure qui suit les 12 morphologies possibles de porteur (ces morphologies sont non redondantes (on élimine *a priori* les structures limitant les mouvements du porteur à des déplacements linéaires ou planaires : 3 liaisons prismatiques d'axes parallèles, par exemple, ou 3 liaisons rotoïdes d'axes parallèles)). [8]

Dans la pratique, on trouve les 5 structures suivantes :

- Les porteurs anthropomorphes ( $RRR$ ), et plus précisément la première structure de cette classe (*cf.* figure précédente), comme par exemple les robots FANUC (LR, ARC), STÄUBLI RX, ACMA (V80 et SR400), UNIMATION (PUMA), SCEMI (6P-01), AID (V5), CINCINNATI (T3-7XX), AKR 3000, ASEA (IRB6 et 60), KUKA (IR600), AXEA (V08) ;
- Les porteurs sphériques ( $RRP$ ) comme par exemple les robots STANFORD, UNIMATION (1000, 2000, 4000), PSA (BARNABE) ;

- Les porteurs toriques (*RPR*) et plus précisément la première structure de cette classe, comme par exemple les robots ACMA (H80), les robots de type SCARA (IBM, AXERA, ADEPT,...) ;

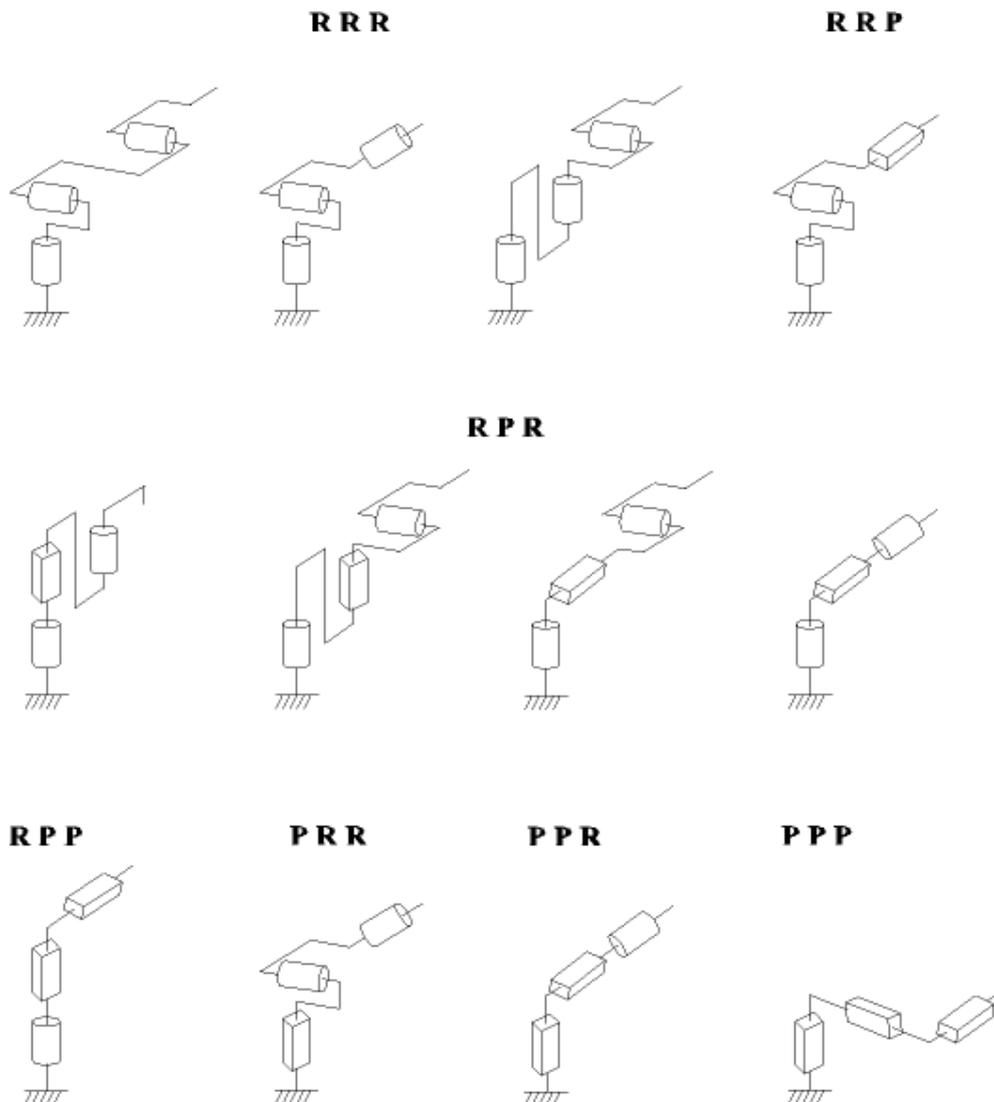


Fig 1.10 : Morphologie des robots manipulateurs

- Les porteurs cylindriques (*RPP*) comme par exemple les robots ACMA (TH8), MANTEC (A, I et M), CINCINNATI (T3-363) ;
- Les porteurs cartésiens (*PPP*) comme par exemple les robots ACMA (P80), IBM (7565), SORMEL (CADRATIC), OLIVETTI (SIGMA).

La structure *RRR* dont les 3 axes sont concourants forme ainsi une rotule et s'utilise plus généralement comme un *poignet*. D'autres types de poignets de un à trois axes sont représentés sur la figure suivante :

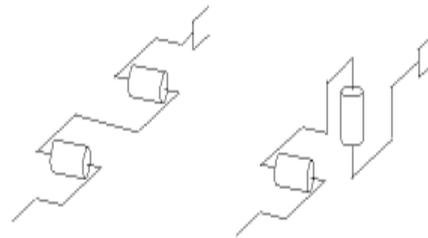
**poignet à 1 axe**



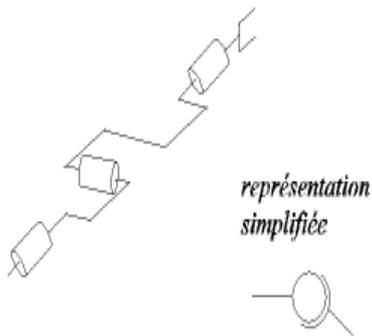
**poignet à 2 axes concourants**



**poignet à 2 axes non concourants**



**poignet à 3 axes concourants (rotule)**



**poignet à 3 axes non concourants**

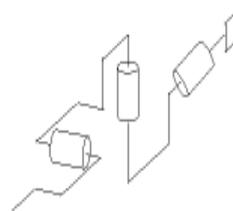


Fig 1.11 : les types de poignets

Dans la pratique, le *poignet* de type rotule est très répandu. Le robot, obtenu en lui associant un porteur à 3 *d.d.l.*, est la structure la plus classique à 6 *d.d.l.* Elle permet d'assurer un découplage entre la position et l'orientation de l'organe terminal :

- Le porteur a pour rôle de fixer la position du point d'intersection, noté  $P$ , des axes des 3 dernières articulations (centre du poignet) ; cette position ( $P$ ) ne dépend que de la configuration des solides (corps) 1, 2 et 3 (*i.e.*, du porteur),
- Le poignet est destiné à l'orientation de l'organe terminal (pince, outil).

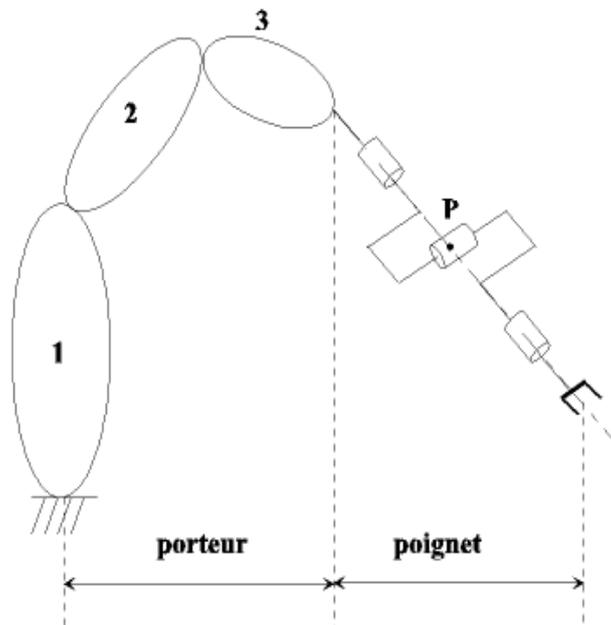


Fig 1.12 : le schéma d'un porteur.

## 1.16. Définitions et terminologie

### 1.16.1. Redondance

Les systèmes robotiques présentent généralement un degré de complexité qui impose de reconsidérer les techniques de modélisation et de commande de leur comportement.

L'une des dimensions particulières dans la complexité des systèmes est liée au nombre de leur degré de liberté qui peut induire une redondance/abondance vis-à-vis des tâches à réaliser.

Un robot est redondant lorsque le nombre de degrés de liberté de l'organe terminal est inférieur au nombre d'articulations motorisées.

### 1.16.2. Singularité

Les mouvements d'un manipulateur sont observés dans l'espace cartésien. Ces mouvements sont donnés au manipulateur par les actionneurs, que l'on décrit dans l'espace articulaire. Donc, quand les actionneurs ont des vitesses  $\dot{\theta}$ . On doit pouvoir connaître les vitesses  $\dot{X}$  que cela impose à l'effecteur dans toutes les directions. La correspondance entre ces deux mesures doit donc être établie, en vue d'imposer aux actionneurs les vitesses articulaires requises pour amener l'effecteur à se déplacer de la façon prescrite dans l'espace cartésien. [9,10]

Cette relation prend la forme suivante, où A et B sont les matrices jacobiennes du manipulateur

$$A\dot{X} = B\dot{\theta} \quad (1.1)$$

Dans certains cas, selon la position du manipulateur, cette relation n'amène plus de solution unique ou d'égénère, c'est-à-dire qu'une entrée nulle amène une sortie non nulle ou vice-versa. Ces positions sont appelées les configurations singulières ou singularités du manipulateur. Les lieux de singularité regroupent toutes les configurations singulières d'un mécanisme.

Les singularités des manipulateurs parallèles se présentent sous trois formes distinctes. Les types rencontrés sont décrits par Gosselin et Angeles (1990). Essentiellement, les singularités sont classifiées de la manière suivante :

**1. type I :** La matrice B est singulière. Ce type de singularité correspond généralement aux limites de l'espace atteignable. Dans cette situation, les vitesses cartésiennes peuvent être nulles pour des vitesses articulaires non nulles.

**2. type II :** La matrice A est singulière. Dans ce cas, des vitesses cartésiennes non nulles peuvent être observées même si les actionneurs présentent des vitesses articulaires nulles.

**3. type III :** Ce type de singularité peut se produire uniquement dans des cas particuliers, quand le manipulateur possède une architecture particulière.

Le type de la singularité qui sera étudié est celui attribué à la matrice jacobienne A, le type II. En effet, celui-ci est le plus difficile à étudier et le plus susceptible de causer des problèmes mécaniques au manipulateur, en raison de l'augmentation des forces internes.

Pour les manipulateurs parallèles non-redondants, le calcul de ces lieux est connu. Serfoui et Gosselin (1994 et 1995) ainsi que Mayer St-Onge et Gosselin(1997) en ont développé l'expression pour les manipulateurs à trois degrés de liberté. La représentation et l'expression des lieux de singularité des manipulateurs parallèles à six degrés de liberté ont été établies par Mayer St-Onge (1997)

## **1.17. Conclusion**

Dans ce chapitre on a présenté d'une manière générale la terminologie utilisée en robotique ainsi que les différents constituants et structures mécanique des robots industriels. Dans le chapitre suivant, on abordera d'une manière approfondie la modélisation mathématique des robots tenant compte du comportement cinématique et dynamique des bras manipulateurs.

## **2.1. Introduction**

Pour développer une stratégie de commande performante pour un robot, il est impératif de connaître la cinématique et la dynamique du manipulateur considéré. Pour cela on est souvent amené à décrire les différentes relations mathématiques qui permettent de définir les mouvements de ce dernier dans l'espace.

Dans la pratique courante de robotique, la description du mouvement d'un robot manipulateur dans l'espace est réalisée en fonction du modèle géométrique, cinématique et dynamique.

Dans le présent chapitre, on présentera quelques définitions concernant ces modèles ainsi que la façon de leurs obtentions.

## 2.2. Structures en chaînes ouvertes arborescentes (multiple open-tree structure)

- Certains corps sont connectés à plus de deux autres corps
- Plus possibilité de numéroter les corps de manière séquentielle
- Utilisation du concept de graphe
- Possibilité d'avoir plusieurs effecteurs (comme le corps humain)
- Rare en robotique [11]

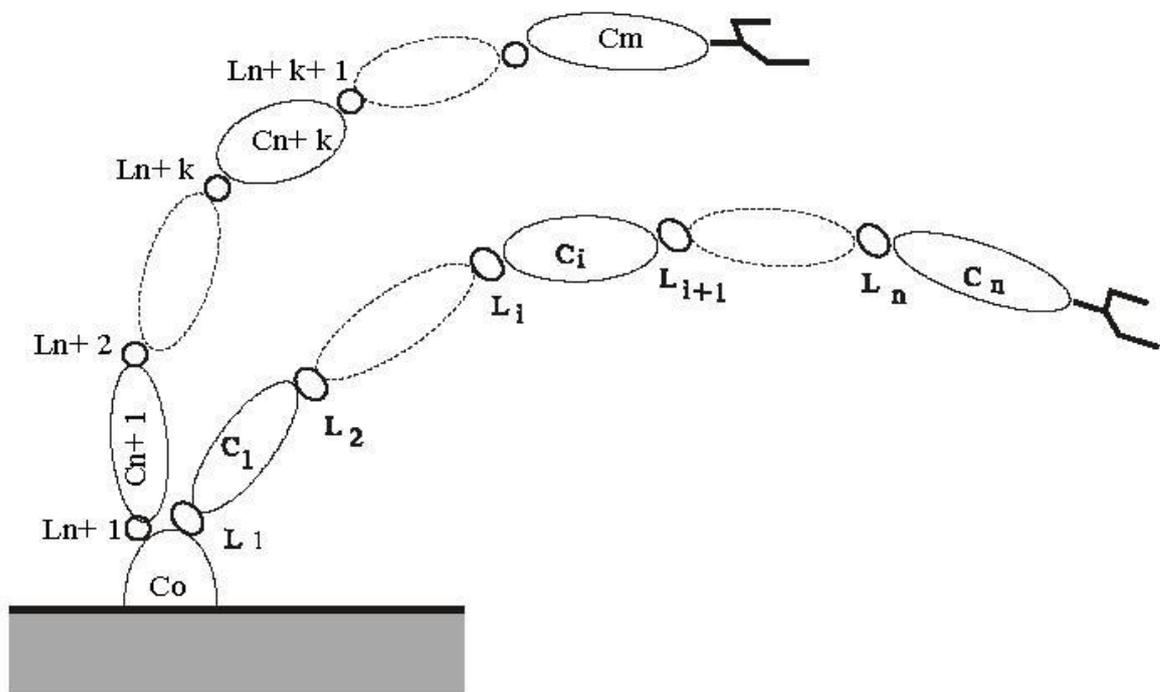


Fig 2.1 : Une chaîne arborescente

## 2.3. Structures en chaîne articulaire ouverte simple (simple open-tree structure)

- Chaque corps est attaché à seulement 2 voisins
- Structure purement séquentielle
- Architecture habituelle du robot manipulateur

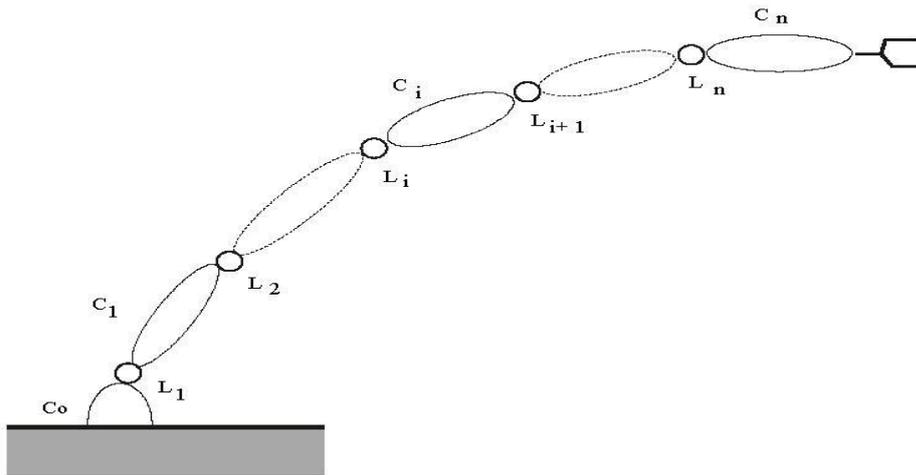


Fig 2.2 : Une chaine ouverte simple

## 2.4 Structure complexe (multiply connected structure)

- Présence de boucles fermées
- Modélisation basée sur les structures simplement connectées + contraintes liées à la fermeture des boucles
- En robotique industrielle: grande raideur, grande précision, mais faible mobilité

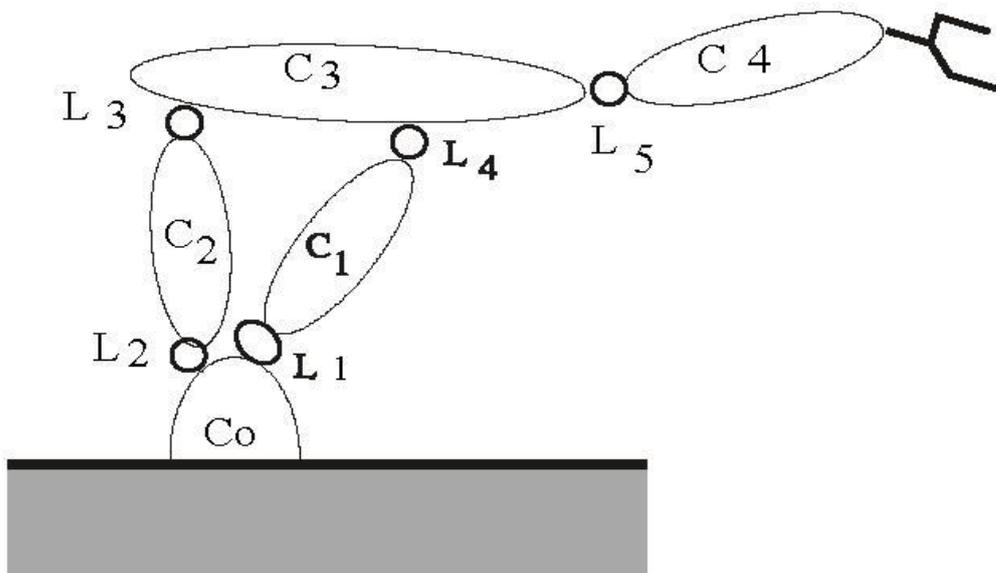


Fig 2.3 : Une chaine fermée

## 2.5. Qu'est-ce qu'un système multi corps ?

Un vélo, une voiture, un camion, un hélicoptère, une grue, un moteur, un robot, un satellite, le corps humain : tous sont des exemples de systèmes multicorps. On les appelle également des systèmes mécaniques articulés.

Un système multicorps est un système composé de plusieurs parties rigides ou flexible, appelées des corps, qui sont reliés entre eux par des articulations.

On distingue souvent ces systèmes selon leur structure. Celle-ci peut être de type arborescente ou ouverte, lorsque sa topologie peut être représentée par un arbre, ou bien de type bouclée ou fermée, lorsque le graphe topologique contient des cycles. La figure1 illustre les deux types de topologie, ouverte ou fermée.[12]

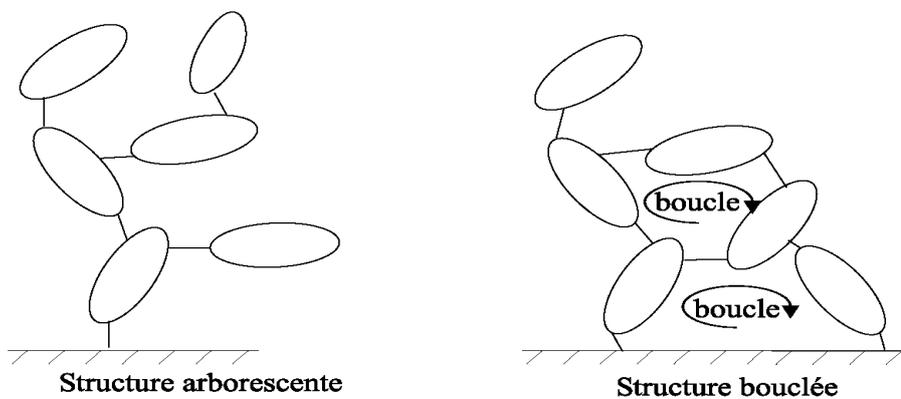


Fig 2.4 : Structure arborescente ou bouclé

A l'époque actuelle, de nombreuses applications impliquent l'étude de tels systèmes. Ceux-ci sont modélisés et analysés à l'aide d'ordinateurs pour en comprendre et pour en améliorer le fonctionnement ou même pour mieux les concevoir.

Dans le domaine du sport et de la compétition, on étudie les mouvements des athlètes. Dans le domaine de l'automobile et des transports, on recherche continuellement à améliorer les performances, le confort et la sécurité des voitures, des camions et des trains. Dans le domaine aéronautique, les dispositifs de contrôle des avions et des hélicoptères sont constitués de mécanismes complexes dont le comportement dynamique est étudié pour en garantir le fonctionnement correct et performant.

Dans l'espace, des bras robotiques sont utilisés par les astronautes pour extraire les satellites de la navette ou pour l'assemblage et la construction de la station spatiale internationale. A quelques centaines de millions de kilomètres de la terre, les robots mobiles d'exploration Séjourner, Spirit et Opportunité, sont tour à tour partis à la découverte du sol martien.

Quel que soit le domaine d'application, l'étude de ces systèmes repose entre autres choses sur l'utilisation d'équations qui en décrivent le comportement.

Nous avons tous été confrontés à des équations au cours de nos études :

$$y = ax + b \quad f = ma \quad U = RI \quad E = mc^2 \quad (2.1)$$

Quelques soient les domaines desquels ces équations proviennent, il s'agit toujours des expressions écrites à l'aide de symboles qui représentent des opérations arithmétiques + ; - ; / ou autres ainsi des variables  $x, y, \dots$  ou des paramètres  $a, b, \dots$ .

Nous nous souvenons également que cela devenait fastidieux et difficile lorsque le problème était compliqué et qu'il n'y avait plus, une seule mais, plusieurs équations à traiter. Heureusement, pour ces situations difficiles qui correspondent bien souvent aux applications réelles, nous disposons actuellement des ordinateurs. Ces machines à calculer extraordinaires sont bien utiles aux ingénieurs pour les aider à évaluer et à résoudre les équations lorsqu'elles sont nombreuses et compliquées.

Mais pour qu'ils exécutent un travail de calcul, les ordinateurs ont besoin d'instructions, de programmes. Naturellement, il y a plusieurs possibilités pour donner ces instructions à un ordinateur. L'une de ces possibilités est précisément d'écrire ces instructions sous la même forme que les équations que nous écrivons à la main. Dans ce cas, il est donc nécessaire d'écrire ces équations, ce qui constitue un travail fastidieux, comme nous l'avons déjà dit. L'idée intéressante est alors d'utiliser l'ordinateur pour écrire les équations. Cette première phase d'écriture des équations par l'ordinateur, sous la même forme symbolique que nous connaissons, s'appelle la génération symbolique.

Une fois ces équations générées, l'ordinateur va ensuite pouvoir les utiliser pour effectuer les calculs requis, par exemple pour l'étude du mouvement d'un système multicorps, puisque c'est le domaine qui nous intéresse. Lorsque le système devient complexe ou de grande taille, le nombre d'équations augmente, et le temps nécessaire pour exécuter les calculs également. Une solution pour réduire le temps de calcul consiste alors à utiliser plusieurs ordinateurs ou bien, un ordinateur qui contient plusieurs processeurs.

Un nouveau problème surgit alors : celui de la répartition du travail. Certaines règles classiques du travail en groupe sont d'application ici : l'efficacité de l'équipe sera meilleure si chacun peut effectuer sa partie du travail sans avoir besoin des autres, ou alors avec un minimum d'interactions. En ce qui nous concerne, il s'agit donc de

séparer l'ensemble des équations à calculer et de constituer des sous ensembles suffisamment indépendants afin qu'ils puissent être exécutés efficacement par les différents processeurs utilisés. Cette phase de division et de répartition des équations s'appellent la **parallélisation**.

Après ces quelques explications qui nous permettent de mieux comprendre le titre de ce travail, nous vous proposons de découvrir le domaine dans lequel ce travail s'inscrit, à savoir, la modélisation et l'étude de la dynamique des systèmes multicorps.

Après ces quelques explications qui nous permettent de mieux comprendre le titre de ce travail, nous vous proposons de découvrir le domaine dans lequel ce travail s'inscrit, à savoir, la modélisation et l'étude de la dynamique des systèmes multicorps.

### **2.5.1. Modélisation des systèmes multicorps**

Dans toute démarche de modélisation de système, l'objectif de l'ingénieur est d'obtenir des équations qui représentent le comportement du système étudié.

Afin d'écrire ces équations, il est tout d'abord nécessaire de se donner un jeu de variables qui permettent de décrire la configuration, ou l'état, du système : ce sont les coordonnées généralisées. Différents choix de coordonnées sont possibles. Selon les coordonnées choisies, l'ingénieur peut alors utiliser différentes méthodes, ou formalismes pour écrire les équations permettant d'étudier le comportement du système. Dans le cas des systèmes multicorps, ces équations concernent les mouvements des corps qui sont soumis aux lois de la mécanique rationnelle.

On distingue deux problèmes classiques dans l'analyse dynamique des systèmes multicorps :

- 1- Le problème dynamique inverse consiste à déterminer les efforts  $Q$  à transmettre par les articulations du système afin que celui-ci évolue selon une trajectoire prescrite par les valeurs  $q$  des coordonnées généralisées ainsi que par les valeurs de leurs dérivées premières  $\dot{q}$  et secondes  $\ddot{q}$  .

On peut l'exprimer par l'équation globale suivante :

$$Q = (q, \dot{q}, \ddot{q}) \quad (2.2)$$

- 2- Le problème dynamique direct consiste à déterminer les accélérations généralisées  $q$  lorsque le système est soumis aux forces articulaires  $Q$  dans

une configuration connue en terme de valeurs des coordonnées généralisées  $q$  et de leur dérivée première  $\dot{q}$

On peut l'exprimer par l'équation globale suivante :

$$\ddot{q} = \ddot{q}(q, \dot{q}, \ddot{Q}) \quad (2.3)$$

Typiquement, la dynamique inverse concerne le contrôle de robot et la dynamique directe concerne la simulation des systèmes multicorps, quels qu'ils soient.

Les accélérations généralisées  $\ddot{q}$  et les forces articulaires  $Q$  dépendent linéairement les unes des autres. Cette dépendance est exprimée par la relation suivante qui correspond aux équations du mouvement du système :

$$M(q)\ddot{q} + c(q, \dot{q}, F_{ext}, L_{ext}, g) = Q \quad (2.4)$$

$M(q)$  : représente la matrice de masse généralisée du système.

$c(q, \dot{q}, F_{ext}, L_{ext}, g)$  ; regroupe les termes gyroscopiques, de coriolis, de gravité, et les forces couple extérieures appliquées sur le corps, ainsi que la gravité.

Dans la plupart des cas, les équations du mouvement sont accompagnées d'un ensemble d'équations supplémentaires qui expriment des relations entre les coordonnées généralisées. Ce sont des équations de contraintes. Le nombre et la nature des équations de contraintes dépendent essentiellement du choix des coordonnées, de la structure du système et des conditions auxquelles le système est soumis. Ces équations de contraintes sont algébriques et généralement non linéaires. On les écrit souvent sous la forme implicite suivante :

$$h(q) = 0 \quad (2.5)$$

L'ensemble des équations nécessaires à l'étude du mouvement d'un système multicorps soumis à des contraintes est alors le suivant :

$$M(q)\ddot{q} + c(q, \dot{q}, F_{ext}, L_{ext}, g) = Q + J(q)^T \gamma \quad (2.6)$$

$$h(q) = 0 \quad (2.7)$$

$J(q) = \frac{\partial h(q)}{\partial \dot{q}}$  est la matrice jacobienne associée aux contraintes.

$\gamma$  : Le vecteur des multiplicateurs de Lagrange.

La présence simultanée d'équations différentielles et algébriques pose une difficulté. En effet leur intégration numérique nécessite l'utilisation de méthodes particulières. Il est toutefois possible de les transformer en équations purement différentielles. En pratique les dérivées premières et secondes des équations de contraintes.

$$\dot{h}(q, \dot{q}) = J(q)\dot{q} \quad (2.8)$$

$$\ddot{h}(q, \dot{q}, \ddot{q}) = J(q)\ddot{q} + \check{J}\dot{q} \quad (2.9)$$

Nous présentons dans les paragraphes qui suivent les différentes options les plus classiques en ce qui concerne :

1. le choix des coordonnées pour représenter la configuration d'un système multi corps,
2. les formalismes utilisés pour obtenir les équations du mouvement du système,
3. les méthodes de traitements des équations de contraintes,
4. les différentes formulations des équations du mouvement en vue de leur utilisation pour l'analyse numérique du comportement du système.

### **2.5.2. Coordonnées**

Le choix des coordonnées a une influence directe sur le type de formalisme utilisable et le nombre d'équations obtenues pour la modélisation mathématique d'un système multicorps. Il existe de différents types de coordonnées dont les plus connues sont les suivantes.

### **2.5.3. Coordonnées absolues**

Les coordonnées absolues expriment les positions et orientations des corps par rapport à un repère d'origine unique. Six coordonnées, trois pour les translations et trois pour les rotations, sont utilisées pour décrire la configuration individuelle de chaque corps du système.

Le nombre de coordonnées est alors bien souvent très supérieur au nombre de degrés de liberté du système.

Elles ont l'avantage de rendre l'écriture des équations du mouvement des corps très directe et très facile. De plus, la matrice de masse globale du système est constante et (bloc) diagonale, et les équations du mouvement des corps sont très simples et peuvent être calculées indépendamment pour chaque corps.

En revanche, les restrictions imposées par les articulations au niveau des mouvements relatifs des corps les uns par rapport aux autres, nécessitent l'écriture d'équations de contraintes relativement complexes. De une à cinq équations de contraintes sont nécessaires selon le type d'articulation, ce qui compense largement la simplicité des équations du mouvement. Ainsi, que le système soit arborescent ou contienne des boucles cinématiques, on obtient systématiquement un jeu d'équations différentielles

et algébriques. Le nombre d'équations est alors bien plus grand que dans le cas de l'utilisation de coordonnées relatives.

#### 2.5.4. Formalismes

Dans le cas de l'utilisation de coordonnées absolues, l'écriture des équations du mouvement du système multicorps ne repose pas à proprement parler sur l'utilisation d'un formalisme particulier. Les équations de Newton (2.10) et d'Euler (2.11) peuvent être écrites directement pour chaque corps.

$$F = m\ddot{R}^G \quad (2.10)$$

$$I^G \dot{\omega} + \dot{\omega} I^G \omega = L^G \quad (2.11)$$

$\ddot{R}^G$  : est l'accélération absolue du centre de masse du corps

$m$  : est la masse du corps

$F$  : est la résultante des forces appliquées sur le corps

$I^G$  : est le tenseur d'inertie du corps, par rapport à son centre de masse

$\omega$  : est le vecteur vitesse angulaire du corps

$L^G$  : est la résultante des moments des forces appliquées sur le corps, par rapport à son centre de masse.

## 2.6. Structure géométrique

Parmi les diverses méthodes utilisées pour déterminer la position et l'orientation de l'organe terminal par rapport au repère de référence, la plus répandue est celle de Denavit-hartenberg. [13]

Un robot avec  $n$  articulations aura  $n + 1$  liens, la numérotation des liens commencent de 0 pour l'immobile fondé (base Link) et augmente séquentiellement à  $n$  pour l'organe terminal.

La numérotation des articulations commencent de 1 pour l'articulation reliant le premier lien mobile vers le lien de base, et augmente séquentiellement à  $n$ .

Le lien  $i$  est connecté avec son lien inférieur ( $i - 1$ ) à son extrémité proximale par l'articulation  $i$  et est relié à son lien supérieur ( $i + 1$ ) à son extrémité distale par l'articulation  $i + 1$ .

Le schéma suivant montre les liens ( $i - 1$ ),  $i$ , ( $i + 1$ ) d'un robot, avec les articulations ( $i - 1$ ),  $i$ , ( $i + 1$ ). chaque articulation est indiquée par son axe ; qui peut être de rotation ou de translation. Pour rapporter l'information cinématique des composants de robot, nous attachons rigidement un  $B_i$  de coordonnées locales à chaque lien ( $i$ ) à

l'articulation  $i + 1$  basé sur la méthode standard suivante, connue sous le nom de méthode (DH) de Denavit-Hartenberg.

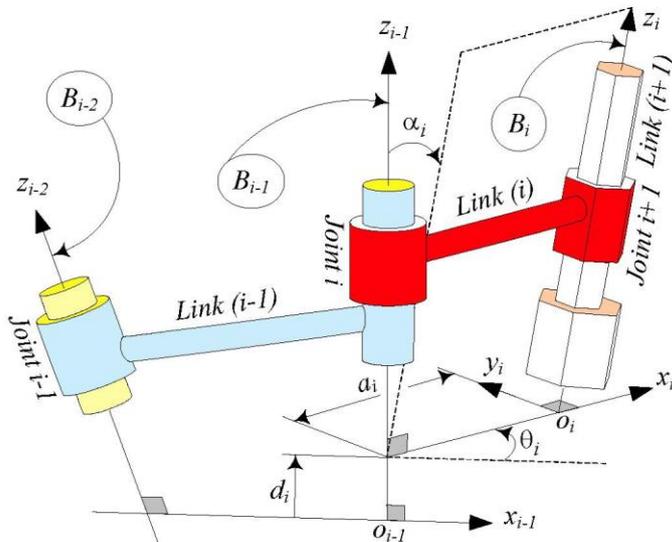


Fig 2.5 : Paramétrage de Denavit\_Hartenberg.

Les paramètres de (D-H)  $a_i, \alpha_i, d_i, \theta_i$  défini pour l'articulation  $i$  et lien  $i$ .

1.  $a_i$  (Link length) est la distance entre  $z_{i-1}$  and  $z_i$  le long de l'axe  $x_i$

$a_i$  est la longueur cinématique du lien  $i$ .

2.  $\alpha_i$  (Link twist) est la rotation exigée de l'axe  $z_{i-1}$  autour  $x_i$  pour devenir parallèle a l'axe  $z_i$
3.  $d_i$  (joint distance) est la distance entre  $x_{i-1}$  et  $x_i$  le long de l'axe  $z_{i-1}$  il est aussi appelé (Link offset).
4.  $\theta_i$  (joint angle) est la rotation exigée de l'axe  $x_{i-1}$  autour de l'axe  $z_{i-1}$  pour devenir parallèle a l'axe  $x_i$  .

Méthode de (D-H) destinée à systématiser la modélisation de n'importe quel type de robot.

Ses principaux avantages sont :

- Simplification maximale du modèle géométrique
- Etablissement d'une norme reconnue par tous.

## 2.6.1. Modèle géométrique

### 2.6.1.1. Modèle géométrique direct

Le modèle géométrique direct permet de déterminer la position et l'orientation de l'organe terminal du manipulateur par rapport à un repère de référence en fonction des variables articulaires, le modèle s'écrit :

$$X = f(q) \quad (2.12)$$

$q = (q_1, q_2, \dots, q_n)^T \in R^n$  : Vecteur des variables articulaires

$X = (x_1, x_2, \dots, x_m)^T \in R^m$  : Vecteur des variables opérationnelles,  $m \leq n$ .

Par exemple, si le manipulateur se déplace dans l'espace on pose  $m=6$  (3 coordonnées pour la position et 3 coordonnées pour la rotation). S'il se déplace dans un plan on pose  $m=2$  et si en plus on est concerné par la rotation on pose  $m=3$ .

La position de l'organe terminal peut être définie par des coordonnées cartésiennes, cylindriques ou sphériques. Le choix d'une structure particulière est guidé par les caractéristiques du robot, ainsi que par celle de la tâche à réaliser. [14]

#### 2.6.1.2. Modèle géométrique inverse

Le modèle géométrique inverse permet de déterminer le vecteur des variables articulaires à partir du vecteur de coordonnées opérationnelles, le modèle s'écrit :

$$q = f^{-1}(x) \quad (2.13)$$

Parmi les méthodes utilisées pour déterminer le modèle géométrique inverse on cite :

- **Les méthodes géométriques** : permettent de déterminer le vecteur  $q$  par utilisation des transformations géométriques en prenant avantage de la structure particulière du manipulateur considéré.

- **Les méthodes algébriques** : permettent de déterminer le vecteur  $q$  en effectuant des transformations algébriques sur l'équation (I) parmi les méthodes utilisées on cite la méthode de Paul qui consiste à multiplier successivement les deux membres du modèle géométrique direct par les matrices homogènes ;  $T_i^{i-1}$  avec  $(i=1 \dots n-1)$  permettant ainsi d'isoler et d'identifier les variables articulaires l'une après l'autre.

Lors de la résolution du problème géométrique inverse on rencontre pratiquement les situations suivantes

- Solutions en nombre fini, lorsqu'elles peuvent être calculées sans ambiguïté.
- Aucune solution possible lorsque la position désirée ne peut être atteinte par le manipulateur.

- Plusieurs solutions possibles lorsque le manipulateur est redondant ou lorsqu'il passe par une configuration singulière.

## 2.6.2. Modèle cinématique

### 2.6.2.1. Modèle cinématique direct

Le modèle cinématique direct permet de déterminer la vitesse de l'organe terminal dans l'espace opérationnel en fonction de la vitesse des variables articulaires. Le modèle est décrit par l'équation :

$$\dot{X} = J(q)\dot{q} \quad (2-14)$$

$J(q) \in R^{m \times n}$  est la matrice jacobienne.

L'une des méthodes utilisées pour le calcul de la matrice jacobienne est la dérivation du modèle géométrique direct

$$J(q) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial q_1} & \frac{\partial f_1}{\partial q_n} \\ \frac{\partial f_m}{\partial q_1} & \frac{\partial f_m}{\partial q_n} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

### 2.6.2.2. Modèle cinématique inverse

Le modèle cinématique inverse permet de déterminer la vitesse des variables articulaires en fonction de la vitesse des variables opérationnelles. Pour les manipulateurs non redondants ( $n=m$ ), le modèle s'écrit : **[14]**

$$\dot{q} = J^{-1}(q)\dot{X} \quad (2.16)$$

La solution de l'équation (2) existe si  $J$  est de rang plein, cela est valable tant que le manipulateur ne passe pas par une configuration singulière. Pour les manipulateurs redondants, le modèle cinématique inverse admet plusieurs solutions possibles. Le choix d'une parmi plusieurs est guidé par l'optimisation d'une fonction objective.

## 2.6.3. Modèle dynamique

### 2.6.3.1. Modèle dynamique inverse

Le modèle dynamique inverse exprime les couples exercés par les actionneurs en fonction des positions, vitesses et accélérations des articulations, les formalismes les plus utilisés pour les calculs du modèle dynamique inverse sont :

- Formalisme de Lagrange
- Formalisme de Newton-Euler.

#### 2.6.3.1.1. Formalisme de Lagrange

Les équations de Lagrange opèrent à partir de l'énergie cinétique et l'énergie potentielle d'un système, le lagrangien s'écrit sous la forme :

$$L = K - V \quad (2.17)$$

Ou :

$K$  Et  $V$  représentent respectivement les énergies cinétique et potentielle du système.

Les équations de Lagrange sont définies par :

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) - \left( \frac{\partial L}{\partial x} \right) = \tau_i \quad (2.18)$$

Pour le calcul du modèle dynamique d'une chaîne cinématique (figure I.3), on définit les paramètres suivants pour chaque corps  $i$  de la chaîne cinématique :

$m_i$  : Masse du corps  $i$  de la chaîne cinématique.

${}^i r = [{}^i r_x, {}^i r_y, {}^i r_z]^T$  Vecteur du centre d'inertie du corps  $i$  exprimé dans le repère  $R_i$

$m^i r = [m^i r_x, m^i r_y, m^i r_z]^T$  : Premier moment du corps  $i$  autour de  $o_i$  exprimé dans  $R_i$

${}^i I_i = \begin{bmatrix} {}^i I_{ixx} & -{}^i I_{ixy} & -{}^i I_{ixz} \\ -{}^i I_{ixy} & {}^i I_{iyy} & -{}^i I_{iyz} \\ -{}^i I_{ixz} & -{}^i I_{iyz} & {}^i I_{izz} \end{bmatrix}$  : Tenseur d'inertie du corps  $i$  en  $o_i$ , exprimé dans  $R_i$

Ou :

${}^i I_{ixx} = \int ({}^i r_y^2 + {}^i r_z^2) dm_i$  : Moment d'inertie.

${}^i I_{ixy} = \int {}^i r_x {}^i r_y dm_i$  : Produit d'inertie.

${}^i S_i = [{}^i S_{ix}, {}^i S_{iy}, {}^i S_{iz}]^T$  : Position du centre de masse du corps  $i$  exprimée en  $R_i$

$H_i = \int {}^i r^i r^T dm_i$  : Matrice des pseudo-inerties du corps  $i$ .

$$H_i = \begin{bmatrix} \frac{-{}^i I_{ixx} + {}^i I_{iyy} + {}^i I_{izz}}{2} & {}^i I_{ixy} & {}^i I_{ixz} & m_i S_{ix} \\ {}^i I_{ixy} & \frac{{}^i I_{ixx} - {}^i I_{iyy} + {}^i I_{izz}}{2} & {}^i I_{iyz} & m_i S_{iy} \\ {}^i I_{ixz} & {}^i I_{iyz} & \frac{{}^i I_{ixx} + {}^i I_{iyy} - {}^i I_{izz}}{2} & m_i S_{iz} \\ m_i S_{ix} & m_i S_{iy} & m_i S_{iz} & m_i \end{bmatrix} \dots\dots\dots(2.19)$$

L'énergie cinétique du corps  $i$  est donnée par :

$$K_i = \frac{1}{2} \int^0 \dot{r}^{T0} i dm \quad (2.20)$$

$$K_i = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i tr \left( \frac{\partial^0 T_i}{\partial q_j} H_i \frac{\partial^0 T_i^T}{\partial q_k} \right) \dot{q}_j \dot{q}_k \quad (2.21)$$

tr : signifie trace de la matrice ; elle est égale à la somme des éléments de la diagonale.  
L'énergie de potentiel du corps i est donnée par :

$$V_i = -m_i g^T T_i^i S_i \quad (2.22)$$

$g = [g_x, g_y, g_z, 0]^T$  : Vecteur des accélérations de la gravité exprimé dans  $R_0$

Le Lagrangien pour l'ensemble des corps du manipulateur est :

$$L = \sum_{i=1}^n (K_i - V_i) \quad (2.23)$$

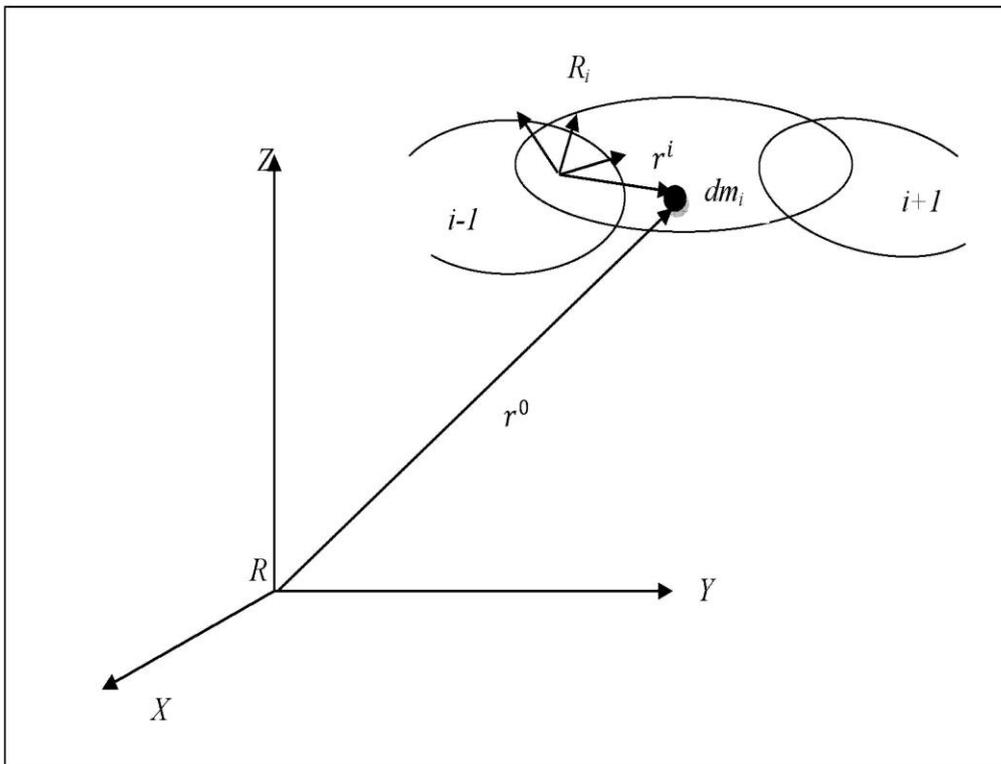


Figure 2.6 : Représentation d'un point  $r^i$  de la chaîne cinématique

$$\tau = \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^k tr \left( \frac{\partial^0 T_k}{\partial q_j} H_k \frac{\partial^0 T_k^T}{\partial q_i} \right) \ddot{q}_j + \sum_{k=i}^n \sum_{j=1}^k \sum_{m=1}^k tr \left( \frac{\partial^2 T_k}{\partial q_j \partial q_m} H_k \frac{\partial^0 T_k^T}{\partial q_i} \right) \dot{q}_j \dot{q}_m - \sum_{j=1}^n m_j g^T \frac{\partial^0 T_j^j}{\partial q_i} S_j \quad (2.24)$$

Le modèle obtenu peut être mis sous la forme matricielle suivante :

$$\tau = M(q) \ddot{q} + N(q, \dot{q}) \dot{q} + G(q) \quad (2.25)$$

Ou :

$$M_{ij} = \sum_{k=\max(i,j)}^n \text{tr} \left( \frac{\partial^0 T_k}{\partial q_j} H_k \frac{\partial^0 T_k^T}{\partial q_i} \right). \quad (2.26)$$

$$N(q, \dot{q}) = \sum_{k=\max(i,j,m)}^n \sum_{j=1}^k \sum_{m=1}^k \text{tr} \left( \frac{\partial^2 T_k}{\partial q_j \partial q_m} H_k \frac{\partial^0 T_k^T}{\partial q_i} \right) \dot{q}_j \dot{q}_m \quad (2.27)$$

$$G(q) = \sum_{j=1}^n m_j g^T \frac{\partial^0 T_j^j}{\partial q_i} S_j \quad (2.28)$$

$M(q)$  : Matrice d'inertie du manipulateur, symétrique et régulière.

$N(q, \dot{q})\dot{q}$  : Vecteur des termes de Coriolis et centrifuges.

$G(q)$  : Vecteur des actions de la gravité.

### 2.6.3.1.2. Formalisme de Newton-Euler

Le formalisme de Newton-Euler est basé sur les théorèmes généraux de la mécanique.

Il ne nécessite pas le calcul extrinsèque des coefficients dynamiques du robot. Le modèle est obtenu par double récurrence. [15]

### 2.6.3.1.3. Equation de NEWTON

Le schéma suivant montre un corps rigide dont le centre de masse accélère avec une accélération  $\dot{v}_c$ . Dans une telle situation, la force,  $F$ , agissant sur le centre de masse qui cause cette accélération est donnée par l'équation de NEWTON [15]

$$F = m\dot{v}_c \quad (2.29)$$

Ou  $m$  est la masse totale du corps

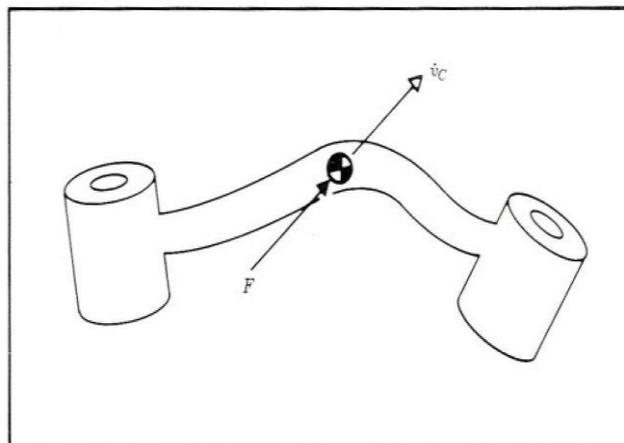


Fig 2.7 : la force exercée sur le lien  $i$ .

#### 2.6.3.1.4. L'équation d'EULER

Le schéma suivant montre un corps rigide tournant avec une vitesse angulaire  $\omega$  et avec une accélération angulaire  $\dot{\omega}$ . Dans une telle situation le moment  $\tau$  qui doit agir sur le corps de causer ce mouvement, est indiqué par l'équation d'Euler ;

$$\tau = {}^c I \dot{\omega} + \omega \cdot {}^c I \omega \quad (2.30)$$

${}^c I$  : est le tenseur d'inertie du corps dont l'origine est située au centre de la masse.

Formulation dynamique itérative de Newton-Euler :

Nous considérons maintenant le problème de calculer les couples qui correspondent à une trajectoire donnée d'un manipulateur. Nous supposons que nous savons la position, la vitesse, et l'accélération des articulations,  $(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta})$ . Avec cette connaissance, et avec la connaissance d'information de cinématique et de distribution de masse du robot, nous pouvons calculer les couples communs priés pour causer ce mouvement. L'algorithme présenté est basé sur la méthode éditée par Luh, marcheur, et Paul.

#### 2.6.3.1.5. Récurrence avant pour calculer les vitesses et les accélérations

Il est nécessaire de calculer les forces d'inertie agissant sur les liens et de calculer la vitesse de rotation et l'accélération linéaire et de rotation du centre de la masse de chaque lien du manipulateur à n'importe quel instant donné.

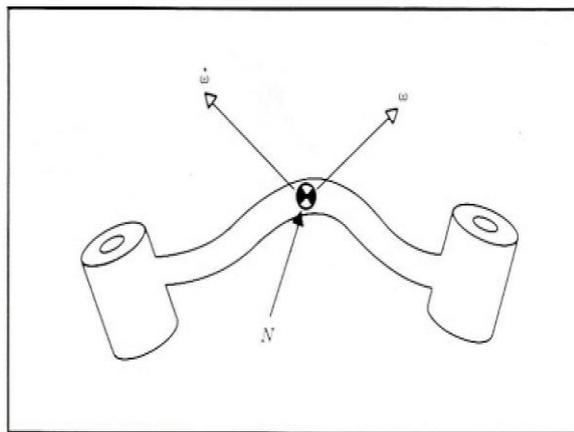


Figure 2-8 : le couple exercé sur le lien i.

Ces calculs seront donnés dans une nature itérative commençant par le lien 1 et en déplaçant successivement lien par lien vers l'extérieur de lien  $n$ .

La propagation de la vitesse de rotation du lien vers lien est donnée par la relation suivante :

Pour  $(i + 1)$  rotation :

$${}^{i+1}\omega_{i+1} = {}_i^{i+1} \square {}^i \omega_i + \dot{\theta}_{i+1} {}^{i+1}Z_{i+1} \quad (2.31)$$

Nous obtenons l'équation de transformation de l'accélération angulaire d'un lien a l'autre :

$${}^{i+1}\dot{\omega}_{i+1} = {}_i^{i+1} \square {}^i \dot{\omega}_i + {}_i^{i+1} \square {}^i \omega_i \times \dot{\theta}_{i+1} {}^{i+1}Z_{i+1} + \ddot{\theta}_{i+1} {}^{i+1}Z_{i+1} \quad (2.32)$$

Quand le lien  $(i+1)$  est prismatique :

$${}^{i+1}\dot{\omega}_{i+1} = {}_i^{i+1} \square {}^i \dot{\omega}_i \quad (2.33)$$

Accélération linéaire de chaque lien est obtenue par la relation suivante ;

$${}^{i+1}\dot{v}_{i+1} = {}_i^{i+1} \square [ {}^i \dot{\omega}_i \times {}^i P_{i+1} + {}^i \omega_i \times ({}^i \omega_i \times {}^i P_{i+1}) + {}^i \dot{v}_i ] \quad (2.34)$$

Pour le lien  $(i+1)$  est prismatique :

$${}^{i+1}\dot{v}_{i+1} = {}_i^{i+1} \square [ {}^i \dot{\omega}_i \times {}^i P_{i+1} + {}^i \omega_i \times ({}^i \omega_i \times {}^i P_{i+1}) + {}^i \dot{v}_i ] + 2 {}^{i+1}\omega_{i+1} \times \dot{d}_{i+1} {}^{i+1}Z_{i+1} + \ddot{d}_{i+1} {}^{i+1}Z_{i+1} \quad (2.35)$$

L'accélération linéaire du centre de masse pour chaque lien est :

$${}^i v_{Ci} = {}^i \dot{\omega}_i \times {}^i P_{Ci} + {}^i \omega_i \times ({}^i \omega_i \times {}^i P_{Ci}) + {}^i \dot{v}_i \quad (2.36)$$

Notez que l'application des équations de liaison est spécialement simple quand :

$${}^0 \omega_0 = {}^0 \dot{\omega}_0 = 0 \quad (2.37)$$

La force et le couple agissant sur un lien :

Après avoir calculé les accélérations linéaires et angulaires du centre de masse de chaque lien, on peut appliquer les équations de Newton-Euler pour calculer la force d'inertie et le couple agissant au centre de masse de chaque lien.

### Récurrence arrière pour calculer les forces et les couples :

Après avoir calculé les forces et couples agissant sur chaque lien, maintenant il reste à calculer les couples de conjoints qui se traduiront par ces forces et les moments appliqués à chaque lien.

$f_i$  : La force exercée sur le lien  $i$  par le lien  $i - 1$ .

$n_i$  : Le couple exercé sur le lien  $i$  par le lien  $i - 1$ .

En additionnant les forces agissant sur lien  $i$ , nous arrivons a une relation équilibre des forces,

$${}^i F_i = {}^i f_i - {}_i^{i+1} \square {}^{i+1} f_i \quad (2.38)$$

En additionnant les couples sur le centre de masse, nous arrivons à l'équation équilibre de couple:

$${}^i N_i = {}^i n_i - {}^i n_{i+1} + (-{}^i P_{Ci}) \times {}^i f_i - ({}^i P_{i+1} - {}^i P_{Ci}) \times {}^i f_{i+1} \quad (2.39)$$

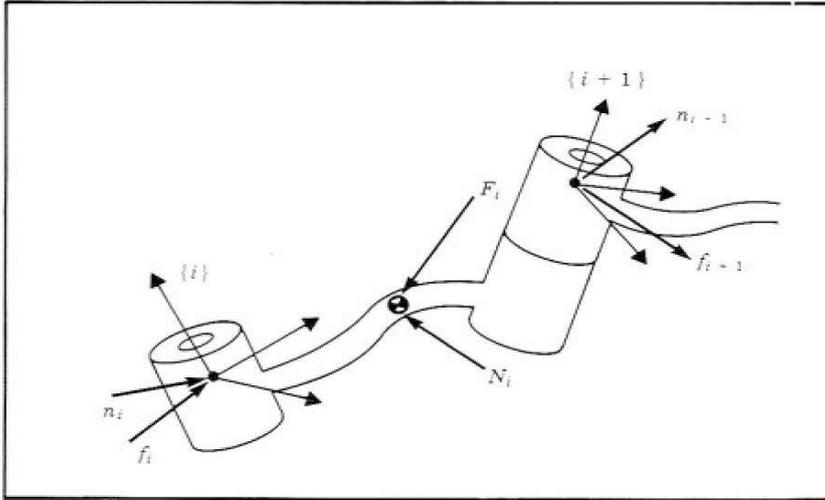


Fig 2.9 : les forces agissant sur le lien  $i$ .

En utilisant le résultat de l'équilibre des forces et en ajoutant une matrice de rotation On peut écrire l'équation d'équilibre de couple sous la forme suivante ;

$${}^i N_i = {}^i n_i - {}^i_{i+1} \square {}^{i+1} n_{i+1} - {}^i P_{Ci} \times {}^i F_i - {}^i P_{i+1} \times {}^i_{i+1} \square {}^{i+1} f_{i+1} \quad (2.40)$$

Enfin, on peut réorganiser les équations de force et de couple sous la forme suivante ;

$${}^i f_i = {}^i_{i+1} \square {}^{i+1} f_{i+1} + {}^i F_i \quad (2.41)$$

$${}^i n_i = {}^i N_i + {}^i_{i+1} \square {}^{i+1} n_{i+1} + {}^i P_{Ci} \times {}^i F_i + {}^i P_{i+1} \times {}^i_{i+1} \square {}^{i+1} f_{i+1} \quad (2.42)$$

Comme dans le cas statique, les couples requis communs se trouvent en prenant la composante Z du couple appliqué par un lien sur son voisin :

$$\tau_i = {}^i n_i^T {}^i Z_i \quad (2.43)$$

Si on a (i+1) est prismatique on utilise :

$$\tau_i = {}^i f_i^T {}^i Z_i \quad (2.44)$$

### 2.6.3.1.6. L'algorithme itératif de dynamique de Newton-Euler

L'algorithme complet pour calculer des couples communs du mouvement des joints se compose de deux parts. D'abord, des vitesses de lien et les accélérations sont itérativement calculées du lien 1 dehors pour lien n et les équations de Newton-Euler sont appliquées à chaque lien. Second, forces et des couples de l'interaction et les couples de déclencheur de joint sont calculés périodiquement du lien n de nouveau au lien 1. Les équations sont récapitulées au-dessous de pour le cas de tous les liens de rotation.

**Récurrence avant ;**

$i = 1 \dots \dots \dots 5$

$${}^{i+1}\omega_{i+1} = {}^{i+1}\square^i \omega_i + \dot{\theta}_{i+1} {}^{i+1}Z_{i+1} \quad (2.45)$$

$${}^{i+1}\dot{\omega}_{i+1} = {}^{i+1}\square^i \dot{\omega}_i + {}^{i+1}\square^i \omega_i \times \dot{\theta}_{i+1} {}^{i+1}Z_{i+1} + \ddot{\theta}_{i+1} {}^{i+1}Z_{i+1} \quad (2.46)$$

$${}^{i+1}\dot{v}_{i+1} = {}^{i+1}\square^i [{}^i \dot{\omega}_i \times {}^i P_{i+1} + {}^i \omega_i \times ({}^i \omega_i \times {}^i P_{i+1}) + {}^i \dot{v}_i] + 2{}^{i+1}\omega_{i+1} \times \dot{d}_{i+1} {}^{i+1}Z_{i+1} + \ddot{d}_{i+1} {}^{i+1}Z_{i+1} \quad (2.47)$$

$${}^{i+1}\dot{v}_{Ci+1} = {}^{i+1}\dot{\omega}_{i+1} \times {}^{i+1}P_{Ci+1} + {}^{i+1}\omega_{i+1} \times ({}^{i+1}\omega_{i+1} \times {}^{i+1}P_{Ci+1}) + {}^{i+1}\dot{v}_{i+1} \quad (2.48)$$

$${}^{i+1}F_{i+1} = m_{i+1} {}^{i+1}\dot{v}_{Ci+1} \quad (2.49)$$

$${}^{i+1}\square_{i+1} = {}^{Ci+1}I_{i+1} {}^{i+1}\dot{\omega}_{i+1} + {}^{i+1}\dot{\omega}_{i+1} \times {}^{Ci+1}I_{i+1} {}^{i+1}\omega_{i+1} \quad (2.50)$$

### Récurrance arrière ;

$i = 6 \dots \dots \dots 1$

$${}^i f_i = {}^i \square_{i+1} {}^{i+1} f_{i+1} + {}^i F_i \quad (2.51)$$

$${}^i n_i = {}^i N_i + {}^i \square_{i+1} {}^{i+1} n_{i+1} + {}^i P_{Ci} \times {}^i F_i + {}^i P_{i+1} \times {}^i \square_{i+1} {}^{i+1} f_{i+1} \quad (2.52)$$

$$\tau_i = {}^i n_i^T {}^i Z_i \quad (2.53)$$

#### 2.6.3.1.7. Inclusion des forces de pesanteur dans l'algorithme de dynamique

L'effet de la gravité du chargement sur les liens peuvent être inclus, tout simplement par la mise en  ${}^0 v_0^\square = G$ , où  $G$  est le vecteur de gravité. Ceci est équivalent à dire que la base du robot est l'accélération ascendante de  $1 G$  accélération. Cette accélération ascendante fictive cause exactement les mêmes effets sur les liens que la gravité ainsi, sans des dépenses informatiques supplémentaires, l'effet de pesanteur est calculé [15]

#### 2.6.3.2. Modèle dynamique direct

Le modèle dynamique direct exprime la position, la vitesse et l'accélération des articulations en fonction du couple appliqué, il est obtenu par inversion du modèle précédent, il s'écrit :

$$\ddot{q} = M^{-1}(q)(\tau - N(q, \dot{q}) - G(q) - \tau_f) \quad (2.54)$$

#### 2.6.3.3 Comparaison entre les deux formalismes

Le formalisme de LaGrange est la plus adapté pour le calcul du modèle dynamique direct. il est souvent employé pour la modélisation et la simulation du système. [14]

Par contre le formalisme de Newton-Euler est utilisé pour la commande en temps réel car il offre une réduction considérable dans le temps de calcul du modèle dynamique inverse comme le montre le tableau suivant : [14]

Formalisme	Multiplication	Addition
Lagrange	$32\frac{1}{2}n^4 + 86\frac{5}{12}n^3 + 171\frac{1}{4}n^2 + 53\frac{1}{3}n - 128$	$25n^4 + 66\frac{1}{3}n^3 + 129\frac{1}{2}n^2 + 42\frac{1}{3}n - 96$
Newton-Euler	150n-48	131n-48

Tableau 2.1 : Nombre d'opérations effectuées par chaque formalisme.

## 2.7. Les types des robots

### 2.7.1. Les robots sériels

Les robots sériels, qui forment la grande majorité des robots utilisés dans l'industrie, sont nommés ainsi en raison de leur chaîne cinématique ouverte, dont les différents segments sont placés en série. Ces derniers sont liés les uns aux autres par des liaisons à un degré de liberté (rotoïdes ou prismatiques) motorisées.

Le robot sériel le plus répandu est le robot SCARA (Selective Compliance Assembly Robot Arm). Selon la norme ISO/TR 8373, ce mécanisme est un "robot rotoïde dont les axes de rotation des articulations simples du bras sont verticaux, avec compliance horizontale". Ce robot possède quatre *ddl*, c'est-à-dire les trois translations **x**, **y**, **z** et la rotation autour de l'axe **z**. [16]

L'avantage incontesté des robots sériels est la taille de leur volume de travail ainsi que la relative simplicité des calculs liés à la commande [Clavel 1994a]. Cependant, ils souffrent d'inconvénients qui peuvent être particulièrement pénalisants, en fonction de l'application :

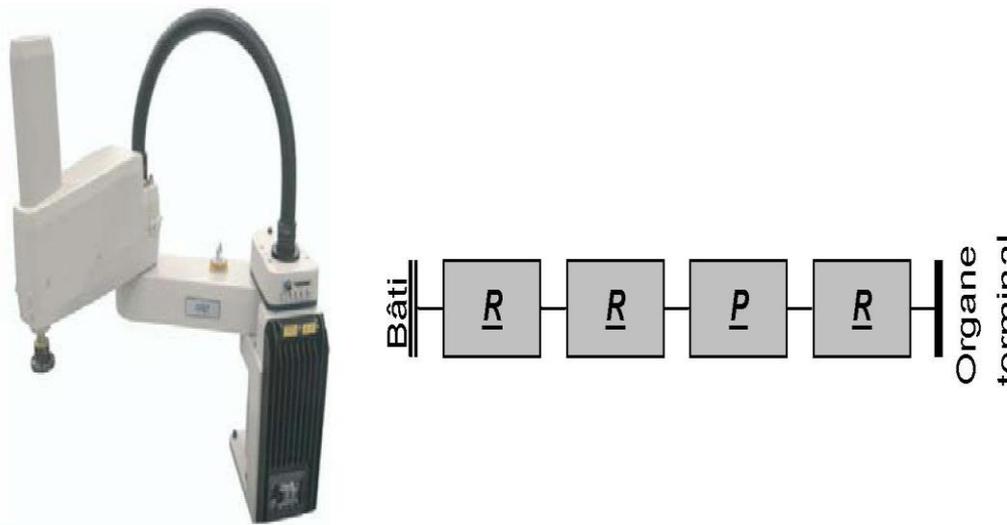


Fig 2.10 : robot a architecture sérielle.

- **2.7.1.1 Rapport charge utile / masse du robot**

"Dans le cas d'un manipulateur sphérique , ce rapport n'est pas supérieur à 0,1. Pour une masse transportée de l'ordre de 500 kg, la masse du manipulateur atteindrait alors une valeur approximative de 5 tonnes"[Merlet 1997].

- **2.7.1.2 Précision de positionnement**

"Il est communément admis que, dans la plupart des cas, la précision d'un robot série est médiocre" [Merlet 1997].

- **2.7.1.3 Masses en mouvement importantes**

"La disposition successive des segments ainsi que la nécessité de les rigidifier vont faire que la partie mobile du robot sera d'une masse appréciable. En conséquence, lors d'un mouvement à grande vitesse le manipulateur est soumis à des forces perturbatrices (inertie, forces centrifuge et Coriolis) qui vont rendre complexe la commande du robot." [Merlet 1997]

Notons que les problèmes de précision de positionnement n'ont pas lieu sur des robots de type cartésien. Dans le cas de mécanismes anthropomorphiques, les deux premières caractéristiques évoquées ci-dessus sont souvent contraignantes pour un grand nombre d'applications mais ne sont pas pénalisantes pour les applications de pick-and-place. En effet, ce type de tâche requiert peu de précision et les pièces à déplacer sont souvent de faible masse. En revanche, la contrainte induite par l'importance des masses en mouvement sera un point critique pour les tâches de prise-dépose à fortes cadences

### 2.7.2. Les robots parallèles

Selon Merlet [Merlet 1997], "un manipulateur parallèle généralisé est un mécanisme en chaîne cinématique fermée dont l'organe terminal est relié à la base par plusieurs chaînes cinématiques indépendantes". De plus, "un manipulateur pleinement parallèle est un manipulateur parallèle dont le nombre de chaînes est strictement égal au nombre de degrés de liberté de l'organe terminal."

Afin de faire l'analogie avec le robot sériel SCARA présenté précédemment, nous donnons ici l'exemple d'une architecture à deux *ddl* dont les mouvements en *x* et *y* sont réalisés par une architecture répondant à la définition donnée ci-dessus. En effet, les deux *ddl* sont réalisés à l'aide de deux chaînes cinématiques fermées indépendantes [16]

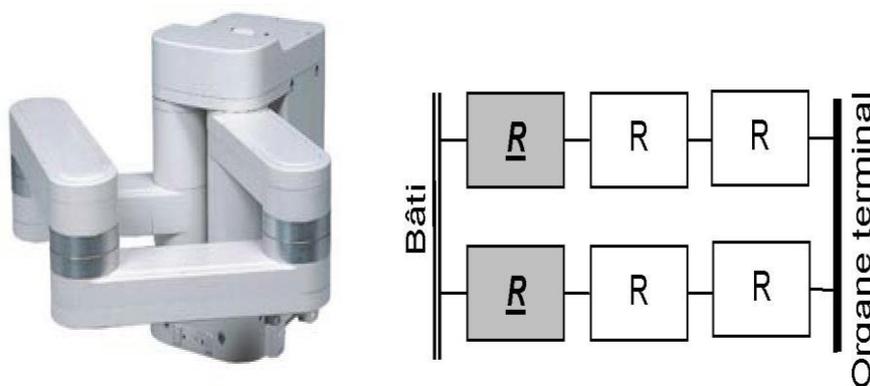


Fig 2.11 : robot a architecture parallèle.

Les robots parallèles ont la réputation d'être précis et sont capables de manipuler des charges élevées tout en gardant une excellente rigidité.

Selon les mécanismes, les actionneurs de ces architectures peuvent être soit fixés sur le bâti, soit en mouvement (dans ce cas, le moteur reste malgré tout proche du bâti). Quoiqu'il en soit, les masses en mouvement sont très faibles en comparaison avec les architectures série ce qui leur confère de très bonnes performances dynamiques. Cependant, leur défaut majeur est leur faible volume de travail par rapport à leur empreinte au sol. L'évolution récente de ce type d'architecture a connu deux étapes majeures : la création du premier hexapode dans les années 50 et la mise au point du premier "robot parallèle léger" dans les années 80 [Clavel 1988].

### 2.7.3. Comparaison des architectures sérielles et parallèles

Il est communément admis que les robots parallèles ont un bien meilleur dynamique que les robots sériels, bien que ces derniers aient un volume de travail plus important.

Nous proposons de comparer à l'aide de données concrètes ces deux familles de robots afin d'évaluer ces différences en termes de dynamique et de volume de travail. Pour cela, nous étudions deux mécanismes à deux  $ddl$ , l'un sériel et l'autre parallèle. Il est à noter que ces deux robots sont simulés avec des composants exactement identiques (longueurs  $l$ , masses  $m$ , inerties  $i_z$  suivant  $\mathbf{z}$  au centre de gravité), comme présenté à la figure :

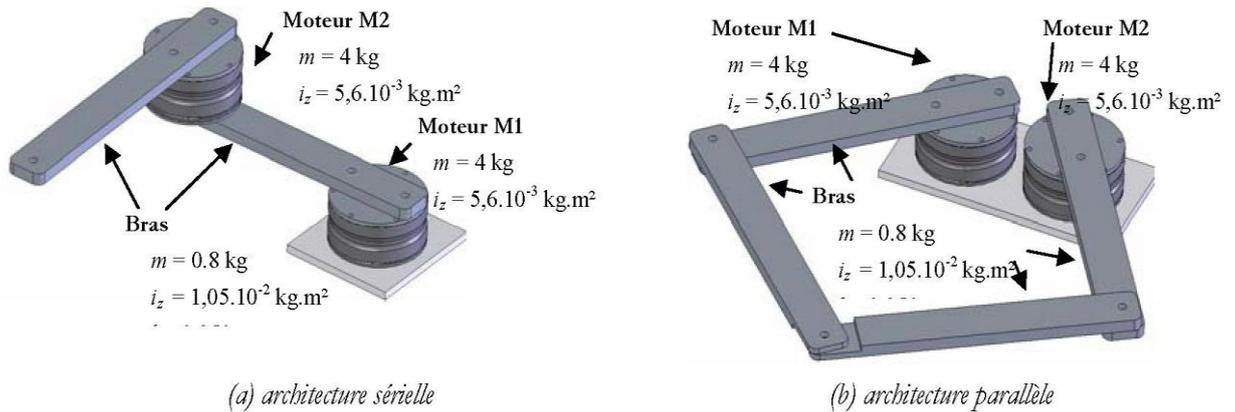


Fig 2.12 : Modélisation des robots à 2 degrés de liberté utilisés pour la comparaison

#### 2-7-4. Les robots bipèdes

Un robot humanoïde ou robot bipède est un robot de forme humaine. La plupart des robots de science-fiction que nous voyons sur les écrans sont dotés d'une apparence humaine; c'est pourquoi, pour beaucoup de gens, le robot humanoïde est le robot par défaut. Du point de vue de la robotique, il est difficile d'affirmer qu'un robot créé effectuer les tâches de l'homme doit absolument être de forme humaine. Les avions, par exemple, n'ont pas l'apparence des oiseaux. Plus généralement, les tâches auxquelles un certain robot est destiné déterminent sa forme idéale. [17-20]

Il faut donc se demander ce que l'on attend d'un robot pour pouvoir en déterminer l'apparence la plus adaptée. L'automobile a constitué l'industrie la plus lourde du XX<sup>e</sup> siècle parce qu'elle satisfaisait le mieux le désir des hommes de se déplacer librement sur des grandes distances, de manière autonome, et à des vitesses « raisonnables ». De la même manière, nous devons nous demander quels désirs le robot doit-il satisfaire. Nous désirons que les robots réalisent les tâches qui nous ennuient, et qu'ils soient en même temps des compagnons aimables dotés de capacités de communication. Pour satisfaire convenablement ces fonctions, les caractéristiques des robots humanoïdes pourraient être les suivantes : 1/ les robots humanoïdes

doivent pouvoir travailler dans l'environnement humain tel qu'il est; 2/ les robots humanoïdes doivent pouvoir utiliser les outils des humains tels qu'ils sont; 3/ les robots humanoïdes doivent être de forme humaine.

Considérons la première caractéristique : l'environnement physique de la société moderne est conçu pour les humains. Par exemple, la largeur d'un couloir, la hauteur sous plafond ou la position d'une main courante sont déterminées par rapport à la taille humaine moyenne et à notre manière de nous déplacer. Si l'apparence du robot, ainsi que sa manière de se déplacer, sont similaires à celles de l'homme, il n'est pas nécessaire de modifier l'environnement pour qu'il puisse y évoluer. En revanche, dans le cas d'un robot à roues, un sol irrégulier doit être aplani, un passage étroit doit être élargi et un ascenseur est nécessaire pour changer d'altitude. L'avantage des robots humanoïdes, dans ce cas, est économique puisque il n'est pas nécessaire de modifier l'environnement pour l'utiliser.

La deuxième caractéristique est du même ordre : l'homme a conçu la plupart des outils qu'il a créés pour son propre usage. Par exemple, la forme et la taille d'une chaise ont été déterminées de manière à ce que nous puissions nous asseoir dessus, et dans le cas des tables, afin que nous puissions manger dessus. La géométrie de l'habitacle d'une voiture est conçue pour faciliter l'accès à l'ensemble des commandes de conduite du véhicule. De même pour la forme d'outils, comme un tournevis ou des ciseaux, destinée à des mains pourvues de doigts. Un robot humanoïde doit pouvoir utiliser ces mêmes outils avec une dextérité au moins semblable à celle de l'homme, sans besoin de les modifier. Encore une fois, l'avantage économique est énorme, puisque l'usage d'outils communs ne nécessite pas la fabrication d'instruments spécifiques.

Une approche semblable est développée dans le roman *Les Cavernes d'acier* d'Isaac Asimov : un célèbre professeur y explique pourquoi les robots doivent être de forme humaine avec des motivations semblables à celles que nous venons de citer. Pour être honnête, il nous faudrait des années pour atteindre ces objectifs. Le fait qu'ils aient été mentionnés dans un roman écrit en 1954 est impressionnant.

La troisième caractéristique nécessite quelques explications. Il est très facile de personnifier un robot lorsqu'il a une apparence humaine. Plus la forme robotique s'éloigne de la forme humaine, moins les humains associent son comportement à celui d'un être humain. Il est amusant de voir un bipède humanoïde danser, mais beaucoup

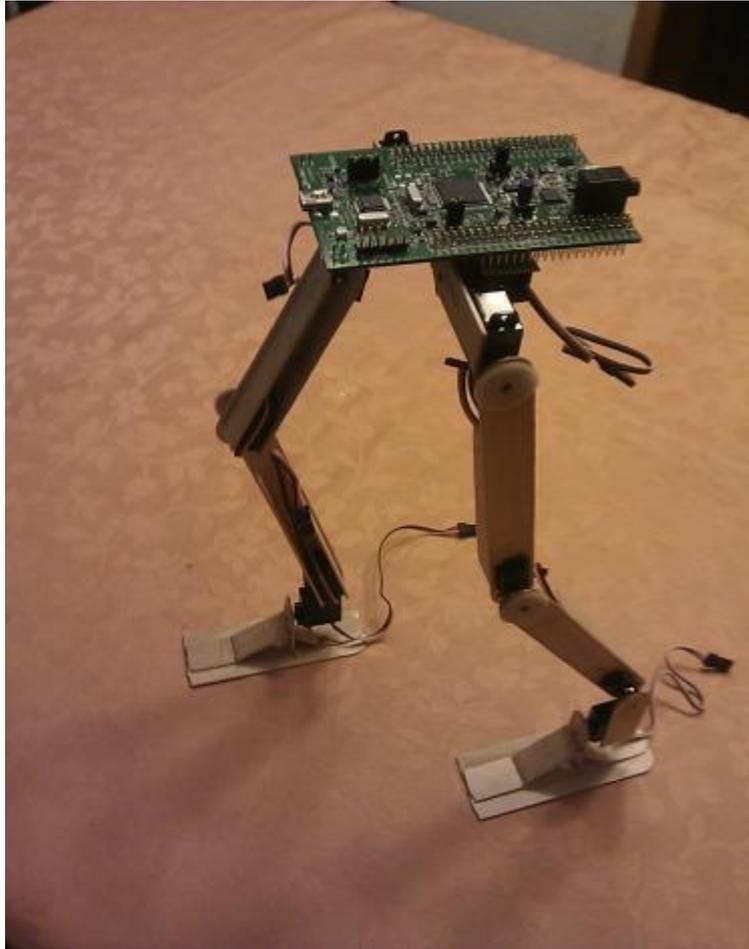


Fig 2.13 : Exemple d'un robot bipède.

moins spectaculaire de regarder un robot à roues effectuer la même danse. La forme humaine du robot est très importante pour que la machine soit perçue comme un véritable compagnon, avec lequel nous puissions avoir envie de communiquer. C'est cette troisième caractéristique qui explique pourquoi les robots de science-fiction ont tous l'apparence humaine. [21-30]

Les lois de la cinématique et la dynamique (Formalisme de Lagrange) qui sont montrées dans ce chapitre sont appliquées sur les robots bipèdes parce que les chercheurs modélisent un robot bipède comme un robot sériel à 2 DDL avec des articulations rotatives comme montré dans le chapitre 01. Dans le chapitre 04 et pour la première fois on utilise la méthode de Newton-Euler pour calculer la dynamique d'un robot bipède.

## 2.8. Conclusion

Dans ce chapitre on a présenté les grandes lignes de la modélisation des robots en général avec un intérêt particulier qui a été porté aux bras manipulateurs à chaîne

ouverte, commençants par la description géométrique directe qui a été décrite d'une manière générale en choisissant la notation de Denavit-Hartenberg et obtention des matrices de transformation homogène régissant les différents liens d'un robot.

Quant a la géométrie inverse, la complexité du problème ne nous a pas été favorable pour donner une méthode générale pour décrire le modèle géométrique inverse .on s'est contenté de donner les définitions nécessaires et on a laissé la tache de description du modèle pour le chapitre 4 en traitant un mécanisme spécifié.

Pour la modélisation dynamique on a présenté les deux formalismes (Lagrange) et (Newton-Euler) avec les deux récurrences avant et arrière.

L'étude faite dans ce chapitre nous a permis de préparer les différents modèles mathématiques régissant un robot bipède pour le chapitre 4.

### 3.1. Introduction

Le chapitre précédent traitait du problème de la cinématique : nous avons vu comment calculer la position et l'orientation d'un corps en fonction des données articulaires fixées (cinématique directe), et réciproquement (cinématique inverse). Mais lorsque le robot est en mouvement, il faut tenir compte d'autres phénomènes provenant de la dynamique du robot. Ces phénomènes peuvent être négligés si les mouvements réalisés sont suffisamment lents, et dans ce cas on parle de déplacements quasi-statiques (le mouvement est conçu comme une succession de configurations fixes). Il est par contre impossible d'ignorer la dynamique du système lorsqu'on traite de mouvements tels que la marche. Ce chapitre a pour objectif d'analyser la dynamique d'un système multicorps, et explique une quantité physique importante en robotique humanoïde : le ZMP.

## 3.2. ZMP et forces de contact au sol

La base d'un robot industriel est fixée au sol, et le système mécanique est libre de ses mouvements dans la limite de ses capacités articulaires. Le robot humanoïde n'est pas fixé au sol : il est posé, et le contact est effectué par l'intermédiaire de ses semelles. À cause de cette absence de fixation, le robot humanoïde est contraint dans ses déplacements par la tâche difficile de maintenir le contact entre ses semelles et le sol. Nous devons donc, pour un mouvement donné effectué par un robot humanoïde, juger de la possibilité ou de l'impossibilité de maintenir ce contact. Le ZMP est une méthode généralement utilisée dans cet objectif.

### 3.2.1. Présentation générale du ZMP

#### Définition du ZMP

En 1972, Miomir Vukobratović et Yu. Stepanenko ont défini le Zero-Moment Point (ZMP) au début d'une publication sur la commande des robots humanoïdes. Toutes les discussions sur le ZMP ont commencé à ce moment [25].

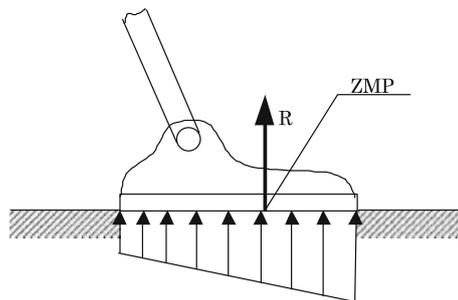


Fig 3.1 : Définition du Zero Moment Point (ZMP) [83].

La figure 3.1 montre un exemple de force distribuée sous le pied, caractérisant le contact entre le pied et le sol. Comme le signe de la charge répartie est le même sur toute la surface, on peut l'écrire sous la forme d'une force résultante  $R$ , dont le point d'application est situé dans les limites de la surface du pied. Ce point définit le Zero-Moment Point, ou ZMP.

#### **ZMP et polygone de sustentation**

Un concept important pour la définition du ZMP est le polygone de sustentation. La figure 3.2 illustre deux cas de contact entre les pieds du robot et le sol. Si nous tendons

un élastique autour des pieds du robot, au niveau des surfaces de contact, nous obtenons une surface appelée polygone de sustentation et qui inclue tous les points de contact. Du point de vue mathématique, le polygone de sustentation est défini comme l'enveloppe convexe de l'ensemble des points de contact entre deux corps. Dans notre cas, l'enveloppe convexe qui nous intéresse est le plus petit ensemble convexe. [26-28]

Plutôt que de nous lancer directement dans une analyse mathématique détaillée, commençons par montrer une relation simple et importante entre le ZMP et le polygone de sustentation :

Le ZMP existe toujours à l'intérieur du polygone de sustentation

Afin de se faire une image concrète de ce qu'est le ZMP, nous montrons sur la figure 3.3 la relation entre le centre de masse (CoM), le ZMP et le polygone de sustentation pour un humain en station verticale. Nous appelons projection au sol du CoM le point situé à l'intersection de la ligne de gravité

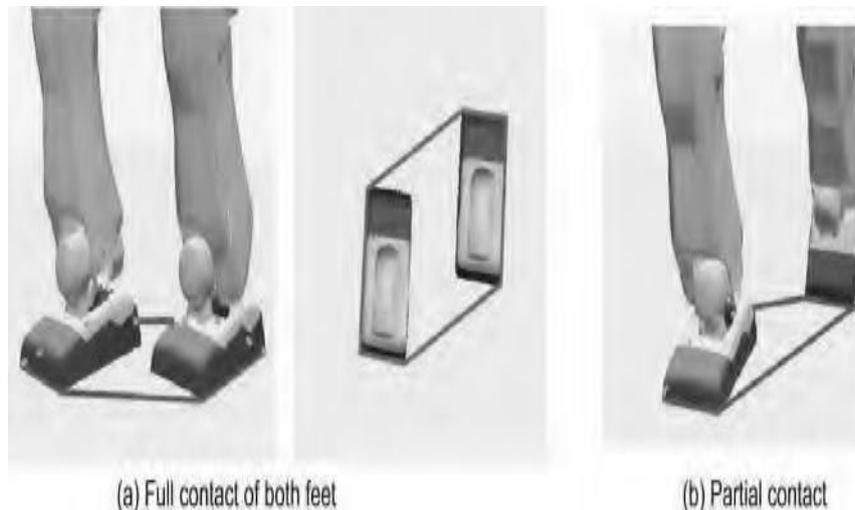


Fig 3.2 : Représentation du polygone de sustentation.

passant par le CoM et le sol. Considérons le cas de la figure 3.3(a), où l'humain se tient immobile. Nous observons alors que le ZMP coïncide avec la projection au sol du CoM. Dans ce cas, un humain peut garder son équilibre à la condition stricte de conserver la projection au sol du CoM à l'intérieur du polygone de sustentation. Si

l'humain se déplace de manière dynamique, comme dans le cas de la figure 3.3(b), la projection au sol du CoM peut se trouver à l'extérieur du polygone de sustentation. Par contre, le ZMP n'est jamais défini à l'extérieur du polygone de sustentation. Dans ce qui suit, nous allons expliquer pourquoi.

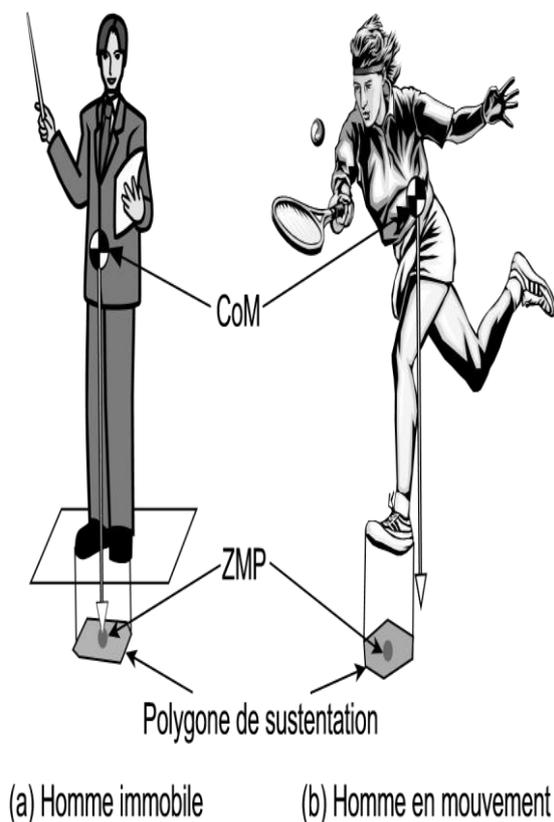


Fig 3.3 : CoM, ZMP et polygone de sustentation.

### 3.2.2 Analyse en deux dimensions

#### Calcul du ZMP

La figure 3.1 ne montre que les composantes verticales des forces de réaction au sol, bien que les composantes horizontales existent aussi du fait des frottements entre la semelle et le sol. Sur les figures 3.4(a) et (b), nous montrons séparément la composante verticale  $\rho(\xi)$  et la composante horizontale  $\sigma(\xi)$  des forces de réaction du sol par unité de longueur de la semelle. Ces forces jouent simultanément un rôle sur l'équilibre du robot humanoïde. [27]

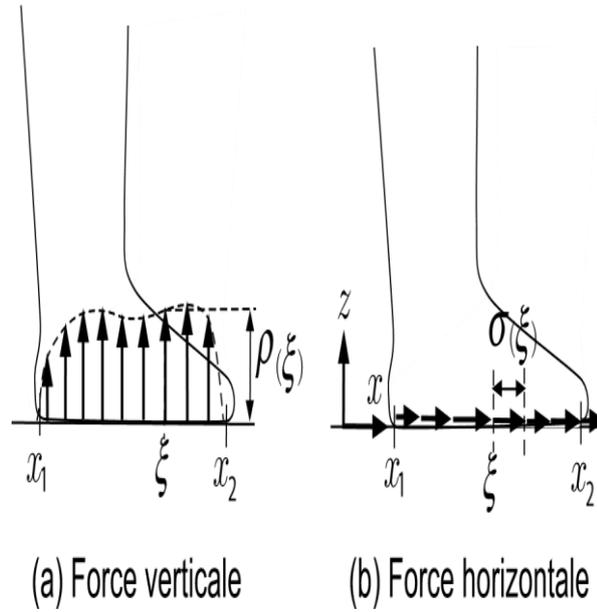


Fig 3.4 : Forces de réaction au sol pour le modèle 2D.

Remplaçons les forces distribuées agissant sur la surface de contact par une force et un moment équivalent en un point donné de la semelle. Les forces ( $f_x$  et  $f_z$ ), et le moment ( $\tau(p_x)$ ) au point  $p_x$ , sous la semelle, sont définis par les relations suivantes :

$$f_x = \int_{x_1}^{x_2} \sigma(\xi) d\xi \quad (3.1)$$

$$f_z = \int_{x_1}^{x_2} \rho(\xi) d\xi \quad (3.2)$$

$$\tau(p_x) = - \int_{x_1}^{x_2} (\xi - p_x) \rho(\xi) d\xi \quad (3.3)$$

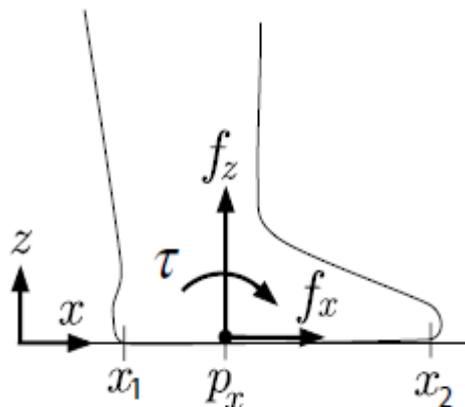


Fig 3.5 : Forces de réaction du sol : force et moment équivalents.

Le point  $p_x$  que nous recherchons, qui correspond au ZMP, est celui qui annule la valeur du moment (Zero-Moment Point). En effectuant  $\tau(p_x) = 0$  dans l'équation 3.3, nous pouvons obtenir  $p_x$  de la manière suivante :

$$p_x = \frac{\int_{x_1}^{x_2} \xi \rho(\xi) d\xi}{\int_{x_1}^{x_2} \rho(\xi) d\xi} \quad (3.4)$$

Dans l'équation 3.4,  $\rho(\xi)$  est équivalent à une pression car il correspond à la composante verticale d'une force par unité de longueur, et  $p_x$  correspond au centre de pression : c'est le ZMP introduit précédemment. Dans le cas en deux dimensions, le ZMP est le point où le moment résultant de la force de réaction du sol s'annule. [27]

### Localisation du ZMP

La composante verticale de la force de réaction au sol n'est jamais négative (sauf dans le cas où des ventouses sont attachées sous le pied). Elle peut être soit positive, dans le cas où il y a contact, soit nulle, dans le cas où le pied n'est pas en contact avec le sol. On peut donc écrire très généralement

$$\rho(\xi) \geq 0$$

En intégrant cette inégalité dans l'équation 3.4, nous obtenons

$$x_1 \leq p_x \leq x_2, \quad (3.5)$$

ce qui montre que le ZMP est inclus dans la surface de contact entre le pied et le sol, et n'existe pas en dehors de cette surface.

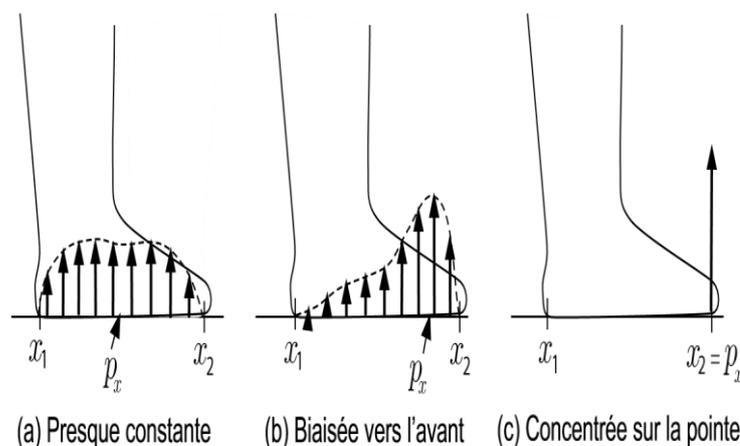


Fig 3.6 : ZMP et distribution de forces de pression sous le pied.

La figure 3.6 montre la relation entre la distribution de la force de pression sous le pied et la position du ZMP sur trois exemples courants. Dans le cas de l'illustration 3.6(a), la force de réaction du sol est distribuée presque uniformément sous le pied. Le ZMP se trouve alors quasiment au centre du pied. Le cas 3.6(b) montre une distribution de la force de réaction portée vers l'avant du pied. Le ZMP se trouve donc aussi vers l'avant du pied. Le troisième cas (figure 3.6(c)) montre une situation extrême où la pointe du pied supporte toute la force de réaction. Le ZMP est alors aussi défini dans la même zone. Dans ce dernier cas, comme la surface de contact entre le pied et le sol n'est pas assez importante, le pied aura tendance à tourner autour des orteils si le robot subit une faible sollicitation extérieure. Il est nécessaire de définir une surface minimale de contact entre le pied et le sol pour réduire le risque de chute lors des mouvements du robot. Le troisième exemple, dans le cadre de la robotique humanoïde, n'est pas considéré comme réaliste. [27-30]

### 3.2.3. Analyse en trois dimensions

#### Forces de réaction du sol

Considérons les forces de réaction subies par le robot se déplaçant en trois dimensions sur un sol plat. Les composantes verticales et horizontales de ces forces sont montrées sur les figures 3.7(a) et (b) respectivement. Les forces de réaction sont décomposées en forces verticales et horizontales par soucis de clarté. Dans une situation réelle, ces deux composantes sont appliquées en même temps.

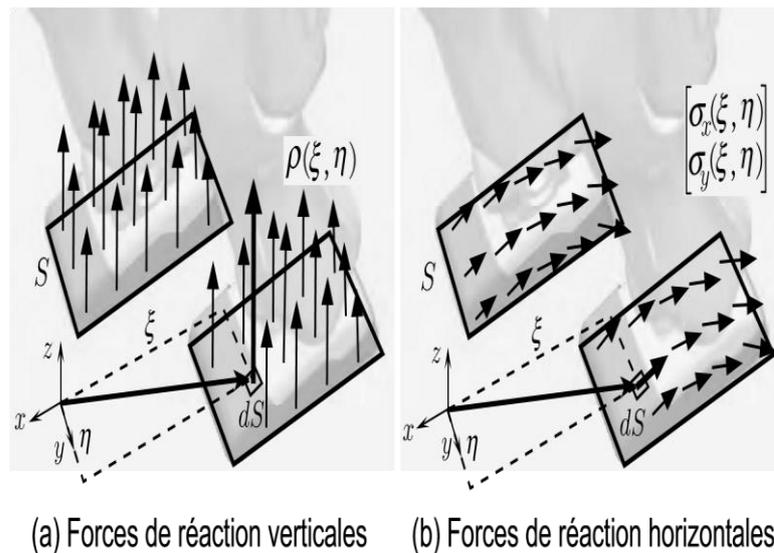


Figure 3.7 – Forces de réaction en trois dimensions.

Soit  $r = [\xi \ \eta \ 0]^T$  le vecteur position défini sur le sol entre l'origine du référentiel du monde et un point de la surface de contact. Soient  $\rho(\xi, \eta)$ , la composante verticale des forces de réaction par unité de longueur, et  $f_z$  la composante verticale de la force résultante équivalente à la distribution. La relation entre ces deux paramètres est définie par :

$$f_z = \int_S \rho(\xi, \eta) dS \quad (3.6)$$

Cette équation définit l'intégration sur la surface de contact  $S$  entre la semelle et le sol. Le moment résultant  $\tau_n(p)$  des composantes verticales de la force de réaction du sol, exprimé au point  $p = [p_x \ p_y \ 0]^T$ , est défini comme suit :

$$\tau_n(p) = [\tau_{nx} \ \tau_{ny} \ \tau_{nz}]^T \quad (3.7)$$

$$\tau_{nx} = \int_S (\eta - p_y) \rho(\xi, \eta) dS \quad (3.8)$$

$$\tau_{ny} = - \int_S (\xi - p_x) \rho(\xi, \eta) dS \quad (3.9)$$

$$\tau_{nz} = 0$$

Comme dans le cas en deux dimensions, nous cherchons les coordonnées  $p_x$  et  $p_y$  du point d'application  $p$  de la force résultante qui vérifie  $\tau_n(p) = 0$ , c'est-à-dire tel que

$$\tau_{nx} = 0 \quad (3.10)$$

$$\tau_{ny} = 0 \quad (3.11)$$

Ainsi, en utilisant les équations 3.8 et 3.9, le point recherché est :

$$p_x = \frac{\int_S \xi \rho(\xi, \eta) d\xi}{\int_S \rho(\xi, \eta) d\xi} \quad (3.12)$$

$$p_y = \frac{\int_S \eta \rho(\xi, \eta) d\xi}{\int_S \rho(\xi, \eta) d\xi} \quad (3.13)$$

Comme  $\rho(\xi, \eta)$  exprime une distribution de forces de pression sur la semelle, le point  $p$  définit le centre de pression, ou, en d'autres termes, le ZMP. [29]

Considérons maintenant les composantes horizontales de la force de réaction du sol. Soient  $\sigma_x(\xi, \eta)$  et  $\sigma_y(\xi, \eta)$  ces composantes horizontales en  $x$  et  $y$  respectivement (figure 3.7(b)). Leurs composantes résultantes respectives,  $f_x$  et  $f_y$ , sont définies par :

$$f_x = \int_S \sigma_x(\xi, \eta) dS \quad (3.14)$$

$$f_y = \int_S \sigma_y(\xi, \eta) dS \quad (3.15)$$

Le moment résultant  $\tau_t(p)$  de la force de réaction horizontale, exprimé en un point  $p$  sur le sol, vaut

$$\tau_t(p) = [\tau_{tx} \ \tau_{ty} \ \tau_{tz}]^T / \tau_{tx} = \tau_{ty} = 0$$

$$\tau_{tz} = \int_S (\sigma_y(\xi - p_x)\sigma_y(\xi, \eta) - (\eta - p_y)\sigma_x(\xi, \eta))dS \quad (3.16)$$

Ces équations signifient que les composantes horizontales des forces de réaction génèrent la composante verticale du moment résultant.

L'analyse précédente montre que la distribution des forces de réaction du sol sous le pied peut être remplacée par une force résultante équivalente

$$f = [f_x \ f_y \ f_z]^T,$$

et un moment résultant

$$\tau_p = \tau_n(p) + \tau_t(p) = [0 \ 0 \ \tau_{tz}]^T$$

exprimé au ZMP  $p$ . Force et moment résultants sont représentés sur la figure 3.8. Lorsque le robot se déplace, la condition  $\tau_{tz} = 0$  n'est généralement pas satisfaite. Le ZMP, dans les cas en trois dimensions, ne peut donc plus être défini comme le point où le moment résultant s'annule. Il correspond alors au point pour lequel les composantes horizontales du moment résultant de la force de réaction du sol s'annulent. [25]

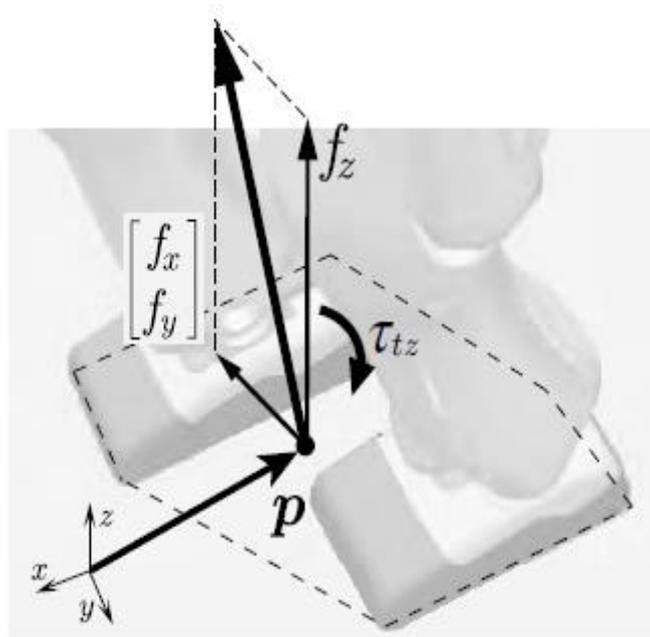


Fig 3.8 : Force et moment résultants équivalents à la distribution des forces de réaction.

### Localisation du ZMP

Nous allons localiser le ZMP dans le cas en trois dimensions. Pour des raisons de simplicité, nous considérons que la distribution des forces de réaction du sol peut être représentée par un ensemble fini de forces  $f_i = [f_{ix} \ f_{iy} \ f_{iz}]^T$  agissant aux points d'application  $p_i \in S$  ( $i = 1, \dots, N$ ) comme illustré sur la figure 3.9. Plus nous augmentons la quantité de forces, plus nous nous rapprochons de la solution exacte.

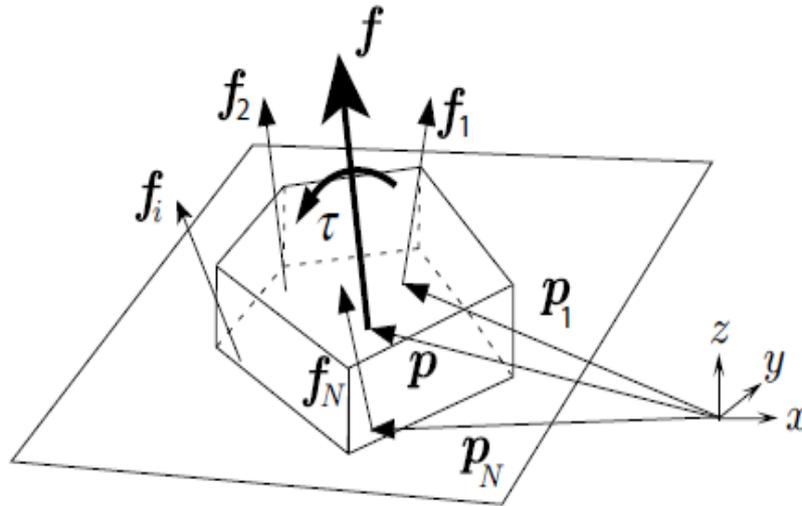


Fig 3.9 : Distribution de forces représentée par un ensemble fini de forces s'appliquant en des points discrétisés.

Les  $N$  vecteurs des forces distribuées peuvent être remplacés par une force résultante et un moment résultant exprimé en un point  $p$  selon les relations

$$f = \sum_{i=0}^N f_i \quad (3.17)$$

$$\tau(p) = \sum_{i=0}^N (p_i - p) \times f_i \quad (3.18)$$

La position du ZMP est obtenue en posant  $\tau(p) = \mathbf{0}$ , soit en se basant sur l'équation 3.18 :

$$p = \frac{\sum_{i=0}^N p_i f_{iz}}{\sum_{i=0}^N f_{iz}} \quad (3.19)$$

Pour des robots humanoïdes n'utilisant pas d'aimants ou de ventouses sous les pieds, la composante verticale des forces de réaction du sol est toujours positive (contact) ou nulle (pas de contact), c'est-à-dire :

$$f_{iz} \geq 0 \quad (i = 1, \dots, N) \quad (3.20)$$

Soient les variables  $\alpha_i = f_{iz} / \sum_{i=0}^N f_{iz}$  définis par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_i \geq 0 \quad i = (1 \dots \dots N) \\ \sum_{i=0}^N \alpha_i = 1 \end{array} \right\} \quad (3.21)$$

Nous pouvons récrire l'équation 3.19 en utilisant les variables  $\alpha_i$ , et ainsi la surface contenant le ZMP est définie par :

$$p \in \{ \sum_{i=0}^N \alpha_i p_i / p_i \in S \ (i = 1 \dots \dots \dots N) \} \quad (3.22)$$

En comparant les deux équations 3.21 et 3.22, nous pouvons voir que le ZMP est inclus dans l'enveloppe convexe de l'ensemble défini par  $S$ , c'est-à-dire le polygone de sustentation. [25-30]

### 3.3. Calcul du ZMP basé sur les mouvements du robot

À partir des théories et algorithmes présentés ci-dessus, nous pouvons à présent calculer la position du ZMP en fonction d'un mouvement donné du robot.

#### 3.3.1. Dérivation du ZMP

Rappelons dans un premier temps que les forces de réaction du sol peuvent être représentées au ZMP ( $p$ ) par une force résultante équivalente ( $f$ ) et un moment résultant ( $\tau_p$ ) autour de la ligne verticale passant par le ZMP (voir chapitre 3.1.3). Nous pouvons calculer le moment résultant  $\tau$  exprimé à l'origine du repère de référence :

$$\tau = p \times f + \tau_p \quad (3.23)$$

Nous utiliserons par la suite les relations suivantes entre les forces de réaction du sol et la quantité de mouvement du robot d'une part, et entre le moment résultant des forces de réaction du sol et le moment cinétique d'autre part (chapitre 3.3.1) :

$$\dot{P} = Mg + f \quad (3.24)$$

$$\dot{L} = c \times Mg + \tau \quad (3.25)$$

En manipulant les trois équations 3.23, 3.24 et 3.25, nous obtenons une expression de  $\tau_p$  en fonction des composantes cinétiques et statiques qui caractérisent les mouvements du robot :

$$\tau_p = \dot{L} - c \times Mg + (\dot{P} - Mg) \times p \quad (3.26)$$

$\tau_p$  est un vecteur à trois composantes dont les deux premières sont nulles puisque les composantes du moment résultant dû aux forces de réaction du sol, exprimé au ZMP, sont nulles dans le plan horizontal. D'après l'équation 3.68 ci-dessus, ces composantes s'écrivent de manière plus concrète sous la forme :

$$\tau_{px} = \dot{L}_x + Mgy + \dot{P}_y p_z - (\dot{P}_z + Mg)p_y = 0 \quad (3.27)$$

$$\tau_{py} = \dot{L}_y + Mgz + \dot{P}_x p_z - (\dot{P}_z + Mg)p_x = 0 \quad (3.28)$$

Avec :

$$P = [P_x \ P_y \ P_z]^T, \ L = [L_x \ L_y \ L_z]^T, \ c = [x \ y \ z]^T, \ g = [0 \ 0 \ -g]^T$$

La résolution du système d'équations donne les valeurs de  $p_x$  et  $p_y$  (position du ZMP dans le plan horizontal) suivantes : **[26]**

$$p_x = \frac{Mgx + p_z \dot{P}_x - \dot{L}_y}{Mg + \dot{P}_z} \quad (3.29)$$

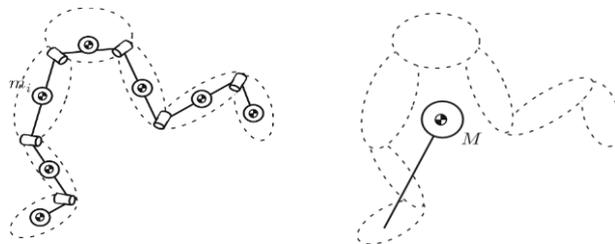
$$p_y = \frac{Mgy + p_z \dot{L}_x}{Mg + \dot{P}_z} \quad (3.30)$$

où  $p_z$  définit la hauteur du sol. Dans le cas d'un mouvement sur sol plat, on a  $p_z = 0$ . Vérifions la validité de notre équation : lorsqu'un robot se tient immobile, nous avons  $\dot{P} = \dot{L} = 0$  et obtenons :

$$p_x = x \text{ et } p_y = y.$$

Nous retrouvons bien le cas statique où la position du ZMP coïncide avec la projection du centre de masse sur le sol.

### 3.3.2. Méthode approchée de calcul de la position du ZMP



(a) Approximation par un système de masses ponctuelles (b) Approximation par une masse ponctuelle unique

Figure 3.10 : Représentation simplifiée d'un système multicorps.

Nous allons maintenant présenter une méthode de calcul du ZMP par l'utilisation d'un modèle simplifié. La figure 3.10(a) représente un modèle simplifié qui réduit chaque corps à son centre de masse. Le système est alors conçu comme un ensemble de masses ponctuelles. Une conséquence directe est que l'on néglige, lors d'un mouvement, les effets inertiels car ceux-ci ne dépendent que de la géométrie des corps. Dans ce cas, l'expression du moment cinétique à l'origine devient [25]

$$L = \sum_{i=1}^N c_i \times P_i \quad (3.31)$$

Nous pouvons reporter cette valeur dans les équations 3.29 et 3.30. Nous obtenons l'expression correspondante de la position du ZMP dans le repère de référence :

$$p_x = \frac{\sum_{i=1}^N \{(\ddot{z}_i + g)x_i - (z_i - p_z)\ddot{x}_i\}}{\sum_{i=1}^N (\ddot{z}_i + g)} \quad (3.32)$$

$$p_y = \frac{\sum_{i=1}^N \{(\ddot{z}_i + g)y_i - (z_i - p_z)\ddot{y}_i\}}{\sum_{i=1}^N (\ddot{z}_i + g)} \quad (3.33)$$

avec  $c_i = [x_i \ y_i \ z_i]^T$ . Bien que cette équation soit une approximation, la position du ZMP est donnée avec suffisamment de précision lorsque chaque corps du robot est modélisé en utilisant des points ponctuels multiples [76].

Dans ce qui suit, le robot dans son ensemble est représenté par une masse ponctuelle unique comme l'illustre la figure 3.25(b). Dans ce cas, les expressions de la quantité de mouvement et du moment cinétique à l'origine sont

$$P = M\dot{c} \quad (3.34)$$

$$L = c \times M\dot{c} \quad (3.35)$$

Les composantes de leurs dérivées respectives sont données par les relations vectorielles développées suivantes :

$$\begin{bmatrix} \dot{P}_x \\ \dot{P}_y \\ \dot{P}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M\ddot{x} \\ M\ddot{y} \\ M\ddot{z} \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{L}_x \\ \dot{L}_y \\ \dot{L}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M(y\ddot{z} - z\ddot{y}) \\ M(z\ddot{x} - x\ddot{z}) \\ M(x\ddot{y} - y\ddot{x}) \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

Nous n'avons plus qu'à reporter ces valeurs dans les équations 3.29 et 3.30 pour obtenir la position du ZMP :

$$p_x = x - \frac{(z-p_z)\ddot{x}}{\ddot{z}+g} \quad (3.36)$$

$$p_y = y - \frac{(z-p_z)\ddot{y}}{\ddot{z}+g} \quad (3.37)$$

Nous utiliserons à nouveau l'équation 3.36 dans le chapitre 4 pour générer le cycle de marche bipède.

### 3.4. Quelques remarques concernant le ZMP

#### 3.4.1. Deux explications

En établissant de manière intuitive la relation entre les déplacements du robot et la position du ZMP, les représentations par masses ponctuelles telles que celle proposée sur la figure 3.11(a) sont fréquentes. Dans ce cas,  $-M\ddot{x}$  exprime une force virtuelle appelée force inertielle, ou force d'inertie, qui traduit une réaction à la variation d'accélération d'un corps [80]. La figure 3.11(a) montre que la force inertielle et les forces de gravité s'équilibrent avec les forces de réaction du sol. [25-28]

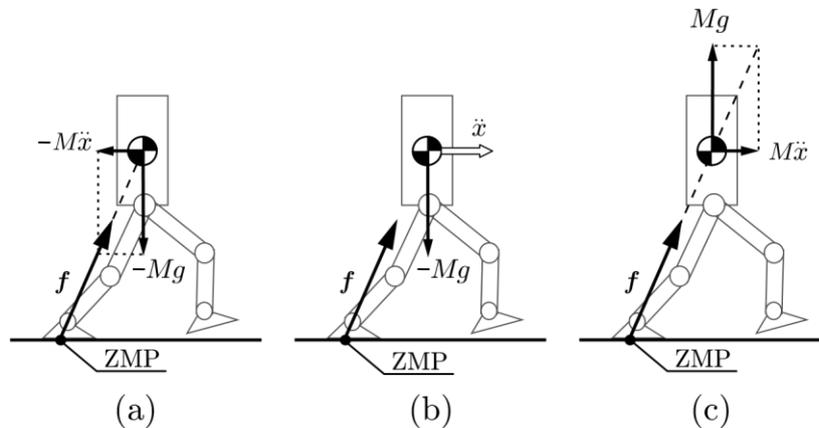


Fig 3.11 – Relation entre les déplacements du robot et la position du ZMP; (a) justification par la force inertielle; (b) bilan des forces agissant sur le robot; (c) justification par la compensation des forces de gravité et l'accélération.

Le bilan des forces agissant sur le robot et qui sont illustrées par la figure 3.11(b) montre que les seules forces extérieures à prendre en compte sont les forces de gravité et de réaction du sol. Comme il est difficile d'illustrer simplement l'équilibre des

forces, nous avons introduit le principe des forces inertielles représentées sur la figure 3.11(a). L'équilibre peut cependant se justifier sans cette introduction, comme le montre par exemple la représentation de la figure 3.11(c) : en opposition à la direction du vecteur gravité, la vitesse du centre de masse est dirigée verticalement vers le haut. Ceci est une conséquence directe des forces de réaction du sol. Simultanément, le centre de masse subit une accélération horizontale par le fait des mêmes forces de réaction et de l'actionnement. Dans ce cas, les forces de réaction du sol sont décomposées selon la somme de la compensation de la gravité et des forces d'accélération. La composition de ces deux approches permet de prévoir correctement le comportement du robot. [30]

### 3.4.2. Sur l'existence du ZMP en dehors du polygone de sustentation

Les discussions portant sur l'existence du ZMP en dehors du polygone de sustentation en fonction des mouvements du robot sont fréquentes. Un auteur a maintenu cette existence [18], mais l'essentiel de la communauté pense que « le ZMP n'est jamais défini en dehors du polygone de sustentation ».

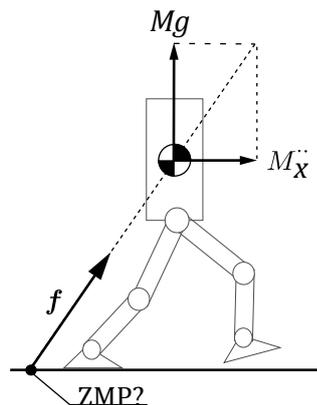


Figure 3.12 – Le ZMP peut-il exister en dehors du polygone de sustentation dans le cas d'une accélération horizontale trop importante?

Si une représentation du robot par une masse ponctuelle est utilisée, le cas de la figure 3.12 peut-il se présenter? Une accélération horizontale importante peut être acceptable pour le maintien de la posture verticale du robot si les frottements entre le pied et le sol sont pris en compte dans le modèle et s'ils sont suffisants. Comme expliqué précédemment, le ZMP est défini sur la droite découlant des directions des forces de réaction du sol et des forces inertielles. Leurs valeurs peuvent être obtenues en posant  $z'' = 0$  et  $p_z = 0$  dans l'équation 3.36.

$$p_x = x - \frac{z\ddot{x}}{g}$$

Cette équation montre bien que plus l'accélération horizontale du centre de masse est grande, plus la position du ZMP se rapproche du centre du polygone de sustentation. [25]

Nous allons expliquer rapidement les confusions à l'origine de cette discussion. Pour cela, observons la figure 3.13. Lorsque le centre de masse du robot subit une forte accélération dans le plan sagittal, la position du ZMP se rapproche du talon. Conséquence directe : si l'accélération augmente encore, le système tournera autour du talon. Une accélération verticale ascendante  $\ddot{z} > 0$  résulte de cette rotation, le calcul de la position du ZMP est alors :

$$p_x = x - \frac{z\ddot{x}}{\ddot{z} + g}$$

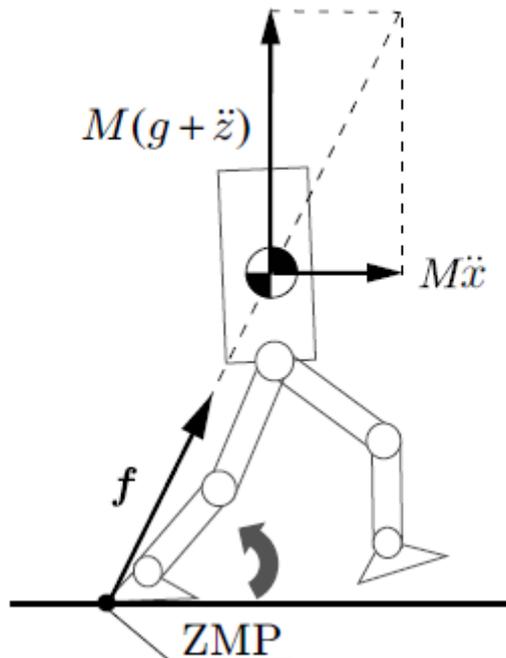


Fig 3.13 : Le robot a tendance à tourner autour de son talon dans le cas où une forte accélération horizontale est produite. Ceci génère une accélération verticale ascendante qui maintient la position du ZMP à l'intérieur du polygone de sustentation.

Comme l'accélération verticale  $\ddot{z}$  augmente proportionnellement à  $\ddot{x}$ , la position du ZMP sera toujours à l'intérieur du polygone de sustentation.

Dans une étude de cas concrète, le calcul de la position du ZMP du robot par les équations 3.36 et 3.37 nécessite la vérification de l'une des deux conditions suivantes

Condition A : la surface inférieure du pied est fixée au sol. Le contact avec le sol est alors toujours maintenu;

Condition B : la posture, les vitesses absolues linéaires et angulaires du robot peuvent être mesurées.

D'une manière générale, la condition A est utilisée pour calculer la position du ZMP lors de la simulation des déplacements du robot. La position obtenue par les équations 3.36 et 3.37 peut alors être en dehors de la surface définie par le polygone de sustentation. Pour faire réaliser un tel déplacement par le robot réel, le pied devrait être fixé au sol, par exemple grâce à l'utilisation de ventouses ou d'aimants. Les robots humanoïdes classiques se déplaçant dans des environnements ordinaires ne peuvent pas, dans la majorité des cas, utiliser de tels équipements. Dans un tels cas, le contact pied-sol ne serait donc pas conservé. **[26-27]**

Pour calculer la position du ZMP du robot réel au moyen des équations 3.36 et 3.37, nous devons utiliser la condition B. La solution obtenue coïncide avec celle mesurée par les capteurs d'efforts du pied et n'est jamais située en dehors du polygone de sustentation. **[30]**

### **3.4.3. Limites du ZMP**

Nous avons mentionné l'équivalence du ZMP avec le centre de pression : son sens physique est donc très clair. La relation entre la position du ZMP et les éléments de réduction du torseur cinétique (quantité de mouvement et moment cinétique) apparaît dans une équation très simple. De ce fait, l'utilisation du ZMP est un outil puissant pour planifier la marche sur sol plat lorsque les frottements entre le pied et le sol permettent ce type de locomotion. Le ZMP ne peut pas être utilisé dans les situations suivantes :

- A Le pied glisse sur le sol.
- B la surface du sol est irrégulière.
- C les membres supérieurs du robot sont en contact avec l'environnement.

Dans la situation A, l'adhérence du pied ne peut pas être vérifiée juste par les informations issues du calcul du ZMP (chapitre 3.1). Pour les situations B et C, connaître la position du ZMP ne donne aucune indication sur les forces de frottement

bien que celles-ci l'influencent. Les forces internes au niveau des points de contact n'apportent aucune indication supplémentaire puisqu'elles n'affectent pas la position du ZMP. [25]

### **3.5. Conclusion**

On a présenté dans ce chapitre la méthode la plus adaptée pour la génération de trajectoire pour les robots bipèdes. Cette méthode qui est le « ZMP » nous permet dans le chapitre suivant d'étudier le comportement dynamique d'un robot bipède « Ex ; Robot Wabian » en utilisant la méthode de Newton-Euler montré dans le chapitre 02.

## 4.1. Introduction

L'être humain utilise différents types de muscles pour sauter, marcher, courir et entreprendre d'autres actions dynamiques. Les chercheurs étudient les propriétés mécaniques de ces muscles pour les adapter ensuite à leurs systèmes robotiques. Parmi ces muscles, ceux des jambes par exemple, sont des muscles mono et biarticulaires qui ont la propriété de produire un grand couple autour des articulations. Par conséquent, l'objectif de ce chapitre est, de modéliser un robot bipède avec des ressorts identiques aux muscles mono et biarticulaires correspondant à droit fémoral (RF), biceps fémoral (BF), gastrocnémien (GAS) et jambier antérieur (TA) dans les jambes humaines et, à étudier l'effet de ces muscles sur le travail total de chaque jambe pendant la marche du robot. Matlab / Simulink est utilisé pour modéliser et simuler la marche du robot bipède selon la méthode ZMP et appliquer les résultats obtenus au logiciel AMESIM afin d'étudier la dynamique du robot pendant la marche en utilisant la méthode de Newton-Euler.

Dans les domaines de la biomécanique et de la robotique, la bipédie a été étudiée pour comprendre les mécanismes de locomotion et leur adaptation entre humains et robots [31]. Obtenir la marche robotique identique à celle de l'être humain c'est l'objectif de la locomotion robotique. La réalisation de cet objectif permet de réaliser des robots capables de naviguer dans la myriade de terrains et que les êtres humains peuvent en retour gérer avec facilité. En plus cela donnerait, par extension, des applications importantes à l'exploration spatiale [32,33]. Par ailleurs, au-delà des systèmes purement robotiques, si l'on peut comprendre l'ingénierie des robots marchant à pieds à l'instar des êtres humains, cette compréhension peut être élargie en assistance robotique et dispositifs prothétiques pour des personnes ayant une déficience de marche ou amputées des membres inférieurs. Ainsi, la capacité d'obtenir la marche robotique-humaine [33,34-36] entraîne des ramifications importantes et de grande portée [33]. Du point de vue biomimétique, il est utile d'observer la marche de l'homme dans le but de parvenir à une confortable marche bipédique [37, 38]. La recherche sur les robots d'inspiration biologique progresse de nos jours. Beaucoup de robots industriels, dont la fabrication est inspirée par les muscles des jambes humaines, sont utilisées pour effectuer de nombreuses tâches plus ou moins complexes [31, 39, 44-45]. Ces muscles sont classés en deux types: Les muscles mono articulaires et les muscles biarticulaires ayant les propriétés suivantes [45-46]:

\* Muscles mono articulaires: Ces muscles sont connectés à deux liens de chaque côté de l'articulation. Ils peuvent assurer une seule articulation en produisant un couple autour de cette articulation.

\* Muscles biarticulaires: Ces muscles sont connectés à deux liens séparés par une troisième liaison et deux articulations. Ils peuvent entraîner ces deux articulations simultanément, et ont la capacité de transférer l'énergie produite principalement par les muscles mono articulaires aux articulations. Cette opération peut contribuer efficacement à l'objectif recherché de mouvement.

Les muscles biarticulaires qui correspondent au droit fémoral (RF), biceps fémoral (BF) et gastrocnémien (GAS) dans les jambes humaines jouent un rôle important dans la stabilité de la marche humaine [39, 44]. Ainsi, en utilisant des ressorts à l'image de ces muscles, les robots bipèdes sont capables d'atteindre la stabilité de l'homme. Les mouvements de la jambe présentent une similitude par rapport à ceux qu'assureraient les robots bipèdes comme structures de corps rigides. D'autre part, l'utilisation de ces ressorts peut donner des effets contre indicatifs au mécanisme de la jambe en raison du travail supplémentaire fourni aux articulations pendant la période de marche. Dans ce sens, nous avons besoin d'évaluer le travail total des articulations de chaque jambe pendant la marche. En outre, l'analyse des travaux au niveau des articulations est nécessaire pour répondre à la question de la marche confortable des robots bipèdes [38]. Cependant, il est exigé en fait des efforts importants pour réussir cette marche confortable qui est indispensable à l'obtention de bonnes performances des robots bipèdes [38, 40-42].

Dans les robots bipèdes, les ressorts peuvent être utilisés pour supporter le poids du robot lui-même ou en plus une charge supplémentaire ou de gérer l'énergie nécessaire à sa dynamique (accumulation d'énergie pendant la phase d'atterrissage et la réinjectant lors d'une phase de levage). Dans ce chapitre, l'accent est mis sur le support de poids.

L'objectif de ce chapitre est de modéliser un robot bipède (EX le robot Wabian) en ajoutant des ressorts comme des muscles passifs (mono et biarticulaires) et d'étudier l'effet de ces muscles sur le travail total de chaque jambe lors de la marche en utilisant le méthode « ZMP » montré dans le chapitre 03.

## 4.2. Modélisation du robot bipède (Wabian 2-R) inspiré des muscles de la jambe humaine

Afin d'avoir une analyse efficace sur l'effet des muscles mono et biarticulaires sur le travail total de chaque jambe du robot (Wabian) pendant la marche, nous considérons le modèle de robot avec des ressorts comme des muscles mono et biarticulaires comme montre la Fig. 4.1(c). Le modèle représenté sur la figure 4.1(c) se compose de quatre segments ( $H_1H_2, HK, AK_1$  et  $BC$ ) avec le haut du corps, trois articulations (articulations de la hanche, du genou et de la cheville) et quatre ressorts linéaires qui sont représentés par des lignes rouge pointillées. Les ressorts S1, S2, S4 correspondent aux muscles biarticulaires: droit fémoral (RF), biceps fémoral (BF) et gastrocnémien (GAS) dans les jambes humaines respectivement. En outre, le ressort S3, qui correspond à un muscle monoarticulaires: jambier antérieur (TA) dans les jambes humaines est également utilisé dans ce modèle. La force générée dans ces ressorts  $f = [f_1, f_2, f_3, f_4]$  est calculé comme suit:

$$f = k\varepsilon \quad (4.1)$$

où  $k$  et  $\varepsilon$  désignent le coefficient de rigidité et le déplacement (allongement ou compression) du ressort respectivement, et dans notre cas, le facteur d'amortissement intrinsèque des ressorts est négligé. Les point  $P = [H_1, H_2, E, K_1, F, G, C, B]$  représente la fixation du ressort. Le centre de masse du système se trouve à l'articulation de la hanche ( $H$ ). La masse des segments sont définis au centre de chaque segment. Les deux membres ( $H_1H_2$ ) et ( $BC$ ) sont pris en compte dans notre modèle pour rester parallèle pendant le mouvement. ( $H_1H_2$ ) représente la partie supérieure du corps fixé à l'articulation de la hanche. Le segment ( $BC$ ) représente le pied du robot qui est en contact avec le sol pendant la période de marche.

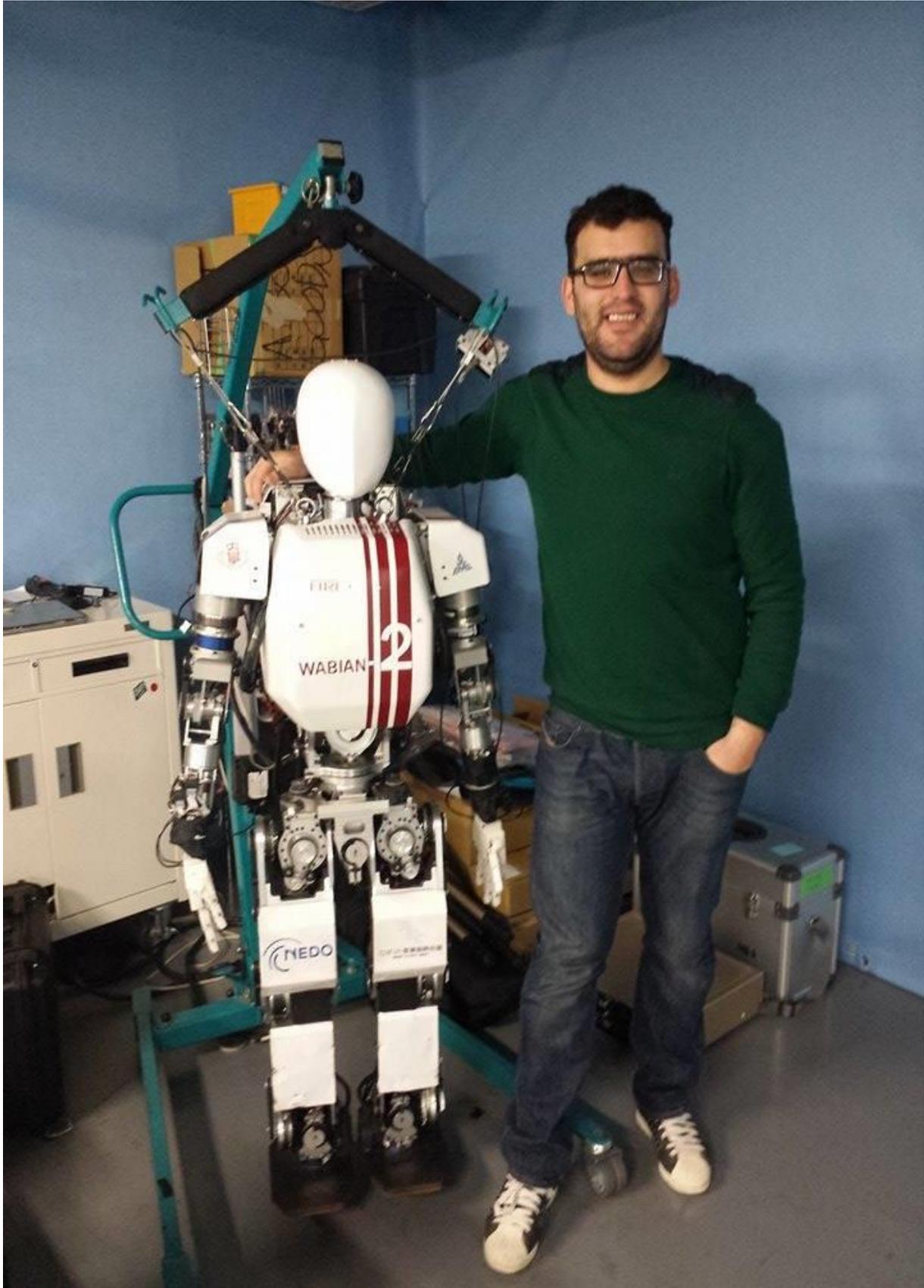


Fig.4.1(a) La photo du robot Wabian prise dans le Laboratoire Takanishi.

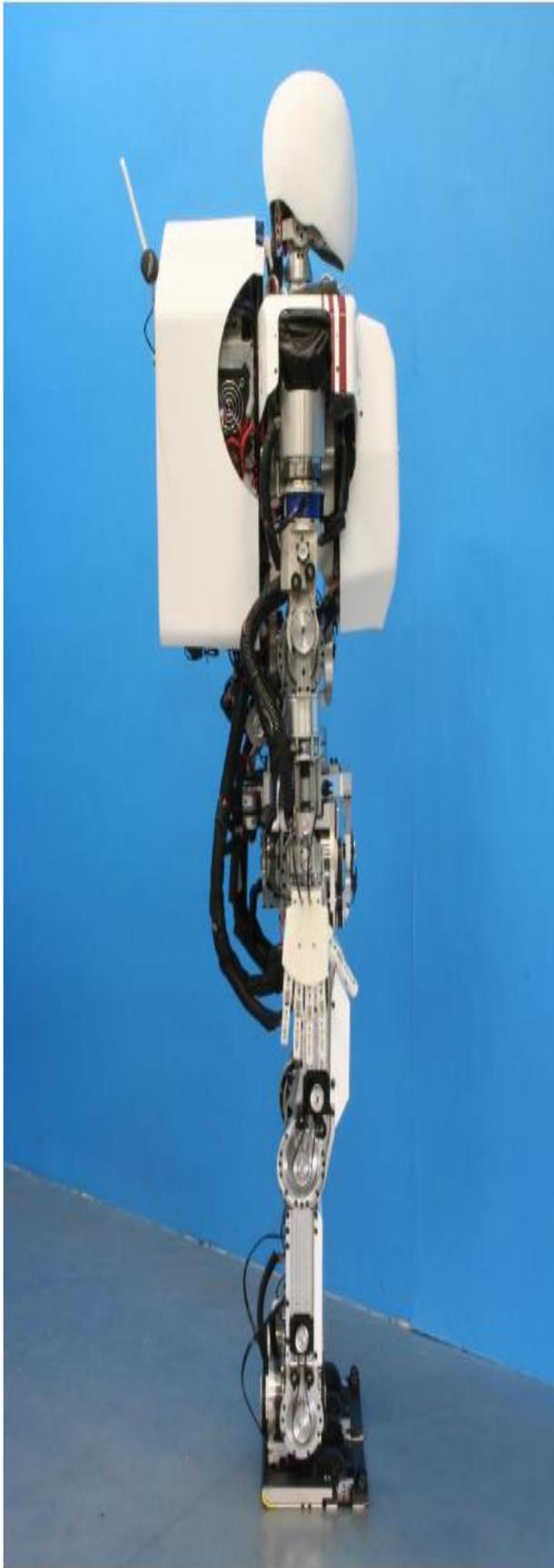


Fig. 4.1(b). Le robot WABIAN-2R (Takanishi Lab)

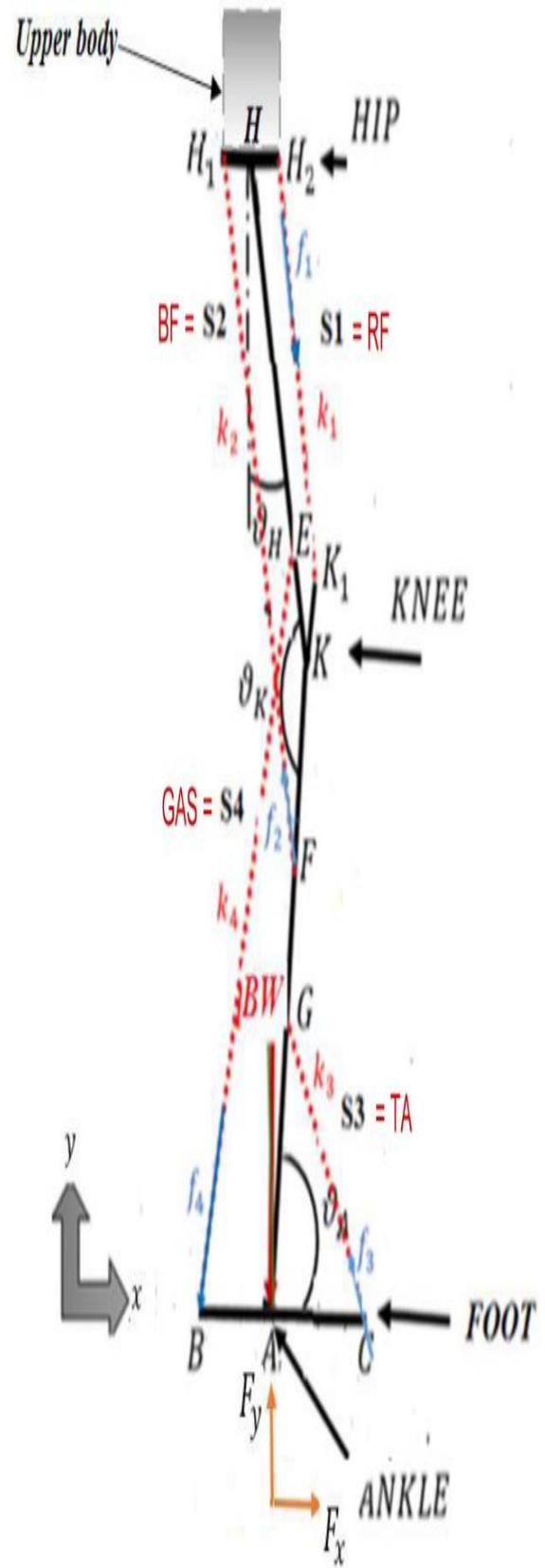


Fig.4.1(c). La modélisation de la jambe du robot

### 4.3. Modélisation dynamique de la jambe du robot :

De la position et l'orientation du segment, les forces et les couples nets agissant sur les articulations sont calculées en utilisant la méthode récursive N-E. N-E dynamique inverse est basée sur les équations suivantes [47]:

$$f_{i-1,i} = f_{i,i+1} - m_i g + m_i a_{ci} \quad (4.2)$$

$$N_{i-1,i} = N_{i,i+1} - (r_{i,cgi} \times f_{i,i+1}) + (r_{i-1,cgi} \times f_{i-1,i}) + [I]_i \alpha_i + (\omega_i \times [I]_i \omega_i) \quad (4.3)$$

Le calcul est effectué par AMESim en introduisant les équations de N-E. Pour la jambe d'appui, nous commencerions de l'articulation de la hanche vers l'articulation du pied et pour la jambe libre, du pied à la hanche.

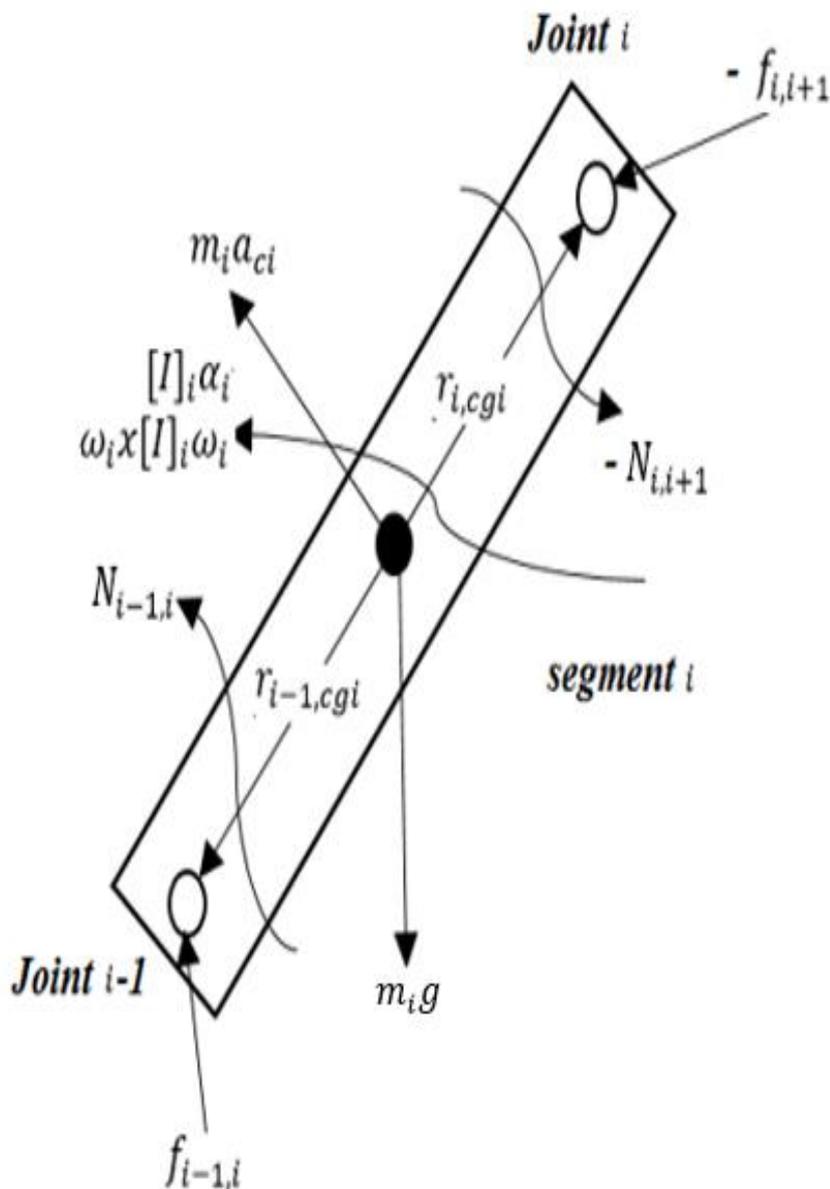


Figure. 4.2. Représentation du segment du corps utilisé dans le modèle de dynamique inverse.

Le travail cumulatif de chaque articulation peut être calculé comme suit [38, 43]:

$$W_i = \int_0^t |N_i \dot{\vartheta}_i| dt \quad / \quad i = H, K, A \quad (\vartheta_i: \text{La rotation de l'articulation}) \quad (4.4)$$

$$W_T = \sum W_i \quad (4.5)$$

où  $W_T$  désigne le travail total.

Notez que les expressions des travaux présentées dans les Eqts. 4.4 et 4.5 sont utiles pour analyser le travail total effectué par les articulations du robot pendant la marche.

#### 4.4. Génération de trajectoire en utilisant la méthode ZMP

Dans de nombreux cas de robots bipèdes aussi les robots Wabian, la locomotion est réalisée avec une hauteur fixe de la hanche et ZMP placé à l'intérieur de la limite de pied afin de maintenir une stabilité maximale [48]. La position désirée et la vitesse peut être réglée de la manière suivante [48]:

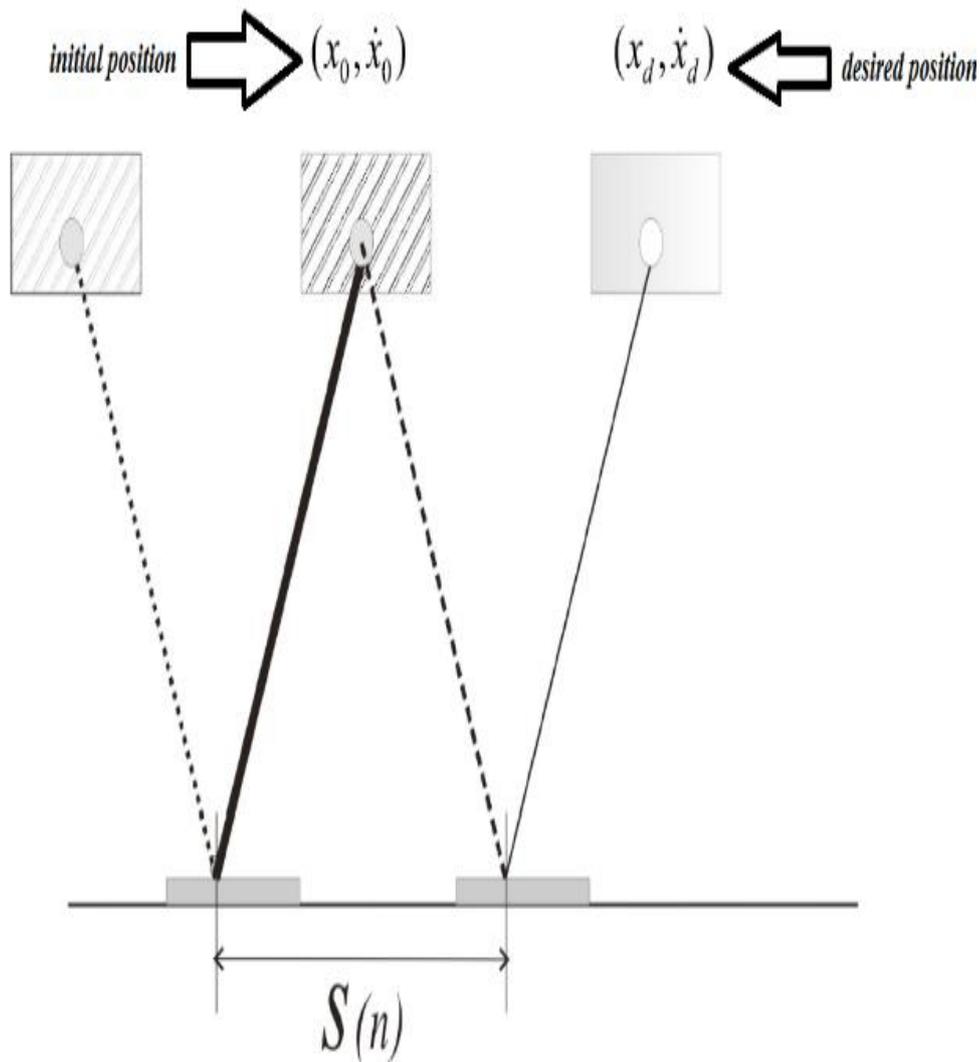


Figure. 4.3. Les paramètres des étapes multiples

$$x_d(n) = \frac{S(n+1)}{2} + x_{zmp}(n) \quad (4.6)$$

$$\dot{x}_d(n) = \epsilon \frac{1 + \cosh \epsilon T_s}{\sinh \epsilon T_s} \frac{S(n+1)}{2} \quad (4.7)$$

$$x_{zmp} = x - \frac{y}{g} \ddot{x} \quad (4.8)$$

Où:

$\epsilon = \sqrt{\frac{g}{y}}$ ,  $y$  est la hauteur de la hanche,  $x$  est la position du centre de masse,  $g$  la gravité,

$x_{zmp}$  est l'emplacement du ZMP,  $S(n)$  est la distance de déplacement souhaitée et  $T_s$  est le temps désiré de prendre la distance désirée (Voir figure 4.3). Cependant, la trajectoire du pied est définie comme suit:

$$x_{zmp}(n) = S(n) + x_{zmp}(n-1) \quad (4.9)$$

#### 4.5. Simulation et discussion

Cette section présente les simulations réalisées avec AMESim et les résultats obtenus pour les différentes conditions. Les simulations ont été réalisées séparément pour chaque jambe, avec un modèle 2D, pour permettre une analyse facile des résultats en découplant le comportement de chaque sous-système au lieu d'analyser le système entier.

Le mouvement simulé correspond à la marche du robot (Wabian) en ligne droite à une vitesse constante de 2 m/s avec une hauteur constante de la hanche 0,49 m (pas d'accélération verticale). Le pied support ne glisse pas sur la surface de contact (coefficient de frottement = 0,5). Le tableau 4.1 donne les dimensions et les paramètres utilisés pour le modèle AMESim. Les figures 4.4 et 4.5 donnent les graphes de ZMP et l'évolution du centre de masse. Les angles d'articulation correspondants pour chaque jambe sont présentés sur les figures 4.6 et 4.7 pour une étape (0,36 s). La phase double support a été exclue. La jambe droite est la jambe d'appui pendant le mouvement, et la jambe gauche est la jambe libre. Les entrées nominales correspondent à la trajectoire calculée avec Matlab, tandis que les sorties réalisées correspondent aux résultats d'une simulation dynamique effectuée par AMESim. Dans AMESim, PID's sont utilisés pour garantir une erreur minimale, et les courbes nominales

$HH_1$	100 (mm)
$HH_2$	30 (mm)
Masse de la partie supérieure	46.6 Kg

$HK$	300 (mm)/4.4Kg /0.033 Kg.m <sup>2</sup>
$KK_1$	100 (mm)
$AK$	270 (mm)
$AK_1$	3.9Kg /0.0237 Kg.m <sup>2</sup>
$AB$	100 (mm)
$AC$	140 (mm)
<i>Mase du pied</i>	0.6 Kg
$KE$	75 (mm)
$KF$	75 (mm)
$AG$	100 (mm)
<i>La hauteur de la hanche (y)</i>	490 (mm)

Tableau 4.1 :Les parametres et les dimensions d'une jambe du robot Wabian. [48]

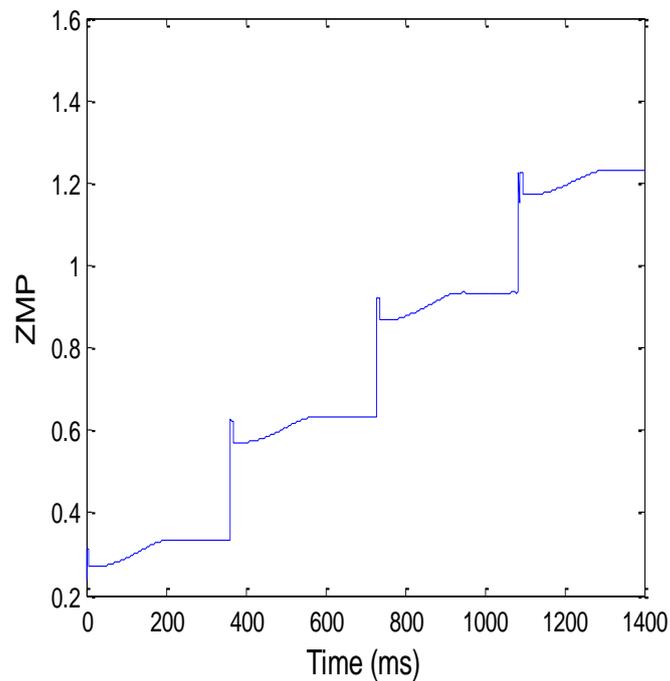


Fig. 4.4. Le graphe du ZMP avec les parametres suivants:  $\dot{x}_d = 2m/s$ ,  $T_s = 0.36s$  and  $S = 0.3m$ .

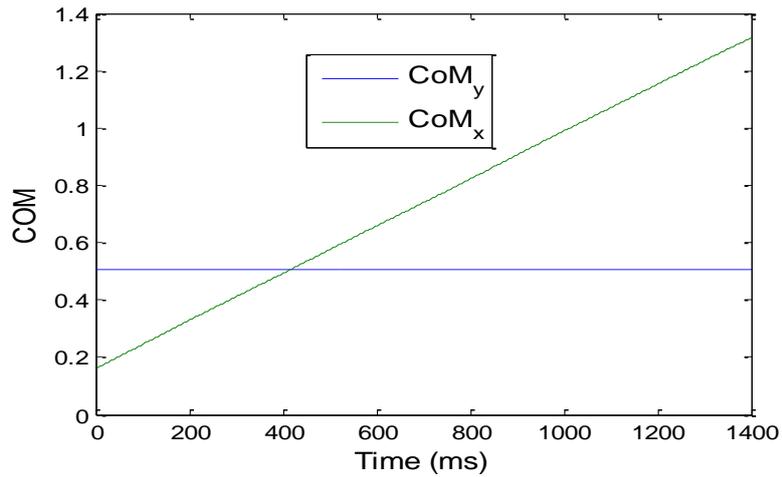


Fig. 4.5. Le déplacement du centre de masse pendant la marche du robot.

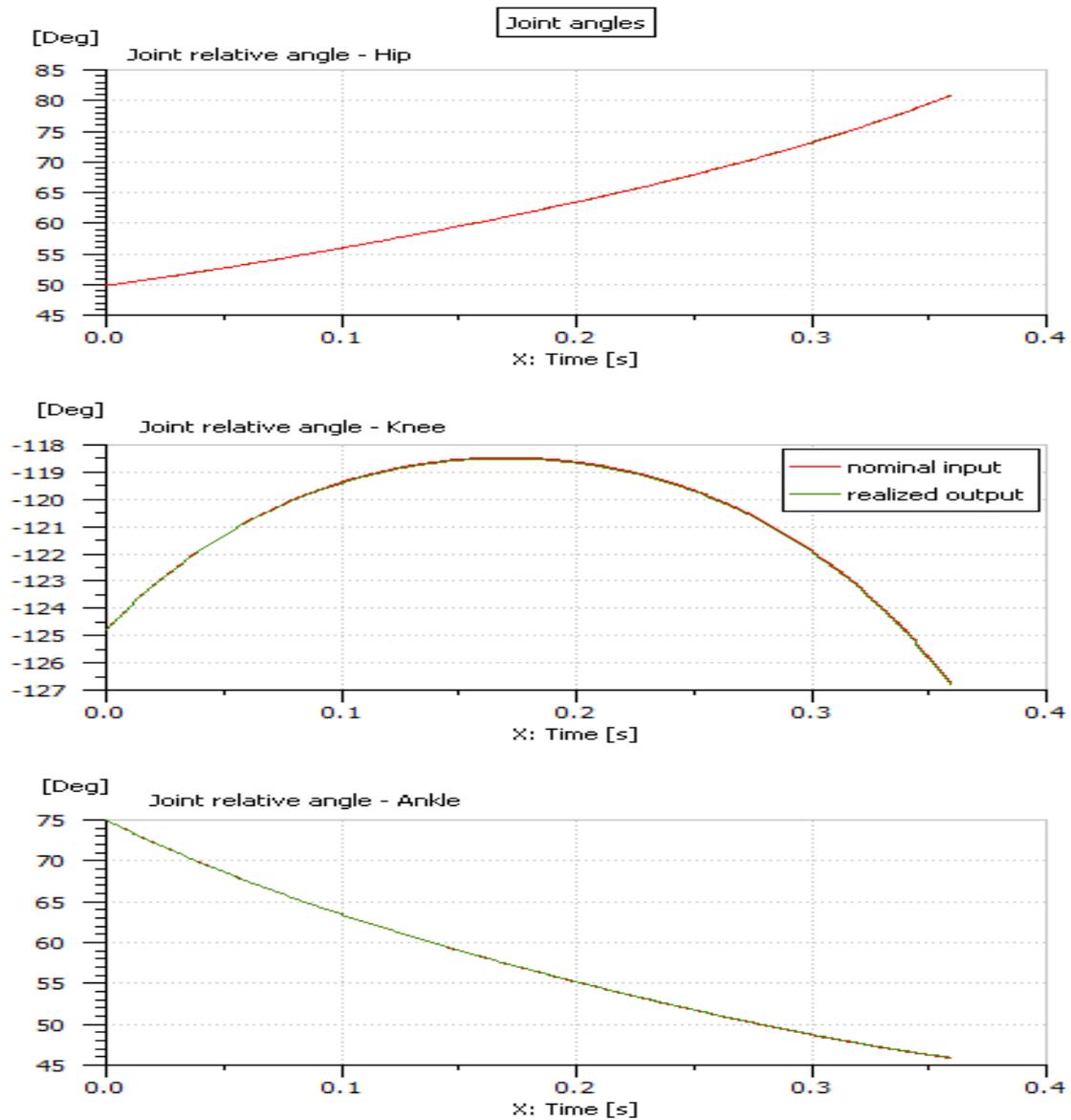


Fig 4.6. Le déplacement des articulations de la jambe d'appui.

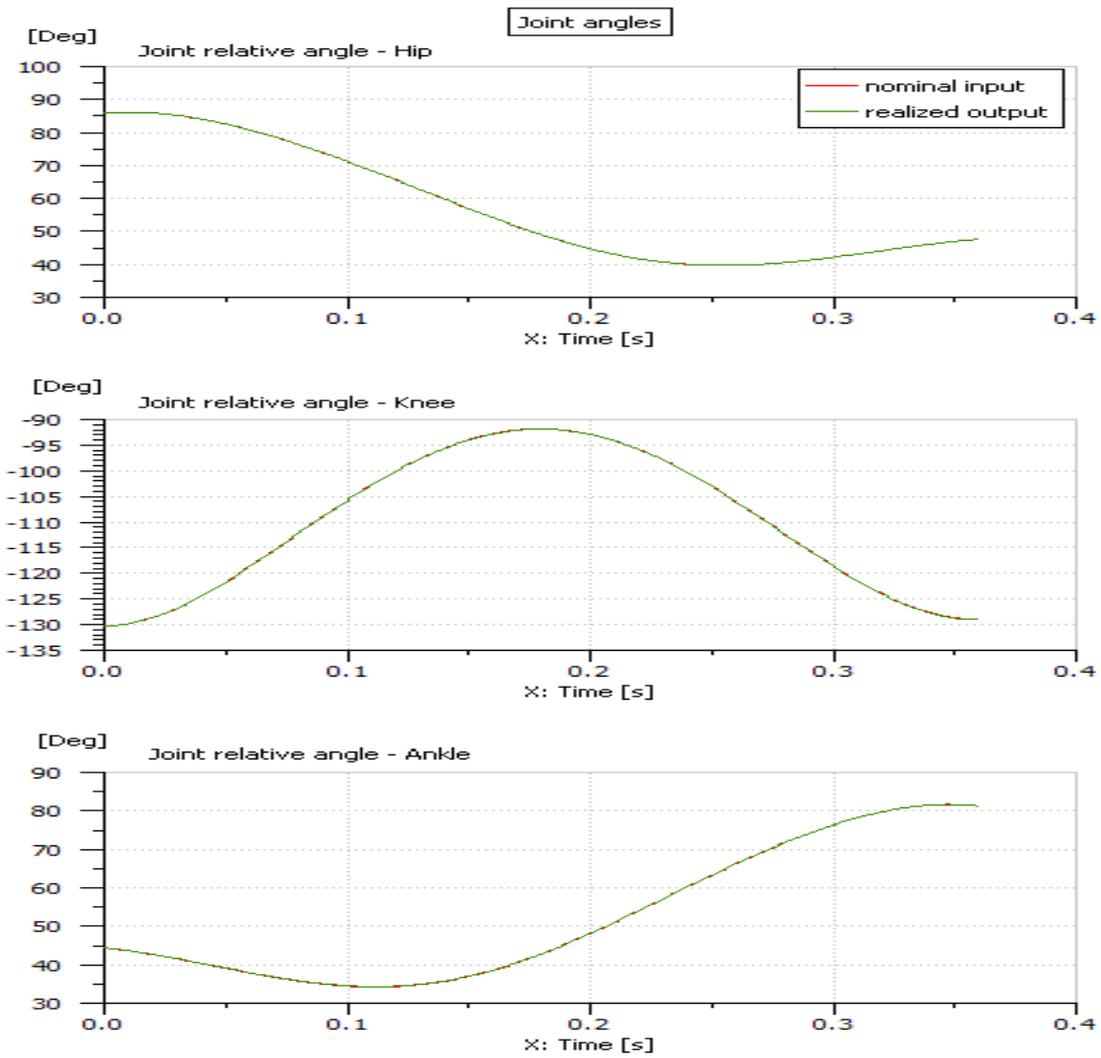


Fig 4.7. Le déplacement des articulations de la jambe libre.

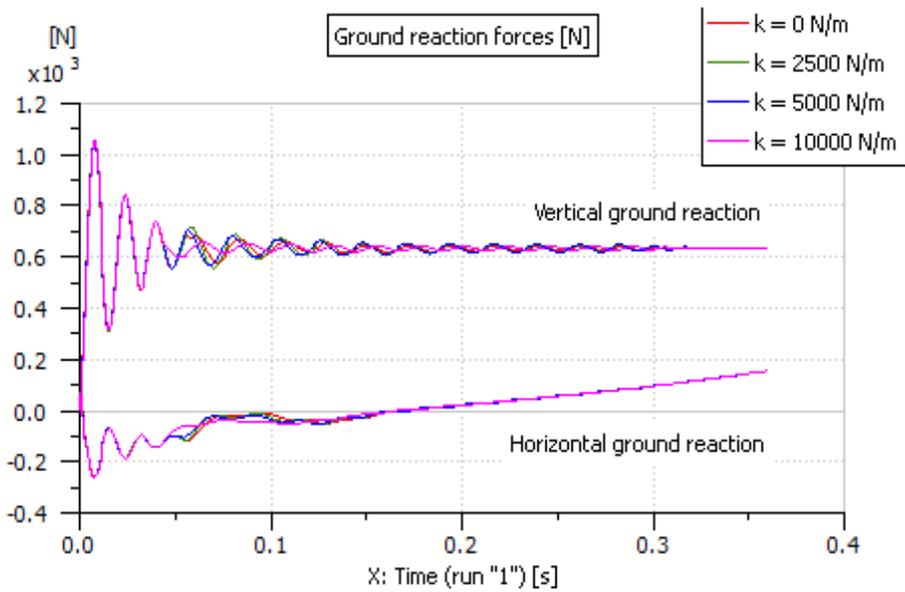


Fig. 4.8. Les composantes de la réaction au sol.

et les courbes réalisées avec AMEsim sont presque confondus. Parce qu'il n'y a pas de mouvement vertical de la partie supérieure du corps, il est prévu que la réaction verticale du sol soit à peu près constant pendant le mouvement [18]. Pendant la simulation, en raison de la conformité avec le sol au début du mouvement, les oscillations de la force de contact sont présentées pendant 0,1 s pour la jambe d'appui comme le montre la Fig. 4.8. En outre, il est représenté sur la figure. 4.8 que les coefficients de raideur des muscles ne présentent aucun effet sur le (GRF) parce que les muscles sont des forces internes et le (GRF) est une force extérieure.

Pour plus de simplicité et de facilité de comparaison, on utilise la même rigidité pour les quatre ressorts ( $k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = k$ ). Comme expliqué ci-dessous, la position d'équilibre de la plupart des robots bipèdes aussi le robot Wabian est définie quand la hanche et la cheville ont la même coordonnées ( $x$ ) [18], comme le montre les figures 4.9(a) et 4.9(b).

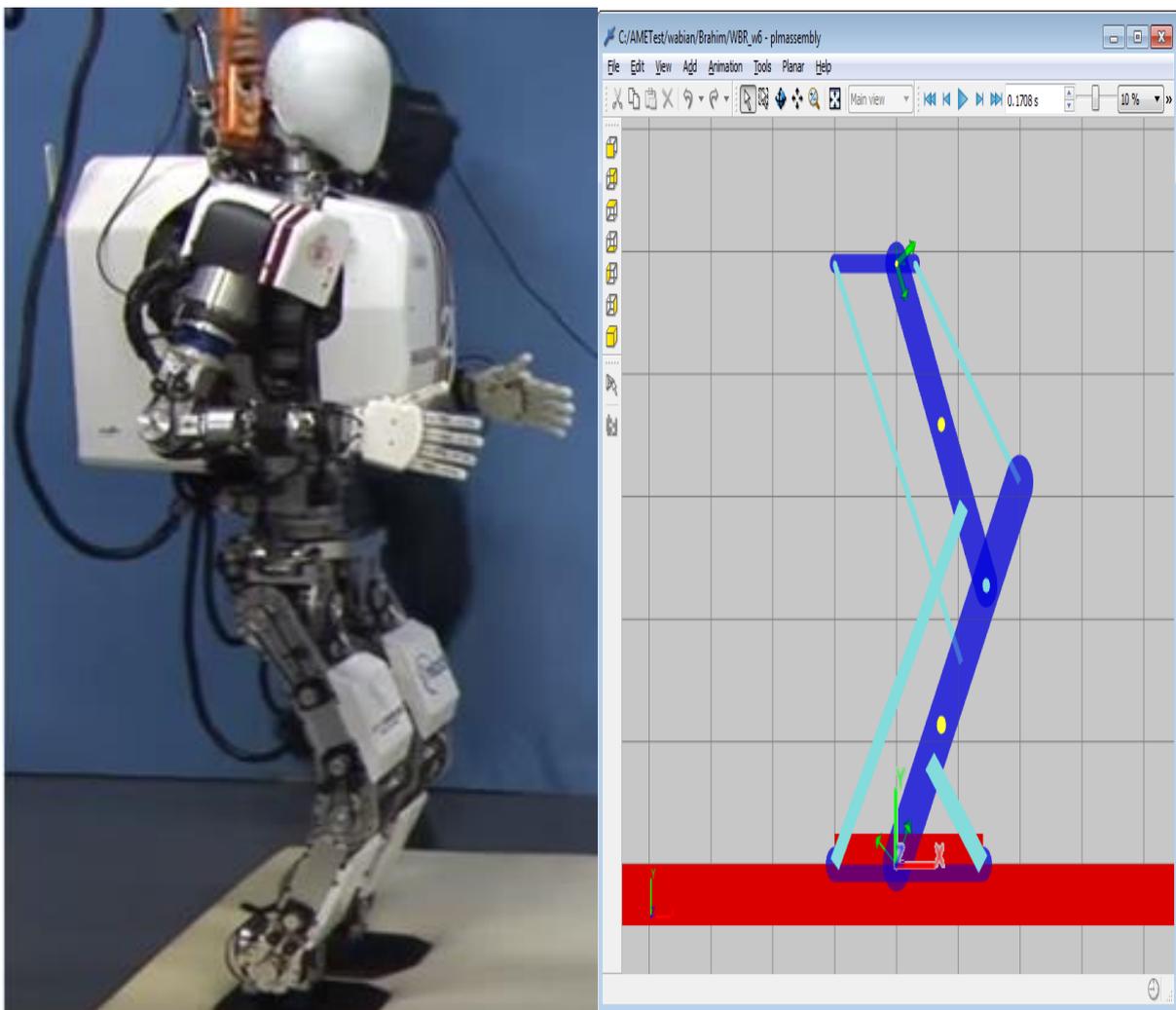


Fig.4.9(a). La position d'équilibre du robot Fig. 4.9(b). La modelisation de la position d'équilibre du robot en utilisant logiciel AMEsim

Afin d'analyser l'effet des ressorts sur le travail des moteurs doivent fournir, deux cas de simulations sont pris en considération:

**Cas (1):** Aucune force des ressorts. Cela signifie que dans la position d'équilibre, les ressorts sont non étiré / décompressé.

**Cas (2):** des précontraintes sur les deux muscles (TA) et (GAS) de telle manière à supporter le poids du robot. La précontrainte est réalisée par pré-compression des ressorts dans la position d'équilibre. Cela signifie que dans la position d'équilibre, la rigidité nominale choisie, le système est en équilibre statique.

La rigidité nominale a été choisie arbitraire à 5000 N/m. Il a également été décidé que l'équilibre serait réalisé par la jambe d'appui seul. Cela signifie que le poids total supporté au niveau de la hanche est le poids de la partie supérieure du corps et le poids de la jambe libre. Les compressions de précharge donnent  **$F(\text{GAS}) = -1156,5 \text{ N}$**  et  **$F(\text{TA}) = -1000 \text{ N}$** .

Les trois autres valeurs de rigidité utilisées dans les simulations sont: 0N/m, comme l'origine du robot Wabian; 2500N/m, ceci correspond à la moitié de la rigidité nominale, ce qui correspond également à peu près à l'équilibre avec les deux pieds partagent le poids du robot ; 10 000N/m, soit deux fois la rigidité nominale et il permet d'analyser ce qui se passe si on pense d'un système très rigide permettant de supporter une charge sans utiliser les commandes de moteur. Ces trois raideurs sont utilisées avec la même précompression (identique à la déformation des ressorts à la position d'équilibre) que celui utilisé avec la rigidité nominale.

Nous allons maintenant analyser les résultats de simulations. En premier lieu, les forces de ressort durant le mouvement. Les forces élastiques dépendent uniquement de la configuration (les angles des articulations) du système au cours du mouvement. Sur les figures 4.10 et 4.11, nous pouvons voir que pour la jambe d'appui, (BF) et (RF) se comportent de la même manière pour le cas (1) et (2) parce qu'ils ne sont pas compressés dans le cas (2), ils ont pas besoin d'être parce que le centre de masse de la partie supérieure du corps est directement placé à la hanche, de telle sorte que le moteur de la hanche ne devrait pas avoir à travailler pour maintenir la partie supérieure du corps ( $H_1H_2$ ) parallèle au sol si le robot était en accélération. Toutes les courbes se croisent l'axe ( $x$ ) autour 0,17s (plus précisément 0,1708 s), ce qui correspond au passage à la position d'équilibre. Au début du mouvement ( $H$  derrière  $A$  pour la jambe d'appui) (BF) est étiré, et il est comprimé à la fin. (RF) est presque toujours comprimé. Pour (GAS) et (TA), il est assez différent. Dans le cas (1), nous voyons un

comportement similaire à (BF) parce qu'il n'y a pas de pré-compression et les angles des articulations apportent (GAS) de la compression vers tension et (TA) de la tension à la compression, mais dans le cas (2), en raison de la précontrainte (GAS) et (TA) reste en compression et les forces générées sont plus importantes. Le comportement de la jambe libre (jambe gauche, Voir Figures 4.24 et 4.25) est similaire, avec des valeurs plus élevées et des courbes de forme de spline, comme en raison du fait que le pied monte à environ 78 mm au-dessus de sol, ce qui donne lieu à un allongement supérieur ou compression des ressorts.

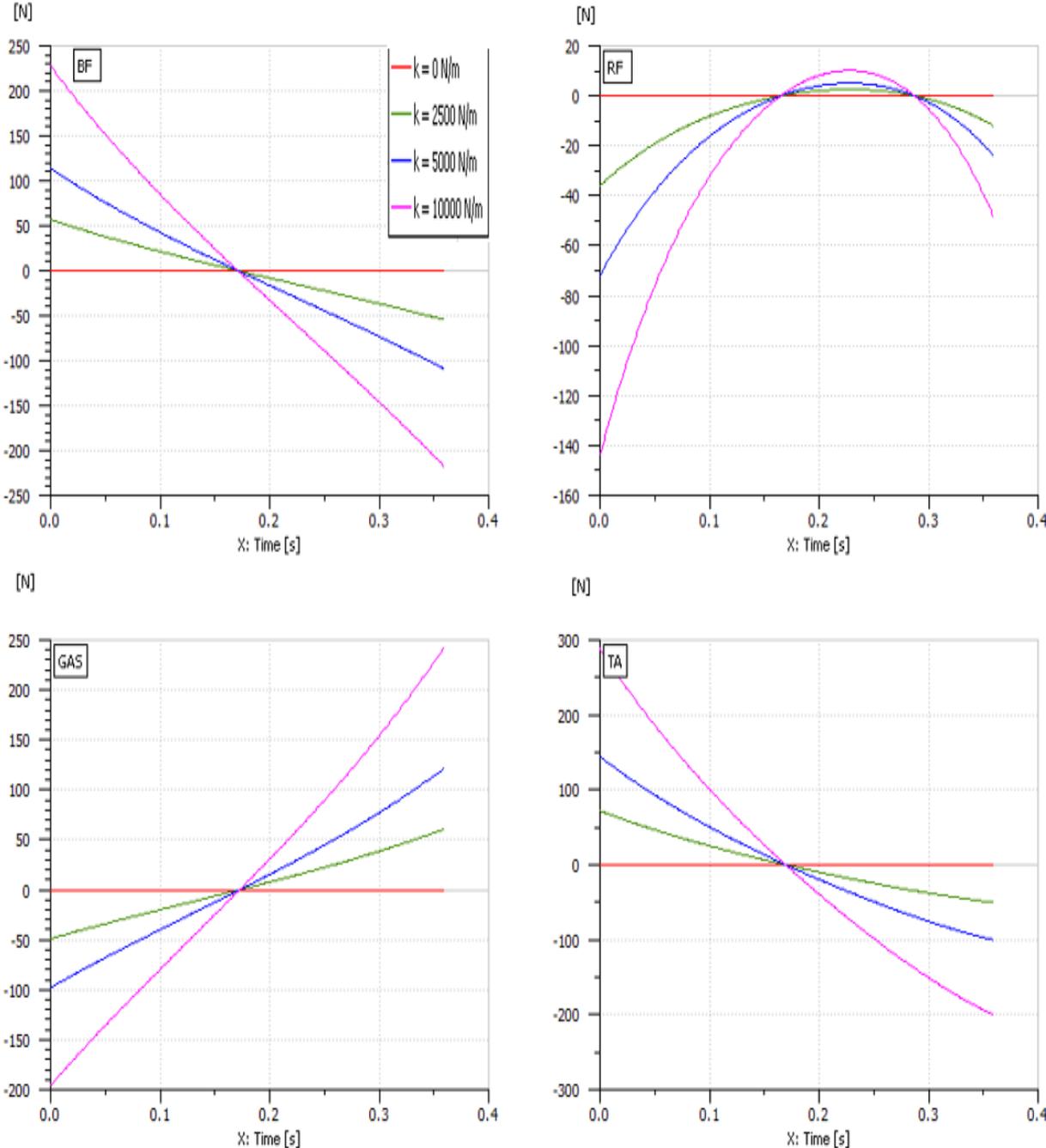


Fig. 4.10. La force des ressorts de la jambe d'appui cas (1)

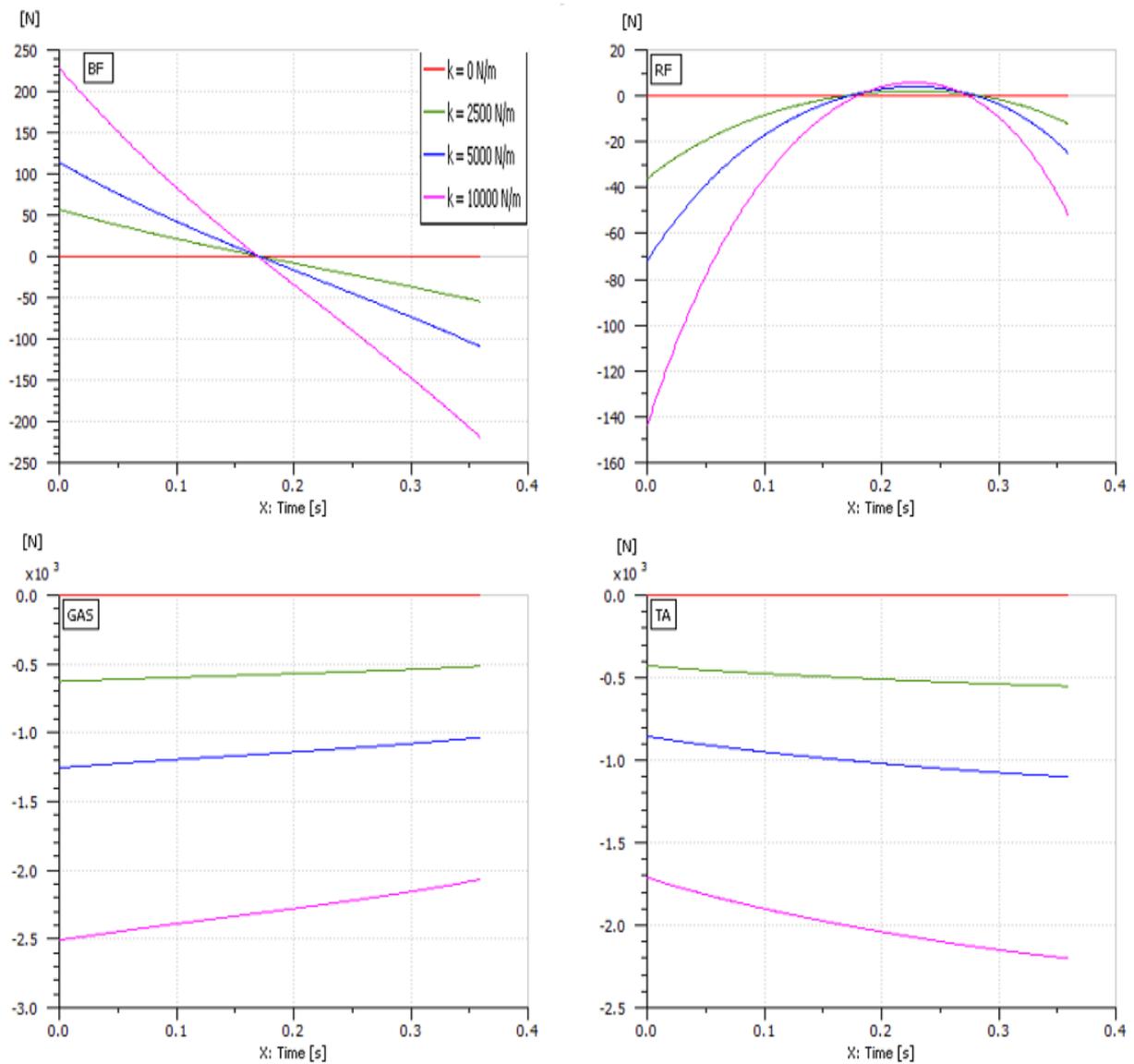


Fig. 4.11. La force des ressorts de la jambe d'appui cas (2)

Ces figures ne donnent pas des informations sur la façon dont ces forces agissent pour équilibrer ou non le système (analyse n'est pas aussi direct que avec seulement muscles monoarticulaires), mais il est clair qu'une raideur du ressort supérieur donne des forces supérieures.

Le deuxième point de focalisation sera les couples moteurs nécessaires pour produire le mouvement. Les figures 4.12 et 4.13 montrent le schémas des couples de la jambe droite pour les deux cas. Le schéma de couple de la hanche est la même pour les deux cas et elle est proportionnelle au coefficient de raideur. Nous voyons que, sans ressorts ( $k = 0 \text{ N / m}$ ) il devrait y avoir aucun couple nécessaire. Dans le cas (1), la raideur du ressort n'a pas d'effet sur le couple d'articulation du genou. Oscillations initiales en raison de la conformité pied-sol sont clairement visibles pour

le genou. Dans le cas (2), la précontrainte nominale (avec  $k = 5000 \text{ N/m}$ ) amène le couple autour de 0 N.m du genou par rapport à une moyenne d'environ 80 Nm sans-

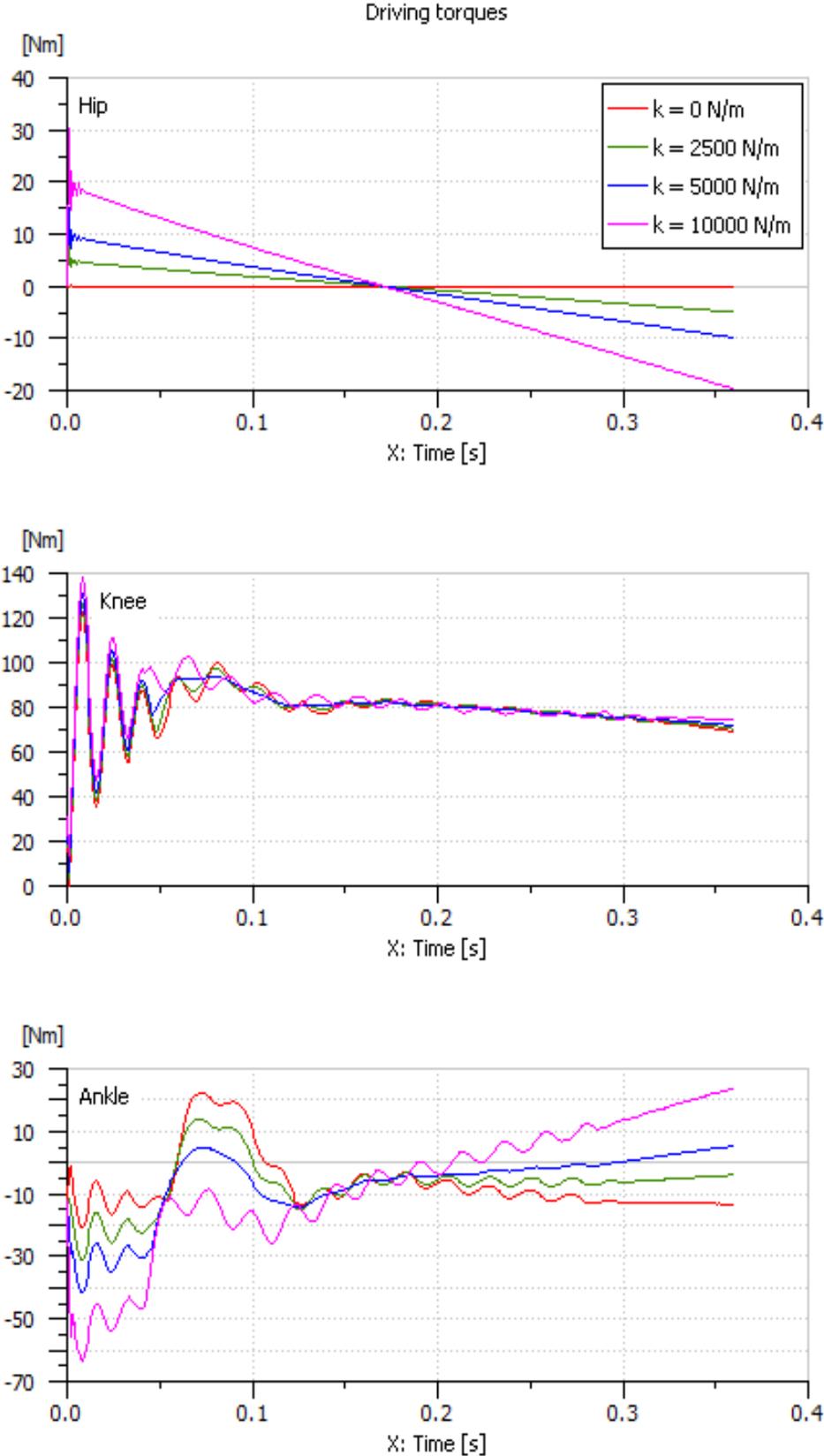


Fig. 4.12. Le couple des articulations de la jambe d'appui cas (1).

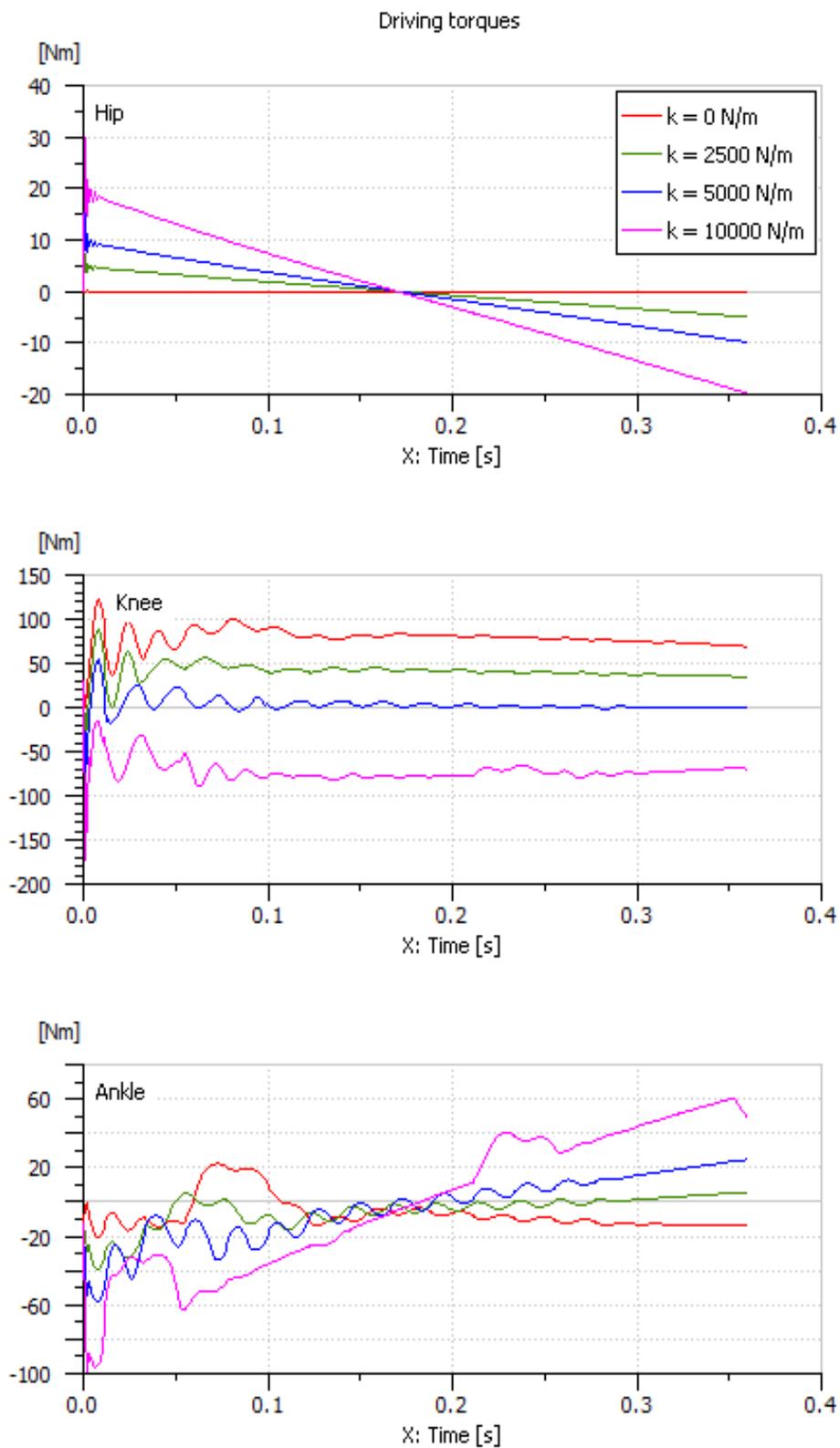


Fig. 4.13. Le couple des articulations de la jambe d'appui cas (2).

sans ressorts. Ceci est l'effet de support de poids recherché. La variation des couples de la cheville pour les deux cas montrent que les amplitudes du couple de la cheville pour le cas (2) sont plus élevées que pour le cas (1). Ainsi, nous pouvons conclure par

l'analyse de couple que la précontrainte (GAS) et (TA) a un effet uniquement sur le comportement des couples du genou et de la cheville. Cela est également vrai pour la jambe libre, bien que les modèles sont très différents (Voir Figures 4.20 et 4.21).

Ensuite, nous analysons le travail accompli par chaque articulation et le travail total résultant. Les figures 4.14 et 4.15 montrent le travail cumulé de chaque moteur et le travail total (somme des travaux des trois moteurs) pour la jambe d'appui pour le cas

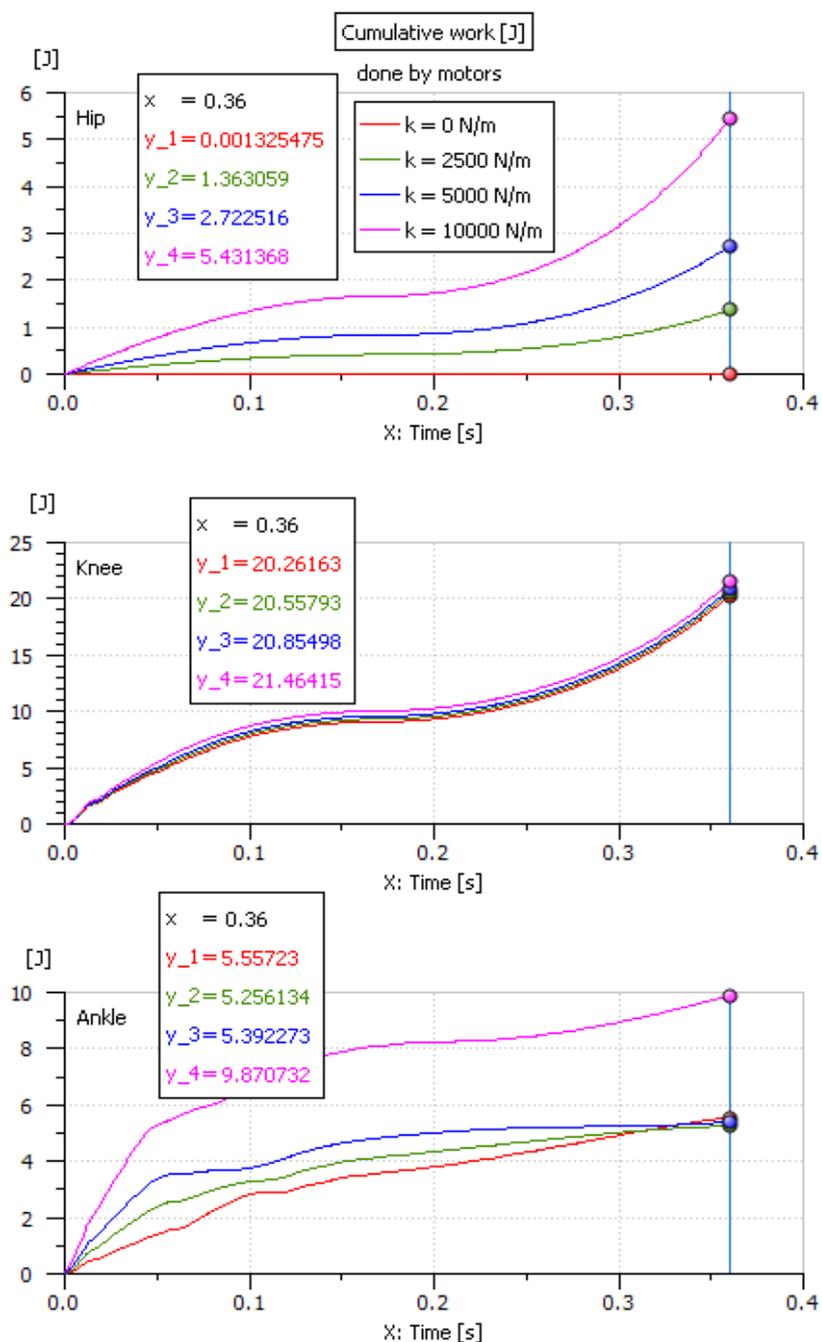


Fig. 4.14. Le travail cumulé des articulations de la jambe d'appui cas (1).

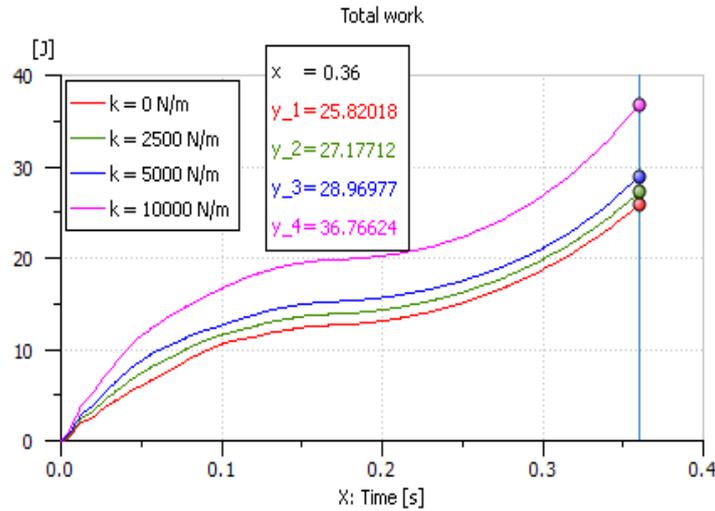


Fig. 4.15. Le travail total de la jambe d'appui cas (1).

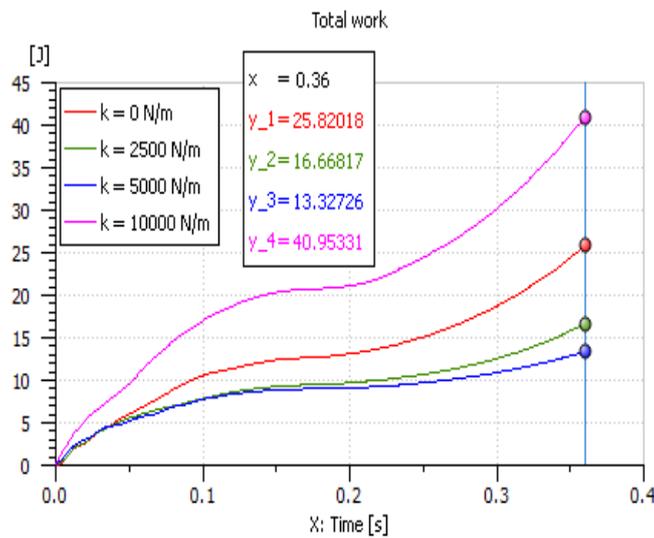


Fig. 4.16. Le travail total de la jambe d'appui cas (2).

(1). Les figures 4.16 et 4.17 sont pour le cas (2). Dans le cas (1), l'effet de ressorts est tout à fait négligeable avec une faible augmentation du total des travaux en raison principalement de l'articulation de la hanche. Dans le cas (2), la figure 4.16 montre une réduction significative du total des travaux avec le ressort nominal (rappelez-vous que le système a été équilibré avec  $k = 5000 \text{ N / m}$ ), et en regardant la figure 4.17, nous comprenons que cela est dû à la réduction du travail au niveau du genou (précharge des deux muscles GAS et TA rend le couple du genou autour de  $0 \text{ N / m}$ ). Le travail total requis par la jambe de support est réduite de 46%. Cependant en tenant compte du travail requis par la jambe libre (jambe gauche, les figures 4.18 et 4.19 pour les cas (1) et (2)), on peut voir que dans les deux cas, il y a une augmentation significative du

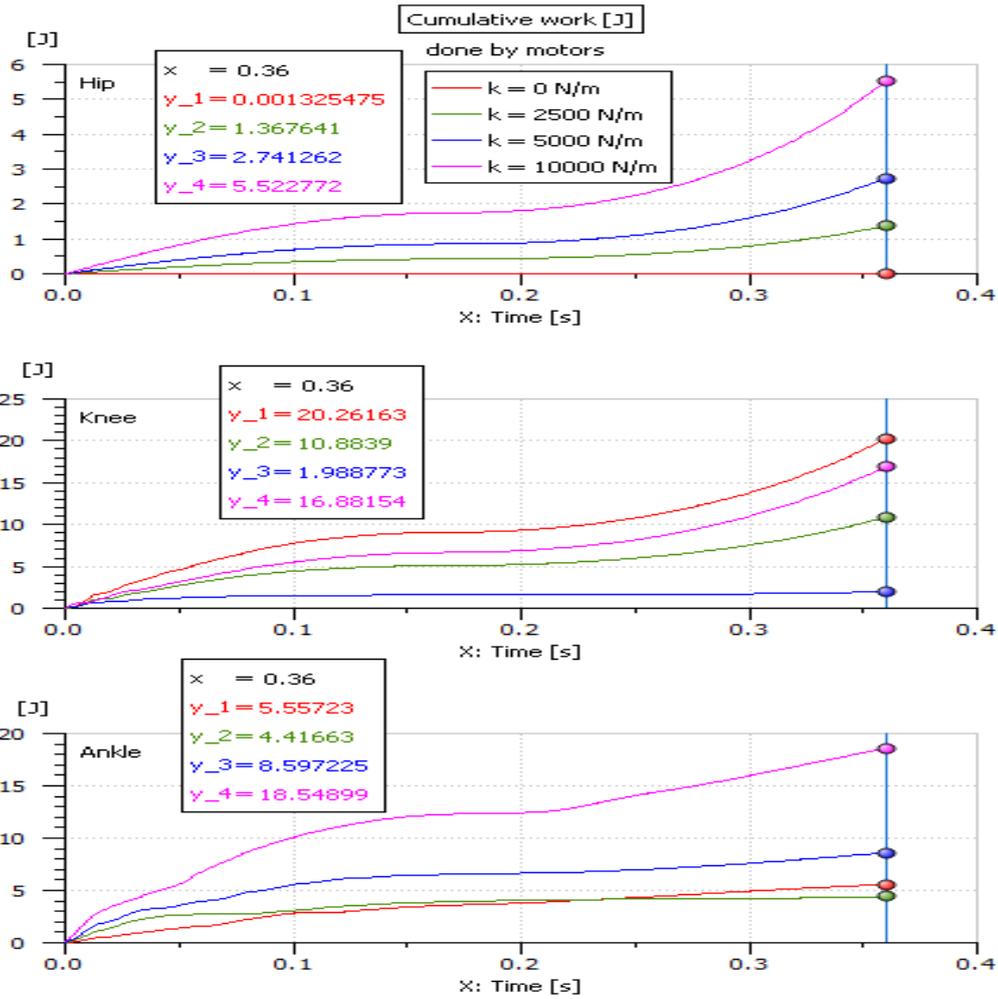


Fig. 4.17. Le travail cummulatif des articulations de la jambe d'appui cas (2).

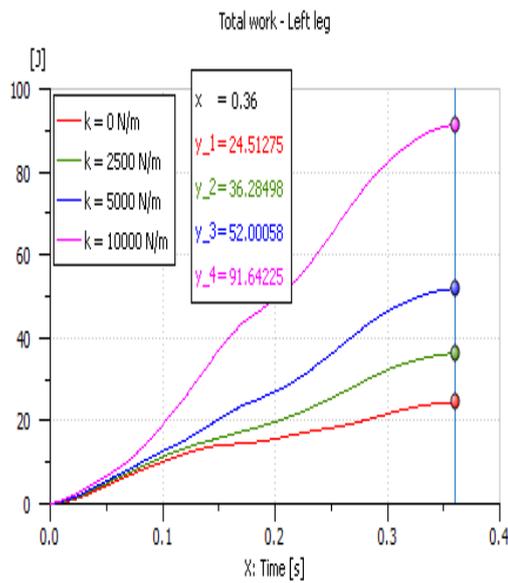


Fig. 4.18. Le travail total de la jambe libre cas(1)

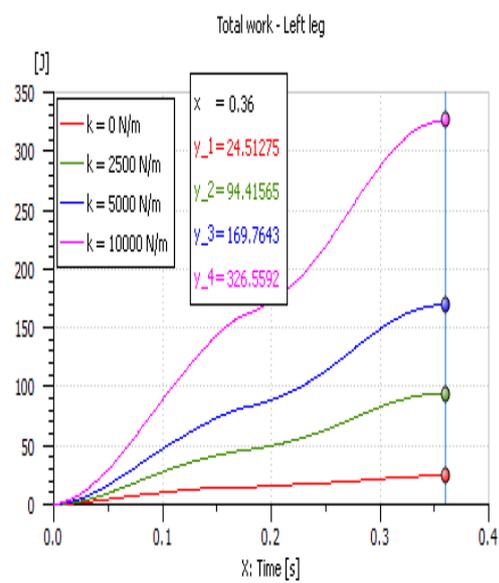


Fig. 4.19. Le travail total de la jambe libre cas (2).

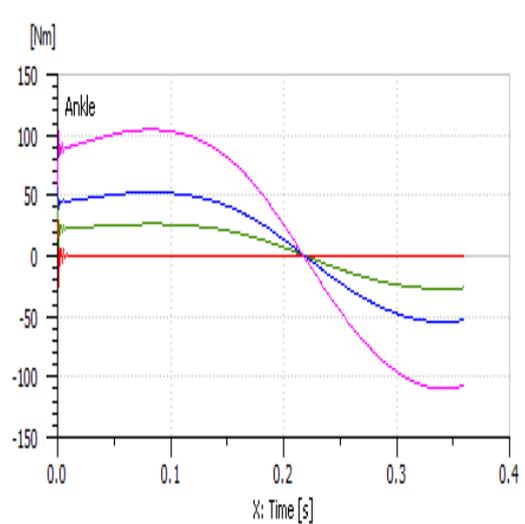
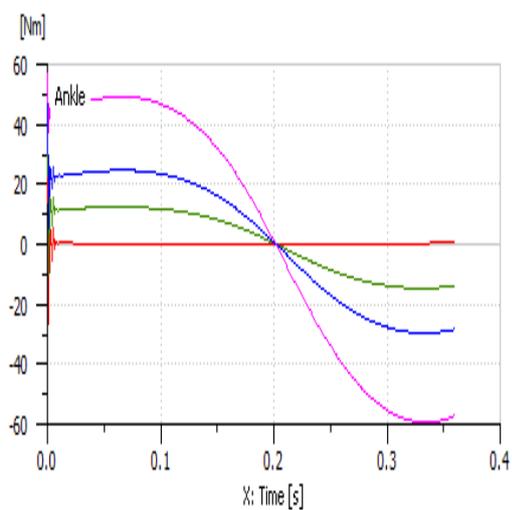
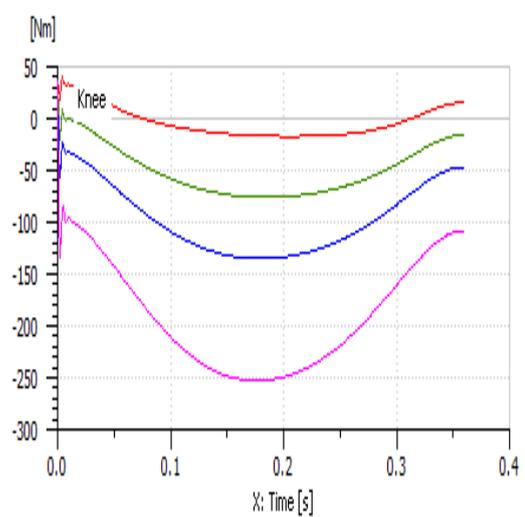
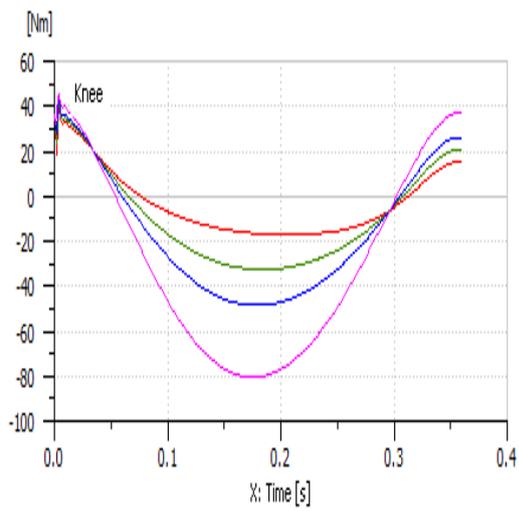
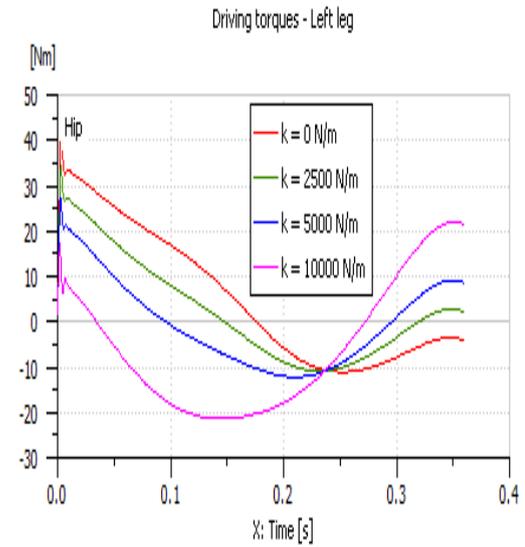
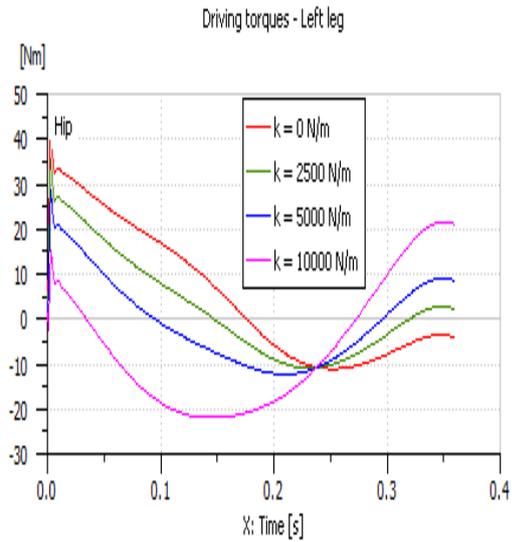


Fig 4.20. Le couple des articulations de la jambe libre cas (1).

Fig 4.21. Le couple des articulations de la jambe libre cas (2).

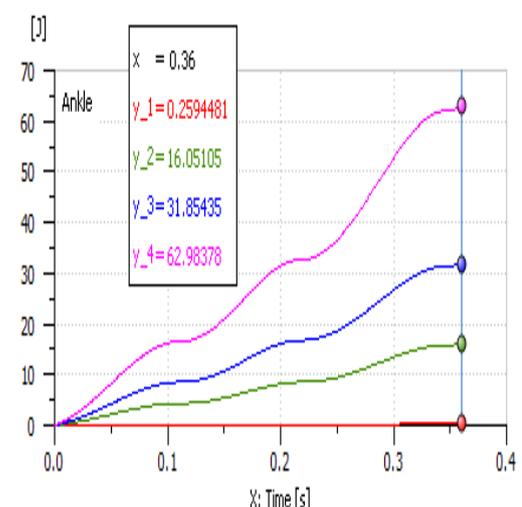
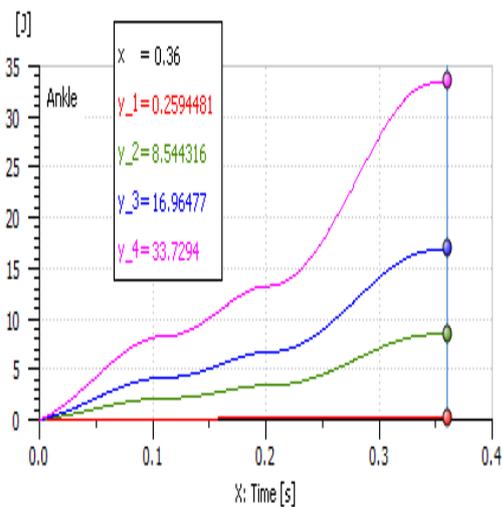
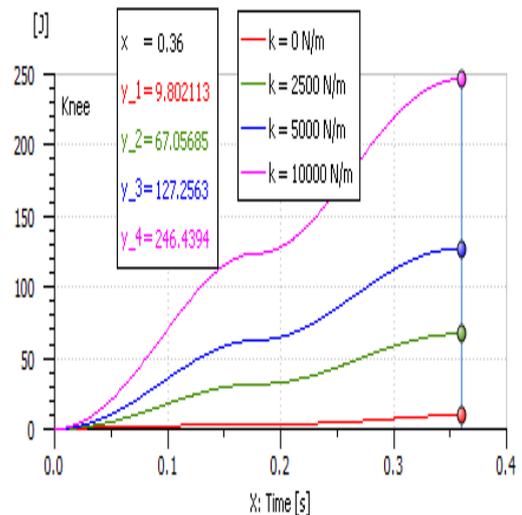
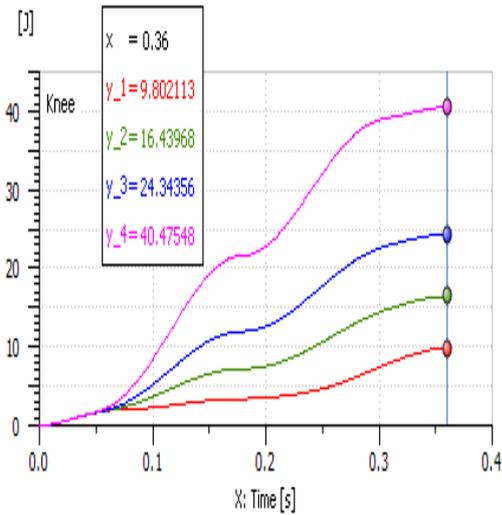
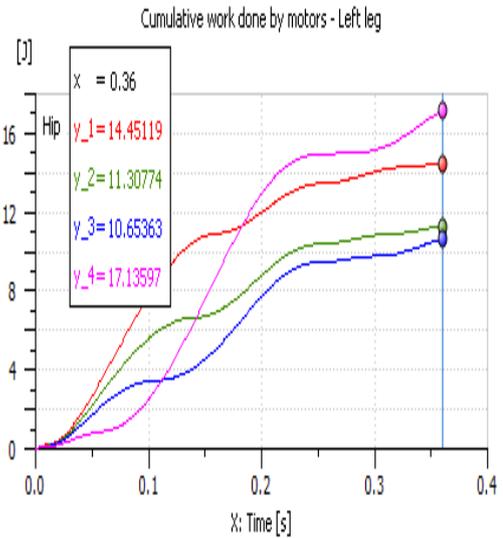
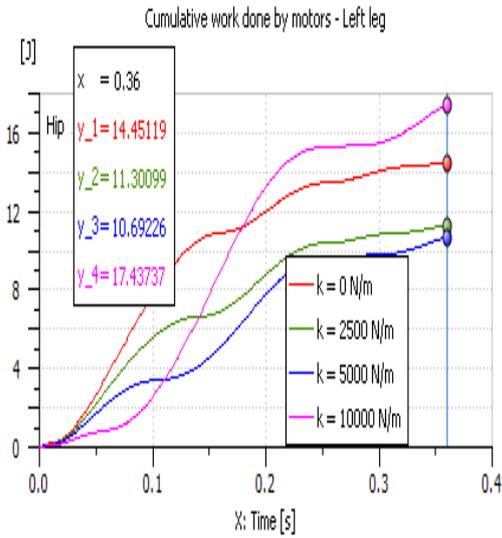


Fig 4.22. Le travail cummulatif de la jambe libre cas (1).

Fig 4.23. Le travail cummulatif de la jambe libre cas (2).

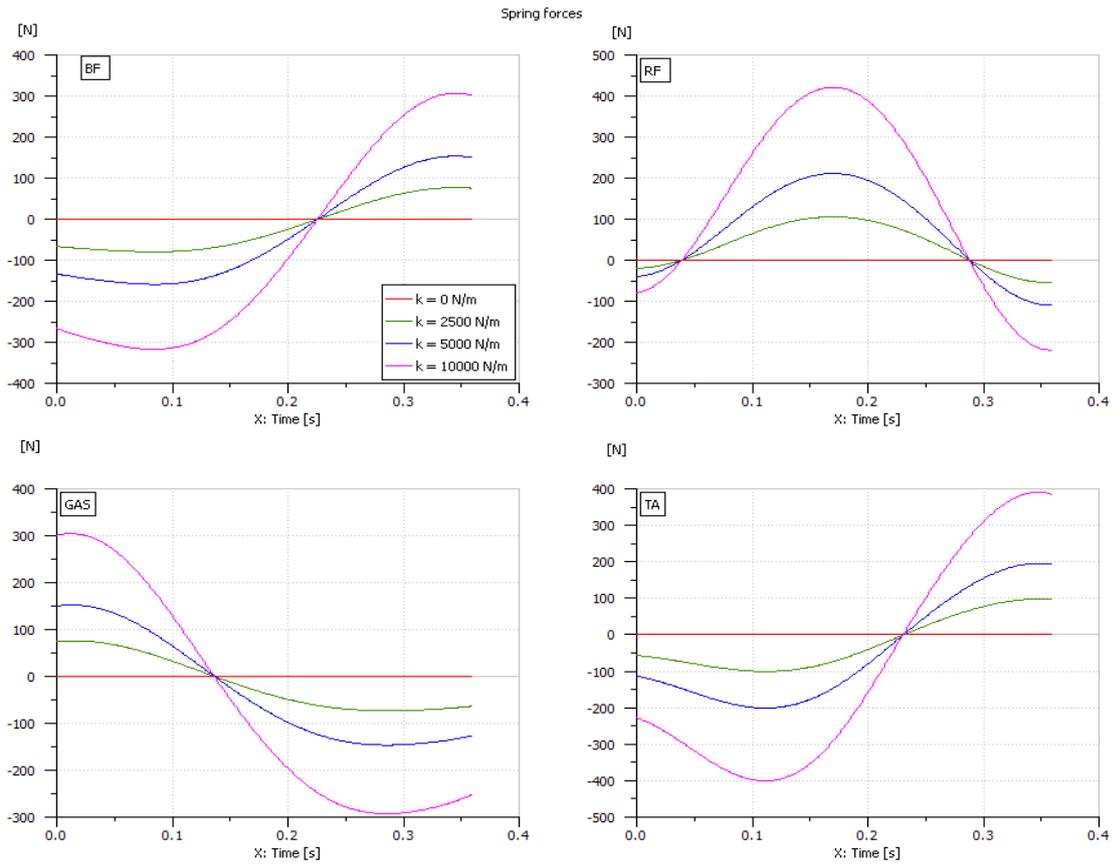


Fig. 4.24. La force des ressorts de la jambe libre cas (1)

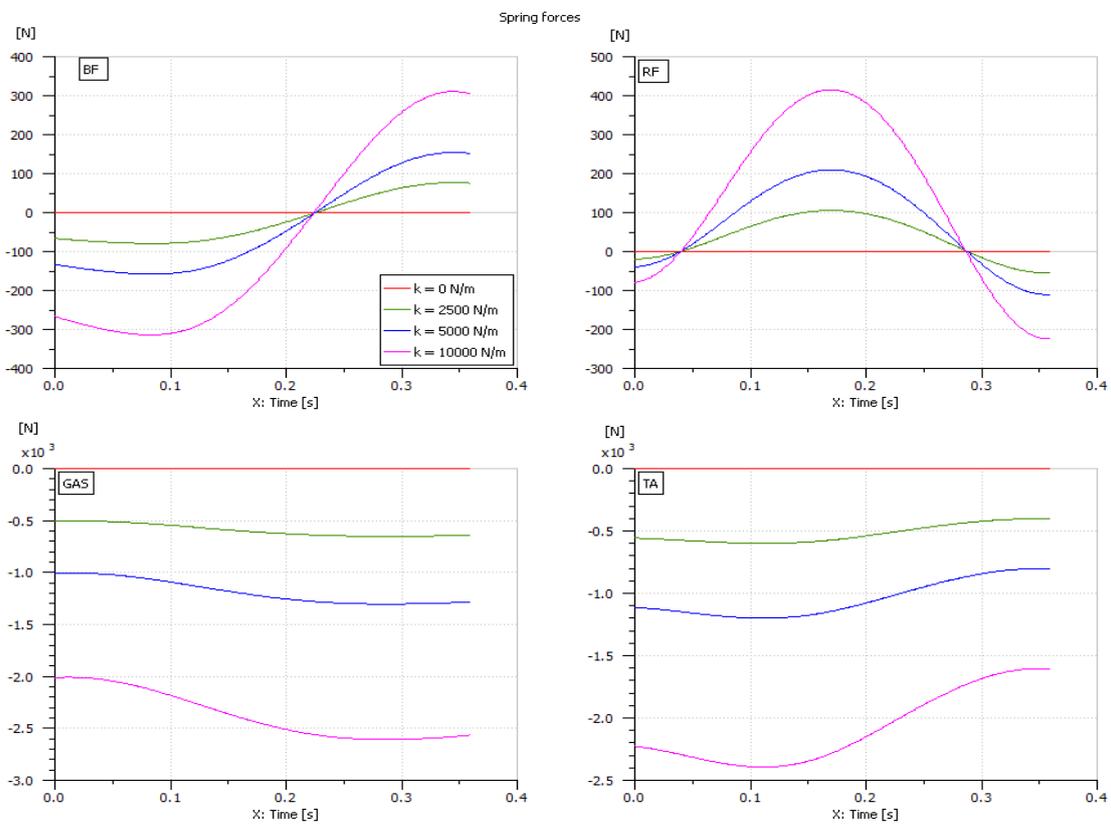


Fig. 4.25. La force des ressorts de la jambe libre cas (2)

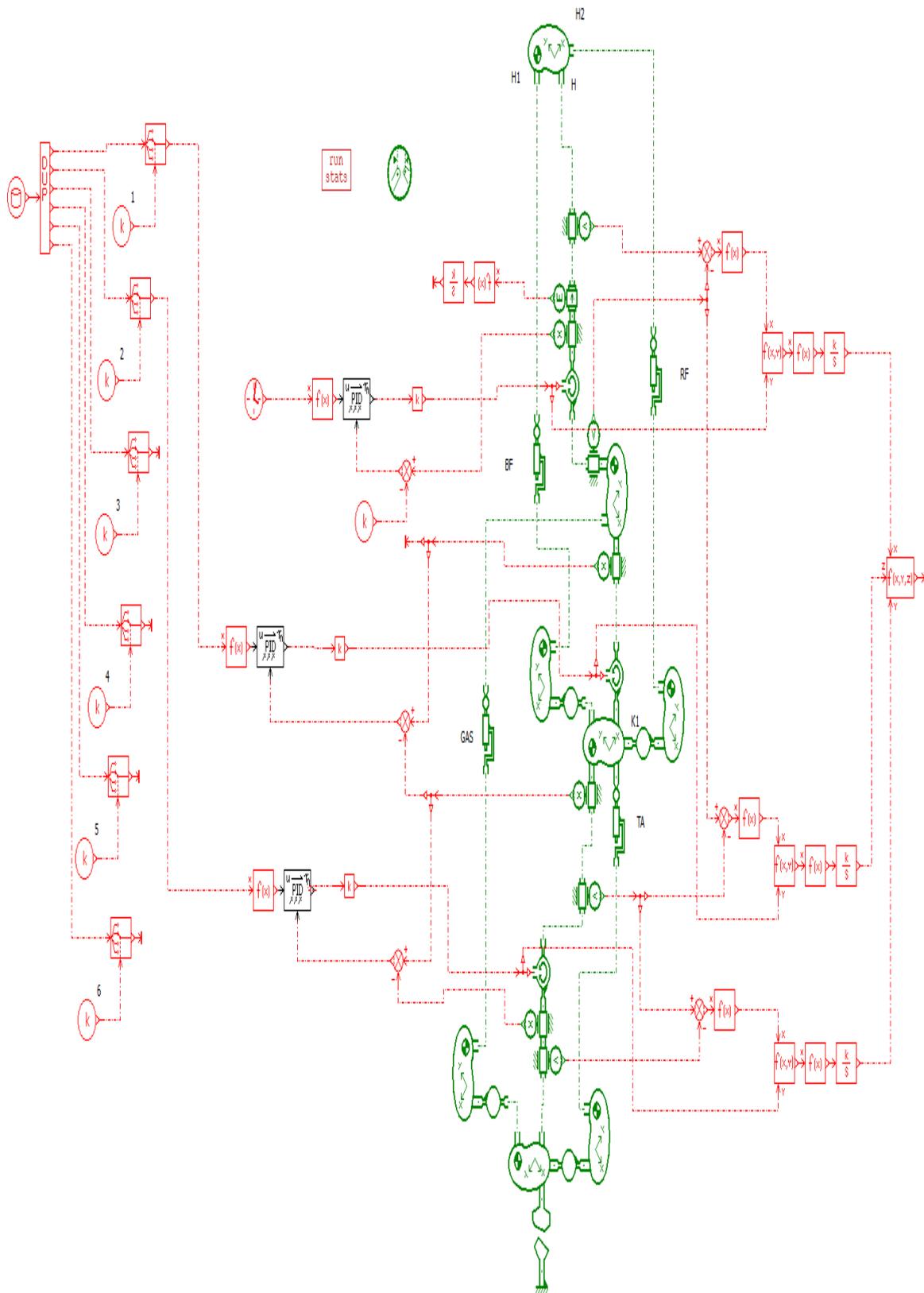


Fig. 4.25. Le bloc de simulation du robot Wabian avec des muscles mono et biarticulaires en utilisant le logiciel AMESim.

total des travaux pour déplacer la jambe libre. Toujours en considérant la rigidité - nominale, cette augmentation atteint 593% pour la jambe libre lorsque (GAS) et (TA) sont préchargés, et en combinant le travail des deux résultats l'augmentation nette atteint 264%. Si on considère le cas où l'équilibre est réalisé avec les deux jambes sur le sol ( $k = 2500 \text{ N / m}$ ), l'augmentation nette totale atteint 121%. Les travaux nets totaux pour le cas  $k = 10000 \text{ N/m}$  montrent qu'il est pas intéressant de surdimensionnés les ressorts, il ne procure aucun avantage. Une conclusion qui peut être tirée de cette analyse est que l'utilisation des ressorts comme des muscles mono et biarticulaires pour l'auto-supporter le poids du robot peut être intéressant si le robot doit se tenir- pendant une longue période parce que presque aucune énergie serait dépensé par les moteurs, mais en marchant, la dépense d'énergie pour chaque séquence d'étape serait de l'ordre de 2,2 fois ( $k = 2500 \text{ N/m}$ ) l'énergie nécessaire sans ces ressorts. Cela signifie que si le robot devra marcher plus de 45% du temps, l'utilisation de ressorts n'est pas recommandé sur la base du critère énergétique seul.

#### **4.6. Conclusion**

Ce chapitre traite une des lacunes scientifiques de la locomotion de marche dynamique via l'analyse dynamique du robot bipède marchant (Ex : Robot Wabian) avec des muscles mono et biarticulaires. Une analyse comparative de ces résultats avec ceux d'autres études n'a pas été possible, étant donné que ces résultats ne sont pas présentés par ces études vues la non prise en considération de l'effet des muscles mono et biarticulaires sur le travail total de la jambe des robots bipèdes. Il est déduit à travers cette étude que, pour les mêmes coefficients de raideur des muscles, à une même période de marche du robot et, afin d'effectuer le mouvement nécessaire, l'utilisation de précontrainte sur les deux muscles (GAS et TA) pour supporter le poids à la position d'équilibre sert à réduire le travail total de la jambe d'appui et d'augmenter le travail total de la jambe libre plus que la jambe d'appui. Ce résultat est clairement défini dans la section 4.5. Un autre fait qui se révèle à partir de cette étude est que, le travail total des articulations de la jambe libre peut être atténué en utilisant les muscles sans précharge.

# CONCLUSION GENERALE

La modélisation est une étape cruciale dans la robotique. Qu'il s'agit du dimensionnement des composants du robot ou de la planification d'une trajectoire de l'organe terminal, un modèle régissant le comportement du robot et tenant compte de tous ses paramètres s'avère indispensable. La modélisation d'une scène de manipulation d'un objet par des robots comporte, aussi bien pour l'objet que pour les robots les modèles suivants : le modèle géométrique, le modèle cinématique et le modèle dynamique. Ces modèles peuvent être directes, si les grandeurs recherchées sont exprimées dans l'espace opérationnel ou, inverse, si elles sont exprimées dans l'espace articulaire...

Dans une proposition de démarche à suivre lors de l'étude d'un sujet de robotique, notre travail porte particulièrement sur la simulation dynamique d'un robot bipède (Ex : Wabian 2-R). Une recherche bibliographique approfondie nous a aidés à exposer les différents concepts théoriques et formalismes nécessaires à une compréhension assez large de ce domaine.

Notre thème dont l'intitulé est sus indiqué, porte sur : << Modélisation des robots manipulateurs application aux robots sériels >>, soit trois axes différents mais complémentaires à l'application et, dont on a présenté chacun d'eux en détails, avec le calcul d'un point de liaison

Le modèle cinématique a fait l'objet de plusieurs travaux de recherches dont, pratiquement tous s'articulaient sur l'utilisation de l'un des deux modèles suivants : Le modèle cinématique direct et le modèle cinématique inverse. Une présentation des deux méthodes nous a menés à modéliser le robot.

Le modèle dynamique utilise les modèles : géométrique et cinématique pour calculer les efforts auxquels les différents liens sont assujettis. Le chapitre 2 a été présenté dans une chronologie favorisant la compréhension du lecteur.

Pour la génération de trajectoire du robot on a utilisé la méthode « ZMP ». Ce dernier nous permet de calculer toutes les variables articulaires et de ce fait calculer la dynamique du robot en utilisant la méthode de Newton-Euler par le Logiciel AMEsim.

Notre troisième axe d'études s'est porté sur l'application. D'abord une synthèse des approches présentées dans la théorie, et ensuite une application dans le chapitre 4 consistant à l'analyse dynamique d'un robot bipède inspiré des muscles de la jambe humaine.

Concernant la fiabilité des résultats, on a pris de la théorie comme référence, un exemple traitant la dynamique d'un robot bipède (EX : Wabian), dont on a exécuté notre étude dynamique, et on s'est appuyé sur la similitude des résultats obtenus entre la théorie et la pratique.

Notre travail peut être considéré comme une base de départ pour une recherche approfondie dans le domaine de robotique. Dans un travail futur, une étude complémentaire peut être envisagée en proposant des méthodes pour :

- La résolution du modèle dynamique d'un robot bipède en utilisant la locomotion humaine.
- Le deuxième point qui est très important est de proposer un système pour la jambe libre pour engager/désengager les ressorts pré-chargés dans cette phase.

# BIBLIOGRAPHIE

- [1] Génération et identification des lois du mouvement'. Technical report.
- [2] R. Gorez : Notes du cours d'Introduction à la robotique, 1991'. Technical report, UCL,Louvain-la-Neuve
- [3] [http ://www.jautomatise.com](http://www.jautomatise.com)'. Technical report
- [4] Robotique. Aspects fondamentaux, J.-P. Lallemand, S. Zeghloul, Masson 1994, 312 pages
- [5] C. VIBET, "Robots Principes et Contrôle", Editions Ellipses, 1988.
- [6] Cours de robotique, J.-L. Ferrier, DESS ASC
- [7] Robots. Principes et contrôle, C. Vibet, Ellipses 1987, 207 pages
- [8] Introduction to Robotics Mechanics and Control, 2 edition, John J. Craig, Addison-Wesley Publishing Company,, 450 pages.
- [9] Mayer St-Onge, B. et Gosselin, C.M. , 1996, Singularity analysis and representation
- [10] Chablat D., Wenger Ph., Working Modes and Aspects in Fully-Parallel Manipulator, Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation
- [11] ELEMENTS DE ROBOTIQUE ASPECTS MECANIQUES  
Pierre DUYSINX Ingénierie des Véhicules Terrestres  
Département PROMETHE, (Productique, Mécanique et Thermodynamique)
- [12] Université Catholique de Louvain Faculté des Sciences Appliquées  
Génération et Parallélisation des Équations du Mouvement de Systèmes Multicorps par l'Approche Symbolique.  
Thèse présentée par Tony Postiau en vue de l'obtention du grade de Docteur en Sciences Appliquées.
- [13] REZA N.JAZAR: Theory of applied robotics Kinematics; Dynamics; and control  
Second edition (Springer) ISBN 978-1-4419-1749-2 e-ISBN 978-1-4419-1750-8

DOI 10.1007/978-1-4419-1750-8 Springer New York Dordrecht Heidelberg  
London

- [14] Y. BAAZI, "Etude d'un Manipulateur à 3 Degrés de Liberté Application à la Fonction de Préhenseur", thèse de magister, Institut d'électronique, Université de Batna, 2000.
- [15] introduction to robotics mechanics and control second edition  
JOHN J.Craig, John J., 1955- Introduction to robotics: mechanics and control /John J.Craig.- 2nd ed.
- [16] Robots parallèles à nacelle articulée Du concept à la solution industrielle pour le pick-and-place présenté par Vincent NABAT 2 mares 2007 docteur en Génie Informatique, Automatique et Traitement du Signal UNIVERSITE MONTPELLIER II
- [17] K. Fujiwara, F. Kanehiro, S. Kajita, K. Yokoi, H. Saito, K. Harada, K. Kaneko, and H. Hirukawa. The first human-size humanoid that can fall over safely and stand-up again. In IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pages 1920–1926, 2003.
- [18] H. Funabashi, K. Ogawa, Y. Gotoh, and F. Kojima. Synthesis of leg mechanisms of biped walking machine. Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers Series C, 50(455), pages 1292–1297, 1984. En japonais.
- [19] J. Furusho. A control study of dynamical locomotion model and a hierarchical control strategy. Journal of the Robotics Society of Japan, 1(3), pages 182–190, 1983.
- [20] T. Furuta, T. Tawara, Y. Okumura, M. Shimizu, M. Shimomura, K. Endo, S. Yamanaka, and H. Kitano. morph3 : A compact-size humanoid robot system with acrobatic behavior capability. In JSME ROBOMECH'03, pages 2P2–1F–E6, 2003. En japonais.
- [21] A. Goswami. Posturel stability of biped robots and the foot-rotation indicator(fri) point. International Journal of Robotics Research, 18(6), pages 523–533, 1999.
- [22] K. Hara, R. Yokogawa, and K. Sadao. Dynamic control of biped locomotion robot for disturbance on lateral plane. In The Japan Society of Mechanical Engineers, pages 37–38, 1997. En japonais.

- [23] T. McGeer. Passive dynamic walking. *International Journal of Robotics Research*, 9(2), pages 62–82, 1990.
- [24] E.S. Neo, K. Yokoi, S. Kajita, F. Kanehiro, and K. Tanie. A switching command-based whole-body operation method for humanoid robots. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 10(5), pages 546–559, 2005.
- [25] E.S. Neo, K. Yokoi, S. Kajita, and K. Tanie. A framework for remote execution of whole body motions for humanoid robots. In *Proceedings of IEEE/RAS International Conference on Humanoid Robots*, pages 58–68, 2004.
- [26] K. Nishiwaki, J. Kuffner, S. Kagami, M. Inaba, and H. Inoue. The experimental humanoid robot h7 : A research platform for autonomous behavior. In *Phil. Trans. of the Royal Society (édition spéciale « Walking Machines »)*, pages 1–28. 2006.
- [27] K. Nishiwaki, T. Sugihara, T. Kitagawa, S. Kagami, M. Inaba, and H. Inoue. Fast generation method of dynamically stable trajectory of humanoid motion based on the characteristics of zmp. In *18th Annual Conference on Robotics Society of Japan*, pages 721–722, 2000.
- [28] Y. Okumura, T. Tawara, K. Endo, T. Furuta, and M. Shimizu. Realtime zmp compensation for biped walking robot using adaptive inertia force control. In *Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS'03)*, pages 335–339, 2003.
- [29] K. Osuka and K. Kirihara. Motion analysis and experiment of passive walking robot quartet ii. *Journal of the Robotics Society of Japan*, 18(5), pages 737–742, 2000.
- [30] W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling, and B.P. Flannery. *Numerical Recipes : The Art of Scientific Computing (troisième édition)*. Cambridge University Press, 2007.
- [31] Iida, F., Minekawa, Y., Rummel, J., & Seyfarth, A. Toward a human-like biped robot with compliant legs. *Robotics and Autonomous Systems*, (2009), 57(2), 139-144.
- [32] Ambrose, R., Aldridge, H., Askew, R., Burrige, R., Bluethmann, W., Diftler, M., Lovchik, C., Magruder, D., Rehnmark, F.: *Robonaut NASA's*

- space humanoid. *IEEE Intelligent Systems and their Applications*, (2000), 15(4), 57 –63.
- [33] Aaron D. Ames. First Steps toward Automatically Generating Bipedal Robotic Walking from Human Data. *Chapter 8 Robot Motion and Control Volume 422 of the series Lecture Notes in Control and Information Sciences*, (2011), pp 89-116 Springer.
- [34] Srinivasan, S., Westervelt, E., Hansen, A. A. low-dimensional sagittal-plane forward-dynamic model for asymmetric gait and its application to study the gait of transtibial prosthesis users. *ASME J. of Biomechanical Eng*, (2009) , 131.
- [35] Au, S.K., Dilworth, P., Herr, H. An ankle- foot emulation system for the study of human walking biomechanics. In: *IEEE Intl. Conf. Robotics and Automation*, (2006) , pp. 2939–2945. Orlando.
- [36] Sauer, P., Kozlowski, K., Morita, Y., Ukai, H. Ankle robot for people with drop foot case study. In: *K. Kozlowski (ed.) Robot Motion and Control, Lecture Notes in Control and Information Sciences*, (2009) , vol. 396, pp. 443–452. Springer
- [37] Norkin C. C, Levangie P. K Joint structure & function. *published by F.A. Davis Company*, (1992).
- [38] Byoung-Ho Kim. Work Analysis of Compliant Leg Mechanisms for Bipedal Walking Robots. *Int J Adv Robot Syst*, (2013), 10:334. doi: 10.5772/56926.
- [39] Iida, F., Rummel, J., & Seyfarth, A. Bipedal walking and running with spring-like biarticular muscles. *Journal of biomechanics*, (2008), 41(3), 656-667.
- [40] Messuri D. A, Klein C. A .Automatic body regulation for maintaining stability of a legged vehicle during rough-terrain locomotion. *IEEE Jour.on Robotics and Automation*, (1985) , RA-1(3): 132-141
- [41] Garcia E, Gonzalez de Santos P .An improved energy stability margin for walking machines subjects to dynamic effects. *Robotica*, (2005) , 23(1):13-20
- [42] Bretl T, Lall S Testins static equilibrium for legged robots. *IEEE Transactions on Robotics*, (2008) , 24(4):794-807

- [43] Vladimir M. Zatsiorsky, PHD .Kinetics of Human Motion. The Pennsylvania university USA, (2002) , ISBN: 0-7360-3778-0.
- [44] Katayon Radkhah Darmstadt. Advancing Musculoskeletal Robot Design for Dynamic and Energy Efficient Bipedal Locomotion . *Vom Fachbereich Informatik der Technischen Universität Darmstadt zur Erlangung des akademischen Grades einer Doktor-Ingenieurin (Dr.-Ing.) genehmigte*, (2014).
- [45] Emre Duman.Walking motion control of biped robotic legs inspired by human muscle model for adapting variation of vertical load. *Doctorat thesis Tokyo university*, (2012).
- [46] Yoshihiro Nakata, Atsuhiko Ide, Yutaka Nakamura. Hopping of a Monopedal Robot with a Biarticular Muscle Driven by Electromagnetic Linear Actuators. *IEEE ICRA*, (2012).
- [47] Erin B Hutchinson ,Patrick O Riley , David E Krebs. A dynamic Analysis of the joint forces and torques during rising from a chair. *IEEE transactions on rehabilitation engineering*, (1994).
- [48] Aiman omar. Study of a Biped Robot Locomotion on Planets with Different Gravities. *Doctorat thesis Takanishi Laboratory, Waseda university*, (2012).
- [49] Introductory Robotics J.M.Selig Department of electrical and electronic engineering. South bank polytechnic First published 1992.
- [50] Mahmoud Gouasmi Mohammed Ouali Brahim Fernini M'hamed Meghatria Kinematic Modeling And Simulation Of a 2-R Robot Using Solidworks And Verification By Matlab/Simulink International Journal Of Advanced Robotic Systems Received 11april2012 accepted 26 may2012 published online 7 december 2012.
- [51] Reza N Jazar theory-r Robot Using Solidworks and Verification By Matlab/Simulink of applied robotics (Kinematics,Dynamics,andcontron) second edition springer (patrh planning) ISBN 978-1-4419-1749-2 e-ISBN 978-1-4419-1750-8 DOI 10.1007/978-1-4419-1750-8Springer New York Dordrecht Heidelberg London Springer Science+Business Media, LLC 2006, 2010

- [52] Introduction to robotics Mechanics and control third edition John.J.Craig.
- [53] Industrial Robotics theory,Modelling and control Edited by Sam Cubero
- [54] Robot modeling and control JOHN WILEY & SONS, INC. New York / Chichester / Weinheim / Brisbane / Singapore / Toronto page 97
- [55] Bible Solidworks(2013).
- [56] Mohamed Salah Khireddine and Abdelhalim Boutarfa, Reconfigurable Control for a SCARA Robot using RBF Networks, *Journal of Electrical Engineering*, VOL. 61, NO. 2, 2010, 100–106.
- [57] Philip Voglewede, Anton H.C. Smith, and Antonello Monti Dynamic Performance of a SCARA Robot Manipulator With Uncertainty Using Polynomial Chaos Theory, *IEEE Transactions on Robotics*, Vol. 25, No. 1, February 2009.
- [58] Z. Robot modeling and control, JOHN WILEY & SONS, INC. New York, Chichester, Weinheim, Brisbane, Singapore, Toronto, page 97.
- [59] Reza N Jazar, *Theory of applied robotics*, Kinematics, Dynamics, and control, second edition springer, path planning, ISBN 978-1-4419-1749-2.

**Appendice A : Code de calcul pour les robots sériels qui ont une architecture R//(n)R En utilisant Solidworks et Matlab/Simulink**

**IEEE ICMA 2013 –Takamatsu. Japon**

**REM 2013-Vienne. Autriche**

**Indexed par IEEE Xplore et EI**

**Résumé-** Dans ce chapitre, nous étudions le comportement cinématique des postures (coude bas et coude haut) d'un robot 2R pour une même trajectoire (ligne droite créé par la cinématique inverse). Il s'est avéré qu'il existe une relation entre les postures de ce robot. Cette relation nous permet de créer des trajectoires identiques pour les deux postures du robot 2-R par cinématique directe, et de développer un code de calcul en utilisant SolidWorks (2013) et Matlab / Simulink (2012). Ce code aidera à créer une même trajectoire par la cinématique directe pour les postures des manipulateurs sériels plans ayant une architecture R // (n) R. On a déduit de cette analyse que la relation entre les postures dépend de la nature du (n) (n nombre pair) ou (n) (n nombre impair). SolidWorks (2013) et Matlab / Simulink (2012) sont utilisés pour élaborer le code de calcul et la simulation de mouvement des robots sériels suivants (2R, 5R, 6R).

## A.1. Introduction

Les manipulateurs plans offre généralement deux solutions pour la cinématique inverse qui proviennent du signe du terme ( $\sin(\vartheta)$ ). Physiquement, cela correspond au fait qu'il y a deux façons d'atteindre un point quelconque dans le plan. Ces deux configurations des manipulateurs sont appelés «postures», l'un est appelé «coude bas», l'autre coude haut». [49]

L'espace de travail d'un robot est toujours délimité par des courbes ou des surfaces dans lesquelles le nombre de postures est différent du corps de l'espace de travail. Ces points sont appelés points singuliers. Cependant, d'autres points singuliers peuvent également se produire à l'intérieur de l'espace de travail. Une meilleure caractérisation de ces points singuliers donne des points où le robot perd un ou plusieurs degrés de liberté. Dans le cas du manipulateur planaire, il est facile de voir que, sur la limite de l'espace de travail, le bras n'a pas la liberté de se déplacer dans une direction radiale. [49]

Jusqu'à présent, rien n'a été dit au sujet des paramètres de conception des bras I1 et I2. En fait, la longueur relative des liens n'as aucun effet sur le nombre de postures, sauf dans le cas très spécial ou il existe deux postures pour chaque point de l'espace de travail, et dont la limite intérieure est maintenant réduite à un point : l'origine. La singularité des robots est définie quand le déterminant de la matrice jacobienne est nul. Dans ce cas, on ne peut pas calculer l'espace opérationnel dans les points singuliers, et dans ces derniers la dynamique inverse et le control des robots deviennent très difficile. [49]

La création de même trajectoire des postures des manipulateurs sériels planaires nous permet de comparer entre les postures du robot pour choisir la posture la plus économique pour une même durée de simulation. [50-54]

Cette étude est organisé comme suit: 1) Introduction, 2) la modélisation cinématique d'un robot 2R, 3) Simulation de mouvement de 2-R robot (ligne droite) par la cinématique inverse en utilisant Solidworks et Matlab / Simulink , 4) Discussion des résultats des postures, 5) le code de calcul par Solidworks et Matlab / Simulink, 6) Simulation de mouvement des robots (2R, 3R, 4R, 5R, 6R), 7) Conclusion et références.

## A.2. La modélisation cinématique du robot 2-R

### A.2.1 Cinématique directe:

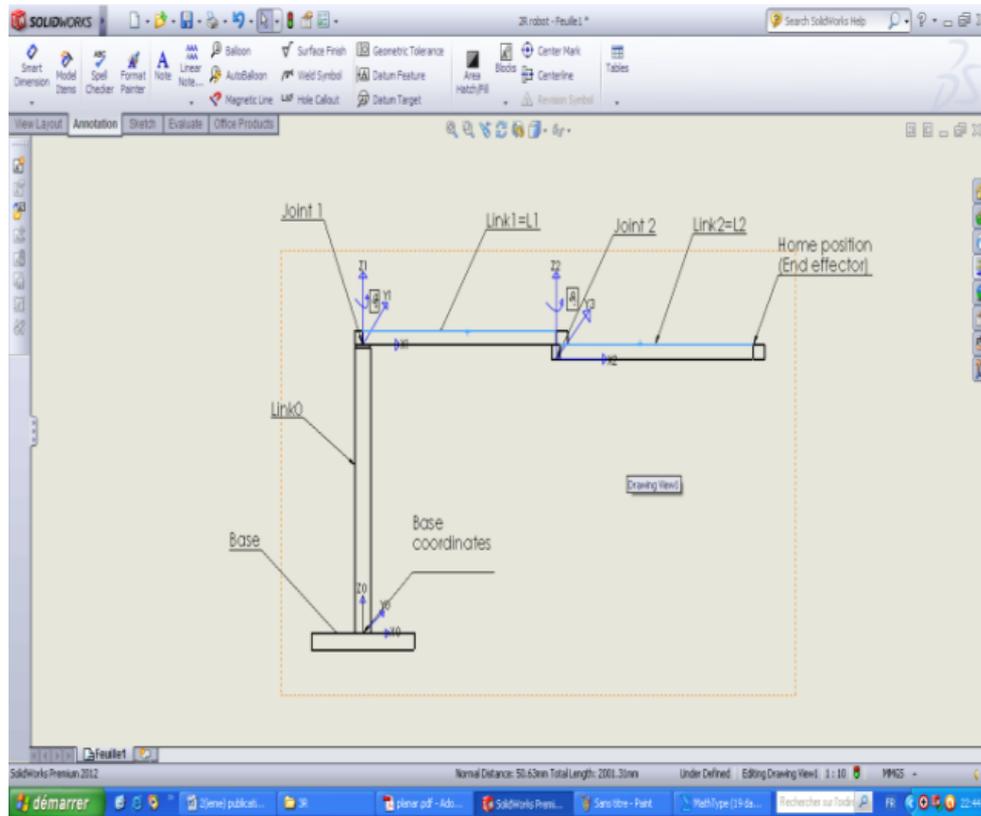


Fig A.1. Le robot 2-R modélisé par Solidworks.

Les paramètres de Denavit-Hartenberg (D-H) pour le robot 2-R robot montrés dans le tableau suivant:

Link	$a_i$	$\alpha_i$	$d_i$	$\theta_i$
1	$l_1$	0	0	$\theta_1^*$
2	$l_2$	0	0	$\theta_2^*$

Table A.1: Les paramètres de (D-H) pour le robot 2-R.

### A.2.2 Cinématique inverse:

Les équations des deux postures sont : [50]

Equation de coude vers le haut:

$$\theta_2 = -a \tan \frac{s_2}{c_2}$$

$$\theta_1 = a \tan \frac{+p_x l_2 s_2 + p_y (l_1 + l_2 c_2)}{p_x (l_1 + l_2 c_2) - (p_y l_2 s_2)}$$

Equation de coude vers le bas:

$$\theta_2 = +a \tan \frac{s_2}{c_2}$$

$$\theta_1 = a \tan \frac{-p_x l_2 s_2 + p_y (l_1 + l_2 c_2)}{p_x (l_1 + l_2 c_2) + (p_y l_2 s_2)}$$

Les deux postures du robot 2-R

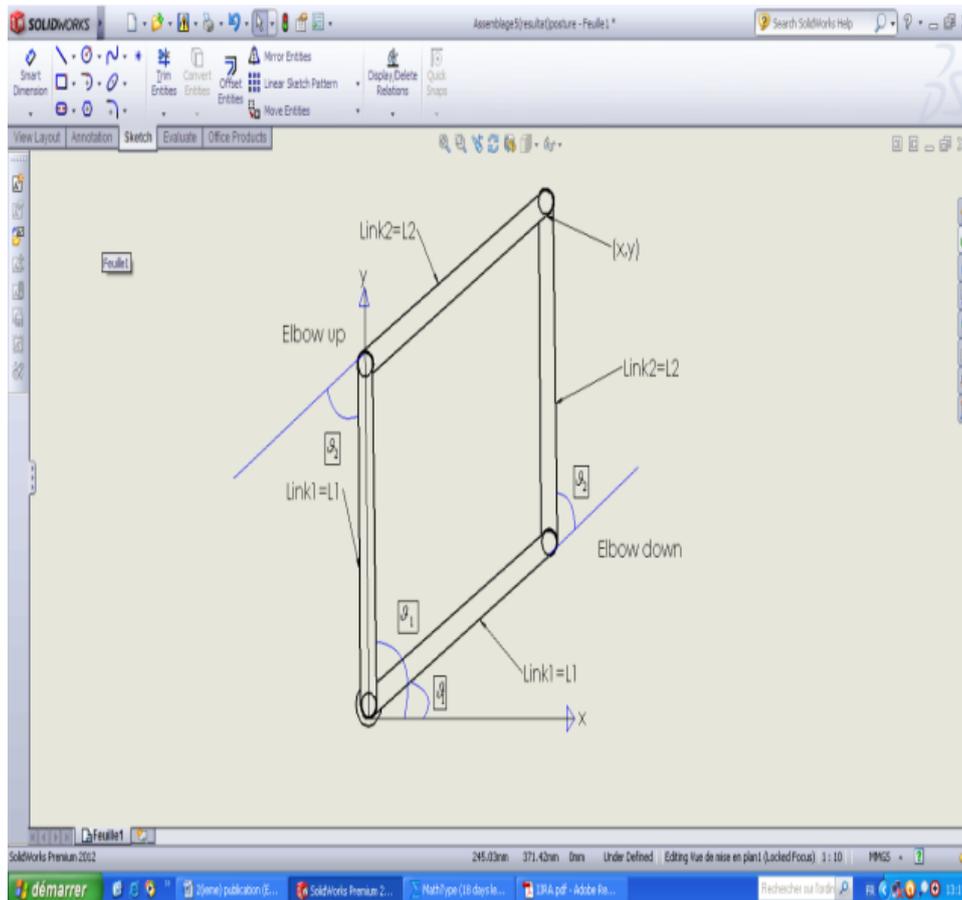


Fig A.2. Solidworks montre les deux postures du robot 2-R.

### A.3. Simulation de mouvement du robot 2-R (une ligne droite) par la cinématique inverse en utilisant Solidworks et Matlab/Simulink

On considère la trajectoire droite du point (1.5, 1) au point (1.5,-1) pendant 1s avec  $l_1 = l_2 = 1$ . Un polynôme cubique peut satisfaire les contraintes de position et de vitesse aux points initiaux et finaux (vitesse nulle au point initial et final).

La trajectoire cartésienne est sous la forme:

$$y(t) = 1 - 6t^2 + 4t^3 \quad , \quad x = 1.5$$

Simulation de trajectoire:

Coude bas:

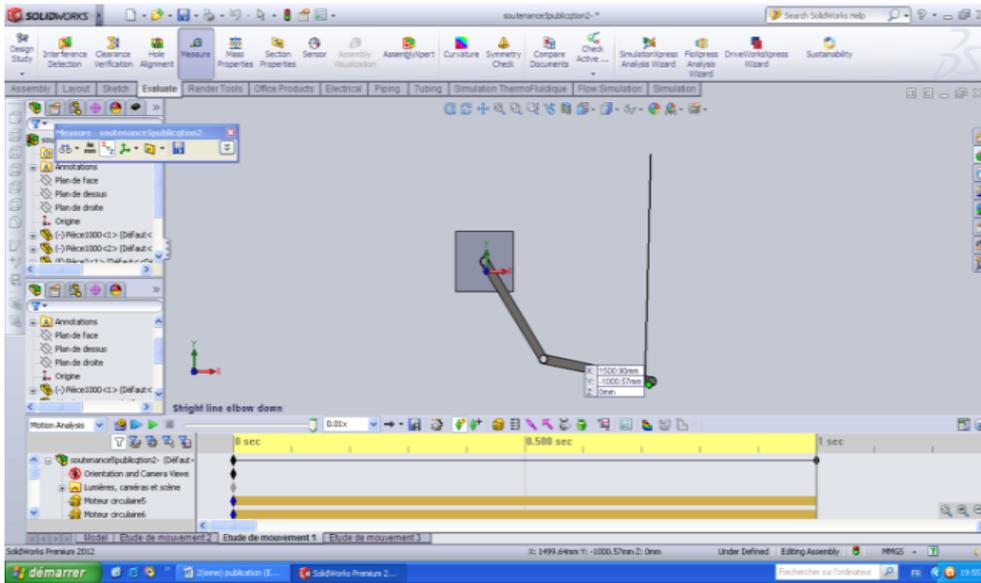


Fig A.3.Solidworks.

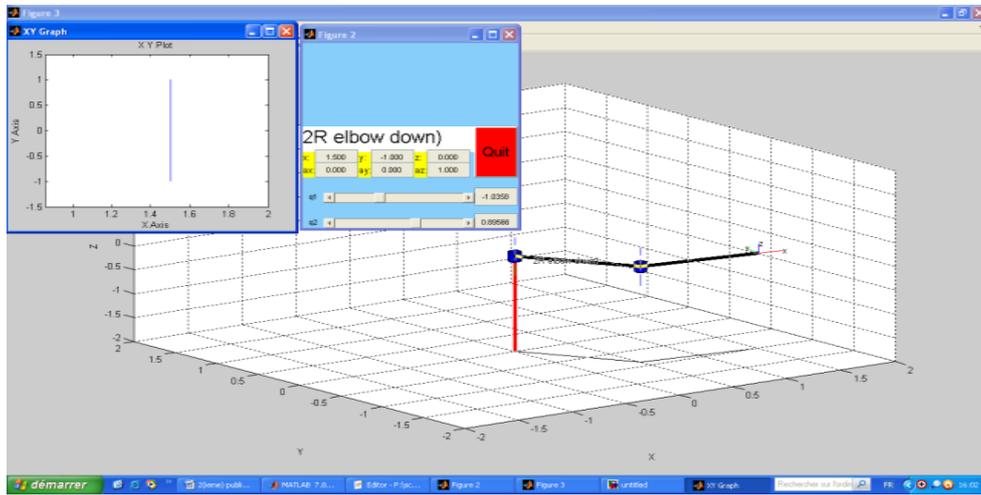


Fig A.4.Matlab/Simulink.

CoUDE haut

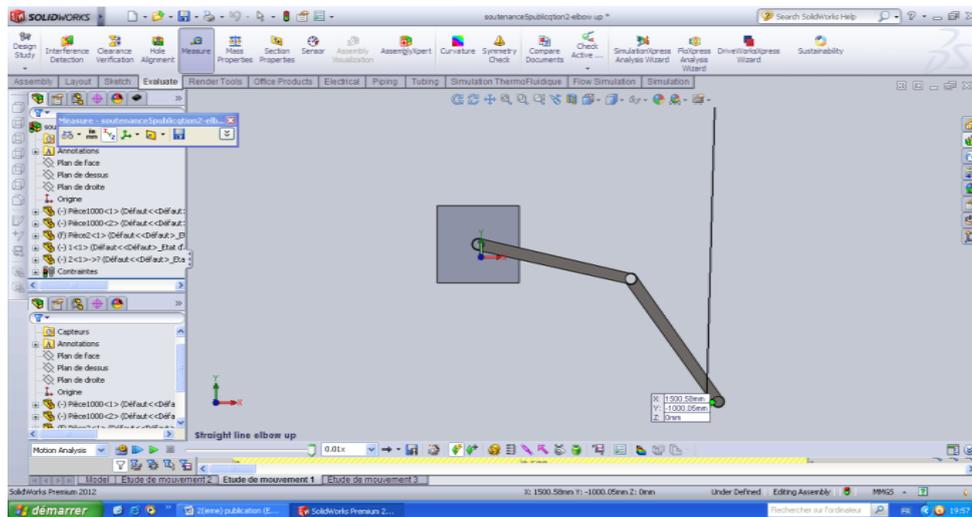


Fig A.5.Solidworks.

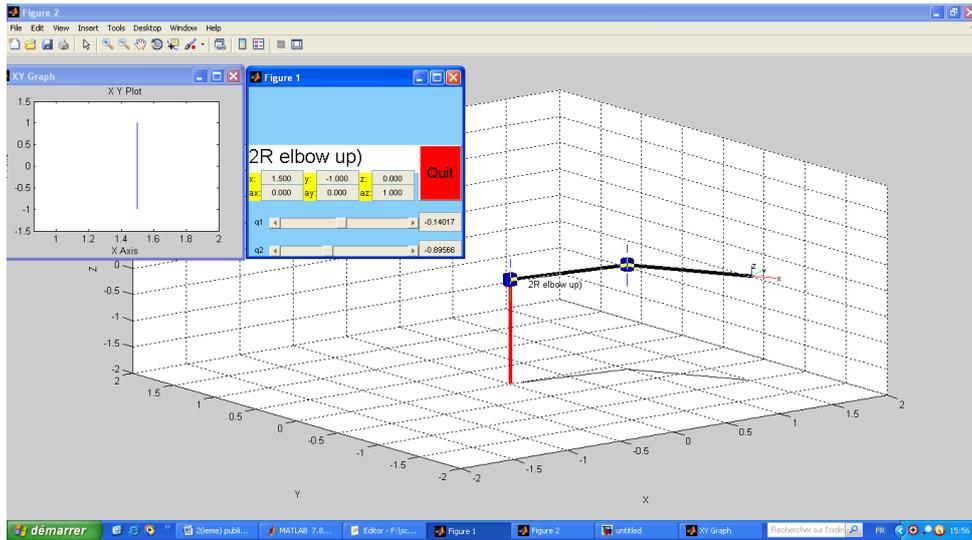


Fig A.6. Matlab/Simulink.

Le déplacement angulaire des liens du robot par Solidworks:

Coude bas

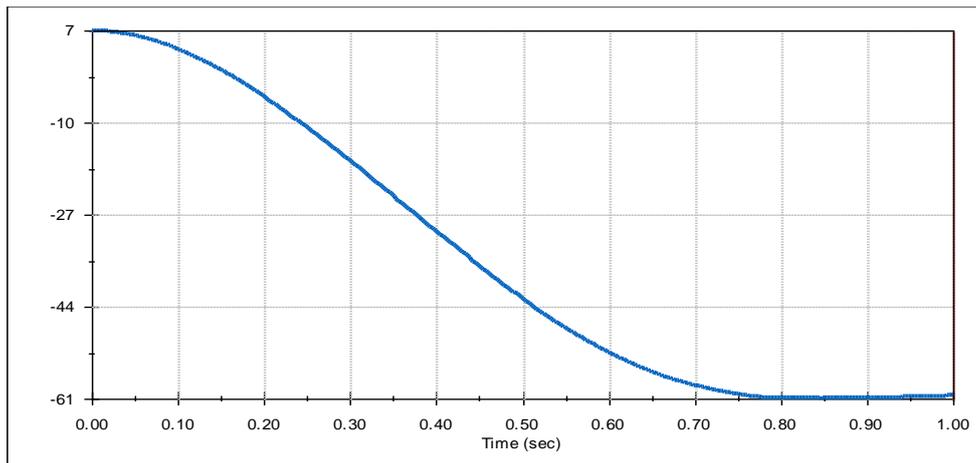


Fig A.7. Lien (1).

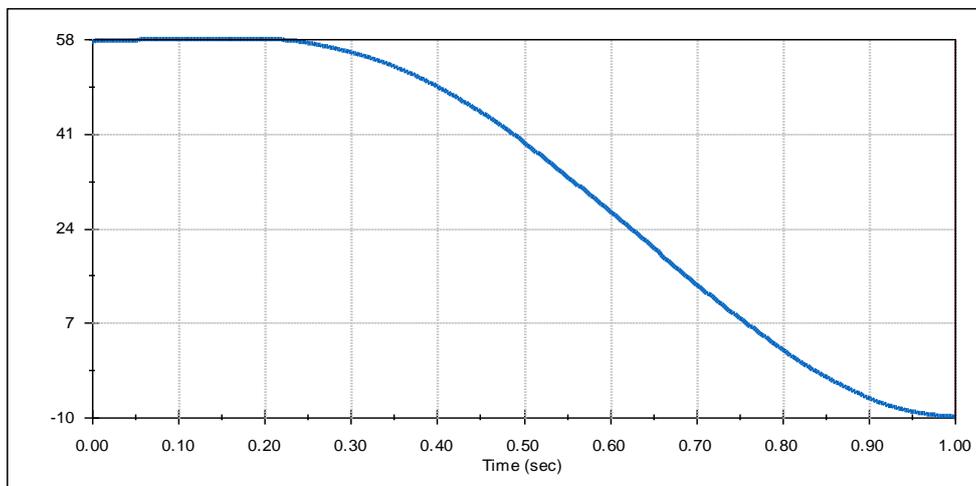


Fig A.8. Lien (2).

## Coude haut

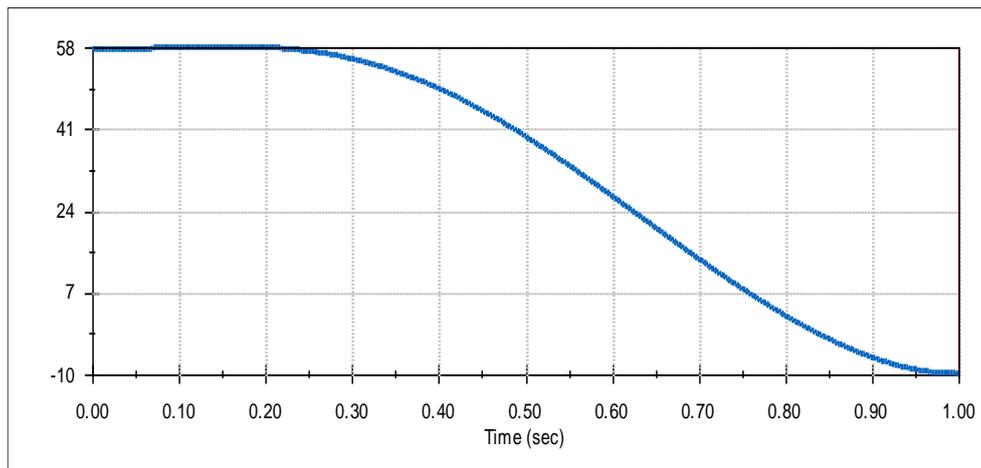


Fig A.9.Lien (1).

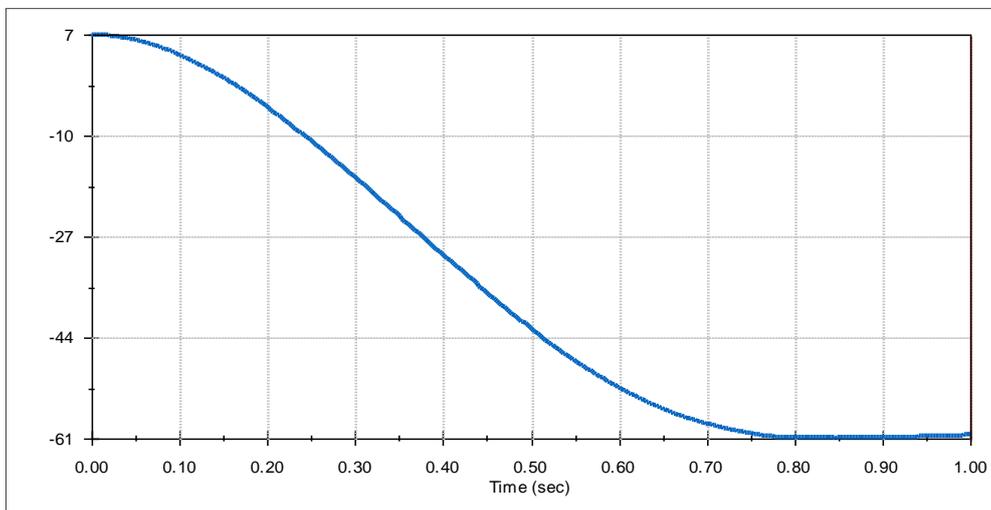


Fig A.10.Lien (2).

## Le déplacement angulaire des angles du robot pour les deux postures par Matlab/Simulink:

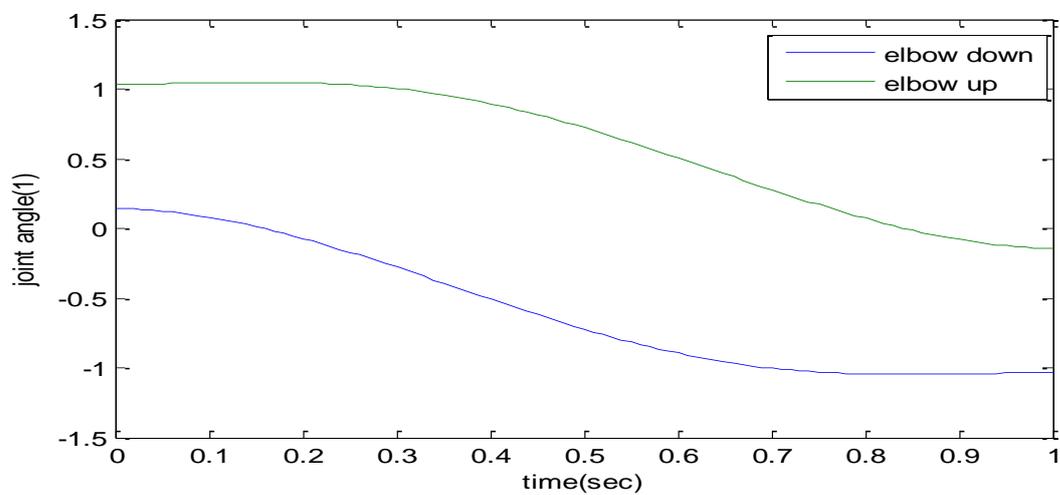


Fig A.11. Angle (1).

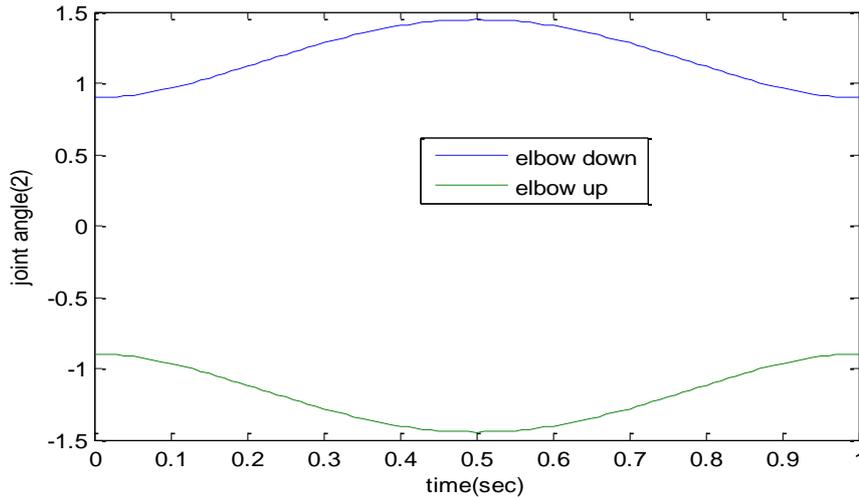


Fig A.12. Angle (2).

#### A.4. Discussion des résultats des postures

En conséquence, les résultats obtenus de la simulation; Solidworks montre que les déplacements angulaires des liens (1, 2) du coude vers le bas et les liens (2, 1) du coude jusqu'à sont identiques respectivement. Ce fait est clair à partir des chiffres (7, 10) et (8, 9). Matlab / Simulink montre que l'angle d'articulation (2) du coude jusqu'à égale au moins de l'angle d'articulation (2) du coude vers le bas comme indiqué dans fig12.

Ce paragraphe peut être résumée en utilisant les notations suivantes (Sw: Solidworks, M / S: Matlab / Simulink, ED: coude vers le bas, l'UE: le coude jusqu'à):

##### Le déplacement du lien (2):

Les équations de mouvements sont données dans le repère global dans le logiciel Solidworks (2013) : [55]

$$\mathcal{G}_2(t)^{Sw}(ED) = \mathcal{G}_1(t) + \mathcal{G}_2(t) \quad \mathcal{G}_2(t)^{M/S}(EU) = -\mathcal{G}_2(t)$$

$$\mathcal{G}_2(t)^{M/S}(ED) = \mathcal{G}_2(t)$$

$$\mathcal{G}_2(t)^{Sw}(EU) = \mathcal{G}_1(t)^{Sw}(ED) = \mathcal{G}_1(t)^{M/S}(ED) = \mathcal{G}_1(t)$$

##### Le déplacement du lien (1):

$$\mathcal{G}_1(t)^{Sw}(ED) = \mathcal{G}_1(t)^{M/S}(ED) = \mathcal{G}_1(t) \quad \mathcal{G}_1(t)^{M/S}(EU) = \mathcal{G}_2(t)^{Sw}(ED)$$

Nous profitons de ces résultats des postures du Robot 2-R pour élaborer le code de calcul pour créer une même trajectoire des postures des manipulateurs sériels planaires en utilisant les deux logiciels.

#### A.5. Le code de calcul en utilisant les deux logiciels

Matlab/Simulink
If $(n)$ an even number
<i>for</i> : $i = 2, 4, 6, \dots, n$

Elbow down	Elbow up
$\mathcal{G}_1 = \mathcal{G}_1(t)$	$\mathcal{G}_1 = \left(\sum_{i=1}^{n-1} \mathcal{G}_i(t)\right)$
$\mathcal{G}_2 = \mathcal{G}_2(t)$	$\mathcal{G}_2 = -\mathcal{G}_n(t)$
$\mathcal{G}_3 = \mathcal{G}_3(t)$	$\mathcal{G}_3 = -\mathcal{G}_3(t)$
$\mathcal{G}_{n-1} = \mathcal{G}_{n-1}(t)$	$\mathcal{G}_{n-1} = -\mathcal{G}_{n-1}(t)$
$\mathcal{G}_n = \mathcal{G}_n(t)$	$\mathcal{G}_n = -\mathcal{G}_{n-2}(t)$
$\mathcal{G}_{n+1} = \phi(t) - \left(\sum_{i=1}^{n-1} \mathcal{G}_i(t)\right)$	$\mathcal{G}_{n+1} = \phi(t) - \left(\sum_{i=1}^{n-1} \mathcal{G}_i(t)\right)$

If (n) an odd number

*for : i = 1, 3, 5, .....n*

$\mathcal{G}_1 = \mathcal{G}_1(t)$	$\mathcal{G}_1 = \left(\sum_{i=1}^{n-1} \mathcal{G}_i(t)\right)$
$\mathcal{G}_2 = \mathcal{G}_2(t)$	$\mathcal{G}_2 = -\mathcal{G}_n(t)$
$\mathcal{G}_3 = \mathcal{G}_3(t)$	$\mathcal{G}_3 = -\mathcal{G}_{n-1}(t)$
$\mathcal{G}_{n-1} = \mathcal{G}_{n-1}(t)$	$\mathcal{G}_{n-1} = -\mathcal{G}_{n-2}(t)$
$\mathcal{G}_n = \mathcal{G}_n(t)$	$\mathcal{G}_n = -\mathcal{G}_{n-3}(t)$
$\mathcal{G}_{n+1} = \phi(t) - \left(\sum_{i=1}^{n-1} \mathcal{G}_i(t)\right)$	$\mathcal{G}_{n+1} = \phi(t) - \left(\sum_{i=1}^{n-1} \mathcal{G}_i(t)\right)$

Solidworks

If (n) an even number

*for : i = 2, 4, 6, .....n*

Elbow down	Elbow up
$\mathcal{G}_1 = \mathcal{G}_1(t)$	$\mathcal{G}_1 = \left(\sum_{i=1}^{n-1} \mathcal{G}_i(t)\right)$
$\mathcal{G}_2 = \mathcal{G}_2(t) + \mathcal{G}_1(t)$	$\mathcal{G}_2 = -\mathcal{G}_n(t) + \mathcal{G}_1$
$\mathcal{G}_3 = \mathcal{G}_1(t) + \mathcal{G}_2(t) + \mathcal{G}_3(t)$	$\mathcal{G}_3 = -\mathcal{G}_3(t) + \mathcal{G}_2$
$\mathcal{G}_{n-1} = \sum_{i=1}^{n-1} \mathcal{G}_i(t)$	$\mathcal{G}_{n-1} = -\mathcal{G}_{n-1}(t) + \mathcal{G}_3$
$\mathcal{G}_n = \sum_{i=1}^n \mathcal{G}_n(t)$	$\mathcal{G}_n = \mathcal{G}_1(t)$
$\mathcal{G}_{n+1} = \phi(t)$	$\mathcal{G}_{n+1} = \phi(t)$

If (n) an odd number

*for : i = 1, 3, 5, .....n*

$\mathcal{G}_1 = \mathcal{G}_1(t)$	$\mathcal{G}_1 = \left(\sum_{i=1}^{n-1} \mathcal{G}_i(t)\right)$
------------------------------------	--

$\mathcal{G}_2 = \mathcal{G}_2(t) + \mathcal{G}_1(t)$	$\mathcal{G}_2 = -\mathcal{G}_n(t) + \mathcal{G}_1$
$\mathcal{G}_3 = \mathcal{G}_1(t) + \mathcal{G}_2(t) + \mathcal{G}_3(t)$	$\mathcal{G}_3 = -\mathcal{G}_{n-1}(t) + \mathcal{G}_2$
$\mathcal{G}_{n-1} = \sum_{i=1}^{n-1} \mathcal{G}_i(t)$	$\mathcal{G}_{n-1} = -\mathcal{G}_{n-2}(t) + \mathcal{G}_3$
$\mathcal{G}_n = \sum_{i=1}^n \mathcal{G}_i(t)$	$\mathcal{G}_n = \mathcal{G}_1(t)$
$\mathcal{G}_{n+1} = \phi(t)$	$\mathcal{G}_{n+1} = \phi(t)$

## A.6. Simulation de mouvement des robots (2R, 3R, 4R, 5R, 6R)

Pour la simulation de mouvement, on considère le temps de simulation est 1s et la longueur des liens est de 1m.

### Robot 2-R

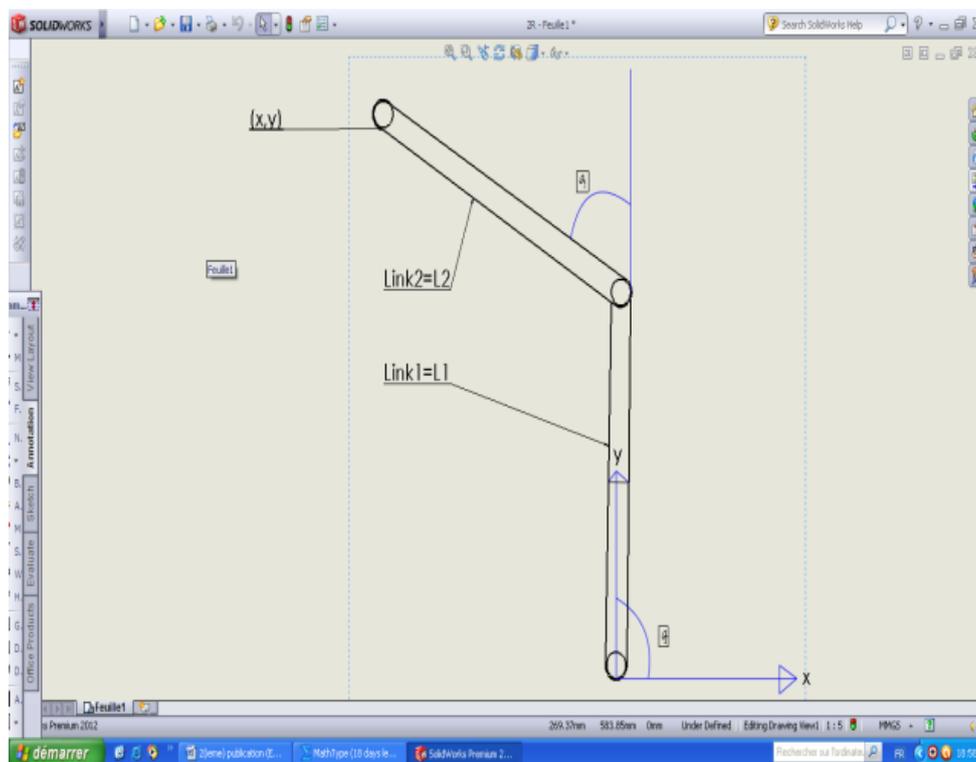


Fig A.13. Robot 2-R modélisé par Solidworks.

En utilisant le code de calcul pour une trajectoire donnée, On obtient :

Matlab/Simulink:

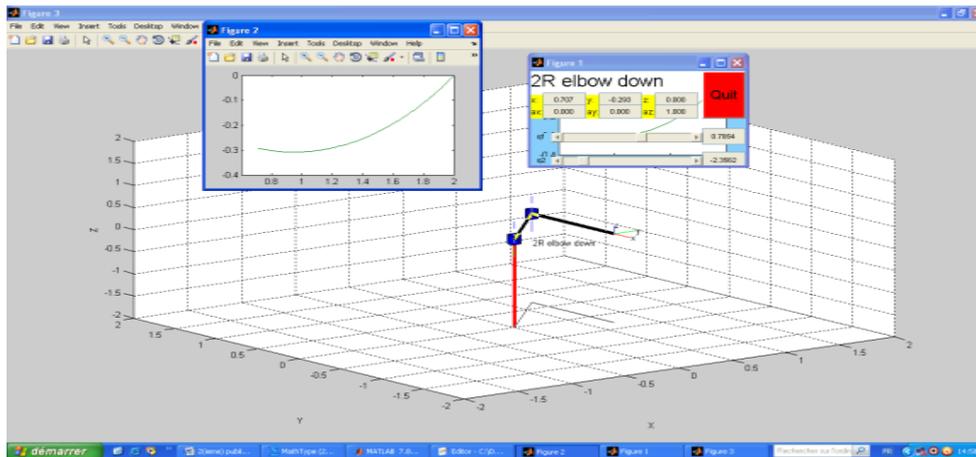


Fig A.14. Coude bas

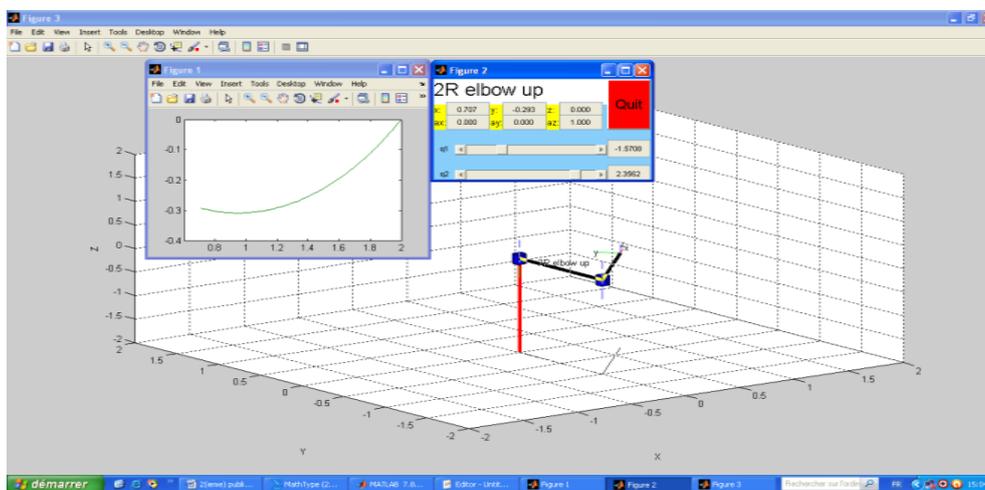


Fig A.15. Coude haut.

## Solidworks

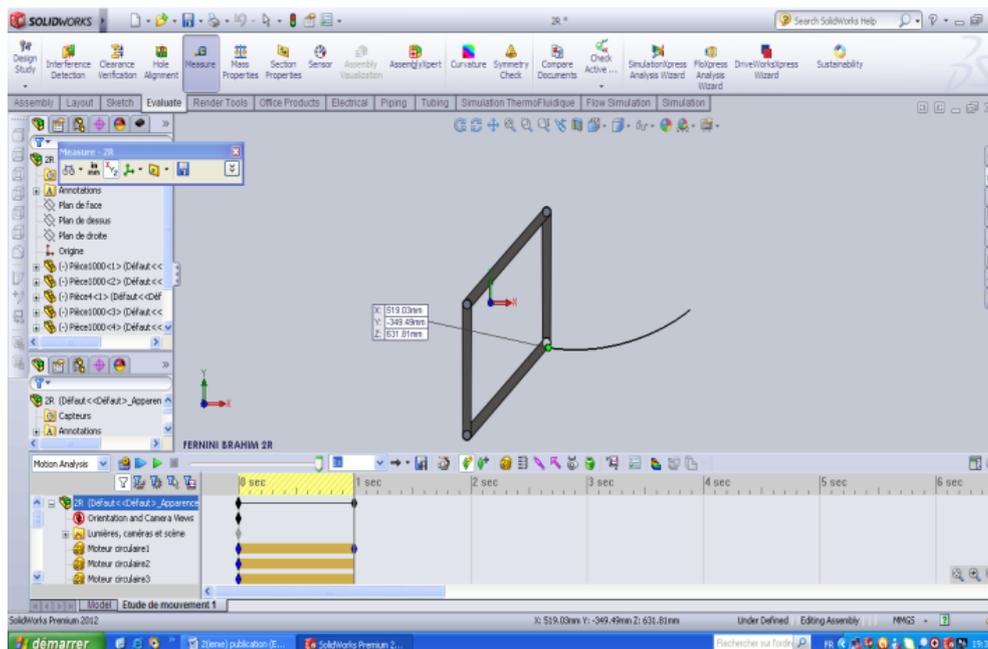


Fig A.16. Le déplacement des deux postures.

## Robot 3-R:

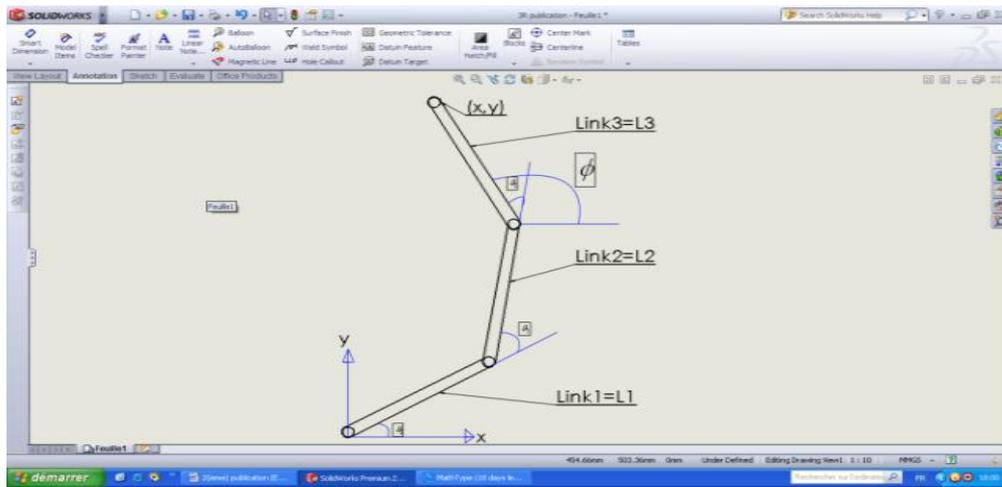


Fig A.17. Robot 3-R modélisé par Solidworks.

En utilisant le code de calcul pour une trajectoire donnée, On obtient :

## Matlab/Simulink

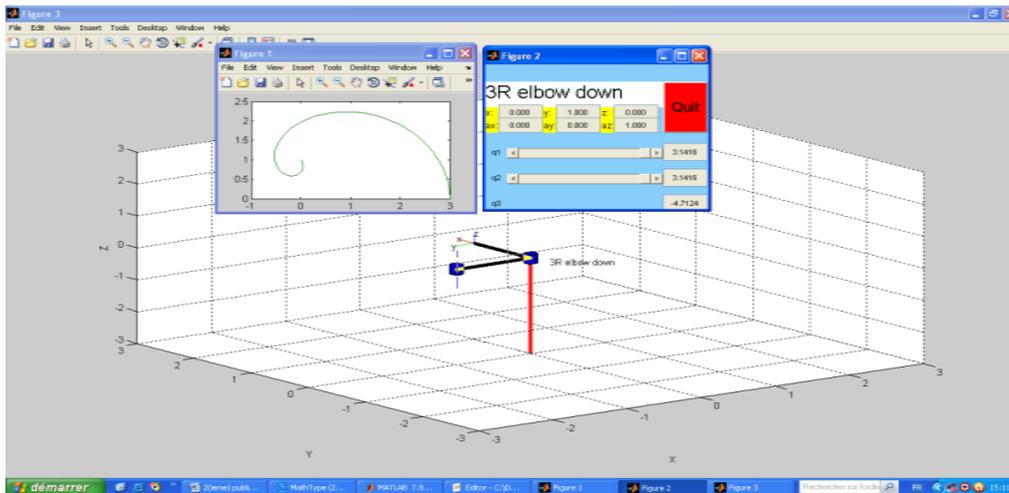


Fig A.18. Coude bas.

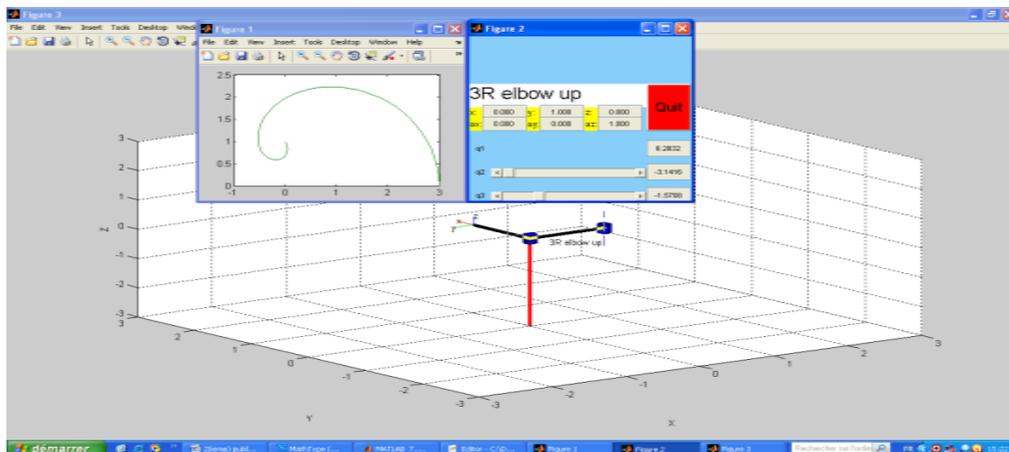


Fig A.19. Coude haut.

## Solidworks

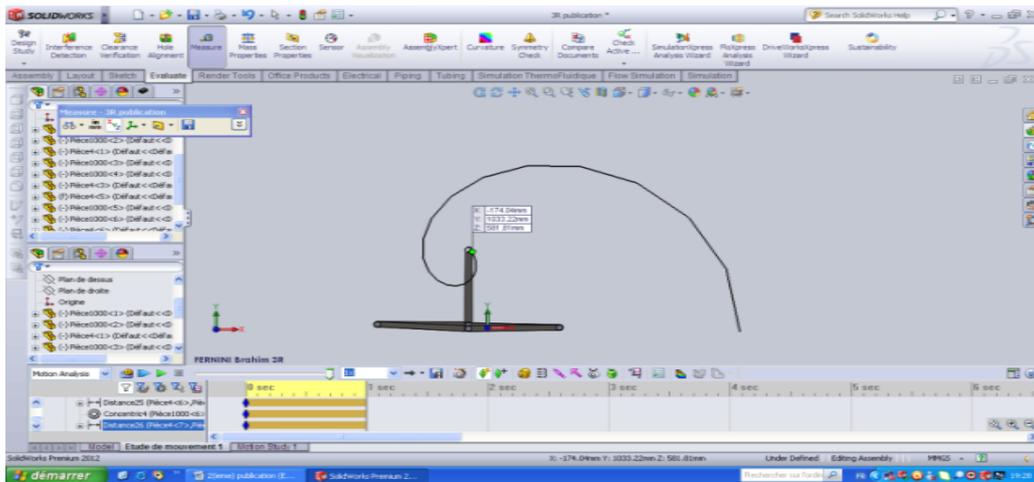


Fig A.20. Le déplacement des deux postures.

## Robot 4-R:

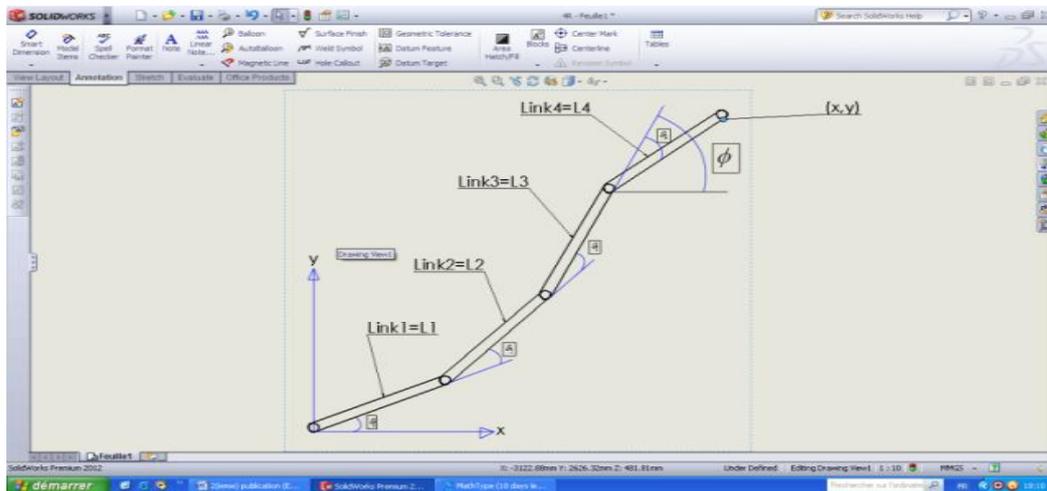


Fig A.21. Robot 4-R modélisé par Solidworks.

En utilisant le code de calcul pour une trajectoire donnée, On obtient :

## Matlab/Simulink:

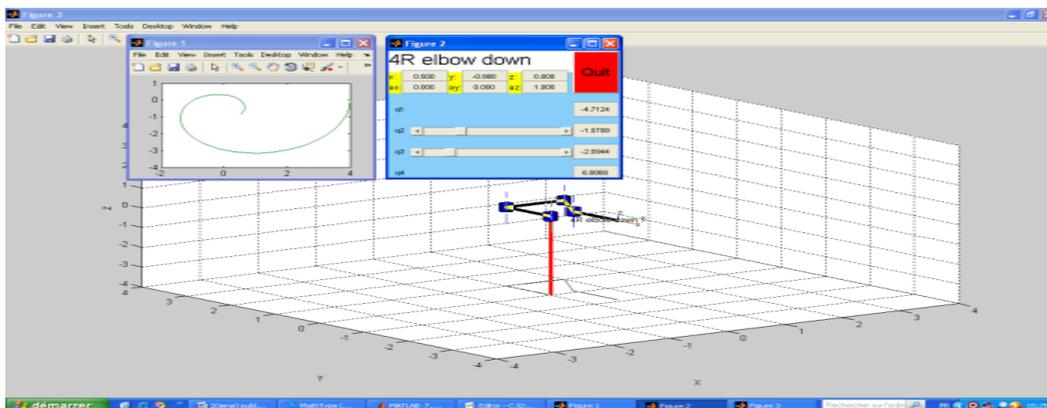


Fig A.22. Coude bas.

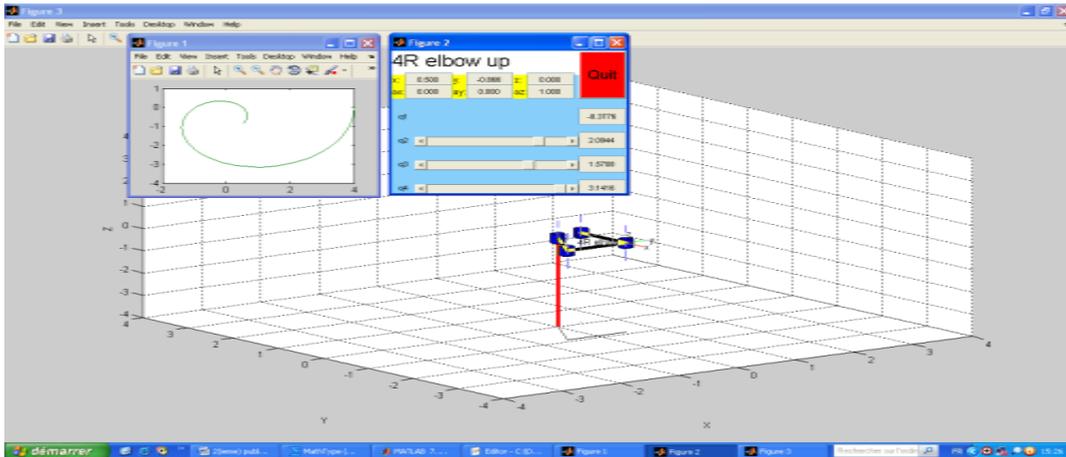


Fig A.23. Coude haut.

## Solidworks

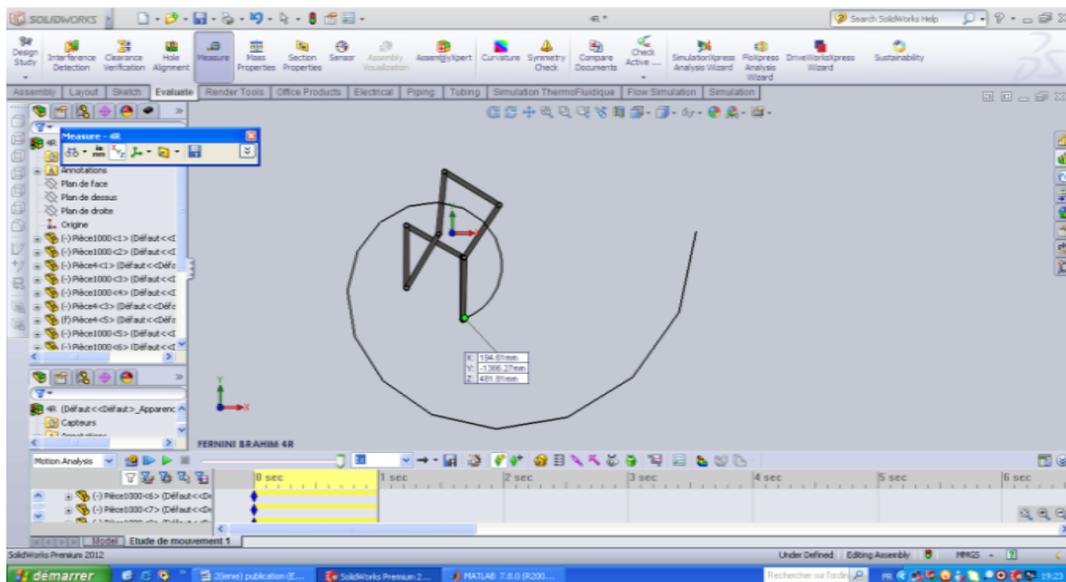


Fig A.24. Le déplacement des deux postures.

## Robot 5-R:

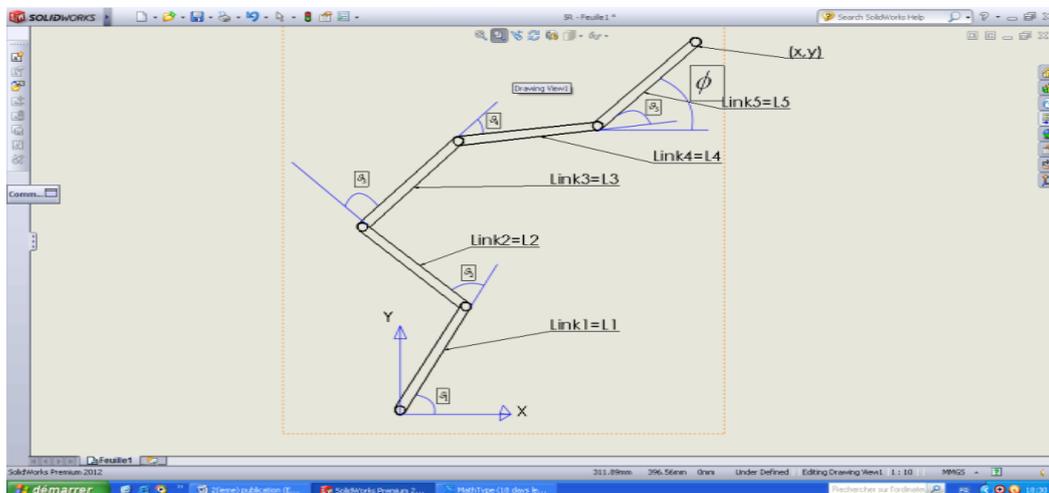


Fig A.25. Robot 5-R modélisé par Solidworks.

En utilisant le code de calcul pour une trajectoire donnée, On obtient :

Matlab/Simulink:

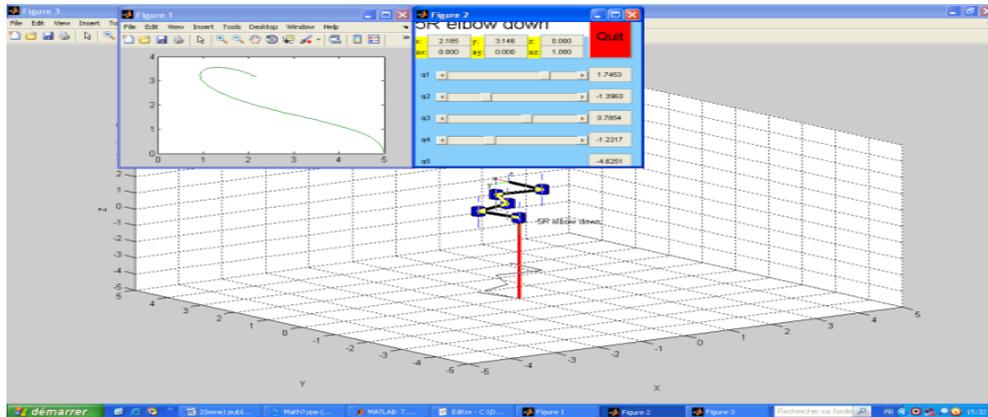


Fig A.26. Coude bas.

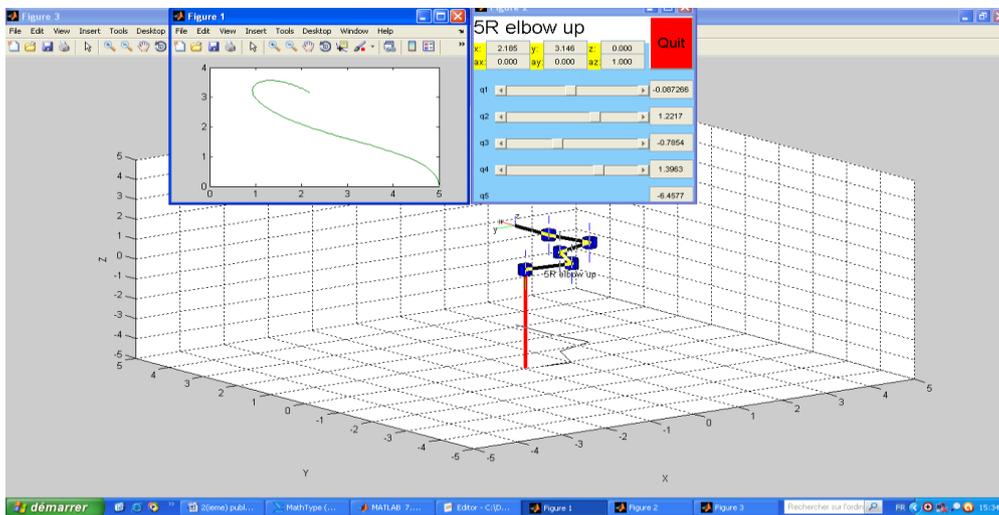


Fig A.26. Coude haut.

Solidworks

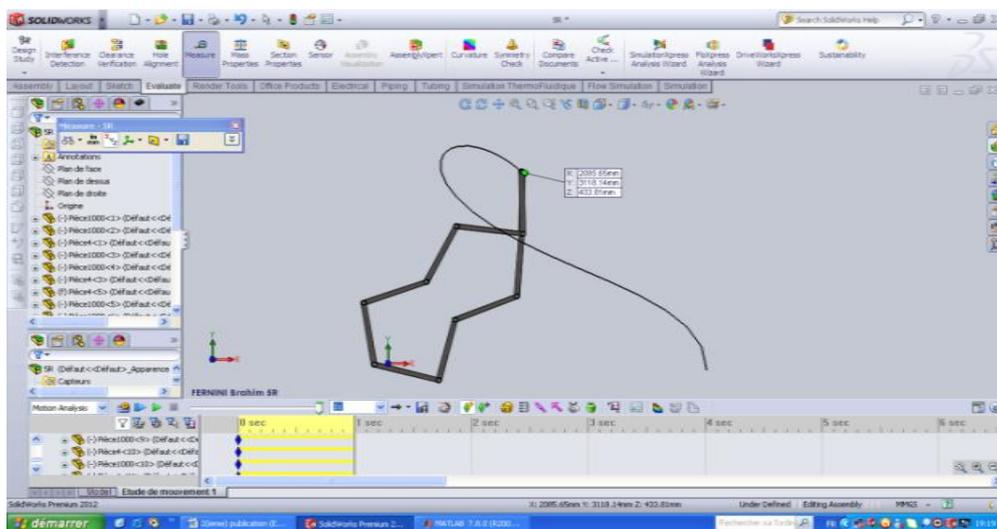


Fig A.27. Le déplacement des deux postures.

## 6-R Robot:

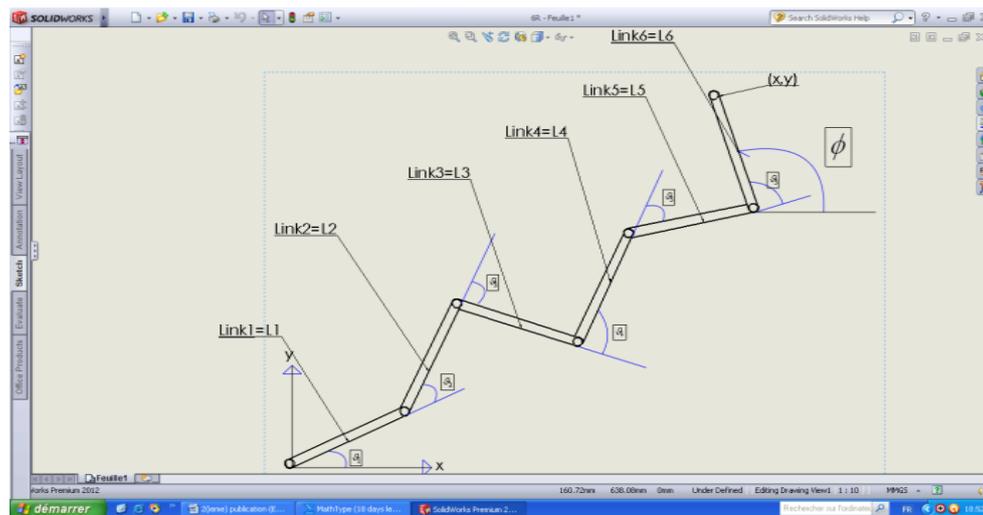


Fig A.28. Robot 6-R modélisé par Solidworks.

En utilisant le code de calcul pour une trajectoire donnée, On obtient :

## Matlab/Simulink

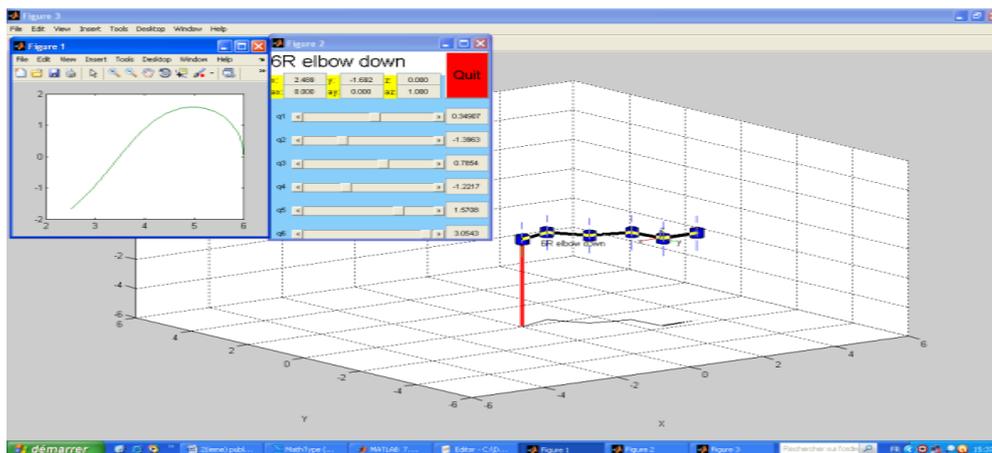


Fig A.29. Coude bas.

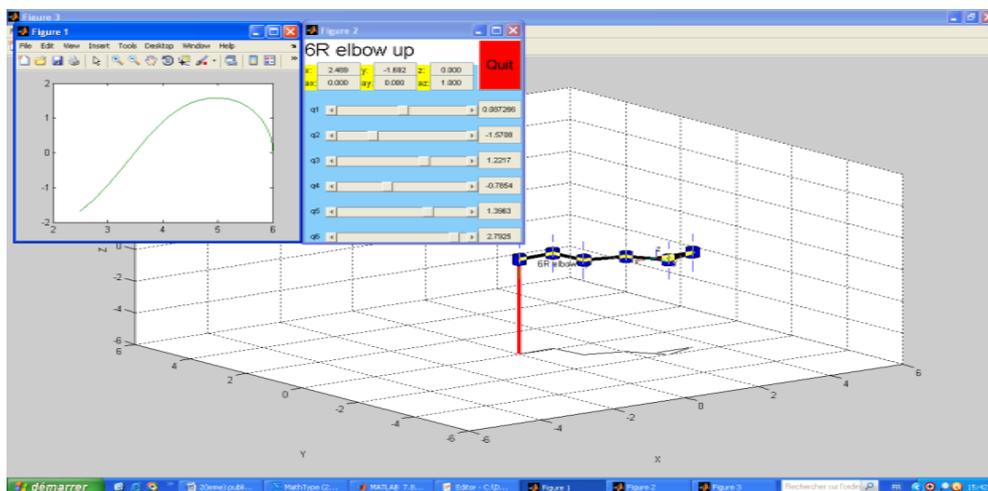


Fig A.30. Coude haut.

## Solidworks

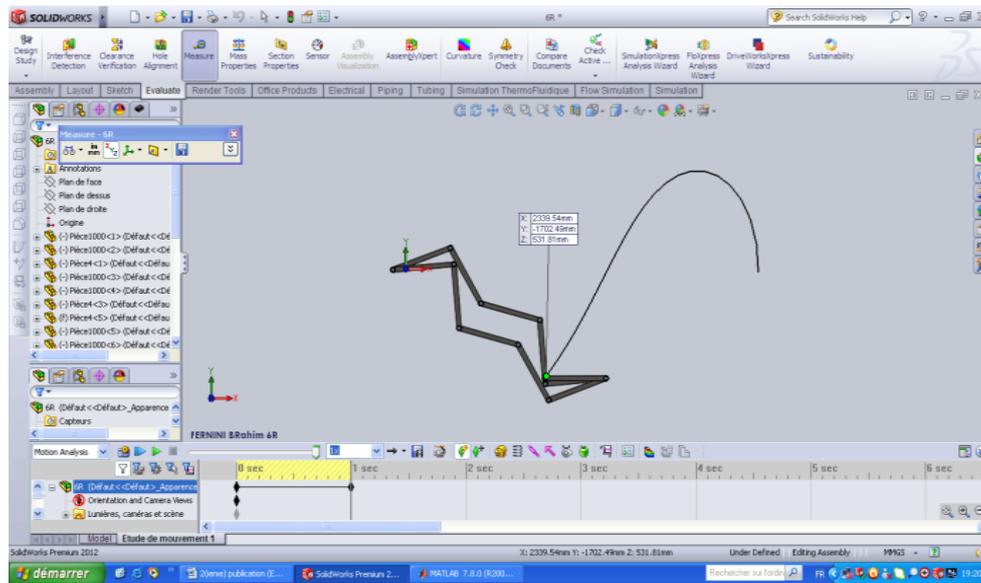


Fig A.31. Le déplacement des deux postures.

### A.7. Conclusion

La cinématique du robot 2-R a été étudiée, et la création de la ligne droite nous a permis de trouver une relation entre les postures de ce robot. A partir de cette relation, il est constaté que le déplacement du lien(1) du coude haut égale à la somme des angles d'articulations (1) et (2), et le déplacement du lien (2) du coude bas égale moins l'angle d'articulation(2) du lien (2) du coude bas. Ces résultats nous ont permis d'élaborer un code de calcul en utilisant Solidworks et Matlab / Simulink pour créer la même trajectoire des postures des manipulateurs sériels planaires qui ont une architecture R// $(n)$ R, et il est constaté aussi que la relation entre les postures dépend de la nature de  $(n)$ . Les résultats des simulations en utilisant le code de calcul pour les robots (2R, 3R, 4R, 5R, 6R) ont été vérifiés par les deux logiciels, ceux-ci nous permettent d'évaluer qualitativement la justesse de ce code. L'utilisation de ce code nous permet de générer la même trajectoire pour les deux postures d'un robot plan et aussi nous permet de comparer entre les deux postures pour choisir la posture la plus économique.

**Appendice B : Dynamique du Robot  
SCARA par la méthode de Newton-  
Euler.**

**International Journal of Robotics and  
Automation (IJRA)**

**Indexed par l'Université Zurich de  
Robotique**

**Résumé**—Le robot SCARA (Robot de montage sélectif adapté) d'une architecture série est largement utilisé dans les opérations d'assemblage et les opérations «pick-place», il a été démontré que l'utilisation de robots améliore la précision de l'assemblage et économise le temps et le coût. La condition la plus importante pour le choix de ce type de robot est le comportement dynamique pour un chemin donné, aucune solution pour la dynamique de ce robot n'a été signalée. Cet article présente l'étude de la cinématique (direct et inverse) en utilisant la notation D-H et la dynamique du robot SCARA en utilisant des méthodes N-E. Un code informatique est développé pour la génération de trajectoires en utilisant la cinématique inverse, et calcule les variations des couples des articulations pour une ligne droite (repos au repos) entre deux positions pour l'opération "pick-place". Le robot SCARA est conçu pour réaliser une opération de «pick-place» utilisant le logiciel Solid Works et vérification par Matlab / Simulink. Les résultats des simulations ont été discutés. Un accord entre les deux logiciels est certainement obtenu ici.

## **B.1. INTRODUCTION**

Le cycle Pick And Place est le temps, en secondes, pour exécuter la séquence du mouvement suivant: Déplacer un objet entre deux positions bien définis sous la condition de trajectoire.

Le bras de robot d'assemblage sélectif SCARA ou bras de robot articulé sélectif conforme est largement utilisé pour les opérations «pick-place». Le robot a été appelé bras de Robot d'assemblage de conformité sélective, SCARA. Son bras était rigide dans l'axe Z et pliable dans les axes XY, ce qui lui permettait de s'adapter aux trous dans les axes XY.

En vertu de l'agencement des axes parallèles du SCARA, le bras est légèrement conforme dans la direction X-Y mais rigide dans la direction 'Z', d'où le terme: Sélective Compliant. Ceci est avantageux pour de nombreux types d'opérations d'assemblage: pick-place, l'insertion d'une broche ronde dans un trou rond sans reliure.

Le deuxième attribut du SCARA est le bras articulé à deux bras semblable à nos bras humains, d'où le terme souvent utilisé, Articulé. Cette caractéristique permet au bras de s'étendre dans les zones confinées et puis se rétracter ou "plier" hors de la voie. Ceci est avantageux pour transférer des pièces d'une cellule à une autre ou pour des postes de traitement de chargement / déchargement qui sont fermés.

Les robots SCARA sont généralement plus rapides et plus propres que des systèmes cartésiens comparables. Leur monture de piédestal unique nécessite une faible encombrement et fournit une forme facile et sans obstacle de montage. D'autre part, les SCARA peuvent être plus coûteux que les systèmes cartésiens comparables et le logiciel de commande nécessite une cinématique inverse pour des déplacements interpolés linéaires. Ce logiciel est généralement livré avec le SCARA et est généralement transparent pour l'utilisateur final.

Dans ce travail, les systèmes de robot «RRPR» à 4 axes pour le pick-up et le lieu de travail seront conçus et développés à l'aide du programme Solidworks tel qu'illustré à la figure 1, et modélisés par Matlab / Simulink comme le montre la figure 2. Simulation à l'aide du logiciel MATLAB / Simulink Être effectuée. Les résultats des deux logiciels

seront présentés et discutés. Dans ce chapitre, les équations de la cinématique pour le robot «R-R-P-R» avec la dynamique du robot pour chaque articulation ont été développées avec la formulation D-H.

Le chapitre est organisé comme suit: Tout d'abord, une introduction au robot SCARA, la cinématique est représentée dans la section B.2. Dans la section B.3, le comportement dynamique. Dans la section B.4, l'application. Sections B.5, B.6 et B.7, présentent : la simulation dynamique, la discussion et la conclusion respectivement.

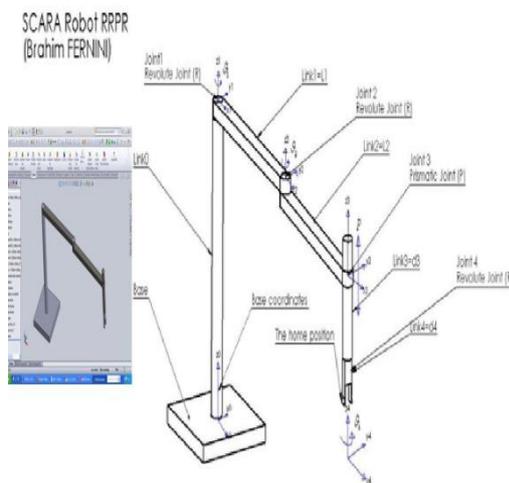


Figure B.1. Robot SCARA modelisé par Solid Works

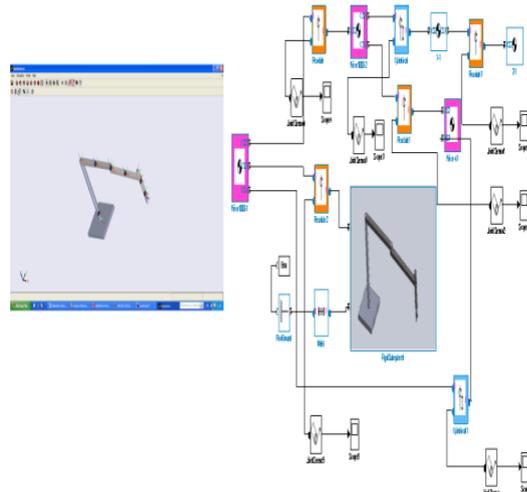


Figure B.2. Robot SCARA modelisé par Matlab/Simulink

## Précédent travail

Le travail antérieur [56-57] a étudié la dynamique de ce robot en utilisant la méthode NL(Lagrange), mais cette méthode n'est pas couramment utilisée pour le contrôle en temps réel car son besoin de grande quantité de temps de calcul et d'espace et l'étude du comportement dynamique est fait pour le chemin créé par l'espace articulaire, ce dernier ne donne pas les trajectoires souhaitées comme (ligne droite, cercle, ..).

## Travail présent

La présente analyse de ce robot est réalisée pour étudier le comportement dynamique d'une droite (trajectoire de repos au repos) en utilisant la méthode N-E. La signification de cette étude réside dans le fait qu'elle donne un aperçu du comportement dynamique de ce robot.

La cinématique directe nous permet de trouver la relation entre le déplacement angulaire et la position de l'organe terminal, la cinématique inverse nous permet de relier entre deux positions par une ligne droite (repos au repos).

Les logiciels SolidWorks et Matlab Simulink sont utilisés pour modéliser et vérifier la simulation du mouvement du robot.

## B.2. La cinématique du robot

### B.2.1 Cinématique directe :

Les paramètres de Denavit-Hartenberg (D-H) pour le robot SCARA montré dans la Fig B.1 sont définis dans le tableau suivant [58] :

Table B.1. D-H parameters of SCARA Robot.

Link	$a_i$	$\alpha_i$	$d_i$	$\theta_i$
1	$l_1$	0	0	$\theta_1^*$
2	$l_2$	0	0	$\theta_2^*$
3	0	0	$d_3^*$	0
4	0	0	$d_4^*$	$\theta_4^*$

\*: les articulations variables.

Les matrices de transformations de l'organe terminal par rapport les coordonnées de base sont comme suit :

$$T_4^0 = T_1^0 T_2^1 T_3^2 T_4^3,$$

$$T_1^0 = \begin{bmatrix} c_1 & -s_1 & 0 & l_1 c_1 \\ s_1 & c_1 & 0 & l_1 s_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, T_2^1 = \begin{bmatrix} c_2 & -s_2 & 0 & l_2 c_2 \\ s_2 & c_2 & 0 & l_2 s_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, T_3^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, T_4^3 = \begin{bmatrix} c_4 & -s_4 & 0 & 0 \\ s_4 & c_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Après multiplication, la matrice de transformation homogène :

$$T_4^0 = \begin{bmatrix} c_{124} & -s_{124} & 0 & l_1 c_1 + l_2 c_{12} \\ s_{124} & c_{124} & 0 & l_1 s_1 + l_2 s_{12} \\ 0 & 0 & 1 & -d_3 - d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

**Pour la cinématique inverse voir Appendice A [50].**

### B.3. Dynamique du Robot :

Nous pouvons calculer les équations dynamiques du mouvement des robots par deux méthodes:

Newton-Euler et Lagrange. La méthode de Newton-Euler est plus fondamentale et trouve les équations dynamiques pour déterminer la force et le couple des articulations nécessaires pour déplacer le robot pour une trajectoire bien déterminée. La méthode de Lagrange est utilisée uniquement pour calculer le couple dans l'espace articulaire. [59]

La méthode N-E est basée sur deux équations récursives : recursive direct et recursive inverse. L'équation récursive directe est utilisée pour les informations cinématiques telles que les vitesses et les accélérations au centre de masse de

chaque lien. L'équation récursive inverse est utilisée pour les forces et les moments exercés sur chaque lien de l'organe terminal vers la base du robot.

**Les matrices de rotation sont les suivantes:**

$$R_1^0 = \begin{pmatrix} C_1 & -S_1 & 0 \\ S_1 & C_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, R_2^1 = \begin{pmatrix} C_2 & -S_2 & 0 \\ S_2 & C_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, R_4^3 = \begin{pmatrix} C_4 & -S_4 & 0 \\ S_4 & C_4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, R_5^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$R_2^0 = \begin{pmatrix} C_{12} & -S_{12} & 0 \\ S_{12} & C_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, R_3^0 = R_2^0, R_4^0 = \begin{pmatrix} C_{124} & -S_{124} & 0 \\ S_{124} & C_{124} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, R_0^1 = \begin{pmatrix} C_1 & S_1 & 0 \\ -S_1 & C_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$R_1^2 = \begin{pmatrix} C_2 & S_2 & 0 \\ -S_2 & C_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, R_0^2 = \begin{pmatrix} C_{12} & S_{12} & 0 \\ -S_{12} & C_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$R_0^3 = R_2^2, P_1^* = [l_1 C_1, l_1 S_1, 0]^T, P_2^* = [l_1 C_{12}, l_1 S_{12}, 0]^T, P_3^* = [0, 0, -d_3]^T$$

$$P_4^* = [0, 0, 0]^T, \omega_0 = \dot{\omega}_0 = V_0 = 0, \dot{V}_0 = (0, 0, g)^T$$

**Recursive direct:**

$$R_0^1 \omega_1 = R_0^1 (\omega_0 + Z_0 \dot{\theta}_1) = [0 \ 0 \ 1]^T \dot{\theta}_1 \quad R_0^2 \omega_2 = R_1^2 (R_0^1 \omega_1 + Z_0 \dot{\theta}_2) = [0 \ 0 \ 1]^T (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \quad R_0^3 \omega_3 = R_2^3 (R_0^2 \omega_2) = [0 \ 0 \ 1]^T (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)$$

$$R_0^4 \omega_4 = R_3^4 (R_0^3 \omega_3 + Z_0 \dot{\theta}_4) \quad R_0^1 \dot{\omega}_1 = R_0^1 [\dot{\omega}_0 + Z_0 \ddot{\theta}_1 + \omega_0 \times Z_0 \dot{\theta}_1] \quad R_0^2 \dot{\omega}_2 = R_1^2 [R_0^1 \dot{\omega}_1 + Z_0 \ddot{\theta}_2 + (R_0^1 \omega_1) \times Z_0 \dot{\theta}_2]$$

$$= [0 \ 0 \ 1]^T (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_4) \quad = [0 \ 0 \ 1]^T \ddot{\theta}_1 \quad = [0 \ 0 \ 1]^T (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2)$$

$$R_0^3 \dot{\omega}_3 = R_2^3 [R_0^2 \dot{\omega}_2] = [0 \ 0 \ 1]^T (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) \quad R_0^4 \dot{\omega}_4 = R_3^4 [R_0^3 \dot{\omega}_3 + Z_0 \ddot{\theta}_4 + (R_0^3 \omega_3) \times Z_0 \dot{\theta}_4]$$

$$= [0 \ 0 \ 1]^T (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_4)$$

$$R_0^1 V_1 = (R_0^1 \dot{\omega}_1) \times (R_0^1 p_1^*) + (R_0^1 \omega_1) \times$$

$$[(R_0^1 \omega_1) \times (R_0^1 p_1^*)] + R_0^1 (R_0^1 \dot{V}_0) = [-l_1 \dot{\theta}_1^2, l_1 \ddot{\theta}_1, g]^T$$

$$R_0^3 V_3 = R_2^3 (Z_0 \ddot{\theta}_3 + R_0^2 \dot{V}_2) + (R_0^3 \dot{\omega}_3) \times (R_0^3 p_3^*) \quad R_0^4 V_4 = (R_0^4 \dot{\omega}_4) \times (R_0^4 p_4^*)$$

$$+ [2(R_0^3 \omega_3) \times (R_2^3 Z_0 \dot{\theta}_3)] \quad + (R_0^4 \omega_4) \times [(R_0^4 \omega_4) \times (R_0^4 p_4^*)]$$

$$+ R_0^3 \omega_2 \times [(R_0^3 \omega_3) \times (R_0^3 p_3^*)] \quad + R_3^4 (R_0^3 \dot{V}_3)$$

$$R_0^2 V_2 = (R_0^2 \dot{\omega}_2) \times (R_0^2 p_2^*) + (R_0^2 \omega_2) \times [(R_0^2 \omega_2) \times (R_0^2 p_2^*)] + R_1^2 (R_0^1 \dot{V}_1) \quad = R_2^3 (R_0^2 \dot{V}_2) + (R_0^3 \dot{\omega}_3) \times (R_0^3 p_3^*) +$$

$$= \begin{bmatrix} l_1 \ddot{\theta}_1 S_2 - l_1 \dot{\theta}_1^2 C_2 - l_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2, \\ l_2 (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) + l_1 \dot{\theta}_1^2 S_2 + l_1 \ddot{\theta}_1 C_2, g \end{bmatrix}^T \quad R_0^3 \omega_3 \times [(R_0^3 \omega_3) \times (R_0^3 p_3^*)]$$

$$= \begin{bmatrix} l_1 \ddot{\theta}_1 S_2 - l_1 \dot{\theta}_1^2 C_2 - l_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2, \\ l_1 \ddot{\theta}_1 C_2 + l_1 \dot{\theta}_1^2 S_2 + l_2 (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2), g \end{bmatrix}^T \quad = \begin{bmatrix} l_1 \ddot{\theta}_1 S_{24} - l_1 \dot{\theta}_1^2 C_{24} - l_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 C_4 - (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) S_4, \\ l_1 \ddot{\theta}_1 C_{24} + l_1 \dot{\theta}_1^2 S_{24} + l_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 S_4 - (\ddot{\theta}_1 - \ddot{\theta}_2) C_4, g \end{bmatrix}^T$$

**La position du centre de masse:**

$$e_1 = [-l_1 C_1 / 2, -l_1 S_1 / 2, 0]^T \quad e_2 = [-l_2 C_{12} / 2, -l_2 S_{12} / 2, 0]^T \quad e_3 = [0, 0, d_3 / 2]^T \quad e_4 = [0, 0, 0]^T$$

$$\begin{aligned}
R_0^1 a_1 &= (R_0^1 \dot{\omega}_1) \times (R_0^1 e_1) + (R_0^1 \omega_1) \times [(R_0^1 \omega_1) \times (R_0^1 e_1)] & R_0^2 a_2 &= (R_0^2 \dot{\omega}_2) \times (R_0^2 e_2) + (R_0^2 \omega_2) \times [(R_0^2 \omega_2) \times (R_0^2 e_2)] \\
+ (R_0^1 \dot{V}_1) &= R_0^1 \dot{V}_1 = [-l_1 \dot{\theta}_1^2 / 2, l_1 \ddot{\theta}_1 / 2, g]^T & + (R_0^2 \dot{V}_2) &= R_0^2 \dot{V}_2 \\
& & &= \begin{bmatrix} l_1 \ddot{\theta}_1 S_2 - l_1 \dot{\theta}_1^2 C_2 - l_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 / 2, \\ l_1 \ddot{\theta}_1 C_2 + l_1 \dot{\theta}_1^2 S_2 + l_2 (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) / 2, g \end{bmatrix}^T \\
R_0^3 a_3 &= (R_0^3 \dot{\omega}_3) \times (R_0^3 e_3) + (R_0^3 \omega_3) \times [(R_0^3 \omega_3) \times (R_0^3 e_3)] & + (R_0^4 a_4) &= (R_0^4 \dot{\omega}_4) \times (R_0^4 e_4) \\
+ (R_0^3 \dot{V}_3) &= R_0^3 \dot{V}_3 & + (R_0^4 \omega_4) &\times [(R_0^4 \omega_4) \times (R_0^4 e_4)] \\
& & + (R_0^4 \dot{V}_4) &= R_0^4 \dot{V}_4 \\
&= \begin{bmatrix} l_1 \ddot{\theta}_1 S_2 - l_1 \dot{\theta}_1^2 C_2 - l_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2, \\ l_1 \ddot{\theta}_1 C_2 + l_1 \dot{\theta}_1^2 S_2 + l_2 (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2), g \end{bmatrix}^T & = \begin{bmatrix} l_1 \ddot{\theta}_1 S_{24} - l_1 \dot{\theta}_1^2 C_{24} - l_2 \{ (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 C_4 - (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) S_4 \}, \\ l_1 \ddot{\theta}_1 C_{24} + l_1 \dot{\theta}_1^2 S_{24} + l_2 \{ (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 S_4 + (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) C_4 \}, g \end{bmatrix}^T
\end{aligned}$$

### Recursive inverse:

$$R_0^4 f_4 = R_5^4 (R_0^5 f_5) + m_4 R_0^4 a_4 = m_4 R_0^4 a_4$$

We have:  $f_5 = n_5 = 0$

$$= m_4 \begin{bmatrix} l_1 \ddot{\theta}_1 S_{24} - l_1 \dot{\theta}_1^2 C_{24} - l_2 \{ (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 C_4 - (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) S_4 \}, \\ l_1 \ddot{\theta}_1 C_{24} + l_1 \dot{\theta}_1^2 S_{24} + l_2 \{ (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 S_4 + (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) C_4 \}, g \end{bmatrix}^T$$

$$\begin{aligned}
R_0^3 f_3 &= R_4^3 (R_0^4 f_4) + m_3 R_0^3 a_3 & R_0^2 f_2 &= R_3^2 (R_0^3 f_3) + m_2 R_0^2 a_2 \\
&= (m_3 + m_4) \begin{bmatrix} l_1 \ddot{\theta}_1 S_2 - l_1 \dot{\theta}_1^2 C_2 - l_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2, \\ l_1 \ddot{\theta}_1 C_2 + l_1 \dot{\theta}_1^2 S_2 + l_2 (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2), g \end{bmatrix}^T & = \begin{bmatrix} \{ x(l_1 \ddot{\theta}_1 S_2 - l_1 \dot{\theta}_1^2 C_2) - y l_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \}, \\ \{ x(l_1 \ddot{\theta}_1 C_2 + l_1 \dot{\theta}_1^2 S_2) + y l_2 (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2), xg \} \end{bmatrix}^T
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R_0^1 f_1 &= R_2^1 (R_0^2 f_2) + m_1 R_0^1 a_1 \\
&= \begin{bmatrix} \left\{ -l_1 \dot{\theta}_1^2 (x + m_1 / 2) - y l_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 C_2 \right\}, \\ \left\{ + (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) S_2 \right\}, \\ \left\{ l_1 \ddot{\theta}_1 (x + m_1 / 2) \right\}, \\ \left\{ -y l_2 \{ (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2)^2 S_2 - (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) C_2 \} \right\}, (x + m_1) g \end{bmatrix}^T
\end{aligned}$$

$$x = m_2 + m_3 + m_4$$

$$y = m_2 / 2 + m_3 + m_4$$

### Les moments appliqués sur les liens:

$$\begin{aligned}
R_0^4 n_4 &= R_5^4 [R_0^5 n_5 + (R_0^5 p_4^*) \times (R_0^5 f_5)] \\
&+ (R_0^4 p_4^* + R_0^4 e_4) \times (m_4 R_0^4 a_4) + J_4 R_0^4 \dot{\omega}_4 \\
&+ [(R_0^4 \omega_4) \times J_4 (R_0^4 \omega_4)]
\end{aligned}$$

$$J_i = R_0^i I_i R_i^0$$

$$i = 1, 2, 3, 4$$

En général, la masse du lien 4 est négligeable par rapport les deux masse des liens, cela veut dire que l'inertie du lien 4 est zéro:

$$R_0^4 n_4 = 0$$

$$\begin{aligned} R_0^3 n_3 &= R_4^3 \left[ R_0^4 n_4 + (R_0^4 p_3^*) \times (R_0^4 f_4) \right] \\ &+ (R_0^3 p_3^* + R_0^3 e_3) \times (m_3 R_0^3 a_3) + J_3 R_0^3 \dot{\omega}_3 \\ &+ \left[ (R_0^3 \omega_3) \times J_3 (R_0^3 \omega_3) \right] = \left\{ \begin{array}{l} d_3 (m_2 + m_4) \\ -m_3 l_3 / 2 \end{array} \right\} \\ &\times \left[ \begin{array}{l} l_1 \ddot{\theta}_1 C_2 + l_1 \dot{\theta}_1^2 S_2 + l_2 (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2), \\ -l_1 \ddot{\theta}_2 S_2 + l_1 \dot{\theta}_1^2 C_2 + l_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2, 0 \end{array} \right]^T \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_0^2 n_2 &= R_3^2 \left[ R_0^3 n_3 + (R_0^3 p_2^*) \times (R_0^3 f_3) \right] \\ &+ (R_0^2 p_2^* + R_0^2 e_2) \times (m_2 R_0^2 a_2) + J_2 R_0^2 \dot{\omega}_2 \\ &+ \left[ (R_0^2 \omega_2) \times J_2 (R_0^2 \omega_2) \right] \\ &= \left[ \begin{array}{l} \Omega \{ l_1 \ddot{\theta}_1 C_2 + l_1 \dot{\theta}_1^2 S_2 + l_2 (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) \} \\ , \Omega \{ -l_1 \ddot{\theta}_2 S_2 + l_1 \dot{\theta}_1^2 C_2 + l_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \} - l_2 g y, \\ l_2 y (l_1 \ddot{\theta}_1 C_2 + l_1 \dot{\theta}_1^2 S_2) + l_2^2 \Lambda (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) \end{array} \right]^T \end{aligned}$$

$$\Omega = d_2 (m_3 + m_4) + d_3 (m_3 + m_4) - m_3 l_3 / 2 \quad \Lambda = m_2 / 3 + m_3 + m_4$$

$$\begin{aligned} R_0^1 n_1 &= R_0^1 \left[ R_0^2 n_2 + (R_0^2 p_1^*) \times (R_0^2 f_2) \right] \\ &+ (R_0^1 p_1^* + R_0^1 e_1) \times (m_1 R_0^1 a_1) \\ &+ J_1 R_0^1 \dot{\omega}_1 + \left[ (R_0^1 \omega_1) \times J_1 (R_0^1 \omega_1) \right] \\ &= \left[ \begin{array}{l} \Omega \left\{ \begin{array}{l} l_1 \ddot{\theta}_1 + l_2 (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) C_2 \\ -l_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 S_2 \end{array} \right\} + l_2 g y S_2, \\ \Omega \left\{ \begin{array}{l} l_1 \dot{\theta}_1^2 + l_2 (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) S_2 - l_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 C_2 \\ -l_2 g (x + y C_2 + m_1 / 2), \\ \left[ \begin{array}{l} (l_1^2 (x + m_1 / 3) + l_2^2 \Lambda + 2l_1 l_2 C_2 y) \ddot{\theta}_1 \\ + (l_2^2 \Lambda + l_1 l_2 C_2 y) \ddot{\theta}_2 - l_1 l_2 S_2 y \dot{\theta}_2 (2\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \end{array} \right] \end{array} \right\} \end{array} \right]^T \end{aligned}$$

**Le couple du lien 1:**

$$\begin{aligned} \Gamma_1 &= \left[ R_0^1 n_1 \right]^T (R_0^1 Z_0) = \left( \begin{array}{l} l_1^2 (x + m_1 / 3) \\ + l_2^2 \Lambda + 2l_1 l_2 C_2 y \end{array} \right) \ddot{\theta}_1 \\ &+ (l_2^2 \Lambda + l_1 l_2 C_2 y) \ddot{\theta}_2 - l_1 l_2 S_2 y \dot{\theta}_2 (2\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \end{aligned}$$

**Le couple du lien2:**

$$\Gamma_2 = \left[ R^2 n_2 \right]^T (R_1^2 Z_0) = (l_1 l_2 y C_2 + l_2^2 \Lambda) \ddot{\theta}_1 + l_2^2 \Lambda \ddot{\theta}_2 + l_1 l_2 y S_2 \dot{\theta}_1^2$$

### La force appliquée sur le lien 3:

$$F_3 [R_0^3 f_3]^T (R_2^3 Z_0) = (m_3 + m_4) g = m_{eff} g$$

### B.4. APPLICATION:

Considérons un chemin cartésien de repos au repos du point (1.5, 1) au point (1.5, -1) sur la droite  $x = 1.5$  pendant 1s avec  $l_1 = l_2 = 1$ . Un polynôme cubique peut satisfaire les contraintes de position et de vitesse aux points initial et final :

$$y(0) = y_0 = 1 \quad \dot{y}(0) = \dot{y}_0 = 0$$

$$y(1) = y_f = -1 \quad \dot{y}(1) = \dot{y}_f = 0$$

Les coefficients du polynôme sont:

$$a_0 = 1 \quad a_1 = 0 \quad a_2 = -6 \quad a_3 = 4 ; \quad ;$$

Le chemin cartésien est:

$$y(t) = 1 - 6t^2 + 4t^3 \quad x = 1.5$$

### La simulation de trajectoire:

Pour la simulation de trajectoire, nous utilisons le coude bas et le coude haut (Voir Appendice A).

La figure montre le bloc de simulation pour simuler la trajectoire par la cinématique inverse du robot SCARA.

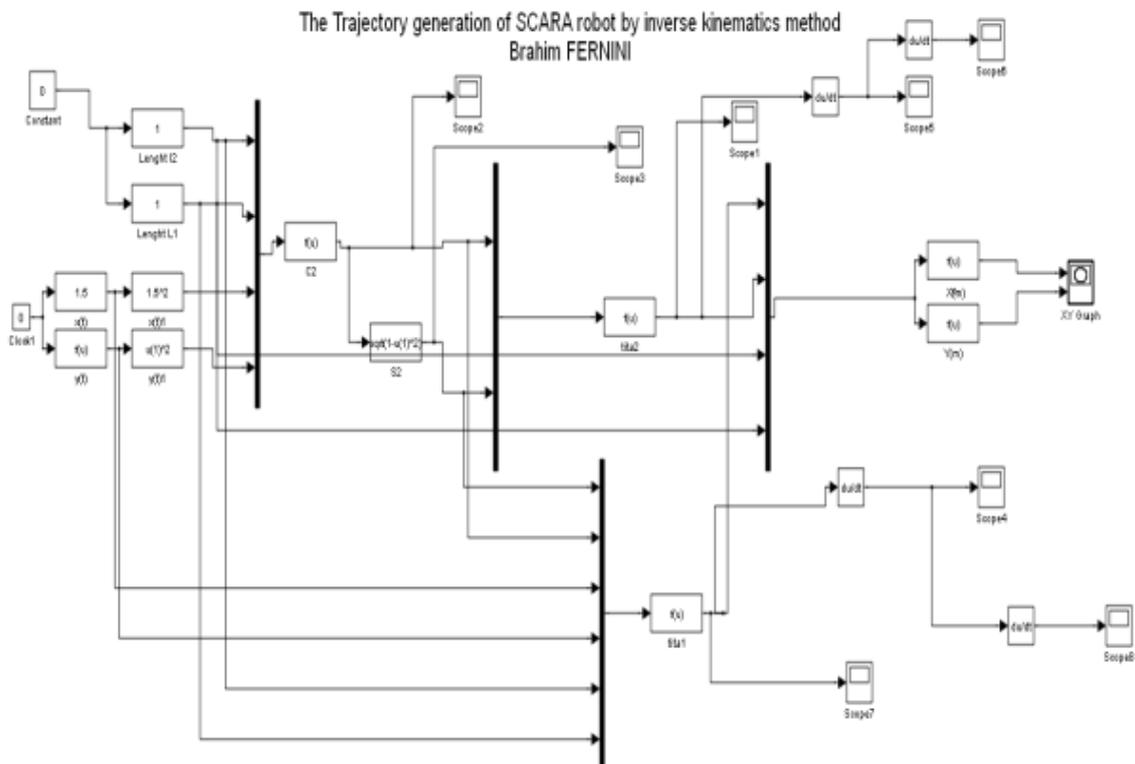


Figure B.3. La génération de trajectoire du robot SCARA en utilisant Matlab/Simulink

# Trajectory simulation:

## Coude bas

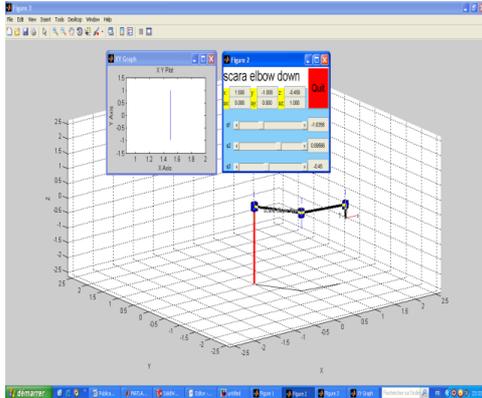


Figure B.4. Matlab/Simulink  
Coude haut

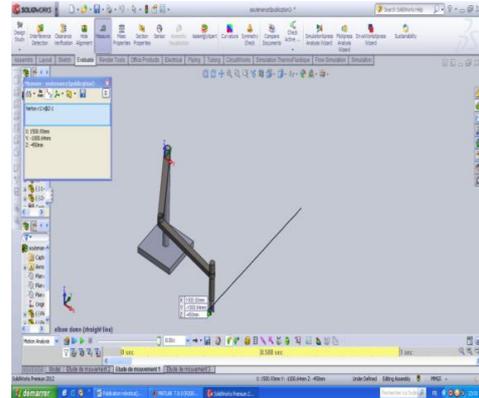


Figure B.5. Solidworks

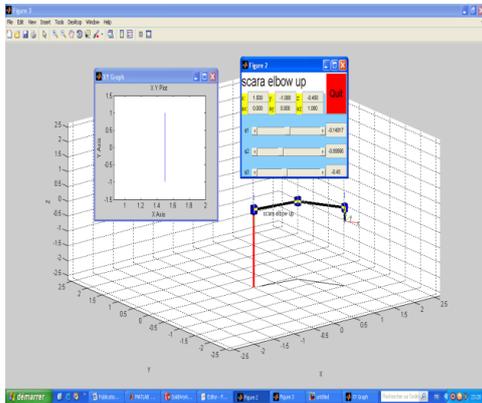


Figure B.6. Matlab/Simulink  
La trajectoire obtenue soit en utilisant SolidWorks ou MATLAB / Simulink est exactement la même (une ligne droite), donc la contrainte de position est vérifiée aux points initiaux et finaux.

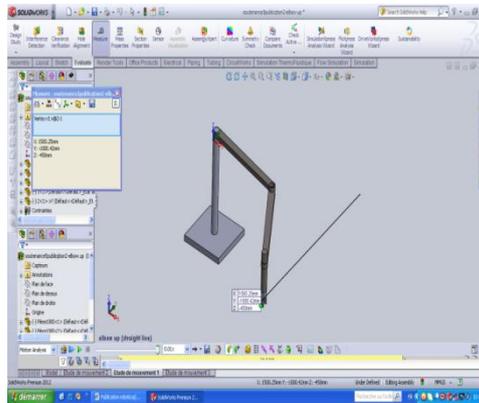


Figure B.7. Solidworks

## The joint velocity of the robot by Matlab/Simulink:

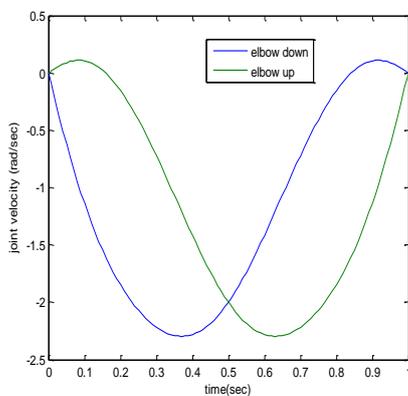


Figure B.8. la vitesse de l'articulation(1)

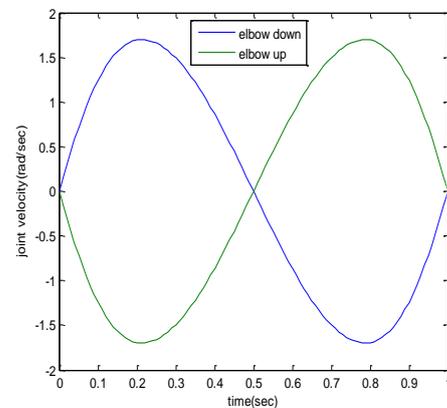


Figure B.9. la vitesse de l'articulation(1)  
(2)

## La vitesse angulaire des liens par Solidworks:

### Coude bas :

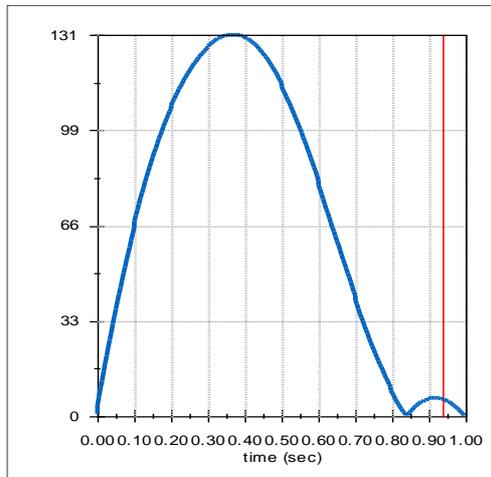


Figure B.10. Lien (1)

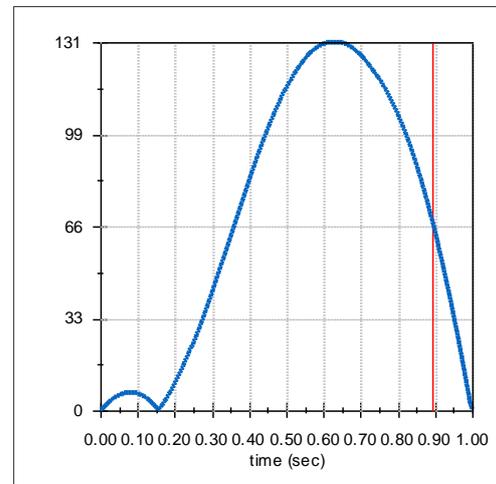


Figure B.11. Lien (2)

### Coude haut:

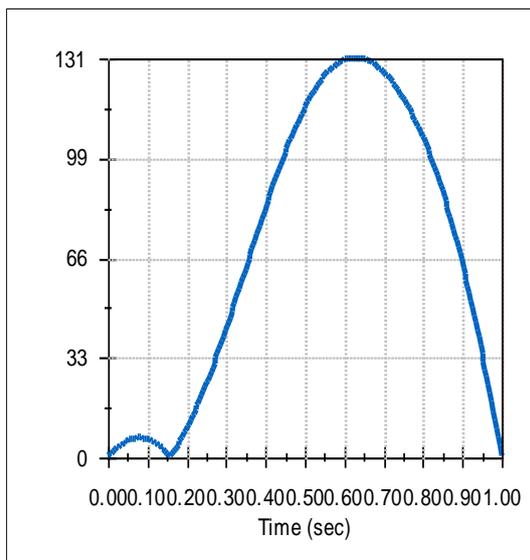


Figure B.12. Lien (1)

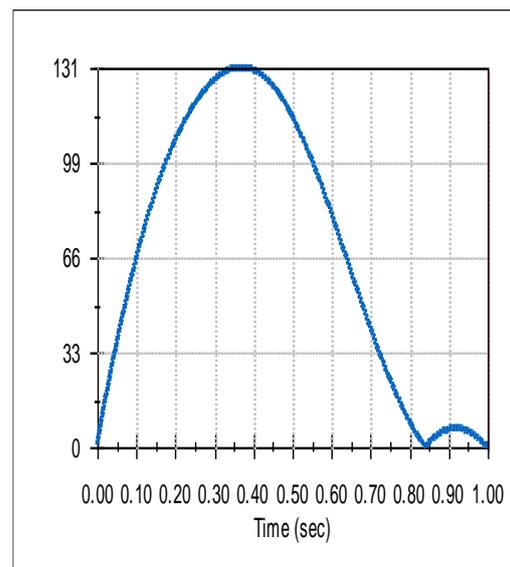


Figure B.13. Lien (2)

Les résultats obtenus par les deux logiciels Matlab / Simulink et Solidworks sur la vitesse de l'articulation et la vitesse angulaire nous montrent que la contrainte de vitesse est vérifiée aux points initiaux et finaux par les deux logiciels.

La similarité des résultats des deux logiciels SolidWorks et Matlab / Simulink confirme la fiabilité du modèle cinématique. Le robot SCARA a réalisé un mouvement de ligne droite entre deux positions en respectant la contrainte de position et de vitesse.

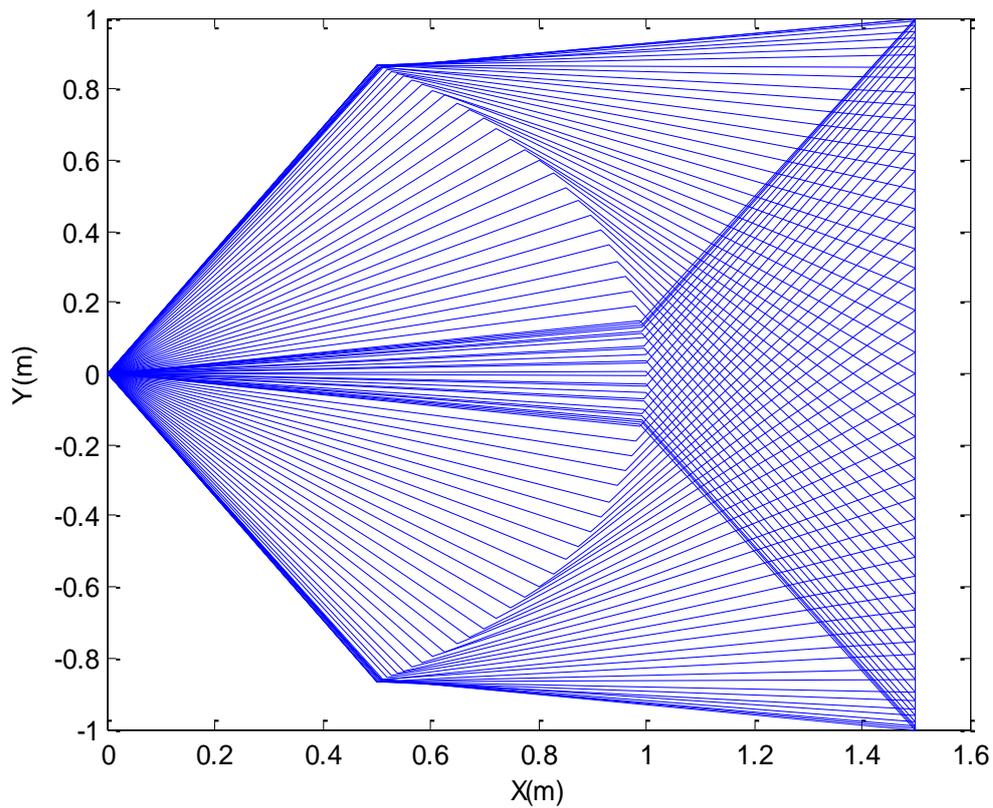


Figure B.14. Le changement arbitraire des deux posture du robot SCARA.

**Orientation de la matrice de transformation homogène.**

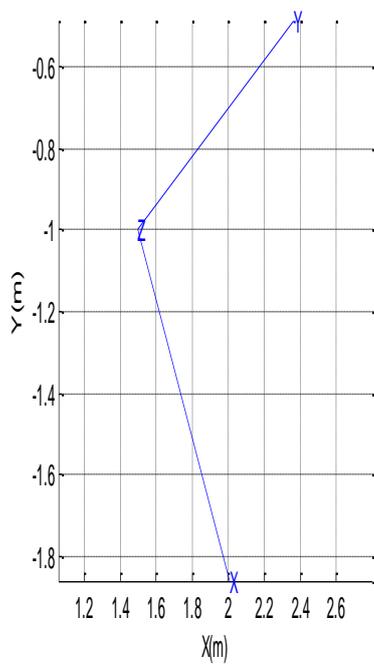


Figure B.15. coude haut

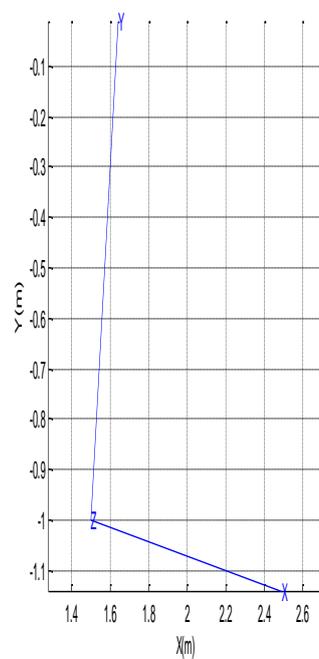


Figure B.16. coude bas

## 5. Simulation Dynamique:

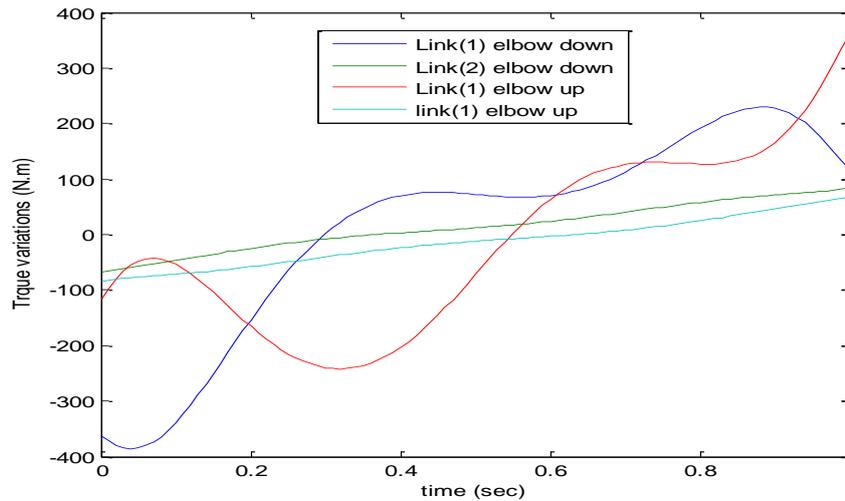


Figure B.17. The torque variations.

### B.6. DISCUSSION:

Les équations dynamiques trouvées par la méthode N-E montrent qu'il n'y a pas de couplage entre le lien 2 et le lien 3 parce que le lien 3 a qu'un mouvement dans la direction verticale et aucun couple n'agit sur ce lien il y a qu'une force pour atteindre le mouvement vertical. Pour ces raisons, la masse effective peut être ajoutée aux liens 1 et 2 tout en déterminant les couples. Ce fait ressort clairement des équations de couple. Et il est trouvé que les couples sont indépendants des positions angulaires et cela rend le robot très conforme. Un autre fait que les couples d'articulations sont indépendants par les longueurs des liens 3 et 4, ils ne dépendent que de leurs masses, comme le montrent les équations de couple.

L'analyse du couple pour le robot SCARA est effectuée en prenant les masses des liens 1, 2 et 3 : 16.92Kg, 16.92Kg, 2Kg respectivement. La figure B.17 illustre les variations des couples avec le temps de coude haut et coude bas. On a constaté que l'amplitude du couple de lien 1 est supérieure au couple du lien 2. Il y a une différence croissante dans les deux couples lorsque le temps augmente pour les deux coudes.

Le tableau suivant montre la valeur des couples à  $T = 0s$  et  $T = 1s$ .

Table B.2. Les valeurs des couples  $T=0s$  and  $T=1s$  pour les deux postures

Temps(s)	Coude haut		Coude bas	
	Couple (N.m) Lien1	Couple (N.m) (Lien2)	Couple (N.m) (Lien1)	Couple (N.m) (Lien2)
$T=0s$	-116.0985	-83.5574	-362.0553	-66.9041
$T=1s$	362.0553	66.9041	116.0985	83.5574

Les couples de lien 1 et de lien 2 de coude bas sont symétriques avec les couples de lien 1 et de lien 2 de coude haut respectivement, ce fait ressort clairement des résultats du tableau B.2 et de la figure B.17.

Les résultats obtenus à partir du tableau B.2 et en conséquence de la figure B.17 montrent que la consommation d'énergie est la même pour le coude haut et le coude bas pour cette opération, ce qui signifie que les deux postures ont balayé la même zone comme montré dans la figure B.14.

## **B.7. CONCLUSION**

L'utilisation des deux logiciels SolidWorks et Matlab / Simulink nous a permis de développer qualitativement et de mettre en évidence la pertinence de l'étude du modèle cinématique du robot SCARA.

A partir du modèle dynamique à l'aide de N-E, on constate que la masse effective peut être ajoutée au lien 1 et au lien 2 tout en déterminant les couples et qu'il n'y a pas de couplage entre la lien 3 et le lien 2. Un autre fait que les couples sont indépendants des positions angulaires et les masses des liens 3 et 4 et cela rend le robot très conforme.

Dans notre cas, on peut conclure en fonction de l'analyse dynamique par N-E que le choix du coude haut ou du coude bas est le même pour cette opération "pick-place" avec ligne droite tout en respectant les contraintes, car le bilan énergétique final est le même.

**Appendice C : Le programme pour la  
génération de trajectoire du robot  
bipède (EX ; Wabian 2-R) en utilisant la  
méthode « ZMP » par Matlab/Simulink**

```

clear;

% define constants
PI = 3.14;
dt = 0.001;
g = 9.81; %1.62;

% Robot parts Mass
Mf = 2.006; % Foot Mass
Ml = 2.105; % Leg Mass
Mt = 3.988; % Thik Mass
Mr = 48.107; % Upper Body Mass

MM = [3.988 2.105 3.988 48.107]; % Mass Matrix (Totoal mass = 64.305
kg)

% Link lenght

Jx = [ 0 0 0 0.1 0]; % Position of Joints in X axis
Jz = [ -0.3 -0.27 -0.06 -0.06 0.15]; % Position of Joints in Y axis

Cx = [ 0 0 0 0 ]; % Position of Mass in X axis
Cz = [ -0.12 -0.109 -0.05 0.15]; % Position of Mass in Y axis

an = [ 0 0 0 0 0 0 0 ]; % Joint Angles
anv = [ 0 0 0 0 0 0 0 ]; % Joint Angular velocity
ana = [ 0 0 0 0 0 0 0 ]; % Joint Angular acceleration
l_or = [ 0 0 0 0 0 0 0 ]; % Links Orientations
l_anv = [ 0 0 0 0 0 0 0 ]; % Links Angular velocity
l_ana = [ 0 0 0 0 0 0 0 ]; % Links Angular acceleration

% Parameters

T = 0.36; % Step time
h = 0.49; % Hip height
Vs = 2; % Desired Velocity
u = 0.5; % Surface friction
L_max = 0.36; % Maximum step lenght
DSt = 0.01; % Double support phase peroide of the step cycle
step_h = 0.02 % Foot height during step
tmax = 3;

L = 0.3;
zmp = L;
x = L / 2;
w = abs( sqrt(g/h) );
V0 = (w * x) * ((1 + cosh(w * T)) / sinh(w * T)); %Vs + (g * L * T) / (12
* h);
S1 = zmp - x;

DSt1 = DSt / 2;
DSt2 = DSt / 2;

Lf_x = 0;
Rf_x = L;
Lf_z = 0;
Rf_z = 0;

f_vx = 0;

```

```

f_vz = 0;

f_ax = 0;
f_az = 0;

Swing_f = Lf_x;
Suppt_f = Rf_x;

f_z = 0;

x_f0 = Lf_x;
x0 = x;

phase = 1;    % Phase 1 meanse Swing_f = Lf & Phase -1 meanse Swing_f =
Rf
Switched = 0;
i = 0;
n = 0;
ss = 0;
n_max = T / dt;
time = 0;
time_max = 2;
zmp = L;
M = moviein(10);
incr = 0;
frm = 0;

while (time <= time_max)
    i = i + 1;
    time = time + dt;
    Time(i,1) = time;

    %{
    if (ss == 0)
        n = 0;
    L1 = abs(L);
    S1 = abs(L - x);
    [ L2 S1_new DSt1 T DSt2 ] = step_parameters(S1,v,w,Vs,L_max);
    L = (L1 + L2) / 2;
    if(DSt1 > 0)
        Switched = -1;
    a_ds = double_support_1_parameters(S1,S1_new,v,L1,w,DSt1);
    else
        Switched = 0;
    end
    ss = 1;
    end

    if(Switched == 1)
        zmp = zmp0 + ( (3 * (L1/ DSt2^2)) * (n * dt)^2 ) + ( (-2 * (L1/
DSt2^3)) * (n * dt)^3 );
        if(n >= nd2_max)
            Switched = 0;
            n = -1;
        end
    end
end

```

```

        if(Switched == -1)
            td = n * dt;
            x = a_ds(1) + (a_ds(2) * td) + (a_ds(3) * td^2 ) + (a_ds(4) * td^3 ) +
(a_ds(5) * td^4 ) + (a_ds(6) * td^5 );
            v = a(2) + (2 * a_ds(3) * td) + (3 * a_ds(4) * td^2 ) + (4 * a_ds(5) *
td^3 ) + (5 * a_ds(6) * td^4 );
            else
                a = body_position_ode(g,h,x,v,zmp,dt);

x = a(1);
v = a(2);
end
%}
n_max = T / dt;
nd1_max = DSt1 / dt;
nd2_max = DSt2 / dt;

x = x0 + S1 + (V0 / w) * sinh(w * n * dt) - S1 * cosh(w * n * dt);

pos(i) = x;

if(n == 0)
    v = V0;
    acc_x = (g/h) * (x - zmp);
else
    v = (pos(i) - pos(i - 1)) / dt;
    acc_x = (v - vel(i - 1)) / dt;
end

vel(i) = v;
acc(i) = acc_x;

Position(i,1) = x;
ZMP(i,1) = zmp;
Velocity(i,1) = v;
Velocity_average(i,1) = Vs;

Switched = 1;

if(n > nd1_max && n < (n_max - nd2_max) )        %(Switched == 0)
n0 = n - nd1_max;
Ts = T - DSt;
[Swing_f f_z] = swing_foot_positioning(L,step_h,x_f0,n0,PI,Ts,dt);
[f_vx f_vz] = swing_foot_velocity(L,step_h,n0,PI,Ts,dt);
[f_ax f_az] = swing_foot_acceleration(L,step_h,n0,PI,Ts,dt);
%Suppt_f = zmp;
Switched = 0;
end;

n = n + 1;

if (phase == 1)

```

```

Lf_x = Swing_f;
Lf_z = f_z;
Rf_x = Suppt_f;
Rf_z = 0;

Lf_vx = f_vx;
Lf_vz = f_vz;
Rf_vx = 0;
Rf_vz = 0;

Lf_ax = f_ax;
Lf_az = f_az;
Rf_ax = 0;
Rf_az = 0;
else
Rf_x = Swing_f;
Rf_z = f_z;
Lf_x = Suppt_f;
Lf_z = 0;

Rf_vx = f_vx;
Rf_vz = f_vz;
Lf_vx = 0;
Lf_vz = 0;

Rf_ax = f_ax;
Rf_az = f_az;
Lf_ax = 0;
Lf_az = 0;
end;

if (n >= n_max) % Step length
phase = phase * -1;
n = 0;
xf1 = Swing_f;
xf2 = Suppt_f;
L1 = Swing_f - Suppt_f;
Suppt_f = xf1;
Swing_f = xf2;
zmp = Suppt_f;
S1 = abs(zmp - x);
x_f0 = Swing_f;
f_z = 0;
ss = ss + 1;
x0 = x;
T = step_parameters_2(S1,v,w);
Dst1 = T * 0.025;
Dst2 = T * 0.025;
%L = 2 * S1;
V0 = v;
end;

%{
if (n >= nd1_max && Switched == -1)
n = 0;
Switched = 0;
end
if (n >= nd2_max && Switched == 1)

```

```

n = 0;
S1 = zmp - x;
[ L2 S1_new DSt1 T DSt2 ] = step_parameters(S1,v,w,Vs,L_max);
L = (L1 + L2) / 2;

if(DSt1 > 0)
Switched = -1;
a_ds = double_support_1_parameters(x,S1_new,v,zmp,w,DSt1);
else
Switched = 0;
end

end
%}

zmp_c(i) = zmp;
Switch(i) = Switched;

% Support leg Joints parameters
ang = leg_joints(x,h,Suppt_f,0.06,Jz);
an(1) = ang(1);
an(2) = ang(2);
an(3) = ang(3);

ang_v = inverse_velocity(0,0,v,0,ang(1),ang(2),Jz);
anv(1) = ang_v(1);
anv(2) = ang_v(2);
anv(3) = ang_v(3);

%acc_x = (g/h) * (x - zmp);

ang_a =
inverse_acceleration(0,0,acc_x,0,ang(1),ang(2),ang_v(1),ang_v(2),Jz);
ana(1) = ang_a(1);
ana(2) = ang_a(2);
ana(3) = ang_a(3);

% Swing leg Joints parameters
ang = leg_joints(x,h,Swing_f,(f_z + 0.06),Jz);
an(4) = ang(1);
an(5) = ang(2);
an(6) = ang(3);

ang_v = inverse_velocity(f_vx,f_vz,v,0,ang(1),ang(2),Jz);
anv(4) = ang_v(1);
anv(5) = ang_v(2);
anv(6) = ang_v(3);

ang_a =
inverse_acceleration(f_ax,f_az,acc_x,0,ang(1),ang(2),ang_v(1),ang_v(2),Jz);
ana(4) = ang_a(1);
ana(5) = ang_a(2);
ana(6) = ang_a(3);

an(7) = 0;
anv(7) = 0;
ana(7) = 0;

for ii = 1:6

```

```
pre_av(ii) = av(ii);  
end
```

```
if (phase == 1)  
    RH_a(i) = an(1);  
    RK_a(i) = an(2);  
    RA_a(i) = an(3);  
    LH_a(i) = an(4);  
    LK_a(i) = an(5);  
    LA_a(i) = an(6);  
  
    RH_av(i) = av(1);  
    RK_av(i) = av(2);  
    RA_av(i) = av(3);  
    LH_av(i) = av(4);  
    LK_av(i) = av(5);  
    LA_av(i) = av(6);  
  
    RH_aa(i) = ana(1);  
    RK_aa(i) = ana(2);  
    RA_aa(i) = ana(3);  
    LH_aa(i) = ana(4);  
    LK_aa(i) = ana(5);  
    LA_aa(i) = ana(6);
```

```
else  
    LH_a(i) = an(1);  
    LK_a(i) = an(2);  
    LA_a(i) = an(3);  
    RH_a(i) = an(4);  
    RK_a(i) = an(5);  
    RA_a(i) = an(6);  
  
    LH_av(i) = av(1);  
    LK_av(i) = av(2);  
    LA_av(i) = av(3);  
    RH_av(i) = av(4);  
    RK_av(i) = av(5);  
    RA_av(i) = av(6);  
  
    LH_aa(i) = ana(1);  
    LK_aa(i) = ana(2);  
    LA_aa(i) = ana(3);  
    RH_aa(i) = ana(4);  
    RK_aa(i) = ana(5);  
    RA_aa(i) = ana(6);
```

```
end;
```

```
Tr_a(i) = an(7);  
Tr_av(i) = av(7);  
Tr_aa(i) = ana(7);
```

```
[link_x link_z] = links_position(x,h,Jx,Jz,an);
```

```
[part_x part_z c_x c_z] = mass_position(x,h,link_x,link_z,Cx,Cz,an,MM);
```

```
zmp_x = zmp_meas(x,h,acc_x,0,av,ana,link_x,link_z,part_x,part_z,MM,g);
```

```

zmp_m(i) = zmp_x;

CoM_x(i) = c_x;
CoM_z(i) = c_z;

if (phase == 1)
    R_Knee_x(i) = link_x(1);
    R_Knee_z(i) = link_z(1);
    R_Ankle_x(i) = link_x(2);
    R_Ankle_z(i) = link_z(2);
    R_foot_x(i) = link_x(3);
    R_foot_z(i) = link_z(3);
    R_toe_x(i) = link_x(4);
    R_toe_z(i) = link_z(4);

    L_Knee_x(i) = link_x(5);
    L_Knee_z(i) = link_z(5);
    L_Ankle_x(i) = link_x(6);
    L_Ankle_z(i) = link_z(6);
    L_foot_x(i) = link_x(7);
    L_foot_z(i) = link_z(7);
    L_toe_x(i) = link_x(8);
    L_toe_z(i) = link_z(8);

else
    L_Knee_x(i) = link_x(1);
    L_Knee_z(i) = link_z(1);
    L_Ankle_x(i) = link_x(2);
    L_Ankle_z(i) = link_z(2);
    L_foot_x(i) = link_x(3);
    L_foot_z(i) = link_z(3);
    L_toe_x(i) = link_x(4);
    L_toe_z(i) = link_z(4);

    R_Knee_x(i) = link_x(5);
    R_Knee_z(i) = link_z(5);
    R_Ankle_x(i) = link_x(6);
    R_Ankle_z(i) = link_z(6);
    R_foot_x(i) = link_x(7);
    R_foot_z(i) = link_z(7);
    R_toe_x(i) = link_x(8);
    R_toe_z(i) = link_z(8);

end;

Trunk_x(i) = link_x(9);
Trunk_z(i) = link_z(9);

Hip_x(i) = x;
Hip_z(i) = h;

% Feet position
Lfoot_x(i) = Lf_x;
Lfoot_z(i) = Lf_z;
Rfoot_x(i) = Rf_x;
Rfoot_z(i) = Rf_z;

% Feet velocity
Lfoot_vx(i) = Lf_vx;

```

```

Lfoot_vz(i) = Lf_vz;
Rfoot_vx(i) = Rf_vx;
Rfoot_vz(i) = Rf_vz;

% Feet acceleration
Lfoot_ax(i) = Lf_ax;
Lfoot_az(i) = Lf_az;
Rfoot_ax(i) = Rf_ax;
Rfoot_az(i) = Rf_az;

frm = frm + 1;

if(frm == 20)

    plot(x,h,'b-o'), grid;
        hold on
    plot(zmp,0,'b-o'), grid;
        hold on
    plot([(x - 1),(x + 1)], [0,0], 'y'), grid;
        hold on
    plot(c_x,c_z,'r-*'), grid;
        hold on
    plot([Hip_x(i),Trunk_x(i)], [Hip_z(i),Trunk_z(i)], 'k-o'), grid;
        hold on
    plot([Hip_x(i),R_Knee_x(i)], [Hip_z(i),R_Knee_z(i)], 'b-
o', [Hip_x(i),L_Knee_x(i)], [Hip_z(i),L_Knee_z(i)], 'b-o'), grid;
        hold on
    plot([R_Knee_x(i),R_Ankle_x(i)], [R_Knee_z(i),R_Ankle_z(i)], 'b-
o', [L_Knee_x(i),L_Ankle_x(i)], [L_Knee_z(i),L_Ankle_z(i)], 'b-o'), grid;
        hold on

    plot([R_Ankle_x(i),R_foot_x(i)], [R_Ankle_z(i),R_foot_z(i)], 'r', [L_Ankle_x(i)
),L_foot_x(i)], [L_Ankle_z(i),L_foot_z(i)], 'g'), grid;
        hold on

    plot([R_foot_x(i),R_toe_x(i)], [R_foot_z(i),R_toe_z(i)], 'r', [L_foot_x(i),L_t
oe_x(i)], [L_foot_z(i),L_toe_z(i)], 'g'), grid;
        hold on
    plot(Swing_f,f_z,'g-o',Suppt_f,0,'r-o'), grid;
    %plot(Lfoot_x(i),Lfoot_z(i),'g-o',Rfoot_x(i),Rfoot_z(i),'r-o'),
grid;

        hold off
        grid off

        xlim([(x - 1) (x + 1)]);
        ylim([-0.5 1.5]);
        incr = incr + 1;
M(:,incr) = getframe; % record the movie

    frm = 0;
end

end;

```

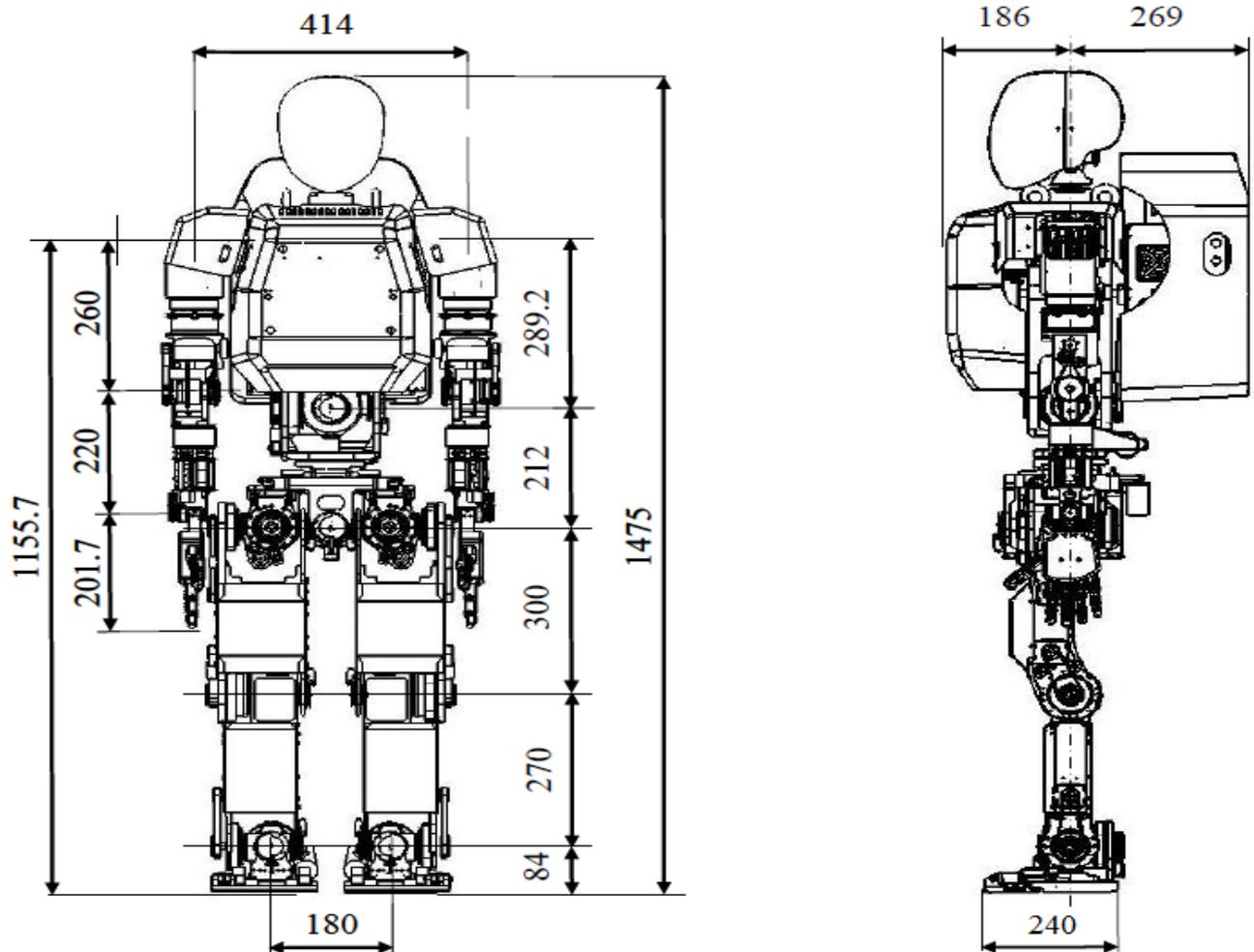


Fig C.1 Dimensions du Robot WABIAN

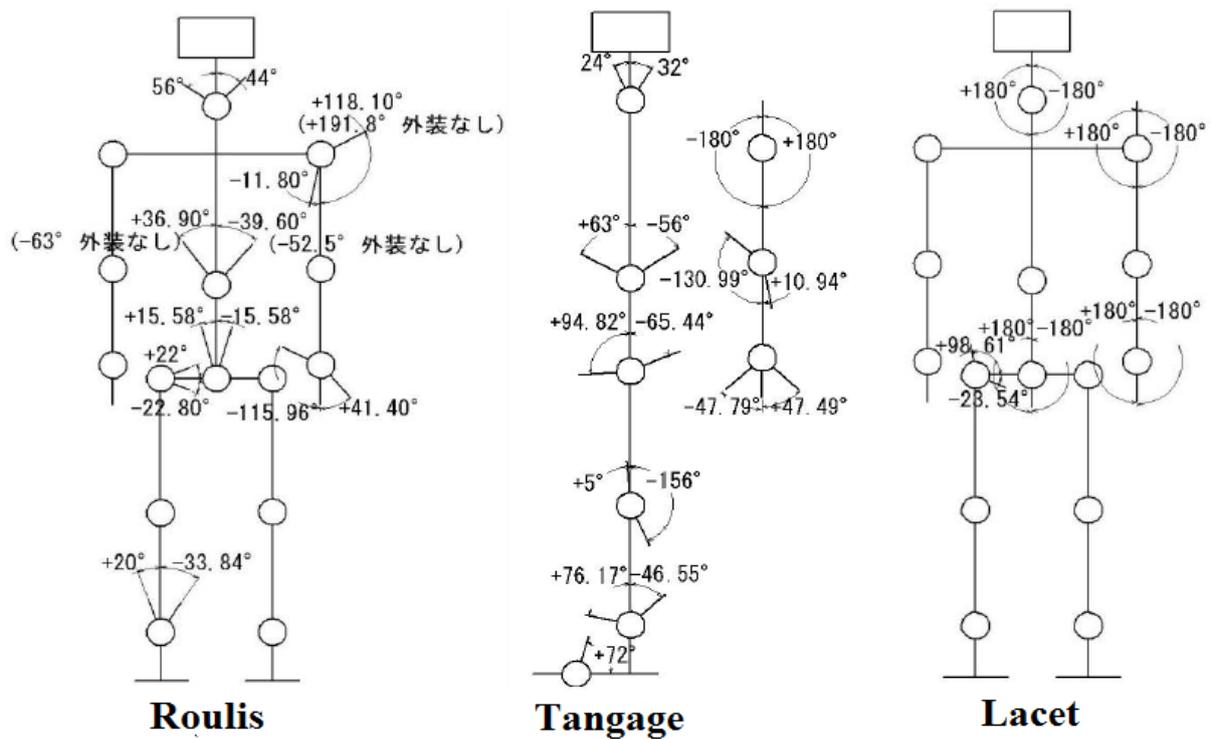
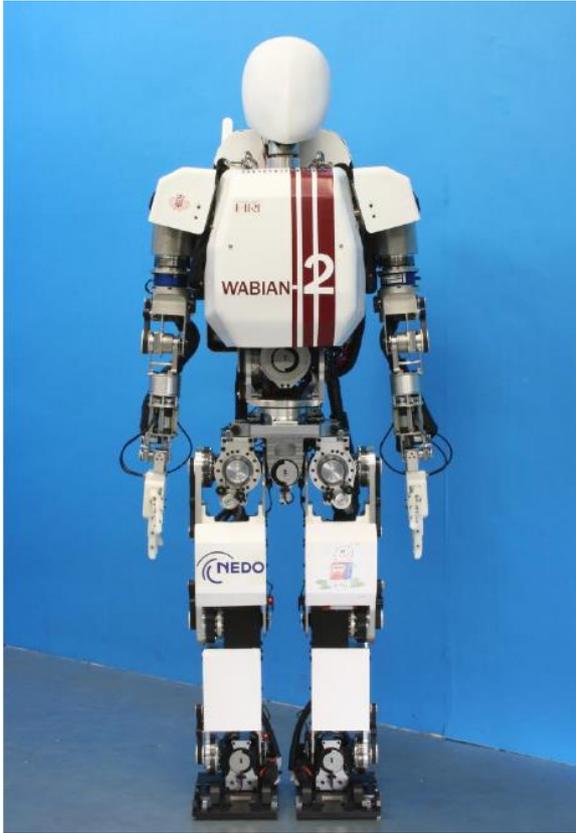


Fig C.2 Gamme mobile du Robot WABIAN



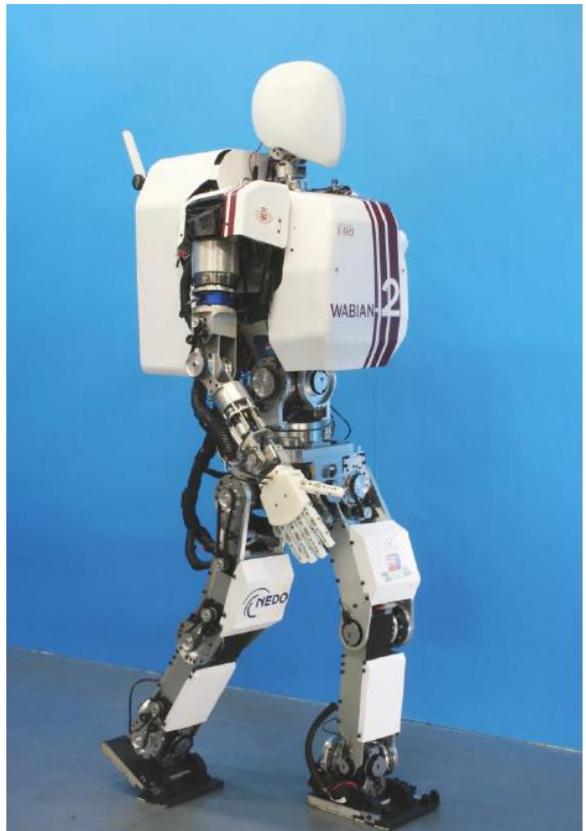
**Vue de face**



**Vue de côté**



**Vue arrière**



**Vue isométrique**

**Fig C.3 Photo du Robot WABIAN de différents cotés**